

36

4 ll + 222 pp + 1 leaf; 678 pp + 1 leaf (An Relation) p. 529. compl.

Magn p 168–176

LES ŒUVRES Mathematiques DE SIMON STEVIN,

Augmentez

Par ALBERT GIRARD.

LES

ŒUVRES
Mathematiques

DE

SIMON STEVIN de Bruges.

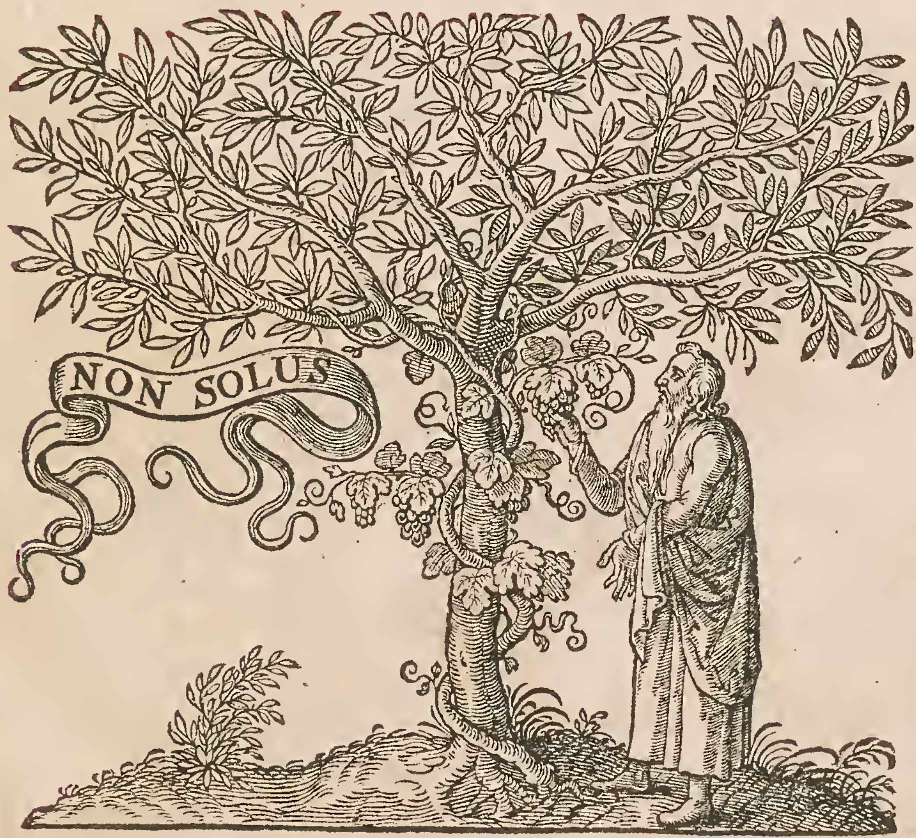
Ou ſont inſerées les

MEMOIRES MATHEMATIQVES,

Eſquelles s'eſt exercé le Tres-haut & Tres-illuſtre Prince MAURICE de NASSAU, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c.

Le tout reveu, corrigé, & augmenté

Par ALBERT GIRARD Samielois, Mathematicien.



Langham, 1652

A LEYDE

Chez Bonaventure & Abraham Elſevier, Imprimeurs ordinaires de l'Univerſité, ANNO CIↃ IↃ C XXXIV.



A Tres-hauts & Tres-puissants Seigneurs,

Messeigneurs les

ESTATS GENERAUX DE PAÏS BAS UNIS,

ET

A Tres-haut & Tres-illustre Prince,

Monseigneur le

PRINCE D'AURENGE,

Gouverneur desdites Provinces, General par Mer & par Terre, &c.



MESSEIGNEVRS,

Voici une pauvre vefve avec onze enfans orphelins, ausquels le mari & pere, decedé il y a un an, n'a laissé qu'une bonne reputation d'avoir fidelement servi, & employé tout son temps a la recerche des plus beaux secrets des Mathematiques; ayant esté ravi lors qu'il projettoit d'en laisser quelques monuments, utiles a la posterité, & de sa propre invention: lesquels il eust luy mesme ap-

porté aux pieds de vos Seigneuries Tres-illuſtres, ſi Dieu luy euſt donné le loiſir de les parachever: Mais en ayant diſpoſé autrement, il ne nous en reſte rien de complet, que la verſion des œuvres du feu ſieur STEVIN, auſquelles il a adjouſté pluſieurs beaux eſclarciſſemens, comme pourront cognoiſtre ceux qui confereront les originaux avec ſa traduction, qui luy a couſté beaucoup de temps & de peine. Or, comme il avoit conſacré toute ſon induſtrie au ſervice de cet eſtat & Republique; auſsi n'avons nous deu nous adreſſer à d'autres qu'a ceux qui en ont la Seigneurie & le Gouvernement, pour leur faire preſent de cet ouvrage, qui ſe recommandera de ſoy meſme comme nous eſperons: Et pourra eſtre utile deſormais à ceux qui ſont encor' en eſtat & condition de ſervir aux occaſions auſquelles il s'eſt porté durant ſa vie. Nous ſupplions doncques Tres-humblement vos Tres-illuſtres Seigneuries, & notamment auſsi voſtre Excellence, Monſeigneur, de recevoir d'un œil favorable, ce qui a eſté entrepris & advancé par le premier auteur, à l'uſage & pour les exercices ordinaires en cette ſcience, de feu de haute memoire, Monſeigneur le Prince d'Aurenge, frere de V.E. qui en a cheri & eſtimé l'ouvrier & l'ouvrage en ſa premiere langue: afin que parlant à preſent François, & enrichi de pluſieurs notables additions, il ſoit communiqué ſous la

pro-

protection de vos Tres-illustres noms , à ceux qui n'entendoient pas cy-devant son langage, & qui font grand estat de la pratique de ses enseignemens, telle qu'elle se trouve plus exactement observée en vos armées & expeditions militaires : lesquelles nous prions Dieu vouloir benir & faire prosperer de plus en plus, & nous faire la grace d'estre recognus,

MESSEIGNEVRS,

De vos Tres-illustres Seigneuries, & de vostre
EXCELLENCE,

Les Tres-humbles & Tres-obeissans subjets serviteurs & servantes, la vefve & les enfans orphelins de feu

ALBERT GIRARD.

Le

Le contenu du present œuvre, divisé en six Volumes,

Assavoir:

I. L'ARITHMETIQUE, *Contenant:* Les Computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires: aussi l'Algebre, avec les equations des cinq quantitez.

Les six livres D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE: dont les quatre premiers sont de la traduction de *Simon Stevin*; & les deux derniers sont nouvellement traduicts par *Albert Girard, Samielois.*

La PRACTIQVE D'ARITHMETIQVE de *Simon Stevin*, contenant: LES TABLES D'INTEREST, LA DISME; Item un Traicté des Incommesurables grandeurs: avec l'Explication du dixiesme livre d'Euclide.

Suivent les Memoires Mathematiques du PRINCE MAVRICE DE NASSAV.

II. LA COSMOGRAPHIE, *Contenant:* LA DOCTRINE DES TRIANGLES, LA GEOGRAPHIE, & L'ASTRONOMIE.

III. LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE.

IV. L'ART PONDERAIRE, OU LA STATIQVE.

V. L'OPTIQVE.

Et apres les susdites Memoires,

VI. LA CASTRAMETATION,
LA FORTIFICATION PAR ESCLUSES,
LA FORTIFICATION.

LE PRE-



LE PREMIER LIVRE D'ARITHMETIQVE

DES DEFINITIONS.

PREMIERE PARTIE DES DEFINITIONS

De l'Arithmetique & des nombres Arithmetiques.

PARCE que l'Arithmetique (ce qui est aussi commun aux autres ars) s'explique par mots comme signes de l'affection de l'ame, lesquels se denotent par escriptures; Il nous faut premierement descripre la signification des propres vocables de ceste science. Car avant que l'on comprenne la matiere de la doctrine, il convient entendre les motz par lesquels on l'explique. Nous ferons doncques nostre premier livre de leurs definitions, descripuant tousiours du commencement (au tant qu'il nous sera possible) ce qui consiste premier en la nature.

AVERTISSEMENT A L'APPRENTIF.

VEu qu'il viendra bien à poinct soubs aucunes definitions, d'argumenter des proprietez des nombres (lesquelles l'apprentif pour le premier n'est pas tenu de sçavoir) il m'a semblé bon l'advertir comment nous avons appliqué tels argumens distinctement avec leurs tiltres soubs leurs definitions, a fin que pour le premier se contentant des definitions, & de leurs explications, il puisse à son plus grand prouffit les passer oultre.

DEFINITION I.

Arithmetique est la science des nombres.

DEFINITION II.

Nombre est cela, par lequel s'explique la quantité de chascune chose.

EXPLICATION.

Comme l'unité est nombre par lequel la quantité d'une chose expliquée se dict un: Et deux par lequel on la nomme deux: Et demi par lequel on l'appelle demi: Et racine de trois par lequel on la nomme racine de trois, &c.

QVE L'UNITE EST NOMBRE.

PLusieurs personnes voulans traicter de quelque matiere difficile, ont pour coustume de declarer, cõment beaucoup d'empeschemens les ont destourbes en leur conception, cõme autres occupations plus necessaires; de ne s'estre longuement exercé en icelle estude, &c. à fin qu'il leur tourneroit à moindre prejudice ce en quoy il se pourroyent avoir abusé, ou plustost, comme estiment les aucuns, à fin qu'on diroit, *S'il a sceu executer cela estant ainsi destourbé, qu'eust il faict s'il eust esté libre?* Nous sçaurions faire le semblable en ce que nous voulons icy dire de l'Unité, mais non pas en verité, car je n'ay point seulement leu à bon loisir, & sans empeschement d'autres affaires, tous les Philosophes anciens & modernes, que je trouvois traicter de ceste matiere, mais j'ay aussi communiqué de bouche avec quelques doctes, certes de ce temps pas des moindres, & en ceste matiere d'autre opinion que nous: Mais pourquoy cela? par ce que je doubtois en ce que je proposois de l'Unité? Non certes, car j'en estois ainsi asseuré, comme si la Nature mesme me l'eust dict de sa propre bouche, voire je le voyois (comme feront aussi de brief ceux qui ne sont pas du tout aueugles) par infiniz effects, qui n'ont point mestier de preuve: Pourquoy donc? A fin que je serois d'autant mieux pourveu, contre toutes objections que j'en attendois.

Or doncques pour venir à la matiere; Il est notoire que l'on dict vulgairement; que l'Unité ne soit point nombre, ains seulement son principe, ou commencement, & tel en nombre comme le poinct en la ligne; ce que nous nions, & en pouvons argumenter en ceste sorte:

La partie est de mesme matiere qu'est son entier,
Vnité est partie de multitude d'unitez,
Ergo l'unité est de mesme matiere qu'est la multitude d'unitez;
Mais la matiere de multitude d'unitez est nombre,
Doncques la matiere d'unité est nombre.

Et qui le nie, faict comme celuy, qui nie qu'une piece de pain soit du pain. Nous pourrions aussi dire ainsi:

Si du nombre donné l'on ne soubstraict nul nombre, le nombre donné demeure,
Soit trois le nombre donné, & du mesme soubstrayons un, qui n'est point nombre comme tu veux.
Doncques le nombre donné demeure, c'est à dire qu'il y restera encore trois, ce qui est absurd.

Nous pourrions aussi reciter plusieurs subtiles & sophistiques questions, qui nous ont esté proposées de bouche par les susdictes personnes, ensemble nostre refutation

futation d'icelles, & mille absurdités en suivantes: mais les omettant (car il empliroit bien un particulier & grand volume) & à fin de ne perdre huile & labeur, venons aux causes mesmes, la cognoissance desquelles donne parfaicte intelligéce. Il faut doncques sçavoir, que les hommes j'adis voyans, qu'il leur estoit mestier de parler & avoir intelligéce de la quantité des choses, ils nõmoient chasque chose simple, un; & quand à la mesme estoit appliquée encore une autre, les appelloient ensemble deux, & quand la proposée simple chose estoit divisée en deux parties egales, ils nommoient chascune partie demy, &c.

Puis considerans que un, deux, trois, demy, tiers, &c. estoient noms propres, & cõvenables, pour l'explication de ladicte quantité, ils ont veu qu'il estoit necessaire de comprendre toutes ces especes soubs un genre (car telle est leur maniere de faire en tous autres semblables, comme bled, orge, avoine, ils le nomment en genre Grain; aigle, tourterelle, rosignol, en genre Oseau) lequel genre ils appelloient nombre; Estant doncques par les principes ou causes mesmes chascun d'iceux nombre, sans doubte ils suivent leur opinion errante, qui en aprés sans consideration des causes, ont exclu l'unité. Mais quelcun me pourra maintenant dire selon la commune sentence des Philosophes, que pour traicter ordonnéement de quelque quantité, la Nature tesmoigne qu'il faut commencer de son principe, comme il appert en la quantité grande, de laquelle le manifeste principe est le poinct, mais il y a icy question de la quantité qui se dict nombre, il y faut donc dire du principe ou commencement du nombre: Certes je ne le concede pas simplement, ains l'afferme par la suivante 3 definition, car veu que la communauté & similitude de grandeur & nombre, est si universelle qu'il resemble quasi identité, sans doubte le nombre aura quelque chose en soy, qui se refere au poinct. Mais que sera ce? Ils disent l'unité: O heure infortunée en laquelle fut premierement produicte ceste definition du principe du nombre! O cause de difficulté & d'obscurité de ce qui en la Nature est facile & clair! O dommageable advis de ceux qui l'ont concede, ce qui nous a faict tel avancement en l'Arithmetique, comme il eust este à la Geometrie, s'ils eussent concedé que le poinct soit quelque partie de la ligne, car comme de cestuy-la n'eust suivi que absurd, ainsi (parce que du faux ne procede que faux) de cestuy-cy. Mais quelle communaute (je vous supplie) y a il entre l'unité & le poinct? certes nulle servant au propos; car deux unitez (comme ils disent) sont nombre, mais deux, voire mille poincts ne font nulle ligne: L'unité est divisible en parties (vray est qu'ils le nient, mais mille leurs distinctions ne sont pas suffisantes, de pouvoir ainsi opprimer la nature du nombre, qu'elle ne manifeste par force son essence, es Arithmetiques operations de plusieurs Autheurs, comme entre autres par l'absolute partition de l'unité de la 33. question du 4. livre, & la 12. 13. 14. 15. question du cinquiesme livre du Prince des Arithmeticiens Diophante) le poinct est indivisible: L'unite est partie du nombre, le poinct n'est pas partie de la ligne, & ainsi des autres: L'unite doncques n'est point telle en nombre comme le poinct en ligne. Qu'est-ce donc qui luy correspond? Ie di que cest o (qui se dict vulgairement Nul, & que nous nommons commencement en la suivante 3. definition) ce que ne tesmoignent pas seulement leurs parfaictes & generales communautez, mais aussi les irrefutables effects. Les communautez sont telles:

Comme le poinct est ajoinct de la ligne, & luy mesme pas ligne, ainsi est o ajoinct du nombre, & luy mesme pas nombre.

Comme le poinct ne se divise pas en parties, Ainsi le o ne se divise en parties.

Comme beaucoup de poincts, voire & qu'ils fussent de multitude infinie, ne font pas ligne; ainsi beaucoup des o, encore qu'ils fussent en multitude infinie, ne font nul nombre.

Comme la ligne A B ne se peut augmenter par addition du poinct C, ainsi ne se peut du nombre D 6, augmenter par l'addition de E o, car ajoustant o à 6 ils ne font ensemble que 6.

A B C · D 6 · E o

Mais si l'on concede que A B soit prolongee jusques au poinct C, ainsi que A C soit une continue ligne, alors A B s'augmente par l'aide du poinct C; Et semblablement si l'on concede que D 6, soit prolongé jusques en E o, ainsi que D E 60 soit un continue nombre faisant soixante, alors D 6 s'augmente par l'aide du nul o, & ainsi en plusieurs autres que nous passons outre pour briefveté.

A B C · DE 60

Quant aux effects, nous pourrions dire du commencement de quantité algebraique, defini à la suivante 14. definition, aussi du commencemant defini à la deuxiesme definition de la DISME, par les constructions, desquelles il appert suffisamment, que le o est le vray & naturel commencement, lequel comme ferme fondement nous à conduict à quelques inventions descriptes (telles qu'elles sont) au suivant: Mais à fin que l'on n'estime que je veux proposer outrecuideement, mes iuventions à telle preuve, nous prendrons autre matiere suffisante, non pas d'autheurs de peu d'estime, mais entre autres les tables de Ptolemée, Alfonse, Nicolas Coperne, Iehan de Montroial, & semblables, esquelles la description, ou signification du poinct geometrique, se rencontre souvent entre les nombres. Prennons pour exemple les tables des Sinus des Iehan de Montroial, la ou chasque degré est une ligne oblique, de laquelle la longuer est la $\frac{1}{360}$ de la peripherie du circle, l'extremite de laquelle ligne, est le poinct Mathematique dont nous avons dict cy dessus: Mais avec quoy est signifié chascun d'iceux, qui sont jusques à nonante? certes (en mon exemplaire) par o au commencement de chasque premiere colomne, & semblables exemples sont fort communs en plusieurs autres tables. Or si encore le o ne fust pas cela en nombre, ce que le poinct est en ligne, lesdicts grands mathematiciens, voire la nature avec eux, ont en ceci tous falli; Soit ainsi, doncques au poinct se refere quelque autre chose que o, posons que ce soit selon vostre opinion 1, & en examinons la verité, mettant 1 pour le commencement ou extreme poinct (par exemple) du 3. degre, auquel correspond 523360 (je parle de la table de Iean de Montroial, la ou le demi diametre faict 10000000) mais ceci est faux, car à 1, comme demonstre ladicte table, correspond 526265: Ou bien pour veoir double rencontre, il appert que o, commencement du nombre, correspond à o, poinct & commencement du quadrant, à l'encontre duquel tu veux mettre 1, mais à 1 correspond 2909. Doncques 1 ne signifie pas le poinct, mais o; Et qui ne le peut veoir l'auteur de Nature, aye pitié de ses infortunez yeulx, car la faute n'est pas en l'object, ains à la veüe que nous ne luy sçavons pas donner.

QVE NOMBRE N'EST POINCT QVANTITE DISCONTINVE.

NOVS pourrions icy descripre plusieurs inconveniens, procedez du susdict faux fondement, mais veu qu'il auroit bien mestier d'un traicte particulier, ce ne sera

ne sera pas icy son lieu: Mais parce que nous avons dict cy dessus, que 6. prolongé jusques en o, faict un continue nombre de soixante, contre le vulgaire, *Nombre est quantité discontinue ou disioincte*: il nous faut encore refuter ceste impropre definition ainsi:

Tout ce qui n'est qu'une quantité, n'est point quantité disioincte;
Soixante selon qu'il est nombre, est une quantité (à sçavoir un nombre.)
Soixante doncques selon qu'il est nombre, n'est point quantité disioincte.

Quant à ce que vous divisez par vostre imagination, ceste proposée unique & entiere quantité en soixante unitez (ce que pourries faire par mesme raison en trente dualitez, ou vingt trinitez, &c.) & que puis apres vous definez le divise, ce n'est pas definition du proposé dont il est question: vous pourriez semblablement diviser la proposée grandeur par l'imagination en soixante parties, & puis par mesme raison la definir estre quantité discontinue, ce qui est absurd. Comme doncques la generale communauté de grandeur & nombre aux autres, ainsi en cestuy-cy; à sçavoir à une continue grandeur, correspond le continue nombre qu'on luy attribue, & telle discontinuité que puis apres reçoit la grandeur par quelque division, semblable discontinuité reçoit aussi son nombre. Et à fin d'en parler par exemple, le nombre est quelque chose telle en grandeur, comme l'humidité en l'eau. car comme ceste-cy s'estend par tout & en chasque partie de l'eau; Ainsi le nombre destiné à quelque grandeur s'estend par tout & en chasque partie de sa grandeur: Item comme à une continue eau correspond une continue humidité, ainsi à une continue grandeur correspond un continue nombre: Item comme la continue humidité de l'entiere eau, souffre la mesme division & disioinction que son eau; Ainsi le continue nombre souffre la mesme division & disioinction que sa grandeur; De sorte que ses deux quantitez ne se peuvent distinguer par continue & discontinue, dont nous pourrions exhiber plusieurs argumens, mais nous le conclurons par ceste leur contradiction. *Nombre* (disent ils) *est quantité disioincte*, & alieurs au contraire, *Nombre est quantité conjoincte ou composée de multitude d'unitez*: Certes si les unitez sont conjoinctes, elles ne sont pas disioinctes, ny par consequent leur conjoinction, ne produict point quantité disioincte. Nous accomplirons la reste par la premiere These de nos Theses Mathematiques.

DEFINITION III.

Les characteres par lesquels se denotent les nombres sont dix: à sçavoir o signifiant commencement de nombre, Et 1. un, Et 2. deux, Et 3. trois, Et 4. quatre, Et 5. cincq, Et 6. six, Et 7. sept, Et 8. huict, Et 9. neuf.

DEFINITION IV.

Chasques trois characteres d'un nombre s'appellent membre; desquels le premier, sont les premiers trois characteres à la dextre; Et le second membre, les trois characteres suivants vers la senestre; Et ainsi par ordre du troisiesme membre, & autres suivants, tant qu'il y en aura au nombre proposé.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 357876297. Les 297. s'appellent premier membre, & 876 second, & 357. troisiesme.

DEFINITION V.

Le premier charactere du premier membre commençant à dextre vers la senestre, signifie simplement sa valeur, le second autant de fois dix qu'il contient unitez, le troisiesme autant des fois cent qu'il contient unitez; Et le premier charactere du second membre, autant de fois mille qu'il contient unitez; & ainsi par dixiesme progression des autres characteres contenuz en tout nombre proposé.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 756871307 89276. Doncques selon ceste definition le premier charactere 6, faict six, & le 7. suivant septante, & le 2. suivant deux cent, & le 9. neuf mille, & ainsi des autres. Pour doncques expliquer ce nombre, on mettera sur chasque premier charactere de chasque membre (excepté le premier) un poinct; Puis on dira, septante cincq mille mille mille mille (à sçavoir autant des fois mille qu'il y a des poincts depuis le 7. jusques à la fin) six cents huictante sept mille mille mille, cent trente mille mille, sept cents huictante neuf mille, deux cents septante six.

DEFINITION VI.

Nombre Arithmetique est celuy qu'on explique sans adjectif de grandeur.

EXPLICATION.

Le nombre a deux especes, desquelles l'une est expliquée par adjectif de grandeur, comme les nombres quarrez, cubiques, racines, quantitez, &c. lesquels nous appellons nombres Geometriques, & seront definiz à la seconde partie suivante; l'autre espece est simplement expliquée sans ledict adjectif, comme un, deux, trois, trois cincquiesmes, &c. Nous appellons tels nombres par distinction de l'autre espece, nombres Arithmetiques.

DEFINITION VII.

Nombre entier est unité, ou composée multitude d'unitez.

DEFINITION VIII.

Nombres entre eux premiers sont ceux qui n'ont point de multitude d'unitez pour commune mesure.

EXPLICATION.

Comme 5 & 7 ou 10 & 13 & semblables: par ce qu'ils n'ont point de multitude d'unitez, qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres entre eux premiers.

DEFINITION IX.

Nombres entre eux composez sont ceux qui ont multitude d'unitez pour commune mesure.

EXPLICATION.

Comme 9 & 12, par ce que nombre de multitude d'unitez, à sçavoir 3, est leur commune mesure, ils s'appellent nombres entre eux composez.

DEFINITION X.

Nombre rompu, est partie ou parties de nombre entier.

EXPLICATION.

Comme estant un divisé en trois parties egales, une des mesmes est nombre rompu, qu'on descript ainsi $\frac{1}{3}$, & s'appelle un tiers. Ou estant 1 parti en quatre parties egales, trois des mesmes est nombre rompu: lequel se descript ainsi $\frac{3}{4}$, & s'appelle trois quarts. ou estant 1 parti en trois parties egales, sept de telles parties est nombre rompu qu'on descript ainsi $\frac{7}{3}$, & s'appelle sept troisiesmes.

DEFINITION XI.

Numerateur de rompu, est le nombre superieur explicant la multitude des parties y contenues.

EXPLICATION.

Soyent trois quarts descripts ainsi $\frac{3}{4}$, doncques le 3. s'appelle numerateur, par ce qu'il explique au nombre la multitude des parties contenues au mesme rompu: car $\frac{3}{4}$ est un rompu composé de quartes, & le 3. nous monstre (comme en nombrant) que des mesmes quartes il en y a trois, d'ou il est appellé numerateur.

DEFINITION XII.

Nominateur de rompu, est le nombre inferieur explicant sa qualité.

EXPLICATION.

Soyent trois quarts escripts ainsi $\frac{3}{4}$: l'inferieur nombre donc 4. parce qu'il explique sa qualité ou qu'il nomme quel rompu, c'est à sçavoir un rompu de quartes, on l'appelle nominateur.

DEFINITION XIII.

Rompu premier, est celuy duquel le numerateur & nominateur sont nombres entre eux premiers.

EXPLICATION.

Comme $\frac{5}{7}$ ou $\frac{3}{8}$ & semblables.

LA SECONDE PARTIE, DES DEFINITIONS DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

APRES que les anciens avoyent apperceu la vertu de la progression des nombres, comme ceux-cy 2. 4. 8. 16. 32, &c. ou 3. 9. 27. 81. 243, &c. la ou le premier multiplié par soy, donne pour produict le second de l'ordre, puis le second autrefois multiplié par le premier, donne le troisiesme de l'ordre, & le troisiesme multiplié par le premier donne le quatriesme de l'ordre, & ainsi des autres; car 2. par soy faict le 4, le mesme par 2. faict 8, & cestuy-cy par 2. faict 16, &c. Semblablement 3. par soy faict 9, le mesme par 3. faict 27, & cestuy-cy par 3. faict 81, &c. Ils ont veu qu'il estoit necessaire, de donner des propres noms à ces nombres, par lesquels on les pourroit distinctement signifier, appellans le premier en l'ordre *Prime*, que nous signifierons par ①, & le deuxiesme en l'ordre ils le nommoient *Seconde*, que nous denoterons par ②, & ainsi des autres, par exemple:

①2. ②4. ③8. ④16. ⑤32. ⑥64, &c.

Item:

①3. ②9. ③27. ④81. ⑤243. ⑥729, &c.

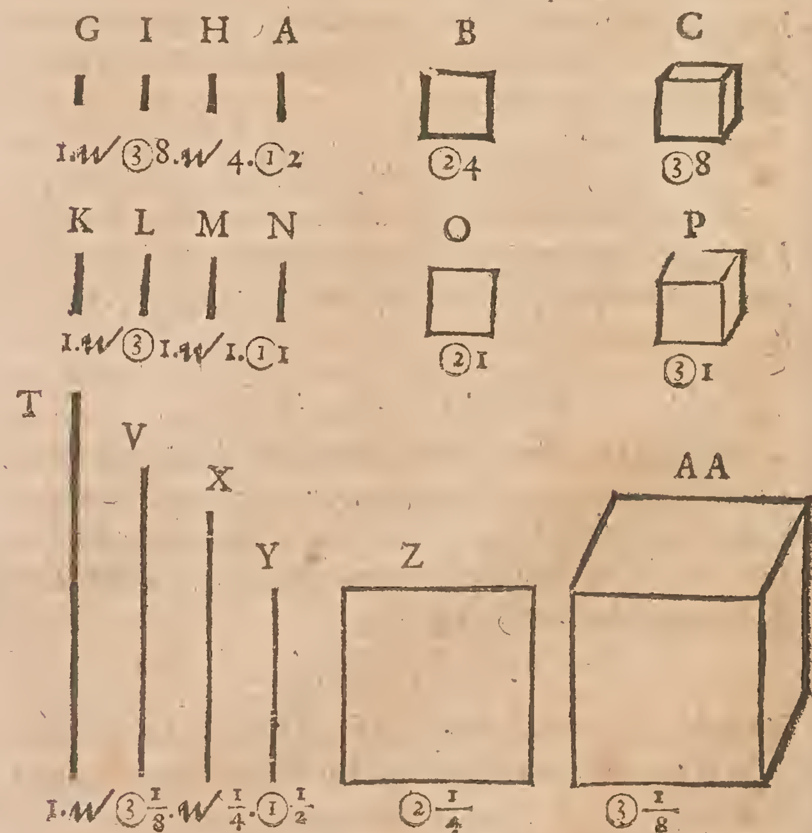
Puis voyans que ce premier nombre, estoit comme costé de quarré, & le second son quarré, & le troisiesme le cube du premier, &c. & que ceste similitude des nombres & grandeurs, manifestoit plusieurs secrets des nombres, ils leur ont aussi attribué les noms des grandeurs, appellans le premier *Costé*, le second *Quarré*, le troisiesme *Cube*, &c. & consequemment tous ces nombres en general *Nommes Geometriques*. Mais consideré l'utilité de la parfaicte intelligence de la communauté de ces nombres avec leurs grandeurs, nous descriprons ces grandeurs par ordre comme leur fondement, en ceste sorte:

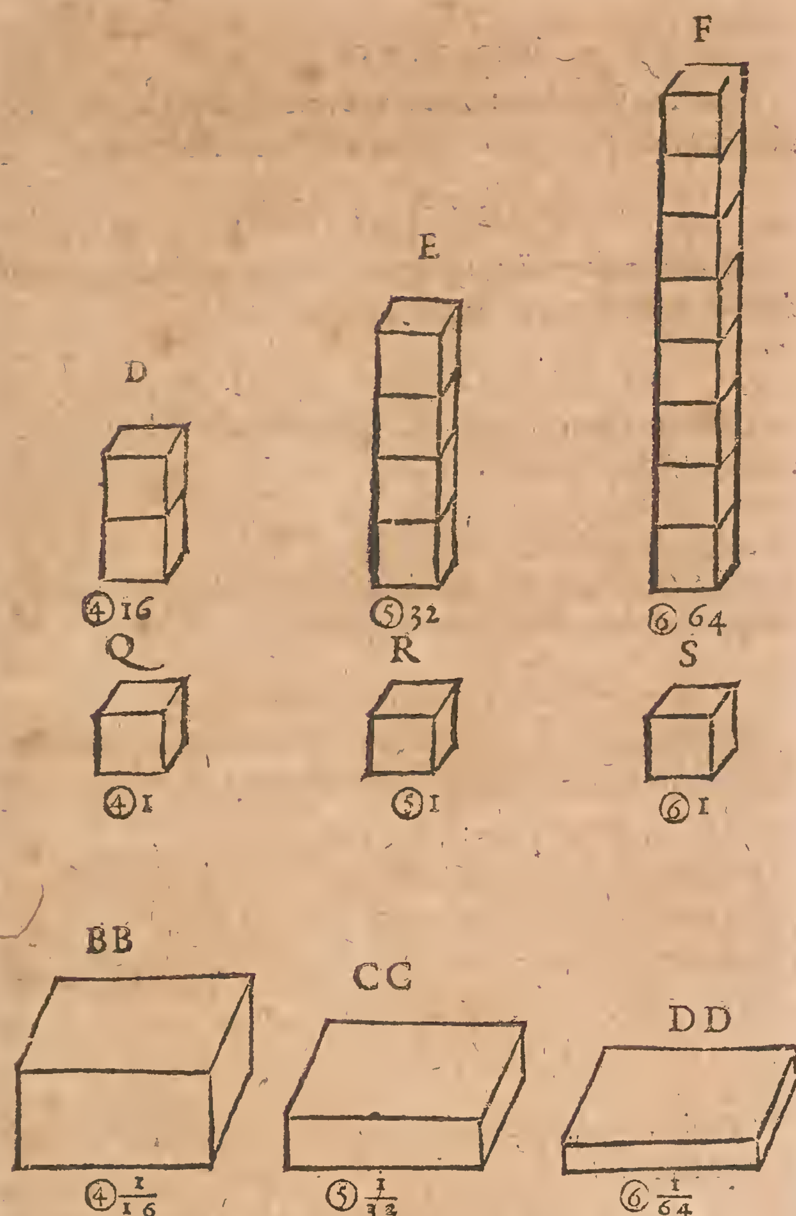
DESCRIPTION DV FONDEMENT DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

SOIT tirée la ligne A, de laquelle la quantité soit plus grande qu'unité, comme 2. (2. doigts ou pieds, ou ce que l'on voudra.) Puis soit escript le quarré B, duquel le costé soit egal à la ligne A, & semblablement le cube C, duquel le costé soit egal à A. Item le docide D (c'est à dire, poutre ou solide rectâgle, qui a le costé entre deux quarrez oppositez plus long que le costé du quarré) en telle raison au cube C, comme le nombre expliquant le quarré B, au nombre expliquant la A, & que sa base quarrée (comme aussi de tous les docides suivans) soit egal au quarré B. Puis le docide E, en telle raison à D, comme D à C. Item le docide F, en telle raison à E, comme D à C: & ainsi on pourroit continuer plus avant. Puis soit tirée la ligne G, respondante à l'unité: à sçavoir a telle unité, comme A en faict 2. Item soit tirée la ligne H, moyenne proportionelle entre G & A. Item la ligne I antecedente de deux moyennes proportionelles entre G & A. & les quantitez des grandeurs seront telles A 2. B 4. C 8. D 16. E 32. F 64. H. racine quarrée de racine quarrée de 4. (à sçavoir du quarré B,) & I racine cubique, de racine cubique de 8, (à sçavoir du cube C) & L vaudra 1. Et sera achevé le premier rang procedant de la ligne A maieure qu'unité.

Soit aussi descript de mesme sorte le rang K. L. M. N. O. P. Q. R. S. desquelles N soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit de unité, & O soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & toutes les quantitez comme P Q R S, seront cubes & la quantité de chascune grandeur sera 1. Et sera achevé le second rang procedant de la ligne N, de laquelle la quantité est unité.

Et de mesme sorte soit descript le rang T. V. X. Y. Z. AA. BB. CC. DD. desquelles Y soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit moindre qu'unité, comme $\frac{1}{2}$, & Z soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & les quantitez BB. CC. DD. seront proportionels plinthides, c'est à dire tuilles ou solides rectangles, qui ont le costé entre deux quarrez oppositez plus court que le costé du quarré, & leurs quarrez sont egaux au quarré Z. Et les quantitez des grandeurs seront telles Y $\frac{1}{2}$. Z $\frac{1}{4}$. AA $\frac{1}{8}$. BB $\frac{1}{16}$. CC $\frac{1}{32}$. DD $\frac{1}{64}$. X racine quarrée de racine quarrée de $\frac{1}{4}$, à sçavoir du quarré Z, & V racine cubique de racine cubique de $\frac{1}{8}$, à sçavoir du cube AA, & T vaudra 1. Et sera parfaict le troisiesme rang procedant de la ligne Y moindre qu'unité.





Voyla achevée la deſcription du fondement des nombres Geometriques,par lequel nous eſperons facilement demonſtrer leurs vrayes proprietez, & refuter legitimement quelques abſurditez en uſe.

Premierement faut conſiderer, qu'au lieu de noſtre ſexte quantité F qui eſt docide,& de la ſexte quãtite DD qui eſt plinthide,il eſt vulgaire d'en faire un cube qu'ils appellent cube de quarré, ou quarré de cube. Et ſemblable differéce y a il en toutes les figures ſuivantes la quarte quantite: mais que ces formes cy ſont les vrayes & naturelles & pas celles la, appert entre beaucoup d'autres par la racine, ou le coſté des meſmes quantitez. Par exemple,l'on requiert la racine ou le coſté de ladicte ſixieſme quantité F 64,nous diſons tous qu'il eſt 2, Or voyons quelle des figures eſt propre, vrayement c'eſt le docide, & point le cube:car il appert en noſtre figure F,que chaſque coſté des baſes eſt egal à A, qui faict 2 par l'Hypotheſe: mais quand au lieu de F docide, ſera faict un cube: ſon coſté ſera 4: on dira doncques que le coſté de 4 eſt 2, qui eſt abſurd. Et de meſme ſorte quand le coſté de tel cube ſera 100, tu le diras eſtre 10. Item quand pour la ſixieſme quantité DD $\frac{1}{64}$ qui eſt plinthide, on met un cube, nous dirons tous que ſon coſté ſera $\frac{1}{2}$, ce qui eſt vray au plinthide,mais au cube il ſera manifeſte qu'en tout ſon corps n'y a aucune ligne ſi longue,car ſon coſté ſera ſeulement de $\frac{1}{4}$, ergo abſurd. Et ſemblable improprieté ſe pourra demonſtrer aux autres quantitez. Telles figures doncques ne nous expliquent pas les vrais fondemens.

Au ſecond; veu que la proportion des quantitez eſt continue,c'eſt equitable & utile,que la meſme cõtinuité appert auſſi à l'œil aux figures, comme au precedent fondemét.La reſte dependant de ceſte matiere ſera declairée au ſuivant chaſcun en ſon lieu, la ou il viendra à poinct.

Definition XIV.

Commencement de quantité, eſt tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, ſon charactere eſt tel ⓪.

Explication.

Comme (par exemple) c'eſt autre choſe au zodiaque le commencement du Bellier, autre le premier degré du Bellier: car l'un eſt poinct, l'autre ligne: à ſçavoir la $\frac{1}{360}$ de ſon circle. Ainſi voulons nous ici par commencement de quantité ſignifier autre choſe que par premiere quantité de laquelle la definition s'enſuit. Doncques tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, qu'on uſe en computation algebraique comme 6 ou √ 3 ou 2 + √ 3, &c. nous l'appellons commencement des quantitez, le charactere le ſignifiant eſt tel ⓪: mais ſera ſeulement uſé quand les nombres Arithmetiques ou radicaux ne ſeront pas abſolutement deſcripts.

Definition XV.

Prime quantité, eſt un ligne droicte nombre expliquée, ſon charactere eſt tel ①.

Explication.

Comme la ligne A, nombre expliquée, à ſçavoir 2, s'appelle prime quantité, & de meſme ſorte eſt prime quantite la ligne N, de laquelle le nombre l'explicant eſt 1. Item la ligne Y de laquelle le nombre l'explicant eſt $\frac{1}{2}$.

Definition XVI.

Seconde quantité, eſt un quarré deſcript d'une ligne egale à la prime quantité, ſon charactere eſt tel ②.

Explication.

Comme le quarré B, s'appelle ſeconde quantité, & de meſme ſorte ſont ſecondes quantitez les quarrez O & Z.

Definition XVII.

Tierce quantité, eſt un cube duquel le coſté eſt egal à la prime quantité, ſon charactere eſt tel ③.

Explication.

Comme le cube C, s'appelle tierce quantité, & de meſme ſorte ſont tierces quantitez les cubes P & AA.

Definition XVIII.

Quarte quantité, eſt un ſolide rectangle, duquel deux baſes oppoſités ſont quarrez egaux à la ſeconde quantite, & en telle raiſon à la tierce quantité, comme le nombre de la ſeconde quantité au nombre de la prime quantité: ſon charactere eſt tel ④. Quinte quantité eſt un ſolide rectangle duquel deux baſes oppoſités ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon à la quarte quantité, comme la quarte à la tierce: ſon charactere eſt tel ⑤. Et la meſme raiſon a toute autre quantité conſequente à ſon antecedente.

Explication.

Comme les ſolides rectangles D. Q. BB s'appellent quartes quantitez. Item les ſolides rectangles E & R & CC s'appellent quintes quantitez, & F. S. DD. ſextes quantitez, & ainſi des autres ſemblables.

Nota.

Il eſt à noter que les trois premieres quantitez deſquelles avons dict cy deſſus (à ſçavoir prime, ſeconde, & tierce quantité) ne changent point de forme, comme faict la quatrieſme & autres enſuivantes: c'eſt à dire ① eſt touſiours quelque ligne droicte, & ② touſiours quarré. Et la troiſieſme quantité touſiours cube, mais la quarte quantité & autres ſuivantes ne ſont pas touſiours figures de meſme forme: car quand le nombre de la ① eſt maieur que unité, ſeront tous docides, & eſtant unité, ſeront tous cubes: mais eſtant moindre que unité, ſeront tous plinthides.

QVE LES DIGNITEZ OV DENOMINATEVRS *des quantitez ne sont pas necessairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques.*

Il est assez notoire à ceux qui s'exercent en computations algebraiques (car c'est à eux que nous parlons ici) que quand il y à extraire racine quarrée de ①, ou de ③, ou bien racine cubique de ② & de semblables, qu'il faut dire, que c'est racine d'autant. Par exemple, racine quarrée de 4① se dict √ 4①; la raison est, qu'il n'y à en use aucunes algebraiques quantitez qui pourroyent autrement signifier telles racines. Toutesfois le $\frac{1}{2}$ en circle seroit le charactere de racine de ①, parce que le mesme (suivant la reigle de multiplication des autres quantitez) multiplié en soy donne produict ①, & par consequent $\frac{3}{2}$ en un circle seroit le charactere de racine quarrée de ③, par ce que telle $\frac{3}{2}$ en circle multipliée en soy donne produict ③, & ainsi des autres; de sorte que par tel moyen on pourroit de toutes simples quantitez extraire especes de racines quelconques, comme racine cubique de ② seroit $\frac{2}{3}$ en circle, &c.

Or par la consideration de ces choses nous est devenu manifeste ce qui au paravant nous estoit plus obscur, à sçavoir, que la prime quantité, laquelle les algebraiciens usent pour l'inferieure, ne l'est pas consideré ce qui consiste potentiellement en eux: mais comme il y a un infini maieur progres des quantitez depuis l'unité, ou de la prime quantité en ascendant, comme ①②③, &c. ainsi y a il semblable infini moindre progres de la prime quantité en descendant, qui se pourroit signifier par $\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{4}$ en circles, & si pourroit on par les mesmes proceder comme par denominateurs entiers.

Or si l'usage de telles quantitez pouvoit avancer en la reigle de trois algebraique (vulgairement dicte equation) à sçavoir que par icelles on sceust venir au dessus des quantitez ④③②①⓪ de Lois de Ferrare (ce qu'avons tenté, mais combien qu'ainsi je pouvois extraire racines de toutes quantitez; toutesfois n'y avons peu avenir, comme à son lieu en dirons plus amplement) certes leur usage seroit par raison à conceder. Mais n'estant cela pour l'heure pas ainsi, userons seulement les vulgaires entieres, d'autant plus que toutes computations algebraiques se peuvent achever sans icelles. Car à la fin autant faisons par racine de 4①, comme par 2 mis devant $\frac{1}{2}$ en circle. Tellement que par ce discours avons seulement voulu manifester ce qui consiste potentiellement en la matiere, à fin que par ainsi rendissions le subject plus notoire. Il pourroit aussi avenir que ceste souvenance causeroit à un autre quelque avancement.

DEFINITION XIX.

Nombre algebraique entier, est quantité ou composée multitude de quantitez.

EXPLICATION.

Il est à considerer qu'integrité ou fraction de nombre algebraique, ne se refere point au nombre de multitude, ou valeur de la quantité; mais seulement à la denomination ou dignité d'icelle, car $\frac{3}{4}$① ou √ 2③, & semblables, sont autant nombres algebraiques entiers comme 3①, par ce que comme nous avons dict nous prenons seulement regard à la denomination de la quantité, qui est icy entiere: mais fraction algebraique est telle comme la definition en suict.

DEFINITION XX.

Nombre algebraique rompu, est partie ou parties de nombre algebraique entier.

EXPLICATION.

Comme $\frac{2①}{3②}$ est nombre algebraique rompu, qui s'explique ainsi; deux primes divisées par trois secondes.

DEFINITION XXI.

Quantitez entre elles premieres, sont celles qui n'ont point de diverses especes de quantitez pour commune mesure.

DEFINITION XXII.

Quantitez entre elles composées sont celles, qui ont diverses especes de quantitez pour commune mesure.

DEFINITION XXIII.

Rompu algebraique premier est celuy duquel le numerateur & nominateur sont nombres entre eux premiers.

DEFINITION XXIV.

Quantitez continues en l'ordre, sont celles entre lesquelles ne defaut aucune quantité de leur naturelle progression.

EXPLICATION.

Comme ⓪&①. Item ②&③. Item ①②③④, &c. s'appellent quantitez continues. Et par le contraire est manifeste qu'elles quantitez sont discontinues, à sçavoir comme ①&③, ou ②&⑤, &c.

DEFINITION XXV.

Superieure quantité est celle, de laquelle le nominateur l'explicant est maieur.

EXPLICATION.

Comme ④ appellons superieure ou plus haulte quantité que ② ou ③, & par le contraire est manifeste qu'elle est quantité inferieure. Nous appellons telle quantité, quantité superieure; à fin d'oster l'ambiguité qui se rencontre en les appellans quantitez maieures: par exemple soyent 6① & 3②, Or si l'on parle icy de maieure quantité, sera chose ambigue, quel des deux sera la maieure: à sçavoir si le vocable maieure se devra referer au nombre de la multitude des quantitez: en quel respect seront maieures les 6①; ou en respect des nominateurs des quantitez, selon lequel sont maieures les 3②. Ou en respect de leurs valeurs, selon lequel chascun pourra estre le maieur. Par exemple, si la valeur de 1④ fust 2, les trois ② seront maieures, car vauldront 24; & les 6① seulement 12: mais si la valeur de 1① fust 1, alors au contraire les 6① seront maieures: car elles vauldront 6, & les 3② seulement 3: mais quand nous disons de la superieure quantité, ce sera sans doubte parlé des 3②.

DEFINITION XXVI.

Multinomie algebraique est un nombre consistant de plusieurs diverses quantitez.

EXPLICATION.

Comme 3③ + 5② − 4① + 6 s'appelle multinomie algebraique. Et quand il aura deux quantitez, comme 2① + 4② s'appellent binomie, & de trois quantitez s'appellera trinomie, &c.

DEFINITION XXVII.

① Appliquée à ⓪ nous nommons quantitez primitives. Et quantité quelconque superieure que ① appliquée à ⓪ leurs derivatives, & toutes quantitez appliquées a ⓪ ausquels n'existent autres inferieurs denominateurs de quantitez à leurs denominateurs proportionels, nous nommons primitives, & icelles proportionelles leurs derivatives.

EXPLICATION.

Comme ① & ⓪ nous nommons quantitez primitives, & leurs

& leurs derivatives comme ② ⓪, ou ③ ⓪, ou ④ ⓪, &c. Mais quand il y a plus d'une quantité appliquée a ⓪, comme ② ① ⓪, ou ③ ① ⓪, ou ③ ② ⓪, ou ③ ② ① ⓪, ou ④ ② ① ⓪, ou ④ ③ ② ① ⓪, &c. ausquels n'existent autres inferieurs denominateurs à leurs denominateurs proportionels & de mesme multitude, nous les nommons primitives; & quand autres appliquez nominateurs sont à iceux appliquez denominateurs proportionels, nommons iceux autres leurs derivatifs, comme ④ ② ⓪ sont derivatifs desdicts ② ① ⓪, parce que comme 2 a 1 (denominateurs) ainsi 4 a 2, & pareillement dirons ⑥ ③ ⓪ estre derivatifs desdicts ② ① ⓪, par ce que comme 2 a 1 ainsi 6 a 3. Et de mesme sorte dirons ⑥ ② ⓪ estre derivatifs de ③ ① ⓪. Et semblablement ⑧ ⑥ ④ ② ⓪, ou ⑫ ⑨ ⑥ ③ ⓪ estre derivatifs de ④ ③ ② ① ⓪, & ainsi des autres.

Mais pour dire de l'utilité de ceste definition, faut sçavoir, qu'en la regle de proportion des quantitez, la ou par trois termes donnez, nous cherchons un quatriesme proportionel, les derivatifs ont la mesme maniere d'operation que leurs primitifs. Comme si les deux premiers termes furent derivatifs, tels ② ⓪, ou ③ ⓪, ils auront une operation semblable à celle de leurs primitifs ① & ⓪. Item si les deux premiers termes furent ④ & ② ⓪, ou ⑥ & ③ ⓪, &c. ils auront une operation semblable à icelle de leurs primitifs ② & ① ⓪. Et ainsi de tous autres: d'ou s'ensuyvra qu'en un seul probleme, à sçavoir le 78. comprehendrons tous les derivatifs (qui sont en infini) des antecedens primitifs; Pourtant celuy qui voudra bien entendre ledict 78. prob. il sera necessaire de bien entendre ceste definition.

Definition XXVIII.

Quantitez postposées sont celles qui en l'algebre se posent aucunefois apres les positives.

Explication.

Toutes les quantitez d'une algebraique operation, qui ne sont pas notées du signe des postposées quantitez, sont tousiours positives ou premieres posées, & d'une mesme progression, mais par ce pue en aucunes operations est necessaire de poser quantitez d'une autre progression que n'est la premiere, appellons les mesmes postposées quantitez, & leurs signes sont tels, 1 sec ① signifie une seconde ①, c'est à dire 1 ① secondement posée, car toutes quantitez qui n'ont point tel vocable comme 1 ① ou 3 ②, &c. sont positives ou premierement posées. Item 1 ter ① signifie une tierce ①; c'est à dire 1 ① tiercement posée. Item 2 sec ③ signifie 2 secondes ③, a sçavoir 2 ③ procedans de la 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① signifie 3 ① multipliées par 1 sec ①, ou le produict de 3 ① multipliées par 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① M ter ② signifie 3 ① multipliées par 1 sec ① & le mesme multiplié par 1 ter ②.

Item 5 ② D sec ① M ter ② signifie 5 ② divisées par 1 sec ①, & le mesme multiplié par 1 ter ②, &c.

Definition XXIX.

La prime quantité qui est egale au costé de chasque quantité, s'appelle aussi racine, la marque de costé ou racine est telle √.

Explication.

La prime quantité de la 15 definition s'appelle aussi metaphoriquement racine; & cela à cause que comme la racine est source de tout ce qui croist sur luy, ainsi ressemble la prime quantité la source ou racine de toutes les quantitez de son reng, & est tousiours egal a chasque costé du mesme, comme A au fondement est egale au costé de B, de C, de D (à sçavoir au moindre costé de D.) La marque signifiant racine ou costé est telle √, laquelle mise devant ③ comme √ ③ denote racine de cube, ou racine de tierce quantité: & semblablement √ ④ signifie racine de quarte quantité. Et de mesme sorte pourrions dire √ ② signifier racine de quarré, ou de seconde quantité, mais pour la signifier il est en use (a cause de brieveté) de delaisser le signe ②, & mettre seulement √, par lequel on entend racine ou costé de quarré.

Que racine est vocable convenable a l'art.

Il y a des aucuns qui rejectans le vocable racine, disent, costé de quarré ou de cube, ne se pouvoir nommer racine sinon ineptement, mais à mon avis ils n'exhibent pas convenable distinction. Car combien que racine est tousiours egale à costé; toutesfois autre quantité, est racine comme A, que costé de B ou de C: pourtant quand nous disons racine de B, c'est à dire A: car A est sa racine ou source: mais quand nous disons costé de B, qui est a la A egal, a donc nous parlons du costé essentiel de B. Nous userons donc à bon droict avec les anciens le vocable racine là ou il viendra à poinct.

Definition XXX.

Racine de quarré de racine de quarré, est une ligne moyenne proportionelle entre la prime quantité, & une ligne respondante à l'unité de la mesme: sa marque est telle √√. Et racine cubique de racine cubique, est l'antecedente ligne de deux lignes moyennes proportionnelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme, sa marque est telle √√ ③. & ainsi des autres semblables.

Explication.

Comme la ligne H s'appelle racine quarrée de racine quarrée, a sçavoir du quarré B, car par la construction du fondement elle est moyenne proportionelle entre A & G, laquelle G respond à l'unité de la A, Semblablement dirons la M & X estre racines quarrées de racines quarrées. Et de mesme sorte entendra on la racine quarrée de racine quarrée de racine quarrée de B estre la moyenne ligne proportionelle entre G & H, de laquelle la marque est telle √√√. & semblablement procedera on en infini pour les racines quarrées de racines quarrées quelconques.

Item la ligne I s'appelle racine cubique de racine cubique (à sçavoir du cube C:) car par la construction du fondement elle est antecedente ligne de deux moyennes lignes proportionelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme. qui est entre G & A. Et semblablement dirons les lignes L & V estre racines de racines cubiques.

De mesme sorte entendra on la racine cubique de racine cubique de racine cubique de C estre l'antecedente ligne de deux moyennes proportionelles entre G & I, sa marque sera telle √√√ ③. & ainsi procedera on en infini pour racines de racines cubiques de racines cubiques quelconques.

Et ainsi procedera on en toutes les autres quantitez; car la racine de racine de quarte quantité, est l'antecedente ligne de trois lignes moyennes proportionelles entre G & A, de laquelle la marque sera telle √√ ④.

Nota I.

Nous avons dict à la 29 definition que racine de quarré a marque telle √. Item à la 30 definition, que racine de quarré, de racine de quarré a marque telle √√: mais

mais faut bien noter ceste syllabe *de*, car √ ne signifie pas simplement racine, mais il y faut encore adjouster ledict *de*, veu qu'il y a grande difference entre racine, & racine *de*. Comme par exemple √ 4 signifie racine de quarré 4, laquelle vaut 2, mais racine quarrée 4, vaut 4, comme le quarré 16, à sa racine 4, & point √ 4. Ledict avertissement du vocable *de*; appliquera on aussi à toutes autres racines comme √ ③, √ ④, &c.

NOTA 2.

Ceste marque signifiant racine de quarré telle √, & de racine de racine de quarré telle √√, est par plusieurs en use, est aussi fort commode pour telle signification, & continuant telle progression s'ensuit que √√√ doibt signifier racine de racine, de racine de quarré. Ils font donques improprement ceux qui par √√√ veullent signifier racine de cube; veu qu'autre chose est racine de cube, que racine de racine, de racine de quarré. Car la ligne A au fondement est (comme aussi de toutes les quantitez suyvantes) egale à la racine du cube C. Mais racine de racine, de racine de quarré, est la ligne moyenne proportionelle entre G & H. laquelle est bien d'autre quantité (excepté quand la racine est 1, comme au second rang des figures du fondement.) Et pour en donner exemple en nombres, il est notoire que √√√ 256. est 2. mais √ ③ 256, est plus que 6.

Concluons doncques que √√√ ne peult distinctement signifier racine cubique.

Quant aux figures comme ℞ ℨ, &c. qu'aucuns suyvans les anciens usent au lieu de nos marques ① ② ③ (qu'aussi a usé Raphael Bombelle, excepté ⓪) peut estre que les mesmes ont vulgairement (comme aupres de nous L cincquante, C cent, M mille, &c.) aupres les Arabes invéteurs de l'algebre signifie les mesmes que 1.2.3. &c. ou ①②③. Mais quoy qu'il en soit, j'entens la signification de telles characteres necessaires à l'Arithmeticien pour entendre les autheurs qui les usent : mais en nostre Arithmeticque nous n'en userōs pas, n'y aussi ceux qui feront selon nostre conseil : car l'utilité des marques ⓪①②③④, &c. est telle, que l'operation qui par iceux characteres est obscure, laborieuse, & ennuieuse, (par ce que telles figures ne nous signifient pas vulgairement ce qu'ils denotoyent d'aventure aux Arabes) sera par ces marques claire, legiere, & plaisante. Car comme les characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. (en respect de plusieurs autres marques signifians nombres) ne sont seulement brieves, mais necessaires : voire il semble, que sans leur convenable & naturel ordre, il eust esté impossible à l'homme de parvenir aux secrets d'Arithmetique qu'il a acquis; Et de mesme sorte entendra on que cecy sont les characteres qui au naturel ordre sont requis; lesquels aux quatre numerations generales, & principalement aux rompuz des mesmes qui souventesfois se rencontrent, voire par toutes computations algebraiques, donnent telle facilité, que ce qu'a plusieurs seroyt autrement impossible de comprendre, leur sera facile, mettant le tout au jugement de ceux qui entendent la chose.

Or estant ainsi definies les grandeurs du fondement, faut maintenant venir à leurs nombres.

DEFINITION XXXI.

Nombre expliquant la valeur de quantité geometrique, s'appelle nombre geometrique, & obtient le nom conforme à l'espece de la quantité qu'il explique.

EXPLICATION.

Comme le nombre 2. explicant la valeur de la prime quantité A, ou le nombre 1 la valeur de la prime quantité N, ou le nombre $\frac{1}{2}$ la valeur de la prime quantité Y, s'appellent (par ce que les mesmes primes quantitez sont racines) nombres radicaux.

Item le nombre 4, explicant la valeur de la seconde quantité B, & semblablement 1 de O, & $\frac{1}{4}$ de Z, se nomment (par ce que les mesmes secondes quantitez sont quarrez) nombres quarrez.

Item le nombre 8, explicant la valeur de la tierce quantité C, & semblablement 1 de P, & $\frac{1}{8}$ de A A, s'appellent (par ce que les mesmes tierces quantitez sont cubes) nombres cubiques.

Item le nombre 16 explicant la valeur de la quarte quantité D, & semblablement 1 de Q, & $\frac{1}{16}$ de B B, s'appellent (par ce que les mesmes sont quartes quantitez) nombres de quarte quantité; & ainsi des autres semblables.

Item le nombre 2 explicant la valeur du costé de B, & semblablement 1 du costé de O, & $\frac{1}{2}$ du costé de Z, se nomment (parce que se sont costez de quarrez) costez de quarrez. Et 2 explicant la valeur du costé de C, s'appelle costé cubique, & de D, costé de quarte quantité, &c.

Item le nombre √√ 4 explicant la valeur de H, & semblablement √√ 1 de M, & √√ $\frac{1}{4}$ de X, se nomment racines quarrées de racines quarrées, parce que telles lignes par la 30 definition sont racines quarrees de racines quarrées.

Item le nombre √ ③ 8 explicant la valeur de I, & semblablement √√ ③ 1 de L, & √√ ③ $\frac{1}{8}$ de V, s'appellent racines cubiques de racines cubiques; parce que telles lignes par la 30 definition sont racines cubiques de racines cubiques.

NOTA.

Il est vray que √ ④ vaut le mesme que √√, comme √ ④ 81 vaut 3, comme faict aussi √√ 81. Mais entant que l'une est ligne comme H, & l'autre costé de quantité comme D, elles sont par raison à distinguer.

QUE NOMBRES QUELCONQUES PEUVENT estre Nombres quarrez, cubiques, &c. Aussi que racine quelconque est nombre.

Puis que les nombres explicans les valeurs des quantitez geometriques, reçoivent un nom conforme à la mesme quantité (comme 4 ou 9 & semblables explicans les valeurs des quarrez, s'appellent pourtant nombres quarrees. Item 8 & 27, &c. explicans les valeurs de cubes, s'appellent pourtant nombres cubiques) s'ensuit que 6 ou 7 ou 8, & semblables explicans les valeurs des quarrez, se nommeront pourtant aussi nombres quarrez. Et 9 ou 10, &c. explicans les valeurs des cubes s'appelleront pourtant aussi nombres cubiques. Ce que estant apertement ainsi, s'ensuit que ceux la s'abusent qui veulent le contraire. Mais quelle est leur raison? 8 me dira quelque adversaire ne peut estre nombre quarré, par ce qu'il n'y a nul nombre qui multiplie en soy, produise 8. Il est vray (dira il) que racine de 8 en soy les produict, mais elle n'est pas nombre : Or je luy pourrois nier qu'aucun nombre soit pourtāt nombre quarré, par ce qu'il se trouve nombre qui multiplié en soi produict le mesme nombre, consideré qu'il obtient seulement le nom de quarré, pource qu'il explique sa valeur, & point pour quelque autre accident: de sorte que 4 ou 9, ou semblables considerez simplement, & abstraicts de quarrez, ne sont pas nombres quarrez : Mais passant tout cecy, nous respondrons à son propos, prouvants que la √ 8, est nombre en ceste sorte: La partie est de la mesme matiere qu'est son entier;

entier; Racine de 8 est partie de son quarré 8: Doncques √ 8 est de la mesme matiere qu'est 8: Mais la matiere de 8 est nombre; Doncques la matiere de √ 8 est nombre: Et par consequent √ 8 est nombre. Aussi que seroit ce de dire, le quarré de √ 8 est 8, mais 8 n'est point quarré? vrayment c'est absurd, & ne se peut par distinction tant faire, que tel fondement ne demeure confus. Doncques √ 8 est nombre, & par consequent 8, voire & nombre quelconque, comme √ 6, ou √③ 3, & semblable, expliquant la quantité d'un quarré, ou en effect, ou seulement par l'hypothese, est nombre quarré. Il est vray que 4 & 9, & semblables, sont quarrez de quelque autre proprieté que n'est nombre quarré 8, & requierent distinction; mais pas faulse, n'y causant confusion, mais plustost facilité, laquelle sera; que ceux la sont nombres quarrez à leurs racines commensurables, ceux cy incommensurables.

Nous pourrions faire plus long discours sur ceste matiere; mais transportant le different entre noz theses mathematiques; Concluons icy pour les raisons susdictes, que tous nombres quels qu'ils soient peuvent estre nombres quarrez, cubiques, &c. Aussi que racine quelconque est nombre.

QVE LA QVINTE QVANTITE NE SE doibt point nommer sursolidum, ou plus long d'un costé.

Les aucuns nomment la quinte quantité sursolidum; les autres plus long d'un costé: par sursolidum denotent ilz une sourde quantité solide; Sourde (disent ilz) par ce qu'elle n'a ny racine quarrée, ny racine cubique discrete; en quoy ils s'abusent: car combien que tel accident avient à aucunes, il n'aviendra point à infinies autres, car racine de quinte quantité 1024, est 4, & la racine quarrée du mesme nombre 10 24, est 32. Item la racine de quinte quantité 32768, est 8, & racine cubique du mesme nombre est 32. Aussi la potence de quinte quantité de 64, aura (par la 9 proposition du 9 livre d'Eucl.) racine de quinte quantité, & racine quarrée, & racine cubique; Et encore que cela ne fust pas ainsi, ce seroit mauvaise consequence de dire; la quinte quantité n'a point de racine quarrée, ou cubique discrete; ergo elle est absurde; car comme le quarré tient sa racine quarrée, & le cube sa racine cubique, ainsi tient la quinte quantité, sa racine de quinte quantité. Doncques la quinte quantité n'est point sourde, ny sursolidum.

Quant à l'appellation de plus long d'un costé, elle est aussi mal propre; veu que la quinte quantité R, est un cube; aussi que plusieurs autres quantitez, comme les quartes D, & B B, qui sont aussi plus longues d'un costé, toutesfois ne sont pas quintes quantitez. A fin doncques d'oster d'une part toutes ambiguitez, & improprietez, & que d'aultre part aurions vocables servans à la facilité de la doctrine, nous les appellons quarte, quinte, sexte quantité, &c.

QV'IL NY A AVCVNS NOMBRES ABSVRdes, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds.

C'est chose tresvulgaire entre les Autheurs d'Arith. de traicter de nombres, comme √ 8, & semblables, qu'ils appellent absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, sourds, &c. Ce que nous nions, à quelque nombre avenir: Mais par quelle raison l'adversaire le pourra il prouver? Il me dict premierement, que racine de 8. est à nombre Arithmeticque (comme 3 ou 4) incommensurable, ergo √ 8, est absurde irrationelle, &c. Mais la conclusion est absurde, veu que l'incommensurance ne cause pas absurdité des termes incommensurables, ce que s'esprouve par la ligne & superficie qui sont grandeurs incommensurables; c'est à dire, qu'ils ne reçoyvent point de commune mesure, toutesfois ny ligne ny superfice n'est quantité absurde ny inexplicable: car disant, que celle la est ligne, & ceste cy superficie, nous les expliquons. Et encore que ceste incommensurance procreast (ce que toutesfois ne peut estre; mais posons les cas) absurdité à l'une des quātitez comparées, nous trouverons le nombre Arithmeticque autant coulpable, que le radical: car comme la Sphere autant que le cube, & le cube autant comme la Sphere, est cause de leur dissimilitude; ainsi de ces nombres. Mais pour faire encore autre preuve par deux quantités d'un mesme genre de grādeur, prenons le costé & diagonale d'un quarré, qui sont lignes entre elles (par la derniere proposition du 10. livre d'Euclide) incōmensurables, toutesfois ny diagonale, ny costé (abstraict de nombre) n'est ligne absurde ou irrationelle. l'incommensurance doncques des quantitez, n'est pas l'absurdité d'icelles, mais c'est plustost leur naturelle mutuelle habitude. L'adversaire me replique qu'il y a lignes rationelles, & irrationelles, (desquelles traicte Euclide en son dixiesme livre) les definitions desquelles (selon Campane defin. 5 & 7. que Zambert met la 7 & 8) sont telles: *Toute ligne droicte proposée s'appelle rationelle. Et les lignes à icelle incommensurables, se nomment irrationelles:* Dont il conclud, que les nombres explicans ces lignes irrationelles, sont nombres irrationelz. Ie respons qu'il est notoire que c'est argument soit inartificiel consistant en seule authorité, à laquelle il faut preferer l'irrefutable raison, qui est; Premierement que demonstrerons contradiction en ceste sorte: Soit ligne proposée la diagonale (car la definition dict de toute ligne) d'un quarré duquel le costé est 2: Or ceste ligne proposée (dict il) est rationelle, & le nombre l'explicant sera de mesme qualité; parquoy le nombre explicant ceste ligne qui est √ 8. sera rationel: & d'aultre part dict que √ 8 est irrationelle; ce qui est contradiction. Au second nous pouvons demonstrer (mesmes selon le dire de l'adversaire) que nulle ligne n'est par soy irrationelle: car s'il dict que celle la est rationelle (à sçavoir diagonale ou costé de quarré) qu'on explique par nombre Arithmetique; & l'autre irrationelle; s'ensuit que selon l'attribution du nombre Arithmeticque, le costé pourra l'une fois estre rationel, autrefois irrationel; doncques il ne l'est pas par soy, mais en respect d'un nombre dont il y a icy question: Tel argument doncques n'est pas pour luy; ains plustost une declaration de la confusion consistante en son opinion. Qu'est ce qu'il a encore?

Il me mande que je luy explique quelle chose soit √ 8. Ie luy respons qu'il m'explique quelle chose soient $\frac{3}{4}$ (qui selon son dire sont rationels) & puis je la luy expliqueray. Il me dira d'adventure que $\frac{3}{4}$ (pour changer de voix) sont $\frac{6}{8}$. Et je luy respons que √ 8 est √ $\frac{16}{2}$. Il dict que $\frac{3}{4}$ sont à tout nombre Arithmeticque commensurable, & √ 8 à nul d'iceux; Ie luy respons que √ 8 est a infiniz nombres, comme √ 2. √ 32. commensurable, & $\frac{3}{4}$ à nul d'iceux. Il me dict, que si on partist une chose en 4 parties egales, que $\frac{3}{4}$ est cela qui denote la quantité de trois d'icelles parties; & je luy respons, que si la grādeur d'un quarré fust 8, que √ 8 est le nombre qui denote la quantité de son costé. Item si on luy demande combien soit le quotient de la division de 3 par 4, il respondra que c'est le quotient de la division de 3 par 4: Et tout par mesme elegāce dis-je qu'en extrahant racine quarrée de 8, ce qui en sort est racine quarrée de 8. Ou s'il pense de satisfaire par quelque changement de voix, qui en effect est le mesme, disant

que

que tel quotient sont trois quarts, je luy feray le semblable sur la racine, disant que c'est le costé de quarré 8. Il veult que nous appliquons les nombres comme $\frac{3}{4}$ & √ 8, à quelque matiere, comme a une aulne, & dict qu'il me pourra monstrer legitimement les $\frac{3}{4}$ d'une aulne par la 9 proposition du 6 livre d'Euclide; Et moy je luy monstreray legitimement la racine quarrée de 8, d'une aulne par la 13 proposition du 6 livre du mesme Euclide. Car la ligne moyenne proportionelle entre toute l'aulne & une huictiesme partie d'icelle, est √ 8 de la mesme aulne.

Les qualitez doncques de √ 8 & $\frac{3}{4}$ (en tant que touche ceste question) sont semblables. Or de choses semblables se faict mesme jugement; par quoy si √ 8 est nombre absurd, irrationel, irregulier, inexplicable, & sourd: les $\frac{3}{4}$ le seront aussi; Mais l'adversaire ne concede cela aucunement; ains veut tout au contraire; il faut donc de necessité qu'il confesse que √ 8 est excellente, rationelle, reguliere, explicable, & bien oyante. Ce que nous avons demonstré de √ 8, sera aussi entendu de √ ③, & autres racines quelconques: car combien que de toute ligne ne pouvons legitimement couper racine cubique (à cause que les deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, ne sont encore geometriquement inventées) comme faisons racine quarrée, cela n'est pas la coulpe des nombres; car ce qu'en lignes ne sçavons faire, nous l'achevons par nombres facilement.

Mais a fin que parlions aussi de l'utilité de ceste matiere, & que l'on n'estime que ce soit disputé de l'ombre de l'asne, faut sçavoir que ceste absurde opinion de nombres absurds, que ce ne seroyent pas nombres, &c. a tellement obscurci la doctrine des incommensurables grãdeurs, que la difficulté du dixiesme livre d'Euclide (qui traicte de ceste matiere) est à plusieurs devenu en horreur, voire jusques a l'appeller la croix des mathematiciens, matiere trop dure à digerer, & en laquelle n'apperçoivẽt aucune utilité. C'est aussi ce ferme fondement, qui nous a avancé en la description d'icelles, qui s'ensuyvera en un traicté particulier, la ou sont rendu faciles & claires (à mon avis) en 3 problemes seulemẽt, les difficiles & obscures propositions dudict Dixiesme, qui en contient selon Zambert 118. Voire non pas seulement ce qui est contenu audict dixiesme, mais encore un facile infini progres des choses y commencées, lequel (infini progres dis-je) semble incomprehensible par tel fondement. Et celuy qui donnera plus de lieu à la raison, qu'a vaine opinion, plus de credit aux defenseurs, des parfaictes & divines Mathematiques, qu'a ceux qui l'accusent d'imparfection & d'absurdité, ne trouvera pas moindre facilité, en plusieurs operations Mathematiques, qui semblent autrement fort difficiles.

Nous concluons doncques, qu'il n'y a aucuns nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds; mais qu'il y a en eux telle excellence, & cõcordance, que nous avons matiere de mediter nuict & jour, en leur admirable parfection: Et s'il falloit dire d'absurdité; je la concederois plustost en nostre entendement, lequel ne peut autant comprendre des decrets qui consistent en la nature, qu'il soit digne comparaison à ce qu'il ignore. Finalement ce que nous n'avons satisfaict en ceste matiere par les argumens precedens, nous l'accomplirons contre tous adversaires par la 4[e] these de nos theses Mathematiques.

NOTA.

Aucuns au lieu de la quarte quantité, disent quarré de quarré; Et de la sexte quantité, quarré de cube, ou cube de quarré; Et de la huictiesme, quarré de quarré de quarré; Et de la neufiesme, cube de cube, &c. ce qui sont des noms de ce qui ne consiste point en grandeur. vray est qu'ils ont quelque similitude à leur subject en tant qu'il est nombre, mais trop obscure: Nous n'userons doncques pas de ces noms, d'une part pour les incommoditez qui en procedent, d'autre part pour la facilité des autres, comme apparoistra aux computations qui s'en feront cy apres.

DEFINITION XXXII.

Racine quarrée algebraique de quantité, est celle qui multipliée en soy, produict la mesme quantité. Racine cubique algebraique de quantité, est celle qui multipliée cubiquement, produict la mesme quantité; & ainsi de la quarte quantité & autres suyvantes.

EXPLICATION.

Comme 3 ① s'appellent la racine quarrée algebraique de 9 ②, parce que multipliees en elles produisent 9 ②; Et pour mesme raison 4 ② se disent la racine quarrée de 16 ④; Et 2 ② + 3 ①, la racine quarrée de 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Et 2 ① la racine cubique de 8 ③; Et 3 ② + 2 ① la racine cubique de 27 ⑥ + 54 ⑤ + 36 ④ + 8 ③. Et √ 3 ②, la racine de 3 ②, & ainsi d'autres semblables.

DEFINITION XXXIII.

Le nombre Arithmetique devant la marque de quantité, s'appelle nombre de multitude des quantitez; & dedans la marque, denominateur, ou dignité de quantité: mais derriere la marque, valeur de quantité.

EXPLICATION.

En toute quantité qu'on use en operation algebraique, il y a à considerer trois nombres differens; comme de multitude, denominateur, & valeur de quantité. Par exemple, 3 ② 12, c'est à dire trois secondes quantitez vallans douze, de sorte que le 3 est nombre de multitude des quantitez, & 2 denominateur de quantité, mais 12 valeur des quantitez.

Consideré bien ceste definition, à fin qu'au suyvant la disposition des characteres ne vous abuse: car comme 19 sont les mesmes cyfres que 91, toutesfois l'une est majeure quantité que l'autre; Tout ainsi ③ 8, sont les mesmes characteres que 8 ③, mais cestuy cy est bien un autre que cestuy la: car ③ 8 signifie cube, duquel la valeur est 8. Mais 8 ③, denote huict cubes desquels la valeur est icy encore incognue.

DEFINITION XXXIV.

Le nombre radical mis devant la marque de quantité & separé par signe tel ⵋ, sera nombre de multitude des quantitez: mais sans iceluy signe de separation, a lors √ denote la racine du nombre de multitude, ensemble la racine de la quantité.

EXPLICATION.

Comme √ 9 ⵋ ②, c'est à dire racine de 9 secondes, mais consideré que la √ se refere seulement au 9, & point à ②, ce que denote la marque de separation ⵋ: de sorte que √ ⵋ ②, vaut autant (veu que √ 9, faict 3) comme 3 ②; Mais quand le nombre radical sera a nombre Arithmeticque incommensurable, comme √ 5 ⵋ ②, il faut qu'il demeure ainsi; Mais sans icelle separation de la marque ⵋ, comme √ 9 ②, Ce sera aussi à dire racine de 9 secondes, mais consideré (par ce qu'il n'y a point de marque de separation) que la √ se refere & a 9, & a ②, de sorte que √ 9 ② vaut autant comme 3 ①. Item √ ③ 8 ③ autant comme 2 ①.

DEFI-

Definition XXXV.

Toute quantité s'appelle la potence de sa racine.

Explication.

Comme quarré 9 s'appelle la potence quarrée de sa racine 3; Et 8, potence quarrée de √ 8; & 27, potence cubique de sa racine 3; & 81, potence de quarte quantité de sa racine 3. & ainsi des autres en infini.

Definition XXXVI.

+ Signifie plus, & — signifie moins.

Explication.

Il avient à cause de l'incommensurance des nombres qu'il les faut conjoindre ou disioindre, par les motz de plus & moins. Mais par ce que les mesmes se rencontrent souvent aux operations Arithmetiques, tant des nombres algebraiques ou quantitez, que des nombres radicaux, l'on use pour briefveté des signes fort commodes, à sçavoir + signifiant plus, & — denotant moins.

Definition XXXVII.

Nombres commensurables sont ceux ausquels existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.

Explication.

Tous nombres Arithmetiques comme 7 & 9 (ausquels l'unité est la commune mesure) s'appellent nombres commensurables. Semblablement beaucoup des nombres geometriques, comme √ 27, & √ 3, lesquels ont pour commune mesure √ 3, comme apparoistera par le 20 probleme.

Definition XXXVIII.

Nombres incommensurables sont ceux ausquels n'existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.

Explication.

Comme 4 & √ 6, & autres semblables, par ce qu'il n'y a aucun nombre qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres incommensurables.

Nota.

Les commensurances & incommensurances des nombres qui se rencontrent aux binomies (car cest des binomies que traicterons d'oresenavant) se distinguent communement en trois especes, desquelles la premiere selon nostre maniere est telle:

Quelques deux nombres sont de telle condition, qu'ils sont commensurables, comme 5 & 6, ou √ 3 & √ 12 & semblables.

Devxiesme Espece.

Autres deux nombres y a il de telle qualité, qu'ils sont incommensurables, mais leurs quarrez sont commensurables. Comme 4 & √ 7, sont incommensurables: Mais leurs quarrez comme 16 & 7, sont commensurables.

Troisiesme Espece.

Il y a autres deux nombres de telle condition, qu'ils sont incommensurables, & leurs quarrez sont aussi incommensurables; comme 4 & √√ 7 sont incommensurables, & leurs quarrez 16 & √ 7 sont aussi incommensurables.

Or pour distinction de ces trois differences, les autres nomment la premiere vulgairement (par similitude des lignes desquelles traicte Euclide es definitions de son dixiesme livre) commensurables en longitude; La seconde incommensurables en longitude; mais commensurables en potence. Et la troisiesme incommensurables en potence & longitude.

Mais selon mon opinion nous nommons ces differences plus clairement, disans absolutement que tous deux nombres proposez sont commensurables, ou incommensurables. Quant à la commensurance ou incommensurance qu'il y a entre leurs potences ou quarrez, celle la ne faut il pas attribuer aux proposez, mais absolutement à leurs potences. Et pour en parler par exemple, qu'est ce si quelcun dict que la peripherie d'un circle est droicte en son diametre? Vrayement veu que toutes peripheries sont obliques, il n'y a point de sens, mais si l'on dict que les peripheries sont obliques, & que leur diametres sont droicts, on explique la vraye qualité de l'un & l'autre: Ainsi de dire que 4 & √ 7 sont commensurables en leurs quarrez ou potences (veu qu'ils sont incommensurables) il n'y a point de sens. Mais si l'on dict, que 4 & √ 7, sont incommensurables, & que leurs potences sont commensurables, les plus rudes le pourront entendre.

Definition XXXIX.

Multinomie radical, est un nombre consistant de plusieurs nombres incommensurables.

Explication.

Comme √ 3 + √ 5, parce qu'il consiste de plusieurs nombres incommensurables, s'appelle multinomie radical: Radical, pour distinction du multinomie algebraique de la 26 definition.

Definition XL.

Binomie radical, est multinomie consistant de deux nombres incommensurables: Trinomie radical, de trois; & ainsi des autres. le multinomie s'appelle selon la multitude des nombres incommensurables desquels il existe.

Explication.

Comme 2 + √ 3 est binomie, parce que 2 & √ 3 sont deux nombres incommensurables, & pour mesme raison s'appelle 2 — √ 3 aussi binomie. Et √ 2 + √ 3 + 5 (par ce qu'il a trois nombres incommensurables) trinomie.

Corollaire.

D'ou s'ensuit que √ 2 + √ 8 & semblables ne sont pas binomies, par ce qu'ils sont commensurables, & qu'on les peut expliquer par un nombre, comme sera demonstré au 24 probleme. Toutesfois il aviendra d'aventure que nous metterons quelque fois en un multinomie quelques nombres commensurables; mais ce sera pour exemple & briefveté, & on les usera par hypothese, comme s'ils fussent incõmensurables, comme le semblable se rencontre souventesfois en la Geometrie, la ou quelque figure sera d'aventure trapeze, qui doibt estre quarré. Mais pour en parler proprement, deux noms commensurables ne font pas deux noms en un multinomie, veu (comme nous avons dict) que l'on en peut faire un.

Definition XLI.

Chascun nombre d'un multinomie s'appelle nom, desquels le majeur se dict majeur nom, & le moindre, moindre.

Explication.

Comme de binomie √ 3 + √ 2, la √ 3, s'appelle majeur nom, & la √ 2 moindre nom.

Defi-

Definition XLII.

Multinomie conjoinct, eſt celuy duquel les noms ſont conjoincts par plus.

Explication.

Comme $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, eſt binomie conjoinct, & ainſi $\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{3}$ trinomie conjoinct.

Definition XLIII.

Multinomie diſioinct, eſt celuy duquel les noms ſont diſioincts par moins.

Explication.

Comme $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ eſt binomie diſioinct, qu'autres appellent auſſi apotome, reſidu, ou reſte. Item $8 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ eſt trinomie diſioinct.

Nota.

La binomie diſioinct, eſt par Euclide appellé apotome ou reſte, & ſemble qu'il ne l'a voulu nommer binomie, par ce que l'apotome eſt une ligne, qui ne contient point en ſoy l'un des noms qu'on explique. Mais veu que l'appellation de multinomie n'eſt point en reſpect de quantité, ſelon laquelle tout multinomie eſt auſſi bien une ſeule ligne comme celle d'un nom; Mais en reſpect de qualité: S'enſuit que l'apotome ſera auſſi bien binomie; à ſçavoir diſioinct (veu qu'en l'explicant, il faut uſer de deux noms) comme le conjoinct. Doncques par binomie diſioinct (qui par pluſieurs autres, eſt auſſi en uſage, & à mon avis il eſt plus propre) entendra on le meſme; ce que Euclide ſignifie par apotome.

Definition XLIV.

Multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct, eſt celuy qui a noms conjoincts par plus, & autres diſioincts par moins.

Explication.

Comme $\sqrt{7} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$, eſt multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct. Ceſte definition ne compete point au binomie qui eſt ſeulement ou conjoinct ou diſioinct.

Nota.

Entre les multinomies les binomies ſont de la plus grande conſideration, à cauſe que toutes leurs eſpeces ſont plus notoires, les meſmes a Euclide diligemment defini & diſtingué es lignes en ſon 10 livre; leſquelles nous applicquerons aux nombres comme s'enſuit:

Il y a douze eſpeces de binomies, deſquelles les 6 ſont conjoinctes, & 6 diſioinctes; & chaſcune ſixaine a deux ſortes; deſquelles les trois ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms, tient racine quarrée à ſon majeur nom commenſurable. Les autres trois binomies ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms tient racine à ſon majeur nom incommenſurable; Et de chaſcun de ces trois binomies, les deux ont chaſcun un nom à nombre Arithmeticque commenſurable; mais le troiſieſme a ſes deux noms, à nombre Arithmetique incommenſurables. Et pour plus grand eſclairciſſement diſtinguons leurs differences par telle table.

Le binomie a 12 eſpeces, deſquelles les
- *Six ſont cõioinctes; des meſmes les*
  - *Trois ſont deſquelles la difference des potences quarrees, tient racine au maieur nom commenſurable, des meſmes*
    - *Les deux ont un nom à nombre Arithmetique commenſurable. deſquels*
      - *L'une eſt celle de laquelle le maieur nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
      - *L'autre de laquelle le moindre nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
    - *La troiſieſme a les deux noms à nõbre Arithmetique incommenſurables.*
  - *Trois ſont deſquelles la difference des potences quarrees tient racine au maieur nom incommenſurable, des meſmes*
    - *Les deux ont un nom à nombre Arithmetique commenſurable, deſquelles*
      - *L'une eſt celle de laquelle le maieur nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
      - *L'autre de laquelle le moindre nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
    - *La troiſieſme a les deux noms à nombre arithmetique incommenſurables.*
- *Six ſont disjoinctes, & reçoivent ſubdiviſions ſemblables à celles des conjoinctes.*

Leurs definitions ſont telles:

Definition XLV.

Quand le maieur nom d'un binomie conjoinct, eſt à nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commenſurable, il s'appelle binomie premier.

Explication.

Soit binomie conjoinct	$3 + \sqrt{5}$.
Quarrez des noms	9 5
Leur difference	4
Sa racine.	2

Par ce que le maieur nom 3 du binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference 4 des quarrez de deux noms tient racine quarrée 2, au maieur nom 3 commenſurable, le binomie donné $3 + \sqrt{5}$, s'appelle le premier.

Definition XLVI.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commenſurable, il s'appelle binomie ſecond.

Explication.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{18} + 4$
Quarrez des noms	18 16
Leur difference	2
Sa racine	$\sqrt{2}$

Parce que le moindre nom 4 du binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée (à ſçavoir $\sqrt{2}$) au maieur nom commenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{18} + 4$ s'appelle le ſecond.

Definition XLVII.

Quand les deux noms d'un binomie conjoinct, ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs

quarrez

quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie troisiesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{}\ 50+\sqrt{}\ 32.$
Quarrez des noms	50. 32.
Leur difference	18.
Sa racine	$\sqrt{}\ 18.$

Par ce que les deux noms du binomie conjoinct $\sqrt{}\ 50 + \sqrt{}\ 32$ sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 18, tient racine au majeur nom $\sqrt{}\ 50$. commensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{}\ 50 + \sqrt{}\ 32$. s'appelle le troisiesme.

DEFINITION XLVIII.

Quand le majeur nom d'un binomie conjoinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie quatriesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$5+\sqrt{}\ 12.$
Quarrez des noms	25. 12.
Leur difference	13.
Sa racine	$\sqrt{}\ 13.$

Par ce que le majeur nom 5, du binomie conjoinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 13 des quarrez des deux noms tient racine quarrée (à sçavoir $\sqrt{}\ 13$) au majeur nom 5 incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $5 + \sqrt{}\ 12$, s'appelle le quatriesme.

DEFINITION XLIX.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie cincquiesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{}\ 6+2.$
Quarrez des noms	6. 4.
Leur difference	2.
Sa racine	$\sqrt{}\ 2.$

Parce que le moindre nom 2 est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference 2 des quarrez des noms tient racine quarrée (à sçavoir $\sqrt{}\ 2$) au maieur nom $\sqrt{}\ 6$ incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{}\ 6 + 2$. s'appelle le cincquiesme.

DEFINITION L.

Quand les deux noms d'un binomie conjoinct, sont à nombre Arithmeticque incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie sixiesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{}\ 5+\sqrt{}\ 3.$
Quarrez des noms	5. 3.
Leur difference	2.
Sa racine.	$\sqrt{}\ 2.$

Par ce que les deux noms du binomie conjoinct, $\sqrt{}\ 5 + \sqrt{}\ 3$. sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 2, tient racine quarrée au majeur nom $\sqrt{}\ 5$ incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{}\ 5 + \sqrt{}\ 3$ s'appelle le sixiesme.

DEFINITION LI.

Quand le majeur nom d'un binomie disioinct est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie septiesme.

EXPLICATION.

Comme $3 - \sqrt{}\ 5$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 45 definition, il s'appelle donc binomie septiesme.

DEFINITION LII.

Quand le moindre nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie huictiesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}\ 18 - 4$, est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 46 definition, il s'appelle doncques binomie huictiesme.

DEFINITION LIII.

Quand les deux noms d'un binomie disioinct, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie neufiesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}\ 50 - \sqrt{}\ 32$, est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 47 definition, il s'appelle doncques binomie neufiesme.

DEFINITION LIV.

Quand le majeur nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie dixiesme.

EXPLICATION.

Comme $5 - \sqrt{}\ 12$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 48 definition, il s'appelle doncques binomie dixiesme.

DEFINITION LV.

Quand le moindre nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie onziesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}\ 6 - 2$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition; comme appert en l'explication de la 49 definition; il s'appelle doncques binomie onziesme.

DEFINITION LVI.

Quand les deux noms d'un binomie disioinct, sont a nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie douziesme.

EXPLICATION.

Comme $\surd 5 - \surd 3$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 50 definition, il s'appelle donc binomie douziesme.

DEFINITION LVII.

Binomie conjoinct, & binomie disioinct respondans, sont ceux qui ont les noms egaux.

EXPLICATION.

Comme binomie conjoinct $4 + \surd 3$, & binomie disjoinct $4 - \surd 3$, par ce que leurs noms sont egaux, ils s'appellent respondans.

TROISIESME PARTIE DES DEFINITIONS DE LA RAISON ET PROPORTION *Arithmetique, & de leurs dependances.*

Table demonstrant l'ordre de la raison Arithmetique des definitions suyvantes.



QVE 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. ET SEMBLAbles, ne sont pas proportion Geometrique. Aussi que nombres comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & pareils, ne sont pas proportion Arithmetique. Item que 153. 144. 136. & semblables, ne sont pas proportion harmonique.

La proportion, pour en parler un peu en general, avant que parvenir au particulier, est la similitude de deux raisons egales. Raison est comparaison de deux termes d'une mesme espece de quantite. Et si tous les termes d'une proportion fussent grandeurs, ce sera proportion geometrique. Mais s'ils estoyent tous nombres, sera proportion Arithmetique. Et estant tous sons harmonieux, c'est proportion harmonique. Semblablement quand les termes sont parties de predication ou de proposition, c'est proportion dialectique. De sorte que toute proportion obtient le nom conforme à la matiere de ses termes. Ce qui estant ainsi, s'ensuit que ceux la s'abusent, disans que nombres, comme 2.4.8. ou 2.3. 4.6. font proportion geometrique, l'une cõtinue l'autre discontinue, veu qu'il n'y a icy nulles grandeurs, qui toutesfois pour la raison que dessus & par la 3 & 4 definition du 5 livre d'Eucl. sont en toute proportion geometrique requises, veu aussi que c'est une manifeste proportion Arithmetique. Item, que nombres, comme 153. 144. 136. seroyent proportion harmonique, puis que les sons entre eux en telle raison, ne font qu'une absurde resonance. Item que 1.2.3 & 12.10.6.4. soit proportion Arithmetique, l'une continue l'autre discontinue, consideré que c'est contre la 21 definition du 7 livre d'Euclide, approuvée de tous sonnant ainsi: *Nombres sont proportionels, quand le premier est telle multiplicité partie ou parties du second, comme le troisiesme du quatriesme.* Nous pourrions argumenter de ceste matiere plus amplement, esprouvant en beaucoup des manieres nostre propos, & que le concedé du contraire est une confusion en la discipline mathematique, laquelle n'enseigne pas que c'est proportion: mais plustost empesche à plusieurs de pouvoir suffisamment comprendre si grand mystere. Ce qui est aussi l'occasion pourquoy la theorie de musique est (au respect de ce qui consiste potentiellement en la nature) si obscure & de si peu de personnes exercée, dont entre les compositeurs d'icelle (pour le default de vray & ferme fondement) naissent plusieurs dissentions, comme en son lieu en traicterons quelque fois plus amplement. Mais veu que ce different sera transporté entre noz theses mathematiques, nous en ferons icy une fin; Concluans, que proportion geometrique est celle, de laquelle les termes sont grandeurs proportionelles. les definitions desquelles nous avons descript aultre part: Item que proportion harmonique est celle, de laquelle les termes sont sons harmonieux, desquels descrirons les definitions ailleurs: Aussi que la proportion Arithmetique est celle, de laquelle les termes sont nombres proportionels, desquels declarerons les definitions en ceste sorte.

DEFINITION LVIII.

Terme Arithmetique est un nombre.

EXPLICATION.

Comme 1 ou 2 ou $\frac{1}{2}$ ou $\surd 3$, &c. s'appelle terme Arithmetique.

DEFINITION LIX.

Raison Arithmetique est la mutuelle habitude selon la quantité entre deux ou plusieurs termes.

EXPLICATION.

Soyent termes quelconques comme 3. 1. 6. Or leur mutuelle habitude selon la quantité, comme le premier triple au second, & le second subsextuple au troisiesme, & le troisiesme double au premier, &c. s'appelle raison.

NOTA 1.

Raison consiste au moins en deux termes.

NOTA 2.

La raison qui des autres se limite seulement en deux termes, nous la disons consister en tous termes quelconques, dont il y a trois occasions principales; La premiere que cecy est plus conforme à la maniere qu'on use en la practique. Par exemple, quand on dict comme 2 a 5, & 5 a 3, ainsi 4 a 10, & 10 a 6; l'on appelle cecy aussi bien une proportion, comme celle de laquelle chascune raison contient deux termes: mais toute proportion consiste en deux raisons. doncques lesdicts 2.5.3 font une raison. Il est aussi manifeste par la 19 definition du 5. livre d'Euclide, que la raison de la perturbee proportion consiste en trois termes. L'autre occasion est, qu'il est plus conforme à la nature: car trois ou plusieurs termes ont entre eux en un mesme moment, aussi bien la mutuelle habitude comme les deux: La troisiesme & principale, que ceste

ceste maniere est plus commode pour les demonstrations mathematiques: car de prouver par divers argumens la proportionalité des derniers termes, laquelle est manifeste par les principes, il est inutile. Nous concluons doncques, la raison pouvoir consister en termes quelconques.

DEFINITION LX.

Raison binaire est celle de deux termes: la ternaire de trois, & ainsi des autres selon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Comme 5. 6. s'appelle raison binaire, & 5. 7. 3. ternaire, &c.

DEFINITION LXI.

Raison d'egalité est celle de laquelle les termes sont egaux.

EXPLICATION.

Comme 3 a 3, ou 5 a 5, s'appelle raison d'egalité, ou raison egale.

DEFINITION LXII.

Raison d'inegalité est celle de laquelle les termes sont inegaux.

EXPLICATION.

Comme 5 a 2 ou 3 a 7, s'appelle raison d'inegalité, ou raison inegale.

DEFINITION LXIII.

Raison commensurable est celle de laquelle existe aux termes commune mesure.

EXPLICATION.

Comme 4 a 6, s'appelle raison commensurable, car 2 est leur commune mesure. Et de mesme sorte se dira $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ raison commensurable, parce que $\frac{1}{15}$ est leur commune mesure. En somme toute raison de nombres Arithmetiques est commensurable.

DEFINITION LXIV.

Raison d'inegalité maieure est, quand on compare le maieur terme au moindre.

EXPLICATION.

Comme comparaison de 7 a 3, s'appelle raison d'inegalité maieure.

DEFINITION LXV.

Raison superparticuliere est, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage une partie.

EXPLICATION.

Comme 3 a 2, est raison superparticuliere nommée sesquialtere, & 4 a 3, sesquitierce, & 7 a 6, sesquisexte, &c.

DEFINITION LXVI.

Raison superpartiente est, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage plusieurs parties.

EXPLICATION.

Comme 5 a 3, est raison superpartiente, nommée superbipartiente tierces, & 7 a 4. raison supertripartiente quartes, &c.

DEFINITION LXVII.

Raison multiple est, quand le maieur terme contient le moindre plusieurs fois precisement.

EXPLICATION.

Comme 4 a 2, est raison multiple, nommée duple, & 9 a 3, raison triple, &c.

DEFINITION LXVIII.

Raison multiple superparticuliere est, quand le maieur terme contient le moindre plusieurs fois, & d'avantage une partie.

EXPLICATION.

Comme 5 a 2, est raison multiple superparticuliere, nommée duple sesquialtere, & 17 a 4, est raison quadruple sesquiquarte, &c.

DEFINITION LXIX.

Raison multiple superpartiente est, quand le maieur terme contient le moindre plusieurs fois, & d'avantage plusieurs parties.

EXPLICATION.

Comme 8 a 3, est raison multiple superpartiente, nommée double superbipartiente tierces, & 24 a 5, quadruple superquadripartiente quintes, &c.

DEFINITION LXX.

Raison de moindre inegalité est, quand on compare le moindre terme au maieur.

EXPLICATION.

Comme la comparaison de 2 au 5. s'appelle raison de moindre inegalité.

NOTA.

La raison de moindre inegalité reçoit les mesmes especes que la maieure y mettant tousiours devant ceste syllabe *sub*, comme 2 a 3, est raison subsesquialtere, & 3 a 5, subsuperbipartiente tierces, & 2 a 4, subduple, & 2 a 5, subduple sesquialtere, & 3 a 8, subduple superbipartiente tierces; de sorte que maieure & moindre raison d'inegalité sont tousiours relates. Comme si 4 a 2, est raison duple, ergo 2 a 4, est raison subduple.

DEFINITION LXXI.

Raison incommensurable, est celle de laquelle n'existe aux termes aucune commune mesure.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}$ 3 a 2, s'appelle raison incommensurable, par ce que les termes ne reçoivent aucune commune mesure.

DEFINITION LXXII.

Raison transformée, est celle en laquelle par resumption avient transformation des termes.

EXPLICATION.

Soit raison 8. 6. 3. si doncques on prend 8. & 6 & 3, tous ensemble, font 17, & qu'on compare les mesmes 17 a 6, telle reprinse de 17 a 6, (a cause de la transformation des termes) s'appelle raison transformée. Ou autrement, prenant desdicts 17, quelque nombre comme 12, & le comparant ausdicts 17, ou a quelque partie d'iceux, nous appellons telle comparaison raison transformée. Ou autrement, si quelque terme des trois termes ou partie d'iceux se multiplie ou divise par quelque nombre, & que tel produict ou quotient soit comparé a quelque quantité desdicts 17, nous appellons semblablement telle comparaison raison transformée. Tellement que nous comprehendons soubs ceste definition, la raison conioincte & disioincte, ensemble toutes autres ausquelles avient telle mutation.

DEFINITION LXXIII.

Raison renversée, est celle en laquelle on compare le terme consequent, à l'antecedent.

EXPLICATION.

Soit raison de 3 a 6, Si doncques on compare le terme consequent 6, à l'antecedent 3, telle comparaison s'appelle raison renversée.

DEFINITION LXXIV.

Raison perturbée, est la comparaison du second terme au troisiesme, & du premier au second, mais si la raison fut de plus de termes que de trois; Alors du second au troisiesme, & du troisiesme au quatriesme, & ainsi ensuivant tant qu'il y aura des termes, & finalement du premier au second.

EXPLICATION.

Soyent termes 2. 6. 8. si doncques on compare 6 a 8, puis 2 a 6, ceste comparaison s'appelle raison perturbée. Soyent maintenant quatre termes 3. 5. 7. 2, si doncques on compare 5 a 7, puis 7 a 2, & finalement 3 a 5, telle comparaison comme dessus, s'appelle raison perturbée.

NOTA.

Raison perturbée consiste au moins en trois termes.

DEFINITION LXXV.

Raisons egales sont celles qui ont egale multitude de termes, & comme le premier terme au second de l'une raison, ainsi le premier au second de l'autre: Mais si la raison fust ternaire, alors comme le premier terme au second, & le second au troisiesme de l'une raison, ainsi le premier au second, & le second au troisiesme de l'autre; & ainsi de toute autre raison selon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Soit l'une raison 4 a 2, de laquelle le premier terme est double au second, & l'autre 6 a 3, de laquelle le premier terme 6 est aussi double au second 3: nous disons donc, que la raison de 4 a 2 est egale à celle de 6 a 3; mais si l'une raison fust ternaire comme 3. 2. 4, de laquelle le premier terme obtient au second raison sesquialtere, & le second au troisiesme raison subduple; Et que l'autre fust 6. 4. 8, de laquelle le premier terme au second, obtient aussi raison sesquialtere, & le second au troisiesme aussi raison subduple; Telles deux raisons ternaires s'appellent aussi egales. Et ainsi de la quaternaire raison & autres quelconques.

DEFINITION LXXVI.

Proportion Arithmetique, est la comparaison de deux raisons egales.

EXPLICATION.

Soyent deux raisons egales 2 a 3, & 4 a 6, leur comparaison (disant comme 2 a 3, ainsi 4 a 6.) s'appelle proportion, ou nous disons que les termes 2. 3. sont proportionels aux termes 4. 6. Et le mesme s'entendra des autres raisons quelconques, comme ternaire, quaternaire.

DEFINITION LXXVII.

Proportion binaire, est celle de deux egales raisons binaires: Mais la ternaire celle de deux egales raisons ternaires; & ainsi des autres selon l'espece des raisons s'appellera la proportion.

EXPLICATION.

Comme deux egales raisons binaires 2. 3 — 4. 6. font proportion binaire. Semblablement deux egales raisons ternaires, comme 3. 2. 5 — 9. 6. 15, font proportion ternaire; Et ainsi de la quaternaire & autres semblables.

DEFINITION LXXVIII.

Proportion continue est, quand les termes moyens se peuvent prendre comme antecedens & consequens.

EXPLICATION.

Soient termes 8. 4. 2. 1, desquels les extremes sont 8 & 1, & les moyens compris entre les extremes 4 & 2. Parce donc que 4 & 2 se peuvent prendre pour termes antecedens & consequens (car 4 est terme consequent par l'hypothese; & est aussi antecedent, quand nous disons, comme 4 a 2, ainsi 2 a 1; Et de mesme sorte se demonstrera que le 2 se pourra prendre pour terme antecedent & consequent) la proportion 8. 4. 2. 1, s'appelle continue qui s'explique ainsi: comme 8 a 4, ainsi 4 a 2, & 2 a 1.

NOTA.

La proportion continue consiste au moins en trois termes: Soit par exemple proportion 3. 6. 12. en laquelle on dict, comme 3 a 6, ainsi 6 a 12, & appert qu'elle ne peut (veu que toute proportion a deux raisons) consister en moindre multitude de termes.

DEFINITION LXXIX.

Proportion discontinue est, quand les termes moyens ne se peuvent prendre comme antecedens & consequens.

EXPLICATION.

Soit proportion 6. 3. — 4. 2. parce doncques que 3 & 4 ne se peuvent prendre comme antecedens & consequens (car comme 6 a 3, ainsi n'est pas 3 a 4) telle proportion se dict discontinue.

NOTA.

La proportion discontinue consiste au moins en quatre termes. Soit par exemple proportion 6. 3 — 4. 2. en laquelle on dict, comme 6 a 3, ainsi 4 a 2, & appert (veu que toute proportion a deux raisons) qu'elle ne peut consister en moindre multitude.

DEFINITION LXXX.

Termes homologues sont le premier de chascune raison. Semblablement sont homologues le deuxiesme, & ainsi des autres.

EXPLICATION.

Soit proportion quelconque, comme ternaire 3. 2. 5. — 9. 6. 15. Doncques 3 & 9 (qui sont le premier terme de chascune raison) s'appellent termes homologues. Semblablement sont termes homologues 2 & 6, aussi 5 & 15.

DEFINITION LXXXI.

Proportion transformée, est celle qui consiste en deux raisons egales transformées.

EXPLICATION.

Soyent deux raisons 5. 1. 4. 7 — 15. 3. 12. 21. & la transformée raison de la premier raison, soit 9. 6. à sçavoir 9 procedant de l'adjoustement de 5 & 4, & les 6 pour reste de la soubstraction de 1 de 7: Soit aussi la transformée raison de la seconde raison 27, 18; a sçavoir 27, procedant aussi de l'adjoustement de 15 & 12, & les 18 aussi pour reste de la soubstraction de 3 & 21; Doncques 9. 6 — 27. 18. sont deux transformées raisons par la 72 definition, & aussi egales par la 75 definition, desquelles la comparaison s'appelle transformée proportion. Or que ce sont termes proportionels, apert en cela qu'il y a telle raison de 9 & 6 comme de 27 a 18.

NOTA.

NOTA.

Ceste transformée proportion se peut rencontrer en infinies diverses manieres, de laquelle l'utilité apparoistra en son lieu.

DEFINITION LXXXII.

Proportion renversée, est celle qui consiste en deux raisons egales renversées.

EXPLICATION.

Soit proportion 5.3 — 10.6. Si doncques nous disons, comme 3 a 5 (ce qui est renversée raison de 5 a 3, par la 73 definition) ainsi 6 a 10, ou autrement, comme 6 a 10, ainsi 3 a 5, telle argumentation se dict par proportion renversée.

DEFINITION LXXXIII.

Proportion alterne, est semblable sumption de termes homologues à termes homologues.

EXPLICATION.

Soit quelque proportion, comme ceste terniaire 2. 4.3 — 6. 12. 9. & prennons semblablement termes homologues, comme 2.6. & 3.9, (qui sont homologues par la 80 definition.) Doncques telle proportion 2. 6 — 3.9. s'appelle alterne de la proportion donnée. Telle sumption se peut rencontrer en diverses manieres, car nous pouvons aussi dire; comme 9 a 3, ainsi 12 a 4. Item comme 6 a 2, ainsi 12 a 4, &c. Il y a en la definition *semblable sumption*, c'est à dire, si l'antecedent terme de la premiere raison alterne, fust hors de la premiere raison donnée, qu'il sera necessaire de prendre l'antecedent terme de la seconde raison alterne, aussi hors de la premiere raison donnée. Il faut doncques necessairement observer ceste semblable sumption, car combien que 6 & 2, puis 3 & 9, de la proportion donnée, sont termes homologues, toutesfois comme 6 a 2, ainsi n'est pas 3 a 9.

DEFINITION LXXXIV.

Proportion perturbée, est la comparaison de deux egales raisons, desquelles l'une est raison perturbée.

EXPLICATION.

Soit raison reguliere 6.4.2. & perturbée par la 74 definition, & egale à la premiere 18. 9. 6. c'est à dire, comme 6 a 4, & 4 a 2, ainsi 9 a 6, & 18 a 9, doncques telle proportion, à sçavoir 6.4.2 — 18.9.6. s'appelle perturbée. Le mesme s'entend de la proportion perturbée consistant en plus de termes que six; comme 12.8. 4. 2 — 6. 3.2.1. L'utilité de ceste definition apparoist aux demonstrations d'aucunes propositions, à cause de la proportion reguliere, tousiours contenue aux extremes; c'est à dire, s'il y a telle raison de 12 a 8, & de 8 a 4, & de 4 a 2, comme de 3 a 2, & de 2 a 1, & de 6 a 3. Ergo conclud on, comme 12 a 2, ainsi 6 a 1.

NOTA.

La proportion perturbée consiste au moins en six termes.

DEFINITION LXXXV.

Si trois termes sont proportionaux, le premier se dict au troisiesme avoir la raison qu'il a au second, doublée. Mais si quatre termes fussent en continue proportion, le premier se dict au quatriesme avoir la raison qu'il a au second, triplée. Et ainsi tousiours un d'avantage, jusques à la fin de la proportion.

EXPLICATION.

Soyent termes en continue proportion tels, 3.9.27.81. 243. or le 3 au 27, se dict avoir la raison de 3 a 9, doublée. Item le 3 a 81, se dict avoir le raison de 3 a 9. triplée. Ainsi la raison de 3 a 243, se dict avoir la raison de 3 a 9, quadruplée. La cause de ceste appellation est manifeste (cōme en son lieu apparoistra) par la multiplication des raisons. Car si l'on multiplie la raison de 3 a 9, par 2, le produict, est raison de 9 a 81, qui est la mesme que 3 a 27. dōcques (selon la definition) 3 a 27 contient la raison de 3 a 9, doublée. Semblablement si on multiplie la raison de 3 a 9, par 3, le produict sera raison de 27 a 729, qui est la mesme que 3 a 81, doncques 3 a 81, contient la raison de 3 a 9, triplée, &c.

QVATRIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS RATIONELLES, COMME *Ajouster, Substraire, Multiplier, Diviser, & leurs dependances.*

DEFINITION LXXXVI.

Ajouster est trouver un nombre egal à deux ou plusieurs nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict	2.
&	3.
faict	5.

L'on trouve un nombre 5 egal à deux nombres donnez 2 & 3. telle invention donc de 5 s'appelle Ajouster.

DEFINITION LXXXVII.

Iceux deux ou plusieurs nombres donnez, s'appellent nombres à ajouster.

EXPLICATION.

Comme le 2 & 3, à la 86 definition, s'appellent nombres à Ajouster.

DEFINITION LXXXVIII.

Et le nombre egal aux nombres à adjouster s'appelle somme.

EXPLICATION.

Comme le 5 à la 86 definition s'appelle somme.

DEFINITION LXXXIX.

Soubstraire est trouver la difference de deux nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict de	3.
soubstraict	2.
reste	1.

L'on trouve 1 difference de 3 & 2, telle invention donc de 1 s'appelle soubstraire.

DEFINITION XC.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre duquel on soubstraict.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le trois s'appelle nombre duquel on soubstraict.

DEFINITION XCI.

Et l'autre des nombres donnez s'appelle nombre à soubstraire.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 2 s'appelle nombre à soubstraire.

DEFINITION XCII.

Et leur difference s'appelle Reste.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 1 s'appelle Reste.

DEFINITION XCIII.

Multiplier est trouver un nombre contenant autant de fois le premier donné, qu'il y a d'unitez au second donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 3.
fois 2.
faict 6.

L'on trouve un nombre 6 contenant autant de fois le premier donné 3, qu'il y a d'unitez au second donné 2, car 6 contient le 3 deux fois, aussi y a il deux unitez au 2 donné: telle invention donc de 6 s'appelle multiplier.

DEFINITION XCIV.

L'une d'iceux nombres donnez s'appelle nombre à multiplier.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 3 s'appelle nombre à multiplier.

DEFINITION XCV.

Et l'autre nombre s'appelle multiplicateur.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 2 s'appelle multiplicateur.

DEFINITION XCVI.

Et le nombre contenant autant de fois le nombre à multiplier, qu'il y a des unitez au multiplicateur, s'appelle produict.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 6 s'appelle produict.

DEFINITION XCVII.

Diviser est trouver un nombre contenant autant de fois l'unité, qu'un nombre donné contient un autre nombre donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 6.
combien de fois contient il 2? faict 3 fois.

L'on trouve un nombre 3 contenant autant de fois l'unité, que le 6 donné contient le 2 donné: car 3 contient l'unité trois fois, aussi contient le 6 trois fois le 2. Telle invention donc de 3 s'appelle diviser.

DEFINITION XCVIII.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre à diviser.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 6 s'appelle nombre à diviser.

DEFINITION XCIX.

L'aultre des nombres donnez s'appelle diviseur.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 2 s'appelle diviseur.

DEFINITION C.

Et le nombre contenant autant de fois l'unité, que le nombre à diviser contient le diviseur, s'appelle quotient.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition, le 3 s'appelle quotient.

CINCQVIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS PROPORTIONELLES.

DEFINITION CI.

Reigle de trois est celle, par laquelle à trois termes donnez, on trouve un quatriesme proportionel.

EXPLICATION.

Comme si les trois termes donnez fussent 4. 2. 6. & que l'on trouve leur quatriesme proportionel 3, (car comme 4 est le double de 2, ainsi est 6 le double de 3) telle invention s'appelle reigle de trois.

DEFINITION CII.

Reigle de proportionelle partition, est celle par laquelle on partist un nombre donné en parties proportionelles à nombres donnez.

EXPLICATION.

Soit par exemple 9 partisé en 6 & 3, à sçavoir en parties proportionelles à quelques nombres donnez 4 & 2, telle operation s'appelle reigle de proportionelle partition, & a en l'Arithmetique telle similitude à la reigle de trois, comme en la Geometrie la 10 proposit. du 6 livre d'Euclid. à la 12 proposit. du mesme. Elle est aussi le fondement de plusieurs reigles, comme de compagnie, d'alligation, &c. comme apparoistra en son lieu.

DEFINITION CIII.

Reigle des faux est celle par laquelle on trouve le requis par position faulse.

NOTA.

Ceste reigle de faux se rencontre par semblables manieres d'operations autant en nombres radicaux & Algebraiques, qu'en Arithmetiques. D'où non improprement l'Algebre (qu'on appelle aussi *Almucabale, Ars magna, Regula de cosa*) se peut nommer reigle de faux des quantitez.

DE LA SIGNIFICATION DES VOCABLES, PROBLEME, THEOREME, ET HYPOTHESE.

IL y a quelques trois vocables Grecqs, comme Probleme, Theoreme, & Hypothese, qui autant en langue Françoise & Latine, que en la Grecque, sont par les Mathematiciens en usage, & par ce qu'on les cite souventesfois, il m'a semblé bon d'expliquer (pour ceux qui ne les entendront pas) leur signification. Il faut doncques sçavoir que la proposition mathematique a deux especes cõme Probleme, & Theoreme. Par probleme on entend celle en laquelle est requis quelque actiõ ou cõstruction, & apres la mesme encore sa demonstration, par laquelle on esprouve la construction estre bonne. Theoreme est une proposition en laquelle est seulement requis demonstration de quelque question proposée. Et ont ces deux propositions certains membres, ausquels en chascun est distinctement traicté une certaine partie de la mesme proposition. ceux du Probleme sont tels:

Le premier membre est une generale proposition, par laquelle on requiert avoir faict quelque chose. Pour exemple, le premier probleme suivant (par lequel on veut enseigner l'addition de nombres entiers) a son premier membre tel: *Estant donnez nombres à adjouster entiers: Trouver leur somme.*

Le second mesme est du *donné*. Par le vocable donné (qui est en use tant par Grecqs & Latins que François) entend on la chose proposée conforme à la petition du premier membre.

Le troisiesme membre est du *Requis*, auquel on explique ce que du donné du second membre l'on veut avoir effectué.

Le quatriesme membre est de la *Construction*, en laquelle se faict par le donné quelque operation conforme au requis.

Le cinequiesme membre est *Preparation de la demonstration:*

ſtration: mais tous problemes ne l'ont pas neceſſairement à faire, par ce qu'il avient ſouventesfois que les choſes ſont ſuffiſantes par eux meſmes pour eſtre demonſtrées, ſans faire ceſte preparation.

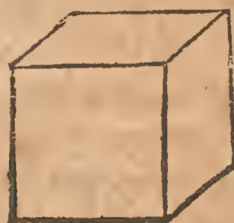
Le ſixieſme membre eſt de la *Demonſtration*, en laquelle on eſprouve que la conſtruction eſt vraye & conforme au requis. Laquelle demonſtration quand elle ſemble difficile ou longue, nous la diſtinguons en articles, à fin que quand l'on repete les choſes qui ſont devant demonſtrées, qu'on ne die pas ſeulement; *Comme nous avons demonſtré deſſus*, mais que l'on y peut encore ajouſter l'article, la ou telle choſe a eſté demonſtrée.

Le ſeptieſme membre eſt de la *Concluſion*, en laquelle on conclud (repetant quaſi tous les motz du premier membre) que tout ce qui au probleme eſtoit requis eſt accompli.

Et ſemblables membres reçoit le theoreme, excepté le quatrieſme qui eſt de la conſtruction. Vray eſt qu'aucuns le luy attribuent: mais pour en parler proprement, ce n'eſt point conſtruction: mais preparation de demonſtration.

Or à fin que traictions de tout clairement, nous avons diſtingué ces membres (comme auſſi a faict Daſipodius commentateur en Euclide) par leurs capitales lettres. Et n'eſt l'utilité de telles diſtinctions pas petite, par ce que quand conſtruction, preparation de demonſtration, & demonſtration, ſont meſlees l'un en l'autre, que le meſme cauſe ſouventesfois grande obſcurité.

Hypotheſe ſe interprete matiere, argument, cauſe ou propoſition. Mais pour declarer ſa propre ſignification en doctrine mathematique, il faut ſçavoir que quand nous affermons quelque choſe par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas, qui au paravant a eſté ainſi poſé. Par exemple, eſtant quelque queſtion à demonſtrer par un cube, on le deſcript comme A. Et diſons, Soit un cube. A (il eſt vray qu'en verité ce n'eſt pas cube, veu que c'eſt figure plaine, mais nous poſons le cas qu'il le ſoit; par ce que cela ſuffit à noſtre intention.)



Or s'il y euſt (par exemple) à eſprouver que toutes les ſuperfices du corps A, ſont quarrez, l'on pourroit dire; le corps A eſt cube par l'hypotheſe (c'eſt à dire par le cas au paravant ainſi poſé.) Ergo toutes ſes ſuperfices ſont quarrez. Doncques comme nous avons dict deſſus: Affermer par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas qui au paravant a eſté ainſi poſé.

BRIEFVE COLLECTION DES CHARACTERES QV'ON VSERA EN CESTE ARITHMETIQVE.

VEu que la cognoiſſance des characteres eſt de grande conſequence, par ce qu'on les uſe en l'Arithmetique au lieu des mots, nous les ajouſterons icy, (combien qu'au precedent chaſcun a eſté amplement declaré en la definition) par ordre tous enſemble côme s'enſuit.

Les characteres ſignifians quantitez, deſquels l'explication ſe trouve es 14.15.16.17.18. definitions, ſont tels.

⓪ Commencement de quantité qui eſt nombre Arith. ou radical quelconque.
① prime quantité.
② ſeconde quantité.
③ tierce quantité.
④ quarte quantité, &c.

Les characteres ſignifians poſtpoſées quantitez, deſquels l'explication ſe trouve à la 28 definition, ſont tels:

1 ſec① Vne prime quantité ſecondement poſée.
4 ter② Quatre ſecondes quantitez tiercement poſées, ou procedans de la prime quantité tiercement poſée.
1 ① ſec① Produict d'une prime quantité par une prime quantité ſecondement poſée.
5 ④ ter② Produict de cincq quartes quantitez par une ſeconde quantité tiercement poſée.

Les characteres ſignifians racines deſquels l'explication ſe trouve à la 29 & 30 definition ſont tels:

√ Racine de quarré.
√√ Racine de racine de quarré.
√√√ Racine de racine de racine de quarré.
√√√√ Racine de racine de racine de racine de quarré.
√ ③ Racine de cube.
√√ ③ Racine de racine de cube.
√ ④ Racine de quarte quantité.
√√ ④ Racine de racine de quarte quantité, &c.

Le charactere ſignifiant la ſeparation entre le ſigne de racine & la quantité, duquel l'explication ſe trouve à la 34. definition, eſt tel.

X, Comme √ 3 X ② n'eſt pas le meſme que √ 3 ②, comme dict eſt à ladicte 34. definition.

Les characteres ſignifians plus & moins, comme à la 36 definition, ſont tels:

+ Plus.
— Moins.

Et pour expliquer la racine d'un multinomie (qu'aucuns appellent racine univerſelle) nous uſerons le vocable du multinomie, comme:

√ bino 2 + √ 3, c'eſt à dire racine quarrée de binomie, ou de la ſomme de 2 & √ 3.
√ trino √ 3 + √ 2 — √ 5, c'eſt à dire racine quarrée de trinomie, ou de la ſomme de √ 3 & √ 2 & — √ 5.
√ ③ bino √ 2 + √ 3, c'eſt à dire racine cubique de binomie √ 2 + √ 3.
√ bino 2 ② + 1 ①, c'eſt à dire racine quarrée de binomie 2 ② + 1 ①.
√ ③ bino 2 ② + 1 ①, c'eſt à dire racine cubique de binomie 2 ②, + 1 ①, &c.

FIN DV I. LIVRE.

LE SECOND LIVRE D'ARITHMETIQVE DE L'OPERATION.

Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers.

De l'addition des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME I.



STANT *donnez nombres Arithmetiques entiers a ajouster: Trouver leur somme.*

Explication du donné. Soyent les nombres donnez à ajouster tels 379, & 7692, & 4545. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme cy dessoubs; de sorte que leurs premieres characteres vers la dextre, correspondent l'un soubs l'autre, & que pareillement correspondent leurs deuxiesmes characteres, & autres ensuivants, tirant au dessoubs une ligne; Puis on ajoustera tous les characteres du premier rang vers la dextre, disant 9 & 2 font 11, & 5 font 16, desquels on mettera le 6 soubs le premier rang, & le 1 desdicts 16 ajoustera on au second rang, disant, 1 & 7 font 8, & 9 font 17, & 4 font 21, desquels on mettera le 1 soubs le second rang, & le 2 adjoustera on au troisiesme rang, disant 2 & 3 font 5, & 6 font 11, & 5 font 16, desquels on mettera le 6 soubs le troisiesme rang, & le 1 s'ajoustera au quatriesme, disant 1 & 7 font 8, & 4 font 12, lesquels on mettera entierement soubs leur rang en ceste sorte.

Nombres	379
donnez	7692
	4545
Somme	12616

Ie di que 12616 est la somme requise. *Demonstration.* Si des trois nombres donnez on soubstraict les deux premiers donnez, restera le dernier nombre donné 4545, & si de la somme trouvée 12616 on soubstraict aussi les deux premiers nombres donnez, reste aussi 4545. Mais par le commun axiome; si de choses egales on soubstraict choses egales, les restes seront egales, & au revers si les restes sont egales aux restes, & choses soubstraictes au choses soubstraictes, leurs tous sont egaux; Doncques 12616 est egal aux trois nõbres donnez, c'est doncques par la 86 definition leur somme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques dõnez nombres Arithmetiques entiers à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME II.

ESTANT *donné nombre Arithmetique entier duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique entier à soubstraire: Trouver leur reste.*

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on soubstraict 238754207 & nombre à soubstraire 71572604. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettera le nombre à soubstraire soubs le nombre duquel il faut soubstraire, ainsi que le 4 corresponde au 7, & le 0 au 0, & ainsi des autres, tirant une ligne entre les nombres donnez, & encore une autre soubs le nombre à soubstraire, comme cy dessoubs: Puis commençant à dextre, on soubstraira 4 de 7, reste 3, lequel on mettera soubs le 4; Puis on dira 0 de 0 reste 0, le mettant soubs le 0, puis 6 de 2 qui estant impossible, on dira 6 de 12, reste 6, le mettant soubs le 6, puis 2 de 3 (il est vray que l'on diroit 2 de 4, n'eust esté que de 4 on eust 1 emprunté, pour le precedent 2 faire valoir 12) reste 1, le mettant soubs le 2, & ainsi des autres, dont la disposition des characteres est telle.

Nombre duquel ou soubstraict	238754207
Nombre à soubstraire	71572604
Reste	167181603

Je di que 167181603 est la reste requise. *Demonstration.* Ajoustant le reste 167181603 au nombre à soubstraire 71572604, leur somme sera egale au nombre duquel on soubstraict, parquoy 167181603, est la difference entre le nõbre duquel on soubstraict, & le nombre à soubstraire: doncques par la 89 definition elle est aussi leur reste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques, donné nombre Arithmetique entier duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique entier à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME III.

ESTANT *donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur: Trouver leur produict.*

Explication du donné: Soit donné nombre à multiplier 546, & multiplicateur 37. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. NOTA. Pour facilement solver ceste proposition, il convient de sçavoir par memoire, la multiplication des neuf simples characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9. entre eux: comme, que 5 fois 7 font 35, & que 9 fois 6 font 54, & ainsi des autres: Or pour facilité du mesme on prepare communement une table

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

comme cy dessoubs, vulgairement dicte la table Pythagorique. son usage est tel: voulant sçavoir le produict de deux characteres proposez, on cherche l'un en la premiere colomne à la senestre, & l'autre en la superieure ligne, & le nombre

nombre en l'angle commun demonſtre le produict. Par exemple, voulant ſçavoir combien ſoit 8 fois 3, on cherche 8 en la premiere colomne à ſeneſtre, & 3 en la ſuperieure ligne, & en l'angle commun y a 24, qui denote 8 fois 3 faire 24, & ainſi des autres. *Conſtruction.* On mettera les nombres l'un ſoubs l'autre, tirant un traict comme cy deſſoubs; Puis on dira 7 fois 6 font 42, mettant 2 ſoubs le 7, & retenant (à cauſe des quatre dixaines) 4 à la memoire; puis 7 fois 4 font 28, & 4 qu'on tient à la memoire, font 32, deſquels on mettera le 2 ſoubs le 3, retenant 3; puis 7 fois 5 font 35, & 3 qu'on a retenu font 38; leſquels on mettera pareillement deſſoubs le traict: De meſme ſorte multipliera on les 546 par le 3 du multiplicateur, diſant 3 fois 6 font 18, mettant le 8 ſoubs le 3, & ainſi des autres: puis on tirera un traict ajouſtant par le 1 probleme tout ce qui eſt entre les deux lignes, en ceſte ſorte:

Nombre à multiplier	546
Multiplicateur	37
	3822
	1638
Produict	20202

Ie di que 20202 eſt le produict requis. *Demonſtration.* Le 20202 contient le 37 autant de fois, qu'il y a unitez en 546; Doncques par la 93 definition c'eſt multiplication legitime, & 20202 eſt leur produict; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmeticque entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des nombres Arithmeticques entiers.

PROBLEME IV.

Eſtant donné nombre Arithmeticque entier à diviſer, & nombre Arithmeticque entier diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviſer 995, & diviſeur 28. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On mettera le nombre à diviſer & diviſeur en ordre, tirant une ligne oblique comme cy deſſoubs: diſant combien de fois 2 en 9? faict 3 fois (il eſt vray qu'il en y a 4 fois reſtant 1, mais nous dirons cy deſſoubs la raiſon pourquoy il faut dire ſeulement 3 fois) qui denote 3 pour premier charactere du quotient, lequel 3 on mettera derriere la ligne oblique, & le 3 reſtant ſur le 9, trenchãt le 2 & 9. Puis on multipliera le 8 du diviſeur, par le 3 du quotient, faict 24, lequel ſoubſtraict de 39 (icy appert l'occaſion pourquoy nous avons dict cy deſſus, que le 2 eſt en 9 ſeullement 3 fois, car ſi nous euſſions dict 4 fois reſtant 1 ſur le 9, & que nous euſſions alors multiplié le 8 par tel 4, ce ſeroit 32, lequel ſeroit à ſoubſtraire de 19 reſtant par deſſus le diviſeur, ce qui ſeroit impoſſible, pourtant il faut touſiours mettre tel nombre à la ligne oblique, qu'on puiſſe ſubſtraire tel produict d'icelle reſte) reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 39, trenchant & le 39, & le 8, & ſera alors la diſpoſition des characteres telle.

```
1
35
995 (3
28
```

Or pour trouver le ſecond charactere du quotient, il faut mettre autrefois le diviſeur ſoubs le nombre à diviſer, mettant le 8 du diviſeur ſoubs le 5, & le 2 ſoubs le 8 du premier diviſeur, diſant combien de fois 2 en 15? faict 5 fois (lequel 5 on mettera à la ligne oblique aupres le 3 pour ſecond charactere du quotient) reſte 5, lequel on mettera ſur le 5 deſdicts 15 trenchant les meſmes 15 & 2, puis on multipliera le 8 diviſeur, par le 5 du quotient, faict 40, qui ſoubſtraict de 55 reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 55, trenchant le 55 & le 8, & diſtinguant le 15 reſtant par une ligne oblique; Puis on tirera une ligne aupres les 35 du quotient, mettant ſur icelle ledict reſtant 15, & deſſoubs la meſme le 28, qui eſt le diviſeur, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.

```
(1
18
35
995 (35 15/28
288
 2
```

Ie di que $35\frac{15}{28}$ eſt le quotient requis. *Demonſtration.* Les $35\frac{15}{28}$ contiennent autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer 995 contient le diviſeur 28; Doncques $35\frac{15}{28}$ eſt par la 97 definition leur quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmeticque entier à diviſer, & nombre Arithmeticque entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Deuxieſme diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME V.

Eſtant donnez nombres Arithmeticques entiers: Trouver leur plus grande commune meſure.

Explication du donné. Soyent donnez nombres Arithmeticques entiers 91 & 117. *Explication du requis.* Il faut trouver leur plus grande commune meſure. *Conſtruction.* On diviſera le majeur nombre 117 par le moindre 91, donne reſte (car du quotient ne prenons icy cure) 26. par les meſmes diviſera on autrefois les 91, dõne reſte 13, par les meſmes diviſera on autrefois les 26, & ne reſte rien. Ie di que 13, par ce qu'en la derniere diviſion il n'y reſtoit rien (car pour reigle generale, le nombre qui en telle derniere diviſion eſt diviſeur, ſera touſiours la plus grande commune meſure) eſt la plusgrande commune meſure requiſe. *Demonſtration.* Si l'on meſure combien de fois il y a 13 en 91, (c'eſt à dire, ſi on diviſe 91 par 13) ſe trouve preciſement 7 fois; Semblablement combien de fois leſdicts 13 ſont en 117, ſe trouve preciſement 9 fois. Doncques 13 (puis qu'il meſure & l'un & l'autre) eſt leur commune meſure. Auſſi que c'eſt la plus grande, eſt manifeſte, par ce que 7 & 9 ſont nombres entr'eux premiers; ce qu'il falloit demonſtrer. NOTA. Mais eſtant à trouver la plus grande commune meſure de plus que de deux nombres, comme (par exemple) de 18.12.4. On trouvera premierement la plus grande commune meſure des deux, comme de 18 & 12, qui eſt 6, puis de 6 & 4, qui eſt 2, pour le requis; & ainſi d'aultres nombres quelconques. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmeticques entiers, nous avons trouvé leur plus grande commune meſure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VI.

Eſtant donné nombre Arithmetique rompu: Trouver ſon premier rompu.

Explication du donné. Soit donné rompu $\frac{91}{117}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouvera la plus grande commune meſure de 91 & 117, laquelle par le 5 probleme ſera 13, par les meſmes diviſera on 91, donne quotient 7; lequel ſe mettera ſur une ligne, puis on diviſera les 117 par leſdicts 13, donne quotient 9, lequel on mettera deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte $\frac{7}{9}$. Ie di que $\frac{7}{9}$ eſt le premier rompu requis. *Demonſtr.* Eſtant numerateur & nominateur de $\frac{7}{9}$ nombres entre eux premiers, par la 8 definition, ils ſeront le premier rompu du rompu donné $\frac{91}{117}$, par la 13 definition; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques

donné

donné nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VII.

Estant donné nombre Arithmetique entier & rompu : Trouver un rompu qui leur soit egal.

Explication du donné. Soient donnez $4\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver un rompu qui leur soit egal. *Construction.* On multipliera les 4 par 3, font 12, ausquels s'ajoustera le 2 numerateur du rompu donné; font 14; soubs les mesmes mettera on le 3 nominateur du rompu donné en ceste sorte $\frac{14}{3}$. Ie di que $\frac{14}{3}$ est le rompu requis egal aux $4\frac{2}{3}$. *Demonstration.* Il est manifeste par le suivant 8 probleme, que $\frac{14}{3}$ vallent $4\frac{2}{3}$; ce quil falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VIII.

Estant donnée fraction Arithmetique majeure que unité : Trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, la fraction donnée contienne.

Explication du donné. Soit fraction donnée majeure que unité $\frac{14}{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, ladicte fraction $\frac{14}{3}$ contienne. *Construction.* On divisera le numerateur 14, par le nominateur 3, donne quotient $4\frac{2}{3}$. Ie di que $4\frac{2}{3}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Premierement que $4\frac{2}{3}$ sont quatre unitez, & plus fraction $\frac{2}{3}$ moindre que unité, est par soi manifeste: Au second, que les $4\frac{2}{3}$ sont egaux à $\frac{14}{3}$, appert par le 7 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée fraction Arithmetique, &c. ce qu'il falloit faire.

PROBLEME IX.

Estant donnez nombres Arithmetiques rompuz d'inegaux nominateurs : Les reduire en rompuz de commun nominateur.

Explication du donné. Soient les rompuz donnez $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en nombres rompuz de commun nominateur, c'est à dire qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Construction.* On multipliera le 4 par 3, faict 12, lequel se mettera sur le 4, semblablement on multipliera 2 par 5, faict 10, les mesmes mettera on sur le 2, puis 3 par 5 faict 15, lequel on mettera dessoubs en ceste sorte. Ie di que $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$ sont les nombres requis, à sçavoir ayant un commun nominateur 15.

10 12
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$
15

Demonstrat. Que ces nombres trouvez ont 15 pour commun nominateur, est manifeste, & que les $\frac{10}{15}$ sont egales à $\frac{2}{3}$, apert en cela; que $\frac{2}{3}$ sont le premier rompu de $\frac{10}{15}$ par le 6 probleme; Semblablement sont les $\frac{12}{15}$ egales à les $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. *Autre exemple.* Si les nombres donnez fussent plus que deux, comme par exemple ces trois $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$. On multipliera 3 par 5, faict 15, lesquels autrefois multipliez par 7 font pour commun nominateur requis 105; puis pour trouver le numerateur respondant aux $\frac{2}{3}$ donnez, on multipliera les 105 par les 2 des $\frac{2}{3}$ faict 210 : les mesmes divisez par le 3 des mesmes $\frac{2}{3}$, donnent quotient 70, pour numerateur respondant à les $\frac{2}{3}$ donnez. Et par mesme moyen on trouvera que aux $\frac{4}{5}$ respondent 84 & aux $\frac{6}{7}$ 90; Doncques $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ sont les trois nombres ayant un commun nominateur 105, comme il estoit requis, dont la demonstration depend de la precedente. Et la disposition des characteres de l'operation est telle. *Conclusion.* Estant doncques

70 84 90
$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$
105

donnez nombres rompuz d'inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompuz de commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME X.

Estant donnés nombres Arithmetiques rompuz à ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent les nombres donnez à ajouster tels $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On mettera les deux rompuz donnez l'un chez l'autre, appliquant tel rompu des deux à dextre ou senestre comme il aviendra, les distinguant par une croix (laquelle denote qu'il faudra multiplier par croix) comme cy dessoubs; puis on multipliera 3 par 4, font 12: lesquels on mettera joignant le 4, Semblablement se multipliera 2 par 5 font 10; puis on ajoustera 12 & 10, font 22, soubs les mesmes tirera on une ligne, puis on multipliera 3 par 5, font 15, lequel on mettera soubs ladicte ligne en ceste sorte. Je di que $\frac{22}{15}$ (qui vallét par le 8. probleme $1\frac{7}{15}$) est la somme requise.

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ 12
10
22
15

Demonstration. Parce que le 3 multiplié par 4 faict 12, & le mesme 3 multiplié par 5 faict 15, il y aura, par la 18 proposition du 7 livre d'Euclide, telle raison de 12 a 15, comme de 4 a 5; Doncques nous avons trouvé deux termes 12 & 15, lesquels disposez ainsi $\frac{12}{15}$, donnent un rompu egal a $\frac{4}{5}$. Semblablement par ce que ledict 5 multiplié par 2 faict 10; & le mesme 5 par 3 faict 15; il y aura telle raison (par ladicte 18 proposition du 7 Euclid.) de 10 a 15, comme de 2 a 3. nous avons doncques trouvé deux termes 10 & 15, lesquels disposez ainsi $\frac{10}{15}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$. parquoy la somme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$ est aussi la somme de $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$: Mais douze quinziesmes, & dix quinziesmes, font vingt & deux quinziesmes, doncques la somme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$, est $\frac{22}{15}$, & par consequent $\frac{22}{15}$ est aussi la somme de $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. NOTA. Si les rompuz donnez eussent egaux nominateurs, on pourra à cause de brieveté ajouster les numerateurs, y supposant le nominateur. Comme par exemple estant à ajouster $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ on conjoindra 2 & 3, font 5, y mettant dessoubs le nominateur 7, faict pour solution $\frac{5}{7}$. Mais s'il y eust à ajouster entiers & rompus à entiers & rompus, on ajoustera les entiers à part par le 1 probleme, & les rompuz par ce 10 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres Arithmetiques rompuz, nous avons trouvé leur somme, ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XI.

Estant donné nombre Arithmetique rompu, duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique rompu à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on soubstraict $\frac{5}{6}$, & nombre à soubstraire $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettera le nombre à soubstraire $\frac{2}{3}$, à la senestre, & le nombre duquel on soubstraict $\frac{5}{6}$, à la dextre, les distinguant par une croix, puis on multipliera, 3 par 5 faict 15, le mettant chez le 5, semblablement 2 par 6 faict 12, lequel on mettera chez le 6, & tirant une ligne entre 15 & 12, on levera les 12 des 15, reste 3. puis on multipliera 3 (à sçavoir 3 nominateur des $\frac{2}{3}$) par 6, font 18, les mettant soubs

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ 15 / 12 / 3 / 18

soubs le 3 en ceste sorte. Ie di que $\frac{3}{18}$ (desquels le premier rompu par le 6 probleme est $\frac{1}{6}$) est la reste requise. *Demonstration.* Pour ce que le 3 multiplié par 5, faict 15, & le mesme 3 par 6 faict 18: il y aura, par la 18 proposition du 7 livre d'Euclide, telle raison de 15 a 18, comme de 5 a 6; Doncques nous avons trouvé deux termes 15 & 18, lesquels disposez ainsi $\frac{15}{18}$, font rompu egal a $\frac{5}{6}$; Semblablement parce que ledict 6 multiplié par 2 faict 12, & le mesme 6 par 3 faict 18, il y aura telle raison, par ladicte 18 proposition du 7 livre d'Euclide, de 12 a 18, comme de 2 a 3: Nous avons doncques trouvé deux termes 12 & 18, lesquels disposez ainsi $\frac{12}{18}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$; parquoy la reste de la soubstraction de $\frac{12}{18}$ de $\frac{15}{18}$, est aussi la reste de la soubstraction de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$; mais soubstrahant douze dixethuictiesmes, de quinze dixethuictiesmes, restent trois dixethuictiesmes: doncques la reste de $\frac{12}{18}$, de $\frac{15}{18}$, est $\frac{3}{18}$, & par consequent $\frac{3}{18}$ est aussi la reste de $\frac{2}{3}$ soubstraicts de $\frac{5}{6}$; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Si les rompus donnés eussent egaux nominateurs, on pourroit à cause de brieveté soubstraire le moindre numerateur du maieur, mettant soubs la reste leur commun nominateur. Comme estant à soubstraire $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$ on levera 2 de 5, reste 3, soubs le mesme mis le 7, faict pour solution $\frac{3}{7}$. Mais s'il y eust à soubstraire entiers & rompus, d'entiers & rompus, & que le rompu à soubstraire fust moindre que celuy duquel on soubstraict; Alors on soubstraira le nombre entier, du nombre entier, par le 2 probleme, puis rompu de rompu, par cest 11 probleme.

Mais pour soubstraire rompu d'entier, on empruntera 1 de l'entier, lequel on partira en tant des parties que contient unitez le nominateur du rompu à soubstraire. Comme si de 4 on veult soubstraire $\frac{2}{3}$, on emprunte 1 de 4, lequel 1 se dict estre $\frac{3}{3}$ (parce que le nominateur du rompu à soubstraire est 3) puis de $\frac{3}{3}$ levant $\frac{2}{3}$, reste $\frac{1}{3}$, & sera toute la reste $3\frac{1}{3}$.

Mais si d'entiers & rompuz, on veult soubstraire entiers & rompuz, & que le rompu à soubstraire fust maieur que le rompu duquel il fault soubstraire, on empruntera 1 de l'entier, lequel 1 il faut partir en tant de parties, que contient unitez le nominateur du rompu duquel on soubstraict, & l'ajouster au mesme rompu, & d'iceluy ajoustement lever le rompu à soubstraire. Comme par exemple: voulant soubstraire $3\frac{2}{3}$, de $7\frac{2}{5}$, on emprunte 1 du 7 l'appellant $\frac{5}{5}$, lesquels ajoustez aux $\frac{2}{5}$, font $\frac{7}{5}$, desquels soubstraicts $\frac{2}{3}$, reste (par cest 11 probleme) $\frac{11}{15}$, dont toute la reste sera $3\frac{11}{15}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmeticque rompu duquel on soubstraict, & nombre Arithmeticque rompu a soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmeticques rompuz.

PROBLEME XII.

Estant donné nombre Arithmeticque rompu à multiplier & nombre Arithmeticque rompu multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier $\frac{2}{3}$, & multiplicateur $\frac{7}{9}$. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Construction.* On mettera les deux nombres l'un chez l'aultre, & tel rompu des deux à dextre ou senestre comme il aviendra; Puis on multipliera 2 par 7, faict 14, les mettant joignant le 7; semblablement 3 par 9, faict 27, les mettant chez le 9 en ceste sorte. Ie di que $\frac{14}{27}$ est le produict requis. *Demonstration.* Les $\frac{14}{27}$ contiennent les $\frac{2}{3}$ autant des fois qu'il y a des unitez en $\frac{7}{9}$ (car l'unité est en $\frac{7}{9}$ contenu septneufiesme fois, aussi est $\frac{2}{3}$ contenu en $\frac{14}{27}$ septneufiesmefois) doncques par la 97 definition, c'est legitime multiplication, & par consequent $\frac{14}{27}$ est le vray produict: ce qu'il falloit demonstrer.

$\frac{2}{3}$ $\frac{7}{9}$ · $\frac{14}{27}$

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompuz, comme $2\frac{1}{2}$ & $4\frac{2}{3}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompus donnez, par le 7 probleme. à sçavoir $\frac{5}{2}$ egaux à $2\frac{1}{2}$, & $\frac{14}{3}$ a $4\frac{2}{3}$, lesquels $\frac{5}{2}$ & $\frac{14}{3}$ multipliez comme en ce 12 probleme, font pour solution $\frac{70}{6}$, qui vallent par le 8 probleme $11\frac{4}{6}$, qui est par 6 probleme $11\frac{2}{3}$.

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera soubs l'entier tousiours 1, l'usant apres comme s'il fust rompu. Soyent par exemple $\frac{2}{7}$ à multiplier par 3, l'on mettera 1 soubs le 3, en ceste maniere $\frac{3}{1}$; puis multipliant $\frac{2}{7}$ par $\frac{3}{1}$, faict par ce probleme $\frac{6}{7}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu à multiplier, & nombre Arithmetique rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XIII.

Estant donné nombre Arithmetique rompu à diviser, & nombre Arithmetique rompu diviseur. Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviser $\frac{5}{7}$, & diviseur $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On mettera le nombre à diviser $\frac{5}{7}$ à la dextre, & le diviseur à senestre, les distinguant par une croix, puis on multipliera 3 par 5, font 15, les mettant chez le 5, semblablement 2 par 7, font 14, les mettant joignant le 7 en ceste sorte. Ie di que $\frac{15}{14}$ (qui par le 8 probleme vallent $1\frac{1}{14}$) est le quotient requis. *Demonstration.* Les $\frac{15}{14}$ contiennent autant des fois l'unité, que le nombre à diviser $\frac{5}{7}$ contient le diviseur $\frac{2}{3}$ (car $\frac{15}{14}$ contiennent l'unité une & une quatorziesme fois, & autant de fois contiennent aussi les $\frac{5}{7}$ le diviseur $\frac{2}{3}$) doncques $\frac{15}{14}$ par la 97 definition, sont leur quotient; ce qu'il falloit demonstrer.

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \cdot \frac{15}{14}$

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompuz, comme nombre à diviser $2\frac{2}{3}$ & diviseur $3\frac{1}{2}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompuz donnez par le 7 probleme; à sçavoir $\frac{8}{3}$ egales aux $2\frac{2}{3}$, & $\frac{7}{2}$ egales aux $3\frac{1}{2}$, lesquels $\frac{8}{3}$ divisés par $\frac{7}{2}$, donnent quotient & solution par ce probleme $\frac{16}{21}$.

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera tousiours soubs l'entier 1, l'usant apres comme s'il fust rompu: Soit par exemple nombre à diviser $\frac{3}{4}$, & diviseur 5; On mettera 1 soubs 5 en ceste sorte $\frac{5}{1}$, puis divisant par $\frac{5}{1}$ les $\frac{3}{4}$, donne quotient & solution $\frac{3}{20}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmeticque rompu à diviser, & nombre Arithmetique rompu diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Nous avons declaré jusques icy, les quatre computations des nombres Arithmeticques rompuz, la ou la disposition des characteres, a en chascun probleme esté telle, comme nous entendons que celuy doibt faire, qui suyvera nostre conseil; non seulement pour la facilité de

de ces rompuz Arithmetiques (combien que c'est chose assez importante) mais aussi des rompuz radicaux, & algebraiques, la ou nous tiendrons le mesme ordre que dessus. Quelle facilité il causera, je le mets au jugement de ceux qui l'auront bien experimenté. Mais à fin de declairer un peu, en quoy consiste ceste singuliereté, c'est principalement en cela, que de l'operation de la soubstraction & division, (parce que nous voulons que nombre à soubstraire & diviseur soit tousiours mis à senestre) sorte tousiours necessairement le requis par une mesme maniere, sans inutilemēt descripre quelques lettres plusieurs fois, comme il avient les mettant autrement : Et cecy ne consiste pas en opinion, mais on ne peut donner bonne raison par les nombres entiers : car comme l'on y met tousiours le nombre à soubstraire & diviseur en certaine disposition: qui est dessoubs leurs nombres respondans (ce que la nature semble ainsi requerir, veu que le contraire causeroit confusion) semblablement comme il ne faut pas necessairement observer cecy en l'addition, & multiplication, car on met tel des nombres donnez, desus ou dessoubs comme il avient : Tout ainsi en les quatre computations de tous autres nombres de qualité quelconque.

Troisiesme distinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XIIII.

E*stant donnés trois termes de nombres Arithmetiques : Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

Explication du donné. Soyent trois termes donnez 2.3.4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel; c'est à dire, en telle raison au troisiesme terme 4, comme le second 3 au premier 2. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme 3 par le troisiesme 4, donne produict 12, lequel divisé par le premier terme 2, donne quotient 6. Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a de 6 a 4 raison sesquialtere, & la mesme raison y a il aussi de 3 a 2, ou bien il y a de 2 a 3 raison subsesquialtere, & la mesme y a il aussi de 4 a 6, doncques 6 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer. NOTA. Si les trois termes donnez fussent nombres rompuz, ou en partie rompuz, l'operation sera semblable à la precedante. Soyent par exemple les trois termes donnez tels, 3. $3\frac{1}{2}$. $2\frac{2}{3}$. On multipliera $3\frac{1}{2}$ par $2\frac{2}{3}$, faict par le 12 probleme $\frac{56}{6}$, lesquelles divisees par 3 premier terme, donnent quotient & solution $3\frac{1}{9}$. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Arithmetiques, nous avons trouvé le quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Quatriesme distinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XV.

P*Artir le nombre Arithmetique donné en parties proportionelles, à nombres donnez.*

Explication du donné. Soit le nombre donné 18, & les nombres donnez 4.2.3. *Explication du requis.* Il faut partir le 18 en trois parties proportionelles aux trois nombres donnez 4.2.3. *Construction.* On ajoustera les nombres donnez, à sçavoir 4.2.3. font 9, puis on dira 9 donnent 4, combien 18 ? faict (par le 14 probleme) 8, pour le premier nombre requis; de mesme sorte on dira 9 donnent 2, combien 18? faict 4 pour le second nombre requis. Et finalement 9 donnent 3, combien 18? faict 6 pour le troisiesme nombre requis. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle. Ie di que 18 est parti en trois nombres 8.4.6. proportionels (à sçavoir en ternaire proportion) aux trois nombres donnez 4. 2. 3. comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme 4 a 2, & 2 a 3, ainsi 8 a 4, & 4. a 6; Et la somme de 8. 4. 6 est 18, doncques ce sont les nombres requis; ce qu'il falloit demonstrer. Semblable sera aussi le progres par nombres rompuz, & de multitude de nombres donnez quelconque. *Conclusion.* Nous avons doncques parti le nombre donné, en parties proportionelles à nombres donnez, ce qu'il falloit faire.

4.	8.
2.	4.
3.	6.
9.	18.

NOTA.

Comme le precedant 14 probleme est tel en nombres, comme la 12 proposition du 6 livre d'Euclide en lignes; Ainsi est ce 15 probleme tel en nombre, comme la 10 proposition dudict 6 d'Euclide en lignes. Aussi comme cestuy-la est de grande consideration en la Geometrie, servant pour reigle generale à plusieurs operations Geometriques; Ainsi est cestuy-cy le semblable en l'Arithmeticque, commode à beaucoup des operations qui s'y rencontrent, comme en la reigle de faux, de compaignie, d'Alligation, & de plusieurs autres, comme apparoistra en la practique d'Arithmeticque chascun en son lieu.

Cincquiesme distinction de la reigle de faux des nombres Arithmeticques.

D'une faulse position.

PROBLEME XVI.

E*Stant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres Arithmeticques: La solver par une faulse position.*

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera. *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le vray nombre requis, soit 2: le mesme avec sa moitie qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 ce que nous voulons, mais 18; Donc la position de 2 estoit faulse, parquoy a fin d'avoir le vray requis, on dira 3 viennent de 2, d'ou viendront 18? faict pour solution 12.

Mais a fin que demonstrons aussi la disposition, & ordre que nous tiendrons en la reigle des faux de quantitez, qui est en l'operation algebraique, nous donnerons icy semblable construction en ces nombres Arithmeticques.

AVLTRE CONSTRVCTION EN FORME ALGEBRAIQVE.

Soit le nombre requis nombre Arithmeticque quelconque comme	4	12
Sa moitie.	2	6
Leur somme	6	18
Egal en valeur a	18	

Or 6 vallent 18, ergo l'unité vault 3 (car disant, 6 vault ou donne 18, combien 1? faict 3) C'est à dire que chascune unité des nombres 4.2.6. vault 3; D'ou s'ensuit que le 4 vauldra 12 (car disant, 1 vault 3, combien 4? faict 12) Et pour mesme raison 2 vauldra 6, & le 6 vauldra 18, lesquels 12.6. 18. on mettera derriere la ligne joignant leurs membres respondans, comme cy dessus. Or comme l'on cherchoit icy la valeur de l'unité, par lequel on vient à la cognois-

cognoissance des nombres requis ; Ainsi cherchera on tousiours en l'algebre la valeur de 1(1), par laquelle on viendra de mesme sorte à la cognoissance des autres nõbres requis, & ne differera l'algebraique disposition en rien de ceste cy: car la ou nous aurons icy nombres Arithmetiques, 4.2.6.18, nous aurons en l'algebre des quantitez algebraiques, comme le tout sera plus clair en son lieu par les exemples. Laquelle leur affinité avions proposé de declairer. Ie di doncques que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12, avec sa moitie 6, faict 18, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposé question, qui se solve par une fausse position en nombres Arithmetiques, nous l'avons solvée par une fausse position; ce qu'il falloit faire.

De deux fausses positions.

PROBLEME XVII.

E*Stant proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmetiques: La solver par deux fausses positions.*

Explication du donné & requis. On veut sçavoir quel nõbre avec sa moitie sera 9. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais 9; Doncques la premiere position de 2 est fausse, & vient trop peu ou moins 6, ce que se notera en ceste sorte:

2 moins 6.

Puis on posera pour seconde position quelque autre nombre que n'est le 2 de la premiere position; comme s'il fust le nombre requis, soit 4, le mesme avec sa moitie qui est 2, faict 6. or ce n'est pas 6 que nous voulons, mais 9; Doncques la seconde position de 4 est aussi fausse, & vient trop peu ou moins 3, ce que se mettera soubs la premiere position, & sera leur disposition telle:

2 moins 6.
4 moins 3.

Puis on multipliera par croix, c'est à dire, 4 par 6, faict 24, le mesme mettera on chez le 6, puis 2 par 3 faict 6, lequel mis chez le 3, leur disposition sera alors telle:

2 moins 6. 24.
4 moins 3. 6.

Puis il faut considerer si les deux vocables comme plus & moins sont semblables: c'est à dire, tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, c'est à dire, l'un plus, & l'autre moins: car pour reigle generale:

Semblables requierent soubstraction,
Et dissemblables addition.

Or les vocables de cest exemple sont semblables: à sçavoir tous deux moins: il faut dõc soubstraire le moindre du majeur; à sçavoir 6 de 24, reste 18, & 3 de 6 reste 3; puis il faut diviser le 18, par le 3, donne quotient & solution 6. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle: Ie di que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* 6 avec sa moitie 3 faict 9 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

2 moins 6. 24
4 moins 3. 6
3. 18 faict 6

N o t a. Si les deux vocables lesquels cy dessus sont moins, eussent esté tous deux plus, l'operation eust esté semblable à la precedente; mais si l'un eust esté plus, & l'autre moins, on eust fallu ajouster, comme appert en ceste disposition de characteres d'operation achevée telle: Toutes Questions que l'on solve par une fause position, se peuvent solver par deux, mais pas au contraire.

2 moins 6. 60
10 plus 6. 12
12. 72 faict 6.

Il faut aussi sçavoir, que les exemples que l'on propose à solver par reigle de faux, semblent aucunefois fort differens; toutesfois si l'on y prend bien regard, l'operation est en tous d'une mesme methode, comme apparoistra par les exemples que nous en donnerons en la practique d'Arithmeticque suyvante; la ou les nombres seront appliquez à quelques matieres. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmeticques, Nous l'avons solvée par deux fausses positions; ce qu'il falloit faire.

SECONDE PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES RADICAUX.

Premiere distinction des extractions des racines des nombres simples.

PROBLEME XVIII.

E*Stant donné nombre geometrique simple: Trouver sa racine requise.*

N o t a.

Il faut premierement trouver, pour la generale construction de ce probleme, quelques nombres propres, en ceste sorte: On escrira 2, puis 3. 4. 5. 6. d'un & d'aultre costé dudict 2, & de poincts entre deux par forme de triangle en ceste sorte. Puis on adjoustera, 3 & 3 font 6, le mesme se mettera au poinct du milieu entre 4 & 4, puis on adjoustera ledict 6 & 4, font 10, les mesmes mettera on deux fois entre le 5 & 5, laissant un poinct entre chasques deux nombres;

2
3 . 3
4 . . . 4
5 5
6 6

puis on ajoustera 10 & 10, font 20, le mettant au milieu entre 6 & 6, puis s'adjoustera 10 & 5, font 15, le mettant, d'un & d'autre costé aux poincts du milieu entre 20 & 6, puis on mettera chez chascun des characteres, 2. 3. 4. 5. 6. à dextre 0, & alors sera leur disposition telle.

20
3 . 3 0
4 . 6 . 4 0
5 . 10 . 10 . 5 0
6 . 15 . 20 . 15 . 6 0

Or pour choisir les propres characteres servans à l'operation de l'extraction de chascune racine; il faut sçavoir, que la premiere ligne, comme 20, sert pour l'extraction de racine quarrée, & la seconde ligne 3. 30, pour l'extraction de racine cubique; & la troisiesme ligne 4. 6. 40, pour l'extraction de la racine de quarte quantité, & ainsi des autres. Mais lesdicts nombres requirent encore autre distinction telle.

Pour les racines quarrees servira 20.

Pour les racines cubiques, il faut mettre les 3. 30 en deux parties telles:

300
30

Pour les racines de quarte quantité, il faut mettre les 4. 6. 40 en trois parties telles:

4000
600
40

Pour les racines de quinte quantité, il faut mettre les 5. 10. 10. 50. en quatre parties telles:

 50000

50000
10000
1000
50

Pour les racines de sexte quantité, il faut mettre les 6. 15. 20. 15. 60 en cincq parties telles:

600000
150000
20000
1500
60

Et de mesme sorte pourra on proceder en infini, pour trouver nombres servans à l'extraction de racine quelconque, comme de septiesme, octave quantité, &c.

Premier exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il fault trouver sa racine quarrée. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on un poinct soubs le premier charactere à dextre, à sçavoir soubs le 4; semblablement un poinct soubs le 6, laissant un charactere entre deux, puis un poinct soubs le 8, laissant pareillement un charactere entre deux; Et semblablement metteroit on d'avantage des poincts, s'il y eust plus de characteres. Et signifient ces trois poincts, les trois lieux des trois characteres, qui sortiront pour la racine requise, desquelles la disposition est telle.

1 8 6 6 2 4
. . .

Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers de 18, au plus pres qu'on peult, & moindre, qui sera 4, le mettant au premier poinct soubs le 8, puis on soubstraira le quarré de 4, qui est 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant 16 & 18, & leur disposition sera alors telle.

2
1 8 6 6 2 4
4 . .
1 6

Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut mettre à part 20 (qui est le nombre servant generalement pour l'extraction de toute racine quarrée, comme nous avons dict cy dessus à la note de ce probleme) & au devant des mesmes 20, il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 4, multipliant les 20 par 4, font 80: par les mesmes fault il diviser les 266, & se trouve pour quotient 3, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi joignant les 20, qui sont mis apart: Aussi on mettera soubs le 3, son quarrée 9. & sera alors leur disposition telle.

4. 20. 3. 2
9. 1 8 6 6 2 4
4 3 .
1 6

Puis il faut multiplier les 20 par les 4, font 80, & les mesmes par 3, font 240, lesquels on mettera chez le 3, y ajoustant encore le 9, & la somme sera 249, laquelle se mettera aussi dessoubs les 266, les soubstrahant d'icelles, & resteront encore 17, & leur disposition sera alors telle.

4. 20. 3. 240. 217
9. 9. 186624
249. 4 3 .
1649
2

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme l'on a faict pour l'invention du second charactere. On mettera doncques autrefois apart le 20 (à sçavoir le 20 servant generalement pour toute extraction de racine quarrée) & au devant des mesmes 20 on mettera ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 43, multipliant le 20 par le 43, font 860, par les mesmes se divisera le 1734, & se trouve 2 pour quotient, le mesme mettera on au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant le 20, qui sont mis apart, aussi on mettera dessoubs lesdicts 2, son quarré 4, & sera alors la disposition telle.

4. 20. 3. 240. 217
9. 9. 186624
249. 4 3 2
43. 20. 2. 1649
4. 2

Puis on multipliera le 20 par 43, faict 860, & les mesmes par 2, faict 1720, lesquels on mettera chez le 2, y ajoustant encore le 4, & la somme sera 1724, laquelle on mettera aussi soubs les 1724 de l'extraction, les soubstrayant d'icelles, & ne restera rien, & sera alors la disposition achevée telle.

4. 20. 3. 240. 217
9. 9. 186624
249. 4 3 2
43. 20. 2. 1720. 164924
4. 4. 217
1724.

Je di que 432 est la racine requise. *Demonstration.* Multipliant 432 en soy, donne produict 186624 egal au nõbre quarré donné; doncques 432 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Second exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable, d'autre maniere que par le precedent premier exemple.

NOTA.

L'extraction de racine quarrée, que nous avons descript au precedent premier exemple, descriprons nous autrefois en ce second exemple, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'usons en la practique, & à mon advis plus facile que n'est la precedente, laquelle nous y avons seulement mis, pour demonstrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes especes de racines, comme cubiques, de quarte quantité, de quinte quantité, &c. Car conferant l'extraction precedente, à semblables suyvantes, il apparoistra que c'est tout un mesme ordre.

Explication du donné. Soit donné autre fois nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarree. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on trois poincts, comme nous avons faict au precedent premier exemple, en ceste sorte.

186624
. . .

Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers, de 18, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera 4, le mettant au poinct soubs le 8, disant 4 fois quatre font 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant le 18; puis il faut doubler ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir le 4, faict 8, lequel mis soubs le 6, leur disposition sera alors telle.

2
186624
4 . .
8

Puis il faut dire, cõbien de fois 8 en 26? se trouve 3 fois, lequel on mettera au poinct suyvant soubs le 6, disant, 8 fois 3 font 24, de 26, reste 2, lequel on mettera sur le 6, trenchant 26; puis on multipliera 3 par soy, faict 9, qui soubstraict de 26, reste 17, lequel on mettera sur le 26, trenchant les mesmes 26. Et leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder comme on a faict cy dessus pour l'invention du second charactere, car si l'on y prent bien regard, on ne trouvera en

en l'operation aucune difference. Il faut doncques doubler tout ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir 43, font 86, lequel on mettera soubs le 72; Puis il fault dire; combien de fois 8 en 17? & se trouve 2 fois, lequel on mettera au poinct restant entre les lignes, disant 8 fois 2 font 16, de 17 reste 1, lequel on mettera sur le 7, trenchant le 17; Puis on multipliera 6 par 2, font 12, lequel soubstraict de 12, & trenchant les mesmes 12, ne reste rien; Puis on multipliera le 2 entre les lignes par soy, faict 4, qui soubstraict de 4, & trenchant le mesme 4, ne reste rien; & sera alors leur disposition achevée telle. Semblable seroit l'operation, s'il y eust d'avantage des poincts entre les lignes. Je di que 432 est la racine quarrée requise; dont la demonstration est faicte au precedant premier exemple.

227
186624
4 3 .
8

1 1
2 2 7
1 8 6 6 2 4
4 3 2
8 8 6

Troisiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit le nombre entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On dira pour solution que c'est √ 227; Dont la demonstration est manifeste.

Quatriesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée par le precedent 2 exemple, & sera 15, restant 2, lequel on mettera sur une ligne, & dessoubs la mesme tousiours le double de la racine plus 1, qui faict 31. Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle. Je di que 15 $\frac{2}{31}$ est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant 15 $\frac{2}{31}$ par soy faict 226 $\frac{905}{961}$, qui faudroit estre pour l'avoir parfaictement 227; c'est doncques bien pres. Mais qu'elle est à son quarré commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer.

1 1 (2
2 2 7
1 5 $\frac{2}{31}$
2

Aultre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on vouloit la racine de 227 encore plus pres, que par le precedent quatriesme exemple, on multipliera 100 par soy, faict 10000, par les mesmes se multipliera 227, faict 2270000, duquel on extraira racine quarrée par le 4 exemple, & sera 1506 $\frac{1964}{3013}$, les mesmes divisez par 100 (parce que par 100 a este multiplié) donne quotient bien du requis 15 $\frac{10021}{150650}$.

Mais si on voulust approcher encore beaucoup plus pres, on multipliera 1000, ou 10000, &c. en soy, & l'on fera par icelles, comme nous avons faict cy dessus par 100; De sorte que nous pouvons ainsi infiniment approcher à la vraye racine, mais jamais n'y pouvons avenir par telle maniere; la raison est, que l'incommensurable ne peut estre commensurable.

Cinquiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu à sa racine commensurable $\frac{4}{9}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On extraira racine quarrée du numerateur 4, qui est 2, lequel on mettera sur une ligne, semblablement racine du nominateur 9, qui est 3, le mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte $\frac{2}{3}$. Je di que $\frac{2}{3}$ est la racine quarrée requise. *Demonstration.* Multipliant $\frac{2}{3}$ par soy faict $\frac{4}{9}$, egal au nombre quarré donné; Doncques $\frac{2}{3}$ est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Sixiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu, à sa racine incommensurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine. *Construction.* On dira pour solution que c'est √ $\frac{3}{7}$; Dont la demonstration est manifeste.

Septiesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre quarré rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné le nombre quarré rompu à sa racine incommensurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée bien pres de 3 par le 4 exemple, qui soit 1 $\frac{2}{3}$, les mettant sur une ligne; Et semblablement racine quarrée bien pres de 7, laquelle soit 2 $\frac{3}{5}$, les mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte. qui vallent $\frac{25}{39}$. Je di que $\frac{25}{39}$ est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant $\frac{25}{39}$ par soy, faict $\frac{625}{1521}$, & fauldroit estre pour l'avoir parfaictement $\frac{3}{7}$, parquoy il differe seulement en $\frac{188}{10647}$, c'est doncques bien pres. Mais qu'elle soit à nombre Arithmeticque commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer.

$$\frac{1\frac{2}{3}}{2\frac{3}{5}}$$

Autre maniere sur ce septiemse exemple.

Mais nous pouvons faire plus proprement, trouvant racine quarrée parfaicte respondante au numerateur ou nominateur en ceste sorte: On mettera le 3 sur une ligne, & la racine du produict de 3 par 7 (c'est à dire racine de 21, qui est assez pres 4 $\frac{5}{9}$) dessoubs ladicte ligne, qui sera rompu tel * vallant pour solution $\frac{27}{41}$, son quarré est $\frac{729}{1681}$, qui differe du vray seulement en $\frac{60}{11767}$.

$$* \ \frac{3}{4\frac{5}{9}}$$

Ou autrement on pourra mettre 7 soubs la ligne, & les 4 $\frac{5}{9}$ trouvez cy devant dessus la ligne, & sera rompu tel * qui vaut pour solution $\frac{41}{63}$, son quarré est $\frac{1681}{3969}$, qui differe du vray (à sçavoir des $\frac{3}{7}$) seulement en $\frac{140}{27783}$.

$$* \ \frac{4\frac{5}{9}}{7}$$

NOTA I.

Si le rompu donné ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6. probleme; car il avient aucunefois, que de cestuy-là on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de cestuy-cy. Par exemple, en $\frac{8}{18}$, chascun terme contient racine à son quarré incommensurable, mais son premier rompu $\frac{4}{9}$, tient en chasque terme la racine commensurable, à sçavoir $\frac{2}{3}$. On peut aussi en toutes ces extractions approcher infiniment au requis, par la doctrine du 4. exemple.

NOTA II.

Tout nombre entier n'ayant racine entiere, sera à sa

racine incommensurable; la raison est que tout nombre rompu ne vallant nombre entier precisement, & multiplié en soy, ne peut donner produict qui soit en valleur nombre entier, le mesme s'entendra de racine d'espece quelconque.

HVictiesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique à sa racine commensurable 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On se preparera une table des potences des neuf characteres d'Arithmetique servant pour commencer l'extraction des racines de tous nombres cubiques, qui sera telle. Puis on tirera soubs le nombre donné deux lignes, mettant un poinct entre icelles soubs le premier charactere à dextre, puis un autre poinct soubs le 2 quatriesme charactere vers la senestre, laissant deux characteres entre deux poincts, & au dernier un poinct soubs le 4, laissant autre fois deux characteres entre deux poincts: Et semblablement procederoit on en la position des autres poincts, s'il eust plus des characteres, laissant tousiours deux characteres entre deux poincts. Ces trois poincts signifient les lieux des trois characteres qui sortiront pour racine requise. La disposition du susdict est telle.

Racines.	Cubes.
1.	1
2.	8
3.	27
4.	64
5.	125
6.	216
7.	343
8.	512
9.	729

34012224
. . .

Puis il faut prendre la racine cubique en nombres entiers de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (par la table cy dessus) 3, le mettant au premier poinct; Puis on soubstraira 27 (qui est le cube de 3) de 34, reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 27 & 34; Dont la disposition sera alors telle. Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut mettre à part 30 soubs 300 (qui sont les nombres servans generalement à l'extraction de toute racine cubique, comme nous avons dict à la note cy devant) & au devant de 30 il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & le quarré de 3 qui est 9, sur le 3 chez le 300; Puis on multipliera 300 par 9, faict 2700, par le mesme divisé le 7012, se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi joignant les 300 qui sont mis à part; Puis on mettera soubs 2 son quarré qui est 4, & soubs le mesme, le cube dudict 2, qui est 8, & leur disposition sera alors telle.

7
34012224
3 . .
27

9. 300. 2.
3. 30. 4.
8.

7
34012224
3 2 .
27

Puis il faut multiplier les 300 par le 9, font 2700, & le mesme par 2, faict 5400, le mettant chez le 2; Semblablement se multipliera le 30 par le 3, font 90, les mesmes par le 4, faict 360, qui se mettera chez le 30; Puis on mettera autre fois le 8 soubs le 360, & la somme de ces trois parties sera 5768, laquelle on mettera aussi soubs les 7012, la soubstrayant d'icelles, & restera encore 1244; dont leur disposition sera alors telle.

9. 300. 2. 5400
3. 30. 4. 360
8. 8
5768

1
7244
34012224
3 2 .
27768
8

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme nous avons faict pour l'invention du second, mettant autrefois à part en ordre le 300 & 30 (à sçavoir 300 & 30 servans generalement pour toute extraction de racine cubique) & au devant dudict 30, ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré qui est 1024, sur les mesmes 32, joignant les 300; Puis on multipliera les 300 par 1024, font 307200, par les mesmes se divisera le 1244224, & se trouve 4 pour quotient, le mettant au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant le 300 qui est mis apart; Puis soubs 4, son quarré 16, & soubs le mesme le cube dudict 4, qui est 64, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier le 300 par le 1024, faict 307200, le mesme par 4 faict 1228800, les mettât joignant le 4; Semblablement se multipliera le 30 par le 32, faict 960, qui par 16 faict 15360, le mettant joignant le 16; Puis on mettera autre fois le 64 soubs le 15360, & la somme de ces trois parties sera 1244224, laquelle aussi mise soubs le 1244224 de l'extraction, les soubstrayant d'icelle, ne restera rien, & la disposition des characteres de la construction achevée sera alors comme s'ensuit. Je di que 324 est la racine requise.

9. 300. 2. 5400.
3. 30. 4. 360.
8. 8.
5768.

1
7244
34012224
3 2 4
27768
8

1024. 300. 4.
32. 30. 16.
64.

9. 300. 2. 5400
3. 30. 4. 360
8. 8
5768

1
7244
34012224
3 2 4
27768224
8244

1024. 300. 4. 1228800
32. 30. 16. 15360
64. 64
1244224

Demonstration. Le cube de 324 est 34012224 egal au nombre cubique donné; Doncques 324 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

NEufiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine commensurable, d'aultre maniere que par le precedant 8. exemple.

NOTA.

l'Extraction de racine cubique, que nous avons descript au precedant 8 exemple, declarerons autrefois en ce neufiesme, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'usons en la practique, & à mon advis plus facile que n'est la precedante, laquelle nous avons seulement descript, pour demonstrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes racines. *Explication du donné.* Soit donné autre fois le nombre cubique à sa racine commensurable, 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, entre les mesmes mettera on trois poincts comme au precedant huictiesme exemple, en la sorte suivante.

34012224
. . .

Puis pour avoir le premier charactere de la racine, il faut prendre la racine cubique de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (ce qu'on trouve dans la table du huictiesme exemple) 3, le mettant au premier poinct entre les lignes vers la senestre; puis disant 3 en soy faict 9, on

9, on le mettera soubs ledict 3; puis 3 fois 9 faict 27, de 34 reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 9 & 34; & leur disposition sera telle. Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut multiplier ce qu'il y a venu pour premier charactere, à sçavoir 3, tousiours par 3; faict 9, lequel autrefois multiplié par 3, premier charactere de la racine, faict 27; soubs lequel on mettera autrefois le 9 du produict precedant, & la disposition sera alors telle.

```
 7
34012224
 3 . .
 9
```

Du premier poinct	3.
Tousiours . .	3.
Produict . .	9.
Du premier poinct	3.
Produict	27.
Produict anteced.	9.
Du second poinct	.
Produict. . .	.

```
 7
34012224
 3
 9
```

Puis il faut mettre le 27 soubs le 70 disant; combien de fois 2 (trenchant le 2) en 7? se trouve 2 fois, reste 3, lequel 2 on mettra au second poinct, & le reste 3 (trenchant le 7) sur le 7; Puis 7 fois 2 faict 14, de 30, reste 16, le mettant sur le 30, & trenchant 7 & 30; Puis on multipliera le 9 (auquel est escrit, Produict antecedant) par le 2 second poinct, faict 18; Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.
Tousiours . .	3.
Produict . .	9.
Du premier poinct	3.
Produict	27.
Produict antecedant	9.
Du second poinct	2.
Produict	18.

```
 1
 3
 76
34012224
 3  2  .
 97
 2
```

Puis il faut mettre ces 18 soubs le 61, disant 1 fois 2 (2 du second poinct) faict 2, de 6, reste 4, le mettant sur le 6, & trenchant 1 & 6; Puis 8 fois 2 font 16, de 141, reste 125, trenchant 8 & 141; Puis 2 du second poinct en soy faict 4, le mettant soubs le 2; puis 4 fois 2 faict 8, de 1252, reste 1244, trenchant 4, &c. Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.
Tousiours . .	3.
Produict . .	9.
Du priemier poinct	3.
Produict . .	27.
Produict antecedant	9.
Second poinct	2.
Produict	18.

```
 12
 344
 7684
34012224
 3  2  .
 9784
 21
```

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder tout ainsi côme on a fait cy dessus pour trouver le second, & ne se trouvera en l'operation aucune difference. Il faut doncques multiplier ce qu'il y a venu pour les deux premiers characteres de la racine: à sçavoir 32, tousiours par 3, faict 96, lequel autrefois multiplié par 32, donne produict 3072, soubs le mesme se mettra autrefois le 96 du produict antecedant; Dont la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Tousiours	3.	Tousiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Second poinct	2.	Troisiesme poinct	.
Produict	18.	Produict	.

```
 12
 344
 7684
34012224
 3  2  .
 9784
 21
```

Puis il faut mettre 3072 soubs le 12442, disant, combien de fois 3 en 12? faict 4 fois, lequel se mettera au troisiesme poinct entre les lignes, trenchant le 12; Puis on dira, 0 fois 4 (trenchant 0) faict 0, de 4 reste 4, puis 7 fois 4 faict 28, de 44 (trenchant 7 & 44) reste 16, le mettant sur le 44. puis 2 fois 4 font 8 de 162 (trenchant 2 & 6) reste 154; Puis on multipliera les 96 (96 auquel est escript, Produict antecedant) par le 4 du troisiesme poinct, faict 384. Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Tousiours	3.	Tousiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Second poinct	2.	Du troisiesme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384.

Puis on mettera ce 384 soubs le 1542, disant, 3 fois 4 faict 12, de 15 (trenchant le 3 & 15) reste 3: puis 8 fois 4 faict 32 de 34 reste 2, trenchant le 8 & 34; Puis 4 fois 4 faict 16 de 22 (trenchant 4 & 22) reste 6, puis 4 du troisiesme poinct en soy faict 16, le mettant soubs 64, & disant 1 fois 4 faict 4, de 6 (trenchant 1 & 6) reste 2, on le mettera sur le 6, puis multiplié 6 par 4, faict 24, qui soubstraict de 24 (trenchât 6 & 24) n'y reste rien; Et la disposition achevée sera alors telle.

```
 1215
 3446
 76544
34012224
 3  2  4
 97842
 2107
 3
```

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Tousiours	3.	Tousiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Du second poinct	2.	Du troisiesme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384.

```
 3
 1215
 344622
 765446
34012224
 3  2  4
 97842246
 2107812
 3 3
```

Et semblable seroit le progres de l'operation, s'il y eust d'avantage des poincts entre les lignes. Ie di que 324 est la racine requise; Dont la demonstration est faicte au precedant huictiesme exemple.

D*ixiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine incommensurable.*

Explication du donné. Soit le nombre cubique entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est √ ③ 600; Dont la demonstration est manifeste.

O*Nziesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique entier à sa racine incommensurable.*

Explication du donné. Soit donné le nombre cubique entier

entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique de 600 par le 9 exemple, & sera 8, restant 88, le mesme se mettra pour numerateur sur une ligne; Et pour trouver le nominateur, il faut faire ainsi:

Racine trouvée	8
A la quelle ajousté tousiours	1
Faict en Somme	9
Le triple de la racine trouvée	24
Qui multiplié par ladicte somme faict	216
Auquel ajousté tousiours	1
Faict	217

Le mesme 217 se mettera soubs le susdict 88 en ceste sorte $\frac{88}{217}$. Ie di que $8\frac{88}{217}$ est la racine cubique requise, à sçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmeticque commensurable.

NOTA. Nicolas Tartalia traictant curieusement de ceste reste, n'ajouste poinct ce dernier 1, comme nous (avec Iuan Peris de Moya) avons faict, & à mon avis, voulant donner reigle generale, il y a plus de raison de l'ajouster, que de le laisser. Il est vray qu'il y a aucuns exemples, ausquels nous approchons plus pres en le laissant, mais il y a aussi des autres esquels au contraire nous approchons plus pres en l'ajoustant. Comme la racine cubique de 9, omettant ce dernier 1, est $2\frac{1}{18}$, & sera plus pres au requis, qu'en l'ajoustant, comme $2\frac{1}{19}$, car le cube de $2\frac{1}{18}$, est $8\frac{3997}{5832}$, qui est plus pres au 9, que le cube de $2\frac{1}{19}$: Mais prennons maintenant la racine cubique de 7, selon l'une & l'autre maniere, & se trouvera qu'en ajoustant ledict 1, la racine sera $1\frac{6}{7}$, qui sera plus pres, qu'en l'omettant, laquelle alors sera 2: Car le cube de $1\frac{6}{7}$, qui est $6\frac{139}{343}$, est plus pres au 7, que n'est le cube de 2, qui est 8. Or l'argument (tel qu'il est, car c'est d'un different de peu d'importance) par lequel je prefere ceste maniere à celle la, est, qu'il semble plus equitable, que la potence de racine trouvée, n'excede jamais au nombre donné: Comme nous voyons le semblable en extractions de racines quarrees, la ou le quarré de la racine n'excede jamais au nombre donné; un autre en pourra faire à sa fantasie. *Demonstration.* Le cube de $8\frac{88}{217}$ est $593\frac{8944615}{10218313}$, & faudroit estre, pour l'avoir precisement 600, c'est doncques bien pres; il appert aussi que c'est racine à nombre Arithmeticque commensurable; ce qu'il falloit demonstrer.

Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on voulust la racine cubique de 600, encore plus pres, on pourra proceder comme nous avons faict au 4 exemple en ceste sorte: On prendra le cube de 100. qui est 1000000. par le mesme se multipliera 600, faict 600000000, du mesme extraira on racine cubique par cest 11 exemple, & sera $843\frac{922893}{2134477}$, les mesmes divisera on par 100 (par ce que par 100 a esté multiplié) & donné quotient $8\frac{92705404}{213447700}$, qui est plus pres du requis que n'est la precedante premiere solution.

Mais si on voulust approcher encore beaucoup plus pres, on prendra le cube de 1000, ou 10000, &c. & on fera par iceluy, comme nous avons faict cy dessus par le cube de 100. De sorte qu'on peult ainsi infiniment approcher au vray, mais jamais n'y peult on avenir par telle maniere: dont la raison est (comme nous avons aussi dict de la racine quarrée au 4 exemple) que l'incommensurable ne peult estre commensurable.

Douziesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à sa racine commensurable $\frac{8}{27}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On extraira racine cubique du numerateur 8, qui est 2, le mettant sur une ligne: Puis racine cubique du nominateur 27, qui est 3, le mettant soubs ladicte ligne, en ceste sorte $\frac{2}{3}$. Ie di que $\frac{2}{3}$ est la racine cubique requise. *Demonstration.* Le cube de $\frac{2}{3}$, est $\frac{8}{27}$, qui sont egales au nombre cubique donné; Doncques $\frac{2}{3}$ est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Treziesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre rompu à sa racine incommensurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est √ ③ $\frac{9}{28}$; Dont la demonstration est manifeste.

Quatorziesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à sa racine incommensurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique bien pres de 9, par le 11 exemple, qui soit $2\frac{1}{19}$, les mettant sur une ligne; Et puis racine cubique bien pres de 28, qui soit $3\frac{1}{37}$, les mettant soubs ladicte ligne en ceste sorte.

$$\frac{2\frac{1}{29}}{3\frac{1}{37}}$$

qui vaillent $\frac{1443}{2128}$. Je di que $\frac{1443}{2128}$ est la racine cubique requise; à sçavoir bien pres. dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

Autre maniere sur ce quatorziesme exemple.

Mais nous ferons plus proprement, trouvant racine cubique parfaicte, respondant au numerateur ou nominateur, ainsi: On mettera le 9 sur une ligne, puis se multipliera le 28 par 9, faict 252, le mesme autre fois par 9, faict 2268, duquel la racine cubique assez pres $13\frac{71}{547}$, lesquels on mettra soubs ladicte ligne, & sera rompu tel:

$$\frac{9}{13\frac{71}{547}}$$

qui vault $\frac{547}{798}$.

Ou autrement, on pourra mettre le 28 soubs la ligne, multipliant le 28 par 9, faict 252, le mesme autrefois par 28, faict 7056, duquel la racine cubique, par le 11 exemple, assez pres est $19\frac{197}{1141}$, lesquels on mettra dessus la ligne en ceste sorte.

$$\frac{19\frac{197}{1141}}{28}$$

qui vaillent $\frac{5469}{7984}$.

NOTA. Si le rompu donné, ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6 probleme: car il avient aucunefois, que de cestuy-la on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de cestui-cy; par exemple, de $\frac{24}{81}$, chascun terme tient racine cubique à son cube incommensurable. Mais son premier rompu $\frac{8}{27}$, tient chascun terme à sa racine commensurable, comme $\frac{2}{3}$.

Quinziesme exemple de l'extraction de racine de quarte quantité de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quarte quantité à sa racine commensurable 11019960576; *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine de quarte quantité.

NOTA.

Nota. Nous pourrions pour solution de ceste proposition, extraire racine quarrée du nombre donné, qui est 104976, & de la mesme autre fois racine quarré, qui est pour solution 324, & est ceste operation plus facile que la suivante: Mais à fin que nous demonstrions ceste generale reigle, de l'extraction de toutes especes de racines, nous le ferons par icelle. *Construction.* On se preparera premierement une table des potences de quarte quantité, des neuf characteres de l'Arithmetique telle:

Racines	Potences
1.	1
2.	16
3.	81
4.	256
5.	625
6.	1296
7.	2401
8.	4096
9.	6561

Puis on tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes se metteront des poincts, de quatriesme en quatriesme charactere, commençant à la dextre, comme sont les trois poincts soubs les characteres 0. 6. 6. en ceste sorte:

```
11019960576
-----------
  .   .   .
-----------
```

Puis il faut prendre la racine de quarte quantité en nombres entiers de 110 au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera par la susdicte table 3, le mettant au premier poinct: Puis se soubstraira 81 (qui est la potence de quarte quantité de 3) de 110, reste 29, les mettant sur le 10, & trenchant 110, & 81, dont la disposition sera telle:

```
 29
11019960576
-----------
  3   .   .
-----------
 81
```

Or pour trouver le second charactere de racine, il faut mettre à part, & en ordre, 4000, & 600, & 40 (qui sont les nombres servans generalement à toute extraction de racine de quarte quantité, comme nous avons dict cy dessus) & au devant de 40, se mettra ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & sa potence quarré 9, sur le mesme 3 joignant 600: Puis le cube de 3 qui est 27, joignant 4000, puis se multipliera le 4000, par le 27, faict 108000, par le mesme se divisera 291996, & se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettra au second poinct, entre les lignes, & aussi pres 4000, qui sont mis à part: Puis on mettra soubs 2 son quarré 4, & soubs le mesme le cube dudict 2, qui est 8, & soubs le mesme la potence de quarte quantité de 2 qui est 16, dont leur disposition sera alors telle:

```
27. 4000. 2.    29
 9.  600. 4.  11019960576
 3.   40. 8.  -----------
         16.    3   2   .
              -----------
               81
```

Puis il faut multiplier le 4000, par 27, dóne produict 108000, & le mesme par 2, donne produict 216000, lequel se mettra par le 2: Semblablement se multipliera 600 par 9, faict 5400, le mesme par 4, faict 21600, lequel se mettra pres le 4: Semblablement se multipliera 40, par 3, faict 120, le mesme par 8, faict 960, lequel se mettra joignant 8: Puis on mettra autre fois le 16, soubs le 960, & la somme de ces quatre parties sera 238576, laquelle se mettra aussi soubs le 291996, la soubstrayant d'icelle, & restera encore 53420; Dont la disposition sera alors telle:

```
27. 4000. 2. 216000.      5
 9.  600. 4.  21600.    253420
 3.   40. 8.    960.  11019960576
         16.     16.  -----------
             -------    3   2   .
             238576.  -----------
                       8185776
                       23
```

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder tout de mesme sorte, comme nous avons faict pour l'invention du second charactere; On mettera doncques autrefois apart & en ordre le 4000, & 600, & 40 (qui sont les nombres servans generalement pour toute extraction de racine de quarte quantité) & au devant dudict 40 se mettra ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré 1024, sur le mesme 32, joignant 600, puis le cube dudict 32, qui est 32768, se mettra sur le 1024, joignant 4000; Puis on multipliera le 4000, par le 32768, faict 131072000, par le mesme faut il diviser le 728600576, & se trouve pour quotient 4, le mesme se mettra au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant 4000, qui sont mis à part; Puis on mettra soubs 4, son quarré 16, & soubs le mesme, le cube dudict 4, qui est 64, & soubs le mesme la quarte quantité dudict 4, qui est 256. Et leur disposition sera alors telle:

```
27. 4000. 2. 216000.      5
 9.  600. 4.  21600.    253420
 3.   40. 8.    960.  11019960567
         16.     16.  -----------
             -------    3   2   4
             238576.  -----------
                       8185776
32768. 4000.  4.       23
 1024.  600. 16.
   32.   40. 64.
            256.
```

Puis il faut multiplier le 4000, par le 32768, faict 131072000, le mesme par 4, faict 524288000, lequel se mettra joignant 4; Semblablement se multipliera 600, par 1024, faict 9830400, lequel se mettra pres le 16; Semblablement 40, par 32, faict 1280, & le mesme par 64, faict 81920, puis on mettra autrefois le 256 soubs le 81920, & la somme de ces quatre parties sera 534200576, laquelle se mettra aussi soubs le 534200576 de l'extraction, les soubstrayant d'icelle, & ne restera rien. Et la disposition achevée sera alors telle:

```
27. 4000. 2. 216000.      8
 9.  600. 4.  21600.    253420
 3.   48. 8.    960.  11019960576
         16.     16.  -----------
             -------    3   2   4
             238576.  -----------
                       81857760576
                        233420
                          8
32768. 4000.  4. 524288000.
 1024.  600. 16.   9830400.
   32.   40. 64.     81920.
           256.        256.
             ------------
             534200576.
```

Je di que 324 est la racine de quarte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quarte quantité de 324, est 10 19 960576, laquelle est egale au nombre donné, doncques 324 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Seiziesme exemple de l'extraction de racine de quinte quantité, de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quinte quantité *a sa racine commensurable* 3570467226624.

Explication du requis. Il faut trouver sa racine de quinte quantité. *Construction.* Premierement on se preparera une table de potences de quinte quantité des neuf characteres des cyffres telle:

Racines	Potences
1.	1.
2.	32.
3.	243.
4.	1024.
5.	3125.
6.	7776.
7.	16807.
8.	32768.
9.	59049.

Quant au reste, veu que nous avons assez amplement demonstré aux precedans exemples, l'ordre qu'il faut tenir en les extractions de toutes especes de racines, nous ne ferons de ceste construction aucune explication verbale, mais seulement la disposition des characteres de l'operation achevée en telle sorte :

81.	50000.	2.	8100000.	21
27.	10000.	4.	1080000.	11480240
9.	1000.	8.	72000.	3570467226624
3.	50.	16.	2400.	3 2 4
		32.	32.	2438443226624
			9254432.	9280240
				21

1048576.	50000.	4.	209715200000.
32768.	10000.	16.	5242880000.
1024.	1000.	64.	65536000.
32.	50.	256.	409600.
		1024.	1024.
			215024026624.

Je di que le 324 est la racine de quinte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quinte quantité de 324 est 3570467226624, qui est egale au nombre donné; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I.

Il appert assez aux precedans exemples, quel sera l'infini progres de toutes les autres extractions de racines, comme de sexte, septiesme quantitez, &c. Les avertissemens des exemples precedans, se peuvent aussi appliquer à ces deux derniers; à sçavoir de l'extraction de racines à leurs quarrez incommensurables; Et de l'infini approchement au requis; Et de l'extraction de racines de nombres rompuz.

NOTA II.

Quant aux extractions des racines de racines, les mesmes sont par les precedantes assez manifestes : car la voulant extraire de 16, sa premiere racine quarrée sera 4, & autrefois racine quarrée de 4, est 2; Doncques 2 est racine quarrée de racine quarrée de 16. Et de mesme sorte nous dirons que racine quarrée de racine quarrée de 9, est √√ 3, mais de 7 est √√ 7. Aussi que la racine cubique de racine cubique de 512, est 2, & de 8 est √ ③2, & de 10 est √√ ③ 10. Semblablement que la racine quarrée de la racine cubique de 729 est 3, &c. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre geometrique simple, nous avons trouvé sa racine requise; ce qu'il falloit faire.

Deuxiesme distinction des quatre numerations de racines entieres simples, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME XIX.

Estant donnees deux racines d'especes differentes: les reduire en racines d'une mesme espece.

Explication du donné. Soyent donnees deux racines d'especes differentes telles, √②5, & √③6. *Explication du requis.* Il les faut reduire en racines d'une mesme espece, c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres racines d'une mesme espece, & egales à les donnees.

NOTA. Ceste construction se trouve semblable à celle du 9 probleme, de la reduction des nombres Arithmetiques rompuz à un commun nominateur. *Construction.* On prendra la potence de seconde quantité (de seconde quantité, par ce que l'une racine donnée est de seconde quantité) ou quarrée de 6 (6 de la √③ 6 donnée) qui est 36: Semblablement la potence de tierce quantité (de tierce quantité, par ce que l'autre racine donnée est de tierce quantité) ou cubique de 5 (de 5 de la √② 5 donnée) qui est 125: Or pour trouver leur commune quantité, on multipliera les nominateurs des racines donnees, qui sont ② & ③, l'un par l'autre, disant, ② fois ③ faict ⑥, doncques la sexte quantité est aux 36, & 125 la commune quantité: c'est à dire, que √ ⑥ 125, & √ ⑥36, sont les racines requises, à sçavoir d'une mesme espece, & egales à les racines donnees; Dont la disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

√⑥125   √⑥36
√ 5/②   X   √ 6/③
⑥

Demonstration. Que les racines trouvees sont d'une mesme espece de ⑥. Aussi que √ ⑥ 125 est (par le 18 probleme) √ ②5. Item que √ ⑥ 36 vault √ ③ 6, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnees deux racines d'especes differantes, nous les avons reduict en racines d'une mesme espece, ce qu'il falloit faire.

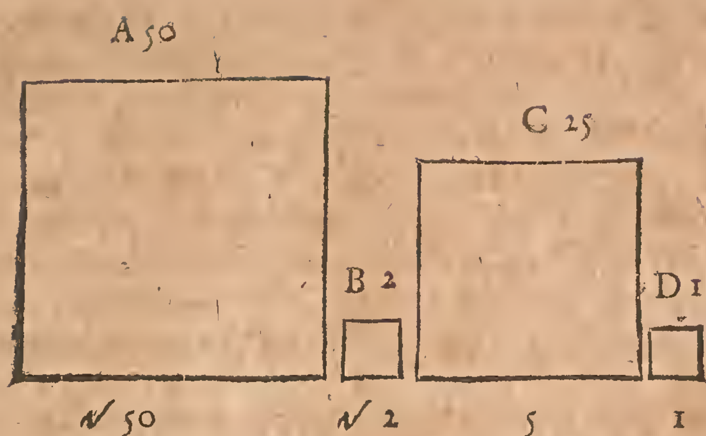
PROBLEME XX.

Estant donnees deux racines: Trouver s'elles sont commensurables ou incommensurables.

Exemple 1. de racines quarrées.

Explication du donné. Soyent données deux racines quarrees telles, √ 50, & √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils sont commensurables, ou incommensurables. *Construction.* La generale reigle en toutes racines est, que l'on divisera la potence de la maieure racine, par la potence de la moindre, & si le quotient contient racine (à sçavoir telle espece de racine quelle sont les racines donnees) à luy commensurable, on dira, que les racines donnees sont commensurables; Mais si tel quotient ne tient point racine à luy commensurable, on dira, que les racines donnees sont incommensurables: Suivant donc ceste reigle, il faut diviser 50 (qui est la potence quarrée de √ 50) par 2 (qui est la potence quarrée de √ 2) & donnent quotient 25, duquel la racine quarrée (racine quarrée, parce que les donnees sont racines quarrees; car s'elles fussent racines cubiques, il faudroit extraire racine cubique, &c.) est 5, qui est au 25 commensurable; Dont se conclud, que les racines donnees sont commensurables: Et le contraire se concluroit, si le contraire avenoit. *Preparation de la demonstration.* Soit le quarré A de 50, & le quarré B de 2, puis divisons le quarré A, par le quarré B, & se trouvera pour quotient 25, desquels soit descript le quarré C; Soit aussi descript le quarré D, duquel la quantité soit 1.

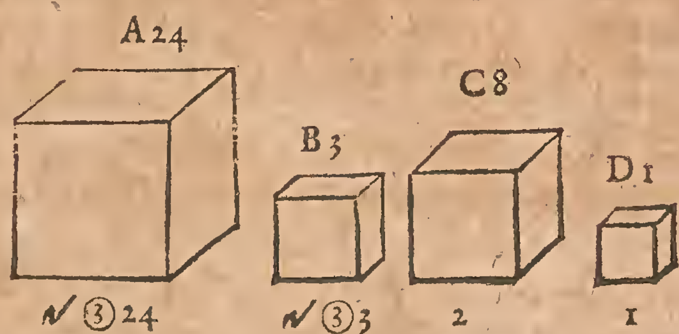
Demon-



Demonstration. Puis que A B C sont termes de division, & D unité, s'ensuit que comme le quarré de C, au quarré de D, ainsi le quarré A, au quarré B, & par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé de C 5, au costé de D 1, ainsi le costé de A √ 50, au costé de B √ 2; Mais 5, est a 1 quincuple; Doncques √ 50, est a √ 2 quincuple; Mais les quantitez en raison quincuple, sont entre eux commensurables; Doncques √ 50 est a √ 2 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. Semblable sera aussi la demonstration des racines incommensurables, laquelle nous passons oultre à cause de brieveté.

Exemple II. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soyent donnees deux racines cubiques telles, √ ③ 24, & √ ③ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils sont commensurables ou incommensurables. *Construction.* Il faut diviser (suivant la reigle du precedant premier exemple) 24 (qui est potence cubique de √ ③ 24) par 3 (qui est potence cubique de √ ③ 3) donne quotient 8, à sa racine cubique 2 commensurable; Dont se conclud que les racines donnees sont commensurables, & le contraire se concluroit, si le contraire fust avenu, & semblable sera l'operation en toute autre espece de racine quelconque. *Preparation de la demonstration.* Soit le cube A de 24, & le cube B de 3, puis divisons le cube A, par le cube B, & selon le quotient 8, soit descript le cube C, puis un autre cube D, duquel la quantité soit 1.



Demonstration. Comme le cube C, au cube D, ainsi le cube A, au cube B, & par la 37 proposition de 11 livre d'Euclide, comme le costé de C 2, au costé de D 1, ainsi le costé de A √ ③ 24, au costé de B √ ③ 3; Mais 2 est a 1 en raison duple, doncques √ ③ 24 est a √ ③ 3 en raison duple, & les quantitez qui sont en raison duple, sont entre eux commensurables; Ergo √ ③ 24 est a √ ③ 3 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux racines, nous avons trouvé s'ils sont commensurables, ou incommensurables; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXI.

E*stant donnees deux racines : Trouver leur raison.*

Explication du donné. Soyent quelques deux racines donnees telles, √ 50, & √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur raison. *Construction.* On verra par le precedant 20 probleme, si les racines donnees sont commensurables, ou incommensurables; S'elles fussent incommensurables, on diroit que leur raison est comme de √ 50 à √ 2 : Mais il se trouve qu'elles sont commensurables, il faut donc proceder en ceste sorte: l'invention de leur commensurance, nous à demonstré, que la racine du quotient de leurs potences quarrees, est 5, d'ou on conclura, comme 5 a l'unité, ainsi √ 50 a √ 2, mais 5 est a 1 en raison quincuple, ergo di-je, √ 50, est a √ 2 en raison quincuple, ce qui estoit requis, dont la demonstration est notoire par celle du 20 probleme.

NOTA. Mais si de deux raisons incommensurables, on voulust cognoistre la majeure, on disposera les raisons en forme de rompu, les multipliant par croix, selon la maniere du 9 probleme. Par exemple, il y a deux raisons, l'une de 2 a √ 7, l'autre de √ 5 a 3, desquelles on veut cognoistre la majeure; Ie les dispose comme cy dessoubs, multipliant par croix, & mettant sur chascun son produict, mais √ 36 est majeure que √ 35, je concluz doncques, que la raison de 2 a √ 7 est majeure que de √ 5 a 3.

√ 36. √ 35

2/√7 X √5/3

Mais si ces produicts fussent egaux, je les conclurois estre egales, comme en ceste exemple.

4 4

4/√2 X √8/1

Conclusion. Estant doncques donnees deux racines, nous avons trouvé leur raison.

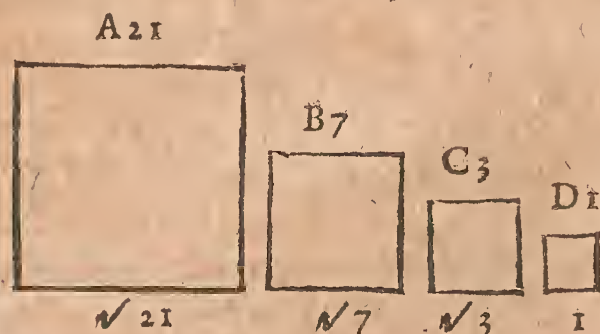
De la multiplication de racines simples.

PROBLEME XXII.

E*stant donné racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur : Trouver leur produict.*

Exemple 1.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier √ 7, & racine multiplicateur √ 3. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Construction.* On multipliera 7 (qui est le potence de √ 7) par 3 (qui est la potence de √ 3) faict 21, sa racine quarrée (racine quarrée parce que les racines donnees sont quarrees) est √ 21. Ie di, que √ 21, est le produict requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre quarrez, à sçavoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs costez seront, √ 21, & √ 7, & √ 3, & 1.

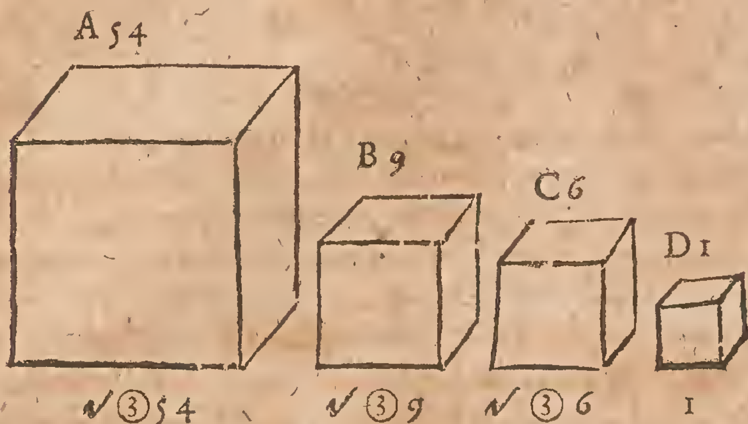


Demonstration. Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré D; Doncques par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme √ 21, a √ 7, ainsi √ 3, a 1 : Nous avons donc trouvé le nombre √ 21, contenant autant de fois le premier donné √ 7, qu'il y a des unitez au nombre second donné √ 3; c'est doncques par la 93 definition, legitime multiplication, & par consequant le produict √ 21, est le vray produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple

Exemple II.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier √③9, & racine multiplicateur √③6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On multipliera 9 (qui est le cube de √③9) par 6 (qui est le cube de √③6) faict 54, duquel la racine cubique est √③54. Ie di qu'elle est le produict requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre cubes, à sçavoir A de 54, & B de 9, & C de 6, & D de 1, & leurs costez seront, √③54, & √③9, & √③6, & 1.



Demonstration. Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 proposition de 11 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme la √③54, a √③9, ainsi √③6, a 1; nous avons donc trouvé le nombre √③54, contenant autant de fois le premier donné √③9, qu'il y a d'unitez au nombre second donné √③6; c'est donc par la 93 definition legitime multiplication, & par consequent, √③54, est le vray produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I. De mesme sorte nous dirons, que √④2, multiplié par √④3, donne produict √④6, & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item que 2, multiplié par √3, donne produict √12.

Item que √3, multiplié par √12, donne produict 6.

Et √$\frac{3}{5}$, multiplié par √$\frac{7}{8}$, donne produict √$\frac{21}{40}$.

Itē que √③32, multipliée par √③2, donne produict 4.

Item que √③$\frac{2}{3}$, multipliee par √③$\frac{2}{5}$, donne produict √③$\frac{4}{15}$.

Item que √√3, multiplié par √√2, donne produict √√6.

Item que √③2, multiplié par √④3, donne produict √⑫432. car les differences especes de racines, converties à une mesme espece de racine, par le 19 probleme, sont √⑫16, & √⑫27, lesquelles multipliees font comme dessus √⑫432: Et ainsi des autres.

NOTA II. Il est manifeste par ce probleme, comment on trouvera la Potence requise à tout simple nombre donné, veu que c'est autant, comme si nombre à multiplier, & multiplicateur, fussent donnez egaux. Par exemple, pour trouver le quarré de 2, on multipliera 2 en soy, faict 4; Et pour avoir le cube de 2, on multipliera ledict 4 autrefois par 2, faict pour solution 8. Et pour la potence de ④ de 2 on multipliera ledict 8 par 2, faict pour solution 16. Et semblablement le quarré de √3 est 3, & son cube √27. Aussi le quarré de √√5 est √5, & son cube √√125; & ainsi des autres. Mais si l'on requeroit la potence de quantité bien haulte, par exemple potence de ⑧ de 3; parce qu'il seroit ennuieus, de multiplier tant de fois, il y a compendie (que les autres appellent impropremēt reigle de progression geometrique) tel: On multipliera ①3 en soy (il est vray qu'il n'y a point de ① au 3 donné, mais nous posons cōme par reigle, que 3 soit la valeur de 1 ①) faict ②9 (la raison pourquoy ① multiplié par ① faict ②, & ② par ② faict ④, & ④ par ③ faict ⑦, &c. sera demonstré au theoreme devant le 49 probleme: Nous le demonstrerions icy, mais estant cecy seulement comme appendice de ce probleme, ce ne sera pas son lieu) le mesme en soy faict ④ 81, le mesme en soy faict pour la potence de ⑧ requise 6561. Et si on eust requis la potence de ⑨ dudict 3, on multiplieroit les ⑧ 6561, par ledict ①3, faict pour solution ⑨ 19683; Ou autrement, pour trouver ladicte potence de ⑨ de 3, on pourroit multiplier ①3 en soy, faict ②9, le mesme par ①3, faict ③27, le mesme en soy, faict ⑥ 729, le mesme par ledict ③27, faict pour solution, comme dessus ⑨ 19683. & ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

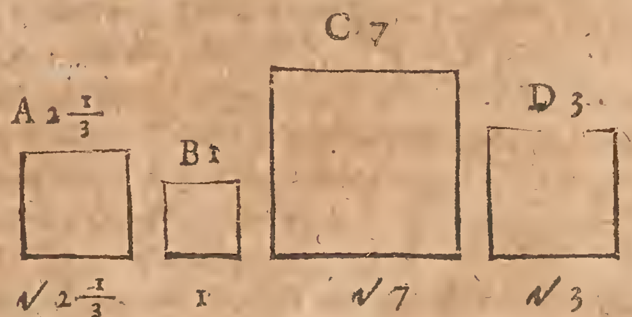
De la division de racines simples.

PROBLEME XXIII.

E*Stant donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur: Trouver leur quotient.*

Exemple I. de racines quarrees.

Explication du donné. Soit donné racine à diviser √7, & racine diviseur √3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 7 (qui est le quarré de √7) par 3 (qui est le quarré de √3) donne quotient $2\frac{1}{3}$, desquelles la racine quarrée (racine quarrée par ce que les racines donnees sont quarrees) est √$2\frac{1}{3}$: Je di, que √$2\frac{1}{3}$, est le quotient requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre quarrez, à sçavoir, A de $2\frac{1}{3}$, & B de 1, & C de 7, & D de 3, & leurs costez seront, √$2\frac{1}{3}$, & 1, & √7, & √3. *Demonstration.* Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré D; doncques par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé

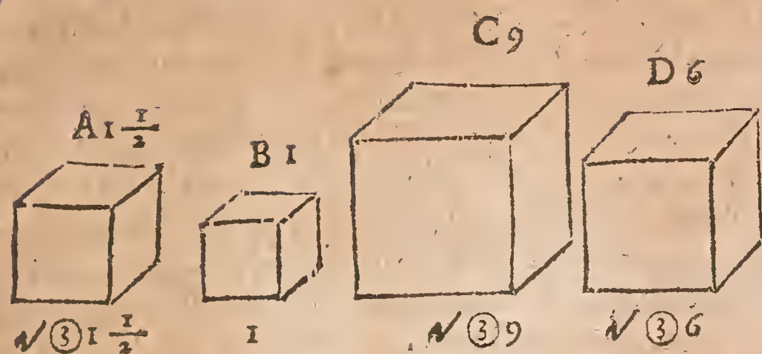


de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D; c'est à dire, comme √$2\frac{1}{3}$, a 1, ainsi √7, a √3; nous avons doncques trouvé le nombre √$2\frac{1}{3}$, contenant autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviser, contient le diviseur; c'est doncques par la 97 definition legitime division, & par consequent le quotient √$2\frac{1}{3}$, est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple II. de racines cubiques.

Explication du donné. Soit donné racine à diviser √③9, & diviseur √③6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 9 (qui est le cube de √③9) par 6 (qui est le cube de √③6) donne quotient $1\frac{1}{2}$, sa racine cubique est √③$1\frac{1}{2}$: Je di, que √③$1\frac{1}{2}$, est le quotient requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre cubes, à sçavoir A de $1\frac{1}{2}$, & B de 1, & C de 9, & D de 6, & leurs costez seront, √③$1\frac{1}{2}$, & 1, & √③9, & √③6. *Demonstration.* Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 proposition du 11 livre d'Euclide, comme le costé de A, au

costé



costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme √③ $1\frac{1}{2}$, à 1, ainsi √③9, à √③6; nous avons doncques trouvé le nombre √③ $1\frac{1}{2}$, contenant autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviser contient le diviseur; doncques par la 97 definition, c'est legitime division, & par consequent, le quotient √③ $1\frac{1}{2}$, est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Nous dirons par mesme raison, que √④ 10, divisée par √④ 2, donne quotient √④ 5, & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item, que √ 12, divisée par 2, donne quotient √ 3.

Item, que √ 12, divisée par √ 3, donne quotient 2.

Item, que √ $\frac{2}{3}$, divisée par √ $\frac{3}{4}$, donne quotient √ $\frac{8}{9}$.

Item, que √③ 54, divisée par √③ 2, donne quotient 3.

Item, que √③ $\frac{3}{4}$, divisée par √③ $\frac{2}{3}$, donne quotient √③ $\frac{9}{8}$.

Item, que √√ 18, divisée par √√ 3, donne quotient √√ 6.

Item, que √④ 3, divisée par √③ 2, donne quotient √⑫ $1\frac{11}{16}$: car les differentes especes converties, &c.

Conclusion. Estant doncques donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & diviseur.

Explication. Soit 10 divisé par 2, le quotient est 5, au mesme ajousté 1, faict 6, qui multiplié par le diviseur 2 faict 12, egal à la somme de 10 & 2, selon le theoreme. *Autre explication geometrique.* Soit la ligne à diviser A B, triple au diviseur A C, & divisons A B, par A C, le quotient sera 3, auquel ajousté 1, par reigle, faict 4, multiplions par le mesme C A, & fera quatrefois C A, qui est C B, somme des deux quantitez donnees. *Conclusion.* Tout quotient donc plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & diviseur; ce qu'il falloit demonstrer.

C A B

De l'addition des racines simples.

PROBLEME XXIV.

Estant donnees racines simples à ajouster: Trouver leur somme.

Exemple 1. des racines quarrées.

Explication du donné. Soyent les racines à ajouster donnees telles, √ 8, & √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

NOTA:

Avant que nous venons à la construction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ajouster incommensurables, se solvent par +, comme la somme de √ 3 & √ 2, est √ 3 + √ 2. Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

Premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée √ 8.
La moindre √ 2.
Leur quotient est 2, auquel adjousté 1, par reigle, faict 3, qui vault √ 9.
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √ 2, faict √ 18.
Ie di, que √ 18, est la somme requise.

NOTA: Nous pourrions aussi mettre en la construction la majeure racine dessoubs la moindre (combien qu'il est plus commode la mettant dessus pour eviter fraction) & nous aurions la mesme somme, par exemple:

La moindre racine donnée √ 2.
La majeure √ 8.
Leur quotient est $\frac{1}{2}$, auquel ajousté 1 par reigle, faict $1\frac{1}{2}$, qui vaut √ $\frac{9}{4}$.
Laquelle multipliée par la √ 8 donnée, faict comme dessus √ 18.

Premiere demonstration.

Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & du diviseur, par le precedant theoreme.

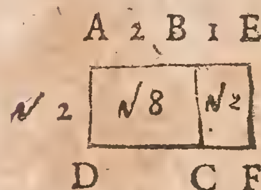
Nostre quotient plus un (qui est √ 9) est multiplié par le diviseur qui est √ 2, donnant produict √ 18.

Ergo √ 18, est egale à la somme du nombre à diviser √ 8, & du diviseur qui est √ 2.

C'est à dire, que √ 18, est la somme de √ 8 & √ 2, ce qu'il falloit demonstrer.

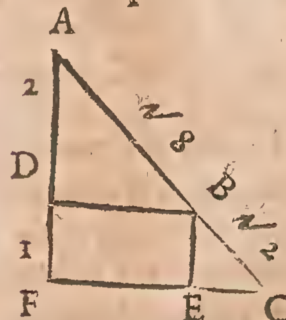
Preparation d'aultre seconde demonstration.

Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit √ 8. puis le rectangle B E F C, duquel la quantité soit √ 2. Il nous faut demonstrer, que tout le rectangle A F faict √ 18. *Seconde demonstration.* Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainsi la ligne A B, à la B E, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide: Mais A C √ 8, est à B F √ 2 duple, par le 21 probleme. Doncques A B, est à B E duple; Soit donc A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis divisons A C √ 8, par A B 2, donne quotient pour la ligne A D √ 2, le mesme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F √ 18; Doncques √ 8 & √ 2 font ensemble √ 18; ce qu'il falloit demonstrer.



Preparation d'autre troisiesme demonstration.

Soit descript la ligne A B √ 8, & B C √ 2; Et de la ligne A B, soit descript le triangle rectangle, isoscele A B D, tel que AB soit l'hypothenuse; Soit semblablement descript de la ligne B C, le triangle rectangle isoscele B E C, tel que B C soit l'hypothenuse, puis soyent produictes A D & C E, s'entrecoupans en F. Il nous faut demõstrer que toute la ligne A C faict √ 18. *Troisiesme demonstration.* Le quarré de la ligne A B, est 8, & par la 47 proposition du premier livre d'Euclide, le quarré de D A, sera la moitie de 8, à sçavoir 4. duquel la racine pour A D, est 2, & de mesme sorte se demonstrera que B E est 1, & par consequent que D F, egale à B E, est aussi 1; Doncques A F est 3, & par consequent F C aussi 3, parquoy le quarré



quarré de A F sera 9, & semblablement sera le quarré de F C 9, lesquels quarrez ensemble sont 18; le quarré doncques de A C, par ladicte 47 proposition du 1 livre d'Euclide, est 18, & par consequant son costé A C, sera √ 18; ce qu'il falloit demonstrer.

Seconde construction du premier exemple, d'autre maniere.

Racines donnees { √ 8, √ 2 } leur raison par le 21 probl. { 2, 1 }
Leur somme 3
Puis 2 donne 3, combien √ 8, fait par le 44 probl. pour solution √ 18

Ou autrement.

1 donne 3, combien √ 2, faict comme dessus √ 18.
Dont la demonstration est faicte cy devant, toutesfois pour plus grande evidence, nous y ajousterons encore ceste cy, conforme à sa construction. *Demonstration. Article* I. Comme √ 8 à √ 2, ainsi 2 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison duple. *Article* II. Doncques par transformée ou composée proportion, comme √ 8 + √ 2, à √ 2, ainsi 2 + 1, à 1, c'est à dire ainsi 3 a 1. *Article* III. Comme √ 18 à √ 2, ainsi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison triple; Doncques √ 8 + √ 2 & √ 18, ont à un mesme la mesme raison, (car il est aussi demonstré au second article, que comme √ 8 + √ 2, à √ 2, ainsi 3, à 1) parquoy √ 8 + √ 2, est egale à √ 18: mais √ 8 + √ 2, est la somme des nombres donnez, doncques √ 18 est aussi la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonstrer.

Troisiesme construction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceste construction ensemble de la quatriesme construction suyvante, n'est pas universelle en les additions de toutes autres especes de racines, comme sont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees sont { 8, 2 }
Leur produict est 16
Sa racine quarrée est 4
Son double par reigle generale est 8
Qui ajousté à la somme des potences des racines donnees faict 18
Sa racine pour solution est √ 18

Quatriesme construction du premier exemple d'aultre maniere.

Les potences des racines donnees sont { 8, 2 }
Leur produict est 16
Son quadruple pour reigle generale est 64
Sa racine quarrée est 8
Qui ajousté à la somme des potences des racines donnees faict 18
Sa racine pour solution est √ 18
Dont la demonstration est amplement faicte cy dessus.

Exemple II. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soyent donnees racines cubiques à ajouster √③ 56, & √③ 7. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

Premiere construction du second exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée √③ 56
La moindre √③ 7
Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par la reigle, faict 3, qui vaut √③ 27
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √③ 7 faict √③ 189
Je di, que √③ 189, est la somme requise. *Preparation de la demonstration.* Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit √③ 56, puis le rectangle B E F C, duquel la quantité soit √③ 7. Il nous faut demonstrer, que tout le rectangle A F, faict √③ 189. *Demonstration.* Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainsi la ligne A B, à la B E, par la 1. proposition du 6. livre d'Euclide: Mais A C √③ 56, est à B E √③ 7, en raison double, par le 21 probleme, doncques A B est à B E double; Soit A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis divisons A C √③ 56, par A B 2, donne quotient pour A D √③ 7, le mesme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F √③ 189. Doncques √③ 56, & √③ 7, font √③ 189; ce qu'il falloit demonstrer.

A 2 B 1 E
√③ 7 √③ 56 √③ 7
D C F

NOTA. La maniere de la premiere & troisiesme demonstration du precedant premier exemple, se peut aussi appliquer à ce second.

Seconde construction du second exemple semblable à la seconde construction du 1. exemple.

Racines données { √③ 56, √③ 7 } leur raison par le 21. pro. { 2, 1 }
Leur somme 3
Puis 2 donne 3, combien √③ 56, faict par le 44. probleme pour solution √③ 189

Ou autrement.

1. donne 3, combien √③ 7, faict comme dessus, √③ 189
Dont la demonstration est faicte cy dessus; toutesfois pour plus grande evidence nous y ajousterons encore ceste cy conforme à sa construction. *Demonstration. Article* I. Comme √③ 56, à √③ 7, ainsi 2, à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison duple. *Article* II. Doncques par composée ou transformee proportion, comme √③ 56 + √③ 7, à √③ 7, ainsi 2 + 1, à 1, c'est à dire, ainsi 3 à 1. *Article* III. Comme √③ 189, à √③ 7, ainsi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison triple. Doncques √③ 56 + √③ 7, & √③ 189, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme √③ 56 + √③ 7, à √③ 7, ainsi 3 à 1) parquoy √③ 56 + √③ 7, est egale à ③ 189; Mais √③ 56 + √③ 7, est la somme des nombres donnez, doncques √③ 189 est la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple III. *de racines de racines.*

Explicacion du donné. Soyent données racines de racines telles, √√ 32, & √√ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

Premiere construction du troisiesme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée √√ 32
La moindre √√ 2
Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par reigle, faict 3, qui vaut √√ 81
Laquelle

Laquelle multipliée par la moindre racine donnee $\sqrt{}$ 2, faict — $\sqrt{}$ 162

Je di que $\sqrt{}$ 162 est la somme requise.

Seconde construction du troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines donnees $\left\{\begin{matrix}\sqrt{}\,32\\ \sqrt{}\,2\end{matrix}\right\}$ leur raison par le 21 prob. $\left\{\begin{matrix}2\\ 1\end{matrix}\right.$

Leur somme — 3

Puis 1 donne 3, combien $\sqrt{}$ 32. faict par le 44 probleme pour solution — $\sqrt{}$ 162.

Ou autrement.

1 donne 3, combien $\sqrt{}$ 2? faict comme dessus $\sqrt{}$ 162.

Je di, que $\sqrt{}$ 162, est la somme requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à ajouster des racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soyent par exemple à ajouster $\sqrt{}\,\frac{2}{3}$, & $\sqrt{}\,\frac{1}{6}$, leur operation & disposition selon la precedante premiere, sera telle:

La majeure racine donnée — $\sqrt{}\,\frac{2}{3}$

La moindre — $\sqrt{}\,\frac{1}{6}$

Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par reigle, faict 3, qui vaut — $\sqrt{}$ 9

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt{}\,\frac{1}{6}$, faict pour solution — $\sqrt{}\,1\frac{1}{2}$

Et semblablement pourra on solver ceste question, par les autres manieres citées cy dessus.

Mais s'il y eust à ajouster deux racines egales, il sera plus bref de multiplier l'une par 2, par le 22. probleme, & s'il y eust trois racines egales, alors multiplier par 3, &c. *Conclusion.* Estant doncques donnees racines simples à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Les aucuns descrivent exemples de l'addition de racines incommensurables, desquelles la somme est racine de quelque binomie, qu'ils appellent racine universelle: Soit par exemple à ajouster $\sqrt{}$ 3 à $\sqrt{}$ 2, & selon la troisiesme construction du precedant premier exemple, l'operation sera telle:

Les potences des racines donnees sont $\left\{\begin{matrix}3\\ 2\end{matrix}\right.$

Leur produict est — 6

Sa racine quarrée est — $\sqrt{}$ 6

Son double par reigle generale est — $\sqrt{}$ 24

Qui ajousté à la somme des potences des racines donnees, faict — $\sqrt{}$ 24 + 5

Sa racine pour solution est — $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 24 + 5

Or il est certain que ceste solution est veritable, nous asseurant de la generalité des reigles de ces cõstructions; Mais quant au reste, telle addition est inutile, par ce que la solution sera plus claire, & commode, disant que c'est $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2. Car si l'on dict que la solution est $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 24 + 5, c'est à dire, qu'on doibt tirer racine de tel binomie, & que alors l'on aura le requis: Mais en extrayant la racine par le 39 probleme, on la trouvera de $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2; Il est donc plus convenable de dire au premier coup, sans faire tant de peine perdue; que c'est $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2. Aussi on ne trouve pas seulement tel binomie par icelle addition, mais aussi par la multiplication de $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2 en soy, qui faict $\sqrt{}$ 24 + 5, duquel la racine est comme dessus $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 24 + 5. Mais à fin de demonstrer plus apertement telle inutile addition par quelque exemple, posons le cas, comme si 9 & 8 fussent incommensurables, & que pour expliquer leur somme, quelqu'un dist, que c'est $\sqrt{}$ *bino.* 145 + 144, un autre que c'est 9 + 8, à sçavoir mon quelle explication de ces deux est la plus claire & commode; vrayement c'est la derniere: Et tout ainsi nous expliquons plus clairement la somme de $\sqrt{}$ 3 & $\sqrt{}$ 2, disant que c'est $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2, que de dire que c'est la racine de leur potence. Cest avertissement se pourra aussi appliquer à la soubstraction du probleme suivant.

THEOREME.

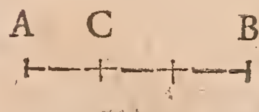
Tout quotient moins un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la reste de la soubstraction du diviseur de nombre à diviser.

EXPLICATION.

Soit 8 divisé par 2, le quotient est 4, du mesme soubstraict 1, reste 3, qui multiplié par le diviseur 2, faict 6, egal à la reste de la soubstraction de 2 de 8, selon le theoreme.

Autre explication Geometrique.

Soit la ligne à diviser A B, triple au diviseur A C, & divisons A B, par A C, le quotient sera 3, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 2, par le mesme multiplié C A, sera deux fois C A, qui est C B, reste de la soubstraction des donnez, à sçavoir C A, de A B. *Conclusion.* Tout quotient doncques moins un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la reste de la soubstraction du diviseur de nombre à diviser; ce qu'il falloit demonstrer.



De la soubstraction des racines simples.

PROBLEME XXV.

Estant donnée racine simple de laquelle on soubstraict, & racine simple à soubstraire: Trouver leur reste.

Exemple 1. des racines quarrees.

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on soubstraict $\sqrt{}$ 32, & racine à soubstraire $\sqrt{}$ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

NOTA. Avant que nous venons à la construction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à soubstraire incommensurables, se solveront par —; comme estant à soubstraire $\sqrt{}$ 4, de $\sqrt{}$ 7, la reste sera $\sqrt{}$ 7 — $\sqrt{}$ 4. Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

Premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée — $\sqrt{}$ 32

La moindre — $\sqrt{}$ 2

Leur quotient est 4, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 3, qui vaut — $\sqrt{}$ 9

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt{}$ 2, faict — $\sqrt{}$ 18

Je di que $\sqrt{}$ 18 est la reste requise.

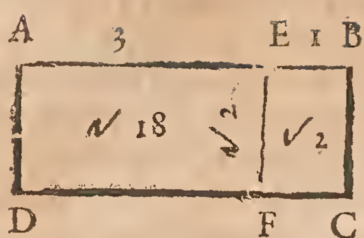
Premiere demonstration.

Tout quotient moins un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la reste de la soubstraction du diviseur de nombre à diviser, par le precedant theoreme.

Nostre quotient moins un (qui est $\sqrt{}$ 9) est multiplié par le diviseur $\sqrt{}$ 2, donnant produict $\sqrt{}$ 18.

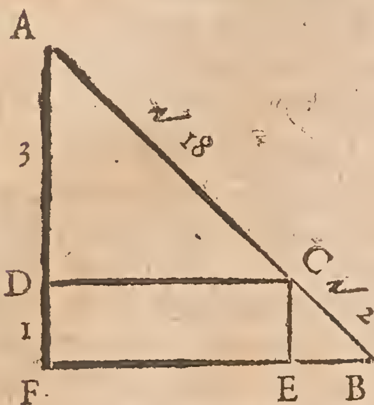
Ergo $\sqrt{}$ 18, est egale à la reste de la soubstraction du diviseur $\sqrt{}$ 2, du nombre à diviser $\sqrt{}$ 32.

C'est à dire, que $\sqrt{}$ 18, est la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer. *Preparation d'autre seconde demonstration.* Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit $\sqrt{}$ 32, & du mesme soit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité soit $\sqrt{}$ 2. Il faut demonstrer que le rectangle restant A F, sera $\sqrt{}$ 18.



Demonstrat. Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainsi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1. proposition du 6 livre d'Euclide; Mais A C √ 32 est à E C √ 2 en raison quadruple, par le 21 probleme, doncques A B est à E B quadruple; & par consequent, A E est à E B triple; Soit doncques A E quelque nombre, comme 3, triple à E B 1, puis divisons E C √ 2, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F √ 2, le mesme multiplié par A E 3, faict pour le rectangle A F √ 18; Doncques de A C √ 32, soubstraict E C √ 2, reste A F √ 18; ce qu'il falloit demonstrer.

Preparation d'autre troisiesme demonstration.



Soit descript la ligne A B √ 32, & de la mesme soit coupée la ligne C B √ 2, & de la ligne A C soit descript le triangle rectangle isoscele A C D, tel que A C soit l'hypothenuse, semblablement soit descript de la ligne C B, le triangle rectangle isoscele C B E, tel que C B soit l'hypothenuse, puis soyent produictes A D, & B E, s'entrecoupans en F: Il faut demonstrer que la ligne A C, faict √ 18. *Troisiesme demonstration.* Le quarré de la ligne A B est 32, & par la 47 proposition du 1 livre d'Euclide, le quarré de A F sera la moitie de 32, à sçavoir 16, desquelles la racine pour A F est 4; Et de mesme sorte se demonstrera, que C E est 1, & par consequent, D F (egale à la C E,) est aussi 1; doncques A D est 3, & D C aussi 3; parquoy le quarré de A D sera 9, & semblablement sera le quarré de D C 9; lesquels quarrez ensemble font 18; le quarré donc de A C (par ladicte 47 proposition du 1 livre d'Euclide) est 18, & par consequent son costé A C √ 18. Doncques de A B √ 32, coupée C B √ 2, reste A C √ 18; ce qu'il falloit demonstrer.

Seconde construction du premier exemple d'autre maniere.

Racines donnees { √ 32, √ 2 } leur raison par le 21 probl.	{ 4, 1 }
Desquels la reste	3
Puis 4 donne 3, combien √ 32? faict par le 44 probleme pour solution	√ 18

Ou autrement.

1 donne 3, combien √ 2? faict comme dessus	√ 18.

Demonstration conforme à ceste construction. Article I. Comme √ 32 à √ 2, ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple. *Article* II. Doncques par transformée ou disioincte proportion, comme √ 32 — √ 2 à √ 2, ainsi 4 — 1 à 1, c'est à dire, ainsi 3 à 1. *Article* III. Comme √ 18 à √ 2, ainsi 3 à 1, par le 21 probleme: car l'une & l'autre est raison triple, doncques √ 32 — √ 2, & √ 18, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme √ 32 — √ 2 à √ 2, ainsi 3 à 1) parquoy √ 32 — √ 2, est egale à √ 18. Mais √ 32 — √ 2 est la reste requise, doncques √ 18 est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Troisiesme construction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceste construction, ensemble de la quatriesme construction suivante, n'est pas universelle en soubstractions de toutes autres especes de racines, comme sont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees sont	{ 32, 2 }
Leur produict	64
Sa racine quarrée est	8
Son double par reigle est	16
Qui soubstraict de la somme des potences de racines donnees reste	18
Sa racine pour solution est	√ 18

Quatriesme construction du premier exemple d'autre maniere.

Les potences de racines donnees sont	{ 32, 2 }
Leur produict	64
Son quadruple par reigle est	256
Sa racine quarrée est	16
Qui soubstraict de la somme des potences des racines donnees reste	18
Sa racine pour solution	√ 18

Dont la demonstration est amplement faicte cy dessus.

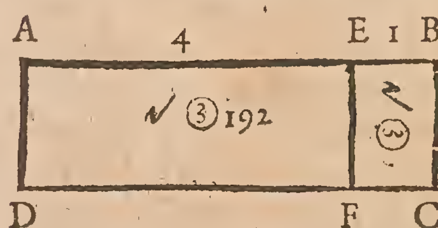
Exemple II. de racines cubiques.

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on soubstraict, √ ③ 375, & racine à soubstraire √ ③ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

Premiere construction du second exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée	√ ③ 375
La moindre	√ ③ 3
Leur quotient est 5, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 4, qui vaut	√ ③ 64
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √ ③ 3, faict	√ ③ 192

Je di, que √ ③ 192, est la reste requise. *Preparation de la demonstration.* Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit √ ③ 375. & du mesme soit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité soit √ ③ 3. Il faut demonstrer que le rectangle restant A F, faict √ ③ 192. *Demonstration.* Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainsi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide; mais A C √ ③ 375, est à E C √ ③ 3 en raison quincuple, par le 21 probleme: doncques A B, est à E B quincuple, & par consequant A E, à E B, quadruple: Soit donc A E quelque quantité, comme 4, quadruple à E B 1, puis divisons E C √ ③ 3, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F √ ③ 3, la mesme multipliée par A E 4, donne produict pour le rectangle A F √ ③ 192; Doncques de A C √ ③ 375, soubstraict E C √ ③ 3, reste A F √ ③ 192; ce qu'il falloit demonstrer.



Nota. La maniere de la premiere & troisiesme demonstration, du precedant premier exemple, se peut aussi appliquer à ce second.

Seconde construction du second exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines dõnees { √ ③ 375, √ ③ 3 } leur raison par le 21 pr.	{ 5, 1 }
Desquels la reste	4

Puis

Puis 5 donne 4, combien √③375, faict par le
44 probleme pour solution √③192

Ou autrement.

1 donne 4, combien √③3? faict comme dessus √③192

Dont la demonstration est faicte cy dessus, toutesfois en plus grande evidence nous y ajousterons encore ceste cy, conforme à la construction. *Demonstration. Article* I. Comme √③375 à √③3, ainsi 5 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quincuple. *Article* II. Ergo par transformée ou disioincte proportion, comme √③375—√③3, à √③3, ainsi 5—1, à 1, c'est à dire, ainsi 4 à 1. *Article* III. Comme √③192, à √③3, ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple; Doncques √③375—√③3, & √③192, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme √③375—√③3, à √③3, ainsi 4 à 1) parquoy √③375—√③3, est egale à √③192; Mais √③375—√③3, est la reste requise; Doncques √③192, est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple III. *de racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné racine de laquelle on soubstraict √√3888, & racine à soubstraire √√3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

Premiere construction du troisiesme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée √√3888
La moindre √√3
Leur quotient est 6, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 5, qui vaut √√625
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √√3, faict √√1875
Je di, que √√1875 est la reste requise.

Seconde construction de ce troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racin. don. { √√3888, √√3 } leur raison par le 21 probl. { 6, 1 }
Desquels la reste 5
Puis 6 donne 5, combien √√3888? faict par le 44 probleme pour solution √√1875.

Ou autrement.

1 donne 5 combien √√3? faict comme dessus; √√1875.

Ie di, que √√1875, est la reste requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à soubstraire par quelques racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz, par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soit par exemple racine de laquelle il faut soubstraire √$\frac{50}{63}$, & racine à soubstraire √$\frac{2}{7}$, leur operation & disposition selon la precedante premiere construction sera telle:

La majeure racine donnée √$\frac{50}{63}$
La moindre √$\frac{2}{7}$
Leur quotient $\frac{5}{3}$, duquel soubstraict 1, par reigle, reste $\frac{2}{3}$, qui vaut √$\frac{4}{9}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √$\frac{2}{7}$, faict pour solution √$\frac{8}{63}$

Et semblablement on pourra solver ceste question par les autres manieres declarees cy dessus. *Conclusion.* Estant donc donnée racine simple de laquelle on soubstraict, & racine simple à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous avons descrit diverses manieres des constructions, aux deux problemes precedans, à fin de rendre bien notoire le subject: mais pour dire de la plus commode, nous usons en la practique la premiere de chascun exemple, comme estant generale, & aussi la plus facile. Car ayant seulement à la memoire les theoremes qui sont descrits devāt lesdicts problemes, l'on aura une generale reigle pour toutes additions & soubstractions quelconques, tant de racines de multinomies radicauz, & de racines de multinomies algebraiques (comme en son lieu donnerons leurs exemples) que pour les precedantes racines simples. Veu doncques que l'utilité desdicts theoremes est si grande, nous les comprendrons succinctement ensemble, à fin qu'elles demeurent plus facilement à la memoire, en ceste sorte:

Quotiēt { plus, moins } un, multiplié par diviseur, dōne { sōme, reste } des dōnez.

Troisiesme distinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers.

THEOREME.

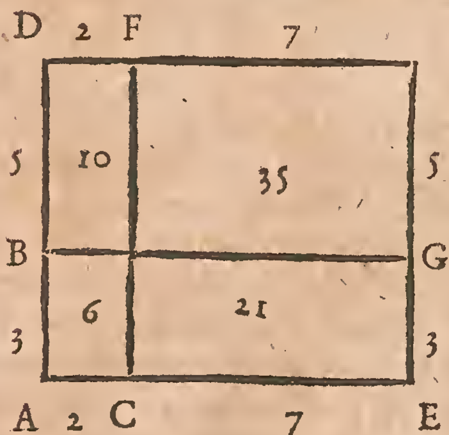
PLus multiplié par plus, donne produict plus, & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins.

Explication du donné. Soit 8—5 multiplié par 9—7, en ceste sorte; —7 fois —5 font +35 (+35, par ce que, comme dict le theoreme, — par —, faict +) Puis —7 fois 8 faict —56 (—56, par ce que, comme dict est au theoreme, — par +, faict —) Et semblablement soit 8—5, multiplié par le 9, & donneront produicts 72—45; Puis ajoustez +72+35, font 107. Puis ajoustez les —56—45, font —101; Et soubstraict le 101 de 107 reste 6, pour produict de telle multiplication. De laquelle la disposition des characteres de l'operation est telle:

8—5
9—7
—56+35
72—45
6

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que + multiplié par +, faict +, & que — par —, faict +, & que + par —, ou — par +, faict —. *Demonstration.* Le nombre à multiplier 8—5, vaut 3, & le multiplicateur 9—7 vaut 2; Mais multipliant 2 par 3, le produict est 6; Doncques le produict cy dessus aussi 6, est le vray produict: Mais le mesme est trouvé par multiplication, là ou nous avons dict que + multiplié par +, donne produict +, & — par — donne produict +, & + par —, ou — par +, donne produict —, doncques le theoreme est veritable.

Autre demonstration geometrique.



Soit AB 8—5 (à sçavoir AD 8—DB 5) Puis AC 9—7 (à sçavoir AE 9—EC 7) leur produict sera CB: ou bien selon la multiplication precedante ED 72—EF 56—DG 45+GF 35; Lesquelles nous demonstrerons estre egales à CB en ceste sorte. De tout le ED+GF, soubstraict EF, & DG, reste CB. *Conclusion.* Plus doncques multiplié par plus, donne produict plus. & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins; ce qu'il falloit demonstrer.

De la multiplication des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVI.

Estant donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie à multiplier √ 7 + √ 5 — √ 6, & multinomie multiplicateur √ 4 — √ 8 + √ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnez en ordre, comme dessus, disant, + √ 3 fois — √ 6, faict — √ 18; car + multiplié par —, donne produict —, par le precedant theoreme. Et ainsi des autres. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle.

√ 7 + √ 5 — √ 6
√ 4 — √ 8 + √ 3
+ √ 21 + √ 15 — √ 18
— √ 56 — √ 40 + √ 48
√ 28 + √ 20 — √ 24
√ 28 + √ 20 — √ 24 — √ 56 — √ 40 + 48 + √ 21 + √ 15 — √ 18

Ie di, que ledict produict, est le produict requis; & s'il y eust quelques noms commensurables, on les pourroit ajouster, par le 24 probleme. Dont la demonstration sera semblable à celle du 22 probleme.

NOTA. Semblable sera l'operation de racine d'espece quelconque. car si tous les noms donnez fussent racines cubiques, le produict seroit de racines cubiques, & ainsi des autres: Mais s'il y eust à multiplier multinomies de diverses especes de racines, on les convertira à une mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus. on pourra aussi appliquer cest avertissement aux trois problemes suyvans. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus divisé par plus, donner quotient plus; & moins divisé par moins, donner quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donner quotient moins.

Explication du donné. Soyent 72 — 101 + 35, divisez par 9 — 7, en ceste sorte: Combien de fois 9 en 72? faict + 8 fois (+ 8 parce que, comme dict le theoreme, + divisé par + donne quotient +) Puis — 7 fois 8 font — 56, de 101, reste — 45. Puis mettant autrefois le diviseur, & disant; combien de fois 9 en — 45? faict — 5 fois (— 5 par ce que, comme dict le theoreme, — divisé par +, donne quotient —) Puis — 7 fois — 5 faict + 35, de + 35, ne reste rien; Doncques le quotient de telle division sera 8 — 5. Dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que + divisé par +, donne quotient +, & que — par — donne +, & que + par —, ou — par +, donne —. *Demonstration.*

4 5
72 — 101 + 35 (8 — 5
9 — 7 — 7
9

Le nombre à diviser 72 — 101 + 35, vaut 6. Et le diviseur 9 — 7, vaut 2; Mais divisant 6 par 2, le quotient est 3; Doncques le quotient cy dessus 8 — 5, qui vault aussi 3, est le vray quotient: Mais le mesme est trouvé par division, la ou + divisé par +, se dict donner quotient +, & — par — donner +, & + par — ou — par +, donner —; doncques le theoreme est veritable.

Autre demonstration Geometrique.

Soit au theoreme precedant ED 72 — EF, avec — DG 101 + GF 35, à diviser par AE 9 — CE 7 (qui est autant à dire, comme soit CB à diviser par AC) & le quotient, selon la division precedant, sera AD 8 — DB 5, le mesme est egal à BA 3. Doncques (car BA est le quotient de CB, divisé par AC) c'est le vray quotient requis. *Conclusion.* Plus doncques divisé par plus, donne quotient plus, & moins divisé par moins donne quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donne quotient moins; ce qu'il falloit demonstrer.

De la division des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVII.

Estant donné multinomie radical entier à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Premier exemple, la ou le diviseur est d'un nom.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviser √ 15 + √ 18 — √ 12, & diviseur √ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera la √ 15 par √ 3, faict, par le 23 probleme, √ 5; Item la √ 18 par la mesme √ 3, faict √ 6, & la — √ 12 par la mesme √ 3, faict — √ 4. Ie di que le trinomie √ 5 + √ 6 — √ 4 est le quotient requis.

Second exemple là ou le diviseur est multinomie.

Pour diviser par diviseur qui soit multinomie, il faut considerer deux poincts; Le premier est, que multinomie se peut convertir en simple nom, par multiplication de son respondant contraire; binomie √ 3 + √ 2, multiplié par son respondant contraire √ 3 — √ 2, ou — √ 3 + √ 2, donne produict simple nom 1, ou — 1. Item trinomie √ 3 + √ 2 + 1, multiplié par son respondant contraire √ 3 + √ 2 — 1, donne produict 4 + √ 24, qui autrefois multiplié par son respondant contraire — 4 + √ 24, donne produict simple nom 8. L'on pourroit aussi multiplier trinomie √ 3 + √ 2 + 1, par autre respondant contraire quelconque. comme par √ 3 — √ 2 + 1, ou par — √ 3 — √ 2 + 1, &c. & nous parviendrons à une mesme fin. Item le quadrinomie, comme √ 5 + √ 4 + √ 3 + √ 2, multiplié par son respondant contraire √ 5 + √ 4 — √ 3 — √ 2, donne produict trinomie, & puis comme dessus.

Le second poinct est, que si nombre à diviser & diviseur sont multipliez par nombres egaux, les produicts divisez l'un par l'autre, donnent le mesme quotient, que les nombres donnez. Soit par exemple nombre à diviser 6, & diviseur 2; Puis multiplions l'un & l'autre par 4, les produicts seront 24, & 8, desquels le quotient 3, est egal au quotient de 6 & 2 donné. Et si autrefois nous multiplions 24 & 8, par nombres egaux, soit par 5, les produicts seront 120, & 40, desquels le quotient est autrefois 3.

Lesquels deux points entenduz, ne reste que de convertir le multinomie donné en simple nom, par multiplication, comme nous avons dict cy dessus au premier poinct. Puis par les mesmes nombres, par lesquels en la conversion le diviseur a esté multiplié, aussi multiplier le nombre à diviser; Et ainsi on aura le nombre à diviser multinomie, & le diviseur simple nom, desquels le quotient se trouve par le precedent premier exemple, qui pour les raisons que dessus, sera aussi le quotient des nombres donnez.

Soit

Soit par exemple $\sqrt{8} + \sqrt{6}$, à diviser par $\sqrt{4} + \sqrt{2}$: On multipliera premierement le diviseur $\sqrt{4} + \sqrt{2}$, par son respondant contraire $\sqrt{4} - \sqrt{2}$, donne produict 2; puis multiplié aussi $\sqrt{8} + \sqrt{6}$, par $\sqrt{4} - \sqrt{2}$, donne produict $\sqrt{32} + \sqrt{24} - \sqrt{16} - \sqrt{12}$, qui divisé par 2, ou par $\sqrt{4}$, donne par le premier exemple pour quotient requis $\sqrt{8} + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{3}$.

Semblable sera aussi l'operation par diviseur trinomie; Soit par exemple nombre à diviser $\sqrt{8}$, & diviseur $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$; On multipliera premierement le diviseur par son respondant contraire, soit par $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$, donne produict $4 + \sqrt{24}$; Qui autrefois multiplié par son respondant contraire $- 4 + \sqrt{24}$, donne produict 8: Or veu qu'on a multiplié le diviseur premierement par $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$, & le produict autrefois par $- 4 + \sqrt{24}$, faudra pour les raisons que dessus multiplier le nombre à diviser $\sqrt{8}$, premierement par $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$, donne produict $\sqrt{24} + 4 - \sqrt{8}$, puis le mesme par $- 4 + \sqrt{24}$, donne produict $8 + \sqrt{128} - \sqrt{192}$; De sorte qu'au lieu des nombres donnez $\sqrt{8}$, & $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$, nous avons autres nombres entre eux en la mesme raison; à sçavoir nombre à diviser $8 + \sqrt{128} - \sqrt{192}$, & diviseur 8, desquels le quotient requis par le premier exemple, est $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$, & ainsi d'autres semblables.

NOTA. L'on pourroit aussi donner solution, par fraction de multinomie, mettant le nombre à diviser $\sqrt{8}$ sur une ligne, & le diviseur dessoubs, en ceste sorte, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$, lequel se dict aussi le quotient requis, & est egal à l'autre quotient $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$. *Demonstration.* Chascun des precedens quotiens, contient autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviser contient le diviseur; Car comme le quotient à l'unité, ainsi le nombre à diviser au diviseur; c'est doncques legitime division, par la 97 definition, & les quotiens sont les vrais quotiens requis. Ou autrement, on pourroit multiplier le diviseur par le quotient. Et par ce que le produit est egal au nombre à diviser donné, nous concluons comme devant, que les solutions sont vrayes; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné, multinomie entier à diviser, & multinomie entier diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus ajousté à plus, donner somme plus, & moins ajousté à moins, donner somme moins, & moins ajousté à plus, a lors la difference des nombres, avec le signe du majeur nombre; estre la somme.

Explication du donné. Soyent $15 - 3 - 4 - 5$, & $6 - 2 + 8 + 3$, ajoustez en ceste sorte; $+ 15$ & $+ 6$ font $+ 21$ (car le theoreme dict, que $+$ ajousté à $+$, donne somme $+$) Puis -3 & -2 font -5 (car le theoreme dict, que $-$ ajousté à $-$, donne somme $-$) Puis -4 & $+8$ font 4 (car le theoreme dict, que $-$ ajousté à $+$, a lors leur difference avec le signe du majeur nombre, donne la somme) Et de mesme sorte -5 avec $+3$ fera -2.

Nombres à ajouster	$15 - 3 - 4 - 5$
	$6 - 2 + 8 + 3$
Somme	$21 - 5 + 4 - 2$

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que $+$ ajousté à $+$, donne somme $+$ & le reste du theoreme. *Demonstration.* Les $15 - 3 - 4 - 5$ vallent 3; Et les $6 - 2 + 8 + 3$ vallent 15, desquels 3 & 15, la somme est 18, pour la somme des donnez; Aussi vaut 18 la somme de $21 - 5 + 4 - 2$; Doncques $21 - 5 + 4 - 2$ est la vraye somme; Mais elle est trouvée par operation conforme au theoreme; parquoy le theoreme est veritable. *Conclusion.* Doncques plus ajousté à plus, donne somme plus, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

De l'addition des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVIII.

Estant donnez multinomies radicaux entiers: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent multinomies radicaux entiers à ajouster $\sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$; Et $\sqrt{2} - \sqrt{12} - \sqrt{5} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On ajoustera les nombres, observant les reigles de $+$ & $-$, contenues au theoreme cy devant. Or doncques ajoustez $\sqrt{8}$ a $\sqrt{2}$, faict, par le 24 probleme, $+ \sqrt{18}$ ($+ \sqrt{18}$ par ce que $+$ avec $+$ selon le theoreme faict $+$) ainsi des autres: la disposition des characteres de l'operation est telle:

Nomb. à ajouster	$\sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$
	$\sqrt{2} - \sqrt{12} - \sqrt{5} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$
Somme	$\sqrt{18} - \sqrt{27} + \sqrt{5} + \sqrt{12} - \sqrt{8}$

Ie di, que la dicte somme, est la somme requise; Dont la demonstration est manifeste, par celle du theoreme precedent. *Conclusion.* Estant doncques donnez multinomies radicaux entiers à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus avec moindre nombre, soubstraict de plus avec majeur nombre, donner reste plus; & moins avec moindre nombre, soubstraict de moins avec majeur nombre, donner reste moins; & plus avec majeur nombre, soubstraict de plus avec moindre nombre, doncq la difference des nombres avec moins estre la reste; & moins avec majeur nombre, soubstraict de moins avec moindre nombre, adonc leur difference avec plus, estre la reste; & plus de moins, ou moins de plus, adonc la somme des nombres, avec le signe du nombre duquel on soubstraict, estre la reste.

Explication du donné. Soyent $12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$, soubstraicts de $20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$, en ceste sorte: $+ 12$ de $+ 20$ donne reste $+ 8$ (car le theoreme dict, que $+$ avec moindre nombre, soubstraict de $+$ avec majeur nombre, donne reste $+$) & le suyvant selon le theoreme.

Nombre duquel	$20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$
Nombre à soubstraire	$12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$
Reste	$8 - 4 - 3 + 5 - 6 + 11$

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que $+$ avec moindre nombre, soubstraict de $+$ avec majeur nombre, donne reste $+$, & le suyvant du theoreme. *Demonstration.* Le nombre donné duquel il faut soubstraire, vaut 14, & le nombre à soubstraire vaut 3, & soubstraict 3 de 14 reste 11; Aussi vaut 11 la reste $8 - 4 - 3 + 5 - 6 + 11$; Doncques c'est la vraye reste; mais elle est trouvé par operation conforme au theoreme, comme il appert en l'explication du donné; parquoy le theoreme est veritable. *Conclusion.* Doncques plus avec moindre nombre, soubstraict de $+$ avec maieur nombre, donne reste $+$, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

De la soubstraction des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXIX.

Estant donné multinomie radical entier duquel on soubstraict, & multinomie radical entier à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné multinomie radical

duquel

duquel on soubstraict $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$; Et à soubstraire $\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{8}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On soubstraira les donnez, observant les reigles de + & — contenues au precedent theoreme: Or doncques soubstraict $+\sqrt{2}$, de $+\sqrt{18}$, reste, par le 25 probleme, $+\sqrt{8}$ ($+\sqrt{8}$, parce qu'au theoreme est dict, que + avec moindre nombre, soubstraict de + avec majeur nombre, donne reste +) & ainsi des autres; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

Multi. duq.	$\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$
Mult. à soub.	$\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{8}$
Reste	$\sqrt{8}-\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{18}$

Dont la demonstration est manifeste, par celle du 25 probleme, & par le precedent theoreme. *Conclusion.* Estât doncques donné multinomie radical entier duquel on soubstraict & multinomie radical entier à soubstraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

Quatriesme distinction des quatre numerations des multinomies radicaux rompuz.

De la multiplication des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXX.

Estant donné multinomie radical rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu à multiplier $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & multiplicateur $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$.

Explication du requis. Il faut trouver leur produict.

NOTA. Celuy qui aura bien entendu les quatre numerations des multinomies entiers, & la disposition des characteres des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompuz, comme sont celles du 10. 11. 12. & 13. probleme; il pourra facilement entendre ces quatre numerations de multinomies rompuz; veu que c'est la mesme methode. *Construction.* On multipliera les numerateurs $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font par le 26 probleme $\sqrt{6}+\sqrt{18}+\sqrt{8}+\sqrt{24}$, lequel abbrevié, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ (car $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ font $\sqrt{54}$, & $\sqrt{18}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{50}$) Puis on multipliera les nominateurs $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font parledict 26 probleme $\sqrt{16}+\sqrt{32}+\sqrt{4}+\sqrt{8}$, lequel abbrevié, faict $6+\sqrt{72}$ (car $\sqrt{16}$, & $\sqrt{4}$, font 6, & $\sqrt{32}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{72}$) Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}\cdot\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$$

Je di que $\frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par icelle du 22 probleme, & par le theoreme devant le 26 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXI.

Estant donné multinomie radical rompu à diviser, & multinomie rompu diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviser $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ & diviseur $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotien. *Construction.* On multipliera par croix, à sçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict (estant abbrevié) $6+\sqrt{72}$. Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$; Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}\cdot\frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 23 probleme, & par le theoreme devant le 27 probleme. *Conclusion.* Estant donques donné multinomie radical rompu à diviser, & multinomie rompu diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXII.

Estant donnez multinomies rompuz à ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnez multinomies rompuz à ajouster, $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On suyvera la methode de la construction du 10 probleme en ceste sorte: On multipliera en croix, à sçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on ajoustera ces deux produicts, à sçavoir $6+\sqrt{72}$, avec $\sqrt{54}+\sqrt{50}$, font par le 26 probleme $6+\sqrt{54}+\sqrt{242}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$, Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}\quad\begin{array}{c}6+\sqrt{72}\\ \sqrt{54}+\sqrt{50}\\ \hline 6+\sqrt{54}+\sqrt{242}\\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4\end{array}$$

Je di, que $\frac{6+\sqrt{54}+\sqrt{242}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$, est la somme requise; Dont la demonstration est manifeste par celle du 22 & 24 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 28 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donnez multinomies rompuz à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXIII.

Estant donné multinomie radical rompu duquel on soustraict, & multinomie radical rompu à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu duquel on soubstraict $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$; Et multinomie à soubstraire $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On suyvera la methode de la construction de 11 probleme en ceste sorte: On multipliera par croix, à sçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on soubstraira $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ de $6+\sqrt{72}$, & reste (par le 29 probleme) $6+\sqrt{2}-\sqrt{54}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$. Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}\quad\begin{array}{c}6+\sqrt{72}.\\ \sqrt{54}+\sqrt{50}.\\ \hline 6+\sqrt{2}-\sqrt{54}.\\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4.\end{array}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{2}-\sqrt{54}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$ est la reste requise. dont la demon-

demonstration est manifeste, par celle du 22 & 25 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 29 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical rompu duquel on soubstraict, & multinomie radical rompu a soubstraire; Nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA I. Semblable sera l'operation des quatre numerations des multinomies d'aultres especes de racines quelconques. Et s'il y eust à multiplier, diviser, ajouster, ou soubstraire, par differentes especes de racines, on les convertira à une mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus.

NOTA II. Il avient aucunefois, que de deux multinomies radicaux, l'on veult cognoistre le maieur; Il est vray, que la soubstraction des incommensurables par —, donne la reste, mais nous ne cognoissons pas encore le maieur, nous en ferons doncques prob. tel:

PROBLEME XXXIV.

Estant donnez deux multinomies radicaux: Trouver quel est le maieur.

Explication du donné. Soyent donnez deux multinomies radicaux tels: le premier $3 + \sqrt{8}$, le second $8 - \sqrt{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver quel des deux est le maieur. *Construction.*

Soubstraict de chascune partie 3, restera
du premier $\sqrt{8}$, du second $5 - \sqrt{5}$.
Puis prins le quarré de chasque nombre,
le premier sera 8, le second $30 - \sqrt{500}$.
Puis soubstraict de chasque partie 8, restera
du premier 0, du second $22 - \sqrt{500}$.
Puis ajousté à chasque partie $\sqrt{500}$,
le premier sera $\sqrt{500}$, le second 22 qui vault $\sqrt{484}$.

Doncques le premier nombre donné $3 + \sqrt{8}$ est maieur que le second nombre donné $8 - \sqrt{5}$.

Demonstration. La demonstration est manifeste par commune sentence; Si à inegaux on ajouste ou soubstraict egaux, le maieur demeure le maieur. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies radicaux, nous avõs trouvé quel est le maieur, ce qu'il falloit faire.

Cincquiesme distinction de l'invention des douze especes de binomies, & autres computations y appartenantes.

PROBLEME XXXV.

Trouver deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit aussi à sa racine commensurable.

Construction. On prendra quelques deux produicts inegaux; de deux termes de nombres Arithmetiques, de deux raisons egales. Comme 4. 2. & 2. 1. sont deux raisons egales, & le produict des termes de l'une raison est 8, & de l'autre 2; Les mesmes soyent disposez en ceste sorte:

Produicts inegaux desdictes raisons egales	{ 8 / 2
Leur reste	6
Sa moitie	3
Sa potence quarrée	9
Le produict de 8 & 2 est	16

Je di, que le cincquiesme & sixiesme en l'ordre, à sçavoir 9 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 9 & 16 sont les deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, car la racine de l'un est 3, & de l'autre est 4; Aussi leur somme 25, est quarré, à sa racine 5 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques trouvez deux nombres, à leurs racines commensurables, & desquels la somme est aussi à sa racine commensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVI.

Trouver deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit à sa racine quarrée incommensurable.

Construction. Les produicts inegaux de deux raisons egales, par la doctrine de la construction du precedent

35 probleme, sont	{ 8 / 2
Leur reste	6
Sa moitie	3
De laquelle soubstraict 1 par reigle, reste	2
Son quarré	4
Le produict du 8 & 2 est	16

Je di, que 4 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 4 & 16, sont deux quarrez, à leurs racines commensurables; car la racine de l'un est 2, & de l'autre 4: Aussi leur somme, à sçavoir 20, est nombre quarré, à sa racine $\sqrt{20}$ incommensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme est à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVII.

Trouver deux nombres, desquels la somme divisée par chascun d'iceux, le quotient soit quarré à sa racine incommensurable.

Construction.

On prendra quelque nombre à sa racine commensurable, comme 9, le mesme se divisera en quelques deux parties, comme 6 & 3, chascune à sa racine quarrée incommensurable: Je di que 6 & 3 sont les nombres requiz. *Demonstration.* La somme de 6 & 3 est 9, laquelle divisée par 3, donne quotient 3, qui est à sa racine quarrée incommensurable: Semblablement le mesme 9 divisé par 6, donne quotient $1\frac{1}{2}$, qui est aussi à sa racine incommensurable selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé deux nombres, desquels la somme divisé par chascun d'iceux, le quotient est quarré, à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver les douze especes de binomies.

Construction du premier binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 35. prob.	{ 8 / 2
Leur reste	6
Quelque nombre Arithmetique	3
Son quarré	9
Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict 9? faict	$6\frac{3}{4}$
Sa racine quarrée est	$\sqrt{6\frac{3}{4}}$

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $3 + \sqrt{6\frac{3}{4}}$, sont le premier binomie requis.

Construction du second binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 35 prob.	{ 8 / 2
Leur reste	6
Quelque nombre Arithmetique	3
Puis ledict 6, donne ledict 8, combien ledict 9? faict	12
Sa racine quarrée est	$\sqrt{12}$

 Je di,

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $3 + \surd 12$, font le second binomie requis.

Construction du troisiesme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 35 prob.	{ 8, 2
Leur reste	6
Auquel ajousté par reigle	1
Leur somme (laquelle doibt estre à sa racine incommensurable) est	7
Quelque nombre Arithmetique comme	3
Son quarré	9
Puis ledict 7, donne ledict 8, combien ledict 9? faict	$10\frac{2}{7}$
Sa racine est	$\surd 10\frac{2}{7}$
Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict $10\frac{2}{7}$? faict	$7\frac{5}{7}$
Sa racine est	$\surd 7\frac{5}{7}$

Je di, que le neufiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\surd 10\frac{2}{7} + \surd 7\frac{5}{7}$, font le troisiesme binomie requis.

Construction du quatriesme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 37 prob.	{ 6, 3
Leur somme	9
Quelque nombre Arithmetique	2
Son quarré	4
Puis ledict 9, donne ledict 6, combien ledict 4? faict	$2\frac{2}{3}$
Sa racine est	$\surd 2\frac{2}{3}$

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $2 + \surd 2\frac{2}{3}$, font le quatriesme binomie requis.

Construction du cincquiesme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 37. prob.	{ 6, 3
Leur somme	9
Quelque nombre Arithmetique	2
Son quarré	4
Puis ledict 6, donne ledict 9, combien ledict 4? faict	6
Sa racine	$\surd 6$

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $2 + \surd 6$, font le cincquiesme binomie requis.

Construction du sixiesme binomie.

On prendra quelque nombre Arithmetique, à sa racine incommensurable, soit 12, le mesme partirons en deux parties entre eux premieres, comme { 7, 5

Leur somme	12
Le quarré de quelque nombre Arithmetique	9
Quelque nombre Arithmetique	6
Son quarré	36
Puis ledict 9, donne ledict 12, combien ledict 36? faict	48
Sa racine est	$\surd 48$
Puis ledict 12, donne ledict 7, combien ledict 48? faict	28
Sa racine est	$\surd 28$

Je di, que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\surd 48 + \surd 28$, font le sixiesme binomie requis.

Construction du septiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du premier binomie, les disioignant par —: Soyent $3 - \surd 6\frac{3}{4}$. Je di qu'il est le septiesme binomie requis.

Construction du huictiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du second binomie, les disioignant par —: Soyent $\surd 12 - 3$. Je di qu'il est le huictiesme binomie requis.

Construction du neufiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du troisiesme binomie, les disioignant par —: Soyent $\surd 10\frac{2}{7} - \surd 7\frac{5}{7}$. Je di qu'il est le neufiesme binomie requis.

Construction du dixiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction du quatriesme binomie, les disioignant par —: Soyent $2 - \surd 2\frac{2}{3}$. Je di qu'il est le dixiesme binomie requis.

Construction de l'onziesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du cincquiesme binomie, les disioignant par —: Soyent $\surd 6 - 2$. Je di qu'il est l'onziesme binomie requis.

Construction du douziesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du sixiesme binomie, les disioignant par —: Soyent $\surd 48 - \surd 28$. Je di qu'il est le douziesme binomie requis. *Demonstration.* La demonstration de la premiere construction, à sçavoir que $3 + \surd 6\frac{3}{4}$, soit un premier binomie, est manifeste, parce qu'il a les conditions de la 45 definition: & du second binomie par la 46 definition: & ainsi des autres chascun par sa respondante definition; Dont l'origine se peut colliger des 35. 36. 37. problemes precedans; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé les douze especes de binomies; ce qu'il falloit faire.

Sixiesme distinction des extractions des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XXXIX.

Estant donné multinomie radical: Trouver sa racine requise.

Exemple 1. de l'extraction de racine quarrée de binomie premier.

Explication du donné. Soit donné binomie premier $7 + \surd 48$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné est	49
Duquel soubstraict le quarré du moindre nom donné	48
Reste	1
Son quart par reigle est	$\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée	$\frac{1}{2}$
A laquelle ajousté la moitie du maieur nom donné	$3\frac{1}{2}$
Faict	4
Sa racine quarrée	2
La moitie du maieur nom donné	$3\frac{1}{2}$
Du mesme soubstraict le cincquiesme en l'ordre	$\frac{1}{2}$
Reste	3
Sa racine est	$\surd 3$

Je di, que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\surd 3 + 2$, est la racine requise.

NOTA I. La ligne respondante à ceste racine de premier binomie, s'appelle par Euclide proposition 36 livre 10. selon le commentateur Zambertus, *linea ex binis nominibus.*

NOTA II. Il est vray que l'ordre des extractions des racines quarrees, des onze especes de binomies suivantes

vantes, eſt en chaſcune ſemblable à l'ordre precedent, toutesfois en plus grande evidence nous mettrons leurs constructions au long, comme la precedente, à fin de demonſtrer plus clairemẽt, quelle eſpece de racine tient chaſcun binomie, & à quelle ligne elle ſe refere au dixieſme livre d'Euclide.

Exemple II. *de l'extraction de racine quarree, de binomie ſecond.*

Explication du donné. Soit donné binomie ſecond $\sqrt{18}+4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné eſt	18
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	16
Reſte	2
Son quart par reigle	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarree eſt	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$\sqrt{4\frac{1}{2}}$
Faict	$\sqrt{8}$
Sa racine	$\sqrt{\sqrt{8}}$
La moitie du majeur nom donné	$\sqrt{4\frac{1}{2}}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
Reſte	$\sqrt{2}$
Sa racine eſt	$\sqrt{\sqrt{2}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{\sqrt{8}}+\sqrt{\sqrt{2}}$, eſt la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſecond binomie, s'appelle par Euclide propoſition 37 livre 10. *linea ex binis mediis prima*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ſes noms (qu'Euclide appelle *rationale*) s'explique par nombre Arithmetique, car le produict de $\sqrt{\sqrt{8}}$ par $\sqrt{\sqrt{2}}$ eſt 2.

Exemple III. *de l'extraction de racine quarrée de binomie troiſieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie troiſieſme $\sqrt{20}+\sqrt{15}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné eſt	20
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	15
Reſte	5
Son quart par reigle	$1\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{1\frac{1}{4}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$\sqrt{5}$
Faict	$\sqrt{11\frac{1}{4}}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}}$
La moitie du majeur nom donné	$\sqrt{5}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\sqrt{1\frac{1}{4}}$
Reſte	$\sqrt{\frac{5}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{\sqrt{\frac{5}{4}}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}}+\sqrt{\sqrt{\frac{5}{4}}}$, eſt la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine troiſieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 38. livre 10. *Linea ex binis mediis ſecunda*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ces noms (lequel rectangle Euclide appellé *medium*) s'explique par racine à ſon quarré incommẽſurable, car le produict de $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}}$ par $\sqrt{\sqrt{\frac{5}{4}}}$ eſt $\sqrt{\frac{15}{4}}$.

Exemple IV. *de l'extraction de racine quarree de binomie quatrieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie quatrieſme $5+\sqrt{12}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné	25
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	12
Reſte	13
Son quart par reigle	$3\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée	$\sqrt{3\frac{1}{4}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$2\frac{1}{2}$
Faict	$2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$
La moitie du majeur nom donné	$2\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Reſte	$2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}+\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de quatrieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 39. livre 10. *linea major*, & a deux proprietez; la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle la ligne eſt compoſee, ſera *medium*; c'eſt à dire, que ce ſera une ſuperfice, de laquelle la quantité s'expliquera, par quelque racine à ſon quarré incommenſurable, qui eſt en ceſt exemple $\sqrt{3}$, lequel ſe prouve en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme, eſt $\sqrt{3}$, comme deſſus. La ſeconde proprieté de ceſte *linea major*, eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes ſes deux parties, faict une ſuperfice, qu'Euclide appelle *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant ſera nombre Arithmetique, car il eſt en ceſt exemple 5, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, leſquels deux quarrez enſemble, par le ſuivant 42 probleme, font 5, comme deſſus.

Exemple V *de l'extraction de racine quarrée de binomie cincquieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie cincquieſme $\sqrt{6}+2$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du maieur nom donné	6
Duquel ſoub. le quarré du moindre nom donné	4
Reſte	2
Son quart par reigle eſt	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné	$\sqrt{1\frac{1}{2}}$
Faict	$\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
La moitie du maieur nom donné	$\sqrt{1\frac{1}{2}}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
Reſte	$\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$
Sa racine	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de cincquieſme binomie, s'appelle, par Euclide propoſition 40 livre 10, *linea rationale mediumque potens*, & a deux proprietez conformes au nom d'icelle: deſquelles la premiere

miere eſt, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant, ſera nombre Arithmetique; car il eſt en ceſt exemple 1, lequel ſe prouve, en multipliant $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{2} + \surd\, \frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{2} - \surd\, \frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme ſuivant, eſt 1, comme deſſus: La ſeconde proprieté eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties deſquelles elle eſt compoſée, eſt une ſuperfice, laquelle Euclide appelle *medium*, c'eſt à dire, qu'elle s'expliquera par quelque nombre qui ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſte exemple $\surd\, 6$, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{2} + \surd\, \frac{1}{2}$, eſt $\surd\, 1\frac{1}{2} + \surd\, \frac{1}{2}$, & le quarré de l'autre partie $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{2}, - \surd\, \frac{1}{2}$, eſt $\surd\, 1\frac{1}{2} - \surd\, \frac{1}{2}$, leſquels deux quarrez emſemble (par le 42 probleme) font $\surd\, 6$, comme deſſus.

Exemple VI *de l'extraction de racine quarrée de binomie ſixieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie ſixieſme $\surd\, 5 + \surd\, 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné	5
Duquel ſoubſt. le quarré du moindre nom donné	3
Reſte	2
Son quart par reigle eſt	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\surd\, \frac{1}{2}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné	$\surd\, 1\frac{1}{4}$
Faict	$\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\surd$ *bino* $\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2}$
La moitie du majeur nom donné	$\surd\, 1\frac{1}{4}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\surd\, \frac{1}{2}$
Reſte	$\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$
Sa racine eſt	$\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2} + \surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$, eſt la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſixieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 41 livre 10. *Linea bina media potens*, & a deux proprietez, conformes au nom d'icelle, deſquels eſt la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *medium*, c'eſt à dire, que le nombre l'explicant, ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſt exemple $\surd\, \frac{3}{4}$, lequel ſe prouve en multipliant $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme ſuivant, eſt $\surd\, \frac{3}{4}$ comme deſſus: La ſeconde proprieté eſt, que le rectangle cōpoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties, de laquelle, elle eſt compoſée, eſt auſſi *medium*, car il eſt en ceſt exēple $\surd\, 5$, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie, qui eſt $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2}$, eſt $\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2}$, & le quarré de l'autre partie, qui eſt $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$, eſt $\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$, leſquels deux quarrez enſemble (par le 42 probleme ſuyvant) font $\surd\, 5$, comme deſſus.

Exemple VII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie ſeptieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie ſeptieſme $3 - \surd\, 5$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du premier exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel $\surd\, 2\frac{1}{2} - \surd\, \frac{1}{2}$, lequel je di eſtre la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſeptieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 73 livre 10 *Apotome*.

Exemple VIII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie huictieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie huictieſme $\surd\, 18 - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du ſecond exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel, $\surd\surd\, 8 - \surd\surd\, 2$.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de huictieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 74. livre 10 *mediæ Apotome prima*, & ſes noms reçoyvent auſſi la proprieté de la note du ſecond exemple.

Exemple IX. *de l'extraction de racine quarrée de binomie neufieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie neufieſme $\surd\, 20 - \surd\, 15$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du troiſieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel, $\surd\surd\, 11\frac{1}{4} - \surd\surd\, 1\frac{1}{4}$.

Nota.

La ligne reſpondante à ceſte racine de neufieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 75. livre 10. *mediæ Apotome ſecunda*, & ſes noms reçoyvent auſſi la proprieté de la note du troiſieſme exemple.

Exemple X. *de l'extraction de racine quarrée de binomie dixieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie dixieſme $5 - \surd\, 12$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du quatrieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \surd\, 3\frac{1}{4} - \surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \surd\, 3\frac{1}{4}$.

Nota.

La ligne reſpondante à ceſte racine de dixieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 76 livre 10. *linea minor*, & ſes noms reçoyvent auſſi les proprietez de la note du quatrieſme exemple.

Exemple XI. *de l'extraction de racine quarrée de binomie onzieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie onzieſme $\surd\, 6 - 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du cincquieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{2} + \surd\, \frac{1}{2} - \surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{2} - \surd\, \frac{1}{2}$.

Nota.

La ligne reſpondante à ceſte racine de onzieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 77 livre 10. *linea cum rationali medium totum efficiens*, & ſes noms reçoyvent auſſi les proprietez de la note du cinquieſme exemple.

Exemple XII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie douzieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie douzieſme $\surd\, 5 - \surd\, 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable

blable à celle du sixiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disjoinctes telle, $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ — $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de douziesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 78. livre 10. *Linea cum medio medium totum efficiens*, & ses noms reçoivent aussi les proprietez de la note du sixiesme exemple.

DE L'ORIGINE DES PRECEDENTES DOVZE CONSTRVCTIONS.

Pour declarer l'origine de l'invention des precedentes operations, il faut sçavoir, qu'estant donné un binomie, son quarré a tousiours le maieur nom, composé de la somme des quarrez des noms du binomie donné, & son moindre nom, est tel que son quarré, à telle difference au quarré du maieur nom, comme il y a entre les quarrez des noms du quarré du binomie donné. Soit par exemple binomie donné $2 + \sqrt{3}$, son quarré est $7 + \sqrt{48}$: Il appert donc, que le maieur nom 7 est composé, ou egal, aux deux quarrez de 2 & $\sqrt{3}$, dont l'occasion est notoire, par les characteres procedans de la multiplication de $2 + \sqrt{3}$ en soy. Item la difference des quarrez de 2 & $\sqrt{3}$, qui est 1, est egale à la difference des quarrez de 7 & $\sqrt{48}$: Lequel estant reigle generale, & voulant trouver la racine de $7 + \sqrt{48}$ l'on se propose question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent* 7 (7 pour le maieur nom donné) *& que l'un quarré soubstraict de l'autre, il y en reste* 1, à sçavoir un, pour la difference des quarrez de 7 & $\sqrt{48}$: Et de l'algebraique operation de ceste question, est colligé ladicte construction du precedant probleme; laquelle origine nous avions proposé de declarer. Mais comment ladicte question se solve, ce n'est pas icy le lieu pour le declarer, parce que les antecedans necessaires à telle operation, ne sont encore descrites, aussi ne sont telles causes point necessaires sceues aux apprentifs, qui seront venuz jusques icy, mais on trouvera telle operation au 81 probleme, là ou elle est la 3 question: Et de mesme sorte nous descrirons les naissances de diverses constructions suivantes, là ou il viendra à poinct.

Autre maniere de construction.

Il y a des autres manieres de construction que la precedante, desquelles nous descrirons celle, qui nous a cõduict à l'invention de l'extraction de racine des autres multinomies, cõme quadrinomies, sixnomies, septinomies, &c. en ceste sorte: Soit (comme au precedent premier exemple) à trouver la racine quarrée de $7 + \sqrt{48}$.

Construction.

Moitie du maieur nom donné	$\frac{7}{2}$
Son quarré	$12\frac{1}{4}$
Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 12, reste	$\frac{1}{4}$
Sa racine	$\frac{1}{2}$
Qui ajousté au premier en l'ordre, faict 4, sa racine	2
Et ledict $\frac{1}{2}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste 3, sa racine	$\sqrt{3}$

Et sont lesdictes $2 + \sqrt{3}$ la racine requise, comme au premier exemple.

Soit autrefois (comme au precedant second exemple) à trouver la racine quarrée de $\sqrt{18} + 4$.

Construction.

Moitie du maieur nom donné	$\sqrt{\frac{18}{4}}$
Son quarré	$4\frac{1}{2}$
Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 4, reste	$\frac{1}{2}$
Sa racine	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
Laquelle ajoustée au premier en l'ordre, faict $\sqrt{8}$, sa racine est	$\sqrt[4]{8}$
Et ladicte $\sqrt{\frac{1}{2}}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste $\sqrt{2}$, sa racine	$\sqrt[4]{2}$

Et sont lesdictes $\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2}$ la racine requise, comme au precedant second exemple. Et le semblable se pourroit faire de tous les autres binomies.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION.

Il y a autre proprieté entre le binomie & sa racine, de laquelle le theoreme est tel: *Le moindre nom de binomie, est le double du produict des deux parties, desquelles se compose sa racine: Et le maieur nom, est egal aux deux quarrez desdictes deux parties.* Par exemple, du binomie cy dessus $7 + \sqrt{48}$, le moindre nom $\sqrt{48}$, est le double du produict des deux parties de sa racine; c'est à dire, le double du produict de 2 par $\sqrt{3}$. Item le maieur nom 7, est egal aux deux quarrez des deux parties de la racine, car les quarrez de 2 & $\sqrt{3}$ font 7. D'ont l'occasion est manifeste, en les characteres procedans de la multiplication de $2 + \sqrt{3}$ en soy: Or à cause de tel theoreme, l'on se peut proposer question telle: *Trouvons deux nombres tels, que le double de leur produict soit* $\sqrt{48}$, *& la somme de leurs quarrez* 7. Et ceste question est la 4 du 81 probleme: Par l'operation de laquelle est colligée ceste seconde maniere de construction; Laquelle origine nous avions proposé de declarer.

NOTA. Nous avons declaré aux precedans exemples, l'extraction de racine quarrée de binomies, s'ensuit maintenant à demonstrer nostre invention, de l'extraction de racine quarrée de multinomies, de plus de noms que de deux, qui sera seulement des multinomies, qui sont potences quarrees de quelques multinomies. Quant aux racines des autres multinomies, on dira pour solution, que c'est la racine du donné: laquelle solution est plus claire & commode, qu'aucune autre, qu'on pourroit trouver en son lieu, comme aussi en les binomies. Par exemple, estant question de trouver la racine de binomie quatriesme (du premier, second, & troisiesme binomie il y a d'aultre raison) comme de $5 + \sqrt{12}$, il est notoire, que $\sqrt{}$ *bino.* $5 + \sqrt{12}$ est plus commode, pour en faire quelque Arithmetique operation (comme pour les multiplier, ou diviser, par quelques autres nombres) que de dire selon le precedant quatriesme exemple, que c'est $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$ + $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$: Tellement que ceste extraction, sert plus pour demonstrer les proprietez des lignes du dixiesme livre d'Euclide, qu'autre commodité qui en sorte; Lequel estant ainsi, & n'estant les proprietez des trinomies & quadrinomies, encore par quelqu'un descrites, & distinguees, comme des binomies, telle extraction seroit de peu de consequence. Nous demonstrerons doncques les extractions d'iceux multinomies, qui sont potence quarrée de quelque autre multinomie, & qui seroyent (si leurs differences fussent distinguees, comme des binomies) multinomies premiers, & seconds. Or le premier multinomie, ayant racine servant à nostre propos, qui se peut rencontrer apres le binomie, c'est le quadrinomie; Car le trinomie ne l'a point, parce qu'il ne peut estre potence quarrée de trinomie, ou binomie: Nous commencerons doncques au quadrinomie, duquel la racine peut estre trinomie, ou quadrinomie,

Exemple XIII. *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine eſt trinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel: $10 - \sqrt{60} + \sqrt{40} - \sqrt{24}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Nota. Si les termes donnez ne fuſſent pas diſpoſez, ainſi que le majeur fuſt touſiours devant, on les diſpoſera ainſi; car autrement on ne ſe pourroit ſervir de noſtre generale reigle.

Conſtruction.

Moitie du ſecond nom donné $-\sqrt{15}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{10}$
Le double de leur produict (à ſçavoir de $-\sqrt{15}$ par $\sqrt{10}$) eſt $-\sqrt{600}$
Qui diviſé par le dernier nom donné $-\sqrt{24}$, donne quotient 5, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{5}$
Par le meſme ſe diviſera $-\sqrt{15}$ premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe $-\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{5}$, diviſé $\sqrt{10}$ ſecond en l'ordre, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{2}$

Puis on verra ſi les trois quarrez de ces trois noms trouvez, comme $\sqrt{5}$, & $-\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, font enſemble le premier nom donné, à ſçavoir 10, & ſe trouve que ouy; on conclura doncques, que $\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$, eſt la racine requiſe: Mais ſi ces trois quarrez, ne fuſſent pas egaux audict premier nom, alors ledict trinomie ne ſeroit pas la racine deſirée: Parquoy l'on pourroit encore veoir, par la 1 note à la fin de ce probleme, ſi on la pourroit extraire; Mais s'il ne ſe pouvoit faire ainſi, nous conclurons abſolutement, que le quadrinomie donné, n'a point de racine ſelon noſtre intention.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION, & DE CELLE DV XIIII EXEMPLE SVIVANT.

Pour declarer l'origine de ceſte conſtruction, il faut ſçavoir que nous avons multiplié en ſoy $\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$, laquelle multiplication nous deſcrirons, pour plus grande evidēce, en ceſte ſorte:

$$
\begin{array}{r}
\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} \\
\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} \\
\hline
+ \sqrt{10} - \sqrt{6} + 2 \\
- \sqrt{15} + 3 - \sqrt{6} \quad \\
5 - \sqrt{15} + \sqrt{10} \qquad \\
\hline
10 - \sqrt{60} + \sqrt{40} - \sqrt{24}
\end{array}
$$

Or nous avons veu, que le ſecond nom du produict $-\sqrt{60}$, eſt le double du produict du premier nō donné $\sqrt{5}$ par le ſecond nom $-\sqrt{3}$; Item que $\sqrt{40}$, eſt le double du produict de $\sqrt{5}$ par $\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{24}$, eſt le double du produict de $-\sqrt{3}$ par $\sqrt{2}$; parquoy je propoſe queſtion algebraique telle: *Trouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit* $-\sqrt{60}$. *Et le double du produict du premier par le troiſieſme, ſoit* $\sqrt{40}$; *Et le double du produict du ſecond par le premier ſoit* $-\sqrt{24}$. Qui eſt la cincquieſme queſtion, du 81 probleme, par la conſtruction de laquelle il eſt notoire eſtre colligée la reigle de ceſte conſtruction. Laquelle origine nous avions propoſé à declarer.

Exemple XIIII *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine eſt trinomie, duquel les noms ſont racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel $\sqrt{72} - \sqrt{48} + \sqrt{24} - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction ſemblable à la precedante.

Moitie du ſecond nom donné $-\sqrt{12}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{6}$
Le double de leur produict (à ſçavoir de $-\sqrt{12}$ & $\sqrt{6}$) eſt $-\sqrt{288}$
Qui diviſé par le dernier nom donné -4, donne quotient $\sqrt{18}$, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{\sqrt{18}}$
Par le meſme ſe diviſera $-\sqrt{12}$ premier en l'ordre, donne quotient, pour le ſecond nom de la racine requiſe, $-\sqrt{\sqrt{8}}$
Et par ladicte $\sqrt{\sqrt{18}}$, diviſé le ſecond en l'ordre $\sqrt{6}$, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{\sqrt{2}}$

Puis on verra ſi les trois quarrez de ces trois noms trouvés, comme $\sqrt{\sqrt{18}}$, & $-\sqrt{\sqrt{8}}$, & $\sqrt{\sqrt{2}}$, font enſemble le premier nom donné, à ſçavoir $\sqrt{72}$, & ſe trouve qu'ouy: Je conclus doncques, que $\sqrt{\sqrt{18}} - \sqrt{\sqrt{8}} + \sqrt{\sqrt{2}}$, eſt la racine requiſe.

Exemple XV *de l'extraction de racine quarrée de ſeptinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine, eſt moindre que le produict des extremes.*

Nota. Quand le ſeptinomie tient racine ſelon noſtre intention, le produict des moiens noms de la racine pourra aucunefois eſtre moindre, que le produict des extremes; autrefois maieur, qui ont quelque petite difference en l'operation: pourtant nous en deſcrirons de chaſcune maniere un exemple; à fin que ſi la racine ne ſe trouve par la maniere du premier, on la puiſſe chercher par celle du ſecond.

Explication du donné. Soit donné ſeptinomie tel: $13 + \sqrt{84} + \sqrt{56} - \sqrt{28} + \sqrt{24} - \sqrt{12} - \sqrt{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Moitie du ſecond nom donné $\sqrt{21}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{14}$
Moitie du quatrieſme nom donné $-\sqrt{7}$
Le produict du premier & ſecond en l'ordre, $\sqrt{294}$, ſon double $\sqrt{1176}$
Le meſme diviſé par le cincquieſme nom donné $\sqrt{24}$, donne quotient 7, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{7}$
Par la meſme $\sqrt{7}$, diviſé $\sqrt{21}$, premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe $\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, diviſé $\sqrt{14}$, ſecond en l'ordre, donne quotient, pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{2}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, diviſé $-\sqrt{7}$, troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe -1

Puis on verra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, & -1, font enſemble le premier nom donné; à ſçavoir 13: & ſe trouve qu'ouy: Je concluz doncques que $\sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$, eſt la racine requiſe.

Exemple XVI *de l'extraction de racine quarrée de ſeptinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine eſt maieur que le produict des extremes.*

Explication du donné. Soit donné ſeptinomie tel: $17 + \sqrt{140} + \sqrt{84} + \sqrt{60} - \sqrt{56} - \sqrt{40} - \sqrt{24}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Con-

Conſtruction.

Moitie du ſecond nom donné $\sqrt{35}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{21}$
Moitie du cincquieſme nom donné $-\sqrt{14}$
Le produict du premier & ſecond en l'ordre, eſt $\sqrt{735}$, ſon double $\sqrt{2940}$
Le meſme diviſé par le quatrieſme nom donné $\sqrt{60}$, donne quotient 7, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{7}$
Par le meſme $\sqrt{7}$ diviſé $\sqrt{35}$ premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe $\sqrt{5}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, diviſé $\sqrt{21}$ ſecond en l'ordre, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, diviſé $-\sqrt{14}$ troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe $-\sqrt{2}$

Puis on verra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de $\sqrt{7}$, & $\sqrt{5}$, & $\sqrt{3}$, & $-\sqrt{2}$, font enſemble le premier nom donné, à ſçavoir 17, & ſe trouve qu'ouy : Ie conclus doncques, que $\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$, eſt la racine requiſe.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION.

Mettons la multiplication en ſoy de $\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$, en ceſte ſorte :

$$\begin{array}{r} \sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2} \\ \sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2} \\ \hline -\sqrt{14}-\sqrt{10}-\sqrt{6}+\sqrt{2} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ +\sqrt{21}+\sqrt{15}+\sqrt{3}-\sqrt{6} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ +\sqrt{35}+\sqrt{5}+\sqrt{15}+\sqrt{10} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ 7+\sqrt{35}+\sqrt{21}-\sqrt{14} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ \hline 17+\sqrt{140}+\sqrt{84}+\sqrt{60}-\sqrt{56}-\sqrt{40}-\sqrt{24} \end{array}$$

Il appert, que le ſecond nom du produict, eſt le double du produict du premier & ſecond nom de la racine ; c'eſt à dire, que $\sqrt{140}$, eſt le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{5}$: Item que $\sqrt{84}$, eſt le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{3}$; Item que $\sqrt{60}$, eſt le double du produict de $\sqrt{5}$ & $\sqrt{3}$; Item que $-\sqrt{56}$, eſt le double du produict de $\sqrt{7}$ & $-\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{40}$, eſt le double du produict de $\sqrt{5}$ & $-\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{24}$ eſt le double du produict de $\sqrt{3}$ & $-\sqrt{2}$; parquoy je propoſe queſtion telle : *Trouvons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit $\sqrt{140}$; Et du premier & troiſieſme $\sqrt{84}$; & du ſecond & troiſieſme $\sqrt{60}$; Et du premier & quatrieſme $-\sqrt{56}$; Et du ſecond & quatrieſme $-\sqrt{40}$; Et du troiſieſme & quatrieſme $-\sqrt{24}$.* Laquelle queſtion eſt la ſixieſme du 81 probleme, & de la conſtruction d'icelle eſt colligée la reigle de ceſte precedente conſtruction. Laquelle origine nous avions propoſé à declarer.

NOTA I. Il ſe peut rencontrer quelque quadrinomie, qui aura racine auſſi quadrinomie, mais ſa legitime extraction n'avons nous point trouvé pour l'heure ; Nous mettrons la choſe ſi claire comme pourrons, pour accommoder à ceux, auſquels il plaira s'en occuper. Or il eſt notoire, que quand on multiplie en ſoi un quadrinomie radical, duquel les noms ſont en diſcontinue proportion (ils ne peuvent eſtre en continue proportion, parce que le premier & troiſieſme, item le ſecond & quatrieſme, ſeroyent commenſurables, & par conſequent, ne ſeroit en effect que binomie) que leur produict ou quarré, ſera auſſi quadrinomie, duquel les quatre noms ſeront auſſi en diſcontinue proportion ; D'ou ſe conclura, que quadrinomie n'ayant point ſes noms en diſcontinue proportion, n'avoir point ſa racine quadrinomie. Prennons pour exemple le quarré de quadrinomie, duquel les noms ſont en diſcontinue proportion tel, $\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, la multiplication du meſme en ſoy eſt telle :

$$\begin{array}{r} \sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2} \\ \sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2} \\ \hline +\sqrt{12}+\sqrt{8}+\sqrt{6}+2 \\ +\sqrt{18}+\sqrt{12}+3+\sqrt{6} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ +\sqrt{24}+4+\sqrt{12}+\sqrt{8} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ 6+\sqrt{24}+\sqrt{18}+\sqrt{12} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ \hline 15+\sqrt{96}+\sqrt{72}+\sqrt{192}+\sqrt{32}+\sqrt{24} \end{array}$$

Or ledict produict (ajouſtant $\sqrt{96}$, & $\sqrt{24}$; Auſſi $\sqrt{72}$, & $\sqrt{24}$) vaut $15+\sqrt{216}+\sqrt{200}+\sqrt{192}$. Nous ſçavons doncques, que $\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, eſt racine quarrée de $15+\sqrt{216}+\sqrt{200}+\sqrt{192}$. Nous voyons auſſi, que le ſecõd nom $\sqrt{216}$, eſt la ſomme du double du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{4}$, & du double du produict de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$; Itẽ, que $\sqrt{200}$, eſt la ſomme du double du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{3}$, & du double du produict de $\sqrt{4}$ & $\sqrt{2}$; Itẽ, que $\sqrt{192}$, eſt le quadruple du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{2}$, ou bien de $\sqrt{4}$ & $\sqrt{3}$; parquoy je propoſe queſtion telle ; *Trouvons quatre nombres tels ; que le double du produict du premier & ſecond ajouſté au double du produict du troiſieſme & quatrieſme face $\sqrt{216}$. Item que le double du produict du premier & troiſieſme, ajouſté au double du produict du ſecond & quatrieſme, face $\sqrt{200}$; Item que le quadruple du produict du premier & quatrieſme face $\sqrt{192}$.* Or poſons, que nous avons trouvé par algebraique operation, que les quatre nombres ſont $\sqrt{6}$ & $\sqrt{4}$ & $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, & parce que la ſomme de leurs quarrez 15, eſt egale au majeur nom donné, on concluroit, les nombres trouvez eſtre la racine requiſe : & de telle operation, ſe pourroit faire reigle, comme nous avons faict des precedentes.

Il y a encore d'aultres proprietez aux nombres donnez (par leſquels on pourroit faire autre operation algebraique que deſſus) telles :

Le ſecond nom, comme $\sqrt{216}$, eſt touſiours racine du quadruple du produict de la ſomme des deux quarrez, de $\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}$, par la ſomme des deux quarrez, de $\sqrt{4}$, & $\sqrt{2}$, qui eſt en ceſt exemple racine du quadruple du produict de 9 par 6 ; Item le troiſieſme nom, comme $\sqrt{200}$, eſt touſiours racine quarrée, du quadruple du produict de la ſomme des deux quarrez, des deux premiers noms, $\sqrt{6}$, & $\sqrt{4}$, par la ſomme des deux quarrez des deux derniers noms, $\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, qui eſt en ceſt exemple racine du quadruple du produict de 10. par 5.

Quant à l'extraction des racines quarrees d'autres multinomies, i'eſtime que celuy qui entẽdra les origines precedentes, facilement verra l'infini progres des autres.

NOTA II. L'extraction de la racine cubique de binomie, ſelon l'intention ſuſdicte, n'eſt encore legitimement inventée, que je ſache. Quant à ce que quelqu'un pour expliquer la racine cubique de $\sqrt{243}+\sqrt{242}$, qui eſt $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, nommera pluſieurs racines de multinomies, il ſemble inutile : & ſe pourroit plus convenablement dire $\sqrt{③}$ *bino.* $\sqrt{243}+\sqrt{242}$; Le meſme s'entendra de racine de quinte & ſexte quantité, & d'autres ſemblables. Quant à la racine de quarte quantité, la meſme ſe peult trouver, extrayant deux fois racine quarrée, & de huictieſme quantité extrayant trois fois racine quarrée, &c.

Demonſtration.

Multipliant par ſoy la racine quarrée trouvée au premier exemple, qui eſt $\sqrt{2\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$, donne produict

(par le 26 probleme) 3 + √ 5, qui est le binomie donné; doncques √ $2\frac{1}{2}$ + √ $\frac{1}{2}$, est la vraye racine requise: Et semblable sera la demonstration de tous les autres exemples, moyennant qu'on multiplie les racines du 4e. 5e. 6e. 10e. 11e. 12e. binomie en soy, par le 40. probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical, nous avons trouvé sa racine requise; ce qu'il falloit faire.

Septiesme distinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux.

De la multiplication des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XL.

E*Stant donnee racine multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur: Trouver leur produict.*

Premier exemple.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie à multiplier telle √ *bino.* 5 + √ 3, & racine de multinomie multiplicateur telle, √ *bino.* 5 — √ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* La construction est semblable à celle du 26 probleme, excepté, que du produict 22, trouvé par icelle maniere, il faut encore (par ce que les donnez sont racines quarrees) prédre la racine quarrée, qui est pour solution √ 22.

Second exemple.

Explication du donné. Soit donnée racine de multinomie à multiplier telle; √ *bino.* 5 + √ 3 + √ *bino.* 5 — √ 3; & multiplicateur √ *bino.* 5 + √ 3 + √ *bino.* 5 — √ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnez selon l'ordre vulgaire, comme cy dessoubz, puis on multipliera (non pas simple nom par simple nom, mais √ *bino.* par √ *bino.*) √ *bino.* 5 — √ 3, par √ *bino.* 5 — √ 3, faict 5 — √ 3 (Car delaissant le signe √ *bino.* les restans 5 — √ 3 sont le produict, comme le semblable est vulgaire en multipliant √ 3 par √ 3, qui faict 3) Puis on multipliera √ *bino.* 5 — √ 3, par √ *bino.* 5 + √ 3, faict par le precedent premier exemple √ 22; puis on multipliera l'autre √ *bino.* 5 + √ 3 par l'autre √ *bino.* 5 — √ 3, faict √ 22; puis se multipliera l'une √ *bino.* 5 + √ 3, par l'autre √ *bino.* 5 + √ 3, faict 5 + √ 3; puis adjoustez ces quatre produicts, il est manifeste qu'ils font 10 + √ 88. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

√ *bino.* 5 + √ 3 +	√ *bino.* 5 — √ 3
√ *bino.* 5 + √ 3 +	√ *bino.* 5 — √ 3
+ √ 22	+ 5 — √ 3
5 + √ 3 + √ 22	

Produict & solution 10 + √ 88.

NOTA. On fera par la maniere de ces precedens exemples, la preuve des extractions de racine quarrée de quatriesme, cincquiesme, sixiesme, dixiesme, onziesme, & douziesme binomie du 38. probleme.

Et multipliant √ *bino.* 1 + √ 2, par √ *bino.* √ 3 + √ 5, le produict sera √ *quadrino.* √ 3 + √ 6 + √ 5 + √ 10. Item si l'un des donnez fust √ *multinomie*, & que l'autre ne fust pas, on prendra la racine de la potence de celuy qui ne l'est pas, puis comme dessus. Et la demonstration des exemples cy dessus est manifeste par les demonstrations des multiplications precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLI.

E*Stant donnée racine de multinomie radical à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.*

Explication du donné. Soit donnée √ *quadrinomie* √ 35 + √ 30 + √ 14 + √ 12, à diviser, & diviseur √ *bino.* √ 5 + √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On delaissera leur signe de √ *multinomie*, & demeurera à diviser √ 35 + √ 30 + √ 14 + √ 12, par √ 5 + √ 2, lesquels divisez par le 27 probleme, donnent quotient √ 7 + √ 6, auquel applicant autrefois le signe de √ *multinomie*, le quotient sera √ *bino.* √ 7 + √ 6. Je di que √ *bino.* √ 7 + √ 6 est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste, par les demonstrations des divisions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné racine de multinomie radical à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLII.

E*Stant donnees racines de multinomies radicaux à adjouster: Trouver leur somme.*

Explication du donné. Soyent donnees racines de multinomies telles; √ *bino.* √ 48 + √ 32, & √ *bino.* √ 3 + √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On divisera le majeur nombre donné √ *bino.* √ 48 + √ 32, par √ *bino.* √ 3 + √ 2, donne quotient 2, par le 41 probleme: (s'ils fussent incommensurables, on les solveroit par +) au mesme adjousté 1 par reigle generale, faict 3, qui vaut √√ 81, par la mesme multiplié le diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2, faict √ *bino.* √ 243 + √ 162, laquelle je di estre la somme requise. *Demonstration.* Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser, & diviseur, par le theoreme devant le 24 probleme.

Nostre quotient plus un (qui est √√ 81) est multiplié par le diviseur qui est √ *bino.* √ 3 + √ 2, donnant produict √ *bino.* √ 243 + √ 162. Ergo √ *bino.* √ 243 + √ 162, est egale à la somme du nombre à diviser, √ *bin.* √ 48 + √ 32, & du diviseur, qui est √ *bino.* √ 3 + √ 2. C'est à dire, que √ *bino.* √ 243 + √ 162, est la somme des donnez; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnees racines de multinomies radicaux à adjouster; Nous avons trouvé leur somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA. Il y a quelques racines de binomies, qui sont entre eux incommensurables, toutesfois ils se peuvent adjouster par autre maniere, ainsi que leur somme soit racine de binomie ou de simple nom, & cecy sont les deux parties, desquelles se compose sa racine quarrée du quatriesme, cincquiesme, sixiesme, dixiesme, onziesme, & douziesme binomie; à sçavoir la racine de binomie conjoinct adjoustée à la racine de son respondant disioinct, les mesmes (pour ladicte incommensurance) ne se peuvent adjouster comme les commensurables. Mais la racine de leur potence quarrée, sera la somme requise. Par exemple; l'on requiert la somme de √ *bino.* 2 + √ 3, & √ *bino.* 2 — √ 3: On multipliera √ *bino.* 2 + √ 3 + √ *bino.* 2 — √ 3 en soy, faict, par le 40 probleme, 6; sa racine pour la somme requise, est √ 6. Et pour mesme raison, la somme de √ *bino.* 5 + √ 3, & √ *bino.* 5 — √ 3, sera √ *bino.* 10 + √ 88. Ceste note se peut aussi appliquer à la soubstraction suivante.

De

De la soubstraction des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLIII.

Estant donnée racine de multinomie radical de laquelle on soubstraict, & racine de multinomie radical à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie de laquelle on soubstraict telle: √ *bino.* √ 243 + √ 162; & √ *bino.* à soubstraire telle: √ *bino.* √ 3 + √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On divisera la √ *bino.* 243 + √ 162, par √ *bino.* √ 3 + √ 2, donne (par le 41 probleme) quotient 3; (s'ils fussent incommensurables, on les solveroit par —) d'iceluy mesme, pour reigle generale, soubstraict 1, reste 2, qui vaut √√ 16, & par la mesme divisé le diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2, faict √ *bino.* √ 48 + √ 32, laquelle je di estre la racine requise. *Demonstration.* Tout quotient moins un multiplié par son diviseur, donne produict egal au reste de la soubstraction, du diviseur de nombre à diviser, par le theoreme devant le 25. probleme.

Nostre quotient moins un (qui est √√ 16) est multiplié par diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2. donnant produict √ 48 + √ 32. Ergo √ *bino.* √ 48 + √ 32 est egale au reste du soubstraction de le diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2, du nombre à diviser √ *bino.* √ 243 + √ 162, c'est a dire, que √ *bino.* √ 48 + √ 32, est la reste requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine de multinomie radical, de laquelle on soubstraict, & racine de multinomie radical à soubstraire; nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

THEOREME I.

Le multinomie ne se peut diviser en autres noms de mesme multitude.

NOTA. Il faut entendre que nous parlons icy de propre multinomie, c'est duquel tous les noms sont entre eux incommensurables, car √ 2 + √ 8, n'est pas binomie, comme nous avons dict au corollaire de la 40 definition. *Explication du donné.* Soit donné binomie tel: 4 + √ 32. *Explication du requis.* Il nous faut demonstrer que le binomie donné 4 + √ 32, ne se peut diviser en autres deux noms: C'est à dire, qu'on ne peut trouver deux autres noms, lesquels ensemble soyent egaux ausdicts 4 + √ 32; Et pour encore expliquer plus clairement le sens de ce theoreme, posons 6 + 4, comme s'il fust binomie, le mesme se peut diviser en autres deux parties, comme 7 + 3, qui vallent aussi 10: Or il nous faut demonstrer, que le semblable est impossible en vray binomie. *Demonstration.*

Soubstrayons premierement du nom √ 32 quelque partie, comme 2, commensurable au 4, & restera √ 32 — 2, puis ajoustons le 2 premierement soubstraict, à 4, font 6, & nous aurons alors 6 + √ 32 — 2, qui est egal a 4 + √ 32, mais ce n'est pas binomie.

Soubstrayons au second, de √ 32, quelque partie telle, que le reste soit simple nom comme √ 2, & restera √ 18; Puis ajoustant la √ 2 à 4, fera 4 + √ 2, & le tout ensemble sera 4 + √ 2 + √ 18, lequel combien qu'il est egal à 4 + √ 32, toutesfois ce n'est pas binomie.

Soubstrayons au troisiesme, de √ 32, quelque partie incommensurable, à chascun nom du binomie donné, comme √ 7, l'ajoustant à 4, & demeurera alors 4 + √ 7 + √ 32 — √ 7, qui est aussi egal à 4 + √ 32, toutesfois ce n'est pas binomie. Le mesme se demonstrera en tous autres semblables. *Conclusion.* Le multinomie doncques, ne se peut diviser en autres noms de mesme multitude; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME II.

Si on multiplie ou divise multinomie radical, par nombre Arithmetique: Le produict ou quotient sera multinomie, de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme le multinomie multiplié, ou divisé. Il sera aussi commensurable audict multinomie multiplié ou divisé.

Explication du donné. Soit donné binomie à multiplier ou diviser tel √ 12 — √ 24; Et nombre Arithmetique multiplicateur ou diviseur 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que le produict, ou quotient, sera binomie de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme √ 12 — √ 24: Item que tel produict ou quotient sera commensurable audict binomie √ 12 — √ 24. *Preparation de la demonstration.* Multiplions √ 12 — √ 24, par 2, & donne produict par le 26 probleme √ 48 — √ 96; Puis divisons le mesme binomie √ 12 — √ 24, par 2, & donne quotient par le 27 probleme √ 3 — √ 6. *Demonstration.* Que le produict √ 48 — √ 96; Item le quotient √ 3 — √ 6, sont binomie côme le donné, est manifeste. Il appert aussi par la 56 definition qu'ils sont de mesme ordre: à sçavoir toutes trois le douziesme en l'ordre: Item que ledict produict & quotient, sont commensurables au binomie donné, est aussi manifeste; car par la preparation de la demonstration, le produict est le duple du donné, & le quotient son subduple. *Conclusion.* Si doncques on multiplie ou divise multinomie nombre, par nombre Arithmetique; Le produict ou quotient, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE I.

S'ensuit par le revers de ce 2 theoreme, que si deux multinomies sont commensurables, qu'ils seront de mesme multitude de noms, & de mesme ordre.

COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire par le precedent theoreme, que si on multiplie, ou divise quelque simple racine, par nombre Arithmetique, que le produict ou quotient, sera racine de mesme qualité, comme la racine multipliée, ou divisée. Par exemple, √√ 3 (qui est à nombre Arithmetique incommensurable) multipliée par 2 donne produict √√ 48, qui est aussi racine de racine, & à nombre Arithmetique incommensurable.

NOTA. Les precedens deux theoremes, nous serviront entre autres, pour quelques demonstrations en nostre traicté des incommensurables grandeurs.

Huictiesme distinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'invention des moyens proportionels.

PROBLEME XLIV.

Estant donnez trois termes de nombres radicaux: Trouver leur quatriesme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes tels √ 7. √ 5. √ 6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme proportionel. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme √ 5, par le troisiesme √ 6, donne produict (par le 22 probleme) √ 30, laquelle on divisera par le premier terme √ 7, donne quotient par le 23 probleme √ $4\frac{2}{7}$. Je di que √ $4\frac{2}{7}$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a par le 21 probleme, telle raison de √ $4\frac{2}{7}$, à √ 6, comme de √ 5, à √ 7; Ergo √ $4\frac{2}{7}$ est leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres radicaux, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XLV.

Estant donnez deux nombres quelconques: Trouver leurs moyens proportionels requis.

Exemple I.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leur moyen proportionel. *Construction.* On multipliera 2 par 10, font 20, des mesmes la racine quarrée est √20. Je di que M 20 est le moyen proportionel requis.

Exemple II.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs deux moyens proportionels. *Construction.* Le quarré de 2 donné, est 4, par le mesme se multipliera le 10 donné, faict 40, des mesmes la racine cubique est √③ 40, pour le premier des deux moyens proportionels requis; Et pour trouver le second, on dira, 2 donnent √③ 40, combien √③ 40? faict par le 44 probleme, √③ 200, pour le second moyen proportionel requis.

Je di que √③ 40, & √③ 200, sont les deux moyens proportionels requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels: 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs trois moyens proportionels. *Construction.* Leur moyen proportionel par le premier exemple, est √20; Et le moyen proportionel entre 2 & √20, est (par ledict I. exemple) √√ 80; Item le moyen proportionel entre √20 & 10, est √√ 2000. Je di que √√ 80, & √ 20, & √√ 2000, sont les trois moyens proportionels requis.

Exemple IV.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs quatre moyens proportionels. *Construction.* On prendra la potence de quarte quantité de 2, faict 16, par les mesmes multipliez les 10, font 160, desquels la racine de quinte quantité est √⑤160. Puis on trouvera entre √⑤160, & 10, trois moyens proportionels, par le precedent 3 exemple, qui seront √③800, √⑤4000, & ⑤20000. Je di que ⑤160, & √⑤ 800, & √ ⑤ 4000, & √⑤ 20000, sont les quatre moyens proportionels requis.

Exemple V.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs cincq moyens proportionels. *Construction.* On trouvera leur moyen proportionel, par le premier exemple, qui est √ 20; Puis on trouvera par le second exemple, deux moyens proportionels, entre 2, & √ 20, qui seront √⑥ 320, & √③40; Et semblablement deux moyens proportionels entre √ 20, & 10, qui seront √③200, & √⑥200000. Je di que √⑥320, & √③40, & √② 20, & √③ 200, & √⑥ 200000, sont les cincq moyens proportionels requis. Et semblable sera l'operation des autres moyens proportionels quelconques. *Demonstrat.* Comme au premier exemple 2, à √ 20, ainsi √ 20, à 10, par le 21 probleme; doncques √ 20 est le moyen proportionel requis au premier exemple. Item comme au second exemple 2, à √③40, ainsi √③40, à √③200, & ainsi √③200, à 10; doncques √③40, & √③200, sont les deux moyens proportionels requis. Et semblable sera la demonstration des aultres exemples; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux nombres quelconques, nous avons trouvez leurs moyens proportionels requis; ce qu'il falloit faire.

Neufiesme distinction, de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux.

PROBLEME XLVI.

Partir un nombre Geometrique donné en parties proportionelles à nombres Geometriques donnez.

Explication du donné. Soit nombre Geometrique donné √ 7, & nombres Geometriques donnez √ 2 & √ 5. *Explication du requis.* Il faut partir la √ 7 en deux parties proportionelles au deux nombres √ 2 & √ 5 donnez. *Construction.* On adjoustera les nombres donnez, à sçavoir √ 2 & √ 5, font √ 2 + √ 5; Puis on dira par le precedent 45 probleme, √ 2 + √ 5 donnent √ 2, combien √ 7? faict √ 23$\frac{1}{3}$ — √ 9$\frac{1}{3}$ pour premier nombre requis; Et de mesme sorte on dira, √ 2 + √ 5 donnent √ 5, combien √ 7? faict √ 58$\frac{2}{3}$ — √ 23$\frac{1}{3}$ pour le second nombre requis. La disposition des characteres de l'operation semblable à celle du 15 probleme, est telle:

$$\begin{array}{c} \sqrt{}\,2 \\ \sqrt{}\,5 \\ \hline \sqrt{}\,2+\sqrt{}\,5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \sqrt{}\,23\tfrac{1}{3} - \sqrt{}\,9\tfrac{1}{3} \\ \sqrt{}\,58\tfrac{2}{3} - \sqrt{}\,23\tfrac{1}{3} \\ \hline \sqrt{}\,7 \end{array}$$

Je di que √ 7 est divisée en deux parties (à sçavoir deux binomies disioinctes tels √ 23$\frac{1}{3}$ — √ 9$\frac{1}{3}$, & √ 58$\frac{2}{3}$ — √ 23$\frac{1}{3}$) proportionels aux deux nombres √ 2 & √ 5, comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme √ 2 à √ 5, ainsi √ 23$\frac{1}{3}$ — √ 9$\frac{1}{3}$, à √ 58$\frac{2}{3}$ — √ 23$\frac{2}{3}$, par le 21 probleme, & la somme de 23$\frac{1}{3}$ — √ 9$\frac{1}{3}$, & 58$\frac{2}{3}$ — √ 23$\frac{1}{3}$, est √ 7, par le 28 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques parti un nombre geometrique donné, en parties proportionelles à nombres geometriques donnez; ce qu'il falloit faire.

Dixiesme distinction, de la reigle de faux des nombres radicaux.

D'une faulse position.

PROBLEME XLVII.

Estant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux: La solver par une faulse position.

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera √ 5. *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie, qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais √ 5, doncques la position de 2 estoit faulse, parquoy pour avoir le vray requis, on dira, 3 vient de 2, d'ou viendra √ 5? faict par le 44 probleme √ 2$\frac{2}{9}$. Je di que √ 2$\frac{2}{9}$, est le nombre requis, qui avec sa moitie fera √ 5. *Demonstration.* La √ 2$\frac{2}{9}$ avec sa moitie √ $\frac{5}{9}$ donne somme par le 24 probleme √ 5, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux, nous l'avons solvé par une faulse position; ce qu'il falloit faire.

De deux faulses positions.

PROBLEME XLVIII.

Estant proposée question qui se solve par deux faulses positions, en nombres radicaux: La solver par deux faulses positions.

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera √ 5. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il avien-

aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2; le mesme avec sa moitie, qui est 1, faict 3. Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais √ 5, donc la premiere position de 2, est faulse, & pour estre √ 5, vient trop, ou plus √ 9 — √ 5, lesquelles on mettera en ceste sorte :

2 Plus √ 9 — √ 5.

Puis on posera pour seconde position, quelque autre nombre que n'est le nombre 2 de la premiere position, comme s'il fust le nombre requis; soit 4 le mesme avec sa motie qui est 2, faict 6 : Or ce n'est pas 6 que nous voulons, mais √ 5, doncques la seconde position de 4, est aussi faulse; & pour estre √ 5, vient trop ou plus √ 36— √ 5, lesquelles on mettra soubs la premiere position; & leur disposition sera telle:

2 Plus √ 9 — √ 5.
4 Plus √ 36— √ 5.

Puis il faut multiplier par croix, c'est à dire 4 par √ 9 — √ 5, faict √ 144 — √ 80, lesquels on mettra joignant la √ 9 — 5; Puis on multipliera 2 par √ 36 — √ 5, font √ 144 + √ 20, lesquelles on mettra pres la √ 36 — √ 5, & leur disposition sera alors telle :

2 Plus √ 9 — √ 5 . √ 144 — √ 80.
4 Plus √ 36— √ 5 . √ 144 — √ 20.

Puis il faut considerer si les deux vocables (comme sont plus & moins) sont semblables, c'est à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, comme l'un plus, & l'autre moins, car pour generale reigle, comme nous avons aussi dict au 17. probleme,

Semblables requierent soubstraction, Et dissemblables addition.

Or les vocables de c'est exemple sont semblables, à sçavoir tous deux plus, il faut doncques soubstraire le moindre du majeur; à sçavoir √ 144 — √ 80, de √ 144 — √ 20, reste (par le 33 probleme) √ 20; Puis √ 9 — √ 5, de √ 36 — √ 5, reste √ 9; Puis il faut diviser √ 20 par √ 9. donne quotient & solution √ $2\frac{2}{9}$. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

2 Plus √ 9 — √ 5 . √ 144 — √ 80.
4 Plus √ 36 — √ 5 . √ 144 — √ 20.
√ 9 √ 20. faict √ $2\frac{2}{9}$.

Je di que √ $2\frac{2}{9}$ est le nombre requis, qui avec sa moitie faict √ 5. *Demonstration.* La √ $2\frac{2}{9}$ avec sa moitie qui est √ $\frac{5}{9}$, faict (par le 24 probleme) √ 5; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux faulses positions en nombres radicaux, nous l'avons solvée par deux faulses positions; ce qu'il falloit faire.

Fin de la seconde partie de l'operation.

TROISIESME PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres algebraiques entiers.

THEOREME.

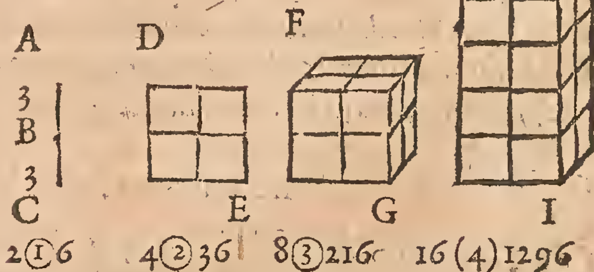
Qvantité algebraique multipliée par quantité algebraique, donner produict quantité, de laquelle le nominateur est egal, à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur.

Exemple I.

Explication du donné. Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition, la seconde quantité B 4, & la tierce quantité C 8. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que B, multiplié par C, donnent produict quinte quantité, à sçavoir la somme de leurs nominateurs qui sont 2 & 3, faisans ensemble 5 nominateur de la quinte quantité. *Demonstration.* Multiplions 4 de B, par 8 de C, font 32, qui est la quinte quantité E.

Exemple II.

Nous avons demonstré cy dessus que simple quantité, multipliée par simple quantité, donne produict certaine simple quantité; Il nous faut demonstrer le mesme en quantités composées. A laquelle fin, soit descript la ligne A B, qui soit 1 ① vallant 3, & B C egale à la A B, soit aultre 1 ①, de sorte que toute la A C sera 2 ①; Puis soit descript le quarré D E, duquel le costé soit egal à la A C, le mesme sera de 4 ②, ou 4 quarrez, descripts de A B; Puis soit descrit le cube F G, duquel le costé soit egal à A C, le mesme sera de 8 ③, ou 8 cubes descripts de 1 ① A B; Puis soit descrit le solide rectangle H I, de 16 (4), & ainsi pourroit on proceder es aultres quantitez en infini. Doncques 1 ① A B vallant 3, les 2 ① A C vauldront 6, & les 4 ② D E 36, & les 8 ③ F G 216, & les 16 (4) H I 1296. *Explication du donné.* Soyent donnez aux figures cy dessus 2 ① A C 6, & 8 ③ F G 216.



Explication du requis. Il faut demonstrer que A C, multiplié par F G, donnent produict quartes quantitez H I, à sçavoir la somme de leurs nominateurs, qui sont 1 & 3, faisans ensemble 4, nominateur de la quarte quantité. *Demonstration.* Multiplions 6 de A C, par 216 de F G, font 1296, qui est la quarte quantité H I. *Conclusion.* Quantité doncques algebraique multipliée par quantité algebraique donne produict quantité, de laquelle le nominateur est egal à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

On entendra par ce theoreme, que ② multiplié par (4), donne produict ⑥, comme 3 ②, multipliés par 7 (4), font

(4), font 21 ⑥; Et 2 ③, par 4 ①, faict 8 (4); Et 5 ③; par 2, (qui est par 2 ⓪) faire 10 ③, &c.

De la multiplication des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME XLIX.

Estant donné nombre algebraique entier à multiplier, & nombre algebraique entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à multiplier tel: 2 ③ — 4 ② + 3 ①; Et multiplicateur 2 (4) + 3 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnez en ordre vulgaire comme dessoubz, disant, + 3 ① fois + 3 ③, font + 9 (4) (car tel produict estre + appert par le theoreme devant le 26 probleme. Aussi que c'est (4), appert par ce precedent theoreme, la ou il est demonstré, que ① multiplié par ③, donne produict ④) & ainsi des autres; Puis ajouste ce qu'il y a entre les deux lignes; il y aura produict 4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 (4); La disposition des characteres de l'operation est telle.

Nombre à multiplier	2 ③ — 4 ② + 3 ①
Multiplicateur	+ 2 ④ + 3 ③
	+ 6 ⑥ — 12 ⑤ + 9 ④
	4 ⑦ — 8 ⑥ + 6 ⑤
Produict	4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 ④

Je di, que ledict produict, est le produict requis. Et de mesme sorte multipliant √ 3 ①, par √ 2 ②, faict √ 6 ③.

Item multipliant √ 3)(①, par √ 2)(②, faict √ 6)(③.

Item pour multiplier √ 3)(① par √ 2 ②, on convertira la prime quantité aussi en racine, qui est √ 3 ②, & leur produict sera √ 6 ④.

Item multipliant √ *bino.* 3 ② + 2 ①, par √ *bino.* 5 ② + 4 ①, font √ *trino.* 15 (4) + 22 ③ + 8 ②.

Item multipliant √ *bino.* √ 3 ② + √ 2 ①, par √ *bino.* √ 5 ② + √ 4 ①, font √ *quadrino.* √ 15 ④ + √ 12 ③ + 10 ③ + 8 ②.

Demonstration.

La demonstration de ce probleme, est manifeste par les demonstrations des problemes des multiplications precedentes; Ou autrement par la division du suyvant probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique entier multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Quantité algebraique divisée par quantité algebraique, donner quotient quantité, de laquelle le nominateur est egal à la reste de nominateur du diviseur soubstraict du nominateur de la quantité à diviser.

Premier exemple.

Explication du donné. Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition la sexte quantité F 64, & la seconde quantité B 4. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que F, divisée par B, donne quotient quarte quantité D, qui est quantité de laquelle le nominateur est egal à la reste de 2, soubstraict de 6, nominateurs des donnez. *Demonstration.* Divisons 64 de F, par 4 de B, donne quotient 16, qui est la quarte quantité D.

Second exemple.

Explication du donné. Et pour demonstrer le mesme en quantitez composees; Soyent aux figures devant le 49 probleme 16 (4) HI 1296, & 8 ③ FG 216. *Explication du requis.* Il faut demonstrer, que HI, divisé par FG, donnent quotient primes quantitez AC; qui sont quantitez de laquelle le nominateur est egal à la reste de 3 soubstraict de 4, nominateurs des donnez. *Demonstration.* Divisons 1296 de HI, par 216 de FG, donne quotient 6, qui sont les 2 ① AC. *Conclusion.* Quantité doncques algebraique, divisée par quantité algebraique, donne quotient quantité, de laquelle &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. On entendra par ce theoreme, que ⑤ divisées par ②, donnent quotient ③, comme 6 ⑤, divisees par 3 ②, donnent quotient 2 ③; Et 8 ③, divisees par 2, (qui est 2 ⓪) donnent quotient 4 ③, &c.

De la division des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME L.

Estant donné nombre algebraique entier à diviser, & nombre algebraique entier diviseur: Trouver leur quotient.

Exemple I.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviser tel: 9 ④ — 14 ③ + 6 ① — 5; Et diviseur 3 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme cy dessoubs, disant, combien de fois 3 ② en 9 ④? faict + 3 ② (+ par le theoreme devant le 27 probleme, & ② par le theoreme devant ce 50 probleme) lesquels 3 ② on mettra au vulgaire lieu du quotient; & alors leur disposition sera telle:

9 (4) — 14 ③ + 6 ① — 5 (3 ②
3 ②

Puis on mettra autrefois le diviseur 3 ②, soubz — 14 ③, & on dira; combien de fois + 3 ② en — 14 ③? faict — 4 $\frac{2}{3}$ ①; Puis mettant autrefois le diviseur soubs + 6 ①, on dira, combien de fois + 3 ② en + 6 ①? faict + $\frac{6(1)}{3(2)}$; (ce que devient tousiours telle fraction algebraique, quand le nominateur du diviseur est majeur que le nombre à diviser.) Puis on mettra autrefois le diviseur soubz — 5, disant; combien de fois 3 ② en — 5? faict — $\frac{5}{3(2)}$. Et la disposition des characteres de l'operation achevee sera telle:

9 (4) — 14 ③ + 6 ① — 5 (3 ② — 4 $\frac{2}{3}$ ① + $\frac{6①}{3②}$ — $\frac{5}{3(2)}$
3 ② 3 ② 3 ② 3 ②

Ie di que 3 ② — 4 $\frac{2}{3}$ ① + $\frac{6(1)}{3(2)}$ — $\frac{5}{3(2)}$ est le quotient requis.

L'on pourroit aussi pour solution mettre le nombre à diviser sur une ligne, & le diviseur dessoubs, & le quotient requis seroit fraction telle:

$$\frac{9(4) - 14③ + 6① - 5}{3②}$$

Exemple II.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviser 4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 (4). Et diviseur 2 (4) + 3 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* La construction sera par la construction du precedent premier exemple assez notoire, parquoy nous mettrons seulement la disposition des characteres de l'operation achevée telle:

8 ⑥ 6 ⑤
4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 ④ (2 ③ — 4 ② + 3 ①
2 ④ + 3 ③ + 3 ③ + 3 ③
2 ④ + 2 ④

Ie di,

Je di, que 2③—4②+3①, est le quotient requis.

Exemple 111.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviser 32③+4, & diviseur 4①+2. *Explication du requis.* Il faut trouveur leur quotient. *Construction.* On disposera les donnez en ceste sorte:

32③+4
4①+2

Puis on dira, combien de fois 4① en 32③? faict 8②fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par 8②, font 16②; qui soubstraictes de ce qu'il y a dessus, restera —16②+4; & leur disposition sera alors telle:

—16②
32③+4 (8②
4①+2

Puis on mettra autrefois le diviseur; disant, combien de fois 4① en —16②? faict —4① fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par —4①, faict —8①, qui soubstraict de ce qu'il y a dessus, restera 8①+4; & leur disposition sera alors telle:

8①
—16②
32③+4 (8②—4①
4①+2
4①+2

Puis on mettra autrefois le diviseur, disant, combien de fois 4① en 8①? faict 2 fois, le mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 du diviseur, par 2 du quotient, font 4; qui soubstraict de ce qu'il y a dessus, ne restera rien; & leur disposition achevée sera alors telle:

8①
—16②
32③+4 (8②—4①+2
4①+2
4①+2
4①+2

Je di, que 8②—4①+2, est le quotient requis. Et de mesme sorte, estant à diviser 6③+12, par 2①+2, on trouvera (suivant le precedent exemple) pour quotient, 3②—3①+3+ $\frac{6}{2①+1}$.

Item divisant √6③ par √3①, donne quotient √2②.

Item divisant √6X③ par √3X①, donne quotient √2X②.

Item pour diviser √6④ par √3X①, on convertira la prime quantité aussi en racine, qui est √3②, & leur quotient sera √2②.

Item, divisant √*trino.* 15④+22③+8②, par √*bino.* 3②+2①, donne quotient √*bino.* 5②+4①.

Item, divisant √*quadrino.* √15(4)+√12③+√10③+√8②, par √*bino.* √3②+√2①, donne quotient √*bino.* √5②+√4①.

La demonstration des susdicts exemples, est manifeste par les demonstrations des problemes des divisions precedentes. Ou autrement par la multiplication du precedente probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique entier à diviser, & nombre algebraique entier diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LI.

Estant donnez nombres algebraiques entiers à ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebraiques à ajouster tels: 3⑤—4(4)—2③+5②+7①+8. Et 2⑤—3(4)+6③—5①—5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On ajoustera les nombres de multitude, observant les reigles de + & —, contenues au theoreme devant le 28. probleme. Or doncques ajoustez 3⑤ à 2⑤, font 5⑤; & ainsi des aultres; La disposition des characteres de l'operation est telle.

Nombres à ajoust. { 3⑤—4(4)—2③+5②+7①+8
2⑤—3(4)+6③ —5①—5
Somme 5⑤—7(4)+4③+5②+2①+3

Je di que ladicte somme est la somme requise.

Item pour ajouster √2① à √8①, on ajoustera √2 & √8, font par le 24 probleme √18; doncques √18① est la somme requise. Et de mesme sorte dirons, que √2X① ajoustée à √8X①, faict √18X①.

Item pour ajouster racines de multinomies algebraiques commensurables, comme √*bino.* 3②+2① à √*bino.* 27②+18①, on se souviendra de la note à la fin du 25 probleme; à sçavoir que quotient des donnez, plus un, multiplié par diviseur, donne somme des donnez; Divisant doncques √*bino.* 27②+18①, par √*bino.* 3②+2①, donne quotient (par le 50 probleme) 3, auquel par reigle ajousté 1, faict 4, par le mesme multiplié le diviseur √*bino.* 3②+2①, donne somme requise √*bino.* 48②+32①.

Et par mesme maniere s'entendra que √*bino.* √48X①+√32X① ajoustée à √*bino.* √3X②+√2X① faict √*bino.* √243X②+√162X①.

L'utilité de ces additions, & de semblables soubstractions au probleme suivant, est, que par icelles nous pouvons reduire (comme apparoistra es reductions) deux egales quantitez algebraiques, ainsi que nous en pourrons trouver le valeur de 1①, qui autrement nous seroit impossible.

Item comme l'on ajouste les nombres incommensurables par + & —, ainsi on ajoustera diverses especes de quantitez par + & —, comme 2① & 3②, font 2①+3②.

Item 2① & —3②, font 2①—3②, &c.

La demonstration des susdicts exemples est manifeste, par les demonstrations des problemes des additions precedentes. Ou autrement par la soubstraction du probleme suivant. *Conclusion.* Estant doncques donnés nombres algebraiques entiers à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LII.

Estant donné nombre algebraique entier duquel on soubstraict, & nombre algebraique entier à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique duquel on soubstraict tel: 4⑧—6⑦+7⑥—6⑤+3(4)—4③+8②+6①—7, & nombre à soubstraire tel: 4⑧—6⑦+4⑥—5⑤+5(4)—7③—5②—8①+2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On soubstraira les donnez, observant les reigles de + & — contenues au theoreme devant le 29 probleme. Or doncques soubstraict 4⑧ de 4⑧, ne reste rien; Et —6⑦ de —6⑦, ne reste rien; & +4⑥ de +7⑥, reste +3⑥, & ainsi des autres; La disposition des characteres de l'operation est telle:

4⑧—6⑦+7⑥—6⑤+3(4)—4③+8②+6①—7
4⑧—6⑦+4⑥—5⑤+5(4)—7③—5②—8①+2
Reste 3⑥—1⑤—2(4)+3③+13②—14①—9

Je di, que ladicte reste est la reste requise.

Item pour soubstraire √2① de √8①, on soub-

straira √ 2 de √ 8, resté par le 25 probleme √ 2, doncques √ 2 ①, est la reste requise.

Et de mesme sorte nous dirons, que 2 X ①, soubstraict de √ 8 X ①, donne reste √ 2 X ①.

Item pour soubstraire par racines de multinomies algebraiques entre eux commensurables, comme estant √ *bino*. 3 ② + 2 ① à soubstraire de √ *bino*. 27 ② + 18 ①, on se souviendra de la note du 25 probleme, à sçavoir que quotient des donnez moins un, multiplié par diviseur, donne reste des donnez; divisant doncques √ *bino*. 27 ② + 18 ① par √ *bino*. 3 ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3; duquel soubstraict, par reigle, 1, reste 2; par le mesme multiplié le diviseur √ *bino*. 3 ② + 2 ①, donne reste requise √ *bino*. 12 ② + 8 ①.

Et par mesme moyen s'entendra, que √ *bino*. √ 3 X ② + √ 2 X ①, soubstraict de √ *bino*. √ 48 X ② + 32 X ①, reste √ *bino*. √ 3 X ② + √ 2 X ①.

Item comme on soubstraict les racines incommensurables par + & —, ainsi on soubstraira diverses especes de quantitez par + & —; comme 2 ①, soubstraictes de 3 ②, reste 3 ② — 2 ①. Item — 2 ①, soubstraictes de 3 ②, reste 3 ② + 2 ①, &c.

La demonstration des susdicts exemples, est manifeste par les demonstrations des problemes des soubstractions precedentes; ou autrement; par l'addition du 51 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique entier duquel on soubstraict, & nombre algebraique entier à soubstraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

Seconde distinction des quatre numerations des nombres algebraiques rompuz, & d'autres computations à icelles apartenantes.

PROBLEME LIII.

Estant donnez deux multinomies algebraiques: Trouver leur plus grande commune mesure.

NOTA. Petrus Nonius au commencement de la troisiesme partie de son Algebre, estimoit qu'alors ce probleme n'estoit par generale reigle inventé; parquoy il en descrivoit quelque maniere à tastons. Nous descrirons sa legitime construction, qui sera semblable à l'operation de l'invention de la plus grande commune mesure des nombres Arithmetiques entiers du 5 probleme: à sçavoir on divisera premierement le maieur par le moindre, & puis le diviseur autrefois par la reste, jusques à ce qu'il n'y reste rien, &c. comme le tout sera plus clair par exemple.

Explication du donné. Soyent donnez deux multinomies algebraiques tels: l'un 1 ③ + 1 ②, l'autre 1 ② + 7 ① + 6. *Explication du donné.* Il faut trouver leur plus grande commune mesure. *Construction.* On divisera le multinomie auquel est la superieure quantité, comme est icy le premier donné 1 ③ + 1 ②, par l'autre (du quotient, qui est 1 ①, comme audict 5 probleme, ne prenons icy cure) en ceste sorte:

— 6 ② — 6 ①
1 ③ + 1 ②. ~~6~~ (1 ①
1 ② + 7 ① + ~~6~~

Et restera — 6 ② — 6 ①, par les mesmes on divisera autre fois le precedent diviseur, en ceste sorte:

6 ①
1 ② + 7 ① + 6 ($\frac{1}{6}$
~~6~~ ② — ~~6~~ ①

Et restera 6 ① + 6; par les mesmes se divisera autre fois le precedent diviseur, en ceste sorte:

— ~~6~~ ② — ~~6~~ ① (— 1 ①
~~6~~ ① + ~~6~~

Et n'y reste rien; parquoy je di, que 6 ① + 6, est la plus grande commune mesure requise.

Demonstration. Si l'on mesure, combien de fois il y a 6 ① + 6 en 1 ③ + 1 ②, (c'est à dire, si on divise 1 ③ + 1 ② par 6 ① + 6) se trouve (par le 50 probleme) $\frac{1}{6}$ ② fois: Semblablement, combien de fois les mesmes 6 ① + 6 sont en 1 ② + 7 ① + 6, se trouve $\frac{1}{6}$ ① + 1 fois: Mais que c'est aussi la plus grande commune mesure, est manifeste, par ce que $\frac{1}{6}$ ② & $\frac{1}{6}$ ① + 1, sont quantitez (par la 21 definition) entre elles premieres; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies algebraiques, nous avons trouvé leur plus grande commune mesure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LIV.

Estant donné nombre algebraique rompu: Trouver son premier rompu.

Explication du donné. Soit donné rompu algebraique tel $\frac{1 ③ + 1 ②}{1 ② + 7 ① + 6}$. *Explication du requis.* Il faut trouver son premier rompu. *Construction.* On trouvera la plus grande commune mesure, de 1 ③ + 1 ②, & 1 ② + 7 ① + 6, qui par le 53 probleme sera 6 ① + 6: par les mesmes se divisera 1 ③ + 1 ②, donne quotient (par le 50 probleme) $\frac{1}{6}$ ②, lequel on mettra sur une ligne; Puis on divisera les 1 ② + 7 ① + 6, par lesdicts 6 ① + 6, donne quotient $\frac{1}{6}$ ① + 1, lesquels on mettra soubz ladicte ligne en ceste sorte:

$\frac{\frac{1}{6} ②}{\frac{1}{6} ① + 1}$

* $\frac{\frac{1}{6} ②}{\frac{1}{6} ① + 1}$

Ie di que le mesme est le premier rompu requis. *Demonstration.* Estant numerateur & nominateur de * nombres entre eux premiers, par la 21 definition, ils seront le premier rompu du rompu $\frac{1 ③ + 1 ②}{1 ② + 7 ① + 6}$, par la 23 defin. ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LV.

Estant donné nombre algebraique d'entier & rompu: Trouver un rompu qui leur soit egal.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique d'entier & rompu tel 2 ③ + $\frac{3 ②}{5 (4)}$.

Explication du requis. Il faut trouver un rompu qui leur soit egal. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 7 probleme; On dira doncques, 5 (4) fois 2 ③, font 10 ⑦, ausquels ajoustez les 3 ②, font 10 ⑦ + 3 ②, lesquels on mettra sur une ligne, & les 5 (4) soubz la ligne, en ceste sorte $\frac{10 (7) + 3 (2)}{5 (4)}$. Ie di que le mesme est le rompu requis, egal à l'entier & rompu donné. *Demonstration.* La demonstration est par division manifeste; Car divisant 10 ⑦ + 3 ②, par 5 (4), donne quotient 2 ③ + $\frac{3 (2)}{5 (4)}$, comme dessus, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique d'entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LVI.

Estant donnez nombres algebraiques rompuz, ayans inegaux nominateurs; Les reduire en rompuz ayans commun denominateur.

Explication du donné. Soyent les rompuz donnez ayans inegaux nominateurs tels $\frac{2 (1)}{3 (2)}$ & $\frac{4 (4)}{5 (3)}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en rompuz ayans un commun nominateur: c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 9 probleme. On disposera doncques les donnez

donnez comme ci dessoubs; Puis on dira, 3 ② fois 4④, font 12 ⑥, les mettant sur les $\frac{4(4)}{5(3)}$. Puis 5③ fois 2① font 10④, les mettant sur les $\frac{2(1)}{3(2)}$; Puis on multipliera 3②, par 5③, font 15 ⑤, lesquels on mettra dessoubs. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

10④		12⑥
2①	X	4④
3②		5③
	15⑤	

Je di que $\frac{10(4)}{15(5)}$ & $\frac{12(6)}{15(5)}$ sont les rompus requis. *Demonstration.* Les rompuz avoir 15 ⑤ pour commun nominateur, est manifeste. Et les $\frac{10(4)}{15(5)}$ estre egales à $\frac{2(1)}{3(2)}$, apert en cela, que $\frac{2(1)}{3(2)}$ est premier rompu des $\frac{10(4)}{15(5)}$, aussi sont les mesmes $\frac{2(1)}{3(2)}$ premier rompu de $\frac{2(1)}{3(2)}$ par le 54 probleme. Et semblablement se demonstrera que $\frac{12(6)}{15(5)}$ sont egales à les $\frac{4(4)}{5(3)}$; ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

Il est manifeste par ce probleme, comment la raison donnée en nombres rompuz se convertira en nombres entiers, car les rompuz donnez sont en telle raison comme 10 ④ à 12 ⑥.

Conclusion. Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz ayans inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompus ayans commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LVII.

E*stant donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.*

Explication du donné. Soit donné le rompu à multiplier $\frac{3(1)}{2(3)}$, & multiplicateur $\frac{5(2)}{3(1)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 12 probleme. On multipliera doncques 3①, par 5②, font 15③; Puis 2③, par 3①, font 6④. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

3①	·	5②	·	15③
2③	·	3①	·	6④

Je di que $\frac{15(3)}{6(4)}$ est le produict requis; dont la demonstration sera semblable aux precedentes demonstrations des multiplications, ou bien par la division suivante.

NOTA. Et semblable sera aussi l'operation en multinomies rompuz; car il fauldroit alors multiplier les multinomies l'un par l'autre, comme nous avons faict icy par les simples noms, desquels (à cause de brieveté & aussi que la chose est notoire) ne donnerons aucuns exemples. Et ceste note servira aussi pour semblable advertissement aux trois problemes suivans. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur; Nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LVIII.

E*stant donné nombre algebraique rompu à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.*

Explication du donné. Soit donné le nombre à diviser $\frac{2(1)}{5(2)}$, & diviseur $\frac{2(2)}{6(4)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 13 probleme. On multipliera doncques par croix, à sçavoir 6 (4), par 2①, font 12 ⑤; Puis 2②, par 5②, font 10 (4). Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

2②		2①	·	12⑤
6④	X	5②	·	10④

Je di que $\frac{12(5)}{10(4)}$ est le quotient requis; Dont la demonstration sera semblable à celles des precedentes divisions, ou bien par la multiplication precedente. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à diviser, & diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques rompus.

PROBLEME LIX.

E*stant donnez nombres algebraiques rompuz a ajouster: Trouver leur somme.*

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster tels, $\frac{2(3)}{4(4)}$ & $\frac{2(1)}{5(5)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle du 10 probleme. On multipliera doncques 4 ④ par 2①, font 8 ⑤, Puis 2 ③, par 5 ⑤, font 10 ⑧; Puis ajoustant 10 ⑧, & 8 ⑤, font 10 ⑧ + 8 ⑤; Puis on dira, 4④ fois 5 ⑤, font 20 ⑨. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

2③		2①	·	8⑤
4④	X	5⑤	·	10⑧
				10⑧ + 8⑤
				20⑨

Je di que $\frac{10(8)+8(5)}{20(9)}$ est la somme requise; Dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des additions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LX.

E*stant donné nombre algebraique duquel on soubstraict, & à soubstraire: Trouver leur reste.*

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on soubstraict $\frac{9(3)}{3(4)}$, & nombre à soubstraire $\frac{4(1)}{2(2)}$.

Explication du requis. Il faut trouver leur reste. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle de 11 probleme. On multipliera doncques 2②, par 9 ③, faict 18 ⑤; Puis 4 ①, par 3 (4), faict 12 ⑤; Puis soubstrayant 12 ⑤, de 18 ⑤, reste 6 ⑤; Puis on multipliera 2②, par 3 (4), faict 6 ⑥. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

4①		9③	·	18⑤
2②	X	3④	·	12⑤
				6⑤
				6⑥

Je di que $\frac{6(5)}{6(6)}$ est la reste requise; dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des soubstractions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique duquel on soubstraict, & à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

Troisiesme distinction, des extractions de racines de nombres algebraiques.

PROBLEME LXI.

E*stant donné nombre algebraique: Trouver sa racine requise.*

DE L'ORIGINE DE L'EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

L'origine de l'extraction des nombres algebraiques se collige par sumption de leurs potences, desquelles nous dirons distinctement de chascun en particulier.

Au

Au premier pour demonstrer l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui soit simple nom, nous multiplierons quelque simple nom en soy, comme 3 ①; son quarré sera 9 ②; doncques 3 ①, sont racine quarrée desdictes 9 ②; Mais il appert que 9 est le quarré de 3, & que le denominateur ② est double au denominateur ①, dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle I.

Pour extraire racine quarrée qui soit simple nom, il faut prendre la racine quarrée du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur soit la moitie du denominateur donné.

Quant aux origines des extractions des racines quarrees des multinomies, il faut premierement soigner, que les superieures quantitez, tant donnees, que requises, soyent tousiours mises devant, comme nous observons le mesme par tout en nostre Arithmetique. Il faut aussi noter, que 2 ④ est plus haute quantité que √ 4 ⑦; car le quarré de celle la, est 4 ⑧, & de ceste cy seulement 4 ⑦, & ainsi des autres semblables.

Or pour declarer l'origine de l'extraction de racine quarrée qui sera binomie, nous multiplierons quelque binomie en soy; comme 2 ② + 3 ①; son quarré sera trinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Doncques 2 ② + 3 ①, sont racine quarrée dudict trinomie: mais il appert, que 4 ④ sont le quarré des 2 ②, & que 9 ② sont le quarré des 3 ①; dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle II.

Pour extraire racine quarrée qui soit binomie, on prendra les racines quarrees des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui sera trinomie, nous multiplierons quelque trinomie en soy, comme 2 ② + 3 ① + 4, son quarré sera quinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 25 ② + 24 ① + 16; Doncques 2 ② + 3 ① + 4, sont racine quarrée dudict quinomie; Mais il appert, que 4 ④ sont le quarré des 2 ②, & que les 12 ③, sont le double du produict de 2 ② par 3 ①, & que 16 sont le quarré de 4; Dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle III.

Pour extraire racine quarrée qui soit trinomie, on prendra les racines quarrees des extremes; puis la moitie du quotient de la division du second nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée qui sera quadrinomie, nous multiplierons quelque quadrinomie en soi, comme 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, son quarré sera septinomie tel 4 ⑥ + 12 ⑤ + 25 ④ + 44 ③ + 46 ② + 40 ① + 25; Doncques 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, sont racine quarrée dudict septinomie; Mais il appert que les 4 ⑥ sont le quarré des 2 ③, & que les 12 ⑤, sont le double du produict de 2 ③, par 3 ②, & que 40 ①, sont le double du produict de 4 ①, par 5, & que 25 sont le quarré de 5; dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle IV.

Pour extraire racine quarrée qui soit quadrinomie, on extraira les racines quarreez des extremes; puis on prendra la moitie du quotient de la division du second nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné; puis la moitie du quotient de la division du penultiesme nom donné, par la racine quarrée du dernier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui sera quinomie, on multipliera quelque quinomie en soy, comme dessus, & se trouvera alors reigle telle:

Reigle V.

Pour extraire racine quarrée qui soit quinomie, alors le premier, second, quatriesme, & cincquiesme nom de la racine requise, se trouvent comme le quadrinomie de la quatriesme reigle; mais le troisiesme nom de la racine requise, se trouvera en soubstrayant de l'antepenultiesme nom donné, le quarré du quatriesme de la racine requise, & divisant la moitie du reste par la racine du dernier nom donné.

Car le quotient sera le troisiesme nom du quinomie de la racine requise. La raison est, que l'antepenultiesme nom donné, se compose du double du produict, du troisiesme nom de la racine requise, par le dernier nom de la racine requise, avec le quarré du quatriesme nom de la racine requise. Et semblablement pourroit on proceder en infini pour reigles des extractions des racines quarrées quelconques. Nous viendrons donc aux racines cubiques.

Et premierement pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui soit simple nom, nous prendrons la potence cubique de quelque simple nom, comme de 3 ②, son cube est 27 ⑥. Doncques 3 ②, sont racine cubique des 27 ⑥; Mais il appert que 27 sont le cube de 3, & que le denominateur ⑥ est triple au denominateur ②; Dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle VI.

Pour extraire racine cubique qui soit simple nom, il faut prendre la racine cubique du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur soit le tiers du denominateur de la quantité donnée.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui sera binomie, nous prendrons la potence cubique de quelque binomie, comme de 5 ① + 2, son cube sera quadrinomie tel, 125 ③ + 150 ② + 60 ① + 8; Doncques 5 ① + 2, sont racine cubique dudict quadrinomie: Mais il appert que 125 ③, sont le cube des 5 ①, & que 8 sont le cube de 2; Dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle VII.

Pour extraire racine cubique qui soit binomie, on prendra les racines cubiques des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui sera trinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque trinomie, comme de 3 ② + 2 ① + 4, son cube 27 ⑥ + 54 ⑤ + 144 ④ + 152 ③ + 192 ② + 96 ① + 64; Doncques 3 ② + 2 ① + 4 est racine cubique dudict septinomie; Mais il appert, que 27 ⑥, sont le cube de 3 ②, & que 54 ⑤, sont le triple du produict, du quarré des 3 ②, par les 2 ①, & que 64 sont le cube de 4; Dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle VIII.

Pour extraire racine cubique qui soit trinomie, on prendra les racines cubiques des extremes, puis le quotient de la division du tiers du second nom donné, par le quarré de la racine cubique du premier nom donné.

Il est vray que l'on pourroit faire des autres reigles que ceste cy, mais elle est la plus briefve que pour l'heure je voyois, & la colligeai des deux quantitez, desquels se cōpose le second nom donné, à sçavoir tousiours en double raison, ce que je vi proceder de theoreme tel:

Le double du produict du premier & second nombre, multiplié par le premier, est double au quarré du premier, multiplié par le second.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique, qui sera quadrinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque quadrinomie, & se trouvera alors reigle telle:

REIGLE IX.

Pour extraire racine cubique qui soit quadrinomie, alors le premier, second, & dernier nom de la racine requise, se trouveront comme le trinomie de la huictiesme reigle; mais le troisiesme nom de la racine, se trouvera tout ainsi par les deux derniers noms donnez, comme le second nom de la racine se trouva par les deux premiers noms donnez.

Et ainsi l'on pourroit proceder en infini pour la description de ces reigles, mais estant ainsi les origines asses manifestes, nous viendrons aux exemples de nostre probleme.

Exemple I. de simple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique simple 9②. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il nous faut doncques par la precedente 1 reigle, extraire racine quarrée qui soit simple nom, ainsi: On prendra la racine quarrée du 9, qui est 3, & la moitie du denominateur ②, qui est ①, lequel applique à 3, font 3①, lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 8④ la racine quarrée sera √ 8 ⨯ ②, &c.

Mais parce que toute quantité multipliée en soy, donne produit une quantité, de laquelle le nominateur est nombre per, s'ensuit, que denominateur imper, comme ① ou ③, ou ⑤, &c. n'aura autre solution, sinon disant que c'est racine d'autant: par exemple, racine quarrée de 9③, est √ 9③.

Multinomie ayant extreme quantité —, ne se solve que par racine quarrée d'autãt. Item de binomie ne s'extraict autrement racine quarrée, sinon en disant que c'est racine d'autant; la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, qui multipliées en eux, peuvent produire binomie, nous commencerons doncques au trinomie.

Exemple II. de trinomie.

Explication du donné. Soit donné trinomie algebraique 4④ + 12③ + 9②. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* Si le trinomie donné tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement binomie: il fault doncques par la precedente 2 reigle, extraire racine quarrée, qui soit binomie, ainsi: On prendra des extremes quantitez données, les racines quarrées, qui sont 2② & 3①; Puis on verra si le quarré de 2② + 3①, est egal au trinomie donné; & se trouve qu'ouy; nous dirons doncques, que 2② + 3①, est la racine requise; Mais quand ledict quarré est inegal au trinomie donné, alors se solvera par racine d'autant.

Item de 2② + 12① + 18, la racine sera √ 2 ⨯ 1 + √ 18; car les multipliant en eux, donnent produict le trinomie donné.

NOTA.

L'on peut aussi autrement que par la multiplication en eux, cognoistre si la somme des racines des extremes, est la racine requise, à sçavoir par le produict des extremes noms donnez: car estant tel produict egal au quarré de la moitie du moyen nom donné, alors le seront. Comme le produict des susdictes 2②, par 18, faict 36②, aussi faict 36② le quarré de la moitie des 12① (dont la raison apparoist en multipliant un binomie algebraique en soy.) Doncques je concluz que la somme des racines des extremes, est le requis. Item de 4④ — 12③ + 9② la racine quarrée sera autant 2② — 3① comme — 2② + 3①.

Exemple III. de quadrinomie.

Explication du donné. Soit donné quadrinomie algebraique 64④ + 64③ — 8① + 1. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* Si le quadrinomie donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement trinomie; il faut doncques par la precedente troisiesme reigle, extraire racine quarrée qui soit trinomie, ainsi: on extraira la racine quarrée de 64④, & sera 8②

Puis se divisera le second nom donné,	64③,
par 8② premier en l'ordre, donne quotient	8①,
Sa moitie	4①
Racine quarrée du dernier nom donné	1

Puis il faut considerer, si le second, ou troisiesme nom donné, est — (car tout quadrinomie ayant racine quarrée trinomie, aura necessairement second ou troisiesme nom —) & appert que cest le troisiesme, nous dirons doncques, que le premier & second en l'ordre est —, & que le troisiesme en l'ordre est +, à sçavoir — 8② — 4① + 1. Ou autrement, nous dirons, que le premier & second en l'ordre est +, & le troisiesme en l'ordre —, à sçavoir 8② + 4① — 1, & sera autant l'un trinomie, comme l'autre la racine requise.

Mais si le second nom donné eust esté —, comme 64④ — 64③ + 8① + 1, nous dirons, que le second & troisiesme en l'ordre est —, & le premier +, à sçavoir 8② — 4① — 1. Ou autrement, que le second & troisiesme en l'ordre est +, & le premier —; à sçavoir — 8② + 4① + 1, & sera autant l'un trinomie comme l'autre la racine requise.

Quant au quinomie, sa racine quarrée peut estre ou trinomie, ou quadrinomie, ou quinomie; à sçavoir trinomie, si tous les noms fussent +; quadrinomie, ou quinomie, s'il y eust un ou deux noms avec —; & si la racine fust quadrinomie, elle se pourra rencontrer (Il est vray que l'operation, est selon la precedente 4 reigle, en toutes la mesme, mais au respect de la disposition du + ou —) en 12 differences: car quinomie donné, comme + — + + +, pourra avoir racines — + — —, ou + — — —; + — + +, ou — + + +; toutes lesquelles differences nous pourrions descrire, mais celuy qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrés d'icelles: nous dirons doncques des racines cubiques.

Exemple IV. de simple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique simple 27⑥. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il faut doncques par la precedente 6 reigle, extraire racine cubique qui soit simple nom, ainsi; On prendra la racine cubique de 27, qui est 3, & le tiers du denominateur ⑥, qui est ②, appliqué à 3, feront 3②, lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 6③ la racine cubique sera √③ 6 ⨯ ①, &c.

Mais parce que toute potence cubique de quantité, tient son denominateur triple au denominateur de la quantité, s'ensuit que denominateur, qui ne se mesure point par 3, comme ⑤, & ⑦, &c. n'aura autre solution, sinon disant, que c'est racine d'autant. Par exemple, racine cubique de 8⑤, est √③ 8⑤.

De binomie, & trinomie, ne s'extraict autrement racine cubique, sinon en disant, que c'est racine d'autant, dont la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, desquel-

les

les les potences cubiques ſont binomie ou trinomie. Nous commencerons doncques au quadrinomie.

Exemple v. de quadrinomie.

Explication du donné: Soit donné quadrinomie algebraique 8③ + 36② + 54① + 27. *Explication du requis:* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* Si le quadrinomie donné a racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement binomie, il faut doncques par la precedente 7 reigle, extraire racine cubique qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes noms donnez les racines cubiques, qui ſont 2①, & 3; puis on verra ſi le cube de 2① + 3, eſt egal au quadrinomie donné, & ſe trouve qu'ouy; Nous dirons doncques que 2① + 3, eſt la racine requiſe, mais quand ledict cube eſt inegal au quadrinomie donné, alors ſe ſolvera par racine d'autant.

Item, quand les donnez ſont quadrinomie + — + —, la racine cubique pourra eſtre + —, mais de quadrinomie — + — + pourra eſtre — +. Et ſemblablement pourra on proceder en infini par racines d'eſpeces quelconques.

Demonſtration.

La demonſtration eſt manifeſte en chaſcune conſtruction avant que nous affermames d'avoir trouvé la racine requiſe. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme diſtinction, des quatre numerations, des poſtpoſées quantitez.

De la multiplication des poſtpoſées quantitez.

PROBLEME LXII.

Eſtant donnée poſtpoſée quantité à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier 3 *ſec.*①, & multiplicateur 2 *ter.*②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 3 par 2, font 6, auſquels appliqué la *ſec.*①, feront 6 *ſec.*①; puis on mettra M avec l'autre denominateur donné, en ceſte ſorte, 6 *ſec.*① M *ter.*②, qui (pour produit requis) ſignifie par la 28 definition 6 *ſec.*① multipliées par 1. *ter.*②. Ou autrement, ayant multiplié 3 par 2, l'on peut au produict 6 appliquer la *ter.*②, & feront 6 *ter.*②; Puis on mettra M avec l'autre denominateur de quantité, en ceſte ſorte: 6 *ter.*② M *ſec.*①, & ſera autant le produict requis, comme le premier. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ſec.*① valle 4, doncques 3 *ſec.*①, nombre à multiplier, vaudront 12; puis poſons que 1. *ter.*② valle 5, doncques 2 *ter.*②, multiplicateur, vaudront 10, parquoy le produict du nombre à multiplier 12, par multiplicateur 10, faict 120, Mais le produict 6 *ſec.*① M *ter.*②, vaut auſſi 120; Car par l'hypotheſe 1 *ſec.*① vaut 4, parquoy le 6. *ſec.*① vaudront 24, qui multipliez par 5, valeur de 1 *ter.*②, faict comme deſſus 120. Ou autrement, 6 *ter.*②, vallent 30 (car 1 *ter.*②, vaut 5, par l'hypotheſe) qui multiplié par 4, valeur de 1 *ſec.*①, faict auſſi 120. Le meſme ſe prouvera de poſition de valeur quelconque; c'eſt doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. De meſme ſorte nous dirons, que 2 *ſec.*①, multipliées par 3①, font 6① M *ſec.*①. Mais poſtpoſées quantitez d'une meſme progreſſion, comme toutes de ſeconde poſition, ou toutes de tierce poſition, ſe multiplient comme les precedentes de premiere poſition, comme 3 *ſec.*①, par 2 *ſec.*①, font 6 *ſec.*③, &c.

Mais ſi multinomie fuſt à multiplier par multinomie, comme 4 *ſec.*② + 5① par 3 *ſec.*② + 2①; On multipliera ſelon l'ordre vulgaire, comme demonſtre ceſte diſpoſition de characteres de l'operation achevée.

	4 *ſec.*② + 5 ①
	3 *ſec.*② + 2 ①
	+ 8 ① M *ſec.*② + 10 ②
	12 *ſec.*④ + 15 ① M *ſec.*②
	12 *ſec.*④ + 23 ① M *ſec.*② + 10 ②

Mais s'il y euſt à multiplier par quantitez multipliées, ou diviſees; comme 2① + 4 *ſec.*③ par 2① M *ſec.*①, on les diſpoſera en ordre comme deſſoubs, diſant, 4 *ſec.*③ fois 2① *ſec.*②, font 8 1 M *ſec.*⑤ (car multipliant *ſec.*③ par *ſec.*② faict *ſec.*⑤) Puis 3② fois 2① *ſec.*②, faict 6③ *ſec.*②, & le produict requis & diſpoſition de characteres ſera comme cy deſſoubs:

	2 ① *ſec.*②
	3 ② + 4 *ſec.*③
Produict	6③ M *ſec.*② + 8 ① M *ſec.*⑤

Et pour demonſtrer que ledict produict eſt le vray produict requis, poſons pour 1① quelque valeur, comme 3, & pour 1 *ſec.*① poſons 2, doncques le nombre à multiplier vaudra 24, & multiplicateur vaudra 59, leur produict eſt 1416; auſſi vaut 1416 le produict de la ſolution.

Item 3① M *ſec.*②, par 3② M *ter.*①, font 9③ M *ſec.*② M *ter.*①, le meſme ſe prouve poſant quelques valeurs des quantitez; par exemple, 1① valoir 3, & 1 *ſec.*① valoir 2, & 1 *ter.*① valoir 4: car nombre à multiplier vaudra 36, & multiplicateur 108, deſquels le produict eſt 3888; auſſi vault 3888 ledict produict: car 9③ vallent 243, qui multipliez par valeur de 1 *ſec.*②, qui eſt par 4, faict 972, qui multiplié par valeur de 1 *ter.*①, qui eſt par 4, faict comme deſſus 3888.

Item 2① D *ſec.*②, multipliées par 3② D *ter.*③, donnent produict 6③ D *ſec.*② D *ter.*③.

Item 3② + 2 *ſec.*③, multipliées par ② 1 D *ſec.*②, donnent produict 6③ D *ſec.*② + 4① D *ſec.*② M *ſec.*③, deſquels les demonſtrations ſont ſemblables aux precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité à multiplier, & multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des poſtpoſées quantitez.

PROBLEME LXIII.

Eſtant donnée poſtpoſée quantité à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviſer 6 *ter.*③, & diviſeur 2 *ſec.*①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diviſera le 6 par 2, donne quotient 3, auquel appliqué la *ter.*③, feront 3 *ter.*③; puis on mettra D avec l'autre denominateur donné, en ceſte ſorte: 3 *ter.*③ D *ſec.*①, qui (pour quotient requis) ſignifie par la 28 definition 3 *ter.*③ diviſées par 1 *ſec.*①. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ter.*③ valle 2, doncques 6 *ter.*③ à diviſer vaudront 12, puis poſons que 1 *ſec.*① valle ③, doncques 2 *ſec.*① diviſeur vaudront 6, ergo le quotient de nombre à diviſer 12, par diviſeur 6, eſt 2; Mais le quotient de la ſolution cy deſſus vaut auſſi 2, car 1 *ter.*③ vaut (par l'hypotheſe) 2, parquoy les 3 *ter.*③, vallent 6, qui diviſé par 3 valeur de 1 *ſec.*①, donne quotient comme deſſus 2. Le meſme ſe prouvera par poſition de valeur quelconque, c'eſt doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Poſtpoſées quantitez d'une meſme progreſſion,

greſſion, ſe diviſent comme les precedentes premierement poſées, comme 8 *ter.* ④, diviſées par 4 *ter.* ①, donnent quotient 2 *ter.* ②, &c.

Item diviſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donnent quotient 3 ② M *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① M *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② M *ſec.* ① M *ter.* ②: Deſquelles les demonſtrations ſeront ſemblables à les precedentes. Nous pourrions de ces diviſions donner autres exemples plus difficiles, mais celuy qui entendra bien les precedens, facilement procedera plus avant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité à diviſer, & diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des poſtpoſees quantitez.

PROBLEME LXIV.

E*stant donnees poſtpoſees quantitez à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

Explication du donné. Soyent donnees poſtpoſees quantitez à ajouſter 2 *ſec.* ① & 3 *ter.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On les ajouſtera par +, diſant que c'eſt 2 *ſec.* ① + 3 *ter.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte.

Quant au + & — qui ſe rencontrent en additions des multinomies, on enſuivera les reigles des additions precedentes: mais quantitez d'une meſme progreſſion, s'adjouſtent comme les premierement poſees; par exemple, 3 *ſec.* ③, avec 5 *ſec.* ③, font 8 *ſec.* ③, &c. Et ſemblable advertiſſement ſervira au probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez poſtpoſees quantitez à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des poſtpoſees quantitez.

PROBLEME LXV.

E*stant donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

Explication du donné. Soit donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict (4) *ter.* ①, & à ſoubſtraire 2 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On les ſoubſtraira par —, diſant que c'eſt 4 *ter.* ① — 2 *ſec.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce quil falloit faire.

Cincquieſme diſtinction, de la reigle de trois des quantitez.

VEu que les nombres Arithmetiques, & radicaux, à la precedente 1. & 2. partie de ce ſecond livre, ont eu apres leurs computations rationelles, auſſi leurs computations proportionelles; S'enſuit (ſelon qu'il a eſté promis en l'argument) qu'en ceſte troiſieſme partie, apres les precedentes computations rationelles des quantitez, il nous faut auſſi deſcrire leurs computations proportionelles, & premierement leur reigle de trois. Mais avant que d'y venir, nous annoterons quelques articles neceſſaires, deſquels le premier eſt tel:

LA RAISON POURQUOY NOUS appellons Reigle de trois, ou invention du quatrieſme proportionel des quantitez; ce que vulgairement ſe dict equation des quantitez.

VEu que les noms convenables, ſont en les ſciences de grande importance, & principalement es difficiles, ce n'eſt point à tort, que nous les choiſiſſons, au lieu des inconvenables: ce qui ſera icy, de l'invention de quatrieſme proportionel des quantitez, qui ſe dict vulgairement equation; Nous le nommons ainſi, parce qu'il eſt plus commode à la doctrine; Car puis qu'il y a touſiours donnez trois termes, auſquels on cherche un quatrieſme proportionel (comme apparoiſtra en ſon lieu) pourquoy ne s'appelleroit cecy pas auſſi bien invention de quatrieſme proportionel, comme en tous autres? Quant à ce que l'on me dira, que c'eſt auſſi equation, certes je le concede, & non pas ſeulement en quantitez algebraiques, mais en tous autres. Par exemple, 6 aulnes couſtent 4 lb, combien 3 aulnes? l'on trouve ſon quatrieſme proportionel 2 lb; ce qui eſt auſſi equation, car on egale à la valeur des 3 aulnes, la valeur de 2 lb: toutesfois il n'eſt point en uſage de le nommer equation; mais on l'appelle (& à bon droict, puis qu'il eſt plus propre) invention de quatrieſme proportionel: Et pour la meſme raiſon le nommons nous icy ainſi, à fin que le grand miſtere de proportion en quantitez, enſemble les cauſes de choſes, ſoyent plus faciles & notoires, que oncques au paravant. Car ce mot d'equation a faict penſer aux apprentifs, que c'eſtoit quelque matiere ſinguliere, laquelle toutesfois eſt commune en la vulgaire arithmetique, car nous cherchons à trois termes donnez, un quatrieſme proportionel. Mais comme cela qu'ils nomment equation, ne conſiſte point en egalete des quantitez abſolue, ains en egaleté de leurs valeurs; Ainſi cõſiſte ceſte proportion en la valeur des quantitez, comme le ſemblable eſt vulgaire, aux communes choſes corporelles. Par exemple, un beuf vault 2 moutons avec 8 lb, ergo 1 mouton vault 4 lb, leſquels ſont quatre termes proportionaux, non pas ſelon la quantité, en reſpect de laquelle, le produict des extremes, n'eſt point egal au produict des moyens, mais ſelon la valeur: car comme 16 lb valeur du beuf, à 16 lb valeur de 2 moutons avec 8 lb, ainſi 4 lb valeur de 1 mouton, à 4 lb valeur du quatrieſme terme, leſquels termes proportionels, nous mettrons en ordre, pour plus grande evidence, en ceſte ſorte:

1 beuf.	2 moutons + 8 lb.	1 mouton.	4 lb
16 lb.	16 lb.	4 lb.	4 lb

Le meſme s'entend auſſi des quantitez: car quand nous diſons, 1 ② eſt egale, ou vault 2 ① + 8, ergo 1 ① vault 4, ce ſont quatre termes proportionaux; mais au reſpect de leurs valeurs, deſquelles le produict des extremes, eſt ſeulement egal au produict des moyens. Leur diſpoſition conforme à la precedente eſt telle:

1 ②.	2 ① + 8.	1 ①.	4.
16.	16.	4.	4.

DES TROIS TERMES DONNEZ, auſquels pour le temps preſent, on ſçait legitimement trouver un quatrieſme proportionel.

COMME tous problemes en la geometrie, ne ſont encore inventez; Car l'on y deſire la quadrature du circle, auſſi l'invention de deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, &c. leſquelles toutesfois nous ſentons par la raiſon ſe pouvoir trouver; Ainſi

Ainsi nous avient le semblable en l'Arithmetique à l'invention du quatriesme terme proportionel des quantitez; Car quand le premier & second, sont composez de ces cincq quantitez ④③②①⓪, ou de partie d'icelles, ou de leurs derivatifs, ou qu'il nous soit possible de convertir les donnez à telles especes, par la reduction (laquelle reduction se declarera cy dessoubs) alors l'on en peut trouver (soit le troisiesme terme de quantitez quelconque) le quatriesme proportionel: excepté quelque difficulté qui se rencontre aucunefois en ③ egale a ① + ⓪, comme nous en dirons plus amplement, à la fin de la premiere difference du *69* probleme. De tous les autres n'est pour l'heure (combien qu'il est possible) trouvée legitime generale reigle, sinon une que j'ay naguere inventée voir assez commode par autre voye que l'ordinaire. voyez la fin du Probl. 77. Les differences qui se rencontrent desdictes cincq quantitez (desquelles nous descrirons onze Problemes) sont telles:

①	Egale a	⓪
②		①⓪
③		①⓪
③		②⓪
③		②①⓪
④		①⓪
④		②①⓪
④		③⓪
④		③①⓪
④		③②⓪
④		③②①⓪

Il est vray qu'il y auroit des differences beaucoup d'avantage, prenant ② egale à ⓪ pour une, & ④ egale à ②⓪, pour autre, &c. Mais veu que cecy sont derivatifs des autres, par la 27 definition, desquels l'operation sera semblable à celle de leurs primitifs, nous les comprendrons tous soubs un probleme, qui sera le 78. Et apres le mesme suit une reigle generale; puis suivront encore deux problemes, de l'invention de quatriesme terme proportionel des postposées quantitez.

DES INVENTEVRS DE CES REIGLES DE TROIS DES QVANTITEZ.

Les inventeurs de ces reigles de trois des quantitez ont esté:

Mahomet filz de Mose Arabien de { ① egale à ⓪. / Leurs derivatifs. / ② egale à ①⓪. }

Et quelque autheur incognu de leurs derivatifs.

Quelque autre autheur incognu de { ③ egale à ①⓪. / ③ egale à ②⓪. }

Louys de Ferrare de ④ ega. à ③②①⓪.

Quant à Diophante, il semble qu'en son temps les inventions de Mahomet ayent seulement esté cognues, comme se peult colliger de ses six premiers livres; Il est vray qu'il solve de merveilleuses questions, comme nous declarerons en son lieu, mais il conduict communement ses operations par une admirable subtilité, ainsi, que le premier & second terme, deviennent ① egale à ⓪, ou leurs derivatifs, & aucunefois, mais rarement, à ② egale a ①⓪.

Les derivatifs de ② egale à ①⓪, inventez par le susdict premier autheur incognu, sont descripts par Lucas Pacciolo.

Quant aux inventions du second autheur incognu, Cardane se dict les avoir trouvé par escript; mais qu'elles n'estoyent point divulgees; Aussi que Scipio Perreus de Boloigne, aie trouvé la premiere sorte, qui est de ③ egale à ①⓪; Auquel suivoit Nicolas Tartalia Bressian, mais par occasion de quelque dispute, qu'il eust de ceste matiere avec Antonio Maria Florido Venetien, disciple dudict Scipio, en laquelle il discouvra quelque chose, par laquelle Nicolas le conjectura, & trouva; Lequel apres beaucoup de prieres de Cardane, le lui a declaré, ce que luy Cardane estoit fondement, par lequel il est venu au bout de plusieurs demonstrations geometriques, de ③ egale à ②①⓪, & leurs dependances, dont il a descript un livre intitulé *Ars magna*.

Mais l'invention de Louys de Ferrare est n'agueres divulguée en langue Italienne par Raphael Bombelle grand Arithmeticien de nostre temps.

DE LA REDVCTION.

Avant que venir à ces problemes de la reigle de trois des quantitez, il nous faut considerer, que souventesfois lesdicts premier & second, ou egaux termes donnez, ne semblent au premier regard point de ceux dont nous avons dict ci dessus, à sçavoir desquels on sçait trouver le quatriesme proportionel; toutesfois estant reduicts, on trouvera qu'ils le seront. Il nous faut doncques declarer apertement ceste reduction. & pour l'expliquer premierement par quelque exemple vulgaire; Posons le cas qu'il y a proposez trois termes desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: *8 aulnes de drap, plus 2 livres de poivre, moins 3 livres de canelle, vallent 2 livres de poivre, plus 24 escuz, moins 3 livres de canelle; combien vaudront 2 aulnes de drap?* Or parce que le premier & second terme, ont des aioincts de plus & moins, il y a proposé quelque question, qui semble confuse; car de multiplier le troisiesme par le second, & diviser le produict par le premier, comme ilz sont proposez (pour en trouver le quatriesme proportionel) ce seroit chose tresfacheuse & obscure; parquoi il faut remedier à ce plus & moins (lequel remede s'appelle ici reduction) en ceste sorte: Puis que le premier & second terme donnez, sont par l'hypothese d'egale valeur, s'ensuit, que si d'un & d'aultre costé nous aioustons & soubstrayons choses egales; que sommes & restes seront egales, lesquelles nous servent au lieu des premiers donnez (comme le semblable est chose vulgaire en autres computations communes. Par exemple, si l'on dict, 4 aulnes vallent 6 ℔, combien 5 aulnes? ou autrement, 2 aulnes vallent 3 ℔, combien 5 aulnes? l'un & l'autre donne un mesme quatriesme) Soubstrayons doncques de chascun terme, à sçavoir du premier & second, 2 livres de poivre, & demeureront 8 aulnes de drap, moins 3 livres de canelle; equivallans à 24 escuz, moins 3 livres de canelle: Puis aioustons (par ce qu'il y a moins) à chascun desdicts termes 3 livres de canelle, & la somme de l'un sera 8 aulnes de drap, & de l'autre 24 escuz, lesquels seront autresfois d'egale valeur; & ceci sont les termes reduicts, par lesquels on pourra facilement venir au requis; Car disant 8 aulnes de drap vallent 24 escuz, combien 2 aulnes? le requis sera par vulgaire solution 6 escuz. Tout de mesme sorte faut il entendre, qu'en la reigle de trois des quantitez (pour le plus & moins & autres semblables occurrences qui se rencontrent en icelle) est aucunefois necessaire telle reduction, aucunefois n'est il pas besoing, comme apparoistra en son lieu par les exemples. Et s'appelle ceci reduction, parce qu'on reduict les termes donnez, en autres termes, qui sont de maieure ou moindre valeur que les premiers, cōbiē qu'ilz demeurēt entre eux en la mesme egale raison.

Or aiant declaré quelle chose est reduction, nous viendrons à la pratique de reduire, & la comprendrons en 10 reigles, desquelles la premiere est telle:

REIGLE I.

SI les deux termes egaux donnez n'eussent pas l'inferieure quantité ⓪, on posera qu'il le soit, delaissant son signe de plus haulte quantité, & chascune des autres quantitez, descendra par egale distance.

EXPLICATION.

Soient trouvez 2④, egales à 6③; Or les 6③, sont d'inferieure quantité; il faut doncques delaisser le signe de quantité; & au lieu de 6③ poser seulement 6, mais les 2④ estoient un degré plus haut que les 6③; il faudra doncques au lieu de 2(4), prendre 2①, qui sont d'un degré plus haut que 6⓪; Car ainsi (comme veult la reigle) ils descendront tous par egale distance, à sçavoir & l'une & l'autre quantité par trois degrez. De sorte qu'au lieu de 2(4), egales 6③, nous dirons pour termes reduictes 2①, egales à 6.

Et de mesme sorte s'entendra, que 5⑥, egales à 8②, seront reduictes 5(4) egales à 8.

Item 1⑦ egale à 3⑥ + 4⑤, seront reduictes 1② egale à 3① + 4.

Item 1⑨ egale à 3⑥ + 5③, seront reduictes 1⑥ egale à 3③ + 5. Et ainsi de tous autres semblables.

REIGLE II.

POur reduire le nombre de multitude de la superieure quantité en unité, on divisera par luy toutes les quantitez proposées.

EXPLICATION.

Soient 3③, egales à 9② + 12; Or parce que le nombre de la superieure quantité n'est pas 1 (car il est 3) on divisera toutes les quantitez par 3, & alors 1③ sera egale à 3② + 4. Et de mesme sorte, $\frac{1}{3}$② egale à 2① + 3, & divisée chascune quantité par $\frac{1}{3}$, sera reduict 1② egale à 6① + 9.

REIGLE III.

SI les deux termes egaux eussent quantitez de mesme hauteur, on les ostera toutes deux, ou l'une, par le moien d'egale addition, ou d'egale soubstraction.

EXPLICATION.

Soient 3② + 4 egales à 2① + 4: Or parce qu'en l'un & l'autre terme, il y a des quantitez d'egale hauteur, à sçavoir 4 en l'un & 4 en l'autre, qui sont toutes deux ⓪, on soubstraira d'un & d'autre costé 4, & resteront 3② egales à 2①. Et de mesme sorte, quand 3② — 4 sont egales a 2② — 4, on aioustera à chascune partie 4; & les sommes, à sçavoir 3② & 2①, seront egales.

Item estant 4③ + 7①, egales à 2② + 3①, on soubstraira d'un & d'autre costé 3①, & resteront 4③ + 4①, egales à 2②.

Item estant 4③ — 7①, egales à 2② — 3①, on aioustera à chascun terme 3①, & 4③ — 4① seront egales à 2②. Ou autrement, on aioustera à chascun terme 7①, & 4③ seront egales à 2② + 4①.

Item estant 4③ — 7①, egales à 2② + 3①, on aioustera à chascune partie 7①, & 4③ seront egales à 2② + 10①. Ou autrement, on soubstraira de chascune partie 3①, & 4③ — 10① seront egales à 2②.

Item estant √ *bino.* 27② + 8①, egale à 3 + √ *bino.* 3② + 2①, on soubstraira par le 43 probleme de chascune partie √ *bino.* 3② + 2①, & restera √ *bino.* 12② + 8①, egale à 3, & par la 6 reigle 12② + 8① seront egales à 9.

Item estant 5③ + 7② — 4① + 2, egales à 4① — 4③ + 2② + 3① + 2. On aioustera à chascune partie 4③ (parce qu'a chascune partie y a des ③) & seront 9③ + 7② — 4① + 2, egales à 4④ + 2② + 3① + 2. Puis on soubstraira de chascune partie 2②, & seront 9③ + 5② — 4① + 2, egales à 4(4) + 3① + 2. Puis on aioustera à chascune partie 4①, & seront 9③ + 5② + 2, egales à 4(4) + 7① + 2. Puis on soubstraira de chascune partie 2, & seront 9③ + 5②, egales à 4(4) + 7①.

La reste qui leur est necessaire, pour estre finalement reduictes, à sçavoir que le superieur nom doibt estre mis seul, sera demonstré à la 4 reigle suivante.

REIGLE IV.

SI la superieure quantité ne fust pas seule, on la mettra seule & premiere, par la precedente 3 reigle, & les superieures quantitez suivantes par ordre tousiours devant.

EXPLICATION.

Comme à la fin de la presente explication, se trouva 9③ + 5②, egale à 4(4) + 7①, mais la superieure quantité, à sçavoir 4(4), ne se trouve point seule, ny devant ny les autres en ordre, il faut doncques soubstraire de chascune partie 7①, & resteront 4(4) egales (mettant la superieure quantité ③ devant, puis ②, puis ①) a 9③ + 5② — 7①; desquelles (les convertissant par la 1 reigle en 4③, egales a 9② + 5① — 7; Et par la 2 reigle en 1③, egale à $\frac{9}{4}$② + $\frac{5}{4}$① — $\frac{7}{4}$) on pourra trouver le quatriesme terme proportionel, par le 71 probleme.

REIGLE V.

SI aux egaux termes, il y eust fraction algebraique, on les convertira en termes de quantitez entieres.

EXPLICATION.

Soient $\frac{3(1)}{4(2)}$, egales à 2, on les convertira en nombres entiers de la mesme raison par le corollaire du 56 probleme, qui seront 8②, egales a 3①.

Et de mesme sorte nous dirons, que $\frac{4(1)}{5(2)+6}$, egales à $\frac{2}{3}$, seront convertiz par ceste reigle, 10② + 12, egales à 12①.

Item $\frac{2(1)}{3(2)+5}$, egales à $\frac{4}{5}$①, seront convertiz par ceste reigle, 10②, egales à 12③ + 20①, & ainsi des autres semblables.

REIGLE VI.

SI l'un des termes egaux fust racine, on peut comparer à la potence du mesme, semblable potence de l'autre terme.

EXPLICATION.

Soient 3① egales à √ 2: Parce doncques que l'un terme est racine quarrée, on peut comparer (combien qu'en cest & semblables exemples il n'est point necessaire, comme apparoistra en son lieu) la potence quarrée de 3①, qui est 9②, à la potence quarrée de √ 2, qui est 2, de sorte que pour reduction achevée, 9② seront egales à 2.

Item estant 1① + 3, egales à √ *bino.* 11 + √ 3, l'on pourra dire, que la potence quarrée de l'un 1② + 6① + 9, est egale à la potence quarrée de l'autre, qui est 11 + √ 3.

Ou autrement, sans ceste reigle, soubstraire 3 de chascun terme donné, & restera 1①, egale à — 3 + √ *bino.* 11 + √ 3.

Item estant 2①, egales à √ *bino.* 3③ + 4①, on dira que la potence quarrée de 2①, qui est 4②, est egale à la potence quarrée de l'autre, qui est 3③ + 4①; Et semblablement procedera on aux autres.

Mais si 2③ + √ 3②, fussent egales à 5②, la vulgaire maniere est de mettre la √ 3② seule, soubstrayant de chascun terme 2③, & demeureront √ 3② egales

 à—

à 2③ + 5②; Puis de prendre le quarré de l'une & l'autre partie, & seront 3②, egales à 4⑥ − 20⑤ + 25④; qui reduicts par les precedentes reigles (à sçavoir mettant la superieure quantité seule, par la 4 reigle, & les rabaissant ainsi que l'inferieure quantité soit ⓪, par la 1 reigle, & reduisant le nombre de multitude du superieur nom en unité par la 2 reigle) sera finalement 1④ egale à 5③ − $\frac{25}{4}$② + $\frac{3}{4}$.

Mais sur ceste & semblables questions, nous avons veu autre maniere de reduction plus briefue, & commode, par laquelle nous pourrons rendre les termes reducts tels, qu'on en pourra trouver son quatriesme proportionel; qui souventesfois seroit impossible par la maniere côme dessus; nous declarerons la mesme en reigle telle.

REIGLE VII.

Quand quelque racine de quantitez contient nominateur de quantité entier, on en extraira sa racine.

EXPLICATION.

Soient (comme au dernier exemple ci dessus) 2③ + √3② egales à 5②. Or parce qu'il y a une racine, à sçavoir √3②, conforme à ceste reigle (car la racine quarrée de ② est ①, qui a nominateur entier, & de mesme sorte dirons, que √③6③; Item √5④; Item √③2⑥, &c. sont des racines da la qualité requise en ceste reigle; Mais racines, comme √③3②, ne les sont pas, parce que la racine cubique de ② obtient nominateur rompu, à sçavoir $\frac{2}{3}$ en circle) on extraira la racine des 3②, qui est par le 61 probleme, √3)(①, lequel nous mettrons au lieu de √3②; & 2③ + √3)(①, seront egales à 5②, lesquels autrefois reducts par les precedens, 2② seront egales à 5① − √3, qui sont beaucoup plus commodes pour en trouver le quatriesme terme proportionel, que par la reduction de l'autre maniere cy dessus; là ou je trouvois 1(4), egale à 5③ − $\frac{25}{4}$② + $\frac{3}{4}$.

Mais si de cecy on voulust prendre quelque facile preuve, l'on le pourroit proposer 2③ + √9②, egales à 7② (qui est autant à dire, veu que √9② sont 3①, comme 2③ + 3①, egales à 7②) desquels il est notoire par le 68 probleme, que le quatriesme terme proportionel (reduisant les donnez, & posant pour le troisiesme 1①) sera 3; Et suivant l'operation, comme dessus à la 6 reigle, se trouvera à la fin 1(4), egale à 7③ − 12$\frac{1}{4}$② + $\frac{9}{4}$, desquels il appert par le 76 probleme, que 3, comme dessus, est aussi leur quatriesme terme proportionel; Ce que nous voulions ainsi prouver.

Et celuy qui aura bien entendu les choses susdictes, facilement entendra, qu'estant 2③ + √12② egales à 8①, qu'alors reductes 1②, sera egale à 4 − √3.

Item estant 2② egales à √⑤2⑤ − √(4)3(4) + √③6③ + √6② − 2①, qu'alors 2③ seront egales à √⑤2 − √(4)3 + √③6 + √6 − 2, desquels on peut facilement se trouver le quatriesme terme proportionel, car (posant le troisiesme terme 1①) sera par le 67 probleme

$$\frac{\sqrt{⑤}2 - \sqrt{(4)}3 + \sqrt{③}6 + \sqrt{}6 + 2}{2}$$

De sorte que par ceste reduction (laquelle n'a esté animadvertie par cy devant, que je sçache) l'on pourra solver questions, que sans la mesme on n'a sceu achever, non seulement de termes, ausquels se rencontre binomies, trinomie, quadrinomie algebraique, mais (se rencontrans en telle sorte) de millenomies.

REIGLE VIII.

On ne peut abbreger les termes egaux, par extraction de racine de chasque terme.

EXPLICATION.

Quand l'un & l'autre des termes egaux, tient racine qui soit de moindre multitude de quantitez, on peut extraire telles racines, & seront egales. Mais il faut bien noter ces mots *de moindre multitude de quantitez*; Car par exemple, 2③ + 5① est binomie, qui a racine √ *bino.* 2③ + 5①; mais elle n'est pas de moindre multitude de quantitez que sa potence; doncques telle racine ne nous duict point à ce propos, mais celles qui s'ensuivent.

Soyent 16④ + 24③ + 9② egales à 25. On extraira racine quarrée du premier terme, laquelle par le 2 exemple du 61 probleme se trouve de 4② + 3①. Et semblable racine, s'extraira de 25, qui est 5, & les termes reducts par ceste reigle seront 4② + 3①, egales à 5.

Item soyent 27⑨ + 54⑦ + 36⑤ + 8③ egales à 125⑥ + 150⑤ + 200(4) 216③; On extraira s'il est possible, racine cubique servante à nostre propos (car la quarrée n'y est point) du premier terme, & sera par le 5 exemple du 61 probleme 3③ + 2①: Semblablement on extraira racine cubique de l'autre terme, & sera 5② − 6①: Doncques 3③ + 2①, seront egales à 5② + 6①, lesquels autrefois reducts par les precedens (à sçavoir mettant la superieure quantité seule, & les rabaissant, ainsi que l'inferieure soit ⓪, & reduisant le nombre de multitude de la superieure à unité, par la 2 reigle) finalement 1② sera egale à $\frac{5}{3}$① − $\frac{8}{3}$.

REIGLE IX.

Si tous les nombres de multitude des quantitez des deux termes egaux eussent commune mesure, on les peut convertir par la mesme en moindres nombres.

EXPLICATION.

Soyent 20③, egales à 60①: Or parce que la plus grande commune mesure des nombres est 20, on pourra diviser & l'une & l'autre partie par 20, & se trouvera 1③, egale à 3①. Et de mesme sorte estant 200②, egales à 300① + 400; parce que leur plus grande commune mesure est 100; on peut diviser toutes les quantitez par 100, & demeureront 2②, egales à 3① + 4. Cecy se faict aucunefois, à fin que les operations algebraiques seroyent par moindres nombres plus faciles.

REIGLE X.

Si deux termes egaux eussent cômune mesure algebraique, on les peut côvertir par la mesme, en moindre multitude de quantitez.

EXPLICATION.

Soyent 8⑤ + 6③, egales à 12④ + 20③ + 9② + 15①; On verra s'ils ont commune mesure par le 53 probleme; & se trouve qu'ouy, & que la maieure est 4② + 3①; on divisera doncques & l'un & l'autre terme par 4② + 3①, & l'on aura 2②, egales à 3① + 5.

NOTA.

Les reductions (qui sont en l'algebre chose de grande côsequêce) se pourroient encore rencôtrer, en beaucoup d'autres sortes, qui sont impossibles de se pouvoir par menu toutes descrire: mais je m'estime avoir icy declaré les principales, & à la chose plus necessaires, par lesquelles celuy les entendant, pourra facilement parvenir à l'invention de plusieurs autres. Quant aux reductions, côme

② egale à ① ⓪ en ① egale à ⓪

③ egale à ② ⓪ }
③ egale à ② ① ⓪ } en ③ egale à ① ⓪

④ egale à ① ⓪ }
④ egale à ② ① ⓪ }
④ egale à ③ ⓪ }
④ egale à ③ ① ⓪ } en ② egale à ① ⓪
④ egale à ③ ② ⓪ }
④ egale à ③ ② ① ⓪ }

leur

leur lieu ne sera pas icy, parce qu'icelles reductions sont les origines de leurs problemes, & sont appliquées chascun au sien.

Estant doncques ainsi achevée la reduction, il faut maintenant venir à la proportion des nombres algebraiques, en laquelle ne proposerons autres termes egaux (qui sont le premier & second) que ceux, qui sont reduicts, par les reigles precedentes, s'ils l'eussent eu besoing.

ANNOTATION
d'Alb. Girard.

Que le Lecteur se resouvienne, que les problemes suyvans, qui enseignent de trouver le 4e terme proportionnel, ne doivent estre entendus parler de toute sorte de proportion comme de majeure & mineure inegalité, mais seulement de la proportion egale, ce qui est aussi de l'Intention de l'Autheur, comme on le pourroit prouver en plusieurs lieux precedens & suyvans, comme aussi il vient de dire (termes egaux.) Car autrement il s'ensuyvroit de l'absurdité, pour preuve de quoy je mettray c'est exemple. Soyent trois termes donnez, dont le premier soit 1 ②, le second 4 ① + 5, le troisiesme 1 ①; Ie dis que le 4e terme proportionnel est incertain; car iceluy peut estre tout nombre quelquonque majeur à 4; veu que 1 ② estant posée valoir 36, alors 4 ① + 5 vaudroit 29 (comme le suyvant probleme l'apprendra) & 1 ① vaudroit 6; or le quatriesme proportionnel de ces trois, 36, 29 & 6, est $4\frac{5}{6}$, qui seroit aussi celuy des trois susmentionné, car que 1 ② aye telle raison à 4 ① + 5 comme 1 ① à $4\frac{5}{6}$ cela sera certain si on prend que 1 ① vaille 6: La raison de cecy est que les nombres algebraiques sont quantités indefinies, si on n'adjoinct quant & quant leur valeur par supposition. Mais si je dis que 1 ② est egale ou vaut autant que 4 ① + 5, alors 1 ① vaudra infailliblement un nombre certain & est 5. & en ceste maniere se deuront entendre les Problemes suyvants en commenceant au Probleme 68; car les deux suyvans, le second terme estant ⓪, assavoir nombre absolu, & tous les trois non meslés de nombres algebraiques & absolus par + & —, ont leur quatriesme proportionel certain; I'ay dit cy dessus que le quatriesme terme de l'exemple proposé est tout nombre quelquonque majeur à 4, c'est à dire que si l'on veut que ce soit 6, 7, 8 ou 9, on prendra que 1 ① vaille $2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{4}$, ou 1, &c.

PROBLEME LXVI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ①, le second 4, le troisiesme 5 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On multipliera le troisiesme terme donné 5 ①, par le second 4, faict 20 ①; Puis on divisera les mesmes par le premier terme donné, qui est 1 ①, & donne quotient (par le 50 probleme) 20: Je di que 20 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, que 5 ① vallent 20, la 1 ① vaudra 4. Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ①.	4.	5 ①.	20.
4.	4.	20.	20.

Et appert que 20 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 4 à 4, ainsi 20 à 20; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Et de mesme sorte s'entendra, que 1 ① vallant 4, les 5 ① + 3 vauldront 23, car les 5 ① vallent par ce probleme 20, & plus 3 font 23.

Item 1 ① vallant 4, les 5 ① — 3 vauldront 17, car 5 ① vallent 20, par ce probleme, desquels soubstraict 3 reste 17.

Item 1 ① vallant 3, alors 1 ② (veu que 1 ② est la potence quarrée de 1 ①) vauldra 9.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ② vauldront 4 fois 9, qui est 36.

Item 1 ① vallant 3, la 1 ③ (veu que 1 ③ est la potence cubique de 1 ①) vaudra 27.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ③ vaudront 4 fois 27, qui est 108.

Item 1 ① vallant 5, les 2 ② + 6 ① vaudront 80; car 2 ② vallent 50, & 6 ① vallent 30, font ensemble 80.

Item 1 ① vallant 2, les 3 ③ + 4 ② — 5 ① + 7 vaudront 37, car les 3 ③ vallent 24, & 4 ② vallent 16, & 7 vaut 7, desquels la somme (à sçavoir de 24. 16. 7) est 47, des mesmes soubstraict 10 pour les — 5 ①, reste pour solution comme dessus 37.

Item 1 ① vallant 3, les (2 ② + 3 ① — 7)/(3 ③ — 4 ② + 6) vaudront $\frac{20}{51}$, car les 2 ② + 3 ① — 7 vallent 20, & les 3 ③ — 4 ② + 6 vallent 51.

Item 1 ① vallant √ 2, alors 3 ① vaudront trois fois √ 2, qui est par le 22 probleme √ 18.

Item 1 ① vallant √ 2, alors 1 ② (veu que 1 ② est potence quarrée de 1 ①) vaudra 2, & 3 ② vaudront 6.

Item 1 ① vallant √ 2 + √ 3, les 3 ① vaudront trois fois autant, qui est √ 18 + √ 27.

Item 1 ① vallant √ 2 + √ 3, la 1 ② vaudra le quarré de √ 2 + √ 3, qui est 5 + √ 24. Et ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Ce 66 probleme differe du suyvant seulement en cela, que son premier terme donné est d'une prime quantité; mais le suyvant de multitude de primes quantitez quelconque: aussi que les exemples du probleme precedent ont le troisiesme terme donné de plusieurs quantitez, mais le suyvant tousiours de 1 ①.

Et pour dire de son utilité & proprieté, faut sçavoir, qu'aux problemes suyvans de trois termes donnez, le troisiesme sera tousiours nombre algebraique quelconque, toutesfois nous ne donnerons en les exemples des mesmes pour troisiesme terme, autre que 1 ①. Comment doncques (pourroit quelcun dire) fera on quant le troisiesme terme sera quelque multinomie algebraique, selon la proposition? Ie respons que par double operation; Premierement on trouvera la valeur de 1 ①, par son probleme, qui estant cognu on trouvera alors par ce 66 probleme la valeur du multinomie proposé pour troisiesme terme donné, disant, 1 ① donne autant, combien tel multinomie? Par exemple, si les trois termes donnez fussent tels: le premier 1 ③, le second 3 ① + 2, le troisiesme 3 ② + 4 ①: On diroit premierement, 1 ③ vaut 3 ① + 2, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2. Puis pour seconde operation, on diroit autrefois, 1 ① vaut 2, combien 3 ② + 4 ①, faict par ce 66 probleme, pour le quatriesme terme proportionel requis, 20. Et ainsi d'aultres semblables. Ce probleme servira aussi, pour les demonstrations Arithmetiques, des problemes suyvans, comme le tout apparoistra par les exemples, chascun en son lieu.

PROBLEME LXVII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 2 ①, le second 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On divisera le 6 du second terme, par 2 du premier terme (car puis que le nombre du troisiesme terme est 1, il ne sera besoing de faire la vulgaire multiplication du troisiesme & second terme, qui seroit 6 ①) donne quotient 3. Ie di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, 1 ① valoir 3, doncques par le 66 probleme, 2 ① vaudront 6, mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

2 ①.	6.	1 ①.	3.
6	6.	3.	3.

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 6 à 6, ainsi 3 à 3; ce qu'il falloit demonstrer. Quant à la demonstration geometrique, la chose est si notoire, qu'il ne semble point de mestier.

NOTA. Si les trois termes donnez fussent tels: le premier 5 ①, le second √ 3, le troisiesme 1 ①, on divisera (comme dessus) √ 3 par 5, donne solution √ $\frac{3}{25}$. Autrement, on pourroit solver ceste question reduisant les termes egaux par la 6 reigle de la reduction, à sçavoir prenant la potence quarree, de chasque terme, & seront 5 ②, egales à 3, & seroit alors question, requirant l'operation du 78 probleme.

Item si les trois termes donnez fussent tels: le premier 3 ①, le second √ 3 + √ 2, le troisiesme 1 ①; On divisera (comme dessus) √ 3 + √ 2 par les 3 (des 3 ①) donne solution √ $\frac{1}{3}$ + √ $\frac{2}{9}$. Et ainsi d'autres semblables.

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXVIII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ②, le second ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois differences, à sçavoir:

	Desquelles les autres en donnent
① + ⓪.	trois diverses operations, ausquels
— ① + ⓪.	Michel Stiffle a commodé ce mot
① — ⓪.	*Amasias.* & Cardane livre 10 chap. 5.
	ce carme,

Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

Mais nous demonstrerons une seule maniere, par laquelle sans varier d'une syllabe, l'operation sera en toutes trois la mesme: Parquoi faut sçavoir que nous ne les appellons pas Differences, en respect des operations; car comme nous disons, l'operation est en toutes la mesme, mais en respect des diversitez, de la disposition des quantitez, du second terme donné.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second 4 ① + 12, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de 4 (des 4 ①) est	2
Son quarré	4
Au mesme aiousté le ⓪ donné, qui est	12
Donne somme	16
Sa racine quarrée	4
A la mesme aiousté 2 premier en l'ordre faict	6

Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis.

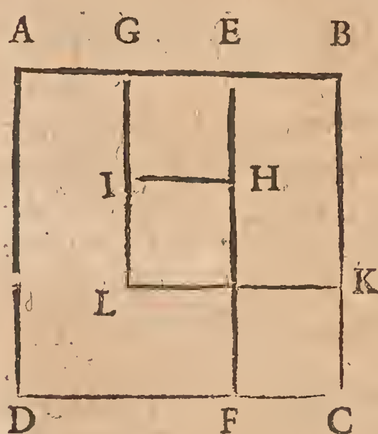
Demonstration Arithmetique. Puis que nous disons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme; 1 ② vaudra 36, & 4 ① + 12 vaudront aussi 36; Parquoi mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	4 ① + 12.	1 ①.	6.
36	36.	6.	6.

Et appert que 6 est leur quatriesme terme proportionel.

Autre demonstration geometrique.

Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②, doncques son costé B C (lequel prouverons valoir 6, à la fin de la demonstration) sera 1 ①, car multipliant 1 ① en soi, faict 1 ②. Puis soit menée la ligne E F, parallele avec A D, & soit A E 4; Ergo le rectangle A F (veu que A D est 1 ①) sera 4 ①. Or puis que tout le quarré A B C D, qui est 1 ②, est egal à 4 ① + 12, & que le rectangle A F faict 4 ①, le rectangle E C sera 12. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons ici en grandeurs, à sçavoir A B C D 1 ②, egale à A F 4 ① + E C 12; Et B C est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:



La moitie de A E 4, qui est G E, est	2
Son quarré G E H I	4
Au mesme aiousté le ⓪ donné, c'est à dire E C	12
Donne somme, pour le gnomon HIGBCF, ou pour le quarré G B K L (qui est egal audict gnomon)	16
Sa racine B K	4
A la mesme aiousté G E 2 premier en l'ordre, ou en son lieu K C (car K C est egal à G E) faict pour B C	6

Ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Le quatriesme terme proportionel vient aucunefois à nombre Arithmetique incommensurable, duquel nous mettrons deux exemples.

Soient premierement les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second 6 ① + 3, le troisiesme 1 ①.

Construction.

La moitie de 6 (des 6 ①) est	3
Son quarré	9
Au mesme aiousté le ⓪ donné, qui est	3
Donne somme	12
Sa racine quarrée	√ 12
A la mesme aiousté 3 premier en l'ordre, faict pour solution	√ 12 + 3

Soient au second les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second √ 8 X ①, le troisiesme √ 3.

Con-

Construction.

La moitie de √8 (de √8 ①) est	√2
Son quarré	2
Au mesme adjousté le ⓪ donné, qui est	√3
Donne somme	2 + √3
Sa racine quarrée	√ bino. 2 + √3
A la mesme adjousté √2 premier en l'ordre, faict pour solution	2 + √ bino. 2 + √3

Seconde maniere de construction.

Autre maniere d'operation y a il, laquelle demonstrerons en toutes les trois differences, aussi la mesme; par laquelle il ne sera mestier de convertir par la 2 reigle de reduction, le nombre de multitude de ②, en unité. Et celuy qui voudra suivre ceste reigle, evitera aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soyent par exemple les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 3 ②, le second 8 ① + 16, le troisiesme 1 ①.

Construction.

La moitié de 8 (des 8 ①) est	4
Son quarré	16
Au mesme adjousté le produict de 3 (des 3 ②) par le ⓪ donné, qui est	48
Donne somme	64
Sa racine quarrée	8
A la mesme adjousté 4 premier en l'ordre, faict	12
Qui divisé par 3 (des 3 ②) donne quotient & solution	4

DEUXIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME — ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second — 6 ① + 16, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de — 6 (des — 6 ①) est	— 3
Son quarré (car — 3 par — 3 faict + 9) est	9
Au mesme adjousté le ⓪ donné, qui est	16
Donne somme	25
Sa racine quarrée	5
A la mesme adjousté — 3 premier en l'ordre, faict	2

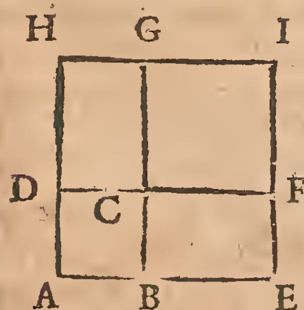
Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmetique. Puis que nous disons 1 ① valoir 2, ergo par le 66 probleme 1 ② vaudra 4, & — 6 ① + 16 vaudront aussi 4. Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	— ① 6 + 16.	1 ①.	2.
4.	4.	2.	2.

Et apert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Autre demonstration Geometrique.



Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②, ergo son costé A B (lequel prouverons valoir 2 à la fin de la demonstration) sera 1 ①. Puis soyt produicte la ligne A B, en E, qui soit B E, & de B E, & B C, soit descript le rectangle B E F C, & semblablement soit produict B C, en G, & soit C G 3, & de C G, & C D, soit descript le rectangle D C G H, Ergo le rectangle B E F C (veu que E B est 3, & B C 1 ①) sera 3 ①. Et semblablement sera le rectangle C D G H 3 ①. Or puis que le quarré A B C D 1 ②, est egal à — 6 ① + 16; & que les deux rectangles C E, C H, font 6 ①: s'ensuit que le gnomon C F E A H G sera 16. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs; àsçavoir A B C D 1 ②, egale à — C E C H 6 ① + C F E A H G 16; Et A B est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitie des deux lignes F C, & C G, qui soit F C, est	— 3
Son quarré C F I G	9
Au mesme adjousté le ⓪ donné, c'est à dire le gnomon C F E A H G	16
Donne somme pour le quarré A E I H	25
Sa racine A E	5
A la mesme adjousté — F C 3 premier en l'ordre, ou en son lieu — B E 3, faict pour A B,	2

Ce qu'il falloit demonstrer.

Seconde maniere de construction, qui est sans convertir le nombre de multitude de ② en unité.

Soyent les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 4 ②, le second — 4 ① + 24, le troisiesme 1 ①.

Construction.

La moitie de — 4 (des — 4 ①) est	— 2
Son quarré	4
Au mesme adjousté le produict de 4 (des 4 ②) par le ⓪ donné, qui est	96
Donne somme	100
Sa racine quarrée	10
A la mesme adjousté — 2 premier en l'ordre, faict	8
Qui divisé par 4 (des 4 ②) donne quotient & solution	2

Et encore pourroit par l'origine des constructions de ce probleme (laquelle origine nous descrirons derriere de ce probleme) former beaucoup d'autres reigles, des mesmes constructions, & viendroyent toutes à une mesme solution. Nous en donnerons deux sur la question precedente (qui se pourroit aussi appliquer tant à la difference precedente, qu'a la suivante) en ceste sorte:

La moitie de — 4 (des — 4 ①) est	— 2
Son quarré 4, qui divisé par 4 (des 4 ②) donne quotient	1
Au mesme adjousté le ⓪ donné, qui est 24, donne somme	25
Sa racine quarrée	5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste	4
Qui divisé par la racine de 4 (des 4 ②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus	2

Autrement.

Racine de 4 (des 4 ②) est 2; son double 4, par le mesme divisé 4 (des 4 ①) donne quotient	1
Au mesme adjousté le ⓪ donné, qui est 24, donne somme	25
Sa racine quarrée	5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste	4
Qui divisé par la racine de 4 (des 4 ②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus	2

Mais la premiere de ces trois constructions est la plus commode pour eviter computations radicales, qui se rencon-

rencontrent souventesfois en la deuxiesme & troisiesme maniere, lesquelles nous mettons, plus pour rendre notoire les causes (qui par l'origine apparoisteront) qu'autrement.

TROISIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1②, le second 6①—5, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de 6 (des 6①) est — 3
Son quarré — 9
Au mesme adjousté le ⓪ donné, qui est — —5
Donne somme — 4
Sa racine quarrée — 2
A la mesme adjousté 3 premier en l'ordre, faict pour maieure solution — 5
Ou autrement, soubstraict ledict 2 de 3 premier en l'ordre (ce qui est le propre de ceste troisiesme difference, dont la raison sera manifeste, par l'origine de ces constructions suivantes) reste pour moindre solution — 1

Je di que & 5 & 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1① valoir 5; ergo par le 66 probleme, 1② vaudra 25, & les 6①—5 vaudront aussi 25; Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1②.	6①—5.	1①.	5.
25.	25.	5.	5.

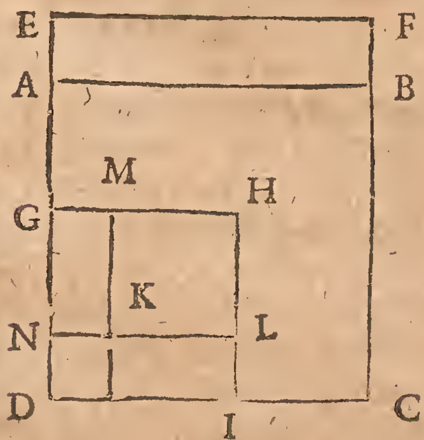
Et appert que 5 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demonstre par mesme maniere. Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1②.	6①—5.	1①.	1.
1.	1.	1.	1.

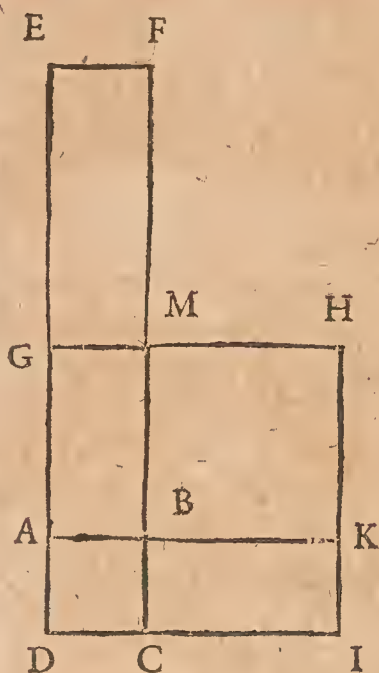
Et appert que 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Autre demonstration Geometrique.



Soit descript le quarré A B C D, denotant 1②, ergo son costé A D (lequel prouverons valoir 5 à la fin de la demonstration) sera 1①. Puis soit produict la ligne D A, en E, & soit toute la DE 6, & de AE, & AB, soit descript le rectangle AEFB; ergo le rectangle DEFC (veu que DE est 6, & DC 1①) sera 6①: Or puis que le quarré ABCD, qui est 1②, est egal à 6①—5, & que le rectangle DEFC faict 6①, ergo le rectangle AF sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir ABCD 1②, egale à DF 6①—AF 5; Et AD est la 1①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitie de E D 6, qui soit G D, sera — 3
Son quarré G H I D
Au mesme adjousté le —5 donné, c'est à dire moins le gnomon KLIDGM, qui soit egal au rectangle A F — —5
Donne somme pour le quarré M H L K — 4
Sa racine M K ou G N est — 2
A la mesme adjousté G D 3 premier en l'ordre, ou en son lieu G E 3, faict pour N E 5. Mais A D est egale à N E (lequel se prouve, soubstrayant A D 5 de E D 6, reste A E 1, qui multiplié par A B 5, donne son vray produict 5) faict doncques pour A D — 5
Ce qu'il falloit demonstrer.



Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demõstre geometriquement ainsi: Soit descript le quarré A B C D, denotant 1②, ergo son costé A D (lequel nous prouverons valoir 1, à la fin de la demõstration) sera 1①. Puis soit produict D A en E, & soit toute la D E 6, & de A E, & A B, soit descrit le rectangle A E F B; Ergo le rectangle D E F C (veu que D E est 6, & D C 1①) sera 6①. Or puis que le quarré A B C D, qui est 1②, est egal à 6①—5, & que le rectangle D E F C faict 6①, ergo le rectangle A F sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir A B C D 1②, egale à D E F C 6①—A F 5; Et A D est la 1①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitie de E D 6, qui soit G D, sera — 3
Son quarré G H I D — 9
Au mesme adjousté le —5 donné, c'est à dire moins le gnomon B K I D G M, qui soit egal au rectangle A F, — —5
Somme pour le quarré M H K B — 4
Sa racine M B ou G A est — 2
La mesme soubstraict de G D 3, premier en l'ordre, reste pour A D — 1
Ce qu'il falloit demonstrer.

Nota 1. Quant à l'exception qu'aucuns font en ceste troisiesme differẽce, ce ne doibt (à mon avis) point estre d'exception; veu que nous venons au vray requis par generale reigle, & par une mesme maniere. Prenons pour exemple, que les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, soyent tels: le premier 1②, le second 12①—36, le troisiesme 1①, & faisons en operation, semblable à la precedente, en ceste sorte:

La moitie de 12 (des 12①) est — 6
Son quarré — 36
Au mesme adjousté le ⓪ donné, qui est — —36
Donne somme — 0
Sa racine quarrée — 0
A la mesme adjousté 6 premier en l'ordre, faict pour premiere solution — 6
Ou autrement, 0 cincquiesme en l'ordre, soubstraict de 6 premier en l'ordre, restera pour seconde solution — 6

Et

Et appert, que celuy qui suivera la generale reigle, ne sera en rien deceu.

NOTA 2. Quelqu'un pourroit doubter, que veult signifier la double solution de ceste troisiesme difference (qui se peuvent rencontrer, comme en aucuns exemples suivans en six diverses sortes) & comment l'une & l'autre pourra estre bonne. Or combien que cecy apparoistra assez en diverses exemples d'algebre suivans; Toutesfois pour ceux, qui ce pendant pourroyent estre en doubte, nous en dirons icy quelque chose. Posons le cas, qu'il y a proposé de partir 6 en deux parties telles, que leur produict soit 8: On trouvera par la premiere maniere que l'une nombre requis sera 4, & par l'autre maniere, se trouvera 2. Mais que l'un & l'autre solution soit bonne, est manifeste. Car si on dict que l'un nombre est 4, doncques soubstraict 4 de 6, reste 2 pour l'autre nombre, lesquels 4 & 2 donnent produict selon le requis 8. Ou si on dict par la seconde maniere, que l'un nombre est 2, ergo soubstraict 2 de 6 reste 4 pour l'autre nombre, lesquels 2 & 4 donnent le mesme produict requis 8. En ceste question doncques & semblables voit on l'usage de ceste double solution.

NOTA 3. Nous pourrions donner exemples en la seconde & troisiesme difference, la ou se rencontrent nombres radicaux, comme nous avons faict à la precedente premiere difference; Mais veu que l'operation est en toutes trois la mesme, comme il appert, & comme nous avons promis d'exhiber au commencement de ce probleme, il ne sera point de mestier.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DU PRECEDENT LXVIII. PROBLEME.

Nous avons amplement faict aux constructions precedentes leurs demonstrations, tant Geometriques, qu'Arithmetiques; Mais encore n'est pas notoire par icelles l'occasion qui a faict inventer à Mahomet telle reigle. A fin doncques que la chose soit entendue parfaictement, nous la declarerons par ses causes, comme s'ensuit.

Quand ② est egale à ① ⓪, nous la pouvons reduire en ①, egale à ⓪, & alors est la valeur de 1① notoire par le precedent 67 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoistra. Soit par exemple:

1② egale a — 6① + 16.

Qui sont le premier & second terme, de la premiere construction, de la seconde difference; Et ajoustons à chasque partie 6①, & seront

1② + 6① egales à 16.

Reste maintenant de trouver quelque ⓪, qui ajousté à ② + 6①, tel trinomie aie racine, qui soit 1① + quelque ⓪. Or pour trouver tel nombre, il ne faut que multiplier la moitie de 6 (des 6①) qui est 3, en soy, faict 9, & on l'aura (la raison pourquoy le quarré de la moitie du nombre de ①, est tousiours le ⓪, qu'il faut ajouster à tel binomie, & par cela manifeste, que le produict du nombre de ②, qui est icy unité, multiplié par le ⓪, est tousiours egal au quarré de la moitie du nombre ①; Et qui encore veut sçavoir pourquoy tel produict est tousiours egal au quarré, de la moitie du nombre de ①; Qu'il multiplie 1① + quelque ⓪, en soy, & facilement verra la cause, es nombres procedens de l'operation de telle multiplication) Ajoustons doncques 9, à chascune des egales parties, & seront

1② + 6① + 9, egales à 25.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée, & seront:

1① + 3, egales à 5.

Puis soubstrayons de chascune partie 3, & sera

1① egale, ou vaudra pour solution 2.

Et par ceste maniere, nous pourrions solver tous semblables exemples; Mais à fin que telle invention de valeur de 1①, soit plus commode, on l'a redigé en ordre, & on en a faict une reigle, considerant d'ou nous procede tel 2, valeur de 1①, & nous voyons apertement, qu'on ajouste tousiours le quarré du nombre de ①, au ⓪, & que nous extrayons de la somme racine quarrée, & que de telle racine on soubstraict encore la moitie du nombre de ①; & pourtant est-ce, qu'on applique ces choses ainsi en reigle de ladicte construction.

Quant à l'origine de la seconde construction, qu'il y a en chascune difference, elle est semblable à la precedente. Soyent par exemple 4②, egales à — 4① + 24, qui sont le premier & second terme de la seconde construction, de la seconde difference; Et ajoustons à chascune partie 4①, & seront

4② + 4①, egales à 24.

Reste maintenant de trouver quelque ⓪, qui ajousté à 4② + 4①, le trinomie aie racine, qui soit ① + quelque ⓪.

Or pour le trouver, il ne faut que multiplier la moitie de 4 (des 4①) qui est 2, en soy, faict 4, & diviser le mesme par 4 (des 4②,) donne quotient 1, pour tel nombre requis: la raison pourquoy l'on trouve tel nombre tousiours ainsi, est notoire par ce que nous en avons dict cy dessus. Ajoustons doncques à chascune partie 1, & seront

4② + 4① + 1, egales à 25.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée, & seront

2① + 1, egales à 5.

Puis soubstrayons de chasque partie 1, & seront

2①, egales à 4.

Divisant doncques 4 par 2 (des 2①) on aura la valeur de 1①, qui sera 2; Et appert que de ceste operation est colligée la reigle de l'un des exemples de ladicte deuxiesme difference.

Item si l'on considere, que nombre de multitude de ① divisé par le double de la racine du nombre de multitude de ②, donne tousiours quotient ⓪, duquel le quarré ajousté au binomie, luy faict trinomie, ayant racine composée de ① & ⓪, on en colligera encore une autre maniere.

Et par les choses dessus dictes est assés notoire l'origine des autres deux differences, toutesfois parce que nous avons dict, qu'en l'origine appert pourquoy la troisiesme difference a deux solutions, nous la declarerons. Soit 1②, egale à 6① — 5, qui sont le premier & second terme de l'exemple de la troisiesme difference, & soubstrayons de chascune partie 6①, & sera

1② — 6①, egale à — 5.

Reste maintenant de trouver quelque ⓪, qui ajousté à 1② — 6①, le trinomie aie racine, qui soit 1① & quelque ⓪, le mesme pour les raisons que dessus sera 9 (à sçavoir le quarré de — 3 moitie de — 6 des — 6①.) Ajoustons doncques à chascune partie 9, & seront

1② — 6① + 9, egeles à 4.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée, & sera

1① — 3, egale à 2.

ou autrement

— 1① + 3, egale à 2.

Car

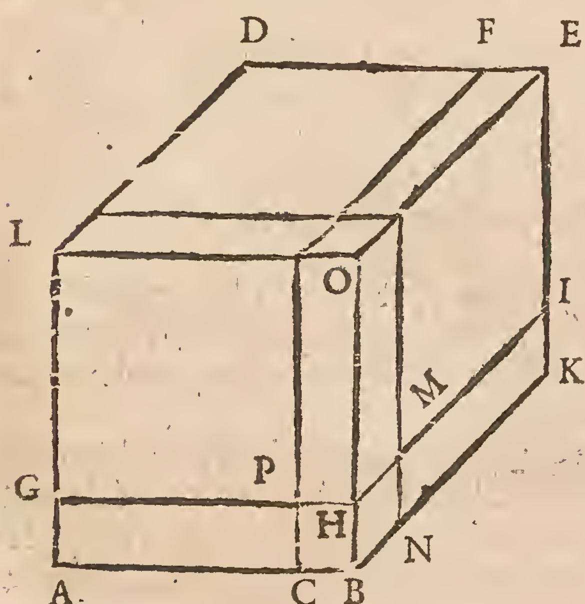
Car autant 1 ① — 3, comme — 1 ① + 3, est racine de 1 ② — 6 ① + 9; quand doncques nous posons pour racine 1 ① — 3 egale à 2, il faut adjouster à chascune partie 3, & 1 ① sera egale, ou vaudra 5. Mais si nous posons pour racine — 1 ① + 3, egale à 2, il faudra soubstraire de chasque partie 2, & restera — 1 ① + 1, egale à 0; Et ajoustant à chascune partie 1 ①, alors sera 1 ① egale ou vallant 1. Et est la cause de la double solution à ladicte troisiesme difference par ces choses si manifeste, qu'il n'est mestier d'en sonner plus mot; Laquelle origine il falloit declarer. *Conclusion*. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ②, le second ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouve leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

N o t a. Voyla achevée l'invention du quatriesme terme proportionel iadis practisée par Mahomet. S'ensuivent celles de ses successeurs; Mais avant qu'y venir nous descrirons quelque theoreme necessaire à leurs operations & demonstrations, que nous avons colligé du theoreme de Tartalia, descript par Cardane chap. 6. livre A l g e b. & formé selon nostre guise, à nos demonstrations plus commode, comme s'ensuit.

Theoreme.

Si on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, sera egal aux deux cubes des parties, & troisfois le solide rectangle, contenu soubs les deux parties & toute la ligne.

Explication du donné. Soit la ligne droicte A B, coupée ou que ce soit en C. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que le cube, de la A B, est egal, aux deux cubes, de A C, & C B, & troisfois le solide rectangle, contenu soubs A C, & C B & A B.



Preparation de la demonstration.

Descrivons de la ligne A B, le cube A D E B, qui soit coupé par le plain C F, parallele au quarré B E, & puis par le plain G H I, parallele à la base A K, & ainsi que H B soit egale à C B; puis par le plain L N, parallele au quarré A O, & ainsi que H M soit egale à la H B. *Demonstration.*

Toutes les parties sont egales à leur tout,

Deux cubes de A C, & C B, & les trois rectangles contenuz soubs A C, & C B, & A B, ou soubs leurs egales, font tout le cube de A B,

Ergo lesdictes parties sont egales au cube de A B.

L'assomption se prouve ainsi: Le cube de A C est celuy duquel le quarré est L F, & le cube de C B est C H N, & les trois solides rectangles sont L H, & N F, & G C, (nous denotons par G C, le solide rectangle consistant soubs la superfice G C) lesquelles sont les parties integrantes du cube A E. Mais que lesdicts trois solides rectangles, sont contenus soubs trois lignes egales à A C, C B, & A B, se demonstre ainsi: du solide L H la H O est egale à la A C, & H M, à la B C, & G H, à la A B, & semblable sera la demonstration des deux autres solides, N F, & G C.

L'on pourroit encore prendre les trois solides rectangles d'aultre sorte que dessus; à sçavoir L C, & H F, & N I. Nous denotons par N I, le solide rectangle consistant soubs la superfice N I.

Application des nombres aux grandeurs cy dessus.

Soit toute la A B quelque nombre comme 10, & A C soit 8, & B C 2, ergo le cube de A C	512
Et le cube de C B	8
Et le solide rectangle L H 160, son triple pour les trois solides rectangles	480
Leur somme	1000
Egale au cube de A B 10, qui est aussi	1000

Conclusion. Si doncques on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Corollaire I.

Il appert, que le quarré A B, est egal au quarré de A C, avec le gnomon P O B A.

Corollaire II.

Il est notoire que le gnomon P O B A est egal au quarré de C B, & le double du produict de A C & C B.

Corollaire III.

Il est manifeste, que le nombre des trois solides rectangles, L H, N F, G C, est egal au nombre de 6 quarrez de A C, & 12 lignes de A C. Par exemple, les 6 quarrez de A C (veu que nous posons A C 8) font 384, & 12 fois A C faict 96, qui avec 384 faict 480: Et aussi font 480 lesdicts trois solides rectangles.

Corollaire IV.

Il est evident, que le nombre du cube de la ligne A B, est egal au nombre du cube de A C, & de 6 quarrez de A C, & de 12 lignes A C, & du cube de C B.

Car, le nombre du cube de A B (posant pour A B 10, & pour C B 2, comme dessus) est	1000
Qui sera egal au nombre du cube de A C	512
Et de 6 quarrez de A C	384
Et de 12 lignes A C	96
Et du cube de C B	8
Desquels la somme est aussi	1000

Corollaire V.

Il appert, que le quarré de A B, excede au quarré de A C, ou P G, au gnomon P O B A, d'ou s'ensuit que six quarrez de A B, excedent à six quarrez de A C, en six gnomons P O B A, &c.

Probleme LXIX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

① + ⓪ — N o t a. Le binomie du second terme
— ① + ⓪ — donné de ce probleme, se peut rencontrer
① — ⓪ — en trois differences, à sçavoir:

Lesquelles trois differences nous declarerons separeement.

PRE-

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ①+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ①+40, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le quarré de la moitie de 40 donné, est 400
Du mesme soubstraict le cube de 2 (tiers de 6 de 6 ①) qui est 8, reste 392, sa racine √ 392, qui adjoustée à 20, moitie de 40 donnez, faict 20 + √ 392
Sa racine cubique est √ ③ bino. 20 + √ 392
A laquelle adjousté son respondant binomie disioinct comme √ ③ bino. 20 — √ 392
Donne somme √ ③ bino. 20 + √ 392 + √ ③ bino. 20 — √ 392

Laquelle je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Si la conversion du multinomie de ceste solution en nombre Arith. fust legitimement inventée (quand il sera possible comme icy) ce seroit singuliere invention, servant autant aux problemes suivans, comme a cestui-cy; & le trouverions valoir 4, par lequel nous pouvons faire demonstration, mettant soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ③.	6 ① + 40.	1 ①.	4.
64	64.	4.	4.

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel.

Quant à l'addition, que nous avons dict generale, par le moyen du theoreme du 24 probleme; à sçavoir que multipliant le quotient des deux racines cubiques plus un, par le diviseur; Elle ne nous faille en rien, mais parce que les parties sont incommensurables, à la fin nous reviennent les mesmes deux racines cubiques des binomies donnez.

Mais pour trouver ce 4 terme en nombre absolus, parfaictement ou si pres que l'on veut, nous renvoyons le Lecteur à une reigle generale qui sera mise à la fin du 77. probleme suivant, ce qui servira non seulement icy, mais aussi à tous les problemes suivants jusques à la mesme reigle.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69 probleme selon la precedente operation, deux cubes, L F 20 + √ 392, & C H N 20 — √ 392, leur somme est 40, & leur produict 8; Doncques le costé D F, ou A C, faict √ ③ bino. 20 + √ 392, & le costé C B, faict √ ③ bino. 20 — √ 392, lesquels deux costez A C, & C B, ajoustez, font pour le costé A B, du cube A E, √ ③ bino. 20 + √ 392 + √ ③ bino. 20 — √ 392. Il faut demonstrer, que tout le cube A E vaudra 6 ① + 40, qui estant faict nous aurons le requis; car si on demonstre que le cube qui est A E, de 1 ① A B √ ③ bino. 20 + √ 392 + √ ③ bino. 20 — √ 392, vaut 6 ① + 40; Doncques on conclura par la renverse raison que du cube A E 6 ① + 40, la 1 ① A B vaudra √ ③ bino. 20 + √ 392 + √ ③ bino. 20 — √ 392, & par consequent 1 ③ vallant 6 ① + 40, qu'alors 1 ① vaudra √ 3 bino. 20 + √ 392 + √ bino. 20 — √ 392. *Demonstration.* Le produict de A C √ ③ bino. 20 + √ 392, par C B √ ③ bino. 20 — √ 392. est (par le 40 probleme) 2, pour la superfice G C, parquoy la superfice M O sera aussi 2, qui multipliée par 1 ① G H (car G H est egale à 1 ① A B) donne produict pour le solide rectangle L H 2 ①; & semblablement seront les deux solides rectangles N F, & G C, aussi chascun 2 ①, & tous trois ensemble feront 6 ①. Item les deux cubes L F, & C H N (veu que leurs costez sont comme dessus) font ensemble 40; doncques tout le cube A E, faict 6 ① + 40; Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il avient aucunefois que les racines cubiques de l'operation vallent nombre Arithmetique, desquels l'operation peut estre la mesme comme dessus. Par exemple 1 ③ vault 12 ① + 16, & on requiert la valeur de 1 ①.

Construction.

Le quarré de la moitie de 16 donné, est 64; du mesme soubstraict le cube de 4 (tiers de 12 des 12 ① qui est 64, reste 0, sa racine √ 0, qui ajoustée à 8, moitie de 16 donné, faict 8 + √ 0, sa racine cubique est √ ③ bino. 8 + √ 0
A laquelle ajousté son respondant binomie disioinct comme √ ③ bino. 8 — √ 0
Donne somme pour solution √ ③ bino. 8 + √ 0 + √ ③ bino. 8 + √ 0.

Qui vaut 4. Et ainsi d'aultres semblables. Nous appellons cecy racine cubique de binomie, non pas que veritablement il le soit; Mais à fin de demonstrer la generalité de l'ordre de la construction. Ceste note soit aussi pour avertissement aux problemes suivans la ou le semblable pourroit avenir; Car de descrire diverses reigles (comme font aucuns) de ce qui se peut faire par une reigle generale, il semble inutile.

DE L'IMPERFECTION QU'IL Y A EN CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il avient en aucuns exemples de ceste difference, que le quarré de la moitie du ⓪ donné, sera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'ou s'ensuit que le mesme cube, ne se pourra soubstraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente construction; de sorte que ceste premiere difference (ensemble aucuns exemples des problemes suivans, qui se convertissent en icelle) est encore imparfaicte. Rafael Bombelle la solve par diction de *plus de moins & moins de moins* en ceste sorte: Soyent les trois termes donnez, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ③, le second 30 ① + 36, le troisiesme 1 ①.

Construction semblable à la precedente.

Le quarré de la moitie de 36 donné est 324
Du mesme soubstraict le cube de 10 (tiers de 30 des 30 ① données) qui est 1000, reste — 676, sa racine + de — 26, qui ajousté à 18, moitie des 36, faict 18 + de — 26
Sa racine cubique √ ③ bino. 18 + de — 26
A laquelle ajousté son respondant binomie disioinct, comme √ ③ bino. 18 — de — 26
Donne somme & solution √ ③ bino. 18 + de — 26 + √ ③ bino. 18 — de — 26.

Or si par les nombres de ceste solution, l'on sceust approcher infinement à 6 (car ils vallent precisement autant) comme on faict par les nombres de la solution, du precedent premier exemple, certes ceste difference seroit en sa desirée parfection.

Cardane met aussi en son *Aliza* quelques exemples, servans à ceste matiere, mais par generaux, ains à tastons, par lesquels aprés grand travail, on ne peut souventesfois

fois rien en effectuer. Quant à moy, j'estime inutile d'en escripre icy de semblables; La raison est, que ce qui ne se peut trouver par certaine reigle, semble indigne d'avoir lieu entre les propositions legitimes. D'autre part, que de ce qui se solve en telle maniere, la Fortune en merite autant d'honneur, comme l'efficient. Au tiers, qu'il y a assez de matiere legitime, voire en infini, pour s'en exercer, sans s'occuper, & perdre le temps, en les incertaines: pourtant nous les passerons oultre. Ceux ausquels plairont tels exemples, ils en pourront faire à leur plaisir.

DE L'ORIGINE DE CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente construction apparoist à la figure du theoreme devant ce 69 probleme en ceste sorte: Veu qu'il y a proposé, que 1 ③ qui soit AE, est egale à 6 ① + 40, & que l'on desire sçavoir la valeur de 1 ① AB, nous distribuons ces deux parties, comme 6 ①, & 40, à les parties integrantes du cube AE, & posons que les deux cubes, comme LF, & CHN, sont 40; & que les trois solides rectangles comme LH. NF. GC sont les 6 ①; Doncques chasque solide rectangle sera 2 ①; à sçavoir la tierce part des 6 ①; Mais la longeur de chasque solide rectangle est 1 ①, à sçavoir le costé du cube AE: Divisé doncques le solide 2 ①, par son costé 1 ②, donne quotient 2, pour une superfice comme AP. Estant doncques la superfice AP 2, il faut que AC, multiplié par PC, face 2; Mais AC, & PC, sont les deux costez des cubes LF, & CHN, qui font ensemble 40 par l'hypothese: Ergo les nombres de AC, & PC, sont tels que leur produict est 2, & la somme de leurs cubes est 40, Mais CB, est egale à PC, ergo les nombres de AC & CB, sont tels, leur produict est 2, & la somme de leurs cubes est 40.

Quand doncques nous aurons trouvez tels deux nombres, la somme des mesmes (veu que AB, est la somme de AC & CB) sera la requise valeur de 1 ① AB. Et pourtant disons nous en ceste premiere difference par reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la somme de leurs cubes est egale au ⓪ donné, que la somma d'iceux deux nombres sera la valeur de 1 ①. Qui estant ainsi nous metterons une question telle: *Trouvons deux nombres tels que leur produict soit 2* (qui est le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la somme de leurs cubes* 40 (qui est le 40 donné) Et est ceste la 7 question du 81 probleme, par l'operation de laquelle il appert estre colligée la reigle de la construction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ③, le second — 6 ① + 20, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le quarré de la moitie de 20 donné est	100
Au mesme ajousté le cube de 2 (tiers de 6 des 6 ①) qui est 8, faict 108, sa racine quarrée est √ 108, qui ajousté à 10, moitie des 20 donnez, faict	√ 108 + 10
Sa racine cubique est	√ ③ *bino.* √ 108 + 10
De laquelle soubstraict son respondant binomie disioinct comme	√ ③ *bino.* √ 108 — 10
La reste sera	√ ③ *bino.* √ 108 + 10 — √ ③ *bino.* √ 108 — 10.

Laquelle je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* La solution cy dessus pour valeur de 1 ① vaut 2, mettons doncques par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ③.	— 6 ① + 20.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69. probl. selon la precedente operation, deux cubes AE √ 108 + 10, & CHN √ 108 — 10, leur difference (qui est le cube LF, avec les trois solides rectangles LH, NF, GC) est 20, & leur produict 8; Doncques le costé AB, faict √ ③ *bino.* √ 108 + 10, & le costé CB √ ③ *bino.* √ 108 — 10; Puis soubstraict le costé CB, du costé AB, reste pour AC, costé du cube LF, √ ③ *bino.* √ 108 + 10 — √ ③ *bino.* √ 108 — 10. Il nous faut demonstrer que le cube LF, vaudra — 6 ① + 20, qui estant faict, nous aurons le requis. Car si on demonstre que le cube (qui est LF) de 1 ① DF, ou AC √ ③ *bino.* √ 108 + 10 — √ ③ *bino.* √ 108 — 10, vaut — 6 ① + 20: Doncques on conclura par la renverse raison, que du cube LF — 6 ① + 20, là 1 ① DF ou AC, vaudra √ ③ *bino.* √ 108 + 10 — √ ③ *bino.* √ 108 — 10. Et par consequent 1 ③ vallant — 6 ① + 20, qu'alors 1 ① vaudra √ ③ *bino.* √ 108 + 10 — √ ③ *bino.* √ 108 — 10. *Demonstration.* Le produict de AB √ ③ *bino.* √ 108 + 10, par CB √ ③ *bino.* √ 108 — 10 est 2 (par le 40 probleme) pour la superfice GB, parquoy la superfice LO sera aussi 2, qui multipliée par 1 ① HO (car HO est egale à 1 ① AC) donne produict pour le solide rectangle LH 2 ①, & semblablement seront les deux solides rectangles NF & GC chascun 2 ①, & tous trois ensemble feront 6 ①, aux mesmes ajousté le cube LF, font par la preparation 20, des mesmes autrefois soubstraict les trois solides rectangles vallans 6 ① restera le cube LF vallant — 6 ① + 20. Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente construction, procede (comme celle de la premiere difference) de la figure, du theoreme devant ce 69 probleme, en ceste sorte: Veu qu'il y a proposé, que 1 ③, qui soit le cube LF, est egale à — 6 ① + 20, & que l'on desire sçavoir la valeur de 1 ① DF, ou AC, nous distribuerons ces deux parties, comme — 6 ① + 20, ainsi: Posons que le cube LF, avec les trois solides rectangles LH. NF. GC, soit 20, & que les trois solides rectangles soyent 6 ①, & demeurera, selon l'hypothese, 1 ③ LF vallant — 6 ① + 20. Or puis que les trois solides rectangles font 6 ①, doncques chasque solide rectangle sera 2 ①; Mais la largeur de chasque solide rectangle est 1 ①, à sçavoir le costé du cube LF, ou bien la ligne HO. Divisé doncques le solide LH 2 ①, par son costé HO 1 ①, donne quotient 2, pour une superfice, comme LO, ou AH; Or estant la superfice AH 2, il faut que AB, multiplié par BH, face aussi 2; Mais AB, & BH, sont les deux costez des cubes AE, & CHN, desquels la difference est 20, car leur difference est le cube LF, avec les trois solides rectangles,

gles, qui tous ensemble font 20 par l'hypothese: Ergo les nombres de AB, & BH, sont tels, que leur produict est 2, & la difference de leurs cubes, est 20; Mais CB est egale à BH; ergo les nombres de AB & CB, sont tels, que leur produict est 2, & la difference de leurs cubes est 20; Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres, la difference des mesmes (veu que AC est la difference entre AB & CB) sera la requise valeur de 1 ① AC: Et pourtant nous disons en ceste seconde difference pour reigle generale; que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la difference de leurs cubes, est egale au ◎ donné, qu'alors la difference d'iceux deux nombres, sera la valeur de 1 ①. Qui estant ainsi nous metterons question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit* 2. (qui est le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la difference de leurs cubes* 20 (qui est le 20 donné) Et est ceste la 8 question du 81 probleme. Et appert que par l'operation de la mesme, est colligée la reigle de la construction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DIFFERENCE TROISIESME DE SECOND TERME ①—◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: Le premier 1 ③, le second 7 ① —6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

On mettra (par reigle) + au lieu du — donné, de sorte que 1 ③, se posera egale à 7 ① + 6, desquels la valeur de 1 ①, par la precedente premiere difference, est 3, auquel appliqué ① sera 3①

Et le quarré dudict 3, est 9, qui soubstraict du 7 (des 7 ① donnez) reste —2

Puis 1 ② (par reigle) donne 3 ① (premier en l'ordre) —2 (second en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 2 ou 1

Je di que autant 2 comme 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

Premiere solution.

1 ③.	7 ① —6.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Seconde solution.

1 ③.	7 ① —6.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 2 ou 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

DE L'ORIGINE DE CESTE TROISIESME DIFFERENCE.

A fin de declarer premierement en general ceste origine, faut sçavoir, que nous tachons d'ajouster à chasque partie des egales parties donnees, un mesme nombre, tel, qu'alors divisée chasque partie par quelque commun diviseur, que les quotiens soyent ② egale à ① ◎, desquels la valeur de 1 ①, sera notoire par le 68 probleme, dont nous dirons maintenant plus particulierement en ceste sorte:

Quand nous divisons 1 ③ + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, estant ce diviseur commensurable au nombre à diviser, il est notoire, qu'il en sortira necessairement 1 ② — quelque ① + quelque ◎. Il appert aussi par la mesme division, que le ◎ du nombre à diviser, sera tousiours le cube du ② du diviseur, pourtant il faut que le nombre que nous ajousterons à chascune partie, soit le cube du ◎, qu'il nous faut trouver, pour appliquer à la 1 ①. Au second il est manifeste, que pour diviser les 7 ① —6 donnez & + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, ainsi que le quotient soit ◎, il sera necessaire (comme un chascun pourra facilement veoir par l'experience, en toutes telles divisions) que le quotient multiplié par le ◎ du diviseur, le produict soit egal au ◎ du nombre à diviser; dont il appert, qu'il nous faut avoir quelque nombre de ceste qualité: *Trouvons un nombre cubique qui avec* —6 (pour le —6 donné) *face autant, comme le costé dudict cube, multiplié par* 7 (7 des 7 ① donnés) Qui est la 9. question du 81 probleme; & appert par la mesme, que le nombre requis, qu'il nous faudra ajouster à chasque partie donnée, sera 27, duquel la racine cubique 3, est le nombre, qui faudra estre ajousté à ladicte 1 ①, pour avoir ledict commun diviseur, qui sera 1 ① + 3. Ajoustons doncques 27 à chasque partie des egales parties données (qui est à 1 ③, & à 7 ① —6) &

1 ③ + 27, seront egales à 7 ① + 21.

Puis divisons chasque partie par ledict commun diviseur 1 ① + 3, & par le 50 probleme,

1 ② —3 ① + 9, seront egales à 7.

Lesquels reduictes, 1 ② sera egale à 3 ① — 2, desquels (par le 68 probleme) 1 ① vaudra 2, pour solution, comme dessus.

Mais pour demonstrer que ces choses sont l'origine de ladicte construction, avise que le —6 donné devient au susdict 9 exemple du 81 probleme, apres la reduction faict, à estre +6; pourtant nous avons dict en la precedente construction, qu'on mettra par reigle +, au lieu du — donné, & que selon tels termes (parce qu'audict 9 exemple, l'on trouvoit la valeur de 1 ①, estant 1 ③ egale à 7 ① + 6) l'on prendra la valeur de 1 ①, qui est 3.

Mais pour clairement demonstrer la reste, nous mettrons icy les characteres de la division, qui se faisoit de 1 ③ + 27, par 1 ① + 3, parce que le suivant en depend: en ceste sorte:

9 ①
—3 ②
1 ③ + 27 (1 ② — 3 ① + 9
1 ① + 3
1 ① + 3
1 ① + 3

Or nous voyons que le susdict 3, valeur de 1 ①, se trouve devant la ①, de ce quotient. & le dernier nombre du mesme quotient (comme icy 9) est tousiours le quarré de ladicte valeur de 1 ① (comme ici de 3.) Puis il appert aussi en la reduction ci dessus, de 1 ② —3 ① + 9 egales à 7, en 1 ② egale à 3 ① —2, que l'exces —2 dudict 7 (qui est le 7 de 7 ① donnés) pardessus le 9, est tousiours le ◎ des derniers termes egaux. Et parce que cecy est ainsi perpetuel en tous exemples, nous delaissons ces laborieuses computations, & le comprenons en une reigle plus briefve, comme ladicte construction demonstre. Laquelle origine il nous falloit declarer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences, à sçavoir:

② + ⓪ — ② + ⓪ ② — ⓪	Lesquelles trois differences nous avons reduict à une mesme maniere d'operation, lesquelles nous descriprons separement pour plus grande evidence, en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1③, le second 6② + 400, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Ceste construction se peut faire en deux sortes; L'une procedant d'origine à laquelle se faict conversion des termes donnez, en ③ egale à ① + ⓪; L'autre en ③ egale à — ① + ⓪. Or quand ③ est egale à ① + ⓪, alors la valeur de 1 ① se trouve par la premiere difference du 69 probleme: Mais quand telle solution ne se pourra faire par icelle, pour les raisons que nous en avons dict à la mesme difference, alors ne se pourra aussi faire, par telle maniere, en ceste premiere difference; Pourtant on la pourra solver par ladicte deuxiesme maniere, à sçavoir, procedant de reduction en ③ egale à — ① + ⓪; Laquelle est generale. Parquoy nous descriprons les manieres toutes deux; Et premierement la construction procedente de conversion en ③ egale à ① + ⓪ comme s'ensuit.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6②) est — 2
Qui multiplié par son double 4 faict 8, au mesme adjousté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① sera — 12①
Puis de 400 donnez soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre, qui est 8, reste — 392
Au mesme adjousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 du second en l'ordre, qui est 24, faict — 416
Puis on dira 1③ (par reigle) vaut 12① (second en l'ordre) + 416 (quatriesme en l'ordre) combien 1①? faict (par la 1 difference du 69 probleme) √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200
Au mesme adjousté 2 premier en l'ordre, faict √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 42200 + 2.

Je di que le mesme est le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmetique. La solution cy dessus, pour valeur de 1①, est egale à 10; mettons doncques par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1③.	6② + 400.	1①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1③ A B, egale ou vallant 6② A B + 400; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6② donnez.

Il faut demonstrer que son costé ou 1① A B vaudra √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2. *Demonstration.* 1③ A B est par l'hypothese, egale à 6② A B + 400.

Mais 1② A B, est egale à 1② A C + le gnomon P O B A, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6② A B, sont egales à 6② A C + 6 gnomons P O B A;

Ergo 1③ A B, est egale à 6② A C + 6 gnomons P O B A + 400.

Mais le gnomon P O B A, est egal à 1② C B + le double du produict de 1① A C par C B par le 2 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6 gnomons P O B A, sont egaux à 6② C B + 24① A C.

Ergo 1③ A B, est egale à 6② A C + 6② C B + 24① A C + 400.

Mais 6② C B, sont egales à 24 (car C B est 2;) parquoy 6② C B (veu que chasque cube de C B vaut 8) sont egales à 3③ B C;

Ergo 1③ A B, est egale à 6② A C + 3③ C B + 24① A C + 400.

Mais 1③ A B, est egale à 1③ A C + 1③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C. par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1③ A C + 1③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C, sont egales à 6② A C + 3③ C B + 24① A C + 400.

Mais les trois solides rectangles L H. N F. G C; sont egaux à 6② A C + 12① A C, par le 3 corollaire devant le 69 probleme;

Ergo 1③ A C + 1③ C B + 6② A C + 12① A C, sont egales à 6② A C + 3③ C B + 24① A C + 400.

Puis soubstrayons de chasque partie 1③ C B + 6② A C + 12① A C;

Ergo restera 1③ A C, egale à 2③ C B + 12① A C + 400.

Mais 2③ C B (parce que C B faict 2) vallent 16;

Ergo 1③ A C, sera egale à 12① A C + 416.

Mais estant 1③ A C egale ou vallant 12① A C + 416, alors par le 69 probleme 1① A C vaudra √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200. A la mesme A C, adjousté C B 2, faict pour 1① A B √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2; ce qu'il falloit demonstrer.

SECONDE MANIERE DE CONSTRUCTION, QUI EST GENERALE, *procedante de conversion des termes donnez, en ③ egale à — ① + ⓪.*

Explication du donné. Soient donnez les mesmes termes de la precedente premiere maniere, tels: le premier 1③, le second 6② + 400, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le produict des 400 donnez par le 6 des 6② donnez, faict 2400, auquel appliqué — & ① faict — — 2400①
Le quarré de 400 donné est — 1600
Puis 1③ (par reigle) donne — 2400① + 1600

(pre-

(premier & ſecond en l'ordre) combien 1①?
faict par la 2 difference du 69 probleme 40
Par le meſme diviſé le 400 donné donne quotient 10

Ie di que 10 eſt le quatrieſme terme proportionel requis, dont l'Arithmetique & geometrique demonſtrations ſont faictes ci devant, mais l'origine s'enſuivera à la fin de ce probleme.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+0.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1③, le ſecond —6② +32, le troiſieſme 1①. *Explication du requis*. Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction ſemblable à la premiere conſtruction, de la premiere difference.

Le tiers de —6 (des 6②) eſt —2
Qui multiplié par ſon double —4, faict 8, au meſme adjouſté le quarré de —2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① fera 12①
Puis des 32 donnez, ſoubſtraict le cube de —2 premier en l'ordre, qui eſt —8, reſte 40
Au meſme ajouſté le produict de —2 premier en l'ordre, par 12 ſecond en l'ordre, qui eſt —24, faict 16
Puis on dira, 1③ (par reigle) vault 12① (ſecond en l'ordre) +16 (quatrieſme en l'ordre) combien 1①? faict par le 69 probleme 4
Au meſme ajouſté —2 premier en l'ordre, faict 2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſon valeur en ceſte ſorte:

1③.	—6②+32.	1①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1③ A C, egale ou vallant —6②+32; Et ſoit C B 2, à ſçavoir le tiers de 6, des 6② donnez. Il faut demonſtrer, que ſon coſté ou 1① A C vaudra 2.

Demonſtration. 1③ A C, eſt par l'hypotheſe egale à —6② A C+32.

Ajouſtons doncques à chaſcune partie 6② A C;

Ergo 1③ A C +6② A C, ſeront egales à 32.

Puis ajouſtons à chaſcune partie 1③ C B+3 ſolides rectangles L H. N F. G C;

Ergo 1③ A C+6② A C+1③ C B +3 ſolides rectangles L H. N F. G C, ſeront egales à 1③ C B+3 ſolides rectangles L H. N F. G C+32.

Mais 1③ A C+1③ C B +3 ſolides rectangles L H. N F. G C, ſont egales à 1③ A B par le meſme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1③ A B+6② A C, ſont egales à 1③ C B+3 ſolides rectangles L H. N F. G C. +32.

Mais les 3 ſolides rectangles L H. N F. G C, ſont egales à 6② A C+12① A C, par le troiſieſme corol. devant le 69 probleme.

Ergo 1③ A B+6② A C, ſont egales à 1③ C B+6② A C+12① A C+32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 6② A C;

Ergo 1③ A B, demeurera egale à 1③ C B +12① A C+32.

Mais 12① A C, ſont moindres que 12① A B, en 12① C B; Parquoi ajouſtons à chaſcune partie 12① C B;

Ergo 1③ A B+12① C B, ſeront egales à 1③ C B +12① A B+32.

Mais 12① C B, ſont egales à 3③ C B; car eſtant chaſque C B 2, s'enſuit que 12① C B font 24. Item que 3③ C B ſeront auſſi 24;

Ergo 1③ A B+3③ C B, ſont egales à 1③ C B+12① A B+32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1③ C B;

Ergo 1③ A B+2③ C B demeurera egale à 12① A B+32.

Mais 2③ C B (veu que chaſque C B faict 2) ſont egales à 16;

Ergo 1③ A B+16, ſont egales à 12① A B+32.

Puis ſoubſtrayons de chaſcune partie 16;

Ergo 1③ A B, demeurera egale à 12① A B+32.

Mais eſtant 1③ A B, egale ou vallant 12① A B +16, alors par le 69 probleme 1① A B vaudra 4. Puis de ladicte A B ſoubſtraict C B 2, reſtera 1① A C 2; ce qu'il falloit demonſtrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1③, le ſecond 6②—32, le troiſieſme 1①. *Explication du requis*. Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le tiers de 6 (des 6②) eſt 2
Qui multiplié par ſon double 4 faict 8; au meſme ajouſté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① fera 12①
Puis des —32 donnez, ſoubſtraict le cube de 2 premier en l'ordre qui eſt 8, reſte 40
Au meſme ajouſté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 ſecond en l'ordre, qui eſt 24, faict —16
Puis on dira, 1③ (par reigle) vaut 12① (ſecond en l'ordre) —16 (quatrieſme en l'ordre) combien 1①? faict par le 69 probleme 2
Au meſme aiouſté 2, premier en l'ordre, faict 4

Je di que 4 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur, en ceſte ſorte:

1③.	6②—32.	1①.	4.
64.	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1③ A B, egale ou vallant 6② A B—32; Et ſoit C B 2, à ſçavoir le tiers de 6 des 6② donnez; Il faut demonſtrer que ſon coſté ou 1① A B vaudra 4. *Demonſtration*, 1③ A B, eſt par l'hypotheſe egale à 6② A B—32.

Mais 1② A B, eſt egale à 1② A C+le gnomon P O B A, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6② A B, ſont egales à 6② A C+6 gnomons P O B A;

Ergo 1③ A B, eſt egale à 6② A C +6 gnomons P O B A—32.

Mais le gnomon P O B A, est egal à 1 ② CB + le double du produict de 1 ① AC par CB 2, par le 2 corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6 gnomons POBA, sont egaux à 6 ② CB + 24 ① AC;

Ergo 1 ③ AB, est egale à 6 ② AC + 6 ② CB + 24 ① AC — 32.

Mais 6 ② CB, sont egales à 24 (car CB est 2) parquoi 6 ② CB (veu que chasque cube de CB vaut 8) sont egales à 3 ③ CB;

Ergo 1 ③ AB, est egale à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Mais 1 ③ AB, est egale à 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC par le mesme theoreme devant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC, sont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Mais les trois solides rectangles LH. NF. GC, sont egaux à 6 ② AC + 12 ① AC par le 3 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC sont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Puis soubstrayons de chasque partie 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC;

Ergo restera 1 ③ AC egale à 2 ③ CB + 12 ① AC — 32;

Mais 2 ③ CB (parce que CB faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ AC sera egale à 12 ① AC — 16;

Mais estant 1 ③ AC egale ou vallant 12 ① AC — 16, alors par le 69 probleme 1 ① AC vaudra 2, à la mesme AC ajouste CB 2, faict pour 1 ① AB 4; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② & ◎, nous les pouvons reduire, en ③, egale à ①, & ◎, ou en ② egale à ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le precedent 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction comme il apparoistra. Soit par exemple:

1 ③ egale a 6 ② + 400.

Qui sont le premier & second terme de la premiere difference; Et soubstrayons de chasque partie 6 ②;

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 400.

Puis ajoustons à chasque partie quelque ①, & ◎, telles que la premiere partie aie racine cubique de 1 ① + quelque ◎. Or pour trouver telles quantitez, ne faut que multiplier en soy cubiquement 1 ① — le tiers de 6, des 6 ②, qui est 1 ① — 2 (la raison pourquoy il faut prendre le tiers de 6 des 6 ②, est, que la potence cubique de 1 ① — ◎, a tousiours le nombre de ses ②, triple au ◎ de la racine, dont la raison appert, es nombres procedans de l'operation de telle cubique multiplication) Et donne produict 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8; du mesme soubstraict la premiere des egales parties 1 ③ — 6 ②, reste 12 ① — 8, qui ajoustez à chasque partie fera que la premiere partie aura racine cubique de ① & ◎; ajoustons les doncques à chasque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, seront egales à 12 ① + 392.

Puis extrayons de chasque partie racine cubique.

Ergo 1 ① — 2, seront egales à √ ③ *bino.* 12 ① + 392.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine servant à nostre propos, il nous faudra achever la reste par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne AB;

Ergo 1 ① AB — 2, sera egale à √ ③ *bino.* 12 ① AB + 392.

Puis posons que CB soit 2;

Ergo 1 ① AC, sera egale à √ ③ *bino.* 12 ① AB + 392.

Puis prenons la potence cubique de chasque partie;

Ergo 1 ③ AC sera egale à 12 ① AB + 392.

Mais 12 ① AB, valent 12 ① AC + 24 (car 12 fois CB 2, faict 24) ostons doncques les 12 ① AB —, en son lieu posons 12 ① AC + 24;

Ergo 1 ③ AC, sera egale a 12 ① AC + 416.

Et ainsi au lieu des donnez 1 ③ AB egale à 6 ② AB + 400, nous avons 1 ③ AC, egale à 12 ① AC + 416. Desquelles estant trouvé la valeur de ① AC, qui par le 69 probleme est √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200; s'ensuit que pour avoir la valeur de toute la AB requise, qu'il y faut encore ajouster la CB, qui par l'hypothese est 2, & sera pour solution comme dessus √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2.

Or que ceci est l'origine de ladicte construction, est manifeste; toutesfois pour plus grande evidence nous repeterons en brief le susdict en ceste sorte:

Premierement il appert (par les nombres faisans la cubique multiplication de 1 ① — 2) que le tiers de 6 des 6 ② qui est 2, multiplié par son double faict 8, & au mesme aiousté le quarré dudict 2 faict (tousiours pour nombre des ① reduictes) 12, & les applicant ① sont 12 ①

Il appert aussi que des 400 donnez, on a soubstraict le cube du susdict 2, qui est 8, & restoit 392, aux mesmes s'aiousta le produict dudict 2, par ledict 12, qui est 24, faict (tousiours pour le ◎ reduict) 416

Puis il appert, qu'estant 1 ③ egale à 12 ① AC + 416, qu'on en cherche la valeur de 1 ① par le 69 probleme qui est √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200.

Puis qu'au mesme on ajouste encore ledict tiers de 6 des 6 ②, qui est 2, faict pour solution √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2.

De sorte qu'il appert de point en point, que ceci est la vraie origine de la construction de la premiere difference; Et celui qui entendra bien ceste ci, entendra aussi celles des deux autres differences. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DE L'ORIGINE DE LA SECONDE CONSTRVCTION DE LA PRE- *cedente premiere difference.*

Quand ③ est egale à ② + ◎, nous la pouvons reduire en ③ egale à — ① + ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par la seconde difference du 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de la seconde construction de la precedente premiere difference, comme il apparoistra. Soit par exemple 1 ③, egale à 6 ② + 400, qui sont le premier & second terme de ladicte difference. Mais pour clairement expliquer le proposé, nous metterons dessoubs noz quatre termes leurs valeurs, en ceste sorte:

1 ③.

1③.	6②+400.	1①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Or il est notoire par les mesmes, que le cube de la valeur de 1①, est egal à six quarrez du mesme valeur + 400: Pourtant si nous avions nombre tel, que de son cube soubstraict les six quarrez du mesme nombre, & que la reste fust 400, il est manifeste, que tel nombre seroit la valeur de 1① requise. Pourtant mettons ceci en question telle: *Trouvons un nombre tel, que de son cube soubstraict les six quarrez dudict nombre, la reste soit* 400. Or si nous commençames à besoigner selon la vulgaire maniere, qui sera enseignée au 81 probleme, nous trouverions à la fin, egaleté de termes, qui seroient les mesmes que les termes donnez; de sorte que ne prouffiterions ainsi rien; Parquoi il nous faut mettre autre question que la precedente, laquelle est inventée en ceste sorte: Ie voi aux susdicts quatre termes, que si ie divisois le 400 donnez, par le 10 valeur de 1①, le quotient seroit 40: Doncques 40 & 10 sont deux nombres tels, que leur produict est 400, & du cube de l'un (à sçavoir du 10) soubstraict les 6 quarrez du mesme nombre, reste 400. parquoi je propose ceci en question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 400. & du cube de l'un, soubstraict les six quarrez du mesme nombre, la reste soit* 400. Et est notoire qu'estant trouvez tels deux nombres, l'un sera celui que nous cherchons: Or ceste question est la 10 du 81 probleme, par l'operation de laquelle, il est notoire estre colligée ladicte construction; Car apres la reduction, 1③ se trouva egale a — 2400 ① + 160000, mais ce 2400, est le produict de 6 & 400 donnez, auquel precede —, & leur quantité est ①: Et le 160000 est le quarré du 400 donné, ce qui avient ainsi en tous exemples semblables; & pourtant est ce, que l'on a mis tout ceci en reigle plus briefue. Quant au 400 qui se divise finalement par le 40 trouvé; La raison est notoire audict 10 exemple du 81 probleme. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DES SOLUTIONS QUE L'ON PEUT FAIRE PAR — SUR LES PRECEDENS PROBLEMES.

Aucuns des precedens problemes, de la proportion des nombres algebraiques, reçoivent par dessus les solutions ci devant données, encore d'autre solution par —; Et combien les mesmes ne semblent que solutions songées, toutesfois elles sont utiles, pour venir par les mesmes aux vraies solutions des problemes suivans par +; La cause est, qu'au valeur de 1① trouvé par quelque des problemes precedens, il faudra aucunefois encore aiouster quelque certain nombre, comme apparoistra; d'ou s'ensuit, que quand le nombre à aiouster, sera maieur que ladicte solution par —, que leur difference sera vraie solution par +. Or lesdictes solutions par — (lesquelles nous expliquerons par articles selon l'ordre des problemes) & leurs differentes precedentes sont telles:

ARTICLE I. Estant 1① egale à ⓪, la valeur de 1①, ne peut estre —: la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE II. Estant ② egale à ① + ⓪, la solution se peut faire par —; Par exemple 1② vaut 4① + 21, combien 1①? On changera le second terme donné ainsi: 1② vaut — 4① + 21, combien 1①? faict par le 68 probleme 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est —3. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1②.	4①+21.	1①.	—3.
9.	—12+21.	—3.	—3.

ARTICLE III. Estant ② egale a — ① + ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple, 1② vaut — 4① + 21, combien 1①? On changera le second terme donné ainsi: 1② vaut 4① + 21, combien 1①? faict par le 68 probleme 7, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est —7; l'Arithmetique demonstration en est telle:

1②.	—4①+21.	1①.	—7.
49.	28+21.	—7.	—7.

ARTICLE IV. Estant ② egale à ① — ⓪, la valeur de 1① ne peut estre —: la raison est, que la valeur du second terme seroit tousiours +, & du second terme tousiours —, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE V. Estant ③ egale à ① + ⓪, on verra si le produict des $\frac{2}{3}$ du nombre de ①, par la racine quarrée de $\frac{1}{3}$ du mesme nombre, est Egal, Maieur ou Moindre, que ⓪ donné. Car quand tel produict est egal, ou maieur, ils auront chascune une solution par —, mais estant moindre, il ne l'aura pas. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi: 1③ vaut 12① + 16, combien 1①? Car le produict de 8 (pour les $\frac{2}{3}$ de 12 des 12①) par 2 (pour la racine de $\frac{1}{3}$ desdicts 12) faict 16, qui est egal au ⓪ donné. ils auront doncques une solution par —, laquelle on trouve en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi: 1③ vaut 12① — 16, combien 1①? faict par le 69 probleme 2, lequel appliqué à nostre question nous dirons, que la solution sera —2. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1③.	12①+16.	1①.	—2.
—8.	—24+16.	—2.	—2.

Et estant ledict produict Maieur, les donnez auront aussi (comme nous avons dict) solution par —. Par exemple, 1③ vaut 12① + 9, combien 1①? On changera le second terme donné ainsi: 1③ vaut 12① — 9, combien 1①? faict par le 69 probleme, pour maieure solution 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est —3: L'arithmetique demonstration en est telle:

1③.	12①+9.	1①.	—3.
—27.	—36+9.	—3.	—3.

Mais estant ledict produict moindre, ils ne peuvent (comme nous avons dict dessus) avoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme donné seroit tousiours necessairement maieur, que celui du premier.

ARTICLE VI. Estant ③ egale à — ① + ⓪, la valeur de 1① ne peut estre —: la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE VII. Estant ③ egale à ① — ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple, 1③ vaut 2① — 21; combiem 1①? On changera le second terme ainsi: 1③ vaut 2① + 21, combien 1①? faict par le 69 probleme 3. lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est —3. L'arithmetique demonstration en est telle:

1③.	2①—21.	1①.	—3.
—27.	—6—21.	—3.	—3.

ARTICLE VIII. Et si l'on posoit 1 ③ egale a — 3 ① — 4, la solution se pourroit aussi faire par — changeant le second terme comme dessus, en ceste sorte: 1 ③ faut — 3 ① + 4, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 1; Lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 1. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	— 3 ① — 4.	1 ②.	— 1.
— 1.	+ 3 — 4.	— 1.	— 1.

ARTICLE IX. Estant ③ egale à ② + ⓪, la valeur de 1 ① ne peut estre —, la raison est, que la valeur du premier terme, seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE X. Estant ③ egale à + ② + ⓪; On verra si le produict de $\frac{1}{3}$ du nombre de ②, par le quarré des $\frac{2}{3}$, du mesme nombre, est Egal, ou Maieur, ou Moindre, que ⓪ donné. Car quand tel produict est egal, ils auront une solution par —. Et estant maieur, ils auront deux solutions par —: mais estāt moindres, ils n'auront point de solution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi, 1 ③ vaut — 3 ② + 4, combien 1 ①? Car le produict 1 (pour $\frac{1}{3}$ de 3 des 3 ②) par 4 (pour le quarré des $\frac{2}{3}$ desdicts 3) faict 4, qui est egal au ⓪ donné. Ils auront doncques une solution par —, laquelle on trouve en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi, 1 ③ vaut 3 ② — 4, combien 1 ①? faict par le 70. probleme 2, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 2. l'Arithmetique demonstration en sera telle:

1 ③.	— 3 ② + 4.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 12 + 4.	— 2.	— 2.

Et estant ledict produict maieur, nous aurons alors deux solutions par —. Par exemple, 1 ③ vaut — 11 ② + 72, combien 1 ②? On changera comme dessus, le second terme ainsi: 1 ③ vaut 11 ② — 72, combien 1 ①? faict par le 70 probleme, pour maieure solution 3, & pour moindre solution √ 40 — 4, lesquels applicquez à nostre question, nous dirons que la solution est & — 3, & — √ 40 — 4. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 99 + 72.	— 3.	— 3.

Item.

1 ③. — 11 ② + 72. 1 ①. — √ 40 — 4.

— √ 30976 — 544. — √ 30976 — 616 + 72. — √ 40 — 4. — √ 40 — 4

Mais estant ledict produict moindre, alors ne se pourra (comme nous avons dict dessus) avoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme, devient tousiours necessairement maieure, que celui du premier.

ARTICLE XI. Estant ③ egale à ② — ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 6 ② — 400, combien 1 ①? On changera le second terme ainsi, 1 ③ vaut 6 ② + 400, combien 1 ①? faict par le 70 probleme 10. lequel appliqué à nostre question nous dirons que la solution est — 10. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	6 ② — 400.	1 ①.	— 10.
— 1000.	— 600 — 400.	— 10.	— 10.

PROBLEME LXXI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique: Trouver leur quatriesme terme porportionel.

NOTA. Le trinomie du second terme donné de ce probl. se peut rencontrer en sept differences, à sçavoir:

② + ① + ⓪	Lesquelles sept differences selon les autres autheurs, reçoivent bien 25 diverses manieres d'operations: Mais nous l'avons convertie en une simple, facile & generale en ceste sorte:
— ② + ① + ⓪	
② + ① — ⓪	
— ② + ① — ⓪	
② — ① + ⓪	
— ② — ① + ⓪	
② — ① — ⓪	

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② + 10 ① + 300, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 ③) est	2
Qui multiplié par son double 4, faict 8, au mesme aiousté le quarré dudict 2, faict 12, au mesme aiousté 10 (des 10 ①) faict 22, auquel appliqué ①, seront	22 ①
Puis du nombre ⓪ donné	300
Soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste	292
Au mesme aiousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 22 second en l'ordre, qui est 24, faict	336
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 22 ① (second en l'ordre) + 336 cincquiesme en l'ordre, combien 1 ①? faict par le 69 probleme	8
Au mesme aiousté 2, premier en l'ordre, faict	10

Ie di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

1 ③.	6 ② + 10 ① + 300.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10, est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ A B, egale au vallant 6 ② A B + 10 ① A B + 300; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez. Il nous faut demonstrer que son costé, ou 1 ① A B, vaudra 10. *Demonstration.* 1 ③ A B, est par l'hypothese, egale à 6 ② A B + 10 ② A B + 300.

Mais 1 ③ A B, est aussi egal à 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, par le 4 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, sont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 300.

Mais 1 ③ C B (veu que C B est 2) est egale à 8, parquoi soubstrayons de l'une partie 1 ③ C B, & de l'autre partie 8;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, sont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 292.

Mais 6 ② A B, excedent aux 6 ② A C, en 6 gnomons

mons P O B A, par le 5 corollaire devant le 69 probleme. Et les 6 gnomons P O B A, font 24 ① AB — 6 ② CB (car estant AB 1 ①, & HB 2, alors sera AH 2 ①, & CO 2 ①, parquoy chascque gnomon sera 4 ① — 1 ② CB, à sçavoir 4 ① AB — 1 ② CB, parce que le produict de HB 2, par AB, faict aussi bien le double de AB, comme la superfice AH; doncques les 6 gnomons, comme nous avons dict, font 24 ① AB — 6 ② CB) parquoy 6 ② AB, excedent à 6 ② AC, en 24 ① AB — 6 ② CB. Mais 6 ② CB font 24, parquoy 6 ② AB, excedent à 6 ② AC, en 24 ① AB — 24. Parquoy 6 ② AB, sont egales à 6 ② AC + 24 ① AB — 24. Soubstrayons doncques de la susdicte seconde partie des egales parties 6 ② AB, & ajoustons en son lieu 6 ② AC + 24 ① AB — 24;

Ergo 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC, sont egales à 6 ② AC + 34 ① AB ② 168.

Puis soubstrayons de chasque partie 6 ② AC;

Ergo 1 ③ AC + 12 ① AC, sont egales à 34 ① AB + 268.

Mais 34 ① AB, sont egales à 34 ① AC + 34 ① CB, & 34 ① CB (parce que BC est 2) font 68, parquoy 34 ① AB sont egales à 27 ① AC + 68. Soubstrayons doncques de la premiere partie des egales parties 34 ① AB, & en son lieu ajoustons 34 ① AC + 68;

Ergo 1 ③ AC + 12 ① AC, sont egales à 34 ① AC + 336.

Puis soubstrayons de chasque partie 12 ① AC.

Ergo 1 ③ AC, est egale à 22 ① AC + 336.

Mais estant 1 ③ AC, egale ou vallant 22 ① AC 336, alors par le 69. probleme, 1 ① AC vaudra 8; Au mesme ajousté CB 2, donne somme, pour 1 ① AC 10; ce qu'il falloit demonstrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ③, le second — 6 ② + 3 ① + 26. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de — 6 (des — 6 ②) est	— 2
Qui multiplié par son double — 4, faict 8, au mesme ajousté le quarré dudict — 2, faict 12, au mesme ajousté 3 (des 3 ①) faict 15, auquel appliqué ① seront	15 ①
Puis du ⓪ donné qui est	26
Soubstraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui est — 8, reste	34
Au mesme ajousté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 15 du second en l'ordre, qui est — 30, faict	4
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vault 15 ① (second en l'ordre) + 4 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme	4
Au mesme ajousté — 2 premier en l'ordre, faict	2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ③.	— 6 ② + 3 ① + 26.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme, devant le 69 probleme 1 ③ AC, egale ou vallant — 6 ② AC + 3 ① AC + 26; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonstrer que son costé ou 1 ① AC vaudra 2. *Demonstration.* AB faict 1 ① AC + 2, mais le cube de 1 ① AC + 2 faict (par le 49 probleme, & par le 4 Corollaire devant le 69 probleme) 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC + 1 ③ CB 8;

Ergo 1 ③ AB, est egale à 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC + 1 ③ CB 8.

Mais puis que par l'hypothese 1 ③ AC, est egale à — 6 ② AC + 3 ① AC + 26: Doncques si nous ajoustons à chascune partie 6 ②, alors 1 ③ AC + 6 ② AC seront egales à 3 ① AC + 26; soubstrayons doncques de la seconde des egales parties 1 ③ AC + 6 ② AC, & en son lieu posons 3 ① AC + 26;

Ergo 1 ③ AB, est egale à 15 ① AC + 34.

Mais 15 ① CB sont egales à 30, parquoy ajoustons à l'une partie 30, & à l'autre 15 ① CB;

Ergo 1 ③ AB + 30, sera egal à 15 ① AB + 34.

Puis soubstrayons de chasque partie 30;

Ergo 1 ③ AB, est egale à 15 ① AB + 4.

Mais estant 1 ③ AB, egale ou vallant 15 ① AB + 4; alors par le 69 probleme 1 ① AB vaudra 4, de la mesme soubstraict CB 2 reste 1 ① AC 2; ce qu'il falloit demonstrer.

Le general ordre que nous avons promis sur les questions qui se peuvent rencontrer en ce probleme, apparoist assez es constructions des deux exemples precedens, car il n'y a en l'une pas une syllabe autrement qu'en l'autre, & pourroient satisfaire à ce probleme, toutesfois pour les moins exercés, nous descriprons leurs diversitez. Mais (à fin de ne mesuser le temps, & gaster papier) seulement les nombres de l'ordre, ausquels on entendra se referer les mots des constructions precedens, en ceste sorte:

1 ③ egale a	2 ③ egale a
— 6 ② + 3 ① + 22	— 6 ② + 3 ① + 4
— 2	— 2
15 ①	15 ①
22	4
30	12
0	— 18
√ 15	3
√ 15 — 2	1

On entendra par ces constructions, que 1 ③ vallant — 6 ② + 3 ① + 22, alors 1 ③ vaudra √ 15 — 2. Aussi 1 ③ vallant — 6 ② + 3 ① + 4, alors 1 ① vaudra 1. Et ainsi des autres suivans.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① — ⓪.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
6 ② + 4 ① — 24	6 ② + 3 ① — 18	6 ② + 3 ① — 44
2	2	2
16 ①	15 ①	15 ①
— 24	— 18	— 44
— 32	— 26	— 52
0	4	— 22
4	4	2
6	6	4

QUATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+①—⓪.

1③ egale a
—6②+18①—4
—2
30①
—4
4
—56
4
2

CINCQUIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①+⓪.

1③ egale a 6②—12①+8	1③ egale a 6②—12①+9	1③ egale a 6②—12①+7
2	2	2
0①	0①	0①
8	9	7
0	1	—1
0	1	—1
0	1	—1
2	3	1

1③ egale a 6②—10①+3	1③ egale a 6②—14①+15	1③ egale a 6②—15①+10
2	2	2
2①	—2①	—3①
3	15	10
—5	7	2
—1	3	—4
1	1 Faict par le 8 art. devant ce 71 prob.	—1
3	3	1

1③ egale a 6②—9①+4.	1③ egale a 6②—10①+4.
2	2
3①	2①
4	4
—4	—4
2	0
4	

Faict par la note du 69 probleme { & √2 / & 0
Faict aussi par le 7 article devant ce 71 prob. —√2
Et à chascun de ces trois ajousté 2 premier en l'ordre, faict pour premiere solution 2+√2
Et pour seconde solution 2
Et pour troisiesme solution 2—√2

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②—①+⓪.

1③ egale a —6②—12①+56.	1③ egale a —6②—3①+10.	1③ egale a —6②—3①+38
—2	—2	—2
0①	9①	9①
56	10	38
64	18	46
64	0	28
4	3	4
2	1	2

1③ egale a —6②—15①+62	1③ egale a —6②—1①+8
—2	—2
—3①	11①
62	8
70	16
76	—6
4	
2	

Par le 69 probleme. { & $\frac{3}{4}$ / & √ $\frac{27}{4}$ — $\frac{3}{2}$
Maieure solution 1
Moindre solution √ $\frac{17}{4}$ — $\frac{7}{2}$ si vous plaist la solution par moins.

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①—⓪.

1③ egale à 6②—3①—10	1③ egale a 6②—4①—5	1③ egale a 6②—4①—16
2	2	2
9①	8①	8①
—10	—5	—16
—18	—13	—24
0	3	—8
3	3	2
5	5	2

Par le 69 prob. { & 2 / & √5—1
Maieure solution 4
Moindre solution √5+1

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXXI. PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② ① ⓪, nous les pouvons reduire, en ③ egale à ① ⓪, ou en ③ egale à une quantité, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le probleme conformé aux termes reduicts, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoistra. Soit par exemple 1③ egale à 6②+10① +300. Qui sont le premier & second terme, de la premiere difference; Et soubstrayons de chasque partie 6②.

Ergo 1③—6②, demeurera egale à 10①+300.

Puis ajoustons à chasque partie quelque ① & ⓪ telles que la premiere partie aie racine cubique de ①+ quelque ⓪; Et est demonstré en l'origine du 70 probleme que ce seront 12①—8; Ajoustons les doncques à chasque partie;

Ergo 1③—6②+12①—8, seront egales à 22① +292.

Puis extrayons de chasque partie racine cubique.

Ergo 1①—2, seront egales à √③ *bino.* 21①+ 292.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine servant à nostre propos, il faudra achever la reste par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme, en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne AB.

Ergo 1① AB—2 sera egale à √③ *bino.* 22① AB +292.

Puis posons que BC soit 2.

Ergo 1① AC, sera egale à √③ *bino.* 22① AB + 292.

Puis

Puis prenons la potence cubique de chasque partie;
Ergo 1 ③ A C, sera egale à 22 ① A B + 292.

Mais 22 ① A B, vallent 22 ① A C + 44 (car 22 fois C B 2 font 44.) ostons doncques les 22 ① A B, & en son lieu posons 22 ① A C + 44;
Ergo 1 ③ A C, sera egale à 22 ① A C + 336.

Et ainsi au lieu des donnez 1 ③ A B, egale à 6 ② A B + 10 ① A B + 300, nous avons 1 ③ A C, egale à 22 ① A C + 336; Desquels estant trouvé la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme est 8: S'ensuit que pour avoir la valeur de toute la A B requise, qu'il y faut encore ajouster la C B, qui par l'hypothese est 2, & sera pour solution comme dessus 10.

Or que cecy est l'origine de ladicte construction (comme nous avons demonstré le semblable, plus amplement à la fin de l'origine du 70 probleme, semblable à ceste ci) est manifeste. Laquelle origine il falloit declarer.

PROBLEME LXXII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ① ⓪, le troisiesme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donné, de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences, à sçavoir:

① + ⓪
— ① + ⓪
① — ⓪

Desquelles trois differences les autres en donnent trois diverses manieres d'operations, mais nous en donnerons une simple & generale en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 12 ① + 5, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + 5 ① (pour le 5 donné, luy applicant ①) vallent 36 (quarrée de 6, moitie de 12 des 12 ① donnez) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Le quarré de sa moitie 2 est 4
Au mesme ajousté 5 donné, faict 9
Sa racine quarrée 3
De la mesme soubstraict 2 moitie de 4 premier en l'ordre, reste 1
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, est 2, laquelle quand au + ou — sera par reigle comme les 12 ① donnez, qui sont +, sera doncques + 2, à laquelle appliqué ① par reigle seront 2 ①
Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (sixiesme en l'ordre) + 1 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{2}+1$

Je di que $\sqrt{2}+1$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	12 ① + 5.	1 ①.	$\sqrt{2}+1$.
17 + $\sqrt{288}$.	17 + $\sqrt{288}$.	$\sqrt{2}+1$.	$\sqrt{2}+1$.

Et appert que $\sqrt{2}+1$, est leur quatriesme terme proportionel.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le seconde — 32 ① + 60, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{2}{4}$ ③ (par reigle) + 60 ① (pour le + 60 donné, lui applicant ①) vallent 256 (quarré de — 16, moitie de — 32 des — 22 ① données) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Le quarré de sa moitie 2 est 4
Au mesme ajousté 60 donné, faict 64
Sa racine quarrée 8
De la mesme soubstraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reste 6
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre est 2, laquelle quant au + ou —, sera par reigle comme les — 32 ① donnez, qui sont —, sera donc — 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) sera — 2 ①
Puis on dira — 1 ② (par reigle) vaut — 2 ① (sixiesme en l'ordre) + 6 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①, faict par le 68 probleme $\sqrt{7}-1$

Je di que $\sqrt{7}-1$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	— 32 ① + 60.	1 ①.	$\sqrt{7}-1$
92 — $\sqrt{7168}$.	92 — $\sqrt{7168}$.	$\sqrt{7}-1$.	$\sqrt{7}-1$

Et appert que $\sqrt{7}-1$ est leur quatriesme terme proportionel.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ① — ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 4 ① — 3, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) — 3 ① (pour le — 3 donné, lui applicant ①) vallent 4 (quarré de 2 moitie de 4 des 4 ①) combien 1 ①? faict par le 66 probleme 4
Le quarré de sa moitie 2 est 4
Au mesme ajousté — 3 donné faict 1
Sa racine quarrée 1
De la mesme soubstraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reste — 1
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, est 2, laquelle quand au + ou —, sera par reigle comme les 4 ① donnez, qui sont +, sera donc + 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) sera 2 ①
Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (sixiesme en l'ordre) — 1 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 1

Je di que 1 est le quatriesme terme porportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	4 ① — 3.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 est leur quatriesme terme porportionel requis. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes,

termes, desquels le premier ④, le second ①◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (4) est egale à ②◎, nous les pouvons reduire, en ②, egale à ①◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme apparoistra. Soit 1 (4), egale à 12 ① + 5; Qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelque ② & ◎ telles, qui adjoustées à la 1 (4) la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ◎. Puis lesdictes ② ◎ adjoustez aux 12 ① + 5, que la somme soit trinomie, duquel la racine soit ① & ◎. Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ②, soit egal au ◎, car autres ② & ◎ adjoustez a 1 (4), ne peuvent faire que la somme aie racine servant à nostre propos. Au second, que le produict du nombre des ②, par la somme de tel ◎ trouvé, & le 5 donné soit egal à 36, à sçavoir au quarré de 6, moitie de 12 des 12 ①, car autres ② & ◎ adjoustez à 12 ① + 5 ne peuvent faire, que la somme aie racine servante à nostre propos: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5 soit 36.* & est ceste question la 11 du 81 probleme, par laquelle il appert, que le premier est 4, & le second aussi 4, le premier doncques sera le nombre des ②, & le second le ◎. De sorte que les deux quantitez requises, seront 4 ② + 4. Adjoustons les mesmes à chascune de noz egales parties données;

Ergo 1 (4) + 4 ② + 4, seront egales à 4 ② + 12 ① + 9.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 2, seront egales à 2 ① + 3.

Puis soubstrayons de chasque partie 2;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 2 ① + 1.

Et ainsi au lieu de 1 (4), egale à 12 ① + 5, nous avons 1 ②, egale à 2 ① + 1. Et la valeur de 1 ①, par le 68 probleme est √ 2 + 1. Et est manifeste que ceci est l'origine de nostre construction du precedent probleme. Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIII.

Estant donnez trois termes desquels le premier (4), le second ②①◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le trinomie du second terme de ce probleme se peut rencontrer en sept differences à sçavoir:

② + ① + ◎
— ② + ① + ◎
② + ① — ◎
— ② + ① — ◎
② — ① + ◎
— ② — ① + ◎
② — ① — ◎

Lesquelles sept differences reçoivent plusieurs diverses manieres d'operations selon les autres autheurs, mais nous en avons faict une seule & generale, comme s'ensuit.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① — ◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels; le premier 1 (4), le second 3 ② + 30 ① + 16, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + $\frac{3}{4}$ ② (pour le $\frac{1}{4}$, par reigle, des 3 ② donnez) + 16 (pour le 16 donné, luy appliquant ①) vallent 177 (exces de 225 quarré de la moitie de 30 des 30 ① donnez, sur 48 produict de 16 donné par 3 des 3 ② donnez) combien 1 ①? faict par le 70 probleme — 6
Auquel adjousté 3, des 3 ② donnez, faict — 9
Le quarré de 3, moitie de 6 premier en l'ordre, est — 9
Au mesme adjousté 16 donné, faict — 25
Sa racine quarrée — 5
De la mesme soubstraict 3, moitie de 6 premier en l'ordre, reste — 2
La racine quarrée de 9 second en l'ordre est 3, à laquelle appliqué ① par reigle seront — 3 ①
Puis on dira, 1 ② par reigle vaut 3 ① (septiesme en l'ordre) + 2 (sixiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme — √ 4 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$

Je di que les mesmes sont le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmetique. Mettons par le moyen du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 (4). 3 ② + 30 ① + 16. 1 ①. √ 4 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$.
80 $\frac{1}{2}$ + √6464 $\frac{1}{4}$. 80 $\frac{1}{2}$ + √6464 $\frac{1}{4}$. √4 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$. √4 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$.

Et appert que √ 4 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$ est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

Veu que la reigle de ceste construction est generale, nous n'appliquerons pas (comme nous avons aussi faict au 71 probleme) les escriptures aux nombres des ordres, pour la multitude des differences.

1 (4) egale a
15 ② + 36 ① + 27
— 6
9
9
36
6
9
3 ①
√ 11 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$

NOTA. Quant le second terme donné tient racine qui soit binomie, l'on extraira pour plus grande facilité (combien que la reigle ci dessus est generale) de chasque partie racine. Soit par exemple 1 (4), egale à 4 ② + 12 ① + 9. Or parce que le second terme, tient telle racine, on l'extraira de chasque terme, & 1 ② sera egale à 2 ① + 3, & par le 68 probleme 1 ① vaudra 3.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ◎.

1 (4) egale a
— 1 ② + 4 ① + 3
2
1
1
4
2
1
1 ①
√ $\frac{5}{4}$ + $\frac{1}{2}$

QVATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① — ◎.

1 (4) egale a
— 2 ② + 8 ① — 5
6
4
9
4
2
— 1
2 ①
1

TROI-

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②+①—⓪.

1 (4) egale a
8 ② + 16 ① — 12
8.
16.
16.
4.
2.
— 2.
4 ①
Solution ou { 2 + √ 2 / 2 — √ 2

Voyla les quatre premieres differences achevées, & sont celles qui ont toutes eues au second terme, la moyenne quantité +, à sçavoir + ①; s'ensuivent maintenant les trois autres, qui ont ladicte moyenne quantité —; Et receuront en la construction quelque petite mutation; La raison est, que leurs origines mesmes, les reçoivent, qui procede (comme apparoistra plus amplemẽt en son lieu) de cela, que ② — ① + ⓪, ont autant — ① + ⓪, pour racine, comme ① — ⓪, desquelles ne sçavons en l'origine mesme quelle sera la vraye, par ce que la valeur des quantitez que nous cherchons, nous est incognue. D'ou s'ensuit que desdictes differentes suivantes on pourra faire deux constructions, qui seront aucunefois toutes deux bonnes; aucunefois seulement l'une, desquelles nous pourrons choisir la vraye.

Or la premiere de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut, que le septisme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a tousiours esté dict +) soit par reigle —.

Et la deuxiesme de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut que le cincquiesme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a tousjours dict +) soit par reigle —.

Lesquelles choses estant fort evidentes, nous en donnerons seulement les exemples par les characteres des nombres de l'ordre.

CINCQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①+⓪.

1 (4) egale a	14 ② — 16 ① + 3.	1 (4) egale a	11 ② — 18 ① + 8.	1 (4) egale a	10 ② — 40 ① + 16
2	2	— 2	— 2	6	6
16	16	9	9	16	16
1	1	1	1	9	9
4	4	9	9	25	25
2	— 2	3	— 3	5	— 5
1	— 3	4	— 2	2	— 8
— 4 ①	4 ①.	— 3 ①	3 ①.	— 4 ①	4 ①.
√ 5 — 2	ou { 3 / 1	1		ou { 2 √ 6 — 2 / 1	Cestui n'a point de vraye sol.

NOTA. Quand le second terme donné, aura racine qui soit binomie, on en pourra faire comme nous avons dict soubs la premiere sorte.

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②—①+⓪.

1 (4) egale a
— 3 ② — 6 ① + 5
4
1
4
9
3
1
— 1 ①
√ 1 $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①—⓪.

1 (4) egale a
19 ② — 20 ① — 5
6
25
9
4
— 2
— 5
3 ①
ou { 2 $\frac{1}{2}$ + √ 1 $\frac{1}{4}$ / 2 $\frac{1}{2}$ — √ 1 $\frac{1}{4}$

La demonstration de chascune difference sera semblable à celle de la premiere difference. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 4, le second ② ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (4) est egale a ② ① ⓪, nous les pouvons reduire en ②, egale à ① ⓪, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme il apparoistra. Soit 1 (4), egale à 3 ② + 30 ① + 16, qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelques ② & ⓪, tels que ajoustez à la 1 (4), la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ⓪; Puis lesdictes 2 ⓪, ajoustez aux 3 ② + 30 ① + 16, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ① & ⓪; Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ② soit egal au ⓪, car autres ② & ⓪ ajoustez à 1 (4), ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos, par la note du 2 exemple du 61 probleme. Au second, que le produict de la somme de 3 (des 3 ② donnez) & le nombre des ② trouvé, par la somme de 16 donné, & du ⓪ trouvé, soit egal à 225, à sçavoir au quarré de 15, moitie de 30 des 30 ① donnez, car autres ② & ⓪, ajoustez à 3 ② + 30 ① + 16 ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos, par ladicte note du 61 probleme: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier + 3 par le second + 16 soit 225.* Et est ceste question la 12 du 81 probleme; par laquelle appert, que le premier est 6, & le second 9; le premier doncques sera le nombre des ②, & le second sera le ⓪. De sorte que les deux quantitez requises seront 6 ② + 9: Ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties donnees;

Ergo 1 (4) + 6 ② + 9, seront egales à 9 ② + 30 ① + 25.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 3, seront egales à 3 ① + 5.

Puis soubstrayons de chasque partie 3;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 3 ① + 2.

Et ainsi au lieu de 1 (4) egale à 3 ② + 30 ① + 16, nous avons 1 ② egale à 3 ① + 2; Dont la valeur de 1 ① par le 68 probleme est √ 4 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$.

Et est manifeste, que ceci est l'origine de nostre construction du probleme precedent; Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIV.

Estant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③ ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

③ + ⓪	NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois telles differences:
— ③ + ⓪	
③ — ⓪	Desquelles nous donnerons trois constructions, toutes d'une mesme maniere d'operation.

PREMIE-

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ③+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 2 ③ + 27, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

1 ④ (par reigle) + 2 ① (pour 2 des 2 ③ donnez, les applicant ①) vaut 3 (racine cubique des 27 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme 1, par le mesme divisé ledict 3 racine de 27 donne quotient 3

Je di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	2 ③ + 27.	1 ①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —③+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ④, le second — 2 ③ + 32, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

1 ④ (par reigle) — 2 ① (pour — 2 des — 2 ③ donnés, les applicant ①) vaut √③ 32 (à sçavoir racine cubique des 32 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme √③ 4, par la mesme divisé ladicte √③ 32 donne quotient 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	— 2 ③ + 32.	1 ①.	2.
16.	16.	2	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 3 ③ — 8, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

1 ④ (par reigle) + 3 ① (pour 3 des 3 ③ donnez, les applicant a ①) vaut — 2 (à sçavoir racine cubique des — 8 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme — 1, par le mesme divisé ledict — 2 racine de — 8 donne quotient 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④	3 ③ — 8.	1 ①.	2.
16.	16.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DE CE LXXIV. PROBLEME.

Posons que 1 ④ soit egale à — 2 ① + 3; Ou bien (ce qui vaut le mesme) 1 ④ + 2 ①, egales à 3, desquels nous cherchons la valeur de 1 ①, que nous sçavons estre 1; Divisons par le mesme le 3 donné, donne quotient 3; doncques 1 & 3, sont deux nombres, desquels le produict faict le 3 donné, & le produict dudict nombre 1 par — 2 (des — 2 ① donnees) qui est — 2, ajousté à la potence de quarte quantité dudict nombre 1, reste ledict nombre donné 3. Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres comme sont lesdicts 1 & 3, il est notoire que l'un sera la valeur de 1 ① requise. Pourtant mettons le susdict en forme de question ainsi: *Trouvons deux nombres tels que leur produict soit 3; & que le produict de l'un nombre par 2 ajousté à la potence de quatre quantité dudict nombre, la somme soit aussi 3.* Qui est la 13 question du 81 probleme; Et appert aux termes reduicts, que 1 ④ se trouva egale à 2 ③ + 27 (lequel 27 est le cube du 3 donné,) desquels la valeur de 1 ① est 3; Par le mesme (pour trouver l'autre nombre requis) se divise le 3 (qui est le 3 du second terme posé ci dessus,) Quand doncques 1 ④, est egale à — 2 ① + 3, alors pour trouver la valeur de 1 ①, nous pouvons (comme par reigle generale) mettre en leur lieu, 1 ④ egale à 2 ③ (à sçavoir + 2 au lieu du — 2 donné, & ③ au lieu de ① donnée) + 27 (pour le cube de 3 donné) divisant la racine cubique de 27, par ladicte valeur de 1 ①, lequel quotient sera le requis. Et par le revers de ces choses, Quand 1 ④ est egale à 2 ③ + 27, alors pour trouver la valeur de 1 ① nous pouvons mettre en leur lieu 1 ④, egale à — 2 ① + 3, divisant par la valeur de 1 ① la racine cubique du 27 donné, qui est l'operation de sa susdicte premiere difference semblable aux deux autres. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA I. L'on pourroit encore descrire autre maniere de construction que n'est la precedente; à sçavoir par l'operation du 14 exemple du 81 probleme; Mais nous le passons outre à cause de briefueté.

NOTA II. Considerant d'une part que l'origine des constructions des trois problemes suivans, est en tous assez la mesme; Et d'autre part la multitude des diversités des differences que reçoivent aucuns d'iceux problemes, nous descrirons leurs origines mesmes, au lieu de construction, commençant à ce 74 probleme, duquel nous donnerons (outre les constructions precedentes) autre maniere de construction, comme s'ensuit.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 6 ③ + $3\frac{1}{3}$, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Afin de declarer le sens, autant de ceste construction, comme des trois problemes suivans, faut sçavoir, que nous tachons d'ajouster à chasque partie, quelques quantitez egales, telles, que chasque somme aie racine de moindre multitude de quantitez que les quantitez donnees; & deviennent ainsi finalement convertiz en ② egale à ① ⓪, desquelles la valeur de 1 ① est alors notoire, par le 68 probleme.

Construction.

On appliquera les ③ données, ou par egale addition, ou par egale soubstraction, tousiours à la 1 ④, il faut doncques icy soubstraire de chasque partie 6 ③;

Ergo 1 ④ — 6 ③, demeureront egales à $3\frac{1}{3}$.

Puis

Puis il faut ajouster à chascune partie quelques ②①⓪, ainsi que l'une aie pour racine quarrée, trinomie, & l'autre binomie. Or puis que les deux premiers characteres de la premiere partie, sont 1 (4) — 6 ③, il est notoire que les deux premiers characteres de la racine (apres l'addition desdictes ②①⓪) seront 1 ② — 3 ① (comme il appert par la multiplication de quantitez en eux) à sçavoir — 3 (des — 3 ①) pour moitie de — 6 (des — 6 ③ donnés.) Il reste maintenant d'appliquer à iceux 1 ② — 3 ①, quelque ③ tel, que le quarré de tel trinomie aie les quantitez comme ②①⓪, telles, que les mesmes ajoustez à la seconde partie, qui est 3 $\frac{1}{5}$, la somme aie racine qui soit ①⓪, qui sera (par la note au 2 exemple du 61 probleme) quand le quarré de la moitie du nombre de multitude des ①, soit egal au produict du ⓪, par le nombre de multitude des ②; Mais veu qu'en l'invention de ce ⓪, qui doibt estre appliqué à 1 ② — 3 ①, nous n'avons que faire des signes des quantitez, nous les delaisserons, à fin qu'elles ne nous causent confusion, & que ne soyons contraincts de besoigner par postposées quantitez, disant ainsi: *Trouvons un* — ⓪ (car cest notoire que + ⓪ ne le pourra estre) *qui appliqué a* 1 — 3, *Et puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, Et au dernier nombre du produict ajousté* 3 $\frac{1}{5}$, *qu'alors le quarré de la moitie du cincquiesme, soit egal au produict du quatriesme par le sixiesme.* Et est ceste question la 15 du 81 probleme, par laquelle il appert que le nombre requis est — 2, qui appliqué ausdicts 1 ② — 3 ①, fera 1 ② — 3 ① — 2, son quarré 1 (4) — 6 ③ + 5 ② + 12 ① + 4. du mesme soubstraict la premiere de noz egales parties, reste 5 ② + 12 ① + 4 ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties,

Ergo 1 (4) — 6 ③ + 5 ② + 12 ① + 4, seront egales à 5 ② + 12 ① + 7 $\frac{1}{5}$.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée.

Ergo 1 ② — 3 ① + 2 seront egales à √ 5) (① + √ 7 $\frac{1}{5}$.

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 3 ① + √ 5) (① + √ 7 $\frac{1}{5}$ + 2.

Et par le 68 probleme, 1 ① vaudra 1 $\frac{1}{2}$ + √ $\frac{5}{4}$ + √ *bino.* 5 $\frac{1}{2}$ + √ 36 $\frac{9}{20}$.

La disposition des characteres de l'operation des choses susdictes est telle:

Quantitez données	1 (4) — 6 ③. 0. 0. 0.	egales à	0. 0. 3 $\frac{1}{5}$
Quant. à chascune parties ajou.	+ 5 ② + 12 ① + 4.		5 ② + 12 ① + 4
Sommes	1 (4) — 6 ③ + 5 ② + 12 ① + 4.		5 ② + 12 ① + 7 $\frac{1}{5}$.
Leurs racines quarrées	1 ② — 3 ① — 2.		√ 5) (② + √ 7 $\frac{1}{5}$
Reduictes	1 ②.		3 ① + √ 5) (① + √ 7 $\frac{1}{5}$ + 2

Et 1 ① vaut par le 68 probleme 1 $\frac{1}{2}$ + √ $\frac{5}{4}$ + √ *bino.* 5 $\frac{1}{2}$ + √ 36 $\frac{9}{20}$.

Et par semblable disposition de characteres, despecherons nous les constructions des trois problemes suivans.

NOTA.

Le — 2, ci dessus trouvé par la 15 question du 81 probleme se peut encore trouver par la 16 question du mesme probleme.

Item si 1 (4), fust donnée egale à — 8 ③ + 1 $\frac{1}{3}$, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente, sera telle:

Quantitez données.	1 (4) + 8 ③ . 0. 0. 0.	egales à	0. 0. 1 $\frac{1}{3}$
Quant. à chascune part. ajoust.	12 ② — 16 ① + 4.		12 ② — 16 ① + 4
Sommes	1 (4) + 8 ③ + 12 ② — 16 ① + 4.		12 ② — 16 ① + 5 $\frac{1}{3}$
Leurs racines quarrées	1 ② + 4 ① — 2.		— √ 12) (① + √ 5 $\frac{1}{3}$
Reduictes	1 ②.		— 4 ① — √ 12) (① + √ 5 $\frac{1}{3}$ + 2

Et 1 ① par le 68 probleme vaut — 2 — √ 3 + √ *bino.* 9 + √ 85 $\frac{1}{3}$.

Item si 1 (4) fust donnée egale à 8 ③ — $\frac{4}{5}$, l'operation & disposition de characteres semblable à la precedente sera telle:

Quantitez données.	1 (4) — 8 ③ 0. 0. 0.	egales à	0. 0. — $\frac{4}{5}$
Quant. à chascune partie ajoust.	20 ② — 16 ① + 4.		20 ② — 16 ① + 4
Sommes	1 (4) — 8 ③ + 20 ② — 16 ① + 4.		20 ② — 16 ① + 3 $\frac{1}{5}$
Leurs racines	1 ② — 4 ① + 2.		— √ 20) (① + √ 3 $\frac{1}{5}$.
Reduictes	1 ②.		4 ① — √ 20) (① + √ 3 $\frac{1}{5}$ — 2

Et 1 ① par le 68 probleme vaut 2 — √ 5 + √ *bino.* 7 — √ 51 $\frac{1}{5}$.

Dont les demonstrations seront semblables aux precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes desquels le premier (4), le second ③⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque; nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXV.

E*Stant donnez trois termes, desquels le premier* (4), *le second* ③①⓪, *le troisiesme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 (4), le second 4 ③ + 8 ① — 32, le troisiesme 1 ①.

Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction. La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 6 (derniere quantité de 1 ② — 2 ① + 6) est trouvé par la 17 ou 18 question du 81 probleme; la disposition des characteres de l'operation, semblable aux precedentes, est telle.

Quantitez donnees	1(4)—4③. 0. 0. 0.		8①—32
Quantitez à chaicune partie ajouftees	16②—24①+36.		16②—24①+36
Sommes	1(4)—4③+16②—24①+26.	egal. à	16②—16①+4
Leurs racines quarrees	1②—2①+6.		4①—2
Reduictes	1②.		6①—8

Et 1① par le 68 probleme vaudra 4 ou 2.

Item ſi 1(4) fuſt donné egale à —8③+40①—32, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

Quantitez donnees	1(4)+8③. 0. 0. 0.		40①—32
Quantitez à chaſcune partie ajouſtees	4②—48①+36.		4②—48①+36
Sommes	1(4)+8③+4②—48①+36.	egales à	4②—8①+4
Leurs racines quarrees	1②+4①—6.		2①—2
Reduictes	1②.		—2①+4

Et 1① par le 68 probleme vaudra √5—1.

Item ſi 1① fuſt donné egale à 8③+2①+589, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

Quantitez donnees	1(4)—8③. 0. 0. 0.		2①+589
Quantitez à chaſcune partie ajouſtees	4②+48①+36.		4②+48①+36
Sommes	1(4)—8③+4②+48①+36.	egales à	4②+50①+625
Leurs racines quarres	1②—4①—6.		2①+25
Reduictes	1②.		6①+31

Et 1① par le 68 probleme vaut 3+√40.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres differences. *Demonſtration.* Mettons par le moïen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte:

1(4).	4③+8①—32.	1①.	4.
256.	256.	4.	4.

Item.

1(4).	4③+8①—32.	1①.	4.
16.	16.	2.	2.

Et appert, qu'autant 4 comme 2, eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVI.

Estant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ③②⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1④, le ſecond 4③+4②—12, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1②—2①+4) eſt trouvé par la 19 ou 20 queſtion du 81 probleme. La diſpoſition des characteres de l'operarion ſemblable aux precedentes eſt telle:

Quantitez données	1(4)—4③ 0. 0. 0.		4② 0—12
Quantitez à chaſcune partie ajouſt.	0. 0. 12②—16①+16.		12②—16①+16
Sommes	1(4)—4③+12②—16①+16.	egales à	16②—16①+4
Leurs racines quarrées	1②—2①+4.		4①—2
Reduictes	1②.		6①—6

Et 1①, par le 68 probleme, vaut 3+√3, ou 3—√3.

Item ſi 1(4) fuſt donnée egale à 4③—1②—5, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera telle:

Quan-

Quantitez donnees	1(4) — 4③. 0. 0. 0.		— 1② 0 — 5
Quantitez à chascune partie ajoustees	10② — 12① + 9.		10② — 12① + 9
Sommes	1(4) — 4③ + 10② — 12① + 9.	egales à	9② — 12① + 4
Leurs racines quarrees	1② — 2① + 3.		3① — 2
Reduictes	1②.		5① — 5

Et 1① par le 68 probleme vaut $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$.

Et semblable sera l'operation en toutes les autres sortes. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme du precedent premier exemple sa valeur, en ceste sorte:

1(4).	4③ + 4② — 12.	1①.	$3 + \sqrt{3}$.
$252 + \sqrt{62208}$.	$252 + \sqrt{62208}$.	$3 + \sqrt{3}$.	$3 + \sqrt{3}$.

Item.

1(4).	4③ + 4② — 12.	1①.	$3 - \sqrt{3}$.
$252 - \sqrt{62208}$.	$252 - \sqrt{62208}$.	$3 - \sqrt{3}$.	$3 - \sqrt{3}$.

Et appert que autant $3 + \sqrt{3}$, comme $3 - \sqrt{3}$, est leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnés trois termes, desquels le premier (4), le second ③②⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Probleme LXXVII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1(4), le second — 4③ + 4② + 40① + 33, le troisiesme 1①.

Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1② + 2① + 4) est trouvé par la 21 ou 22 question du 81 probleme. La disposition des characteres de l'operation semblable aux precedentes est telle:

Quantitez données	1(4) + 4③. 0. 0. 0.		4② + 40① + 33
Quantitez à chascune partie ajoustées	12② + 16① + 16.		12② + 16① + 16
Sommes	1(4) + 4③ 12② + 16① + 16.	egales à	16② + 56① + 49
Leurs racines quarrées	1② + 2① + 4.		4① + 7
Reduictes	1②.		2① + 3

Et 1① par le 68 probleme vaudra 3, lequel je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1(4).	— 4③ + 4② + 40① + 33.	1①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert, que 3 est leur quatriesme terme proportionel, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Et semblable sera l'operation en toutes les autres sortes. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelquonque: Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Nota. Nous demonstrerons encore, comment l'on trouvera aux problemes precedens, le quatriesme terme proportionel, n'estant le nombre de multitude de la superieure quantité pas unité, comme a esté aux exemples precedens; D'ou il ne sera pas mestier de convertir (par la 2 reigle de reduction) ledict nombre de multitude en unité, & sera pour eviter aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes donnez, desquels il faut trouver le quatriesme proportionel, tels: le premier 9 (4), le second — 12③ + 30② + 204① + 171, le troisiesme 1①. *Construction.* L'on prendra (par reigle) la racine quarrée des 9 (4), qui est — 3②. Puis on divisera la moitie de 12③, par iceux 3②. donne quotient 2①; Doncques 3② + 2①, sont les deux premiers characteres, ausquels il nous fraudra trouver quelque ⓪, comme l'on trouve, par la 22 question du 81 probleme, & sera 5. Et puis la reste comme dessus. La disposition des characteres de l'operation, semblable aux precedentes, est telle:

Quantitez donnez	9(4) + 12③. 0. 0. 0.		30② + 204① + 171
Quantitez à chasques parties ajoustees.	34② + 20① + 25.		34② + 20① + 25
Sommmes	9(4) + 12③ + 34② + 20① + 25.	egales à	64② + 224① + 196
Leurs racines quarrees	3② + 2① + 5.		8① + 14
Reduictes	1②.		2① + 3

Et 1① par le 68 probleme, vaudra 3, dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

REIGLE.

Estant donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques: Trouver leur quatriesme proportionel, ou parfaict, ou avec infini approchement.

I'ay descrit (depuis le *66* probleme jusques au 80) l'invention du quatriesme terme proportionel, de trois Algebraiques donnez, & cela si avant comme j'estime qu'icelle matiere est cognue: Mais j'ay puis apres trouvé une reigle generale, pour de tous trois termes Algebraiques donnez trouver le quatriesme, ou valeur de 1 ① parfaicte, ou avec infini approchement, ce qu'en la practique nous donne quasi autant comme une operation qui consiste en sa parfaicte demonstration Mathematique; car comme les sinus sont en leurs tables imparfaicts, & toutesfois en la practique font autant comme si c'estoyent multinomies radicaux accomplis, ainsi se fait le semblable en ceste matiere Algebraique.

Le donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: Le premier 1 ③, le second 300 ① + 33915024, le troisiesme 1 ①.

Le requis. Il nous faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction. Pour premierement declarer en general la methode suivante, je di qu'on trouvera de combien de characteres doit estre la valeur de 1 ①: Laquelle multitude de characteres estant cognue, on trouvera puis apres le premier charactere, qui sera un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: Puis se trouvera semblablement le deuxiesme, & tous les autres tant qu'il y en a.

Or pour venir à la chose, & premierement trouver de combien de characteres doit estre la valeur 1 ① donnée; je mets pour icelle 1, enquiers par le mesme ce qu'il en sortira, disant, veu que 1 ① fait 1, les 300 ① font 300, par le *67* probleme: aux mesmes adjousté 33915024, fait pour la valeur du deuxiesme terme 33915324: Et le premier terme, à sçavoir 1 ③, fera tant seulement 1: Ce qui estant trop peu, parce que la valeur du premier terme doit estre egal avec la valeur du second, & pourtant je mets au second 10 pour la valeur de 1 ①, & enquiers par le mesme comme dessus, & trouve la valeur du second terme de 33918024, & le premier terme de 1000: Ce qui estant autrefois trop peu; je mets au troisiesme 100 pour valeur de 1 ①; le mesme estant aussi trop peu, je mets au quatriesme 1000, par lequel je trouve le premier terme trop grand: Pourtant la valeur de 1 ① est moindre que 1000, & majeur que 100, elle est donc necessairement de trois characteres.

Or estant cognu que la desirée valeur est de trois characteres, il faut que le premier soit un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mais il est cy dessus enquis avec le premier charactere 1, à sçavoir avec 100, & trouvois trop peu, pourtant je l'essaye maintenant avec le premier charactere 2, mettant 200 pour valeur de 1 ①, & trouve trop peu: Ie l'enquiers puis apres avec 300, & vient aussi trop peu: Puis avec 400, & trouve trop, ce qui me denote que le premier charactere doit estre 3.

Or pour trouver le second charactere, il doit necessairement estre ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Mais il est devant esprouvé avec le second charactere 0, à sçavoir avec 300, & vint trop peu, pourtant je mets maintenant le second charactere 1, à sçavoir 310, & trouve trop peu: puis apres 320, vient aussi trop peu: puis 330, & vient trop; ce qui me signifie que le second charactere faut estre 2.

Pour trouver maintenant le troisiesme charactere, il doit estre necessairement ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9. Mais il est dessus enquis avec le troisiesme charactere 0, à sçavoir par 320, & vint trop peu; pourtant je mets maintenant le troisiesme charactere 1, à sçavoir 321, & trouve trop peu; puis apres 322, & vient aussi trop peu; puis 323, vient trop peu; puis apres 324, & trouve par iceluy la valeur du premier terme, egal à la valeur du second, à sçavoir l'un & l'autre de 34012224; ce qui me demonstre que 324 est la valeur de 1 ①, & quatriesme terme proportionel requis; car comme 34012224 valeur du premier à 34012224 valeur du second terme, ainsi 324 valeur du troisiesme au quatriesme 324.

COROLLAIRE.

Il appert par le susdit, que quand la valeur de 1 ① est nombre entier, que la mesme valeur se peut tousiours trouver parfaictement.

Mais si le susdit compte n'eust pas venu ainsi precisement, comme par exemple, que le ⓪ ou nombre Arithmetique donné au lieu de 33915024, eust tant seulement esté 33900000, alors 323 eust esté peu, & 324 trop, ce qui me certifie que la valeur de 1 ① fait 323 avec un rompu moindre que unité. Or pour trouver le mesme rompu, ou d'y approcher infiniment; je mets 323 avec encore un 0, dessus une ligne comme numerateur, & 10 dessoubs comme nominateur, en ceste sorte $\frac{3230}{10}$: Ce rompu fait 323, qui estant trop peu, il faut que 0 du numerateur face 0 avec quelque reste, ou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Le mesme charactere estant trouvé comme dessus, & qu'il y a encore quelque superflu, on adjoustera au numerateur & nominateur autrefois 0, enquirant comme dessus, ce que doit venir au lieu d'iceluy 0 du numerateur: Et procedant ainsi infiniment, l'on approche infiniment plus pres au requis.

Mais si la desirée valeur de 1 ① fut rompu moindre que unité, l'on enquestera premierement avec $\frac{1}{10}$, qui estant trop grand avec $\frac{1}{100}$; puis aprés $\frac{1}{1000}$ &c. Or posé le cas que $\frac{1}{100}$ fut trop grand, mais $\frac{1}{1000}$ trop petit, cecy me certifie que dessus le nominateur 10000, doit venir un nombre comme numerateur majeur que 1, & moindre que 10, le mesme sera necessairement un charactere, comme 1 avec quelque superflu, ou 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Iceluy charactere estant trouvé au plus pres & moindre, & qu'il y a encore quelque residu, l'on agrandira numerateur & nominateur chascun d'un 0, enquirant puis apres comme dessus, ce que doit estre icelux dernier 0 du numerareur, & ainsi des autres.

Avisez encore qu'estant la valeur de 1 ① nombre rompu, il peut avenir qu'on pourra approcher infiniment au requis, sans toutesfois par ceste maniere pouvoir parvenir à la parfaicte solution: Comme par exemple, posons que l'incognuë valeur de 1 ① fust $\frac{5}{6}$, & que l'on met le nominateur selon la susdicte reigle, on trouve que dessus le mesme 10 faut venir 8, en ceste sorte $\frac{8}{10}$: Mais parce qu'il est trop peu, je mets pres de chascun nombre 0, ainsi $\frac{80}{100}$, & cerchant puis apres quel charactere doit venir au lieu de 0 du numerateur, je trouve au plus pres & moindre 3, ainsi $\frac{83}{100}$: Et faisant le semblable au troisiesme, je trouve $\frac{833}{1000}$: Et au quatriesme $\frac{8333}{10000}$. Et procedant ainsi avec les autres, l'on voit qu'on peut infinimēt approcher, sans toutesfois parvenir aux $\frac{5}{6}$ accomplies, à cause qu'il n'y a nul nombre entier en telle raison à 10, 100, ou 1000, (& semblables desquels le premier charactere est 1, avec les suivans 0) comme 5 à 6.

Nous pourrions encore donner exemples la ou la valeur de 1 ① est de nombres radicaux à nombre Arithmetique incommensurables: mais veu que l'infini approchement est assez notoire par les precedens, il ne semble point mestier d'en faire propres declarations.

Or

Or estant tous les susdicts exemples notoires par leur operation, nous n'en faisons point des particulieres demonstrations. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques, nous avons trouvé leur quatriesme proportionel, ou parfaictement, ou par infini approchement, ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVIII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier & second soyent quantitez derivatives des primitives, composees de ④③②①⓪, *Le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 2 ②, le second 32 (qui sont derivatifs de 2 ① & 32 par la 27 definition) le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On trouvera la valeur de 1 ① des primitives quantitez des donnees, qui est de 2 ①, vallans 32, & sera par le 67 probleme 16. Puis on verra quelle racine algebraique est la superieure quantite des primitives de la superieure quantité des derivatives: c'est à dire, quelle racine soit ① de ②, & se trouve quarrée, il faut doncques des susdictes 16 encore prendre racine quarrée, qui est pour solution 4. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probl. soubs chascun terme, sa valeur en ceste sorte:

2 ②	32.	1 ①.	4.
32.	32.	4.	4.

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Et par mesme raison, quand 3 ③ seront egales a 81, on trouvera la valeur de 1 ① des primitives quantitez des termes donnez, qui est de 3 ① egales à 81, & sera par le 67 probleme 27. Puis on verra quelle racine algebraique soit la superieure quantité des primitives, de la superieure quantité des derivatives; C'est à dire, quelle racine soit ①, de ③, & appert que c'est cubique, il faut doncques des susdictes 27 encore prendre racine cubique, qui est pour solution 3.

Mais pour l'invention de la valeur de 1 ① des derivatives quantitez composees, il faut premierement trouver leurs primitives, ainsi: On trouvera la majeure commune mesure des denominateurs donnez, & par icelle se diviseront lesdicts denominateurs, & leurs quotiens seront denominateurs des primitives quantitez requises. Soyent par exemple les derivatives quantitez ④ & ②, leurs denominateurs sont 4 & 2, desquels la majeure commune mesure, par le 5 probleme est 2, par lequel divise 4 & 2 donnent quotient 2 & 1: Doncques 2 & 1 sont les primitives quantitez requises. Et de mesme sorte, des derivatives (⑫) ⑨③, la commune mesure, par ledict 5 probleme, sera 3; par le mesme diuisez les denominateurs donnez, se trouvera pour primitives requises ④③①, & ainsi d'autres quelconques.

Qui estant entendu, soit 1 ④ egale à 2 ② + 8, leurs derivatives sont 1 ②, egale à 2 ① + 8, desquelles la valeur de 1 ① par le 68 probleme, est 4; sa racine quarrée (par ce que superieure quantité ② est racine algebraique quarrée de superieure quantité ④) est pour solution 2.

Item estant 1 ⑨ egale à 2 ③ + 496, leurs primitives sont 1 ③, egale à 2 ① + 496, desquels la valeur de 1 ① par le 69 probleme est 8, sa racine cubique (par ce que ③ estoit racine algebraique cubique de ⑨) est pour solution 2.

Item estant 2 (⑫), egale à 2 ⑨ + 3 ⑥ + 4 ③ + 2848, leurs derivatives sont 1 (④), egale à 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 2848, desquels la valeur de 1 ① par le 77 probleme est 8, sa racine cubique (par ce que ④ est racine algebraique cubique de (⑫)) est pour solution 2.

Et est ceste reigle generale, non seulement des derivatives de primitives composees de ④, & ses quantitez inferieures, mais de quantitez quelconques. Par exemple, estant ⑮ egale à 2 ⑫ + 3 ⑨ + 2 ⑥ + 22912, leurs primitives seront 1 ⑤, egale à 2 ④ + 3 ③ + 2 ② + 22912, desquels la valeur de 1 ① est 8, sa racine cubique (par ce que ⑤ est racine algebraique cubique de ⑮) est pour solution 2. Et ainsi de tous les autres.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand au lieu de 1 ⑮ egale a 2 ⑫ + 3 ⑨ + 2 ⑥ + 22912 nous posames 1 ⑤ egale à 2 (4) + 3 ③ + 2 ② + 22912, il faut sçavoir, que ceste derniere position, est de postposees quantitez d'une autre progression (lesquelles ne se distinguent pas en la construction par leur signe de postposition, par ce que son absence ne cause aucune confusion) à sçavoir 1 *sec.* ⑤, egale à 2 *sec.* (④) + 3 *sec.* ③ + 2 *sec.* ② + 22912. De sorte que 1 ⑮ est par l'hypothese egale a 1 *sec.* ⑤, & 2 ⑫ egales a 2 *sec.* ④, & ainsi des autres chascun à son homologue. Prennons doncques desdicts termes quelques deux homologues, comme

1 ⑮ egale a 1 *sec.* ⑤.

Puis extrayons de chascune partie racine de quinte quantité.

Ergo 1 ③ est egale a 1 *sec.* ①.

Mais 1 *sec.* ① est egale ou vaut 8, par la construction cy dessus.

Ergo 1 ③ est egale à 8.

Il appert doncques, que quand 1 ⑮, est egale a 1 *sec.* ⑤, de laquelle la valeur de sa 1 *sec.* ① est cognu, comme icy 8, que la mesme valeur sera aussi la valeur de 1 ③ des positives; Mais 1 ③ vallant 8, alors par le 78 probleme pour avoir la valeur de 1 ①, il faut prendre la racine cubique de 8: il appert doncques pourquoy l'on extraict encore quelque racine de la valeur de 1 ① des primitives pour avoir la valeur de 1 ① des derivatives.

Or ce que nous avons faict cy dessus par le 1 ⑮ & 1 *sec.* ⑤, se pourra faire semblablement, par les autres quantitez homologues, comme par les 2 ⑫ & 2 ④, ou par les 3 ⑨ & 3 ③, ou par les 2 ⑥ & 2 ②.

Mais pour encore demonstrer, que lesdicts homologues termes sont d'egale valeur, nous mettrons soubs chascun terme sa valeur, à sçavoir la 1 ① vallant 2, & la 1 *sec.* ① vallant 8, en ceste sorte:

1 ⑮.	2 ⑫ +.	3 ⑨. +	2 ⑥.
32768.	8192.	1536.	128.
1 *sec.* ⑤	2 *sec.* ④. +	3 *sec.* ③. +	2 *sec.* ②.
32768.	8192.	1536.	128.

Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nous avons demonstré aux precedens l'invention du quatriesme terme proportionel, de trois termes donnez, estant toutes les quantitez positives, c'est à dire toutes d'une progression, & procedans d'une mesme positive, ou premiere posée prime quantité; Mais il avient en l'operation algebraique (comme il apparoistra aux exemples du 81 probleme) quand la proportion donnée, par laquelle on vient au requis, s'offre tresocculte, que joignant les positives quantitez on met

encore d'autres quantitez d'une autre progression, & procedans d'une autre prime quantité que la positive; lesquelles nous appellons postposees quantitez, comme la 28 definition l'explique plus amplement.

Or comme aux precedens problemes de positives quantitez, l'on cherche tousiours la valeur en nombre arithmetique ou radical de 1 ①, ainsi est il ici necessaire, de trouver la valeur en positives quantitez, de la prime quantité des postposees quantitez; dont la cause sera plus notoire par leurs exemples au 81 probleme.

PROBLEME LXXIX.

Estant donnez trois termes, desquels la premiere postposée quantité de simple nom point multipliée ou divisée, le second de positives quantitez quelconques, le troisiesme, de postposées quantitez quelconques, mais de la mesme progression que celle du premier terme: Trouver leur quatriesme terme proportionel; en positives quantitez.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 4 *sec.* ①, le second 8 ③ — 4 ①, le troisiesme 1 *sec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* Parce que le troisiesme terme est le quart du premier, on prendra aussi le quart du second, c'est à dire qu'on divisera le second terme par 4 (des 4 *sec.* ①,) donne quotient pour le quatriesme terme proportionel requis 2 ③ — 1 ①.

COROLLAIRE.

Il est manifeste par la precedente construction, que encore que le premier & troisiesme terme fussent multinomies quelconques, mais que le quotient de la division du premier terme par le troisiesme, fust nombre Arithmetique ou radical, qu'on en pourra trouver le quatriesme terme proportionel. *Demonstration.* Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

4 *sec.* ①.	8 ③ — 4 ①.	1 *sec.* ①.	2 ③ — 1 ①.
8 ③ — 4 ①.	8 ③ — 4 ①.	2 ③ — 1 ①.	2 ③ — 1 ①.

Et appert que 2 ③ — 1 ①, est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I. Si la quantité du premier terme eust esté postposée quantité plus haute que *sec.* ①, par exemple 4 *sec.* ②, on convertiroit les mesmes en quantité de l'espece du troisiesme terme donné, prenant sa racine quarrée qui est 2 *sec.* ①, & semblablement la racine quarrée du second terme, qui est √ *bino.* 8 ③ — 4 ①, & seront 2 *sec.* ① egales à √ *bino.* 8 ③ — 4 ①: Puis divisant √ *bino.* 8 ③ — 4 ①, par 2 (des 2 *sec.* ①,) viendra pour la valeur de 1 *sec.* ①, ou pour le quatriesme terme proportionel requis, √ *bi.* 2 ③ — 1 ①.

Et de mesme sorte si 3 *sec.* ② valoient — 6 ② + 9 ①, & qu'on cherchast la valeur de 1 *sec.* ①, on extraira racine de chasque des egales parties, & √ 3 ✕ *sec.* ①, seront egales à √ *bino.* — 6 ② + 9 ①; Puis divisant √ *bino.* — 6 ② + 9 ① par √ 3, viendra (pour valeur de 1 *sec.* ①) √ *bino.* — 2 ② + 3 ①.

NOTA II. Mais si le troisiesme terme fust quelque multinomie de postposees quantitez d'une mesme progression, on trouvera (comme le semblable se faict aux positives quantitez) premierement la valeur de 1 telle, postposée ①, laquelle cognue, le troisiesme terme se trouvera comme nous dirons: Soyent par exemple les trois termes donnez, tels: le premier 4 *sec.* ①, le second 8 ③ — 4 ①, le troisiesme 2 *sec.* ② + 3 *sec.* ①. Or la valeur de 1 *sec.* ①, est comme dessus 2 ③ — 1 ①; Ergo les 3 *sec.* ①, vaudront trois fois autant, qui est 6 ③ — 6 ①, & 1 *sec.* ② vaudra le quarré de 2 ③ — 1 ①, qui est 4 ⑥ — 4 (4) + 1 ②; ergo les 2 *sec.* ②, vaudront deux fois autant, qui est 8 ⑥ — 8 (4) + 2 ②, ausquels adjoustez les 6 ③ — 3 ①, font pour quatriesme terme proport. requis 4 ⑥ — 4 (4) + 6 ③ + 2 ② — 3 ①.

NOTA III. Si (par quelque operation algebraique la postposée quantité se rencontrast avec quelque positive, egale à quelques positives quantitez, on mettra la postposée quantité seule, par le moien d'egale addition, ou soubstraction de parties egales. Par exemple, si le premier terme donné fust 3 *sec.* ① + 9 ②, & le second terme à lui egal 6 ①, on soubstraira de chascune partie 9 ②. & resteront 3 *sec.* ①, egales à — 9 ② + 6 ①, desquels on trouvera par la reigle ci dessus la valeur de 1 *sec.* ①, qui sera — 3 ② + 2 ①.

Cest avertissement servira aussi pour le probleme suivant. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier postposée quantité de simple nom, &c. ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier positive quantité multipliée ou divisée par postposée, le second de positives quantitez quelconques, le troisiesme de postposées quantitez quelconques, mais de la mesme progression que celle du premier terme: Trouver leur quatriesme terme proportionel en positives quantités.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ① M *sec.* ①, le second 5 ③ — 2 ①, le troisiesme 1 *sec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction. On divisera le second terme donné par la 1 ①, de la 1 ① M *sec.* ① donnée, donne quotient pour le quatriesme terme proportionel requis, 5 ② — 2.

Demonstration. Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ① M *sec.* ①.	5 ③ — 2 ①.	1 *sec.* ①.	5 ② — 2
5 ③ — 2 ①.	5 ③ — 2 ①.	5 ② — 2.	5 ② — 2

Que la valeur de 1 ① M *sec.* ①, sera 5 ③ — 2 ①, est manifeste par ce que 1 ① multiplié, par la valeur de 1 *sec.* ①, qui est 5 ② — 2, monte 5 ③ — 2 ①. Et appert que 5 ② — 2 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I.

Il est manifeste par les choses susdictes, que 3 ① M *sec.* ① vallans 36 ②, la 1 *sec.* ① vaudra 12 ①, car divisant 36 ② par les 3 ①, donne quotient 12 ②.

Item 3 ① M *sec.* ②, vallans 6 ② + 3 ①, la 1 *sec.* ② vaudra 2 ① + 1, & la 1 *sec.* ① vaudra sa racine, qui est √ *bino.* 2 ① + 1.

Item 2 ② M *sec.* ③ vallans 6 ④, la 1 *sec.* ③ vaudra 3 ②, & la 1 *sec.* ① vaudra sa racine cubique qui est √ ③ 3 ②. Et ainsi en infini des autres semblables.

Mais si le premier terme se presentast (par exemple) 3 ② M 4 *sec.* ①, c'est à dire 3 ②, multipliées par 4 *sec.* ①, il sera notoire que la requise multiplication n'est poinct faicte; parquoy les multipliant selon le 62 probleme, donnent produict 12 ②. M *sec.* ①, de sorte que le nombre de multitude des postposees quantitez est icy tousiours unité: qui est aussi la raison pourquoy l'on ne descrit point expressement ceste 1 devant la *sec.* ①.

NOTA. II. Mais si la positive quantité du premier terme, fust divisée par postposee quantité, alors au lieu ou l'on a cy dessus divisé le second terme, par la positive quantité du premier terme, on divisera icy au contraire la positive quantité du premier terme, par le second terme. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 6 ③ *sec.* ①, le deuxiesme 3 ②, le troisiesme 1 *sec.* ①.

*sec.*①. On diviſera les 6 ③, par 3 ②, donne quotient, & ſolution 2 ①; dont la demonſtration par la valeur des termes eſt telle:

6 ③ D *sec.* ①.	3 ②.	1. *sec.* ①.	2 ①.
3 ②.	3 ②.	2 ①.	2 ①.

Mais ſi la poſtpoſée quantité fuſt diviſée par poſitive, on multipliera alors la poſitive du premier terme, par le ſecond terme, & le produict ſera la valeur des poſtpoſées quantitez. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 3 *sec.* ① D ①, le ſecond 6 ①, le troiſieſme 1 *sec.* ①: On multipliera le ſecond terme 6 ①, par la 1 ① du premier terme; faict 6 ② pour valeur des 3 *sec.* ①: Mais 3 *sec.* ① vallans 6 ②, ergo 1 *sec.* ① (pour quatrieſme proportionel requis) vaudra 2 ②. Dont la demonſtration par la valeur des termes, eſt telle:

3 *sec.* ① D ①.	6 ①.	1 *sec.* ①.	2 ②.
6 ①.	6 ①.	2 ②.	2 ②.

Que la valeur de 3 *sec.* ① D ①, ſoit 6 ①, eſt manifeſte, par ce que 1 *sec.* ① vallant 2 ②, la 1 *sec.* ① D ①, vaudra 2 ①, & par conſequent les 3 *sec.* ① D ①, vaudront 6 ①. Et appert que 2 ② ſont leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblablement pourrions nous donner autres exemples de quantitez diviſées, comme nous avons faict cy deſſus des multipliées, ne fuſt que ces diviſées fuſſent par icelles multipliées aſſez manifeſtes.

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier poſitive quantité multipliée ou diviſée, &c. ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DU PRECEDENT PROBLEME.

Puis que le produict cy deſſus de 1 ①, multiplié par 1 *sec.* ①, eſt egal par l'hypotheſe, à 5 ③ — 2 ①, c'eſt choſe claire, que 1 *sec.* ① ſera egal au quotient de la diviſion de 5 ③ — 2 ①, par 1 ①, comme le ſemblable eſt vulgaire en computations communes. Par exemple, ſi le produict de 3 par 2, eſt egal à 6, ergo le 2 eſt egal au quotient de la diviſion de 6 par 3.

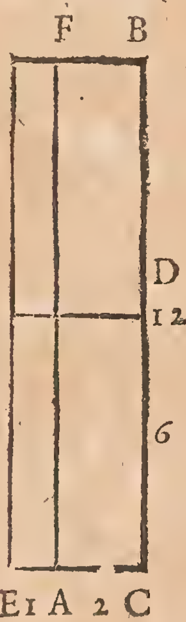
Et le meſme ſe demonſtre de la poſitive quantité du premier terme, diviſée par poſtpoſée. Par exemple: Puis que le quotient de 6 ③, diviſées par 1 *sec.* ①, eſt egal par l'hypotheſe, a 3 ②, c'eſt choſe claire, que 1 *sec.* ①, ſera egale, au quotient de la diviſion de 6 ③, par les 3 ②, comme le ſemblable eſt vulgaire, en computations communes. Par exemple, ſi le quotient de 6 par 3, eſt egal à 2, ergo 3 eſt egal au quotient de la diviſion de 6 par 2. Et le meſme ſe demonſtre de la poſtpoſée quantité du premier terme diviſée par poſitive quantité. Par exemple: Puis que le quotient de 3 *sec.* ① diviſées par 1 ①, ſont egales par l'hypotheſe à 6 ①, c'eſt choſe claire, que 3 *sec.* ①, ſeront egales au produict de 6 ① par la 1 ①, comme le ſemblable eſt vulgaire en computations communes. Par exemple, ſi le quotient de 6 par 3 eſt egal à 2, ergo 6 eſt egal au produict de 2 par 3. donc 3 *sec.* ① D ① vallans 6 ①, les 3 *sec.* ① vaduront 6 ②, & par conſequent la 1 *sec.* ① vaudra 2 ②. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA. Nous avons demonſtré au 79 & 80 probleme, l'invention du quatrieſme terme, quand il y a un nom aux egaux termes donnez, qui ſoit poſtpoſée quantité point multipliée ou point diviſée: Puis de multipliée ou diviſée. Mais quand il y a multinomie de poſtpoſées quantitez, l'invention de la poſtpoſée prime, n'eſt point encore legitimement trouvée: Toutesfois l'on peut en les operations Algebraiques aucunefois venir au requis par quelque cognue proportion, qu'il y a entre les termes donnez, & leur incognu valeur, comme la 23 queſtion du 81 probleme le demonſtre. Nous deſcrirons donc 6 theoremes explicans telles proportions que nous avons colligez du livre de Cardan intitulé *Ars Magna cap.* 10. & formé à noſtre maniere: Dont le premier, ſecond, & troiſieſme theoreme, ſeront des trois ſortes des comparaiſons, qui ſe rencontrent de 1 ① M *sec.* ① à quelques *sec.* ①, & quelques ①. Mais le quatrieſme, cincquieſme, & ſixieſme theoreme, ſeront des trois ſortes de comparaiſons, qui ſe rencontrent de quelques ① M *sec.* ①, à quelques *sec.* ① & 1 ②.

THEOREME I.

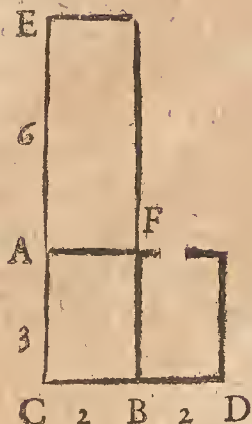
QVand 1 ① *M* ſec. ① + *quelques* ſec. ①, *ſont egales à quelques* ①: *Alors comme la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 ſec. ①, *ainſi la ſomme de la valeur de* 1 ①, *& le nombre de multitude* ſec. ①, *au nombre de multitude de* ①.

Explication du donné. Soyent 1 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①, egales à 3 ①; Et la valeur de 1 ①, ſoit 12; Et de 1 *sec.* ① ſera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 12 (valeur de 1 ①) a 2 (valeur de 1 *sec.* ①) ainſi 18 (la ſomme de 12 valeur de 1 ① & 6 nombre de multitude de *sec.* ①) a 3, nombre de multitude de ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 ① M *sec.* ①, contenu ſoubs C B 1 ①, de laquelle la valeur ſoit 12, & ſoubs C A 1 *sec.* ①, de laquelle la valeur ſoit 2, deſquels le produict pour A B (comme dict eſt) ſera 1 ① M *sec.* ①, qui vaudra 24. Puis ſoit A D 6 *sec.* ①, contenu ſoubs C A 1 *sec.* ①, & ſoubs C D 6, deſquels le produict ou valeur eſt 12. Puis ſoit le rectangle E B 3 ①, contenu ſoubs C B 1 ①, & C E 3, & ſoit ledict rectangle E B, egal au rectangle A B avec A D.



Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez propoſees, à ſçavoir 1 ① M *sec.* ① A B + 6 *sec.* ① A D, egales a 3 ① E B.

Or que la raiſon de C B 12 valeur de 1 ①, à A C 2 valeur de 1 *sec.* ①, eſt comme de C B 12 valeur de 1 ① avec C D 6 nombre de multitude de *sec.* ①, à E C 3 nombre de multitude de ①, eſt par leurs nombres manifeſte: Et pour demonſtrer le meſme geometriquement, il faut ſçavoir que le rectangle E B, eſt egal au rectangle A B avec A D par l'hypotheſe; Soubſtrayons doncques d'une & d'autre partie le rectangle A B, ergo reſtera E F egale à A D, doncques par la 16 propoſition du 6 d'Euclide, comme C B à A C, ainſi C D à A E, & par compoſée proportion, comme C B, à A C, ainſi C B avec C D, à A C avec A E qui eſt C E.



NOTA. Quand la valeur de 1 ① sera moindre que le nombre de multitude de *sec.* ①, la figure se representera d'autre forme. Par exemple: Soit 1 ① M *sec.* ① + 4 *sec.* ①, egale à 9 ①, & la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera 3. Et la figure (sur laquelle accordera aussi la precedente geometrique demonstration) sera telle:

Et encore seroit ce autre figure, si la valoir de 1 ①, fust egale au nombre des *sec.* ①. Cest avertissement servira aussi aux theoremes suivans. *Conclusion*. Quand doncques 1 ① M *sec.* ① + quelques *sec.* ①, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME II.

Quand 1 ① M sec. ①, *est egale à quelques* sec. ① + *quelques* ①: *Alors comme le nombre de multitude des* sec. ①, *à l'exces de la valeur de 1* ①, *sur le nombre de multitude de* sec. ①, *ainsi l'exces de la valeur de* 1 sec. ①, *sur le nombre de multitude de* ①, *au nombre de multitude de* ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *sec.* ①, egale à 3 *sec.* ① + 4 ①, & la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 10. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 3 (nombre des *sec.* ①) à 2 (exces de 5 valeur de 1 ①, sur 3 nombre de multitude de *sec.* ①.) Ainsi 6 (exces de 10 valeur de 1 *sec.* ①, sur 4 nombre de multitude de ①) à 4, nombre de multitude de ①. *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 ① 5, & A C 1 *sec.* ① 10, leur produict C B sera 1 ① M *sec.* ①; Puis soit A D 3, nombre de multitude des *sec.* ①, doncques C D sera 3 *sec.* ①. Puis soit menée la ligne E F G, ainsi que E D soit egal à F H, & soit A E 4, nombre de multitude de ①, ergo E B sera 4 ①. Nous avons doncques en ceste figure, les egales quantitez proposées, a sçavoir 1 ① M *sec.* ① en C B, egales à 3 *sec.* ① en C D + 4 ① en E B.



Or que la raison de A D 3 (nombre de multitude de *sec.* ①) à D B 2 (exces de A B 5, valeur de 1 ①, sur A D 3, nombre de multitude de *sec.* ①) est comme de E C 6 (exces de A C 10, valeur de 1 *sec.* ①, sur A E 4, nombre de multitude de ①) à A E 4 (nombre de multitude de ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, il faut sçavoir, que F H est egale à E D, par l'hypothese: Ergo par le 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme A D, à F G, ou à D B, ainsi G H, ou C E, à E A. *Conclusion.* Quand doncques 1 ① M *sec.* ① est egal, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Cardane audict livre *Ars Magna cap.* 10. à la quatriesme demonstration dict ainsi: *Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantum.* le sens est, que de la comparaison de 1 ① M *sec.* ① à quelques *sec.* ①, & quelques ①, procedent seulement deux manieres, à sçavoir celles des deux theoremes precedens: Mais nous y avons aperceu la troisiesme que nous descrirons en ceste sorte:

THEOREME III.

Quant quelques sec. ①, *sont egales à* 1 ① M sec. ① + *quelques* ①: *Alors comme l'exces du nombre de multitude des* se. ①, *sur la valeur de 1* ①, *à la valeur de 1* ①, *ainsi le nombre de multitude de* ①, *à la valeur de* 1 sec. ①.

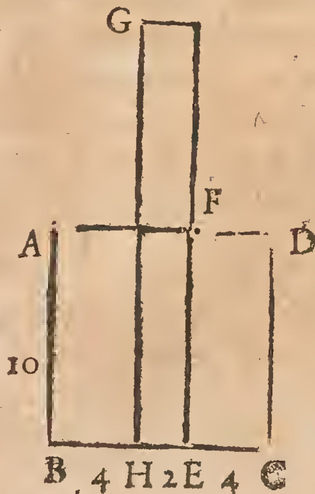
Explication du donné, Soyent 10 *sec.* ①, egales à 1 ① M *sec.* ① + 3 ①; Et la valeur de 1 ① soit 4, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 6 (exces du nombre de multitude des 10 *sec.* ①, sur la valeur de 1 ① 4) à 4 (valeur de 1 ①) ainsi 3 (nombre de multitude des 3 ①) à 2, valeur de 1 *sec.* ①. *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 *sec.* ① 2, & A C 10, nombre de multitude de *sec.* ①, leur produict sera C B 10 *sec.* ①. Puis soit faict le rectangle D E egal à C F, & soit D A 1 ①. de laquelle la valeur 4, & A E, soit 3. Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez proposées; Car D B est 1 ① M *sec.* ①, & D E 3 ①, lesquelles ensemble sont egales à C B 10 *sec.* ①. Or que la raison de C D 6 (exces de A C 10 nombre de multitude de *sec.* ①, sur D A 4, valeur de 1 ①) à D A 4 (valeur de 1 ①) est comme A E 3 (nombre de multitude de ①) à A B 2 (valeur de 1 *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçavoir que C F est egale à la D E par l'hypothese. Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme C D à D A, ainsi A E à D F ou à A B. *Conclusion.* Quand doncques quelque *sec.* ① sont egales à &c. ce qu'il falloit demonstrer.



THEOREME IV.

Quand 1 ②, *est egale à quelques* ① M sec. ① + *quelques* sec. ①: *Alors comme la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 sec. ①, *ainsi le nombre de multitude de* sec. ①, *à l'exces de la valeur de* 1 ①, *sur le produict du nombre de multitude des* ①, *par la valeur de* 1 sec. ①. *Item la valeur de* 1 ①, *est moyen proportionel, entre la valeur de* 1 sec. ①, *& la somme du nombre de multitude des* sec. ①, *& la valeur des* ①.

Explication du donné. Soit 1 ② egale à 3 ① M *sec.* ① + 2 *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 10, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstrat. Arithmetique.* Comme 10 (valeur de 1 ①) à 2 (valeur de 1 *sec.* ①) Ainsi 20 (nombre de multitude des *sec.* ①) à 4 (exces de 10 valeur de 1 ①, sur 6 produict de 3 nombre de multitude des ①, par 2 valeur de 1 *sec.* ①.) Item 10 (valeur de 1 ①) est moien proportionel entre 2 (valeur de 1 *sec.* ①) & 50 somme de 20 nombre des *sec.* ① & de 30 valeur des 3 ①. *Autre demonstrat. Geometrique.* Soit A B 1 ① 10, & A B C D, sera 1 ②. Puis soit menée la ligne E F, ainsi que A E soit 3 ① M *sec.* ①. Puis soit descript le rectangle G E, egal au rectangle F C, & soit E H, 1 *sec.* ① 2, & H G 20: Ergo G E faict 20 *sec.*



20 *sec.* ①. Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de A B 10 (valeur de 1 ①) à H E 2 (valeur de 1 *sec.* ①) est comme G H 20 (nombre de multitude des *sec.* ①) à E C 4 (exces de C B 10 valeur de 1 ① sur E B 6) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrer ceci geometriquement, il faut sçavoir que F C, est egal à G E par l'hypothese; Ergo par la 16 proposition du sixiesme livre d'Euclide, comme D C ou A B, à H E, ainsi G H, à E C.

Conclusion. Quand doncques 1 ② est egale à quelques, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. V.

Quand 1 ① M sec. ①, *est egale à quelques* ② + *quelques* sec. ①: *Alors comme la valeur de 1* sec. ①, *à la valeur de 1* ①, *ainsi l'exces de la valeur de 1* sec. ①, *sur le produict de la valeur de 1* ①, *par le nombre de multitude des* ②, *au nombre de multitude des* se. ①. *Item la valeur de 1* ① *est moyen proportionel, entre le quotient procedant de la division de la valeur de la* sec. ①, *par le nombre de multitude des* ②, *& la reste procedante de la soubstraction du nombre des* sec. ①, *de la valeur de 1* ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *sec.* ① egale a 2 ② + $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 100. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à 5 (valeur de 1 ①) Ainsi 90 (exces de 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur 10 produict de 5 valeur de 1 ①, par 2 nombre des ②) à $4\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* ①.)

Item 5 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 50 (quotient procedant de la division de 100 valeur de la *sec.* ①, par le nombre des ②) & $\frac{1}{2}$ (reste procedant de la soubstraction de $4\frac{1}{2}$ nombre de multitude des *sec.* ① de 5 valeur de 1 ①) *Autre demonstrat. Geometr.* Soit A B 1 ① 5, & B C 1 *sec.* ① 10, doncques A C, est 1 ① M *sec.* ①, la mesme soit egale à 3 ② + $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①. Puis soit la ligne B D, double à la A B (double par ce que le nombre de multitude de ② est 2) Doncques (veu que A B est 1 ①, & B D 2 ①) le rectangle A D, sera 2 ②, & la reste E C sera $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①. Puis soit menée la ligne F H, ainsi que F B soit egale à E C, donc E C sera $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①, à sçavoir F C $4\frac{1}{2}$, par C B 1 *sec.* ①.

F $4\frac{1}{2}$ C — 90 — E D — 10 — A H 5 B

Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de B C 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à A B 5 (valeur de 1 ①.) est comme D C 90 (exces de C B 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur D B 10 produict de 5, valeur de A B 1 ①, par 2, nombre des ②) à F C $4\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste: Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçavoir que F B, est egal à E C, par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme B C, à E D, ou A B, ainsi D C, à F C.

Conclusion.

Quand doncques 1 ① M *sec.* ①, est egale à quelques ②, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME VI.

Quand quelques sec. ①, *sont egales à 1* ① *M* sec. ① + *quelques* ②: *Alors comme le nombre de multitude des* sec. ①, *à la somme de la valeur de 1* sec. ①, *& le produict du nombre de multitude des* ②, *par la valeur de 1* ①, *ainsi la valeur de 1* ①, *à la valeur de 1* sec. ①. *Item la valeur de 1* ① *est moyen proportionel entre la valeur de 1* sec. ①, *& le quotient procedant de la division de l'exces du nombre de multitude des* sec. ①, *sur la valeur de 1* ①, *par le nombre des* ②.

Explication du donné. Soyent 4 *sec.* ① egales à 1 ① M *sec.* ① + 6 ②. Et la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 12. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 4 (nombre de *sec.* ①) à 24 (somme de 12 valeur de 1 *sec.* ①, & 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) ainsi 2 (valeur de 1 ①) à 12 (valeur de 1 *sec.* ①.)

Item 2 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 12 (valeur de 1 *sec.* ①) & $\frac{1}{3}$ (quotient procedant de la division de 2 exces de 4 nombre de multitude des *sec.* ①, sur 2 valeur de 1 ①, par 6 nombre des ②.)

Autre demonstration Geometrique. Soit A B 1 *sec.* ① 12, & B C 4; Doncques C A seront 4 *sec.* ① egales par l'hypothese, à 1 ① M *sec.* ① + 6 ②, les mesmes soyent D E, à sçavoir D A 1 ① 2, parquoy D B 1 ① M *sec.* ①, & B E, sera sextuple à F B 1 ①, c'est à dire que B E sera 6 ①, ergo F E 6 ②.

2 D 2 A — 12 — C 2 F — B — 12 — 2 E

Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de C B 4 (nombre de multitude des *sec.* ①) à A E 24 (somme de A B 12 valeur de 1 *sec.* ①, & B E 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) est comme D A 2 (valeur de 1 ①) à A B 12 (valeur de 1 *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrer le mesme geometriquement faut sçavoir que C A est egal à D E par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme C B, à A E, ainsi D A, à A B. *Conclusion.* Quand doncques quelques *sec.* ① sont egales à &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Estant doncques ainsi achevée la reigle de proportion des quantitez, nous viendrons à leur reigle de faux. Il est bien vray que suivant l'ordre des nombres Arithmetiques & Radicaux precedens, qu'il nous fauldroit premierement descrire la reigle de proportionelle partition des quantitez, qui seroit chose assez facile, mais ne voyant pour le present leur utilité nous la passerons oultre.

Sixiesme distinction, de la reigle des faux des nombres algebraiques, dicte reigle de

ALGEBRE.

PROBLEME LXXXI.

Estant proposé question qui se solve par Algebre: La solver par Algebre.

Or nous sommes venuz au dernier probleme de ce livre, qui est de la tressinguliere & admirable Reigle d'Alge-

d'Algebre, l'Inexhauste fontaine d'infiniz Theoremes Arithmetiqués, Revelatrice des mysteres cachez en nombres: De laquelle nous avons declaré la methode par similitude, en nombres Arithmetiques, au *16* probleme, nous la demonstrerons maintenant par effect en la chose mesme. Mais avant que nous y venons, il faut encore dire un mot, à sçavoir: Comme il est mestier à l'apprentif, avant qu'il vienne à la reigle de faux des nombres Arithmetiques (que nous avons descript audict *16* probleme) qu'il cognoisse les lettres des cyffres, qu'il scache les quatre generales numerations, & la reigle de trois des nombres Arithmetiques, qui au paravant avoient esté descriptes, sans lequel il commenceroit desordonneement, & à peu de prouffit, à icelle Reigle des faux, parce qu'elles sont matiere & instrumens, par lesquels il faut operer: Tout ainsi est il necessaire, avant que venir à ceste Reigle de Faux, ou Algebre, que l'on cognoisse ses propres characteres, ses quatre numerations generales, Reduction, & Reigle de proportion de ses nombres Algebraiques. Lesquelles sont copieusement descriptes aux precedens, & sans la cognoissance d'icelles, on commencera desordonneement, & à peu d'utilité, parce qu'elles sont aussi matiere & instrumens, necessaires à l'operation d'icelle.

Item comme il n'estoit pas la le lieu, d'enseingner ou repeter la maniere de Ajouster, Soubstraire, Multiplier, Diviser, &c. des nombres Arithmetiques, Mais cela se faisoit au paravant en son propre lieu: Ainsi ne sera ce pas ici le lieu de repeter en ceste operation la maniere d'Ajouster, Soubstraire, Multiplier, Diviser, Reduire, trouver quatriesme proportionel, des nombres Algebraiques; Car cela confondroit & nostre distinct ordre, & mesme l'apprentif; mais il faut que tout ceci s'apprenne aux precedens; Ce que nous conseillons de faire à ceux qui en requirent facilement parvenir à chef.

QVESTION I.

Trouvons un nombre, qui avec sa moitie, face 18.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①
Sa moitie	$\frac{1}{2}$①
Leur somme	1$\frac{1}{2}$①
Egale à	18

Puis on mettra une ligne, joignant les nombres algebraiques, & alors leur disposition sera comme cy dessus.

Puis on dira, 1$\frac{1}{2}$① est egale, ou vaut 18, combien 1 ①? faict par le *67* probl. 12. Doncques 1① premier en l'ordre vaut 12. & la $\frac{1}{2}$① second en l'ordre vaudra (par le *66* probleme) *6*, & la 1$\frac{1}{2}$① troisiesme en l'ordre vaudra 18; Lesquelles valeurs se mettront chascune joignant sa quantité, & sera alors la disposition des characteres de la construction (lesquelles nous descrirons autre fois en ceste premiere question pour plus grande evidence) comme ci dessous:

Soit le nombre requis	1①	12
Sa moitie	$\frac{1}{2}$①	6
Leur somme	1$\frac{1}{2}$①	18
Egale à	18	18

Je di que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12 avec sa moitie *6*, faict selon le requis 18; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Semblable sera la methode, en toutes les questions suivantes; à sçavoir apres que (par operation conforme à la petition) on aura trouvé deux quantitez egales, on trouvera par icelles la valeur de 1①, par quelque probleme des problemes *67* *68.69.70.71.72.73.74. 75.76.77.78.79.80.* à luy respondant; qui estant cognu, on trouvera par la mesme valeur de 1①, la valeur de toutes les quantitez en l'ordre, par le *66* probleme; & l'on aura les nombres requis à la proposition.

L'on peut aussi souventesfois trouver les autres nombres requis par le premier nombre trouvé, sans trouver par le *66* probleme la valeur des quantitez de l'ordre. Par exemple, sçachant cy dessus que le nombre requis est 12, nous pourrions prendre sa moitie, qui est *6*, & l'ajouster à 12, faict selon le requis 18: de sorte que par l'une & l'autre maniere l'on vient à la desirée solution; Mais par ce qu'il avient souventesfois, que la raison du nombre premier trouvé est aux autres nombres requis trop obscure, voire aucunefois pas determinée, comme il apparoistra en plusieurs questions du second livre de Diophante, & autres suivants; l'on trouvera alors la valeur des quantitez en l'ordre, comme dessus, par le moyen du *66* probleme.

Item la ou (au commencement de la construction) nous avons posé pour le nombre requis 1①: On peut poser nombre algebraique quelconque, & tel qui en l'operation nous semblera le plus commode, selon la qualité de la question. Par exemple, si à cause d'eviter fraction, nous eussions voulu poser pour le nombre requis, 2①, sa moitie sera 1①, font ensemble 3①, egales à 18, & par le *67* probleme 1① vaudroit *6*: Ergo les posées 2① (par le *66* probleme) vaudroient 12, qui est le mesme, ce que dessus valoit la posée 1①, & nous vient la mesme solution.

Prennons autrefois pour nombre requis 4②, sa moitie sera 2②, font ensemble *6*② egales à 18, & par le 78 probleme 1① vaudra √3; Ergo les 4② par le *66* probleme vaudront comme dessus 12. Et ainsi d'autres quantitez quelconques.

QVESTION II.

Partons 5 en deux parties telles, que leur produict soit 6.

NOTA.

Nous dirons icy encore une fois pour tout, que les nombres derriere la ligne, sont les nombres de la solution; à sçavoir les valeurs des nombres algebraiques, ausquels ils correspondent, & se mettent apres que la valeur de 1① est trouvée.

CONSTRVCTION.

Soit l'une partie	1①	3
Et l'autre sera necessairement	−1①+5	2
Leur produict	−1②+5①	6
Egales à	6	

Lesquels termes reduicts, par la 4 reigle devant le *66* probleme, à sçavoir mettant la superieure quantité seule, &c. 1② sera egale à 5① − 6, & par le *68* probleme, 1① vaudra 3, ou 2 soit 3.

Je di que 3 & 2 sont les nombres requis. *Demonstration.* Que 3 & 2 sont les parties de 5, est notoire, & leur produict est *6* selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION III. QVI ENSEMBLE LES IVe. Ve. VIe. QVESTIONS SVIVANTES, servent à l'origine des extractions des racines quarrées, des multinomies radicaux du 39 probleme.

Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7, & que l'un quarré soubstraict de l'autre, reste 1.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	2
Son quarré pour premier quarré	1②	4
Ergo le second quarré (puis qu'avec le premier quarré il doit faire 7) sera necessairement	−1②+7	3
Sa racine quarrée, pour le second nombre requis.	√ bino. −1②+7	√3
Difference des quarrez	2②−7	1
Egale à	1	

Lesquels termes reduicts, 2② seront egales à 8; Et par le 78 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & √3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les deux quarrez de 2 & de √3, qui sont 4 & 3, font ensemble 7. Item soubstraict 3 de 4 reste 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste construction ainsi:

Soit le premier nombre requis	1①	√3
Son quarré pour le premier quarré	1②	3
Ergo le second quarré (puis que du premier il doibt differer en 1) sera +1 ou −1, soit	1②+1	4
Sa racine quarrée pour le second nombre requis	√ bino. 1②+1	2
Somme des quarrez	2②+1	7
Egale à	7	

Lesquels termes reduicts 2② seront egales à 6; Et par le 78 probleme 1① vaudra √3. & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & √3.

QVESTION IV.

Trouvons deux nombres tels, que le double de leur produict soit √48, & la somme de leurs quarrez 7.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis.	1①	2
Ergo le second nombre (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit √48) sera	√12 / 1①	√3
Le quarré du premier nombre est	1②	4
Le quarré du second nombre est	12 / 1②	3
La somme des quarrez	1④+12 / 1②	7
Egale à	7	

Lesquels termes reduicts, 1④ sera egale à 7②−12. Et par le 78 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & √3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 2 & √3, est √12, son double √48; Item la somme des quarrez de 2 & √3, est 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste construction ainsi:

Soit le premier nombre requis	1①	2
Son quarré pour le premier quarré	1②	4
Ergo le second quarré (puis qu'avec le premier quarré il doibt faire 7) sera necessairement	−1②+7	3
Sa racine quarrée pour le second nombre requis	√ bino. −1②+7	√3
Produict du premier & second nombre, est √ bino. −1④+7②, son double	√ bino. −④4+28②	√48
Egales à	√48	

Lesquels termes reduicts 1④ sera egale a 7②−12; Et par le 78 probleme, 1① vaudra 2, & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & √3.

QVESTION V.

Trouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit −√60; Et le double du produict du premier par le troisiesme, soit √40; Et le double du produict du second par le troisiesme, soit −√24.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	√5
Ergo le second (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit −√60) sera	−√15 / 1①	−√3
Et le troisiesme (puis qu'il faut que le double du produict du premier & troisiesme soit √40) sera	√10 / 1①	√2
Le produict du second −√15 / 1① & troisiesme √10 / 1① est	−√600 / 1②	−√24
Egal à	−√24	

Lesquels termes reduicts −√24 X ② seront egales à −√600; Et par le 78 probleme, 1① vaudra √5.

Je di que √5 & −√3 & √2 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de √5 & −√3, est −√15, son double −√60; Item le produict de √5 & √2, est √10, son double √40; Item le produict de −√3 & √2, est −√6, son double −√24, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

Trouvons quatre nombre tels, que le double du produict du premier & second, soit √140; Et du premier & troisiesme √84; Et du second & troisiesme √60; Et du premier & quatriesme −√56; Et du second & quatriesme −√40; Et du troisiesme & quatriesme −√24.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	√7
Ergo le second	√35 / 1①	√5
Ergo le troisiesme	√21 / 1①	√3
Ergo le quatriesme	−√14 / 1①	−√2
Double du produict du second & troisiesme	√2940 / 1②	√60
Double du produict du second & quatriesme	−√1960 / 1②	−√40
Double du produict du troisiesme & quatriesme	−√1176 / 1②	−√24
Somme de ces trois produicts (quand aux autres produicts requis les mesmes se trouvēt selon la question) est	√2940 − √1960 − √1176 / 1②	√60 − √40 − √24
Egale à √60 − √40 − √24		

Lesquels termes reduicts √60 X ② + √40 X ② − 24 X

24 ✕ ② seront egales à √ 2940 — √ 1960 — √ 1176; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 7.

Je di, que √ 7, & √ 5, & √ 3, & — √ 2, sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le double du produict de √ 7 & √ 5, est √ 140; Et de √ 7 & √ 3, est √ 84; Et de √ 5 & √ 3, est √ 60; Et de √ 7 & — √ 2 est — √ 56; Et de √ 5 & — √ 2 est — √ 40; Et de √ 3 & — √ 2, est — √ 24, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII, LAQVELLE ENSEMBLE LES QVESTIONS SVIVANTES jusques à la 18 servent aux origines des constructions des problemes 69. 71. 72. 73. 75. 76. 77.

Trouver deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la somme de leurs cubes 40.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	√ ③ *bino.* 20 + √ 392
Ergo le second nombre, à fin que le produict du premier & second soit 2 (qui se trouve divisant 2 par 1 ①) sera	$\frac{2}{1①}$	√ 3 $\frac{8}{20+\surd 392}$
Le cube du premier nombre	1 ③	20 + √ 392
Le cube du second nombre	$\frac{8}{1③}$	$\frac{8}{20+\surd 392}$
Somme des cubes 1 ③ + $\frac{8}{1③}$		40
Egale à	40	

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à 40 ③ — 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 3 *bino.* 20 + √ 392.

Je di que √ ③ *bino.* 20 + √ 392 & √ ③ $\frac{8}{20+\surd 392}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict par le 40 probleme est 2, & la somme de leurs cubes par le 28 probleme est 40, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Ceste question (comme nous avons dict à l'origine du 69 probleme) sert pour declaration de la construction du mesme 69 probleme; Mais il faut sçavoir qu'icelle construction est colligée des nombres procedans de l'invention du valeur de 1 ①, quand 1 ⑥ vaut 40 ③ — 8.

Quant à ce que l'on prent la pour le deuxiesme nombre √ ③ *bino.* 20 — √ 392, & que nous trouvons icy √ ③ $\frac{8}{20+\surd 3,92}$, il faut sçavoir, que c'est tout le mesme par le 27 probleme. car divisant le numerateur 8 par le nominateur 20 + √ 392, &c. Doncques pour eviter fraction, on prent la tousiours le binomie disioinct, respondant au premier conjoinct. Et le semblable s'entendra sur la 8 question suivante.

QVESTION VIII.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la difference de leurs cubes 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	√ ③ *bino.* √ 108 + 10
Ergo le second nombre à fin que le produict du premier & second soit 2 sera	$\frac{2}{1①}$	√ 3 $\frac{8}{\surd 108+10}$
Le cube du premier nombre	1 ③	√ 108 + 10
Le cube du second nombre	$\frac{8}{1(3)}$	$\frac{8}{\surd 108+10}$
Difference des cubes est 1 ③ — $\frac{8}{1(3)}$ ou bien — 1 ③ + $\frac{8}{1(3)}$ soit 1 ③ — $\frac{8}{1(3)}$		20
Egale à	20	

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à 20 ③ + 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ ③ *bino.* √ 108 + 10.

Je di que √ ③ *bino.* √ 108 + 10 & √ ③ $\frac{8}{\surd 108+10}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict (par le 40 probleme) est 2, & la difference de leurs cubes (par le 29 probleme) est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

Trouvons un nombre cubique, qui avec — 6, face autant comme le costé dudict cube, multiplié par 7.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre cubique	1 ③	27
Auquel ajousté — 6 faict	1 ③ — 6	21
Egal à 1 ① (costé cubique du premier en l'ordre) multiplié par 7 qui est a	7 ①	21

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a 7 ① + 6; Et par le 66 probleme 1 ① vaudra 3.

Je di, que 27 est le nombre requis. *Demonstration.* 27 est le nombre cubique qui avec 6 faict 21. Aussi faict 21, le costé 3 dudict cube multiplié par 7; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 400, & du cube de l'un, soubstraicts les six quarrez du mesme nombre, la reste soit 400.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	40
Le second doncques sera necessairement	$\frac{400}{1(1)}$	10
Son cube	$\frac{64000000}{1(3)}$	1000
Duquel soubstraict les six quarrez du second en l'ordre, qui sont	$\frac{960000}{1(2)}$	600
Reste	$\frac{-960000(1)+64000000}{1(3)}$	400
Egal à	400	

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a — 2400 ① + 160000, & par la 2 differ. du 69 prob. la 1 ① vaudra 40.

Je di, que 40 & 10, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 40 & 10, est 400, & du cube du 10, qui est 1000, soubstraict 600, pour les six quarrez de 10, reste 400; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

Trouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5, soit 36.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	4
Sa moitie est $\frac{1}{2}$ ①, son quarré $\frac{1}{4}$ ②; ergo le second nombre	$\frac{1}{4}$ ②	4
Produict du premier 1 ①, par le second $\frac{1}{4}$ ② + 5 est	$\frac{1}{4}$ ③ + 5 ①	36
Egale à	36	

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 20 ① + 144; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quarré de la moitie du premier nombre

duict de 4 par 4 + 5 (qui eſt le premier nombre par le ſecond + 5) eſt 36, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XII.

Trouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier + 3 par le ſecond + 16, ſoit 225.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	6
Sa moitie eſt $\frac{1}{2}$①, ſon quarré $\frac{1}{4}$②; Ergo le ſecond nombre	$\frac{1}{4}$②	9
Produict du premier 1① + 3, par le ſecond $\frac{1}{4}$② + 16, eſt $\frac{1}{4}$③ + $\frac{3}{4}$② + 16① + 48		225
Egales à	225	

Leſquels reduicts 1③ ſera egale a — 3② — 64① + 708; Et par le 71 probleme 1① vaudra 6.

Je di, que 6 & 9 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré de la moitie du premier nombre 6 eſt 9, & eſt egal au ſecond nombre 9; Item le produict du premier 6 + 3, par le ſecond 9 + 16, eſt 225, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIII.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'un nombre par 2, ajouſté à la potence de quatre quantité dudict un nombre, la ſomme ſoit auſſi 3.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	3
Ergo le ſecond nombre ſera	$\frac{3}{1①}$	1
Qui multiplié par 2 faict	$\frac{6}{1①}$	3
Le meſme ajouſté à la potence de quarte quantité du ſecond nombre ſecond en l'ordre, qui eſt	$\frac{81}{1(3)}$	1
Faict	$\frac{6(3)+81}{1(4)}$	3
Egales à	3	

Leſquels reduicts, 1④ ſera egale à 2③ + 27; Et par le 74 probleme, 1① vaudra 3.

Je di, que 3 & 1 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 1, eſt 3; Et le produict de 1 par 2 eſt 2, qui ajouſté à la potence de quarte quantite dudict 1, la ſomme eſt auſſi 3; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIV.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 27, & de la potence de quarte quantité de l'un, ſoubſtraicts ſes deux cubes, la reſte ſoit auſſi 27.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	9
Ergo le ſecond nombre ſera	$\frac{27}{1①}$	3
Sa potence de quarte quantité	$\frac{531441}{1(3)}$	81
De laquelle ſoubſtraicts les deux cubes du ſecond nõbre ſecond en l'ordre, qui ſont	$\frac{39366}{1③}$	54
Reſte	$\frac{-39366①+531441}{1(4)}$	27
Egales à	27	

Leſquels reduicts, 1④ ſera egale à — 1458① + 19683; Et par le 72 probleme 1① vaudra 9.

Je di, que 9 & 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 9 & 3 eſt 27; Puis de la potence de quarte quantité de 3 qui eſt 81, ſoubſtraicts les deux cubes dudict 3, qui ſont 54, la reſte eſt auſſi 27, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XV.

Trouvons un — ◎, qui appliqué à 1 — 3, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication de quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté 3 $\frac{1}{5}$: qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le cincquieſme.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	— 1①	— 2
Qui appliqué a 1 — 3 faict 1 — 3 — 1①. multiplions les par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques en ceſte ſorte:		

			1	— 3	— 1①
			1	— 3	— 1①
			— 1①.	+ 3①.	+ 1②
	— 3.	+ 9.	+ 3①.		
1.	— 3.	— 1①.			
1.	— 3.	— 2① + 9. + 6①.			+ 1②

Doncques le troiſieſme nombre du produict eſt	— 2① + 9	5
Et le quatrieſme	6①	12
Et le dernier eſt 1②, auquel ſelon la queſtion ajouſté 3 $\frac{1}{5}$ le dernier ſera	1② + 3 $\frac{1}{5}$	7 $\frac{1}{5}$
Reſte maintenant que le quarré de 3① (moitie du quatrieſme) qui eſt	9②	36
Soit egal au produict du troiſieſme, par le dernier, qui eſt — 2③ + 9② — 6 $\frac{2}{5}$① + 28 $\frac{4}{5}$		36

Leſquels reduicts 1③ ſera egale à — 3 $\frac{1}{5}$① + 14 $\frac{2}{5}$; Et 1① par le 69 probleme vaudra 2, & par conſequent la poſée — 1① vaudra — 2.

Je di, que — 2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 3 — 2, par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 6 + 5 + 12 + 4; Doncques le troiſieſme nombre du produict, eſt 5, & le quatrieſme 12, & le dernier 4: auquel dernier ajouſté 3 $\frac{1}{5}$, fera 7 $\frac{1}{5}$, qui multiplié par le troiſieſme 5, faict 36 egal au quarré de 6, moitie du quatrieſme, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

Trouvons un — ◎ tel, que ſon quarré + 3 $\frac{1}{3}$, multiplié par la ſomme du double d'iceluy — ◎, & le quarré de — 3, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 3, par iceluy — ◎ requis.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	— 1①	— 2
Son quarré eſt 1②, auquel ajouſté 3 $\frac{1}{5}$ faict	1② + 3 $\frac{1}{5}$	7 $\frac{1}{5}$
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 3 qui eſt par — 2① + 9, faict — 2③ + 9② — 6 $\frac{2}{5}$① + 28 $\frac{4}{5}$		36
Egal au quarré du produict de — 3 par — 1① premier en l'ordre, qui eſt à	9②	36

Leſquels reduicts 1③ ſera egale à — 3 $\frac{1}{5}$① + 28 $\frac{4}{5}$; Et par le 69 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que — 2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de — 2 eſt 4, auquel ajouſté 3 $\frac{1}{5}$, faict 7 $\frac{1}{5}$, qui multiplié par 5 (5 pour la ſomme du double de — 2

& le

& le quarré de — 3) faict 36, qui sont egales au quarré du produict de — 3 par iceluy — 2; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons un ◎, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict adjousté — 32, & au quatriesme nombre du produict adjousté 8: Qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	6
Qui appliqué a 1 — 2, faict 1 — 2 + 1①, qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques comme nous les avons multiplié à la 15 question, donnent produict 1. — 4. 2① + 4. — 4①. 1②. doncques le troisiesme nombre est 2① + 4		16
Et le quatriesme — 4①, auquel adjousté 8 fera	— 4① + 8	— 16
Et le dernier est 1②, à laquelle adjousté — 32 fera	1② — 32	4
Reste maintenant que le quarré de — 2 + 4 (moitie du quatriesme) qui est	4② — 16① + 16	64
Soit egal au produict du troisiesme nombre, par le dernier, qui est	2③ + 4② — 64① — 128	64

Lesquels reducts, 1③ sera egale à 24① + 72, Et par le 69 probleme 1① vaudra 6.

Je di, que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 — 2 + 6 par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1 — 4 + 16 — 24 + 36. Doncques le troisiesme nombre du produict est 16, le quatriesme — 24, le dernier 36, puis au dernier adjousté — 32, & au quatriesme 8, alors sera le troisiesme 16, le quatriesme — 16, & le dernier 4; Et le quarré de — 8, moitie du quatriesme, est 64, & est egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

Trouvons un ◎ tel, que son quarré — 32 multiplié par la somme du double d'iceluy ◎, & le quarré de — 2, le produict soit egal au quarré de la moitie de la somme de 8 & du produict d'iceluy ◎ par — 2.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	6
Son quarré 1②, auquel adjousté — 32 faict	1② — 32	4
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le quarré de — 2, qui est par 2① + 4, faict	2③ + 4② — 64① — 128	64
Egal au quarré de la moitie de la somme de 8, & du double du produict de 1① premier en l'ordre, par — 2. c'est à dire, egal au quarré de — 2① + 4 qui est	4② — 16① + 16	64

Lesquels reducts 1③ sera egale à 24① + 72; Et par le 69 probleme 1① vaudra 6.

Je di, que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 6 est 36, qui avec — 32 font 4, qui multiplié par 16 (16 pour la somme du double d'iceluy 6 avec le quarré de — 2) faict 64, qui sont egales au quarré de la moitie de la somme de 8, & du double du produict dudict 6 par — 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

Trouvons un ◎, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict adjousté — 12, & au troisiesme nombre du produict adjousté 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	4
Laquelle appliquée à 1 — 2 faict 1 — 2 + 1①, qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multiplié à la 11 question, donnent produict: 1. — 4. 2① + 4. — 4①. 1②.		
Doncques le dernier nombre est 1②, à laquelle adjousté — 12 faict	1② + 12	4
Et le quatriesme est	— 4①	— 16
Et le troisiesme est 2① + 4, auquel adjousté 4, faict	2① + 8	16
Reste maintenant que le quarré de — 2① (moitie du quatriesme) qui est	4②	64
Soit egal au produict du troisiesme 2① + 8, par le dernier 1② — 12, qui est à	2③ + 8② — 24① — 96	64

Lesquels reducts 1③ sera egale à — 2② + 12① + 48; Et 1① par le 71 probleme vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 — 2 + 4 par eux mesmes distinctement selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1 — 4 + 12 — 16 + 16: Doncques le dernier nombre du produict est 16, & le quatriesme — 16, & le troisiesme 12: puis au dernier adjousté — 12, & au troisiesme 4, alors sera le dernier 4, le quatriesme — 16, & le troisiesme 16, & le quarré de — 8, moitie du quatriesme, est 64, & est egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XX.

Trouvons un ◎ tel, que son quarré — 12 multiplié par la somme du double d'icelui ◎, & le quarré de — 2 & 4, le produict soit egal au quarré du produict de — 2 par icelui ◎ requis.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	4
Son quarré 1②, auquel adjousté — 12 faict	1② — 12	4
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le quarré de — 2 & 4, qui est par 2① + 8, faict	2③ + 8② — 24① — 96	64
Egal au quarré du produict de — 2, par 1① premier en l'ordre, qui est à	4②	

Lesquels reducts, 1③ sera egale à — 2② + 12① + 48; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 4 est 16, qui avec — 12 faict 4, qui multiplié par 16 (16 pour la somme du double d'iceluy 4, & le quarré de — 2 & encore 4) faict 64, qui sont egales au quarré du produict de — 2, par le 4 trouvé, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXI.

TRouvons un ⊙ qui appliqué à 1 + 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict adjousté 33, & au quatriesme 40, & au troisiesme 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme, par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	4
Qui appliqué à 1 + 2, faict 1 + 2 + 1①, qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multiplié à la 11 question, donnent produict		
1. 4. 2① + 4. 4①. 1②.		
Doncques le dernier nombre est 1②, auquel adjousté 33, faict	1② + 33	49
Et le quatriesme nombre 4①, auquel adjousté 40, faict	4① + 40	56
Et le troisiesme nombre 2① + 4, auquel adjousté 4, faict	2① + 8	16
Reste maintenant que le quarré de 2① + 20 (moitie du quatriesme) qui est	4② + 80① + 400	784
Soit egal au produict du troisiesme 2① + 8, par le dernier 1② + 33, qui est	—2③ + 8② + 66① + 264	784

Lesquels reduicts 1③ sera egale à —2② + 7① + 68; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 + 2 + 4 par eux mesmes distinctement selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1. 4. 12. 16. 16. Doncques le dernier nombre du produict est 16, auquel adjousté 23, faict 49; Et le quatriesme nombre du produict est aussi 16, auquel adjousté 40, faict 56; Et le troisiesme nombre est 12, auquel adjousté 4, faict 16.

Or le quarré de la moitie du quatriesme 56, est 784, egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 49, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

TRouvons un ⊙ tel, que son quarré + 33 multiplié par la somme du double d'icelui ⊙, & le quarré de 2, & encore 4, le produict soit egal au quarré de la moitie de la somme de 40, & du double du produict de 2 par icelui ⊙.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	4
Son quarré 1②, auquel adjousté 33 faict	1② + 33	49
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis & le quarré de 2 & encore 4, qui est par 2① + 8, faict	2③ + 8② + 66① + 264	784
Egal au quarré de 2① + 20 (pour la moitie de la somme de 40, & du double du produict de 2 par 1① premier en l'ordre) qui est	4② + 80① + 400	784

Lesquels reduicts, 1③ sera egale à 2② + 7① + 68; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 4 est 16, qui avec 33 faict 49, qui multiplié par 16 (pour la somme du double de 4, & le quarré de 2, & encore 4) faict 784, qui sont egales au quarré de 28 (qui est la moitie de somme de 40, & du double du produict de 2 par 4) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Les exemples suivans seront ceux la, ausquels se rencontrent postposees quantitez: Mais il faut sçavoir que toute operation qui se faict par icelles, se peult aussi faire par positives; mais parce que la raison des nombres requis est aucunefois fort obscure, de sorte que pour l'absolver par positives quantitez, l'on auroit mestier de quelques theoremes, ou autres inductions, lesquelles souventesfois ne nous viennent à la memoire, pourtant on les despesche pour le plus commode, par les postposees. Nous donnerons doncques deux exemples de postposees quantitez point multipliees ou divisees; Puis un de postposée quantité multipliée; Et puis un autre de divisée; Et au dernier un autre par lequel sera demonstré l'usage des 6 theoremes suivans au precedent 80 probleme.

QVESTION XXIII.

TRouvons deux nombres desquels la difference soit 3 & leur produict 10.

NOTA. Pour declarer ce qui est generalement requis es operations des postposees quantitez, il faut sçavoir, qu'apres qu'il y a posees quelques postposees quantitez, il faut operer par les mesmes, selō la question, comme l'on a faict ci devant par les positives: mais estant venu à l'egaleté, on ne trouvera pas par icelle la valeur de 1①, comme l'on a faict dessus, mais on trouvera la valeur des postposees en positives, par les 79 & 80 problemes. puis on commencera autre operation semblable à la premiere, mais entierement de positives quantitez, comme les exemples le declareront plus amplement.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①
Et soit le second nombre	1 *sec.* ①
Leur difference	1① — 1 *sec.* ①
Egale à	3

Lesquels reduicts (mettant la 1 *sec.* ① seule) 1 *sec.* ① sera egale ou vaudra 1① + 3.

Or ayant trouvé que la 1 *sec.* ① ci dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la positive 1①) 3① — 1, on recommencera l'operation semblable à la precedente en, ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	1①	5
Et soit le second nombre (car autant est trouvé valoir la 1 *sec.* ① premierement en la premiere operation posee)	1① — 3	2
Leur difference selon le requis est 3, reste que leur produict soit 10; mais il est	1② — 3①	10
Le mesme doncques est egal à	10	

Lesquels reduicts, 1② sera egale à 3① + 10; Et par le 68 probleme 1① vaudra 5.

Je di, que 5 & 2 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 5 & 2 est 3. Item le produict de 5 & 2 est 10, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIV.

TRouvons quatre nombres tels, que la somme du premier second & troisiesme soit 10, & du second troisiesme & quatriesme 14, & du troisiesme quatriesme & premier 13, & du quatriesme premier & second 11.

Constrvction.

Soit le quatriesme nombre requis 1 ①, & le premier 1 *sec.* ①, & le second 1 *ter.* ①, & le troisiesme 1 *quart.* ①; Doncques la somme du quatriesme nombre avec les trois autres est 1 ① + 10
Et du premier nombre avec les 3 autres, est 1 *sec.* ① + 14
Et du second nombre avec les 3 autres, est 1 *ter.* ① + 13
Et du troisiesme nombre avec les trois autres, est 1 *quar.* ① + 11
Lesquels quatre sommes sont entre eux egales; ergo 1 *sec.* ① + 14, est egale à 1 ① + 10, soubstrayons doncques, de chasque partie 14, & demeurera 1 *sec.* ① egale ou vallant 1 ① — 4
Et pour semblable raison, la 1 *ter.* ① vaudra 1 ① — 3
Et la 1 *quart.* ① vaudra 1 ① — 1

Or ayant des postposees quantitez trouvé leur valeur en positives, nous commencerons par les mesmes autres operations semblables à la precedente, en ceste sorte:

Soit le quatriesme nombre autrefois	1 ①	6
Et le premier, (au lieu de 1 *sec.* ① que nous posames premierement) sera	1 ① — 4	2
Et le second (au lieu de 1 *ter.* ① que nous posames au commencement) sera	1 ① — 3	3
Et le troisiesme (au lieu de 1 *quart.* ① que nous posames au commencement) sera	1 ① — 1	5
Leur somme	4 ① — 8	16
Egale au quatriesme, & les trois autres	1 ① + 10	16

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 18; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 2.3.5.6. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2.3.5. est 10, & de 3.5.6. est 14, & de 5.6.2. est 13, & de 6.2.3. est 11, selon le requis: ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXV.

Trouvons deux nombres tels, que le triple de leur produict avec le quadruple du majeur, soit egal au double du quarré du majeur, & que les quarrez de deux nombres facent 29.

Constrvction.

Soit le majeur nombre requis 1 ①
Et le moindre 1 *sec.* ①
Le triple de leur produict 3 ① M. *sec.* ①
Auquel ajousté le quadruple du majeur qui est 4 ①, faict 3 ① M *sec.* ① + 4 ①
Egal au double du quarré du majeur nombre qui est à 2 ②

Lesquels reduicts 3 ① M *sec.* ①, seront egales à 2 ② — 4 ①, & par le 80 probl. 1 *sec.* ① vaudra $\frac{2}{3}$ ① — $\frac{4}{3}$.

Or ayant trouvé que 1 *sec.* ① cy dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la premiere posée 1 ①) $\frac{2}{3}$ ① — $\frac{4}{3}$, on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	1 ①	5
Et le moindre	$\frac{2}{3}$ ① — $\frac{4}{3}$	2
Le triple de leur produict	2 ② — 4 ①	30
Auquel ajousté le quadruple du maieur, qui est 4 ①, la somme (egale au double du quarré du maieur nombre selon le requis) sera	2 ②	50
Reste maintenant que les quarrez des deux nombres facent 29, mais le quarré du majeur nombre est 1 ②, & du moindre nombre est $\frac{4}{9}$ ② — $\frac{16}{9}$ ① + $\frac{16}{9}$, qui font ensemble	1 $\frac{4}{9}$ ② — $\frac{16}{9}$ ① + $\frac{16}{9}$	29
Egales à	29	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à $\frac{16}{13}$ ① + 18 $\frac{11}{13}$. Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 5.

Je di que 5 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le triple du produict de 5 & 2, est 30, au mesme ajousté le quadruple du majeur 5, faict 50, qui est egale au double du quarré du majeur. Item le quarré de 5, est 25, auquel ajousté le quarré de 2, faict 29, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXVI.

Trouvons deux nombres tels, que le quotient de la division du majeur par le moindre, soit egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre, & que le quarré du moindre, avec le double du majeur soit 84.

Constrvction.

Soit le moindre nombre requis 1 ①
Et le majeur 1 *sec.* ①
Le quotient du majeur par le moindre est 1 *sec.* ① D ①
Egal au triple du quarré du moindre, qui est 3 ②, avec le quadruple du moindre qui est 4 ①, font ensemble 3 ② + 4 ①
Mais estant 1 *sec.* ① D ① egale à 3 ② + 4 ①, alors par le 80 probleme, 1 *sec.* ① vaut 3 ③ + 4 ②.

Or ajant trouvé que 1 *sec.* ①, ci dessus posée second en l'ordre, vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la premiere posée 1 ①) 3 ③ + 4 ②, nous recommencerons l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le moindre nombre requis	1 ①	2
Et le maieur	3 ③ + 4 ②	40
Le quotient du maieur par le moindre (egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre selon le requis) est	3 ② + 4 ①	20
Reste maintenant que le quarré du moindre, avec le double du maieur, facent 84; Mais le quarré du moindre est 1 ②, & le double du maieur est 6 ③ + 8 ②, qui font ensemble	6 ③ + 9 ②	84
Egales à	84	

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 1 $\frac{1}{2}$ ② + 14
Et par le 70 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 40 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quotient de la division du maieur 40, par le moindre 2, est 20, le mesme est egal au triple du quarré de 2, qui est 12, avec le quadruple de 2. Item le quarré de 2, qui est 4, avec le double de 40 faict 84, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXVII. et est la quatriesme question de Cardane chap. 10. livre 10. seulement changez les nombres.

Partons 26 en trois parties continues proportionelles, ainsi que le quarré de la moienne, soit egal à la somme du double du produict de la moienne par la moindre, & le sextuple de la moindre.

Constrvction.

Soit la moienne partie requise 1 ①
Et la moindre 1 *sec.* ①
Le quarré de la moienne 1 ②

Est

Eſt egal au double du produict de la moienne, par la moindre 2 ① M *ſec.* ① avec le ſextuple de la moindre partie, qui eſt 6 *ſec.* ①, font enſemble 2 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①

Or ſi nous ſçavions le moyen de trouver la valeur en poſitives quantitez de 1 *ſec.* ① quand il y a quelque autre poſtpoſee quantité à la quantité multipliee, comme ici nous la pourrions trouver & proceder comme devant; ce qui n'eſtant pas ainſi, nous nous aiderons des theoremes derriere le 80 probleme comme s'enſuit:

Eſtant 1 ② egale à 2 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①; Alors (par le 4 theoreme derriere ledict 80 probleme) la valeur de 1 ① eſt moienne proportionel, entre la valeur de 1 *ſec.* ①, & la ſomme du nombre de multitude des *ſec.* ① & la valeur des ①: Ergo la valeur de 1 ① eſt ici moyen proportionel, entre la valeur de 1 *ſec.* ①, & la valeur de 2 ① + 6, doncques les trois valeurs de 1 *ſec.* ①, & 1 ①, & 2 ① + 6, ſont en continue proportion. Mais la moindre & moyenne partie requiſe ſont par l'hypotheſe 1 *ſec.* ①, & 1 ①, ergo la troiſieſme & majeure partie ſera 2 ① + 6

Or la ſomme de ces trois parties requiſes eſt 26 par l'hypotheſe; des meſmes ſoubſtraict la moyenne 1 ①, & la majeure 2 ① + 6, reſte pour la moindre partie (qui eſt pour la valeur de 1 *ſec.* ① en poſitives quantitez) —3 ① + 20

Aiant doncques par tel moyen trouvé que 1 *ſec.* ① cy deſſus poſée ſecond en l'ordre vault (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée 1 ①) —3 ① + 20, & que la maieure partie ſera 2 ① + 6, nous recommencerons par les meſmes l'operation comme s'enſuit:

Soit la moindre partie requiſe	—3 ① + 20	2
Et la moienne	1 ①	6
Et la maieure	2 ① + 6	8
Le quarré de la moienne	1 ②	36
Eſt egal au produict des extremes (car ils ſont en continue proportion par l'hypotheſe) à ſçavoir au produict de —3 ① + 20, par 2 ① + 6, qui eſt — 6 ② + 22 ① + 120		36

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à $3\frac{1}{7}$ ① + $17\frac{1}{7}$;

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di que 2. 6. 18. ſont les trois nombres requis.

Demonſtration.

La ſomme de 2. 6. 18. eſt 26, ce ſont doncques les trois parties de 26. Elles ſont auſſi continues proportionelles, car comme 2 a 6, ainſi 6 a 18. Item le quarré de la moienne 6, qui eſt 36, eſt egal à la ſomme de 24 & 12, à ſçavoir le double du produict de la moienne, par le moindre 2, qui eſt 24, & le ſextuple de la moindre 2, qui eſt 12, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

LES SIX PREMIERS LIVRES

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE.

Dont les quatres premiers sont traduicts en langue Françoise: & expliquez par SIMON STEVIN de Bruges. *Et les deux derniers par* ALBERT GIRARD, Samielois.

PREFACE DE STEVIN.

IL est vray, que nous avons descript cy devant, plusieurs exemples d'Algebre, qui pourroyent suffire à leur probleme, d'autant plus que bonne partie d'iceux contiennent double utilité; Au premier qu'ils declarent le style & la maniere requise en operation Algebraique; Au second qu'ils servent aux origines des constructions des precedens problemes, demonstrans ainsi les causes des choses: neantmoins voulans en tout plus abondamment satisfaire, & donner plus de contentement aux singuliers esprits, qui se pourroyent complaindre de la petite quantité de subtiles questions, il m'a semblé bon de conjoindre à ce 81 probleme, comme pour exemples du mesme, les quatre premiers livres de Diophante, tant pour leurs tressubtiles & habiles operations, comme aussi qu'ils n'ont encores esté divulgez, que je sçache, en langue Françoise.

Or Diophante environ le commencement de son premier livre, se dict comprendre son Arithmetique en 13 livres, lesquels aucuns affirment tous exister: Et entre autres Jehan de Regiomonte se dict les avoir veu à la Vaticane Bibliotheque de Rome; mais les six premiers sont pour le present seulement venuz en lumiere, transferez de langue Greque en Latine, par Guillaume Xylandre, & par le mesme diligemment expliquez. Sur les deux premiers a commenté Maxime Planude. Suide & autres disent, que Hypatheia femme philosophe & Royne d'Alexandrie en a aussi tresdoctement commentée, mais ses œuvres ne sont point encore divulgées.

Or desdicts six livres, nous convertirons seulement le Premier, Second, Troisiesme, & Quatriesme, laissant le Cincquiesme, & Sixiesme, pour empeschement d'autres occupations plus necessaires. Quant au texte de Diophante, nous ne nous obligerons pas tant à la lettre, qu'au sens d'iceluy, & ce pour deux raisons: Premierement que l'exemplaire Grecq duquel Xylandre l'avoit translaté, a esté (par le souvent rescrire, comme il semble) si rempli de vices (dont Xylandre s'en complaint souventesfois) que le texte de Diophante, ne se pourroit expliquer de mot à mot: Au second que nous avons voulu diriger les mesmes questions, en forme & disposition comme les precedentes. Quant aux nombres proposez du premier livre (qui est de questions n'ayans qu'une solution) nous les avons changé, & mis en leurs lieux des moindres: Des autres livres dont les questions ont solutions en multitude infinie, nous avons prins les mesmes nombres.

PREMIER

PREMIER LIVRE

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

Preface de Diophante.



PERCEVANT, trescher Dionyse, que vous esties desireux d'entendre l'explication des questions qui se proposent en nombres, me suis adonné de vous preparer la raison & moyen d'y parvenir, voire par les fondemens mesmes, sur lesquels la chose est entierement apuyée, prenant pour commencement la description de la nature & force des nombres: laquelle chose combien d'aventure elle semble tresdifficile (estant pour l'heure incognue) par ce que les esprits de ceux qui commencent ne sont pas enclinez à bon espoir de pouvoir comprendre la chose: Toutesfois & vostre courage, & ma demonstration, fera que facilement l'entendrés, car ceux la apprennent vitement, ausquels à l'appetit d'appendre s'applique la doctrine.

STEVIN.

APRES *ladicte Preface Diophante commence aux definitions des nombres, & choses necessaires à la construction des questions: les mesmes nous passons outre, à cause de briefueté: Aussi (comme nous avons dessus dict) que nous userons aux constructions, de noz fondemens qui sont copieusement declarez ci devant; Seulement nous descrirons ici les characteres de Diophante, signifians quantitez algebraiques, à cause que nous les userons en quelques lieux, ou le texte de Diophante sera translaté de mot à mot. Les characteres sont tels:*

Nombre	N	Qui signifient selon nostre maniere.	①
Quarré	Q		②
Cube	C		③
Quarré de quarré	QQ		④
Quarré de cube	QC		⑥
Cube de cube	CC		⑨
Vnité	V		

Nous viendrons doncques à la premiere question, de laquelle le sens est tel:

QVESTION I.

Partons 7 en deux parties telles, que la majeure excede la moindre en 3.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre partie requise	1 ①	2
Ergo la majeure partie	1 ① + 3	5
Leur somme	1 ① + 3	7
Egale à	7	

Lesquels termes reduicts 2 ① seront egales à 4; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 5 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2 & 5 est 7; ce sont doncques les parties de 7. Item 5 excede à 2 en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Partons 8 en deux parties, qui soyent en raison triple.

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requise	1 ①	2
Et la majeure sera son triple	3 ①	6
Leur somme	4 ①	8
Egale à	8	

Et par le 76 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 2 est 8; ce sont doncques les parties de 8. Item 6 est triple à 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Partons 10 en deux parties telles, que la majeure soit le triple plus 2 de la moindre.

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requise	1 ①	2
Ergo la majeure	3 ① + 2	8
Leur somme	4 ① + 2	10
Egale à	10	

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 8. Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 8 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2 & 8, est 10, ce sont doncques les parties de 10. Item 8 est le triple + 2 de 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IV.

Trouvons deux nombres en raison triple, & que le majeur excede au moindre en 4.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	1 ①	2
Ergo le maieur son triple	3 ①	6
Leur difference	2 ①	4
Egale à	4	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le 6 est triple à 2, & excede au 2, en 4; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

P*Artons 14 en deux parties telles, que le tiers de la premiere, avec la moitie de la seconde, soit 6.*

CONSTRVCTION.

Soit le tiers de la premiere partie	1①	2
Ergo la premiere partie	3①	6
Or puis que le tiers de la premiere partie, avec la moitie de la seconde, doibt faire 6, ergo la moitie de la seconde sera	−1①+6	4
Ergo la seconde partie son double	−2①+12	8
Somme de la premiere & seconde partie	1①+12	14
Egale à	14	

Lesquels reduicts, 1① sera egale ou vaudra 2.

Je di que 6 & 8 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 8, est 14, ce sont doncques les parties de 14. Item le tiers de 6, qui est 2, avec 4 moitie du 8, faict 6, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

P*Artons 16 en deux parties telles, que la moitie de la premiere, excede au tiers de la seconde en 3.*

CONSTRVCTION.

Soit la moitie de la premiere partie requise	1①	5
Ergo la premiere partie	2①	10
Et puis qu'il faut que 1① moitie de la premiere partie excede au tiers de la seconde en 3, ergo le tiers de la seconde partie sera	1①−3	2
Ergo la seconde partie sera son triple	3①−9	6
Somme de la premiere & seconde partie	5①−9	16
Egale à	16	

Lesquels reduicts 5① seront egales à 25; Et 1① par le 67 probleme, vaudra 5.

Je di que 10 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 10 & 6 est 16, ce sont doncques les parties de 16. Item 5 (moitie de 10) excede à 2 (tiers de 6) en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

T*Rouvons un nombre duquel soubstraict 5, & du mesme soubstraict 2, que la majeure reste soit double au moindre reste.*

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	8
Du mesme soubstraict 5, demeure pour moindre reste	1①−5	3
Et dudict nombre requis soubstraict 2, demeure pour moindre reste	1①−2	6
Egale au double de la moindre reste qui est à	2①−10	6

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrayons 5 de 8, reste 3, puis 2 de 8, reste 6, qui est double au 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VIII.

T*Rouvons un nombre, lequel premierement ajousté à 2, puis à 7, que les deux sommes soyent en raison double.*

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	3
Le mesme ajousté à 2, faict pour moindre somme	1①+2	5
Et ledict nombre requis ajousté à 7, faict pour maieure somme	1①+7	10
Egale au double de la moindre somme, qui est à	2①+4	10

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajoustons 3 a 2, faict 5; Puis ledict 3 a 7 faict 10, qui est en double raison a 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

T*Rouvons un nombre, qui premierement soubstraict de 5, & puis de 7, que les restes soyent en raison double.*

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	3
Le mesme soubstraict de 5 demeure pour moindre reste	−1①+5	2
Et ledict nombre requis soubstraict de 7, demeure pour maieure reste	−1①+7	4
Egal au double du moindre reste qui est à	−2①+10	4

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstraict 3 de 5, reste 2; Puis soubstraict ledict 3 de 7, reste 4, qui est double audict 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

T*Rouvons un nombre, auquel ajousté 3, & le mesme nombre requis soubstraict de 5, que somme à reste aie raison triple.*

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	3
Auquel ajousté 3, la somme est	1①+3	9
Et soubstraict ledict nombre requis de 5, reste	−1①+5	2
Son triple	−3①+15	6
Egal à la susdicte somme	1①+3	6

Lesquels reduicts 4① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1① vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 3 a 3, donne somme 6, puis soubstraict ledict 3 de 5, reste 2, auquel la somme 6, obtient raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

T*Rouvons un nombre, auquel ajousté 4, & du mesme nombre requis soubstraict 2, que la somme soit triple au reste.*

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	5
Auquel ajousté 4, la somme est	1①+4	9
Et dudict nombre requis soubstraict 2, reste	1①−2	
Le triple	3①−6	9
Egal à la susdicte somme	1①+4	9

Lesquels reduicts 2① seront egales à 10; Et par le 67 probleme 1① vaudra 5.

Je di que 5 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 4 à 5, donne somme 9, & dudict 5 soubstraict 2, reste 3; auquel la susdicte somme 9, est en raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XII.

P*Artons 5 en deux nombres, & puis le mesme 5 en deux autres nombres, tellement que le maieur de la premiere partition, soit le double du moindre de la derniere partition. Et le maieur de la derniere partition, le triple du moindre de la premiere partition.*

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition	1 ①	4
Son subdouble pour le moindre nombre de la derniere partition est	$\frac{1}{2}$ ①	2
Mais puis que le moindre nombre de la derniere partition est $\frac{1}{2}$ ①, ergo le maieur nombre de la derniere partition sera	$-\frac{1}{2}$ ① $+ 5$	3
Son subtriple pour le moindre nombre de la premiere partition	$-\frac{1}{6}$ ① $+ \frac{5}{3}$	1
Somme du premier & quatr. en l'ordre	$\frac{5}{6}$ ① $+ \frac{5}{3}$	5
Egale à	5	

Lesquels reduicts $\frac{5}{6}$ ① seront egales à $\frac{10}{3}$; Et par le 67 probleme; 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 1 nombre de la premiere partition, & 3 & 2, nombres de la derniere partition, sont les nombres requis. *Demonstration.* 4 & 1 font 5. Item 3 & 2 font aussi 5, ce sont doncques les parties de 5. Item 4 est le double du 2, & 3 est le triple de 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

Partons 25 trois fois en deux nombres, ainsi que le maieur nombre de la premiere partition, soit le triple du moindre de la seconde partition; Et que le maieur nombre de la seconde partition, soit le double du moindre de la troisiesme partition; Et que le maieur nombre de la troisiesme partition, soit le quadruple du moindre de la premiere partition.

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition	1 ①	21
Ergo le moindre nombre de la seconde partition son subtriple, sera	$\frac{1}{3}$ ①	7
Ergo le maieur nombre de la seconde partition	$-\frac{1}{3}$ ① $+ 25$	18
Ergo le moindre nombre de la troisiesme partition son subdouble	$+\frac{1}{6}$ ① $+ 12\frac{1}{2}$	9
Et puis que le maieur nombre de la premiere partition est 1 ①, doncques le moindre nombre de la premiere partition sera	-1 ① $+ 25$	4
Son quadruple pour le maieur nombre de la troisiesme partition, sera	-4 ① $+ 100$	16
Somme du quatriesme & sixiesme en l'ordre	$+4\frac{1}{6}$ ① $+ 112\frac{1}{2}$	25
Egales à	25	

Lesquels reduicts $4\frac{1}{6}$ ① seront egales à $87\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 21.

Je di, que 21 & 4, nombres de la premiere partition, & 18 & 7, nombres de la deuxiesme partition, & 16 & 9, nombres de la troisiesme partition, sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme de 21 & 4, est 25, & de 18 & 7, est aussi 25, & de 16 & 9, est aussi 25, ce sont doncques les parties de 25. Item 21 est triple au 7, & 18 est double au 9, & 16 est quadruple au 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIV.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit triple à leur somme.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	12
Et le second quelque nombre maieur que le denominateur de la triple raison requise, c'est à dire maieur que 3, soit	4	4
Somme du premier & second nombre	1 ① $+ 4$	16
Son triple	3 ① $+ 12$	48
Egal au produict du premier & second nombre	4 ①	48

Lesquels reduicts, 1 ① sera egal ou vaudra 12.

Je di que 12 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 12 & 4, est 48, qui est triple à 16, somme de 12 & 4; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

Trouvons deux nombres tels, que du premier soubstraict 15, & les ajoustant au second, que la somme soit double au reste. Item soubstraict du second nombre 25, & les ajoustant au premier, que la somme soit triple au reste.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ① $+ 15$	47
Ergo le second nombre (à fin que soubstraict du premier 15, & les ajoustant au second, la somme soit double au reste) sera	2 ① $- 15$	49
Duquel soubstraict 25, reste	2 ① $- 40$	24
Et ajousté lesdicts 25 au premier nombre, la somme est	1 ① $+ 40$	72
Qui estant triple au reste troisiesme en l'ordre, doncques le triple du troisiesme en l'ordre, qui est	6 ① $- 120$	72
Sera egal au mesme quatriesme en l'ordre	1 ① $+ 40$	

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 160; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 32.

Je di que 47 & 49 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* De 47 soubstraict 15, reste 32, & ajoustant 15 à 49, donne somme 64, qui est double au reste 32. Item de 49 soubstraict 25, reste 24, & ajoustant les 25 au 47, donne somme 72, qui est triple à ladicte reste 24, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

Trouvons trois nombres, desquels la somme du premier & second soit 5, & du second & troisiesme 7, & du troisiesme & premier 6.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres requis	1 ①	9
Puis soubstraict du mesme le premier & deuxiesme nombre, qui font ensemble 5, reste pour le troisiesme nombre	1 ① $- 5$	4
Et par la mesme raison trouverons nous le premier	1 ① $- 7$	2
Et le second nombre	1 ① $- 6$	3
Somme du premier second & troisiesme nombre	3 ① $- 18$	9
Egale au premier en l'ordre qui est	1 ①	9

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 18; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Je di que 2. 3. 4. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2 & 3 est 5, & de 3 & 4 est 7, & de 4 & 2 est 6, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons quatre nombres tels, que la somme du premier second & troisiesme, soit 9; Et du second troisiesme & quatriesme, 12; Et du troisiesme quatriesme & premier, 11; Et du quatriesme premier & second 10.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des quatre nombres requis	1 ①	14
Puis soubstraict de la mesme la somme du premier second & troisiesme nombre, qui est 9,		

reste

reste pour le quatriesme nombre requis	1① — 9	5
Et pour mesme raison sera le premier nombre	1① — 12	2
Et le second nombre	1① — 11	3
Et le troisiesme nombre	1① — 10	4
Somme du premier second troisiesme & quatriesme nombre	4① — 42	14
Egale au premier en l'ordre qui est	1①	14

Lesquels reduicts, 3① seront egales à 42; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 14.

Je di, que 2. 3. 4. 5. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2.3.4. est 9, & de 3. 4. 5. est 12, & de 4.5.2. est 11, & de 5.2.3. est 10, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Qvestion XVIII.

Trouvons trois nombres, desquels la somme du premier & second, excede au troisiesme en 7; Et du second & troisiesme, au premier en 3; Et du troisiesme & premier, au second en 1.

Constrvction.

Soit la somme des trois nombres requis	1①	11
Or puis que la somme du premier & second nombre, excede le troisiesme en 7, s'ensuit par le theoreme suivant, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du troisiesme nombre plus 7; Soubstraict doncques du premier en l'ordre 7, reste 1① — 7, pour le double du troisiesme; Ergo sa moitie pour le troisiesme nombre requis, est	$\frac{1}{2}$① — $3\frac{1}{2}$	2
Et pour la mesme raison le premier sera	$\frac{1}{2}$① — $1\frac{1}{2}$	4
Et le second	$\frac{1}{2}$① — $\frac{1}{2}$	5
Somme du premier second & troisiesme nombre	$1\frac{1}{2}$① — $5\frac{1}{2}$	11
Egale au premier en l'ordre, qui est	1①	11

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$① sera egale à $5\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1① vaudra 11.

Je di, que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui excede à 2 en 7.

Item la somme de 5 & 2, qui est 7, excede au 4 en 3.

Item la somme de 2 & 4, est 6, qui excede à 5 en 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme.

La somme de quelques nombres, avec quelque autre nombre, est egale au double d'iceluy autre nombre, avec l'exces de ladicte somme sur iceluy autre nombre.

Explication du donné. Soyent donnez quelques nombres 4 & 5, & quelque autre nombre 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par iceux nombres ce qui est requis au theoreme. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui avec l'autre nombre 2, faict 11. Le mesme est egal à 4 (double de 2) avec 7, exces de ladicte somme 9, sur ledict autre nombre 2.

Soyent autre fois quelques nombres 7. 3. 5. 6. & quelque autre nombre 29. Or la somme de 7. 3. 5. 6. est 21, qui avec l'autre nombre 29, faict 50. Le mesme est egal à 58 (double de 29) avec — 8, exces de ladicte somme 21; sur ledict autre nombre 29. *Conclusion.* La somme doncques de quelques nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Qvestion XIX.

Ceste 19 question, est la mesme que la 18, mais elle se fera par autre construction comme s'ensuit.

Constrvction.

Soit le troisiesme nombre requis	1①	2
Or puis que la somme du premier & second excede au troisiesme en 7, leur somme doncques sera necessairement	1① + 7	9
Et puis que la somme du second & troisiesme, excede au premier en 3, ie pose que le second soit la moitie de la somme de 7 & 3, qui est	5	5
Qui soubstraict de la somme du premier & second 1① + 7, reste pour le premier	1① + 2	4
Reste maintenant que la somme du troisiesme & premier qui est	2① + 2	6
Soit egale à la somme de 1, dernier exces, & 5 du second nombre (car ainsi excedera la somme du troisiesme & premier au second en 1) font	6	

Lesquels reduicts, 2① seront egales à 4; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis; dont la demonstration est faicte à la precedente question.

Qvestion XX.

Trouvons quatre nombres, desquels la somme du premier second & troisiesme, excede au quatriesme en 3; Et du second troisiesme & quatriesme au premier en 11; Et du troisiesme quatriesme & premier au second en 13; Et du quatriesme premier & second au troisiesme en 7.

Constrvction.

Soit la somme des quatre nombres requis	1①	17
Or puis que la somme du premier second & troisiesme excede le quatriesme en 3, s'ensuit par le theoreme de la 18 question, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du quatriesme nombre plus 3; Soubstraict doncques du premier en l'ordre 3, reste 1① — 3 pour le double du quatriesme nombre requis; Ergo sa moitie pour le quatriesme nombre requis sera	$\frac{1}{2}$① — $1\frac{1}{2}$	7
Et pour mesme raison le premier sera	$\frac{1}{2}$① — $5\frac{1}{2}$	3
Et le second	$\frac{1}{2}$① — $6\frac{1}{2}$	2
Et le troisiesme	$\frac{1}{2}$① — $3\frac{1}{2}$	5
Somme du premier second troisiesme & quatriesme nombre, est	2① — 17	17
Egale au premier en l'ordre, qui est	1①	17

Lesquels reduicts, 1① sera egale à 17.

Je di que 3. 2. 5. 7. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 3. 2. 5. est 10, qui excede au 7 en 3. Item la somme de 2. 5. 7. est 14, qui excede au 3 en 11. Item la somme de 5. 7. 3. est 15, qui excede au 2 en 13. Item la somme de 7. 3. 2. est 12, qui excede au 5 en 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Qvestion XXI.

Ceste 21 question, est la mesme que la 20, mais elle se fera par autre construction en ceste sorte:

Constrvction.

Soit le quatriesme nombre requis	1①	7
Or puis que la somme du premier second & troisiesme, excede au quatriesme en 3, icelle somme sera	1① + 3	10

Et

Et puis que la somme du second troisiesme & quatriesme, excede au premier en 11, je pose que le second & troisiesme soit la moitie de la somme des exces 11 & 3, qui est	7	7
Qui soubstraict de la somme du premier second & troisiesme 1 ① + 3, reste le premier	1 ① — 4	3
Or puis que la somme du second troisiesme & quatriesme excede au premier en 11; Item que la somme du troisiesme quatriesme & premier excede au second en 13; Ergo la somme du troisiesme & quatriesme, sera la moitie d'iceux exces 11 & 13, qui est	12	12
Duquel soubstraict le quatriesme 1 ①, reste pour le troisiesme	— 1 ① + 12	5
Mais la somme du second & troisiesme est 7, duquel soubstraict le troisiesme, reste pour le second	1 ① — 5	2
Reste maintenant que la somme du quatriesme premier & second 3 ① — 9, excede au troisiesme — 1 ① + 12, en 7, mais elle luy excede en 4 ① — 21, ergo	4 ① — 21	7
Sont egales à	7	

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 28, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 7.

Je di, que 3. 2. 5. 7, sont les quatre nombres requis, dont la demonstration est faicte, à la precedente question.

QVESTION XXII.

Partons 12 en trois nombres tels, que la somme du premier & second soit le triple du troisiesme; Et la somme du troisiesme & second, le quincuple du premier.

CONSTRVCTION.

Soit le troisiesme nombre requis	1 ①	3
Son triple pour la somme du premier & second, est	3 ①	9
Leur somme	4 ①	12
Egale à	12	

Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra (pour troisiesme nombre requis) 3.

Reste maintenant de trouver le premier & second.

Soit le premier nombre requis	1 ①	2
Son quincuple pour la somme du troisiesme & second	5 ①	10
Leur somme	6 ①	12
Egale à	12	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra (pour premier nombre requis) 2. Puis soubstraict 3 & 2 (à sçavoir le troisiesme & premier nombre) de 12, reste pour le second nombre requis 7.

Je di, que 2. 7. 3. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2. 7. 3. est 12, ce sont doncques les parties de 12. Item la somme de 2 & 7 qui est 9, est triple au 3.

Item la somme de 7 & 3, est quincuple au 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

Trouvons trois nombres tels, que le maieur excede au moyen la tierce part du moindre, & que le moyen excede au moindre, en la cincquiesme partie du maieur; Et que le moindre, excede au quart du moyen en 4.

CONSTRVCTION.

Soit le moyen nombre requis	1 ①	8
Et puis que le moindre excede au $\frac{1}{4}$ du moyen en 4, le moindre sera le quart du moyen plus 4 qui est	$\frac{1}{4}$ ② + 4	6
Or le moyen excede au moindre, en la $\frac{1}{5}$ du majeur, soubstraict doncques le moindre du moyen, reste pour la $\frac{1}{5}$ du majeur $\frac{3}{4}$ ① — 4, son triple pour le majeur est	$\frac{15}{4}$ ① — 20	10
Or le majeur excede au moyen, en la $\frac{1}{3}$ du moindre, soubstraict doncques le moyen du majeur, reste pour la $\frac{1}{3}$ du moindre $\frac{11}{4}$ ① — 20, son triple pour le moindre	$\frac{33}{4}$ ① — 60	6
Egal au second en l'ordre qui est	$\frac{1}{4}$ ① + 4	6

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 64, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Je di que 6. 8. 10. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le majeur nombre 10, excede au moyen 8 en 2, qui est la tierce part du moindre 6. Item le moyen 8, excede au moindre 6 en 2, qui est la cincquiesme part du majeur 10. Item le moindre 6, excede au 2 (qui est la quatriesme partie du moyen 8) en 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIV.

Ceste 24 question, est la mesme que la 23, mais elle se fera ici par autre construction en ceste sorte.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	1 ① + 4	6
Et puis que le quart du moyen, est excedé du moindre en 4, le moyen sera	4 ①	8
Et puis que le majeur excede au moyen le $\frac{1}{3}$ du moindre, qui est $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$, la somme d'icelui tiers du moindre & du moyen pour le majeur nombre sera	4 $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$	10
Et puis que le moyen, excede au moindre en la $\frac{1}{5}$ du majeur, qui est $\frac{13}{15}$ ① + $\frac{4}{15}$, la somme du moindre & de la $\frac{1}{5}$ du majeur pour le moyen sera	1 $\frac{13}{15}$ ① + 4 $\frac{4}{15}$	8
Egale au second en l'ordre qui est	4 ①	8

Lesquels reduicts 2 $\frac{2}{15}$ ① seront egales à 4 $\frac{4}{14}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 6. 8. 10 sont les trois nombres requis, dont la demonstration est faicte à la precedente 23 question.

QVESTION XXV.

Trouvons trois nombres tels, que la somme des $\frac{3}{4}$ du second, & du $\frac{1}{3}$ du premier, soit egale à la somme des $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & $\frac{1}{4}$ du second. Item egale à la somme des $\frac{2}{3}$ du premier; & $\frac{1}{5}$ du troisiesme.

NOTA. I'ai prins en ceste question les mesmes nombres de Diophante, j'ai aussi suivi son operation, posant premierement 3 ①, à fin d'autant plus manifestement declarer (dont Xylandre se complaint au mesme lieu) ce qui deffaut en l'exemplaire Grec, auquel il y a seulement *second troisiesme & premier*, la ou toutesfois il faut dire, à mon avis, $\frac{3}{4}$ *du second, &* $\frac{4}{5}$ *du troisiesme, &* $\frac{2}{3}$ *du premier.*

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	3 ①	6
Et le second quelque nombre Arithmetique soit	4	4
Somme des $\frac{3}{4}$ du second, & $\frac{1}{3}$ du premier, est	1 ① + 3	5
Or puis que (selon la question) les $\frac{2}{3}$ du premier (qui sont 2 ①) avec le $\frac{1}{5}$ du troisiesme faut estre egal au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soubstraicts de 1 ① + 3, la reste pour $\frac{1}{5}$ du troisiesme nombre requis sera	— 1 ① + 3;	

+ 3; Et son quincuple pour le troisiesme nombre requis, sera	— 5 ① + 15	5
Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troisiesme, qui est — 1 ① + 3 par 4, le produict sera $\frac{4}{5}$ du troisiesme, lequel produict est	— 4 ① + 12	4
Au mesme adjousté selon la question le $\frac{1}{4}$ du second, qui est 1, faict	— 4 ① + 13	5
Egal au troisiesme en l'ordre qui est	1 ① + 3	5

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 10; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 6. 4. 5. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Premierement la somme de 3 & 2, qui est 5 (à sçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du second nombre 4, & 2 pour le $\frac{1}{3}$ du premier nombre 6) est egale à la somme de 4 & 1, à sçavoir 4 pour les $\frac{4}{5}$ du troisiesme nombre 5, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du second nombre 4. Au second ladicte somme 5, est aussi egale à la somme de 4 & 1, à sçavoir 4 pour les $\frac{2}{3}$ du premier nombre 6, & 1 pour $\frac{1}{5}$ du troisiesme nombre 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVI.

TRouvons quatre nombres tels, que la somme des $\frac{3}{4}$ du second & $\frac{1}{3}$ du premier, soit egale à la somme des $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & $\frac{1}{4}$ du second. Item egale à la somme des $\frac{5}{6}$ du quatriesme, & $\frac{1}{5}$ du troisiesme. Item egale à la somme des $\frac{2}{3}$ du premier, & $\frac{1}{6}$ du quatriesme.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	3 ①	$\frac{150}{23}$
Et le second quelque nombre Arithmetique, soit	4	4
Somme des $\frac{3}{4}$ du second, & du $\frac{1}{3}$ du premier est	1 ① + 3	$\frac{119}{23}$
Or puis que selon la question, la somme des $\frac{2}{3}$ du premier (qui sont 2 ①) & de $\frac{1}{6}$ du quatriesme, faut estre egale au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soubstraict dudict troisiesme en l'ordre, la reste (pour $\frac{1}{6}$ du quatriesme) sera — 1 ① + 3; Et son sextuple pour le 4 nombre requis	— 6 ① + 18	$\frac{114}{23}$
Et puis que la somme des $\frac{5}{6}$ du quatriesme (qui sont — 5 ① + 15) & $\frac{1}{5}$ du troisiesme, faut estre egale au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que — 5 ① + 15, soubstraict de 1 ① + 3, la reste pour la $\frac{1}{5}$ du troisiesme, sera 6 ① — 12, & son quincuple pour le troisiesme nombre	30 ① — 60	$\frac{120}{23}$
Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troisiesme (qui est 6 ① — 12) par 4, le produict pour $\frac{4}{5}$ du troisiesme sera	24 ① — 48	$\frac{96}{23}$
Au mesme adjousté le $\frac{1}{4}$ du second, qui est 1, la somme est	24 ① — 47	$\frac{119}{23}$
Egale au troisiesme en l'ordre, qui est	1 ① + 3	$\frac{119}{23}$

Lesquels reduicts 23 ① seront egales à 50; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{50}{23}$.

Je di que $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$ sont les 4 nombre requis. *Demonstration.* Premierement la somme de 3 & $\frac{50}{23}$, qui est $\frac{119}{23}$ (à sçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du second nombre 4, & $\frac{50}{23}$ pour le $\frac{1}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$) est egale à la somme de $\frac{96}{23}$, & 1 (à sçavoir $\frac{96}{23}$ pour les $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du second) Au second ladicte somme de $\frac{119}{23}$, est aussi egale à la somme de $\frac{95}{23}$ & $\frac{24}{23}$ (à sçavoir $\frac{95}{23}$ pour les $\frac{5}{6}$ du quatriesme $\frac{114}{23}$, & les $\frac{24}{23}$ pour le $\frac{1}{5}$ du troisiesme $\frac{120}{23}$) Au troisiesme ladicte somme de $\frac{119}{23}$, est aussi egale à la somme de $\frac{100}{23}$, & $\frac{19}{23}$ (à sçavoir $\frac{100}{23}$ pour les $\frac{2}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$, & les $\frac{19}{23}$ pour la $\frac{1}{6}$ du quatriesme $\frac{114}{23}$) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Les questions qui ne se peuvent faire selon nombre donné ou raison requise, semblent de peu d'utilité; & telles sont les precedentes 25 & 26 & les suivantes 27 & 28, les considerant simplement cõme elles sont proposees. Mais on les peut rendre en leur parfection, à sçavoir selon nombre donné, par la Reigle de Proportionelle partition. Par exemple, soyent 10 à partir en quatre parties selon le requis de ceste 26 question: On besoignera comme devant, & apres telle operation achevée, on partira 10 en quatre parties (par le 15 probleme) entre eux en telle raison comme sont les nombres de la solution, à sçavoir $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$. Et les quatre parties de 10 requises seront telles: $3\frac{18}{119}$. $1\frac{111}{119}$. $2\frac{62}{119}$. $2\frac{47}{119}$. dont la demonstration sera semblable à la precedente; Et le mesme s'entendra aussi de la 25 & 27 & 28 questions. Mais il faut noter que cecy se faict en infinies manieres; Car si nous mettons 8 au lieu de 4 second en l'ordre de la precedente construction, les quatres nombres requis seront $\frac{300}{23}$, 8, $\frac{240}{23}$, $\frac{228}{23}$, & partissant 10 en parties proportionelles à iceux, les parties de 10 se trouveront encor autrement que les precedentes, & ainsi en l'infini.

QVESTION XXVII.

TRouvons trois nombres tels, que la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, soit egale à la somme du second, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres. Item egale à la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{13}{12}$
Et le second & troisiesme soyent ensemble quelque nombre Arithmetique comme	3	3
Ergo la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, est 1 ① + 1; mais la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres est (selon la question) egale à la somme du second, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres; ergo la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des deux autres, est 1 ① + 1, son quadruple 4 ① + 4.		
Doncques le quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des deux autres est 4 ① + 4.		
Mais le triple du second, plus la somme de tous les trois nombres est (par le suivant theoreme) egale au quadruple de la somme du second, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.		
Ergo le triple du second, plus la somme de tous les trois; est 4 ① + 4.		
Des mesmes soubstraict la somme de tous les trois nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1 ① + 3; Reste pour le triple du second nombre 3 ① + 1, desquels le $\frac{1}{3}$ pour le second nombre, est	1 ① + $\frac{1}{3}$	$\frac{17}{12}$
Mais la somme du premier, & $\frac{1}{3}$ des deux autres, est (selon la question) egale à la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres; Ergo la somme du troisiesme nombre, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, est 1 ① + 1, son quincuple 5 ① + 5.		
Doncques le quincuple de la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, est 5 ① + 5.		
Mais le quadruple du troisiesme, plus la somme de tous les trois nombres, est (par le suivant theoreme) egale au quincuple de la somme du troisiesme, & la $\frac{1}{5}$ des deux autres.		

Ergo

Ergo le quadruple troisiesme, plus la somme de tous les trois, est 5① + 5.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les trois, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1① + 3, reste pour le quadruple du troisiesme nombre 4① + 2, desquels le $\frac{1}{4}$ pour le troisiesme nombre 1① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{19}{12}$

La somme du premier second & troisiesme nombre (qui sont le premier, troisiesme & quatriesme en l'ordre) est 3① + $\frac{5}{6}$ | $\frac{49}{12}$

Egale à la somme du premier & second en l'ordre 1① + 3 | $\frac{49}{12}$

Lesquels reduicts 2① seront egales à 2 $\frac{1}{6}$; Et par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{13}{12}$.

Je di, que $\frac{13}{12}$. $\frac{17}{12}$. $\frac{19}{12}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Premierement la somme de $\frac{13}{12}$ & 1 (à sçavoir $\frac{13}{12}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des deux autres nombres $\frac{17}{12}$ $\frac{19}{12}$) qui est $\frac{25}{12}$, est egale à la somme de $\frac{17}{12}$ & $\frac{2}{3}$ (à sçavoir $\frac{27}{12}$ pour le second nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le quart des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{19}{12}$.) Au second de ladicte somme $\frac{25}{12}$, est aussi egale à la somme de $\frac{19}{12}$ & $\frac{1}{2}$ (à sçavoir $\frac{19}{12}$ pour le troisiesme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{17}{12}$) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

LE multiple d'un nombre de quelques nombres donnez, plus la somme de tous les donnez, est egal au produict du multiple d'unité maieur que le premier multiple, par la somme dudict un nombre, & le semblable submultiple des nombres restans.

Explication du donné. Soyent donnez quelques nombres *6. 5. 2.* *Explication du requis.* Il faut demonstrer par ces nombres ce qui est proposé au theoreme. *Demonstration.* Prennons le multiple de quelque nombre des donnez; soit le triple du second 5, faict 15, au mesme adjousté tous les nombres 6. 5. 2. la somme sera 28. Or dict le theoreme, que ceste somme de 28, sera egale au quadruple (car le premier multiple estoit triple, & le second multiple doibt estre d'unité maieur, ergo quadruple) de la somme de 5 & 2 (à sçavoir 5 qui dessus avoit esté multiplié, & 2 pour semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire du subquadruple de la somme de 6 & 2) qui est aussi 28, selon le theoreme.

Et pourtant nous avons dict à la 27 question, que le triple du second, plus la somme de tous les trois, est egal au quadruple de la somme du second nombre, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

Autre exemple.

Soyent autrefois quelques nombres tels: 2. 7. 8. 3. 5. & prenons le multiple d'un des mesmes, soit le septuple du troisiesme 8, faict 56; au mesme adjoustez tous les nombres 2. 7. 8. 3. 5. la somme sera 81. Or dict le theoreme, que ceste somme de 81, est egale à l'octuple (car le premier multiple est sextuple, & le second multiple doibt estre d'unité maieur, ergo octuple) de la somme de 8 & 2 $\frac{1}{8}$ (à sçavoir 8 qui avoit esté multiplié cy dessus, & 2 $\frac{1}{8}$ pour le semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire, le suboctuple de 17, qui est la somme de 2. 7. 3. 5.) car elle est aussi 81.

Dont se pourroit conclure, en questions comme sont la 27 & 28, que le septuple du troisiesme nombre, plus la somme de tous les nombres, est egal à l'octuple de la somme du troisiesme nombre, & du $\frac{1}{8}$ des quatre autres. *Conclusion.* Le multiple doncques d'un nombre, plus la somme, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXVIII.

TRouvons quatre nombres tels, que la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, soit egale à la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres: Item egale à la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres: Item egale à la somme du quatriesme, & le des trois autres.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{47}{90}$

Et le second, troisiesme, & quatriesme ensemble quelque nombre Arithmetique comme 3. | 3

Ergo la somme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres est (selon la question) egale à la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, ergo la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, est 1① + 1, son quadruple 4① + 4.

Doncques le quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres est 4① + 4.

Mais le triple du second plus la somme de tous les quatre nombres, est (par le precedent theoreme) egale au quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres.

Ergo le triple du second, plus la somme de tous les quatre nombres, est 4① + 4.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les quatre nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1① + 3, reste pour le triple du second nombre 3① + 1, desquels le $\frac{1}{3}$ pour le second nombre est 1① + $\frac{1}{3}$ | $\frac{77}{90}$

Mais la somme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, est selon la question, egale à la somme du troisiesme & le $\frac{1}{5}$ des trois autres; Ergo la somme du troisiesme nombre & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, est 1① + 1, son quincuple 5① + 5.

Doncques le quincuple de la somme du troisiesme & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, est 5① + 5;

Mais le quadruple du troisiesme plus la somme de tous les quatre nombres est (par le precedent theoreme) egale au quincuple de la somme du troisiesme & la $\frac{1}{5}$ des trois autres;

Ergo le quadruple du troisiesme, plus la somme de tous les quatre nombres, est 5① + 5.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les quatre qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1① + 3, reste pour le quadruple du troisiesme nombre 4① + 2, desquels le $\frac{1}{4}$ pour le troisiesme nombre 1① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{92}{90}$

Mais la somme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres est (selon la question) egale à la somme du quatriesme & le $\frac{1}{6}$ des trois autres; Ergo la somme du quatriesme nombre, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres, est ① + 1, son sextuple 6① + 6.

Doncques le sextuple de la somme du quatriesme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres est 6① + 6.

Mais le quincuple du quatriesme plus la somme de tous les quatre nombres est (par le precedent theoreme) egale au sextuple de la somme du quatriesme & à $\frac{1}{6}$ des trois autres.

Ergo le quincuple du quatriesme, plus la somme de tous les quatre nombres, est 6① + 6.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les quatre nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1① + 3, reste

pour le quincuple du quatriesme nombre 5 ① + 3, desquels le $\frac{1}{5}$ pour le quatriesme nombre	1 ① + $\frac{3}{5}$	$\frac{101}{90}$
La somme du premier second ttoisiesme & quatriesme nombre (qui sont le premier troisiesme quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est	4 ① + $\frac{49}{30}$	$\frac{317}{90}$
Egale à la somme du premier & second en l'ordre	1 ① + 3	$\frac{317}{90}$

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à $\frac{47}{30}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{47}{90}$.

Ie di, que $\frac{47}{90}$ $\frac{77}{90}$ $\frac{92}{90}$ $\frac{101}{90}$ sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Premierement la somme de $\frac{47}{90}$ & 1, est $\frac{137}{90}$ (à sçavoir $\frac{47}{90}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des trois autres nõbres) & est egale à la somme de $\frac{77}{90}$, & $\frac{2}{3}$ (à sçavoir $\frac{77}{90}$ pour le second nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le $\frac{1}{4}$ des trois autres.) Au second ladicte somme $\frac{137}{90}$, est aussi egale à la somme de $\frac{92}{90}$, & $\frac{1}{2}$ (à sçavoir $\frac{92}{90}$ pour le troisiesme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des trois autres nombres.) Au troisiesme ladicte somme $\frac{137}{90}$, est aussi egale à la somme de $\frac{101}{90}$ & $\frac{2}{5}$ (à sçavoir $\frac{101}{90}$ pour le quatriesme nombre, & $\frac{2}{5}$ pour le $\frac{1}{6}$ des trois autres nombres) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIX.

Soyent donnez deux nombres 8 & 2. Il faut trouver un troisiesme, qui multiplié par les donnez, donne l'un produict quarré, & l'autre produict son costé.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	2
Qui multiplié par 8 donné, faict pour premier produict	8 ①	16
Et multiplié ledict nombre requis par 2 donné, faict pour second produict	2 ①	4
Qui doibt estre la racine du premier produict, ergo son quarré	4 ②	16
Est egal au second en l'ordre	8 ①	16

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di, que 2 est le nombre requis. *Demonstration.* Multiplié 2 par 8, faict 16; & le mesme 2 multiplié par le 2 donné faict 4, qui est racine quarrée du quarré 16, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXX.

Trouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & le produict des mesmes 8.

CONSTRVCTION.

Soit l'un nombre	1 ①	4
Ergo l'autre	— 1 ① + 6	2
Leur produict	— 1 ② + 6 ①	8
Egal à	8	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 6 ① — 8, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* La somme de 4 & 2 est 6; Et le produict de 4 & 2 est 8, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 30 question selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit l'un nombre requis 1 ①, plus la moitie de la somme des nombres requis qui est 3, faict	1 ① + 3	4
Ergo l'autre nombre (puis que leur somme doibt estre 6) sera	— 1 ① + 3	2
Leur produict	— 1 ② + 9	8
Egal au produict requis	8	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme dessus.

QVESTION XXXI.

Trouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & la somme de leurs quarrez 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	4
Ergo le second nombre	— 1 ① + 6	2
Le quarré du premier nombre est	1 ②	16
Le quarré du second nombre	1 ② — 12 ① + 36	4
Somme des deux quarrés	2 ② — 12 ① + 36	20
Egal à	20	

Lesquels reduicts 2 ② seront egales à 12 ① — 16, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le quarré de 4 est 16; auquel adjousté le quarré de 2, qui est 4, la somme est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 31 question, selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitie de la somme des nombres requis, qui est 3, faict	1 ① + 3	4
Ergo le second nombre (puis que leur somme doibt estre 6) sera	— 1 ① + 3	2
Le quarré du premier nombre	1 ② + 6 ① + 9	16
Le quarré du second nombre	1 ② — 6 ① + 9	4
Sommes des deux quarrez	2 ② + 18	20
Egale à	20	

Lesquels reduicts, 2 ② seront egales à 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2, seront les deux nombres requis, comme dessus.

QVESTION XXXII.

Trouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & desquels le quarré de l'un, excede au quarré de l'autre, en 12.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	4
Ergo le second	— 1 ① + 6	2
Le quarré du premier nombre	1 ②	16
Du mesme soubstraict le quarré du second nombre, qui est	1 ② — 12 ① + 36	4
Reste	12 ① — 36	12
Egales à	12	

Lesquels reduicts, 12 ① seront egales à 48, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le quarré de 4 qui est 16, excede au quarré de 2 qui est 4, en 12, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 32 question, selon Diophante.

Soit le premier nombre requis 1①, plus la moitié de la somme des nombres requis qui est 3, faict	1① + 3	4
Ergo le second nombre	− 1① + 3	2
Le quarré du premier nombre	1② + 6① + 9	16
Du mesme soubstraict le quarré du second nombre qui est	1② − 6① + 9	4
Reste	12①	12
Egales à	12	

Et par le 67 probleme 1① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les deux nombres requis, comme dessus.

QVESTION XXXIII.

TRouvons deux nombres, desquels la difference soit 2, & le produict 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	2
Ergo le second nombre	1① + 2	4
Leur produict	1② + 2①	8
Egal à	8	

Et par le 68 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 4 à 2 est 2, & le produict de 4 par 2 est 8, selon le requis; Ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 33 question selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit le premier nombre 1①, plus la moitie de leur difference requise, qui est 1, faict	1① + 1	4
Ergo le second nombre, puis que leur difference doibt estre 2, sera	1① − 1	2
Leur produict	1② − 1	8
Egal au produict requis	8	

Lesquels reduicts 1② sera egal à 9, & par le 78 probleme, 1① vaudra 3.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme dessus.

QVESTION XXXIV.

TRouvons deux nombres en raison double, & que la somme de leurs quarrez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	3
Et le second nombre son double, sera	2①	6
Leur somme	3①	9
Le quarré du premier nombre	1②	9
Le quarré du second nombre	4②	36
La somme des quarrez 5②, est quincuple au troisiesme en l'ordre; Ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est	1②	9
Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est	3①	9

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 3.

Je di, que 3 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 6 & 3 sont en raison double, & la somme de leurs quarrez 45 (à sçavoir 36 & 9) est en quincuple raison à la somme de 6 & 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXV.

TRouvons deux nombres en raison triple, & que la somme de leurs quarrez aye à la difference des nombres, raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	1
Et le second nombre son triple, sera	3①	3
Leur difference est	2①	2
Le quarré du premier nombre	1②	1
Le quarré du second nombre	9②	9
La somme des quarrez 10②, est quincuple au troisiesme en l'ordre. ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est	2②	2
Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est	2①	2

Lesquels reduicts 2① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 3 & 1 sont en raison triple, & la somme de leurs quarrez (qui sont 9 & 1) est 10, qui obtient à 2 (difference d'entre 3 & 1) raison quincuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVI.

TRouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarrez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	2
Et le second nombre son triple, sera	3①	6
Leur somme	4①	8
Le quarré du premier nombre	1②	4
Le quarré du second nombre	9②	36
Difference des quarrez 8②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est	2②	8
Est egal au troisiesme en l'ordre	4①	8

Lesquels reduicts 2① seront egales à 4, & par le 67 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 sont les nombres requis. *Demonstrat.* 6 & 2 sont en raison triple, & la difference de leurs quarrez 32 (à sçavoir de 36 & 4) est quadruple à la somme de 6 & 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVII.

TRouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarrez aye a la difference des nombres raison quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	1
Et le second nombre son triple, sera	3①	3
Leur difference	2①	2
Le quarré du premier nombre	1②	1
Le quarré du second nombre	9②	9
Difference des quarrez 8②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est	2②	2
Est egal au troisiesme en l'ordre, qui est	2①	2

Lesquels reduicts 2① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 3 & 1 sont en raison triple, & 8 difference de leurs quarrez, à sçavoir de 1 & 9, obtient raison quadruple, à 2 difference des nombres 3 & 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVIII.

Trouvons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre, aye au maieur nombre, raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur nombre son triple, sera	1 ①	18
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double au maieur nombre, ergo sa moitie qui est	$\frac{1}{2}$ ②	18
Est egale au maieur nombre	3 ①	18

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à 3, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 18 sont les nombres requis. *Demonstration.* 18 & 6 sont en raison triple, & le quarré 36 du moindre nombre 6 obtient au maieur nombre 18, raison double selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIX.

Trouvons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye au moindre nombre raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur nom son triple, sera	3 ①	6
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double au moindre nombre, ergo sa moitie qui est	$\frac{1}{2}$ ②	2
Est egale au moindre nombre	1 ①	2

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* 6 & 2 sont en raison triple, & le quarré 4 du moindre nombre 2, obtient au mesme moindre nombre raison double, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

ANNOTATION D'A. G.

C'este question est fort mal proposée, & veux bien croire qu'elle a esté adjoustée de quelque ignorant, car la deuxiesme condition n'est pas liée n'y conjoincte, ce qui pourra servir d'advertissement de n'en point faire des telles.

QVESTION XL.

Trouvons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre, aye a la somme des nombres raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	8
Et le maieur nombre son triple, sera	3 ①	24
Leur somme	4 ①	32
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double à la somme des nombres 4 ①, ergo	1 ②	64
Est egale au double de 4 ①, qui est à	8 ①	64

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 & 24 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 24 & 8 sont en raison triple, & le quarré 64 du moindre nombre 8, est double à 32, qui est la sommé des 24 & 8, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

Trouvons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye a la difference des nombres raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	4
Et le maieur nombre son triple sera	3 ①	12
Leur difference est	2 ①	8
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double à la difference 2 ①, ergo	$\frac{1}{2}$ ②	8
Est egale à la difference des nombres	2 ①	8

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 12 sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* 12 & 4 sont en raison triple, & le quarré 16 du moindre nombre 4, est 8 (difference de 4 & 12) en raison double, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Ce qui est mis pour 42 question, est appendice des precedentes sonnant ainsi:

Par mesme maniere on trouvera deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, au moindre nombre soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, au mesme maieur soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, obtienne à la somme des nombres, raison requise. Et au dernier deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, à la difference des nombres, soit raison requise.

QVESTION XLIII.

Soyent donnez deux nombres 3 & 2; Il faut trouver leur troisiesme nombre tel, que la somme de chasques deux nombres multipliée par le troisiesme, donnent trois produicts d'egaux exces: desquels produicts celuy de 3, par la somme des deux autres, soit le maieur; Et le produict de 2, par les deux autres, le moyen; Et le produict du nombre requis, par les deux autres, le moindre.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	$\frac{3}{2}$
Au mesme adjousté le 2 donné, faict pour la somme des deux nombres 1 ① + 2, qui multipliée par le troisiesme nombre 3, donne produict	3 ① + 6	$\frac{21}{2}$
Puis ajousté au nombre requis 1 ①, le 3 donné, faict pour la somme de deux nombres 1 ① + 3, qui multipliée par le troisiesme nombre 2, donne produict	2 ① + 6	$\frac{18}{2}$
Puis ajoustez les nombres donnez 3 & 2, faict pur la somme de deux nombres 5, qui multipliée par le troisiesme (qui est le premier en l'ordre) donne produict	5 ①	$\frac{15}{2}$
Doncques le maieur produict est 3 ① + 6, le moyen 2 ① + 6, le moindre 5 ①; Mais de trois nombres d'egal exces, le double du moyen est egal à la somme des extremes, & le moyen est icy 2 ① + 6, ergo son double	4 ① + 12	18
Est egal à la somme des extremes, c'est à dire à la somme de 3 ① + 6 & 5 ①, qui sont	8 ① + 6	18

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que $\frac{3}{2}$ sont le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant $\frac{7}{2}$, somme de 2 & $\frac{3}{2}$, par le troisiesme nombre 3, le produict est $\frac{21}{2}$; Puis multipliant $\frac{9}{2}$, somme de $\frac{3}{2}$ & 3, par le troisiesme nombre 2, le produict est $\frac{18}{2}$; Puis multipliant 5, somme de 3 & 2, par le troisiesme nombre $\frac{3}{2}$, le produict est $\frac{15}{2}$; Or ces trois produicts ont egaux exces, car le maieur excede au moyen en $\frac{3}{2}$; aussi excede le moyen au moindre en $\frac{3}{2}$; Item le produict de 3, par les deux autres, est le maieur; Et le produict de 2 par les deux autres est le moyen; Et le produict du nombre requis $\frac{3}{2}$, par les deux autres, est le moindre selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

SECOND

SECOND LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoiſe & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouvons deux nombres, deſquels la ſomme de leurs quarrez, aye a la ſomme des nombres raiſon decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	6
Et le maieur quelque autre, ſoit	2①	12
Somme des nombres	3①	18
Le quarré du moindre	1②	36
Le quarré du maieur	4②	144
Somme des quarrez	5②	180
Egale au decuple de la ſomme des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	30①	180

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 30, & par le 67 probleme, 1① vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des quarrez des nombres 6 & 12 eſt 180, qui obtient à 18, ſomme des nombres, raiſon decuple, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION II.

TRouvons deux nombres, deſquels la difference, obtienne à la difference de leurs quarrez raiſon ſubſextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	2
Et le maieur quelque autre nombre, ſoit	2①	4
Leur difference	1①	2
Le quarré du moindre nombre	1②	4
Le quarré du maieur nombre	4②	16
Difference des quarrez	3②	12
Egale au ſextuple de la difference des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	6①	12

Leſquels reduicts 3 ① ſeront egales à 6, & par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La difference 2 (d'entre les nombres 2 & 4) obtient à la difference 12 (d'entre leurs quarrez 16 & 4) raiſon ſubſextuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict aye à leur ſomme raiſon ſextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	9
Et le maieur quelque nombre, ſoit	2①	18
Leur ſomme	3①	27
Le produict du moindre & majeur	2②	162
Egal au ſextuple de la ſomme des nombres	18①	162

Leſquels reduicts 2① ſeront egales à 18, & par le 67 probleme 1① vaudra 9.

Je di, que 9 & 18 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 162 (qui eſt le produict de 9 & 18) obtient à 27 (qui eſt la ſomme de 9 & 18) raiſon ſextuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IV.

TRouvons deux nombres, deſquels la ſomme de leurs quarrez obtienne à la difference des nombres, raiſon decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	2
Et le maieur quelque autre nombre, ſoit	2①	4
Leur difference	1①	2
Le quarré du moindre nombre	1②	4
Le quarré du maieur nombre	4②	16
Somme des quarrez	5②	20
Egale au decuple de la difference des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	10①	20

Leſquels reduicts, 5 ① ſeront egales à 10, & par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 20 (ſomme des quarrez des nombres 2 & 4) obtient à 2 (qui eſt difference des nombres 2 & 4) raiſon decuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

TRouvons deux nombres tels, que la difference de leurs quarrez, aye à la ſomme des nombres, raiſon ſextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	6
Et le maieur quelque autre nombre, ſoit	2①	12
Leur ſomme eſt	3①	18
Le quarré du moindre	1②	36
Le quarré du maieur	4②	144
Difference des quarrez	3②	108
Egale au ſextuple de la ſomme des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	18①	108

Leſquels traduicts 3① ſeront egales à 18, & 1① par le 67 probleme, vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 108 (qui eſt la difference des quarrez de 6 & 12) obtient à 18 (qui eſt la ſomme des nombres 6 & 12) raiſon ſextuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VI.

TRouvons deux nombres, deſquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 22.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	$4\frac{1}{2}$
Ergo le maieur nombre	1① + 2	$6\frac{1}{2}$
Le quarré du moindre nombre	1②	$\frac{81}{4}$
Le quarré du maieur nombre	1② + 4① + 4	$\frac{169}{4}$
Difference des quarrez	4① + 4	22
Egale à la difference des quarrés requiſe	22	

Leſquels reduicts 4① ſeront egales à 18, & par le 67 probleme, 1① vaudra $4\frac{1}{2}$.

Je di, que $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La difference de $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ eſt 2, & la diffe-

difference de leurs quarrez (qui sont $\frac{81}{4}$ & $\frac{169}{4}$) est 22, selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

NOTA. Si l'on considere bien la 7 question, le sens se trouve tel.

Trouvons deux nombres desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 16.

Laquelle estant semblable à la precedente 6 question nous n'en ferons point de construction.

QVESTION VIII.

Partons un nombre quarré à sa racine commensurable, comme 16, en deux semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le premier quarré	1②	$\frac{256}{25}$
Ergo le second quarré	−1②+16	$\frac{144}{25}$
Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, pour le costé duquel on posera quelques ① − √16; Soit 2①−4, & le quarré sera	4②−16①+16	$\frac{144}{25}$

Lesquels reduicts 5① seront egales à 16, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{16}{5}$.

Ie di que $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, est 16. Item la racine de $\frac{256}{25}$ est $\frac{16}{5}$; & la racine de $\frac{144}{25}$ est $\frac{12}{5}$, qui sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il est notoire qu'on pourra trouver par ceste 8 question, des infiniz triangles rectangles divers, desquels chasque costé sera nombre Arithmetique. Par exemple; Si l'on pose l'un costé contenant l'angle droict, la racine des susdictes $\frac{256}{25}$, qui est $\frac{16}{5}$, & l'autre costé la racine des $\frac{144}{25}$, qui est $\frac{12}{5}$, l'hypothenuse sera 4.

QVESTION IX.

Ceste 9 question, est la mesme que la 8, mais elle se fera ici par autre construction telle.

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré	1①	$\frac{16}{5}$
Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins √16, soit	2①−4	$\frac{12}{5}$
Ergo le premier quarré	1②	$\frac{256}{25}$
Et le second quarré	4②−16①+16	$\frac{144}{25}$
Somme des quarrez	5②−16①+16	16
Egale à	16	

Lesquels reduicts 5① seront egales à 16, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{16}{5}$.

Doncques $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, seront les deux quarrez requis, comme dessus.

QVESTION X.

Partons un nombre composé de deux nombres quarrez à leurs racines commensurables, comme 13 composé de 9 & 4; En deux autres semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré, de quelques ① plus la racine de l'un quarré donné 4, comme	1①+2	$\frac{18}{5}$
Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins la racine de l'autre quarré donné, comme	2①−3	$\frac{1}{5}$
Ergo le premier quarré	1②+4①+4	$\frac{324}{25}$
Et le second quarré	4② 12①+9	$\frac{1}{25}$
Somme des quarrez	5②−8①+13	13
Egale à	13	

Lesquels reduicts 5① seront egales à 8, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{8}{5}$.

Ie di que $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* Les deux quarrez $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, sont ensemble 13, & la racine de $\frac{324}{25}$ est $\frac{18}{5}$, & la racine de $\frac{1}{25}$ est $\frac{1}{5}$, lesquels racines sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

Trouvons deux nombres quarrez à leurs racines commensurables, tels que leur difference soit 60.

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré	1①	$8\frac{1}{2}$
Et le costé du second quarré 1①, & plus quelque nombre moindre que √60 (dont la raison appert en la derniere egalité) soit	1①+3	$11\frac{1}{2}$
Ergo le premier quarré	1②	$72\frac{1}{4}$
Et le second quarré	1②+6①+9	$132\frac{1}{4}$
Difference des quarrez	6①+9	60
Egale à la difference requise	60	

Lesquels reduicts 6① seront egales à 51, & par le 67 probleme, 1① vaudra $8\frac{1}{2}$.

Ie di que $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La difference des deux quarrez $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ est 60, & la racine de l'une est $8\frac{1}{2}$, & de lautre $11\frac{1}{2}$, qui sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTE DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Nous parlerons en aucunes questions suivantes du quarré de double egaleté, pourtant avant qu'y venir nous descrirons sa Definition & Invention en ceste sorte;

DEFINITION.

Estant deux quantitez, à l'une desquelles il faut poser estre egal quelque quarré, tel que sa valeur, ensemble la valeur de l'autre quantité, soyent quarrez à leurs racines commensurables: Alors iceluy quarré posé, s'appelle quarré de double egaleté.

EXPLICATION.

Soyent par exemple deux quantitez, l'une 1①+1, l'autre 1①+6, & le quarré posé, egal à 1①+1 soit 4; D'ou s'ensuit que 1①+6, vaudra semblable quarré 9 (car 1①+1 vallant 4, la 1① vaut 3) Doncques 4 est quarré de double egaleté; Nommé ainsi, par ce qu'il est quarré, egal à 1①+1, & sur cela il cause encore egaleté, entre 1①+6 & semblable quarré 9.

DE L'INVENTION DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Et pour declarer son invention nous poserons deux quantitez, la moindre 1①+1, & la maieure 1①+6; desquelles il faut trouver le quarré de double egaleté, egal premierement à la moindre (car on peut egaler le quarré de double egaleté au moindre, ou au maieur, comme l'on veut; nous dirons doncques premierement du moindre, puis du maieur.)

On soubstraira la moindre quantité proposée 1①+1 de la maieure 1①+6, reste 5; puis on prendra quelques deux nombres, desquels le produict soit 5, à sçavoir egal à ladicte reste; soit l'un 5, l'autre 1 (car leur produict

produict est 5) leur difference 4 (difference par ce que c'est du moindre que nous cherchons, car quand on le cherche du maieur, il faut prendre leur somme) sa moitié 2, son quarré, pour le quarré de double egaleté egal à la moindre quantité proposée, est 4.

La demonstration est, que la moindre quantité 1 ① + 1 vallant 4, la 1 ① vaudra 3; Mais 1 ① vallant 3, la maieure quantité 1 ① + 6 vaudra 9, qui est semblable quarré. Doncques 4, selon la definition ci dessus, est leur quarré de double egaleté.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté, egal à la maieure quantité proposée 1 ① + 6, on aioustera les susdictes 5 & 1, font 6, sa moitié 3, son quarré, pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur proposé, est 9, dont la demonstration est notoire par la precedente.

AVTRE EXEMPLE.

Soient autre fois deux quantitez desquelles il faut trouuer le quarré de double egaleté egal au moindre, tels; le maieur 4 ② + 15 ①, le moindre 4 ② — 1 ① — 4.

On soubstraira la moindre quantité de la maieure, reste 16 ① + 4. Puis on prendra quelque deux nombres desquels le produict soit 16 ① + 4, à sçavoir egal à icelle reste, soit l'vn 4 ① + 1, l'autre 4, (car leur produict est 16 ① + 4) leur difference 4 ① — 3, sa moitié 2 ① — $\frac{3}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis, egal au moindre proposé) est 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$.

La demonstration est, qu'estant 4 ② — 6 ① — $\frac{9}{4}$ egales à 4 ② — 1 ① — 4, alors 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$, & le quarre de double egaleté 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$, vaudra quarré à sa racine commensurable 1. Item 4 ② + 15 ① vaudront semblable quarré 25.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté egal au maieur, on aioustera les susdictes 4 ① + 1 & 4, font 4 ① + 5, sa moitié 2 ① + $\frac{5}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur nombre proposé 4 ② + 15 ①) est 4 ② + 10 ① + $\frac{25}{4}$. Dont la demonstration sera semblable à la precedente.

EXCEPTION.

Quant à ce que nous avons dict ci dessus (comme au premier exemple de l'invention du quarré de double egaleté) qu'on trouvera quelques deux nombres desquels le produict soit 5, il faut considerer que tous nombres combien leur produict fust 5, n'en seront pas propres ne fust que lon voulust dire la solution estre — ou 0, qui n'estant pas l'intention de Diophante, faut qu'ils soient de la qualité comprinse en la reigle descripte par Xylandre telle;

REIGLE.

On trouvera deux nombres, desquels le produict soit egal à la difference des deux nombres donnez, mais par telle condition, que le quarré de la moitié de leur difference, soit maieur que le moindre nombre Arithmetique donné, ou, ce qui est le mesme, que le quarré de la moitié de leur somme, soit maieur que le maieur nombre Arithmetique donné.

Dont la cause est notoire par les operations, comme nous en dirons plus amplement à la note de la suivante 12 question.

QVESTION XII.

Trouvons un nombre, qui aiousté à 3, puis à 2, les sommes soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	$\frac{97}{64}$
Lequel aiousté à 3, la somme est	1 ① + 3	$\frac{289}{64}$
Et ledict nombre requis aiousté à 2, la somme est	1 ① + 2	$\frac{225}{64}$
Or chasque de ces deux sommes doibt estre egale à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de 4 & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 1 ① + 3 & 1 ① + 2) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre 1 ① + 2, est par la precedente note	$\frac{225}{64}$	

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra $\frac{97}{64}$.

Je di, que $\frac{97}{64}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Aioustant $\frac{97}{64}$ à 3, faict quarré $\frac{289}{64}$, sa racine $\frac{17}{8}$. Item aiousté $\frac{97}{64}$ à 2, faict quarré $\frac{225}{64}$, sa racine $\frac{15}{8}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on eust prins 5 & $\frac{1}{5}$ (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisfaict aussi à la question, eust alors esté $\frac{94}{25}$, & ainsi d'infiniz autres.

Mais si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on eust prins 2 & $\frac{1}{2}$ (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisferoit aussi à la question (si l'on voulust solver par —) seroit — $\frac{23}{16}$, lequel aiousté au 3, faict quarré $\frac{25}{16}$, & aiousté au 2, faict quarré $\frac{9}{16}$, qui sont quarrez selon le requis.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, que l'aioustant à 2 la somme soit tel quarré, soit	1 ② — 2	$\frac{97}{64}$
Au mesme si on aouste 2, sera quarré selon la question, & si au mesme nombre requis, on aiouste 3, la somme sera	1 ② + 1	$\frac{289}{64}$
Laquelle somme doibt estre valeur de nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré : Or pour le trouver, on fingera son costé 1 ① moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarre soit maieur que le 1 de 1 ② du second en l'ordre, dont la raison apparoist en la reduction, soit tel costé fingé 1 ① — 4, ergo son quarré	1 ② — 8 ① + 16	$\frac{289}{64}$
Est egal au second en l'ordre, qui est	1 ② + 1	$\frac{289}{64}$

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 15, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{15}{8}$.

Doncques $\frac{97}{64}$ sera le nombre requis comme dessus.

QVESTION XIII.

Trouvons un nombre, lequel soubstraict de 9, & puis de 21, les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Si lon soubstraict — 1 ② + 9, de 9, il y en restera 1 ② valeur de quelque quarré selon la question, posons doncques que le nombre requis soit	— 1 ② + 9	$8\frac{3}{4}$
Le mesme soubstraict de 21, reste	1 ② + 12	$12\frac{1}{4}$
Laquelle reste doit estre valeur de nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré : Or pour le trouver fingeons que son costé soit 1 ①,		

 moins

moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré soit maieur que le 12 du second en l'ordre; dont la raison apparoist en la reduction, soit tel costé fingé 1 ① —4, son quarré egal au second en l'ordre, est 1 ②—8 ① + 16 | 12 $\frac{1}{4}$

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 4, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{2}$.

Je di, que 8 $\frac{3}{4}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrayons 8 $\frac{3}{4}$, de 9, reste $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$. Puis soubstrayons ledict nombre 8 $\frac{3}{4}$, de 21, reste 12 $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{7}{2}$, ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIV.

Trouvons un nombre, duquel soubstraict 6, & puis 7, que les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ① | $\frac{121}{16}$
Du mesme soubstraict 6, reste 1 ①—6 | $\frac{25}{16}$
Et dudict nõbre requis soubstraict 7, reste 1 ①—7 | $\frac{9}{16}$
Or chasque de ces deux restes doibt estre egale à quelque quarré qui est à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de 2 & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 1 ①—6 & 1 ①—7) Desquels le quarré de double egaleté egal au moindre 1 ①—7, est par la note devant la 12 question $\frac{9}{10}$

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra $\frac{121}{16}$.

Je di, que $\frac{121}{16}$ est le nombre requis. *Demonstration.* De $\frac{121}{16}$ soubstraict 6, reste quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{3}{4}$. Item desdictes $\frac{121}{16}$ soubstraict 7, reste $\frac{9}{16}$, sa racine $\frac{3}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, qu'en soubstrayant 6, la reste soit quarré, soit 1 ②+6 | $\frac{121}{16}$
Si du mesme on soubstraict 6, la reste sera quarré selon la question; Et si du mesme nombre requis on soubstraict 7, la reste sera 1 ②—1 | $\frac{9}{16}$
Laquelle reste doibt estre valeur de quelque nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré. Or pour le trouver, on fingera son costé 1 ① moins quelque nombre Arithmetique duquel le quarré soit maieur que —1 second en l'ordre, dont la raison appert en la reduction; soit tel costé fingé 1 ①—2, ergo son quarré 1 ②—4 ①+4 | $\frac{9}{16}$
Est egal au second en l'ordre 1 ②—1 | $\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$, & le nombre requis sera comme dessus $\frac{121}{16}$.

QVESTION XV.

Partons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à sa racine commensurable, lequel adiousté à chascune partie, face semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

On prendra quelques deux nombres, tels que la somme de leurs quarrez n'excede point au 20, dont la raison apparoistra en la reduction; soient 2 & 3, puis à 2 adiousté 1 ①, faict 1 ① + 2 pour quelque costé duquel le quarré sera 1 ② + 4 ① + 4, du mesme soubstraict un quarré qui est 1 ②, reste pour l'une partie de 20 requise 4 ① + 4 | $\frac{68}{10}$
Puis au 3 adiousté 1 ①, faict 1 ① + 3 pour quelque costé duquel le quarré sera 1 ② + 6 ① + 9. du mesme soubstraict un quarré qui est 1 ② reste pour l'autre partie de 20 requise 6 ① + 9 | $\frac{132}{10}$
Somme des deux parties 10 ① + 13 | 20
Egale à 20

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{10}$.

Ie di que $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ sont les parties de 20 requises, & $\frac{49}{100}$ le quarré requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ est 20, ce sont doncques les parties de 20. Item la racine de $\frac{49}{100}$ est $\frac{7}{10}$, c'est doncques quarré à sa racine commensurable. Puis adioustons $\frac{49}{100}$ à $\frac{68}{10}$ faict $\frac{729}{100}$, sa racine $\frac{27}{10}$. Item ledict quarré $\frac{49}{100}$ à adiousté aux $\frac{132}{10}$, faict $\frac{1369}{100}$, sa racine $\frac{37}{10}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

Partons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à sa racine commensurable, & du mesme soubstraict chascune partie de 20, que les restes soient semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du nombre requis 1 ① + quelque nombre Arithmetique duquel le quarré n'excede point à 20, dont la raison apparoistra en la reduction, son quarré pour le quarré requis 1 ② + 4 ① + 4 | $\frac{625}{36}$
Or il est notoire, que si du mesme on soubstraict les 4 ① + 4, que la reste 1 ② sera valeur de nombre quarré à sa racine commẽsurable: mais si on en soubstraict 2 ① + 3, la reste sera 1 ② + 2 ① + 1, qui (veu que sa racine est 1 ① + 1) sera aussi valeur de quarré à sa racine commensurable; Doncques pour l'une partie de 20, posons 4 ①+4 | $\frac{76}{6}$
Et pour l'autre partie de 20, posons 2 ① + 3 | $\frac{44}{6}$
Or quelle de ces deux parties on soubstraict du quarré premier en l'ordre, il est notoire que la reste sera valeur de quarré selon la question: Reste maintenant que leur somme, qui est 6 ① + 7 | $\frac{120}{6}$
Soit egale à 20

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 13, & par le 67 probleme 1 ① vaut $\frac{13}{6}$.

Ie di que $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ sont les deux parties de 20 requises. Item, que $\frac{625}{36}$ est le quarré requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ est 20, ce sont doncques les deux parties de 20. Item la racine de $\frac{625}{36}$, est $\frac{25}{6}$, c'est doncques quarré à sa racine commensurable. Puis soubstraict $\frac{76}{6}$ du quarré $\frac{625}{36}$, la reste est quarré $\frac{169}{36}$, duquel la racine $\frac{13}{6}$. Item soubstraict $\frac{44}{6}$ du mesme quarré $\frac{625}{36}$, la reste est $\frac{361}{36}$, duquel la racine est $\frac{19}{6}$, qui sont à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que chaſcun adjouſté à nombre quarré à ſa racine commenſurable comme 9, les ſommes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

On prendra 1 ① + la racine de 9 qui eſt 3, ſon quarré 1 ② + 6 ① + 9, du meſme ſoubſtraict le quarré donné 9, reſte pour le moindre nombre requis 1 ② + 6 ① | 1080
Son triple pour le majeur nombre requis 3 ② + 18 ① | 3240
Au meſme ajouſté (ſelon la queſtion) 9, la ſomme eſt 3 ② + 18 ① + 9 | 3249
Egale à quelque quarré duquel le coſté ſoit binomie diſioinct, duquel le premier nom ſoit d'autant des ①, que leur potence quarré ſoit plus que 3 ② du troiſieſme en l'ordre, & que le ſecond nom, ſoit la racine de 9 donnée. la raiſon de ces choſes apparoiſtra en la reduction; Soit tel binomie 2 ① — 3, ſon quarré ſera 4 ② — 12 ① + 9 | 3249
Leſquels reduicts 1 ① ſera egale à 30.

Je di, que 1080 & 3240 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* Les 3240 ſont en raiſon triple aux 1080. Item ajouſté 9 à 3240, faict quarré 3249, ſa racine 57. Item ajouſté 9 à 1080 faict quarré 1089, ſa racine 33; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVIII.

TRouvons trois nombres tels, que donnant le premier ſa $\frac{1}{5}$ plus 6 au ſecond: Le ſecond ſa $\frac{1}{6}$ plus 7 au troiſieſme: le troiſieſme ſa $\frac{1}{7}$ plus 8 au premier: Qu'alors ils ſoyent tous egaux.

Voila les motz ſelon Diophante, mais pour les mieux accommoder à conformité de la conſtruction, nous mettrons la meſme queſtion autre fois ainſi:

TRouvons trois nombres tels, que de la ſomme du ſecond & la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7; Item de la ſomme du troiſieſme & la $\frac{1}{6}$ du ſecond plus 7, ſoubſtraict la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8; Item de la ſomme du premier & la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8, ſoubſtraict la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6: Les trois reſtes ſoyent egales.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 5 ① | $\frac{90}{7}$
Et le ſecond ſoit 6 ① | $\frac{108}{7}$
La ſomme du ſecond nombre & la $\frac{1}{5}$ du premier & 6 eſt 7 ① + 6, des meſmes ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7, reſte pour premiere reſte requiſe 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$
Ergo la troiſieſme reſte, egale à la premiere, ſelon la queſtion eſt auſſi 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$
Or eſtant trouvées ces deux reſtes, enſemble le premier & ſecond nombre, il faut par les meſmes trouver le troiſieſme nombre en ceſte ſorte: Au reſte 6 ① — 1 ajouſté 1 ①, pour la $\frac{1}{5}$ du premier & + 6, la ſomme eſt 7 ① + 5, & des meſmes ſoubſtraict le premier nombre requis 5 ① & plus 8, reſte pour la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre requis 2 ① — 3; ergo ſon ſextuple pour le troiſieſme nombre requis eſt 14 ① — 21 | $\frac{105}{7}$
Or eſtant trouvez les trois nombres requis, il faut que la ſeconde reſte que nous trouverons par les meſmes, ſoit auſſi (comme le troiſieſme en l'ordre) 6 ① — 1. Il faut donc (ſelon la queſtion) de la ſomme du troiſieſme nombre 14 ① — 21 & $\frac{1}{6}$ du ſecond, qui eſt 1 ①, & 7, laquelle ſomme eſt 15 ① — 14, ſoubſtraire la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre, qui eſt 2 ① — 3 & + 8, reſte pour ſeconde reſte requiſe 13 ① — 19 | $\frac{101}{7}$
Egale à la premiere reſte requiſe 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$

Leſquels reduicts 7 ① ſeront egales à 18; & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{18}{7}$.

Je di, que $\frac{90}{7}$ $\frac{108}{7}$ $\frac{105}{7}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* De $\frac{168}{7}$ (qui eſt la ſomme du ſecond $\frac{108}{7}$, & la $\frac{1}{5}$ du premier $\frac{18}{7}$ plus 6) ſoubſtraict $\frac{67}{7}$ (ſomme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{6}$ du ſecond nombre, & 7) reſte $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{172}{7}$ (ſomme du troiſieſme nombre $\frac{105}{7}$, & la $\frac{1}{6}$ du ſecond nombre $\frac{18}{7}$, & 7) ſoubſtraict $\frac{71}{7}$ (ſomme de $\frac{15}{7}$ pour la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre, & 8) reſte auſſi $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{161}{7}$ (ſomme du premier nombre $\frac{90}{7}$, & la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre $\frac{15}{7}$ & 8) ſoubſtraict $\frac{60}{7}$ (ſomme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{5}$ du premier, & 6) reſte auſſi $\frac{101}{7}$. Les trois reſtes doncques ſont egales, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIX.

NOTA.

CEſte 19 queſtion eſt ſemblable à la precedente 18, diſcordant ſeulement en cela, que l'on demande icy que la ſomme des trois nombres requis ſoit 80; Dont la ſolution de Diophante n'eſt pas bonne. Xylander l'a voulu amender, mais il y a de l'erreur en ſa ſolution auſſy bien qu'en celle de Diophante. Nous experimenterons l'operation par poſtpoſées quantitez ſelon que SON EXCELLENCE l'a calculé, comme il en a faict de meſme en pluſieurs queſtions de celles qui ont beſoing de Theoreme.

Partons 80 en trois nombres tels, que de la ſomme du ſecond & $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond plus 7: Puis de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{6}$ du ſecond plus 7, ſoubſtraict la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8: Puis de la ſomme du premier & $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8, ſoubſtraict $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, que les trois reſtes ſoyent egales.

Premiere partie de l'operation.

SON EXCELLENCE a pour le premier nombre, ou pour la premiere partie requiſe de 80 mis 1 ①.
Quant à la deuxieſme, veu qu'il y auroit quelque difficulté, & qu'il requiereroit beaucoup d'imagination, de la mettre en telles parties, comme la premiere en faict 1 ①, ou de le trouver par quelque autre practique, il mettoit pour icelle deuxieſme partie 1 *ſec.* ①.
Ce qui eſtant ainſi, le troiſieſme ſera neceſſairement de — 1 ① — 1 *ſec.* ① + 80.
Or avec ces trois nombres ſuivi le contenu de la queſtion, à ſçavoir de la ſomme du ſecond nombre & $\frac{1}{5}$ du premier + 6, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7, il y demeure pour premiere reſte $\frac{5}{6}$ *ſec.* ① + $\frac{1}{5}$ ① — 1.
Puis de la ſomme du troiſieſme nombre, & la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7, ſoubſtraict la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme + 8, il y demeure pour deuxieſme reſte — 6 ① — $\frac{29}{42}$ *ſec.* ① + $\frac{473}{7}$.
Les ſuſdites deux reſtes doivent eſtre egales, ſelon le contenu de la queſtion. parquoy il les reduiſoit, ſuivant la reigle, & trouvoit finalement
1 *ſec.* ① *Egale à* — $\frac{111}{160}$ + 45.

Deuxieſ-

Deuxiesme partie de l'operation.

Or ayant ainsi trouvé que la 1 *sec.*① mise pour le deuxiesme nombre, ou partie deuxiesme en l'ordre, est egale en quantitez premierement posées avec $-\frac{111}{160}$ ① $+45$, il a recommencé une nouvelle operation, entierement de quantitez premierement posées, comme s'ensuit:

Pour premier nombre ou premiere partie requise de 80 soit posé 1①.

Pour le second nombre $-\frac{111}{160}$ ① $+45$.

Pour mettre maintenant le troisiesme, on faut sçavoir la valeur de $-$ 1 *sec.*①, estant au nombre du troisiesme en l'ordre de la premiere operation, laquelle se trouve, disant, 1 *sec.* ① vaut $-\frac{111}{160}$①$+45$, combien $-$ 1 *sec.* ①? vient $\frac{111}{160}$ ① -45; cela mis au lieu de la susdite $-$ 1 *sec.* ①, & l'adjoustant avec les autres deux $-$ 1 ① & $+80$, alors pour le troisiesme nombre ou partie requise de 80 viendra $-\frac{49}{160}$ ① $+35$.

Or avec ces trois nombres suivi le contenu de la question, à sçavoir de la somme du deuxiesme nombre, & la $\frac{1}{5}$ du premier $+6$, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du deuxiesme $+7$, il y demeure pour premiere reste $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et ainsi se trouvera la deuxiesme reste aussi de $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et la troisiesme reste de $-\frac{121}{160}$ ① $+7$.

Or doncques estant ceste troisiesme reste egale à chascune des deux precedentes, à sçavoir $\frac{121}{160}$ ① $+7$, egale avec $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$, il les a reduit suivant la reigle, & trouvoit finalement 1 ① valoir ou faire $\frac{9440}{363}$, pour la premiere partie: Et les $\frac{111}{160}$ ① $+45$ faire $\frac{9786}{363}$, pour la deuxiesme partie; & les $-\frac{49}{160}$ ① $+35$ faire $\frac{9814}{363}$, pour la troiesiesme partie.

Demonstration. Les susdits trois nombres font ensemble 80, comme parties integrantes d'iceux 80, & quand on en fait selon le contenu de la question, on trouve les trois restes requises egales, chascune de $\frac{9680}{363}$, comme il appartient. *Conclusion.* Nous avons donc parti 80 en trois nombres tels, que de la somme du second, &c.

QVESTION XX.

Trouvons trois nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que la difference du maieur au moyen soit triple à la difference du moyen au moindre.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre quarré requis 1② | $\frac{25}{4}$

Et le costé du moyen soit 1 ① plus quelque nombre comme 1, son quarré pour le moyen quarré sera 1②$+2$①$+1$ | $\frac{49}{4}$

La difference du moindre quarré au moien, est 2①$+1$, son triple 6①$+2$, qui ajousté au moyen quarré (à fin que le majeur quarré excede au moyen le triple de la difference du moyen au moindre) faict pour le majeur quarré 1②$+8$①$+4$ | $\frac{121}{4}$

Egal à quelque quarré fingé, duquel le costé soit 1 ① & plus quelque nombre Arithmetique. Mais tel que les ① & nombre Arithmetique de tel quarré, n'excedent pas (chascun à son espece) les 8①$+4$, mais que l'un excede & que l'autre soit excedé, dont la raison appert en la reduction; soit tel costé 1①$+3$, son quarré 1②$+6$①$+9$ | $\frac{121}{4}$

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di que $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Que les nombres $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. sont quarrez à leurs racines commensurables, est manifeste. Item la difference 18 du majeur quarré au moyen, est triple à la difference 6 du moyen au moindre. selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXI.

Trouvons deux nombres tels, que le premier avec le quarré du second; Item le second, avec le quarré du premier, soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{3}{13}$

Ergo le quarré du premier nombre 1② | $\frac{9}{109}$

Le second nombre soit tel, qu'aiousté au quarré du premier nombre, donne pour somme un quarré selon la question, lequel se trouve en ceste sorte: on prendra le quarré de 1 ① plus quelque nombre Arithmetique, soit 1, desquels le quarré est 1②$+2$①$+1$, des mesmes on prendra pour second nombre requis (car à 2①$+1$, ajousté le quarré du premier nombre 1②, faict 1②$+2$①$+1$, qui aura valeur conforme à la question, veu que sa racine est 1①$+1$) les 2①$+1$ | $\frac{19}{13}$

Son quarré pour quarré du second nombre 4②$+4$①$+1$ | $\frac{361}{169}$

Somme du premier nombre, & du quarré du second nombre, est 4②$+5$①$+1$ | $\frac{400}{169}$

Egale à quelque quarré selon la question, lequel se fingera tel, qu'il en puissent sortir des termes egaux convenables, qui sera duquel le costé 2 ①, & encore quelque nombre Arithmetique tel que les ① & nombre Arithmetique n'excedent pas (chascun à son espece) les 5①$+1$, mais que l'un excede, & que l'autre soit excedé, comme -2 (dont la raison appert en la reduction) le quarré sera 4②$-8$①$+4$ | $\frac{400}{169}$

Lesquels reduicts 13 ① seront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{13}$.

Je di, que $\frac{3}{13}$ & $\frac{19}{13}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le premier nombre $\frac{3}{13}$, avec le quarré du second $\frac{361}{169}$, faict quarré $\frac{400}{169}$, sa racine $\frac{20}{13}$. Item le second nombre $\frac{19}{13}$, avec le quarré du premier $\frac{9}{169}$, faict quarré $\frac{256}{169}$, sa racine $\frac{16}{13}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le moindre soubstraict, du quarré du majeur, & le maieur du quarré du moindre, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre 1①, & plus quelque nombre Arithmetique comme 1①$+1$ | $\frac{8}{5}$

Ergo le quarré du moindre nombre 1②$+2$①$+1$ | $\frac{64}{25}$

Le majeur nombre soit tel, que le mesme soubstraict du quarré du moindre, il y en reste un quarré selon la question, lequel nombre sera tousiours les ① & nombre Arithmetique du quarré du premier nombre (car les mesmes soubstraicts dudict quarré, restera encore 1②,

de la-

de laquelle la valeur sera quarré selon la question) qui soit 2①+1 | $\frac{11}{5}$
Son quarré pour quarré du second nombre 4②+4①+1 | $\frac{121}{25}$
Puis soubstraict le moindre nombre du quarré du second nombre, reste 4②+3① | $\frac{81}{25}$
Egal a quelque quarré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en puissent sortir termes egaux convenables, qui sera prenant quelques ① desquels le quarré soit plus que 4② (dont la raison appert en la reduction) soyent 3①, son quarré 9② | $\frac{81}{25}$

Lesquels reduicts 5① seront egales à 3, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{8}{5}$ & $\frac{11}{5}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le moindre nombre $\frac{8}{5}$, soubstraict du quarré du majeur nombre $\frac{121}{25}$, reste quarré $\frac{81}{25}$, sa racine $\frac{9}{5}$. Item le maieur nombre $\frac{11}{5}$, soubstraict du quarré du moindre nombre $\frac{64}{25}$, reste $\frac{9}{25}$, sa racine $\frac{3}{5}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, aiousté à la somme des deux nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre 1① | $\frac{1}{4}$
Ergo le quarré du moindre nombre 1② | $\frac{1}{16}$
Or pour trouver le majeur nõbre, on prendra la potence quarrée de quelque ① plus quelque nombre Arithmetique, soit de 1①+1, son quarré 1②+2①+1, du mesme soubstraict 1②+1①, pour le moindre nombre & son quarré (car ainsi la somme du quarré du premier nombre, & des deux nombres 1②+2①+1, vaudra nombre quarré selon la question, veu que son costé est 1①+1) reste pour le majeur nombre 1①+1 | $\frac{5}{4}$
Son quarré pour quarré du maieur nombre 1②+2①+1 | $\frac{25}{16}$
Somme du quarré du majeur nombre & des deux nombres requis est 1②+4①+2 | $\frac{49}{16}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sortent termes egaux convenables comme souventesfois a esté dict ci dessus, soit duquel le costé 1①−2, ergo le quar. 1②−4①+4 | $\frac{49}{16}$

Lesquels reduicts 8① seront egales à 2, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{1}{4}$.

Je di, que $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Du moindre nombre $\frac{1}{4}$, le quarré est $\frac{1}{16}$, qui aiousté à $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item du majeur nombre $\frac{5}{4}$, le quarré est $\frac{25}{16}$, qui ajousté a $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{49}{16}$, sa racine $\frac{7}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chascun, soubstraict la somme des deux nombres, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis 1① | $\frac{5}{2}$
Ergo le quarré du moindre nombre 1② | $\frac{25}{4}$
Or pour trouver le maieur nombre, on prendra le quarré de quelque ①, plus quelque nombre Arithmetique, soit de 1①+1, son quarré est 1②+2①+1, du mesme soubstraict 1②+1①, pour le moindre nombre & son quarré (car ainsi aviendra, que du quarré du majeur nombre, qui sera 1③+2①+1, soubstraict les deux nombres requis, qui font ensemble 2①+1, restera 1②, de laquelle la valeur sera quarré conforme à la question) reste pour majeur nombre requis 1①+1 | $\frac{7}{2}$
Son quarré pour quarré du maieur nombre 1②+2①+1 | $\frac{49}{4}$
Puis du quarré du moindre nombre, soubstraict la somme des deux nombres requis 2①+1, reste 1②−2①−1 | $\frac{1}{4}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sortent termes egaux convenables, soit duquel le costé 1①−3, ergo le quarré 1②−6①+9 | $\frac{1}{4}$

Lesquels reduicts, 4① seront egales à 10, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di, que $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Du quarré du moindre nombre requis $\frac{25}{4}$, soubstraict la somme des deux nombres $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ qui est $\frac{24}{4}$, reste quarré $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$. Item du quarré du majeur nombre $\frac{49}{4}$, soubstraict ladicte somme $\frac{24}{4}$, reste $\frac{25}{4}$, sa racine $\frac{5}{2}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, aiousté à chascun nombre: Les sommes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des quarrez 1② | $\frac{1}{121}$
Et le moindre nombre requis soit tel, qu'ajousté à la somme des quarrez, la somme soit quarré selon le requis, soit 3② | $\frac{3}{121}$
Et le majeur nombre soit aussi tel, qu'ajousté à la somme des quarrez (qui est le premier en l'ordre) la somme soit quarré selon le requis, soit 8② | $\frac{8}{121}$
La somme des deux nombres requis est 11②, son quarré 121④ | $\frac{1}{121}$
Egal au premier en l'ordre 1② | $\frac{1}{121}$

Lesquels reduicts 121② seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\frac{1}{11}$.

Je di, que $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$, est $\frac{11}{121}$, son quarré $\frac{121}{14641}$, au mesme aiousté le moindre nombre $\frac{3}{121}$, faict quarré $\frac{1484}{14641}$, sa racine $\frac{22}{121}$. Item audict quarré $\frac{121}{14641}$, aiousté le majeur nombre $\frac{8}{121}$, faict quarré $\frac{1089}{14641}$, sa racine $\frac{33}{121}$, ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVI.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme, soubstraict chascun nombre, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

On prendra quelque nombre quarré à sa racine commensurable, soit 16, puis on

 choisira

choisira quelques deux nombres qui soubstraicts de 16, donnent pour restes semblables quarrez, soyent 7 & 12. Ces trois nombres nous serviront au propost comme s'ensuit: Posons pour le quarré de la somme des nombres requis 16② | $\frac{256}{361}$
Et le moindre nombre requis 7② | $\frac{112}{361}$
Et le majeur nombre requis 12② | $\frac{192}{361}$
La somme des nombres requis est 19②, son quarré 361② | $\frac{256}{361}$
Egal au premier en l'ordre 16② | $\frac{256}{361}$

Lesquels reduicts 361② seront egales à 16, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{4}{10}$.

Ie di, que $\frac{112}{361}$ & $\frac{192}{361}$ sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres requis est $\frac{304}{361}$, son quarré $\frac{256}{361}$, du mesme soubstraict le moindre nombre requis $\frac{112}{361}$, reste quarré, $\frac{144}{361}$, sa racine $\frac{12}{19}$. Item du mesme quarré $\frac{256}{361}$, soubstraict le majeur nombre requis $\frac{192}{361}$, reste quarré $\frac{64}{361}$, sa racine $\frac{8}{19}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun avec le produict des deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme des deux racines soit 6.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{37}{27}$
Et le second nombre sera tel, que le mesme multiplié par le premier, & au produict adjousté le premier, la somme soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4① — 1. | $\frac{121}{27}$
Car ainsi sera le produict du premier & second 4② — 1①, auquel ajousté le premier nombre 1①, sera quarré selon la question, à sçavoir pour premier quarré 4②, sa racine quarrée 2① | $\frac{74}{27}$
Puis au produict du premier & second nombre 4② — 1① ajoustant le second nombre faict pour second quarré 4② + 3① — 1 | $\frac{7744}{729}$
Or puis que la racine du premier quarré est 2①, la racine du second quarré (car leur somme doibt estre 6 selon la question) sera — 2① + 6, desquels le quarré egal au second quarré, est 4② — 24① + 36 | $\frac{7744}{729}$

Lesquels reduicts, 27① seront egales à 37, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{37}{27}$.

Je di, que $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict des deux nombres $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ est $\frac{4477}{729}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{37}{27}$ faict quarré $\frac{5476}{729}$, sa racine $\frac{74}{27}$. Item audict produict $\frac{4477}{729}$, ajousté le second nombre $\frac{121}{27}$, faict quarré $\frac{7744}{729}$, sa racine $\frac{88}{27}$. Item la somme des racines $\frac{74}{27}$ & $\frac{88}{27}$ est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVIII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict de leur produict, les restes soyent nombres quarrez à leurs racines commensurables; Et que la somme de leurs racines soit 5.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1① | $\frac{26}{17}$
Et le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produict soubstraict le premier, le reste soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4① + 1 | $\frac{121}{17}$
Car ainsi sera le produict du premier & second, 4② + 1①, duquel soubstraict le premier nombre 1①, la reste est quarré selon la question; à sçavoir pour premier quarré 4②, sa racine pour racine du premier quarré 2① | $\frac{52}{17}$
Puis du produict du premier & second nombre 4② + 1①, soubstraict le second nombre requis 4① + 1, reste pour second quarré 4② — 3① — 1 | $\frac{1089}{289}$
Or puis que la racine du premier quarré est 2①, la racine du second quarré (car leur somme doibt estre 5 selon la question) sera — 2① + 5, desquels le quarré egal au second quarré, est. 4② — 20① + 25 | $\frac{1089}{289}$

Lesquels reduicts 17① seront egales à 26, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{26}{17}$.

Je di, que $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict des deux nombres $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$, est $\frac{3146}{289}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{26}{17}$, reste quarré $\frac{2704}{289}$, sa racine $\frac{52}{17}$. Item dudict produict $\frac{3146}{289}$, soubstraict le second nombre $\frac{121}{17}$, la reste est quarré $\frac{1089}{289}$, sa racine $\frac{33}{17}$. Item la somme des racines $\frac{52}{17}$ & $\frac{33}{17}$ est 5 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Xylander se dict avoir amendé aux propositions suivantes quelques erreurs du texte Grecq, mais il semble qu'il y deffaut encore quelque chose, nous declarerons le texte de Diophante de mot à mot comme s'ensuit.

QVESTION XXIX.

TRouvons deux nombres quarrez tels, que leur produict ajousté à chascun d'iceux nombres les sommes soient quarrez. Soit l'un des quarrez que l'on cherche 1 Q, l'autre 1, à sçavoir quarré, leur produict sera 1 Q, le mesme aiousté à chascun doibt faire quarré. la chose doncques est demenée jusques a la; qu'il nous faut trouver quel quarré avec unité face quarré. Posons que le quarré que je cherce soit le produict des mesmes 1 Q, auquel si on ajouste 1, faict 1 Q + 1, egal à quarré. Ie finge quarre duquel le costé 1 N — 2, le mesme (à sçavoir 1 Q + 4 — 4 N) s'egale à 1 Q + 1, & 1 N vaut $\frac{3}{4}$, & les nombres sont $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{16}$, desquels le produict avec unité est quarré.

Or à ce produict si l'on ajouste aussi l'autre, il faut qu'il face quarré, lequel produict estant $\frac{9}{16}$, nous les proposerõs tous en quarrez, qui est leur sedecuple 9 Q + 9. Le mesme doncques est egal à quarré. ie finge quarré duquel le costé 3 N — 4, le mesme est 9 Q + 16 — 24 N, & 1 N faict $\frac{7}{24}$, & l'un sera $\frac{324}{576}$, & l'autre $\frac{49}{576}$, & font ce que l'on requeroit.

QVESTION XXX.

TRouvons deux nombres quarrez tels, que de leur produict soubstraict chascun nombre, la reste soit quarré. Or si je pose autre fois l'un 1 Q, l'autre 1; Leur produict sera 1 Q, & faut aussi que soubstraict 1, la reste soit quarré. la chose doncques est demenée jusques à la, qu'il faut trouver quelque quarré, duquel soubstraict unité, demeure quarré, le mesme est $\frac{25}{16}$. duquel soubstraict unité, à sçavoir $\frac{16}{16}$, reste quarre $\frac{9}{16}$. Prenons leur sedecu-

ple

ple. Je pose doncques l'un 1 Q, l'autre 25, desquels le produict est quarré. Mais de ces 25 Q, soubstraict 25, reste 25 Q — 25. qui s'egale à quelque quarré; Je finge le quarre du costé 1 N — 4, lequel quarré est 1 Q + 16 — 8 N, & s'egale à 25 Q — 25; & se faict le nombre $\frac{17}{8}$. Doncques l'un nombre sera $\frac{289}{94}$, & l'autre $\frac{200}{64}$, ce qui satisfaict au requis.

QVESTION XXXI.

TRouvons deux nombres tels; qu'a leur produict adjousté leur somme, & dudict produict soubstraict leur somme, que somme & reste soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Il est premierement à noter comme pour theoreme qu'a la somme des quarrez de deux nombres Arithmetiques quelconques, ajousté le double de leur produict, ou de ladicte somme, soubstraict ledict double de leur produict; que la somme & reste seront quarrez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple 2 & 3, la somme de leurs quarrez est 13, à laquelle ajousté le double du produict de 2 & 3, qui est 12, faict 25. le mesme 12 soubstraict de 13, reste 1. Doncques comme dict est, la somme (qui est 25) & reste (qui est 1) sont quarrez à leurs racines commensurables.

Pourtant posons le cas que le produict des nombres requis soit 13 ②; & que le premier nombre requis soit	1①	$\frac{91}{6}$
Ergo le second nombre requis (à fin que leur produict soit 13 ②) sera	13①	$\frac{91}{6}$
Leur produict	13②	$\frac{637}{36}$
Si on ajouste aux mesmes (selon le theoreme ci dessus) 12 ②, ou si des mesmes on soubstraict 12 ②, la somme & reste seront quarrez selon la question, doncques	12②	$\frac{98}{6}$
Seront egales à la somme du premier & second nombre	14①	$\frac{9}{6}$

Lesquels reduicts 12 ① seront egales à 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$, est $\frac{637}{36}$, au mesme ajousté la somme de $\frac{7}{9}$ & $\frac{91}{6}$, qui est $\frac{98}{6}$, faict $\frac{1225}{36}$, duquel la racine $\frac{35}{6}$. Item dudict produict $\frac{637}{36}$, soubstraict lesdictes $\frac{98}{6}$, reste quarre $\frac{49}{36}$, sa racine $\frac{7}{6}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels qu'a leur produict ajousté leur somme, & du mesme produict soubstraict leur somme; Somme & reste soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Il est premierement à noter comme pour theoreme (qui est semblable au theoreme de la precedente 31 question) que le double du produict de deux nombres, ajouste aux deux quarrez des nombres, ou soubstraicts des mesmes quarrez, que somme & reste seront quarrez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple deux nombres 4 & 2, leur produict est 8, le double 16, qui ajousté aux deux quarrez des nombres, qui sont 16 & 4, la somme est 36; Ou si on soubstraict les mesmes 16 desdicts quarrez 20, reste 4. Doncquez comme dict est, la somme (qui est 36) & la reste (qui est 4) sont quarrez à leurs racines commensurables.

Pourtant posons le cas que la somme des deux nombres requis soit 20 ②, & que le premier nombre requis soit	2①	$\frac{6}{4}$
Ergo le second nombre (à fin que le produict de leurs quarrez soit 20 ②) sera	10①	$\frac{30}{4}$
La somme de leurs quarrez	20②	$\frac{180}{16}$
Si on ajouste aux mesmes, 16 ②, ou si des mesmes on soubstraict 16 ②, la somme & reste seront (par le theoreme cy dessus) quarrez selon la question, doncques	16②	9
Seront egales à la somme du premier & second nombre, qui est	12①	9

Lesquels reduicts 16 ① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$.

Je di, que $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des nombres $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est quarré $\frac{36}{4}$, sa racine $\frac{6}{2}$. Item le produict de $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est $\frac{180}{4}$; au mesme ajousté ladicte somme $\frac{36}{4}$, la somme est quarré $\frac{324}{16}$, sa racine $\frac{18}{4}$, Item dudict produict $\frac{180}{16}$, soubstraict ladicte somme $\frac{36}{4}$, reste quarré $\frac{36}{16}$, sa racine $\frac{6}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré du premier, ajousté au second; Et le quarré du second, ajousté au troisiesme; Et le quarré du troisiesme, ajousté au premier, les sommes soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	$\frac{7}{57}$
Puis il faut noter comme pour theoreme que tout nombre Arithmetique excedant le double de un autre en 1, & ajousté au quarré du moindre nombre, faict quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 2, & son double plus 1 est 5, doncques 5 ajouste au quarré de 2 qui est 4, faict 9, quarré à sa racine commensurable. Qui estant ainsi s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier plus 1, le second nombre doncques sera	2① + 1	$\frac{71}{57}$
Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second plus 1, à sçavoir	4① + 3	$\frac{199}{57}$
Et ainsi au quarré du premier nombre qui est 1 ②, ajousté le second nombre, faict quarré selon la question	1② + 2① + 1	$\frac{4096}{3249}$
Item au quarré du second nombre, qui sera 4 ② + 4 ① + 1, ajousté le troisiesme nombre, faict quarré	4② + 8① + 4	$\frac{16384}{3249}$
Puis au quarré du troisiesme nombre, qui sera 16 ② + 24 ① + 9, ajousté le premier nombre, faict	16② + 25① + 9	$\frac{40000}{3249}$
Egales à quelque quarré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en peuvent sortir egaux termes convenables, soit duquel le costé 4 ① — 4, son quarré	16② — 32① + 16	$\frac{40000}{3249}$

Lesquels reduicts 57 ① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{57}$.

Je di, que $\frac{7}{57}$ & $\frac{71}{57}$ & $\frac{199}{57}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{7}{57}$ est $\frac{49}{3249}$, au mesme ajousté le second nombre $\frac{71}{57}$, faict quarré $\frac{4096}{3249}$, sa racine $\frac{14}{57}$. Item le quarré du second nombre $\frac{71}{57}$, est $\frac{5041}{3249}$. au mesme ajousté le troisiesme $\frac{199}{57}$, faict quarre $\frac{16384}{3249}$, sa racine $\frac{128}{59}$. Item le quar-

le quarré du troisiesme nombre $\frac{199}{57}$, est $\frac{39601}{3249}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{7}{57}$, faict quarré $\frac{40000}{3249}$, sa racine $\frac{200}{57}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré du premier soubstraict le second, Item du quarré du second, soubstraict le troisiesme; Item du quarré du troisiesme, soubstraict le premier, les trois restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1① + 1	$\frac{16}{9}$
Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique d'unité moindre que le double d'un autre nombre, & du quarré du moindre, soubstraict le majeur nombre, la reste est nombre quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 3, puis 5, qui est d'unité moindre que le double dudict 3, puis soubstraict 5 du quarré de 3, qui est 9, reste quarré 4, à sa racine commensurable. Qui estant ainsi, s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier moins 1, le second nombre doncques sera	2① + 1	$\frac{23}{9}$
Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second moins 1, à sçavoir	4① + 1	$\frac{37}{9}$
Et ainsi du quarré du premier nombre, qui est 1② + 2① + 1, soubstraict le second nombre, reste quarré	1②	$\frac{49}{81}$
Item du quarré du second nombre, qui est 4② + 4① + 1, soubstraict le troisiesme nombre, reste quarré	4②	$\frac{196}{81}$
Puis du quarré du troisiesme nombre, qui est 16② + 8① + 1, soubstraict le premier nombre, reste	16② + 7①	$\frac{1225}{81}$
Egal à quelque quarré selon la question, lequel se fingera tel, qu'il y en peuvent sortir termes egaux convenables, soit duquel le costé 5①, son quarré	25②	$\frac{1225}{81}$

Lesquels reduicts 9① seront egales à 7, & 1① par le 67 probleme vaudra $\frac{7}{9}$.

Je di, que $\frac{16}{9}$ $\frac{23}{9}$ $\frac{37}{9}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le quarré du premier nombre $\frac{16}{9}$ est $\frac{256}{81}$, du mesme soubstraict le second nombre $\frac{23}{9}$, reste quarré $\frac{49}{81}$, sa racine $\frac{7}{9}$. Item le quarre du second nombre $\frac{23}{9}$, est $\frac{529}{81}$, du mesme soubstraict le troisiesme nombre $\frac{37}{9}$, reste quarré $\frac{196}{81}$, sa racine $\frac{14}{9}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{37}{9}$, est $\frac{1396}{81}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{16}{9}$, reste quarré $\frac{1225}{81}$, sa racine $\frac{35}{9}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, ajousté à la somme des trois nombres: la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement noter comme pour theoreme, que le quarré de la moitie de la difference du diviseur & quotient de nombres Arithmetiques, aiousté au nombre à diviser, donne pour somme un quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diviser, & diviseur 3, le quotient sera $2\frac{1}{3}$, la difference du quotient & diviseur est $\frac{2}{3}$, sa moitie $\frac{1}{3}$. son quarré $\frac{1}{9}$, ajousté a 7, faict quarré $\frac{64}{9}$, à sa racine $\frac{8}{3}$ commensurable, selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres servans à la construction, prennons pour nombre à diviser 12, & trois diviseurs quelconques 1. 2. 3. doncques par le theoreme, la moitie de la difference procedant de nombre à diviser 12, & diviseur 1, sera $\frac{11}{2}$. Item semblable difference procedant de 12 & 2 sera 2, & de 12 & 3 sera $\frac{1}{2}$. Estant doncques $\frac{11}{2}$ & 12 nombres conformes à la question, à sçavoir tels que le quarré de $\frac{11}{2}$, ajousté à 12, donne pour somme un quarré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'ensuit que $\frac{11}{2}$ & 2 & $\frac{1}{2}$ & 12, sont nombres servant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{11}{2}$①	$\frac{11}{3}$
Et le second nombre	2①	$\frac{4}{3}$
Et le troisiesme	$\frac{1}{2}$①	$\frac{1}{3}$
Somme des trois nombres	8①	$\frac{16}{3}$
Egale à	12②	$\frac{16}{3}$

Lesquels reduicts 3① seront egales à 2, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{2}{3}$.

Je di, que $\frac{11}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{3}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. La somme des trois nombres est $\frac{16}{3}$, à la mesme ajousté $\frac{121}{9}$ (quarré du premier nombre $\frac{11}{3}$) faict quarré $\frac{169}{9}$, sa racine $\frac{13}{3}$. Item à ladicte somme $\frac{16}{3}$, ajousté $\frac{16}{9}$ (quarré du second nombre $\frac{4}{3}$) faict quarré $\frac{64}{9}$. Item à ladicte somme $\frac{16}{3}$, ajousté $\frac{1}{9}$ (quarré du troisiesme nombre $\frac{1}{3}$) faict quarré $\frac{49}{9}$, sa racine $\frac{7}{3}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il faut demonstrer.

QVESTION XXXVI.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chascun soubstraict la somme des trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Premierement il faut noter comme pour theoreme, que le nombre à diviser, soubstraict du quarré de la moitie de la somme du diviseur, & le quotient de nombres Arithmetiques, donne pour reste un quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diviser & diviseur 3; le quotient sera $2\frac{1}{3}$, somme du quotient $2\frac{1}{3}$ & diviseur 3, est $5\frac{1}{3}$, sa moitie $\frac{8}{3}$, son quarré $\frac{64}{9}$, du mesme soubstraict 7, reste quarré $\frac{1}{9}$, à sa racine $\frac{1}{3}$, commensurable selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres servans à la construction, prennons pour nombre à diviser 12, & trois diviseurs quelconques 1. 2. 3. Doncques par le theoreme, la moitie de la somme procedant de nombre à diviser 12, & diviseur 1, sera $\frac{13}{2}$. Item semblable somme procedante de 12 & 2, sera 4. Item semblable somme procedante de 12 & 3 sera $\frac{7}{2}$. Estant doncques $\frac{13}{2}$ & 12 nombres conformes à la question, à sçavoir que le quarré de $\frac{13}{2}$, soubstraict de 12, donne pour reste un quarré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'ensuit que $\frac{13}{2}$ & 4 & $\frac{7}{2}$ & 12, sont nombres servant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{13}{2}$①	$\frac{91}{12}$
Le second nombre	4①	$\frac{56}{12}$
Et le troisiesme nombre	$\frac{7}{2}$①	$\frac{49}{12}$
Somme des trois nombres	14①	$\frac{49}{3}$
Egale à	12②	$\frac{49}{3}$

Les-

Lesquels reduicts 12 ① seront egales à 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le quarré du premier nombre $\frac{91}{12}$, est $\frac{8281}{144}$, du mesme soubstraict la somme des trois nombres $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$, qui est $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{5929}{144}$, sa racine $\frac{77}{12}$. Item le quarré de $\frac{56}{12}$ est $\frac{3136}{144}$, du mesme soubstraict ladicte somme $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{784}{144}$, sa racine $\frac{28}{12}$. Item le quarré de $\frac{49}{12}$, est $\frac{2401}{144}$, du mesme soubstraict ladicte somme $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{49}{144}$, sa racine $\frac{7}{12}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

TROISIESME LIVRE

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, soubstraict de la somme des trois nombres, la reste soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{85}{125}$
Et le second nombre de ① autant qu'on veut, soyent	2 ①	$\frac{170}{125}$
Le quarré du premier nombre est	1 ②	$\frac{7225}{15625}$
Le quarré du second nombre est	4 ②	$\frac{28900}{15625}$
Somme des quarrez, laquelle on posera aussi pour somme des nombres requis (car ainsi sera satisfaict aux deux premiers nombres requis) est	5 ②	$\frac{36125}{15625}$
Puis divisant 5 ②, en deux quarrez selon la question, à sçavoir 1 ② & 4 ②, il faut diviser les mesmes 5 ② autrefois en deux quarrez, par la 10 question du 2 livre, soit en $\frac{121}{25}$ ② & $\frac{4}{25}$ ②.		
Puis posons le troisiesme nombre estre racine de $\frac{4}{25}$ ② qui est	$\frac{2}{5}$ ①	$\frac{34}{125}$
Son quarré (qui soubstraict de la somme des nombres 5 ② 5ᵉ en l'ordre, reste 121 ①, qui est quarré selon la question) sera	$\frac{4}{25}$ ②	$\frac{1156}{15625}$
Doncques la somme des trois nombres (qui sont le premier second & sixiesme en l'ordre) qui est	$3\frac{2}{5}$ ①	$\frac{289}{125}$
Est egale à la somme des nombres cincquiesme en l'ordre, qui est	5 ②	$\frac{289}{125}$

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à $3\frac{2}{5}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{17}{25}$.

Ie di, que $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le quarré du premier nombre $\frac{85}{125}$, est $\frac{7225}{15625}$, le mesme soubstraict de $\frac{289}{125}$ (qui est la somme des trois nombres requis $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$) reste quarré $\frac{28900}{15625}$, sa racine $\frac{170}{125}$. Item le quarré du second nombre $\frac{170}{125}$, est $\frac{28900}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{7225}{15625}$, sa racine $\frac{85}{125}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{34}{125}$, est $\frac{1156}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{34969}{15625}$, sa racine $\frac{187}{125}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, aiousté à chascun nombre, les sommes soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des nombres requis	1 ①	$\frac{1}{26}$
Son quarré pour quarré de la somme des trois nombres requis, sera	1 ②	$\frac{1}{676}$
Puis on posera les nombres requis tels, que chascun aiousté au quarré de leur somme, les sommes soyent quarrez selon la question. soit le premier nombre requis	3 ②	$\frac{3}{676}$
Et le second nombre soit	8 ②	$\frac{8}{676}$
Et le troisiesme nombre (car aioustant à chascun nombre le quarré de leur somme 1 ②, ce seront 4 ②, & 9 ②, & 16 ②, quarrez conformes à la question) soit	15 ②	$\frac{15}{676}$
Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est	26 ②	$\frac{1}{26}$
Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre	1 ①	$\frac{1}{26}$

Lesquels reduicts 26 ① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Je di, que $\frac{3}{676}$ $\frac{8}{676}$ $\frac{15}{676}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. La somme des trois nombres requis est $\frac{1}{16}$, son quarré $\frac{1}{676}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{3}{676}$, faict quarré $\frac{4}{676}$, sa racine $\frac{2}{26}$. Item audict quarré $\frac{4}{676}$, aiouste le second nombre $\frac{8}{676}$, faict quarré $\frac{9}{676}$, sa racine $\frac{3}{26}$. Item audict quarré $\frac{1}{676}$, aiousté le troisiesme nombre $\frac{15}{676}$, faict quarré $\frac{16}{676}$, sa racine $\frac{4}{26}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon la question; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme soubstraict chascun nombre, les trois restes soyent semblables quarrez.

Constrvction.

Soit la somme des trois nombres requis	4①	$\frac{8}{17}$
Son quarré pour quarré des trois nombres requis	16②	$\frac{64}{289}$
Puis on posera les nombres requis tels, que chascum soubstraict du quarré de leur somme second en l'ordre, les restes soyent quarrez selon la question, soit le premier nombre	7②	$\frac{28}{289}$
Et le second nombre	12②	$\frac{48}{289}$
Et le troisiesme nombre (car chascun nombre soubstraict du quarré de leur somme 16②, les restes seront 9②, & 4②, & 1②, quarrez conformes à la question) soit	15②	$\frac{60}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme & quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est	34②	$\frac{8}{17}$
Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre	4①	$\frac{8}{17}$

Lesquels reduicts 17① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{2}{17}$.

Je di, que $\frac{28}{289}$, $\frac{48}{289}$, $\frac{60}{28}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est $\frac{8}{17}$, son quarré $\frac{64}{289}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{28}{289}$, reste quarré $\frac{36}{289}$, sa racine $\frac{6}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, soubstraict le second nombre $\frac{48}{289}$, reste quarré $\frac{16}{289}$, sa racine $\frac{4}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, soubstraict le troisiesme nombre $\frac{60}{289}$, reste quarré $\frac{4}{289}$, sa racine $\frac{2}{17}$; ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Qvestion IV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, soubstraict de chascun nombre, les trois restes soyent semblables quarrez.

Constrvction.

Soit la somme des trois nombres requis	1①	$\frac{1}{17}$
Son quarré pour quarré de la somme des trois nombres	1②	$\frac{1}{289}$
Puis on posera les nombres requis tels, que de chascun soubstraict le quarré de la somme des nombres, qui est 1② second en l'ordre, les restes soyent quarrez selon la question; Soit le premier nombre	2②	$\frac{2}{289}$
Et le second nombre	5②	$\frac{5}{289}$
Et le troisiesme nombre requis (car de chascun nombre soubstraict le quarré de la somme qui est 1②, les restes seront 1②, & 4②, & 9②, qui sont quarrez conformes à la question) soit	10②	$\frac{10}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est	17②	$\frac{1}{17}$
Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre, qui est	1①	$\frac{1}{17}$

Lesquels reduicts 17① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1①, vaudra $\frac{1}{17}$.

Ie di, que $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$ est $\frac{1}{17}$, & son quarré est $\frac{1}{289}$, qui soubstraict du premier nombre $\frac{2}{289}$, reste quarré $\frac{1}{289}$, sa racine $\frac{1}{17}$. Item du second nombre $\frac{5}{289}$, soubstraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reste quarré $\frac{4}{289}$, sa racine $\frac{2}{17}$. Item du troisiesme nombre $\frac{10}{289}$, soubstraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reste quarré $\frac{9}{289}$, sa racine $\frac{3}{17}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Qvestion VI.

Trouvons trois nombres desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels que chasques deux nombres excedent au troisiesme en semblable quarré.

Constrvction.

Soit la somme des nombres requis, le quarré de 1① + 1 qui est	1② + 2① + 1	81
Posons maintenant que le premier & second nombre, excedent au troisiesme en quelque quarré selon la question, soit en	1	1
Or estant cognue la somme des trois nombres, & l'exces du premier & second au troisiesme, doncques par le theoreme cy dessoubs, le troisiesme nombre requis sera	$\frac{1}{2}$② + 1①	40
Posons maintenant que le second & troisiesme nombre excedent au premier autre fois en quelque quarré selon la question, soit en	1②	64
Or estant cognue la somme des trois nombres, & l'exces du second & troisiesme au premier, doncques par le theoreme cy dessoubs le premier nombre requis sera	1① + $\frac{1}{2}$	$\frac{17}{2}$
Puis la somme du troisiesme & premier nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$② + 2① + $\frac{1}{2}$, soubstraict de la somme des trois nombres, qui est le premier en l'ordre, reste pour le second nombre requis	$\frac{1}{2}$② + $\frac{1}{2}$	$\frac{65}{2}$
Reste maintenant que le premier & troisiesme, excedent au second en quarré selon la question, mais la somme du premier & troisiesme nombre, qui est $\frac{1}{2}$② + 2① + $\frac{1}{2}$, excede au second nombre qui est $\frac{1}{2}$② + $\frac{1}{2}$, en	2①	16
Les mesmes doncques sont egales à quelque quarré selon la question, soit à	16	16

Et par le 67 probleme 1① vaudra 8.

Je di, que $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ est quarré 81, sa racine 9. Item la somme du premier & second nombre $\frac{82}{2}$, excede au troisiesme nombre $\frac{80}{2}$ en quarré $\frac{2}{2}$, sa racine 1. Item la somme du second & troisiesme nombre qui est $\frac{145}{2}$, excede au premier nombre $\frac{17}{2}$, en quarré $\frac{128}{2}$, sa racine 8. Item la somme du troisiesme & premier nombre qui est $\frac{97}{2}$, excede le second $\frac{65}{2}$, en quarré $\frac{32}{2}$, sa racine 4; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme de Xylandre.

Soubstraict l'exces de deux nombres au troisiesme, de la somme des trois nombres : la moitie du reste sera le troisiesme nombre.

Explication du donné. Soyent donnez quelques trois nombres 2. 3. 4. *Explication du requis.* Il faut par iceux nombres demonstrer ce qui est proposé au theoreme. *Demonstration.* Si on soubstraict 1 (qui est l'exces du premier & second au troisiesme) de 9 (qui est la somme des trois nombres) reste 8, la moitie est 4, le troisiesme nombre proposé.

Or s'ensuit par ce theoreme, qu'estant la somme des trois

trois nombres 1②+2①+1, & l'exces du premier & ſecond au troiſieſme, qui eſt 1, que le troiſieſme nombre ſera $\frac{1}{2}$②+1①, comme dict eſt en la conſtruction de la precedente queſtion. Car de 1②+2①+1 (qui eſt la ſomme des trois nombres) ſoubſtraict 1 (qui eſt l'exces du premier & ſecond au troiſieſme) reſte 1②+2①, ergo ſa moitie pour le troiſieſme nombre ſera $\frac{1}{2}$②+1①. *Concluſion.* Soubſtraict doncques l'exces des deux nombres au troiſieſme, de la ſomme des trois nombres: La moitie du reſte, ſera le troiſieſme nombre; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VI.

CESTE VI. queſtion eſt la meſme que la precedente V. mais elle ſe fera ici par autre conſtruction telle:

CONSTRVCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit ſemblable quarré. Soyent 4. 9. 36. deſquels la ſomme quarré 49. Or eſtant cogneuz ces trois nombres & leur ſomme, la reſte ſe peut faire par la precedente 5 queſtion, ou bien par le precedent theoreme diſant: ſi la ſomme des trois nombres eſt 49, & le premier & ſecond excedaſſent le troiſieſme en 4: Ergo le troiſieſme ſera $22\frac{1}{2}$. Item, ſi le ſecond & troiſieſme excedaſſent le premier en 9; Ergo le premier ſera 20. Item ſi le troiſieſme & premier excedaſſent le ſecond en 36; Ergo le ſecond ſera $6\frac{1}{2}$; Dont la demonſtration ſera ſemblable à la demonſtration de la precedente 5 queſtion.

QVESTION VII.

TRouvons trois nombres, deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme de chaſque deux, ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres, le quarré de 1①+1 qui eſt	1②+2①+1	441
Et ſoit la ſomme du premier & ſecond	1②	400
Ergo le troiſieſme nombre ſera	2①+1	41
Soit la ſomme du ſecond & troiſieſme, le quarré de 1①—1, qui eſt	1②—2①+1	361
Laquelle ſomme ſoubſtraicte de la ſomme des trois nombres premier en l'ordre, reſte pour le premier nombre requis	4②	80
Or la ſomme du premier & ſecond nombre ſecond en l'ordre, eſt 1②, de la meſme ſoubſtraict le premier nombre 4①, reſte pour le ſecond nombre requis	1②—4①	320
Reſte maintenant que le troiſieſme & premier nombre, qui font enſemble	6①+1	121
Soient egal à quelque quarré, lequel on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit le quarré de 11, à ſçavoir	121	

Leſquels reduicts 6① ſeront egales à 120, & par le 67 probleme, 1① vaudra 20.

Je di, que 80. 320. 41. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 80. 320. 41 eſt quarré 441, ſa racine 21. Item, la ſomme du premier & ſecond, eſt quarré 400, ſa racine 20. Item la ſomme du ſecond & troiſieſme, eſt quarré 361, ſa racine 19. Item la ſomme du troiſieſme & premier eſt quarré 121, ſa racine 11. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VIII.

CESTE 8 queſtion eſt la meſme que la precedente 7, & differe quaſi ſeulement en cela, que la ou Diophante en la 7 a poſé 121, il poſe en la 8 queſtion 36, d'ou la ſolution pour les trois nombres requis ſera, $\frac{840}{36}$. $\frac{385}{36}$. $\frac{456}{36}$.

QVESTION IX.

TRouvons trois nombres d'egal exces, deſquels chaſques deux ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarrez d'egal excès; Et deſquels la moitie de leur ſomme ſoit majeur qu'aucun des meſmes nombres (car l'experience demonſtre que ce ſeroit autrement travaillé a l'impoſſible, ne fuſt que l'on vouluſt ſolver par —) Soit le premier le quarré de 1① qui eſt 1②

Et le ſecond ſoit le quarré de 1①+1 qui eſt 1②+2①+1

Leur exces eſt 2①+1, qui adjouſté au ſecond nombre, faict pour le troiſieſme 1②+4①+2

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit le quarré de 1①—8, qui eſt 1②—16①+64

Leſquels reduicts 20① ſeront egales à 62; & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{31}{10}$. Et les trois nombres requis ſeront tels $\frac{961}{100}$ $\frac{1681}{100}$ $\frac{2401}{100}$. Et delaiſſant les denominateurs nous pouvons dire que ce ſont 961. 1681. 2401. car ce ſont trois quarrez d'egal exces, & deſquels la moitie de leur ſomme eſt majeure qu'aucun deſdicts nombres ſelon qu'il eſtoit propoſé.

Or eſtant trouvez ces trois nombres il faut maintenant par les meſmes venir au requis; c'eſt que l'on trouvera trois nombres tels, que la ſomme du premier & ſecond ſoit 961, & que la ſomme du ſecond & troiſieſme 2401. Et la ſomme du troiſieſme & premier 1681. Et eſt choſe claire qu'alors on aura le requis. Or pour y avenir,

Soit la ſomme des trois nombres requis	1①	$2521\frac{1}{2}$
De la meſme ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond nombre, qui ſoit 961, reſte pour le troiſieſme	1①—961	$1560\frac{1}{2}$
Et de ladicte ſomme des trois nombres requis, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme, qui ſoit 2401, reſte pour le premier	1①—2401	$120\frac{1}{2}$
Et de ladicte ſomme des trois nombres, autrefois ſoubſtraict la ſomme du troiſieſme & premier nombre, qui ſoit 1681, reſte pour le ſecond nombre	1①—1681	$840\frac{1}{2}$
La ſomme des trois nombres requis, qui ſont ſecond troiſieſme & quatrieſme en l'ordre, eſt	3①—5043	$2521\frac{1}{2}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre	+1①	$2521\frac{1}{2}$

Leſquels reduicts 2① ſeront egales a 5043, & par le 67 probleme, 1① vaudra $2521\frac{1}{2}$.

Je di, que $120\frac{1}{2}$. $840\frac{1}{2}$. $1560\frac{1}{2}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* L'exces du ſecond au premier: Item du troiſieſme au ſecond, eſt 720, ils ſont doncques d'egal exces. Item la ſomme du premier & ſecond eſt quarré 961, ſa racine 31; Item la ſomme du ſecond & troiſieſme eſt quarré 2401, ſa racine 49; Item la ſomme du troiſieſme & premier eſt quarré 1681, ſa

racine

racine 41. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION X.

TRouvons trois nombres tels, que chaſques deux ajouſtez à 3, facent quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme des trois nombres avec ledict 3, ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1① + 2, qui eſt 1② + 4 ① + 4; du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour le premier & ſecond nombre requis (car ſi on y ajouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1② + 4 ① + 1 222

Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1① + 3, qui eſt 1② + 6① + 9, du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour le ſecond & troiſieſme nombre requis (car ſi on y ajouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1② + 6① + 6 253

Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1① + 4, qui eſt 1② + 8 ① + 16, du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour la ſomme des trois nombres requis (car ſi on y aiouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſt.) eſt 1② + 8 ① + 13 286

De la meſme ſomme, ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond, premier en l'ordre, reſte pour le 3 nombre requis 4① + 12 64

Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme, ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre requis 2① + 7 33

Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre, premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis 1② + 2① — 6 189

Somme du troiſieſme & premier nombre, qui ſont le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6① + 19, auquel ajouſté 3, faict 6① + 22 100

Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il ſera doncques egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 100

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 78, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 13.

Je di, que 33. 189. 64. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Aux deux nombres 33. & 189. ajouſté 3, la ſomme eſt quarré 225, ſa racine 15. Item aux deux nombres 189, 64. ajouſté 3, faict quarré 256, ſa racine 16. Item aux deux nombres 64. 33, ajouſté 3, faict quarré 100, ſa racine 10. Item aux trois nombres 33. 189. 64. ajouſté 3. faict quarré 289, ſa racine 17. Ce ſont doncques quarrez ſelon la queſtion; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XI.

TRouvons trois nombres tels, que de la ſomme de chaſques deux ſoubſtraict 3, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme deſdicts trois nombres ſoubſtraict dudict 3, la reſte ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1①, qui eſt 1②, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le premier & ſecond nombre (car ſi l'on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1② + 3 103

Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1① + 1, qui eſt 1② + 2 ① + 1, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le ſecond & troiſieſme nombre (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1② + 2① + 4 124

Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ① + 2, qui eſt 1② + 4① + 4, au meſme ajouſté 3, faict pour la ſomme des trois nombres requis (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1② + 4① + 7 147

De la meſme ſomme ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond nombre premier en l'ordre, reſte pour troiſieſme nombre requis 4① + 4 44

Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre 2① + 3 23

Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre premier en l'ordre, reſte pour le 2 nombre 1② — 2① 80

Somme du troiſieſme & premier nombre quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6① + 7 des meſmes ſoubſtraict 3, reſte 6① + 4 64

Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il eſt doncques egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 64

Lequels reduicts 6 ① ſeront egales à 60, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 10.

Je di, que 23. 80. 44 ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* De la ſomme des deux nombres 23. 80. qui eſt 103, ſoubſtraict 3, reſte quarré 100, ſa racine 10. Item de la ſomme des deux nombres 80. 44, qui eſt 124, ſoubſtraict 3, reſte quarré 121, ſa racine 11. Item de la ſomme des deux nombres 44. 23, qui eſt 67, ſoubſtraict 3, reſte quarré 64, ſa racine 8. Item de la ſomme des trois nombres 23. 80. 44, qui eſt 147, ſoubſtraict 3, reſte quarré 144, ſa racine 12. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Quant aux operations de ceſte 12 enſemble de la 13 queſtion ſuivante, j'en ſuis de la meſme opinion qu'eſt Xylandre; a ſçavoir qu'elles ne ſont pas algebraiques, c'eſt à dire ſelon les legitimes reigles d'algebre, parquoi nous deſcrirons les meſmes motz de Diophante en ceſte ſorte.

QVESTION XII.

L'ON *requiert trois nombres tels, qu'au produict de chaſques deux ajouſté quelque nombre donné, la ſomme ſoit quarré.* Soit le nombre donné 12, ſi on ſoubſtraict le meſme de quelque quarré, facilement appert que la reſte eſt le produict du premier & ſecond; parce qu'au meſme aiouſté 12, la ſomme ſera quarré. Je ſoubſtrairai 12, de quelque quarré, ſoit de 25, reſte 13, qui eſt le produict du premier & ſecond, ſoit le premier 13 N, le ſecond 1 N, à fin que leur produict ſoit 13 Q. Puis je ſoubſtrairai 12 de quelque autre quarré, à fin que j'aie le produict du ſecond & troiſieſme. Ie les ſoubſtrairai de 16, reſte 4. Ergò le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4, mais eſtant le ſecond 1 N, le troiſieſme ſera 4 N, leur produict 4 Q. Reſte maintenant que le produict du troi-

ſieſme

fiesme & premier plus 12, soit quarré, le produict est 52 Q. Doncques 52, Q + 12, vallent un quarré. Or seroit l'equation facile, si 13, qui est au lieu du premier des produicts 13 Q, fust quarré: Lequel n'estant pas ainsi, la chose est demenée jusques à la, qu'il faut trouver deux nombres, desquels le produict soit quarré, & d'avantage chascun ajousté à 12, face quarré. Mais si au lieu de ces nombres, je trouve des quarrez, les mesmes donneront produict quarré.

Estant doncques trouvez des quarrez tels, qu'a chascun ajousté 12, les sommes soyent quarrez, l'equation sera achevée. Or 4 & $\frac{1}{4}$, sont quarrez tels, qu'a chascun ajousté 12, les sommes sont quarrez. Lesquels estant ainsi trouvez, je me refere à ce que je fiz au premier: je metts le premier nombre 4 N, le second 1 N, le troisiesme $\frac{1}{4}$ N; Reste maintenant que au produict du premier & troisiesme ajousté 12, la somme soit quarré. Le produict du troisiesme & premier est 1 Q. Ergo 1 Q + 12 s'egale à quelque quarré, lequel je finge duquel le costé 1 N + 3, qui sera 1 Q + 6 N + 9, & 1 N, faict 3. Et est satisfaict au requis.

QVESTION XIII.

L'ON requiert trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict quelque nombre donné, la reste soit quarré.

Soit le nombre donné 10. Or estant le produict du premier & second celuy duquel soubstraict 10 donne reste quarré, j'aioustera 10 à quelque quarré à fin de le trouver. Soit le quarré 4; Ergo le produict du premier & second 14. Soit le premier 14, le second sera 1. Constituons autrefois en nombres ceux desquels le produict sera 14 quarrez, soit le premier 14 N, le second 1 N. Puis j'aiouste à un autre quarré 10, pour avoir le produict du second & troisiesme, soit celuy quarré 9. Ergo le produict du second & troisiesme est 19 Q. Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme plus 10, soit quarré. Ergo 266 — 10 sont egales à quarré. Or pour les raisons que j'ay demonstré en la precedente proposition, la chose est demenée jusques à la, qu'il faut trouver deux quarrez, desquels de chascun soubstraict 10, la reste soit quarré; qui sera facile, si cherchez le quarré, duquel soubstraict 10, reste quarré. Certes si à quelque nombre on ajouste 1, & qu'on multiplie la moitie de la somme en soy, & que de tel quarré on soubstraict le nombre premier posé, la reste sera aussi quarré. J'aiouste 1 a 10, la moitie est $5\frac{1}{2}$, si de son quarré $30\frac{1}{4}$, je soubstraicts 10, reste quarré $20\frac{1}{4}$ duquel la racine $4\frac{1}{2}$. Je pose maintenant le premier estre $30\frac{1}{4}$, le dernier 1, & sera necessaire que de 1 Q, soubstraict 10, la reste soit quarré. Ergo 1 Q — 10 s'egale à quarré. Ie finge son costé 1 ① — 2, son quarré sera 1 ② + 4 — 4 N, & 1 N faict $3\frac{1}{2}$. Ergo le troisiesme que je posois 1 Q, sera $12\frac{1}{4}$, le premier $30\frac{1}{4}$, desquels soubstraict de chascun 10, reste quarré. Ie viens maintenant à ce que je cherchois au premier & je pose les nombres tels: le premier $30\frac{1}{4}$, le deuxiesme 1 N, le troisiesme $12\frac{1}{4}$ N; Reste maintenant que le produict du troisiesme & premier $370\frac{1}{2}\frac{1}{16}$ moins 10, soit egal à quarré, & à fin que les quarrez soyent entiers, multiplions les par 16, & ainsi 5929 Q — 160 s'egaleront au quarré du costé 77 N — 2, qui est 5929 Q + 4 — 308 N. Et 1 N sera $\frac{1}{17}$. Et je posois le premier $30\frac{1}{4}$, celuy sera 1244, le deuxiesme 1, celuy sera 77, le troisiesme $12\frac{1}{4}$, le mesme sera $502\frac{1}{4}$. Et est satisfaict au requis.

QVESTION XIV.

TRouvons trois nombres, desquels le produict de chasques deux avec le troisiesme, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le produict du premier & second nombre avec le troisiesme, le quarré de 1 ① + 3 qui est	1 ② + 6 ① + 9	16
Du mesme prenons pour le troisiesme nombre le	9	9
Ergo le produict du premier & second sera	1 ② + 6 ①	7
Et soit le premier	1 ①	1
Ergo (à fin que le produict du premier & second nombre soit 1 ② + 6 ①) le second nombre sera	1 ① + 6	7
Et le produict du second & troisiesme (qui sont le second & cincquiesme en l'ordre) est 9 ① + 54, au mesme ajousté le premier nombre 1 ① faict	10 ① + 54	64
Et le produict du troisiesme & premier (qui sont le second & quatriesme en l'ordre) est 9 ①, au mesme ajousté le second nombre 1 ① + 6 faict	10 ① + 6	16
Or chascun des deux precedens nombres (à sçavoir le sixiesme & septiesme en l'ordre) est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 12 & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 48, est egal à la difference de 10 ① + 54, à 10 ① + 6) desquels le quarré de double egaleté egal au maieur proposé 10 ① + 54, est (par la note devant la 12 question du second livre)	64	64

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1.7.9. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 1 & 7 est 7, au mesme ajousté 9, faict quarré 16, sa racine 4. Item le produict de 7 & 9, est 63, au mesme ajousté 1, faict quarré 64, sa racine 8. Item le produict de 9 & 1 est 9, au mesme ajousté 7, faict quarré 16, sa racine 4. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

TRouvons trois nombres tels, que du produict de chasque deux, soubstraict le troisiesme, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{5}{4}$
Et le second nombre	1 ① + 4	$\frac{21}{4}$
Leur produict est	1 ② + 4 ①	$\frac{105}{16}$
Du mesme soubstraict le troisiesme nombre, la reste doibt estre quarré selon la question. Posons doncques que le troisiesme (à fin que soubstraict 4 ① de 1 ② + 4 ① reste quarré 1 ②) soit	4 ①	$\frac{20}{4}$
Le produict du second & troisiesme nombre est 4 ② + 16 ①, du mesme soubstraict le premier 1 ①, reste	4 ② + 15 ①	$\frac{400}{16}$
Le produict du troisiesme & premier est 4 ②, duquel soubstraict le second nombre 1 ① + 4, reste	4 ② — 1 ① — 4	1

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le cincquiesme & sixiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut donc trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de 4① + 1, & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 16① + 4, est egal à la difference de 4② + 15① à 4② − 1① − 4) desquels le quarré de double egaleté egal au maieur proposé, à sçavoir à 4② + 15①, est (par la note devant la 12 question du second livre) 4② + 10① + $\frac{25}{4}$ | $\frac{400}{16}$

Lesquels reduicts 5① seront egales à $\frac{25}{4}$, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{5}{4}$.

Je di, que $\frac{5}{4}$ $\frac{21}{4}$ $\frac{20}{4}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Du produict de $\frac{5}{4}$ & $\frac{21}{4}$, qui est $\frac{105}{16}$, soubstraict $\frac{20}{4}$, reste quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item du produict de $\frac{21}{4}$ & $\frac{20}{4}$, qui est $\frac{420}{16}$, soubstraict $\frac{5}{4}$, reste quarré $\frac{400}{16}$, sa racine $\frac{20}{4}$. Item du produict de $\frac{20}{4}$ & $\frac{5}{4}$, qui est $\frac{20}{4}$, soubstraict $\frac{21}{4}$, reste quarré $\frac{4}{4}$, sa racine 1. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

Trouvons trois nombres tels, que le produict de chasques deux avec le quarré du troisiesme, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{9}{73}$

Et le second nombre soit 4① + 4 | $\frac{328}{73}$

Le troisiesme, à fin que le produict du second & troisiesme, plus le quarré du premier (qui font quarré 1② + 4① + 4, sa racine 1① + 2,) Item le produict du premier & second, plus le quarré du troisiesme (qui font quarré 4② + 4① + 1, duquel la racine 2① + 1) soyent quarrez selon la question, sera 1 | 1

Le produict du premier & troisiesme, est 1①, au mesme adjousté le quarré du second, qui est 16② + 32① + 16, faict 16② + 33① + 16 | $\frac{108241}{5329}$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel le coste 4① − 5, son quarré 16② − 40① + 25 | $\frac{108241}{5329}$

Lesquels reduicts 73① seront egeles à 9, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{9}{73}$.

Je di, que $\frac{9}{73}$. $\frac{328}{73}$. 1 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{9}{73}$, & $\frac{328}{73}$, est $\frac{2952}{5329}$, au mesme ajousté le quarré de 1, faict quarré $\frac{8281}{5329}$, sa racine $\frac{91}{73}$. Item le produict de $\frac{328}{73}$ & 1, est $\frac{328}{73}$, au mesme ajousté le quarré de $\frac{9}{73}$, qui est $\frac{81}{5329}$, faict quarré $\frac{24025}{5329}$, sa racine $\frac{155}{73}$. Item le produict de 1 & $\frac{9}{73}$ est $\frac{9}{73}$, au mesme ajousté le quarré de $\frac{328}{73}$, qui est $\frac{107584}{5329}$, faict quarré $\frac{108241}{5329}$, sa racine $\frac{329}{73}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons trois nombres tels, que le produict de chasques deux, avec la somme des mesmes deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Puis que le produict de deux quarrez comme 4 & 9, desquels les racines sont d'unité differens, ajousté à leur somme, faict quarré à sa racine commensurable par le suivant theoreme; Posons le premier nombre 4 | 4

Et le second nombre (à fin que leur produict avec leur somme soit quarré selon la question) soit 9 | 9

Soit la troisiesme 1① | 28

Le produict du second & troisiesme 9① avec leur somme, sera 10① + 9 | 289

Et le produict du troisiesme & premier 4①, avec leur somme sera 5① + 4 | 144

Or chascun des deux precedens nombres (à sçavoir le quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 1① + 1 & 5 (pour les deux nombres desquels le produict 5① + 5, est egal à la difference du quatriesme & cincquiesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé 10① + 9, est (par la note devant la 12 question du second livre) $\frac{1}{4}$② + 3① + 9 | 289

Lesquels reduicts $\frac{1}{4}$① sera egale à 7, & par le 67 probleme, 1① vaudra 28.

Je di, que 4. 9. 28. sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le produict de 4 & 9 est 36, auquel ajousté la somme de 4 & 9 qui est 13, faict quarré 49, sa racine 7. Item le produict de 9 & 28 est 252, auquel ajousté la somme de 9 & 28 qui est 37, faict quarré 289, sa racine 17. Item le produict de 28 & 4 est 112, auquel ajousté la somme de 28 & 4, qui est 32, faict quarré 144, sa racine 12. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Si deux nombres Arithmetiques fussent d'unité differens, le produict de leurs quarrez avec la somme de leurs quarrez, sera quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres desquels la difference unité, comme 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le requis du theoreme. *Demonstration.* Les quarrez de 2 & 3 sont 4 & 9, leur produict 36, & la somme de 4 & 9 est 13, qui ajousté à 36, faict 49, sa racine 7 à son quarré commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques deux nombres Arithmet. &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

Ceste XVIII. question est la mesme que la precedente XVII. Et differe seulement en la constrution qui sera icy telle:

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1①

Et le second nombre 3

Leur produict 3① ajousté à leur somme, faict 4① + 3

Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, soit 25

Lesquels reduicts, 4① seront egales à 22, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{11}{2}$. Nous avons doncques trouvez deux nombres, le premier $\frac{11}{2}$, le second 3, satisfaisans à la premiere partie du requis, à sçavoir que leur produict avec leur somme, monte quarré 25 à sa racine commensurable, doncques la precedente operation aura seulement servie, pour l'invention desdicts deux nombres,

nombres, parquoy ce qui s'ensuit est operation particuliere, comme si nous commencions du premier.

Soit le premier nombre requis $\frac{11}{2}$
Et le second 3
Et le troisiesme 1①
Produict du second & troisiesme nombre, qui est 3①, aiousté à leur somme faict 4① + 3
Produict du troisiesme & premier nombre qui est $\frac{11}{2}$①, aiousté à leur somme, faict $\frac{13}{2}$① + $\frac{11}{2}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir quatriesme & cincquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, d'où s'ensuiveroit d'achever l'operation par quelque quarré de double egaleté; mais tel quarré servant au propos ne se peut icy trouver, car on verra par experience que l'un des egaux termes auroit deux quantitez, desquels ne succederoit pas le requis. La raison de cest accident est, que les proposez n'ont point entre eux telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable. La raison de quarré à quarré dont nous parlons, s'entend quand le nombre explicant leur raison, est semblable quarré; Comme la raison de 36 à 9, est quadruple, & 4 (qui est le nombre explicant icelle raison) est aussi tel quarré. Et tous deux nombres desquels le quotient est tel quarré, comme de 27 & 3 le quotient est 9, s'appellent nombres en telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable. Doncques tout ce que nous avons faict jusques icy, est comme pour rien, car il appert qu'il fault que les deux nombres, ausquels on trouve le quarré de double egaleté, ayent raison de quarré à quarré comme dessus dict est.

Et Diophante a faict la precedente operation, seulement pour demonstrer la cause, pourquoy il faut trouver en la suivante vraye operation, deux nombres ayans ladicte raison de quarré à quarré.

Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{3}{10}$
Et le second nombre (à fin que nous aions nombres en raison comme ledict quarré à quarré) sera par le suivant theoreme son quadruple plus 3, qui est 4① + 3 | $\frac{42}{10}$
Leur produict 4② + 3① aiousté à leur somme 5① + 3, faict 4② + 8① + 3 | $\frac{576}{100}$
Egal à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2① — 3, le quarré sera 4② — 12① + 9 | $\frac{576}{100}$

Lesquels reduicts 20① seront egales à 6, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{3}{10}$, pour le premier nombre, & le second sera $\frac{42}{10}$.

La precedente operation doncques aura seulement servi pour l'invention desdicts deux nombres; parquoy ce que s'ensuit sera operation particuliere comme si nous commencions du premier.

Soit le premier nombre $\frac{3}{10}$ | $\frac{3}{10}$
Et le second nombre $\frac{42}{10}$ | $\frac{42}{10}$
Et le troisiesme soit 1① | $\frac{7}{10}$
Le produict du second & troisiesme nombre qui est $\frac{42}{10}$①, aiousté à leur somme, qui est 1① + $\frac{42}{10}$, faict $\frac{52}{10}$① + $\frac{42}{10}$, egal à quelque quarré à sa racine commensurable, soit 25, leur produict (ceste multiplication icy par 25 & dessoubs par 100 se faict pour venir à convenable egaleté comme apparoistra par la reduction) qui necessairement est semblable quarré sera 130① + 105 | 196
Le produict du troisiesme & premier nombre, qui est $\frac{3}{10}$①, ajousté à leur somme 1① + $\frac{3}{10}$, faict $\frac{13}{10}$① + $\frac{3}{10}$, egales à quelque quarré, soit 100, leur produict qui necessairement est semblable quarré, sera 130① + 30 | 121
Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quatriesme & cincquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 15 & 5 (pour les deux nombres desquels le produict 75, est egal à la difference de 130① + 105, & 130① + 30) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre proposé, à sçavoir à 130① + 30, est (par la note devant la 12 question du second livre) 121 | 121

Lesquels reduicts 130① seront egales a 91, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{7}{10}$.

Je di, que $\frac{3}{10}$ $\frac{42}{10}$ $\frac{7}{10}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, est $\frac{126}{100}$, au mesme ajousté la somme de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$ qui est $\frac{45}{10}$, faict quarré $\frac{576}{100}$, sa racine $\frac{24}{10}$. Item le produict de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui est $\frac{294}{100}$, au mesme ajousté la somme de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui est $\frac{49}{10}$, faict quarré $\frac{784}{100}$, sa racine $\frac{28}{10}$. Item le produict de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$ est $\frac{21}{100}$, au mesme ajousté la somme de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$, qui est $\frac{10}{10}$, faict quarré $\frac{121}{100}$, sa racine $\frac{11}{10}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Quant à ce que Xylandre dict ces motz, *Cur autem solutio non procedat, culpa est, quod tertium primo æqualem statuit; Cum fieri nullo modo posit ut in se multiplicatus aliquis numerus, &c.* Mais la solution procede bien, & ce qui a faict abuser Xylandre est, qu'il n'a pas faict distinction entre l'operation de la 1①, respondante au premier nombre requis, & l'operation de la 1① respondante au troisiesme nombre requis; Car la premiere position de 1① respondante au premier nombre, estoit pour l'invention des $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, lesquels trouvez (comme aussi il est distinctement annoté ci dessus) nous ne prenons plus d'egard en l'operation suivante à icelle 1①, mais en son lieu seulement sur $\frac{3}{10}$. De sorte que combien que la 1① respondante au premier nombre & la 1① respondante au troisiesme nombre, sont en une mesme question, toutesfois y applicant convenable distinction, ne sont pas d'une mesme valeur. Le mesme a aussi abusé ou Diophante ou (ce que je croierois plustost) quelqu'un qui de son authorité l'aura mis à la fin de ladicte question, à sçavoir que le premier nombre seroit egal au troisiesme, ce qui faict une fausse solution.

THEOREME.

SI un nombre fust le quadruple plus 3 d'un autre, puis ajousté à chascun nombre 1: Les sommes auront entre elles telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit 2, & son quadruple plus 3 qui est 11. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Ajoustons 1 au 2 donné, faict 3. Item 1 a 11, faict 12. Or 12 & 3 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XIX.

TRouvons trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict la somme des mesmes deux nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Estant cest exemple semblable au precedent, & tel en soubstraction comme le precedent en addition, s'ensuit que voulant imiter la seconde construction du precedent, nous ne pourrons pas prendre pour le premier nombre 1 ①, ny pour le second quelque nombre, que voulons, comme 3 ou 4, mais il nous faudra prendre ceux desquels procedent nombres aians entre eux ladicte raison de quarré à quarré.

Soit le premier nombre 1 ① + 1 | $\frac{13}{8}$

Et le second nombre, (à fin que nous aions nombres en ladicte raison de quarré à quarré) sera par le suivant theoreme son quadruple moins 3, qui est 4 ① + 1 | $\frac{28}{8}$

Leur produict est 4 ② + 5 ① + 1, duquel soubstraict leur somme 5 ① + 2, reste 4 ② — 1 | $\frac{9}{16}$

Egale à quelque quarré à sa racine commensurable, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① — 2, son quarré est 4 ② — 8 ① + 4 | $\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts, 8 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{8}$, & le premier nombre sera $\frac{13}{8}$ & le second $\frac{28}{8}$. Nous avons doncques trouvé le premier & second nombre, satisfaisans à la premiere partie du requis; à sçavoir que de leur produict soubstraict leur somme, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$. Doncques la precedente operation aura seulement servi, pour l'invention desdicts deux nombres, parquoi ce qui s'ensuit sera operation particuliere; comme si nous commençames du premier.

Soit le premier nombre $\frac{13}{8}$ | $\frac{13}{8}$

Et le second nombre $\frac{28}{8}$ | $\frac{28}{8}$

Et le troisiesme nombre 1 ① | 3

Le produict du second & troisiesme est $\frac{28}{8}$ ①, du mesme soubstraict leur somme qui est 1 ① + $\frac{28}{8}$, reste $\frac{20}{8}$ ① — $\frac{28}{8}$, egal a quelque quarré, soit 4, leur produict, qui necessairement est semblable quarré, sera 10 ① — 14 | 16

Le produict du troisiesme nombre & premier, est $\frac{13}{8}$ ①, du mesme soubstraict leur somme 1 ② — $\frac{13}{8}$, reste $\frac{5}{8}$ ① — $\frac{13}{8}$, egal à quelque quarré, soit 16, leur produict qui necessairement est semblable quarré, sera 10 ① — 26 | 4

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quatriesme & cincquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalté; Soit par position de 2 & 6 (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 10 ① — 14, & 10 ① — 26) desquels le quarré de double egaleté, egal au majeur proposé 10 ① — 14, est (par la note devant la 12 question du 2 livre) 16

Lesquels reduicts, 10 ① seront egales à 30, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 3.

Je di, que $\frac{13}{8}$ $\frac{28}{8}$ & 3 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{13}{8}$ & $\frac{28}{8}$, est $\frac{364}{64}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{13}{8}$, & $\frac{28}{8}$, qui est $\frac{41}{8}$, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$; Item le produict de $\frac{28}{8}$ & 3, est $\frac{84}{8}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{28}{8}$ & 3, qui est $\frac{52}{8}$, reste quarré 4, sa racine 2. Item le produict de 3 & $\frac{13}{8}$, est $\frac{39}{8}$, du mesme soubstraict la somme de 3 & $\frac{13}{8}$, qui est $\frac{37}{8}$, reste quarre $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

SI un nombre fust le quadruple moins 3 d'un autre, puis soubstraict de chascun nombre 1, les restes auront entre elles telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit 6, & son quadruple moins 3 qui est 21. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Soubstrayons 1 de 6 reste 5; Item 1 de 21 reste 20; & 20 & 5 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre fust le quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XX.

TRouvons deux nombres tels, qu'a leur produict aiousté chascun des nombres, ou tous deux les nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{65}{224}$

Et le second nombre son quadruple moins 1 (car ainsi avient par le suivant theoreme, que le moindre nombre aiousté au produict des deux nombres, la somme sera quarré selon la quest.) qui est 4 ① — 1 | $\frac{36}{224}$

Leur produict est 4 ② — 1 ①, au mesme aiousté le second nombre 4 ① — 1, faict 4 ② + 3 ① — 1 | $\frac{10404}{50176}$

Et audict leur produict 4 ② — 1 ①, aiousté la somme des deux nombres qui est 5 ① — 1, faict 4 ② + 4 ① — 1 | $\frac{24964}{50176}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le troisiesme & quatriesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté: Soit par position de 4 ① & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1 ① est egal à la difference du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçavoir à 4 ② + 4 ① — 1, est (par la note devant la 12 question du second livre) 4 ② + $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{64}$ | $\frac{24964}{50176}$

Lesquels reduicts 3 $\frac{1}{2}$ ① seront egales à $\frac{65}{64}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{224}$.

Je di, que $\frac{65}{224}$ $\frac{36}{224}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, est $\frac{2340}{50176}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{65}{224}$, faict quarré $\frac{16900}{50176}$, sa racine $\frac{130}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté le second nombre $\frac{36}{224}$, la somme est quarré $\frac{10404}{50176}$, sa racine $\frac{102}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté la somme des nombres $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, qui est $\frac{101}{224}$, la somme est quarré $\frac{24964}{50176}$, sa racine $\frac{158}{224}$, Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

Theoreme.

SI le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable moins 1: Le produict d'iceux deux nombres, avec le moindre nombre, ſera ſemblable quarré.

Explication du donné. Soit 3, & ſon quadruple moins 1 (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 11 eſt 33, auquel aiouſté le moindre nombre 3, faict quarré 36 à ſa racine 6 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXI.

TRouvons deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict chaſcun des nombres, ou tous deux les nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Constrvction.

Soit le premier nombre	1① + 1	$\frac{9}{4}$
Et le ſecond nombre ſon quadruple moins 4 (car ainſi avient par le ſuivant theoreme, que le maieur nombre ſoubſtraict du produict des deux nombres, la reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable) qui eſt	4①	5
Leur produict 4② + 4①, du meſme ſoubſtraict le premier nombre 1① + 1, reſte	4② + 3① — 1	$\frac{36}{4}$
Et dudict leur produict 4② + 4①, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres, qui eſt 5① + 1, reſte	4② — 1① — 1	$\frac{16}{4}$
Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le troiſieſme & quatrieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté; Soit par poſition de 4① & 1 (pour les deux nombres deſquels le produict 4①, eſt egal à la difference du troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, egal au maieur propoſé à ſçavoir à 4② + 3① — 1, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre)	4② + 2① + $\frac{1}{4}$	$\frac{36}{4}$

Leſquels reduicts 1① ſera egal ou vaudra $\frac{5}{4}$.

Je di, que $\frac{9}{4}$ & 5 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{9}{4}$ & 5, eſt $\frac{45}{4}$, du meſme ſoubſtraict $\frac{9}{4}$, reſte quarré $\frac{36}{4}$, ſa racine $\frac{6}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$ ſoubſtraict 5, reſte quarré $\frac{25}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$, ſoubſtraict la ſomme de $\frac{9}{4}$ & 5, qui eſt $\frac{29}{4}$, reſte quarré $\frac{16}{4}$, ſa racine $\frac{4}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

SI le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable, moins le meſme nombre: Le produict des deux nombres moins le maieur des deux, ſera ſemblable quarré.

Explication du donné. Soit 6, & ſon quadruple moins 4, (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 20. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 6 & 20 eſt 120, duquel ſoubſtraict le maieur nombre 20, reſte quarré 100 à ſa racine 10 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXII.

TRouvons quatre nombres tels, que chaſcun ou ajouſté, ou ſoubſtraict du quarré de la ſomme des quatre nombres, la ſomme ou reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Constrvction.

Veu (par le ſuivant theoreme) qu'au quarré de l'hypothenuſe d'un triangle rectangle duquel les trois coſtez ſont nombres Arithmetiques, ajouſté le quadruple du nombre du triangle, ou ledict quadruple ſoubſtraict dudict quarré, la ſomme ou reſte eſt quarré à ſa racine commenſurable; S'enſuit qu'il nous faut trouver quatre tels triangles. Mais encore ainſi que leurs hypothenuſes ſoyent egales, car nous aurons alors nombres ſervans à noſtre propos. Prenons doncques quelques deux tels triangles, leſquels ſe trouvent par la note à la 8 queſtion du ſecond livre. Soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. Mais ces deux triangles ont diverſes hypothenuſes, il faut donc par les meſmes trouver deux triangles d'une commune hypothenuſe, qui ſe peut faire ainſi: On multipliera les hypothenuſes 5 & 13, l'un par l'autre, faict 65: Puis on trouvera trois nombres, deſquels le premier 65, & entre eux en telle raiſon comme 5. 4. 3. qui ſeront pour le premier triangle 65. 52. 39. Puis on trouvera encore trois nombres deſquels le premier 65, & entre eux en telle raiſon comme 13. 12. 5. qui ſeront pour le ſecond triangle 65. 60. 25. Nous avons doncques deux triangles deſquels les hypothenuſes ſont egales. Or pour trouver les autres deux triangles à ladicte hypothenuſe 65, on diviſera (par la 10 queſtion du ſecond livre) le quarré de 65, deux fois en deux autres quarrez, que ne ſont les quarrez de 52 & 39, ou 60 & 25 (ce qui par ladicte 10 queſtion ſera poſſible; vrai eſt que l'on y demonſtre ſeulement une fois la partition d'un nombre compoſé de deux quarrez, en deux autres quarrez, mais veu que le quarré de 65 eſt nombre en deux manieres compoſé de deux quarrez, à ſçavoir des deux quarrez de 52 & 39, & des deux quarres de 60 & 25; S'enſuit qu'on pourra partir par ladicte 10 queſtion, ledict quarré de 65 deux fois en deux divers autres quarrez; & à mon advis Diophante a eu egard à ceſte raiſon, ſans qu'il en aye ailleurs eſcript particulier theoreme comme eſtime Xylandre) Soit aux quarrez de 56 & 33, & aux quarrez de 63 & 16, de ſorte que le troiſieſme triangle ſera 65. 56. 33, & le quatrieſme 65. 63. 16. leſquels nous annotons pour plus grande evidence en ceſte ſorte:

Premier triangle	65. 52. 39.
Second triangle	65. 60. 25.
Troiſieſme triangle	65. 56. 33.
Quatrieſme triangle	65. 63. 16.

Or eſtant trouvez les nombres de ces quatre triangles, les meſmes nous ſerviront à l'operation en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des quatre nombres requis	65①	
Son quarré	4225②	4225 12768 17850625 163033824
Soit maintenant le premier nombre requis le quadruple de la ſuperfice du premier triangle, qui eſt le double du rectangle de 52① en 39① (car, par le ſuivant theoreme, le meſme ou ajouſté ou ſoubſtraict des 4225②, la ſomme ou reſte ſera quarré ſelon la queſtion) faict	4056②	17136600 163033824

Et par

Et par mesme raison, le double du produict de 60 ① par 25 ①, sera pour le second nombre 3000 ② — $\frac{12675000}{163033824}$

Et par mesme raison le double du produict de 56 ① par 33 ①, sera pour le troisiesme nombre 3696 ② — $\frac{15615600}{163033824}$

Et par la mesme raison le double du produict de 63 ① par 16 ① sera pour le quatriesme nombre 2016 ② — $\frac{8517600}{163033824}$

Somme du troisiesme quatriesme cincquiesme & sixiesme en l'ordre, pour la somme des quatre nombres requis, est 12768 ② — $\frac{4225}{12768}$

Egale à la somme des quatre nombres requis premier en l'ordre, qui est 65 ① — $\frac{4225}{12768}$

Lesquels reduicts 12768 ① seront egales à 65, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{12768}$.

Je di, que $\frac{17136600}{163033824}$. $\frac{12675000}{163033824}$. $\frac{15615600}{163033824}$. $\frac{8517600}{163033824}$, sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de ces quatre nombres trouvez est $\frac{53944800}{163033824}$, qui vaut aussi (car il est son premier rompu) $\frac{4225}{12768}$, son quarré $\frac{17850625}{163033824}$, au mesme aiousté $\frac{17136600}{163033824}$, la somme est quarre $\frac{34987225}{163033824}$, sa racine $\frac{5915}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$; soubstraict $\frac{17136600}{163033824}$, reste quarre $\frac{714025}{163033824}$, sa racine $\frac{845}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, aiousté $\frac{12675000}{163033824}$, la somme est quarré $\frac{30525625}{163033824}$, sa racine $\frac{5525}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict $\frac{12675000}{163033824}$, reste quarré $\frac{5175625}{163033824}$, sa racine $\frac{2275}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17859625}{163033824}$, aiousté $\frac{1561560}{163033824}$, la somme est quarre $\frac{33466225}{163033824}$, sa racine $\frac{5787}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict $\frac{15615600}{163033824}$, reste quarré $\frac{2235025}{163033824}$, sa racine $\frac{1495}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, aiousté $\frac{8517600}{163033824}$, la somme est quarré $\frac{26368225}{163033824}$; sa racine $\frac{5135}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict $\frac{8517600}{163033824}$, reste quarrê $\frac{9333025}{163033824}$, sa racine $\frac{3055}{12768}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. De mesme sorte on pourra trouver non seulement quatre nombres de la qualité de ceste 22 question, mais de multitude quelconque. Par exemple, pour trouver tels six nombres, on prendra trois triangles rectangles, soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. & 65. 52. 39. Lesquels reduicts comme dessus en triangles d'une commune hypothenuse, qui sera 4225 (à sçavoir 65 multiplié par 13 faict 845, les mesmes multipliez par 5 font comme dessus 4225) Puis on partira pour les raisons que dessus le quarré de 4225 trois fois en deux autres quarrez que ne sont les quarrez, &c.

Theoreme.

Au quarré de l'hypothenuse d'un triangle duquel les trois costez sont nombres Arithmetiques, aiousté le quadruple de la superfice, ou ledict quadruple soubstraict dudict quarré; La somme ou reste sera quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit un triangle rectangle duquel l'hypothenuse 5, & les deux autres costez 4 & 3.

Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le quarré de l'hypothenuse 5 est 25, au mesme aiousté 24, pour le quadruple de la superfice du triangle, la somme est 49 à sa racine 7 commensurable. Ou ledict 24 soubstraict de 25, reste semblable quarre 1, selon le theoreme. *Conclusion.* Au quarre doncques de l'hypothenuse, &c, ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXIII.

Partons 10 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à sa racine commensurable, & tel que du mesme soubstraict chascune partie de 10, la reste soit semblable quarré.

Construction.

Le quarré requis, soit le quarré de 1 ① + 1 (qui est tel, que si on en soubstraict 2 ① + 1, ou 4 ①, restera quarré selon la question) qui est	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requise sera	2 ① + 1	4
Et la seconde partie requise	4 ①	6
Somme des deux parties	6 ① + 1	10
Egale à	10	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 4 & 6 sont les deux parties requises, & que $\frac{25}{4}$ est le quarre requis. *Demonstration.* Que 4 & 6 sont les deux parties de 10, est notoire. Puis soubstraict 4 du quarré $\frac{25}{4}$, reste quarre $\frac{9}{4}$, sa racine $\frac{3}{2}$. Item soubstraict 6 dudict quarré $\frac{25}{4}$, reste quarre $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXIV.

Partons 20 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à sa racine commensurable, & tel qu'au mesme aiousté chascune partie de 20, la somme soit semblable quarré.

Construction.

Le quarré requis soit le quarré de 1 ① + 1 (qui est tel, que si on l'aiouste a 2 ① + 3, ou a 4 ① + 8, la somme sera quarré selon la question, car la racine de l'un sera alors 1 ① + 2, & de l'autre 1 ① + 3) qui est	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requise sera	2 ① + 3	6
Et la deuxiesme partie	4 ① + 8	14
Somme des deux parties	6 ① + 11	20
Egale à	20	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 6 & 14 sont les deux parties requises & que $\frac{25}{4}$ est le quarré requis.

Demonstration.

Que 6 & 14 sont les deux parties de 20, est notoire. Puis 6 aiousté au quarre $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{49}{4}$, sa racine $\frac{7}{2}$. Item aiousté 14 audict quarré $\frac{25}{4}$, faict quarre $\frac{81}{4}$, sa racine $\frac{9}{2}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVA-

QVATRIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

Partons 370 en deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que la somme des racines soit 10.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	1①+5	7
Ergo la racine du second cube, à fin que leur somme soit 10, sera	—1①+5	3
Doncques le premier cube sera	1③+15②+75①+125	343
Et le second cube	—1③+15②—75①+125	27
Somme des deux cubes	30②+250	370
Egale à	370	

Lesquels reduicts 30 ② seront egales à 120, & par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 343 & 27 sont les deux cubes requis. *Demonstration.* Que 343 & 27 sont les deux parties de 370, est notoire; Et la racine cubique de 343 est 7, & de 27 est 3, desquelles racines la somme est 10. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Trouvons deux nombres desquels la difference soit 6, & la difference de leurs cubes 504.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube requis	1①+3	8
Ergo la racine du second cube, à fin que leur difference soit 6, sera	1①—3	2
Doncques le premier cube sera	1③+9②+27①+27	512
Et le second cube	1③—9②+27①—27	8
Difference des cubes	18②+54	504
Egale à	504	

Lesquels reduicts 18 ② seront egales a 450, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 8 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de 8 & 2 est 6. Item le cube de 8 est 512, & de 2 est 8, qui soubstraict de 512, reste 504 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Multiplier par un quarré, & par son costé, un certain nombre: Ainsi que du coste provienne cube & du quarré le costé d'iceluy.

CONSTRVCTION.

Soit posé que le quarré fust	1②	$\frac{1}{16}$
Ergo son costé	1①	$\frac{1}{4}$
Item le nombre qu'ilz doivent multiplier soit un nombre cube, ayant pour denominateur 1 ①, à sçovoir	$\frac{8}{1(1)}$	32
Lequel multiplié par 1 ② viendra	8①	2
Et par 1 ①, viendra	8	
Or la question veut que 8 ① soit le costé & 8 le cube, parquoy 8 ① seront egales à	2	

Lesquels reduicts 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$.

Ie di, que $\frac{1}{16}$ est le quarré & $\frac{1}{4}$ son costé, & 32 le nombre qu'ils doivent multiplier. *Examen.* Le produict de 32 par $\frac{1}{16}$ est 2; & le produict du mesme 32 par $\frac{1}{4}$ est 8, cube dudit 2 selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QVESTION IV.

Adjouster à un quarré & à son costé un mesme nombre, tellement que le semblable symptome advienne.

CONSTRVCTION.

Soit iceluy quarré	1②	$\frac{1}{9}$
Ergo son costé	1①	$\frac{1}{3}$
Ausquels il faut adjouster tant de ②, qu'avec 1 ② (premier en l'ordre) facent quarré soit	3②	$\frac{1}{3}$
Donc le mesme adjousté avec 1 ② fera quarré	4②	$\frac{4}{9}$
Le mesme 3 ② adjousté avec 1 ① faict	3②+1①	$\frac{2}{3}$
qui devoit estre le costé de 4 ② quatriesme en l'ordre, donc 3 ② + 1 ① seront egales à	2①	$\frac{2}{3}$

Lesquels reduicts 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$.

Je di, que $\frac{1}{9}$ sera le quarré, & $\frac{1}{3}$ son costé, ausquels on doit adjouster $\frac{1}{3}$ à un chascun particulierement.

Examen. A $\frac{1}{9}$ quarré, & à $\frac{1}{3}$ son costé si on adjouste $\frac{1}{3}$ à un chascun d'iceux, viendra $\frac{4}{9}$ quarré, & $\frac{2}{3}$ son costé selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QVESTION V.

Ioustons à quelque quarré à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre, qui avec la racine face quarré duquel la racine soit la somme du premier quarré, & le nombre à ajouster.

CONSTRVCTION.

Soit le quarré requis	1②	$\frac{9}{25}$
Sa racine	1①	$\frac{3}{5}$
Et pour le nombre à aiouster prenons quelques ②, desquelles le nombre de multitude soit à sa racine commensurable, comme 4 ② moins (à fin qu'aiouste à la racine cy dessus 1 ①, la somme soit quarré selon la question) la racine 1 ① faict	4②—1①	$\frac{21}{25}$
Auquel aiousté la racine 1 ①, faict 4 ②, sa racine	2①	$\frac{6}{5}$
Egale à la somme du premier & troisiesme en l'ordre, qui est	5②—1①	$\frac{6}{5}$

Lesquels reduicts, 5 ① seront egales a 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{9}{25}$ est le quarré & $\frac{21}{25}$ le nombre requis. *Demonstration.* Le quarre $\frac{9}{25}$ est à sa racine $\frac{3}{5}$ commensurable, & audict quarre $\frac{9}{25}$ aiousté le nombre $\frac{21}{25}$ donne somme $\frac{6}{5}$; Et à ladicte racine $\frac{3}{5}$, aiousté ledict nombre $\frac{21}{25}$, faict quarré $\frac{36}{25}$, sa racine $\frac{6}{5}$, egale à ladicte somme selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

Ioustons à quelque cube puis à quelque quarré à leurs racines commensurables, un mesme semblable quarré, ainsi que les sommes soyent par mesme ordre semblable cube & quarré.

 CON-

CONSTRVCTION.

Soit le cube requis	1③	$\frac{4096}{343}$
Et le premier quarré requis sera de quelques ②, telles que leur nombre de multitude soit quarré à sa racine commensurable, soit	9②	$\frac{2304}{49}$
Or puis qu'il faut trouver encore un autre quarré qui aiousté à 9 ②, face quarré selon la question, on prendra quelques deux nombres desquels le produict 9, comme 1 & 9, le quarré de la moitie de leur difference est 16, qui aiousté a 9, faict quarré selon la question par le theoreme de la 35 question du second livre, Doncques 16 est nombre nous servant en l'operation, auquel appliqué ② sera pour le second quarré requis	16②	$\frac{4096}{49}$
Somme des deux quarrez	25②	$\frac{6400}{49}$
Somme du cube & second quarré	1③ + 16②	$\frac{32768}{434}$
Egale à quelque cube selon la question, qui soit	8③	$\frac{32768}{434}$

Lesquels reduicts 7 ① seront egales à 16, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Je di, que $\frac{4096}{343}$, est le cube, & que $\frac{2306}{49}$ $\frac{4096}{49}$ sont les quarrez requis. *Demonstration.* La racine cubique de $\frac{4096}{343}$ est $\frac{16}{7}$; Et la racine quarrée de $\frac{2304}{49}$ est $\frac{48}{7}$, Et la racine quarrée de $\frac{4096}{49}$ est $\frac{64}{7}$. Item la somme du cube $\frac{4096}{343}$, & du quarré $\frac{4096}{49}$, est cube $\frac{32768}{343}$, sa racine $\frac{32}{7}$. Item la somme des deux quarrez $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$, est quarré $\frac{6400}{49}$, sa racine $\frac{80}{7}$; Ils sont doncques à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

ADjoustons à quelque cube, & quarré, un mesme quarré, afin que le mesme symptome advienne mais par ordre renversé.

CONSTRVCTION.

Soyent iceux disposez en ordre, premierement le cube, secondement le quarré, tiercement le quarré qu'il faut adjouster à un chascun des precedens, comme s'ensuit.

Cube. Quarré. Quarré à adjouster.

Et pource qu'en adjoustant le deuxiesme & troisiesme, la somme doit estre cube, soit icelle cube, à sçavoir le premier. D'avantage puis que le premier est egal aux deux suivans, Il s'ensuit que le premier moins le dernier sera le second qui doibt estre quarré; mais le premier plus le dernier doibt faire aussi un quarré, parquoy tant la somme, que la difference des extremes doit estre quarré. Or est il que, *A la somme des quarrez de deux nombres quelquonques, si on adjouste, ou soubstraict le double produict d'iceux, tant la somme que la difference seront quarrez*: Prenons donc deux nombres tels toutesfois que leur double produict soit quarré comme 1 ① & 2 ①; & soit 5 ② (la somme de leurs quarrez) pour le premier cy dessus; & leur double produict 4 ② pour le troisiesme, & 1 ② (leur difference) pour le second; donc le second aussi le troisiesme sont quarrez. il reste que le premier soit cube, parquoy 5 ② sera egale à un cube soit à 1 ①, alors 1 ① vaudra 5.

Je di, que 125 cube, & 25 quarré, sont les deux requis, & 100 le quarré à adjouster.

Examen. La somme de 125 & 100 est quarré. Item la somme de 25 & 100 est cube, selon le requis, ce qu'il falloit trouver.

QVESTION VIII.

CESTE question est la mesme que la precedente 7e, seulement differe en l'operation qui sera icy telle.

CONSTRVCTION.

Il appert en la proposition, qu'entre autres sont requis deux quarrez à leurs racines commensurables, desquels la somme avec l'un des quarrez soit semblable quarré, il faut doncques premierement trouver tels deux quarrez en ceste sorte; Soit l'un quarré	1②	16
Et l'autre quarré	4	4
Leur somme plus le premier quarré, est	2② + 4	36
Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① — 2, son quarré	4② — 8① + 4	36

Lesquels reduicts, 2 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4. Et les deux quarrez seront 16 & 4; car leur somme 20 plus l'un quarré 16, faict quarré 36, comme il estoit propose. Doncques 16 & 4 sont deux nombres que nous cherchions servans à nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation telle:

Soit l'un quarré	16②	6400
Et l'autre quarré à ajouster	4②	1600
Leur somme pour le cube requis est	20②	8000
Egal à quelque cube, soit	1③	8000

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 20.

Je di, que 8000 est le cube, & que 6400. 1600 sont les quarrez requis. *Demonstration.* La racine du cube 8000 est 20, & la racine du quarré 6400, est 80, & du quarré 1600 est 40. Item la somme du cube 8000, & du quarré 6400, est quarré 14400, sa racine 120. Item la somme du quarré 6400, & du quarré 1600, est cube 8000, sa racine 20. Ils sont doncques à leurs racines commensurables; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

AIoustons à quelque cube à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre Arithmetique, tel que du cube procede autrefois semblable cube, & de l'autre son costé.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①
La racine du cube requis soit d'autant des ① qu'on voudra, soit de	2①
Ergo son cube	8③
Puis ajousté le nombre 1 ① à la racine 2 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition	3①
Son cube	27③
Egal à la somme du nombre requis 1 ①, & du cube 8 ③, qui est	8③ + ①1

Lesquels reduicts 19 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra √ $\frac{1}{19}$. Or si cecy fust nombre Arithmetique selon la question, la solution seroit bonne, mais il ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car on devra au lieu des 2 ① posées cy dessus à la volée, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Puis que 19 ③ procedent par l'exces de 27 ③ a 8 ③, desquels les racines sont 2 ①, & 3 ①. Item procedant 3 ① (qui sont cy dessus quatriesme en l'ordre) par l'addition de 1 ①, & plus quelques ① à plaisir, comme cy dessus 2 ① second en l'ordre: Il appert qu'il nous faudra trouver deux nombres Arithmetiques,

ques, desquels la difference soit 1, & la difference de leurs cubes quelque quarré à sa racine commensurable.

Soit le premier nombre	1①	7
Le second nombre sera	1① + 1	8
Le cube du premier nombre	1③	343
Le cube du second	1③ + 3② + 3① + 1	512
Difference des cubes	3② + 3① + 1	169
Egale à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine −2① + 1, son quarré	4② − 4① + 1	169

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 7 pour le premier nombre, & le second nombre sera 8; Car la difference de leurs cubes est quarré 169, à sa racine 13 commensurable. Doncques 7 & 8 sont deux nombres que nous cherchions, servans à nostre propos; nous commencerons doncques par les mesmes autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit le nombre requis	1①	$\frac{1}{13}$
Et la racine du cube requis soit de	7①	$\frac{7}{13}$
Ergo le cube	343③	$\frac{343}{2197}$
Puis adjousté le nombre 1① à la racine cubique 7①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition	8①	$\frac{8}{13}$
Son cube	512③	$\frac{512}{2197}$
Egal à la somme du nombre requis 1① & du cube 343③, qui est	343③ + 1①	$\frac{512}{2197}$

Lesquels reduicts 169② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ est le cube, & que $\frac{1}{13}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ est $\frac{7}{13}$. Et adjousté le nombre $\frac{1}{13}$ au cube $\frac{343}{2197}$, la somme est cube $\frac{512}{2197}$, sa racine $\frac{8}{13}$. Item adjousté $\frac{1}{13}$, à la racine $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{8}{13}$, qui est aussi racine du cube $\frac{512}{2197}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

Adioustons à quelque cube à sa racine commensurable, puis à sa racine, un mesme nombre Arithmetique tel, que de la racine procede semblable cube, & du cube son costé.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du cube requis	2①
Son cube sera	8③
Puis pour trouver le nombre requis, prenons quelque cube duquel la racine 3①, qui est 27③, du mesme soubstraict ladicte racine 2①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela qu'adjousté le nombre requis à la racine cubique la somme soit cube) pour le nombre requis	27③ − 2①
Or adjousté ce nombre 27③ − 2① à la racine cubique 2①, la somme est	27③
Sa racine	3①
Egale à la somme du nombre 27③ − 2①, & du cube 8③, qui est	35③ − 2①

Lesquels reduicts 35② seront egales a 5, & par le 78 probleme 1① vaudra $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or si ceste racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'aultre sorte, car il nous faudra au lieu des 2① & 3① posées ci dessus à la volée, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Il appert qu'il est necessaire, que la somme des nombres de multitude des ③ ci dessus 35, aie à la somme des nombres de multitude des ① ou racines cubiques comme 5, telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable: mais ceste raison n'est pas de 35 a 5, il les faut doncques trouver en ceste sorte:

Soit la somme des racines cubiques nombre Arithmetique quelconque comme	2
Et soit l'une racine	1①
Ergo l'autre racine	−1① + 2
Ergo l'une cube	1③
Et l'autre cube	−1③ + 6② − 12① + 8
Somme des deux cubes (laquelle obtient necessairement à la somme des racines, raison comme de quarré à quarré selon le requis) est	6② − 12① + 8
Or puis que 2, & 6② − 12① + 8, ont ladicte raison de quarré a quarré, s'ensuit que leur quotient sera le quarré requis, lequel quotient est	3② − 6① + 4
Egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine −4① + 2, son quarré	16② − 16① + 4

Lesquels reduicts, 13① seront egales a 10, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{10}{13}$, pour l'une racine cubique, & l'autre racine cubique sera $\frac{16}{13}$. Car leur somme 2, obtient à la somme de leurs cubes $\frac{4096}{2197}$, ladicte raison de quarré à quarré. Doncques $\frac{10}{13}$ & $\frac{16}{13}$ sont les deux nõbres que nous cherchions, servans à nostre propos. Mais nous delaissons à cause de briefueté leurs nominateurs, & prenons la moitie des 10 & 16, à sçavoir 5 & 8, qui sont entre eux en la mesme raison, & par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la racine du cube	5①	$\frac{5}{7}$
Son cube sera	125③	$\frac{125}{343}$
Puis pour trouver le nombre requis, prenons le cube de 8①, qui est 512③, du mesme soubstraict lesdicts 5①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela qu'adjousté ce nombre à la racine cubique, la somme soit cube) pour le nombre requis	512③ − 5①	$\frac{267}{343}$
Or adjousté ce nombre 512③ − 5① à la racine cubique 5①, la somme est	512③	$\frac{512}{343}$
Sa racine	8①	$\frac{8}{7}$
Egale à la somme du nombre 512③ − 5① & du cube 125③, qui est	637③ − 5①	$\frac{8}{7}$

Lesquels reduicts 637② seront egales a 13, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ est le cube, & que $\frac{267}{343}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et adjousté le nombre $\frac{267}{343}$ à la racine $\frac{5}{7}$, la somme est cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Item ledict nombre $\frac{267}{343}$, adjousté au cube $\frac{125}{343}$, la somme est $\frac{8}{7}$, qui est aussi racine du cube composé $\frac{512}{343}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis.

QVESTION XI.

Trouvons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs racines.

NOTA. L'on pourroit dire facilement pour solution que l'une cube est 1, & l'autre cube aussi 1, mais il nous faut expliquer la solution de Diophante.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2①
Et la racine du second cube	3①
Ergo le premier cube	8③
Et le second cube	27③
Somme des cubes	35③

Egale a la somme des racines, qui est 5 ①

Lesquels reduicts 35 ② seront egales a 5, & par le 78 probleme, 1 ① vaut $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or si la mesme racine fust a son quarré commensurable, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; car les racines cubiques comme ci dessus 2 ① & 3 ① qui sont posées a la volee, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la somme de leurs cubes divisée par la somme de leurs racines, le quotient soit quarré à sa racine commensurable. Mais il est demonstré à la 10e. question precedente, que tels deux cubes sont ceux, desquels les racines sont 5 & 8. il nous faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit la racine du premier cube	5 ①	$\frac{5}{7}$
Et la racine du second cube	8 ①	$\frac{8}{7}$
Ergo le premier cube	125 ③	$\frac{125}{343}$
Et le second cube	512 ③	$\frac{512}{343}$
Somme des cubes	637 ③	$\frac{13}{7}$
Egale à la somme des racines qui est	13 ①	$\frac{13}{7}$

Lesquels reduicts 637 ② seront egales a 13, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ $\frac{512}{343}$ sont les deux cubes requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et la racine du cube $\frac{512}{343}$ est $\frac{8}{7}$. ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables. Item la somme des cubes est $\frac{13}{7}$, aussi est $\frac{13}{7}$ la somme des racines selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XII.

Trouvons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur difference soit egale à la difference de leurs racines.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2 ①
Et la racine du second cube	3 ①
Ergo le premier cube	8 ③
Et le second cube	27 ③
Difference des cubes	19 ③
Egale à la difference des racines qui est	1 ①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or si la mesme racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; Car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posées a la volée, il les faudra prendre par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire, que la difference des nombres comme ci dessus 19, aye à la difference des nombres des racines comme 1, telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, a quarré a sa racine commensurable; Mais ceste raison n'est pas de 19 a 1; Il les faut doncques trouver en ceste sorte:

Soit la racine de l'une cube	1 ①	7
Et la racine de l'autre cube	1 ① + 1	8
Ergo l'une cube	1 ③	343
Et l'autre cube	1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1	512
Difference des cubes	3 ② + 3 ① + 1	169
Difference des racines	1	1
Or puis que la difference des cubes doibt avoir à la difference des racines, la raison de quarré a quarré, comme dict est; s'ensuit que leur produict doibt estre tel quarré qui est	3 ② + 3 ① + 1	169
Ergo il est egal a quelque semblable quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine — 2 ① + 1, son quarré	4 ② — 4 ① + 1	169

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 7, pour l'une racine cubique, & l'autre racine sera 8, car leur difference 1, obtient à la difference de leurs cubes 169, ladicte raison de quarré a quarré: Doncques 7 & 8 sont les deux nombres que nous cherchions servans à nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la racine du premier cube	7 ①	$\frac{7}{13}$
Et la racine du second cube	8 ①	$\frac{8}{13}$
Ergo le premier cube	343 ③	$\frac{343}{2197}$
Et le second cube	512 ③	$\frac{512}{2197}$
Difference des cubes	169 ③	$\frac{1}{13}$
Egale à la difference des racines, qui est	1 ①	$\frac{1}{13}$

Lesquels reduicts 169 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ sont les deux cubes requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ est $\frac{7}{13}$, Et la racine du cube $\frac{512}{2197}$ est $\frac{8}{13}$; ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables. Item la difference des cubes $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ est $\frac{1}{13}$; aussi est $\frac{1}{13}$ la difference des racines $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du majeur adjousté au moindre, soit egal au cube du moindre adjousté au maieur.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	2 ①
Et le majeur nombre	3 ①
Ergo le moindre cube	8 ③
Et le majeur cube	27 ③
La somme du majeur cube & moindre nombre, est	27 ③ + 2 ①
Egale a la somme du moindre cube & majeur nombre qui est	8 ③ + 3 ①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or si la mesme racine fust nombre Arithmetique, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posées à plaisir, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la somme du cube du maieur nombre & le moindre nombre divisée par la somme du cube du moindre & le majeur nombre, le quotient soit quarré à sa racine commensurable: Mais il est demonstré à la 12 question precedente, que tels deux nombres sont 7 & 8, il faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le moindre nombre requis	7 ①	$\frac{7}{13}$
Et le maieur nombre	8 ①	$\frac{8}{13}$
Ergo le moindre cube	343 ③	$\frac{343}{2197}$
Et le maieur cube	512 ③	$\frac{512}{2197}$
Somme du maieur cube & moindre nombre	512 ③ + 7 ①	$\frac{1695}{2197}$
Egale a la somme du moindre cube & maieur nombre, qui est	343 ③ + 8 ①	$\frac{1695}{2197}$

Les-

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Je di, que $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$ sont les nombres requis. *Demonstrat.* Le cube du maieur nombre $\frac{8}{13}$ est $\frac{512}{2197}$, & le cube du moindre nombre $\frac{7}{13}$, est $\frac{343}{2197}$: Puis aiousté le maieur cube $\frac{512}{2197}$ au moindre nombre $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{1695}{2197}$, qui est aussi la somme du moindre cube $\frac{343}{2197}$ & du maieur nõbre $\frac{8}{13}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstr.

QVESTION XIV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'a chascun, puis à leur somme, puis à leur difference ajousté 1, soyent tous quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Si de quelque quarré selon la question, on soubstraict 1, la reste sera le premier nombre. Soit quelque quarré duquel la racine est de quelques ① plus 1, comme 3 ① + 1, son quarré 9 ② + 6 ① + 1, du mesme soubstraict 1, reste pour le premier nombre requis 9 ② + 6 ① | 3024

Or puis que nous voulons que le premier & second nombre plus 1, soit aussi quarré selon la question, il faut trouver un quarré qui aiousté aux 8 ② + 6 ①, face tel quarré. Parquoy suivant le theoreme cy dessoubs, on prendra quelques deux nombres desquels le produict est 9 ② + 6 ①; Soyent 9 9 ① + 6, & 1 ①, leur difference est 8 ① + 6, la moitie 4 ① + 3, son quarré 16 ② + 24 ① + 9 (lequel quarré aiousté a 9 ② + 6 ①, faict quarré selon la question 25 ② + 30 ① + 9, car sa racine est 5 ② + 3) dudict quarré soubstraict 1, reste pour le second nombre requis 16 ② + 24 ① + 8 | 5624

La difference des deux nombres requis est 7 ② + 18 ① + 8, à la mesme aiousté 1, faict 7 ② + 18 ① + 9 | 2601

Egal à quelque quarré selon la question; que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine — 3 ① + 3, son quarré 9 ② — 18 ① + 9 | 2601

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 36, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18.

Je di, que 3024 & 5624 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Aiousté 1 a 3024, faict quarré 3025, sa racine 55. Item aiousté 1 a 5624, faict quarré 5625, sa racine 75. Item aiousté 1 a la somme de 3024, & 5624, qui est 8648, faict quarré 8649, sa racine 93. Item aiousté 1 à la difference de 3025 & 5625, qui est 2600, faict quarré 2601, sa racine 51; ce sont doncques quarrez a leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

AV produict de deux nombres Arithmetiques, ajousté le quarré de la moitie de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres Arithmetiques 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 10 est 20, la difference de 2 & 10 est 8, sa moitie 4, son quarré 16, aiousté à 20, faict quarré 36, à sa racine 6 commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Au produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

TRouvons trois quarrez à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs trois differences.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre quarré 1 | 1

Et le maieur quarré soit duquel la racine 1 ① + 1, le quarré 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{196}{25}$

Or veu que les trois differẽces des trois nombres requis, sont egales au mesmes trois nombres: Ergo le double de la difference du maieur & moindre, est egal aux mesmes trois nombres par le suivant theoreme. Prenons doncques la difference du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ①, le double pour la somme des trois quarrez requis, est 2 ② + 4 ① | $\frac{342}{25}$

De la mesme soubstraict la somme du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ① + 2, reste pour le moyen quarré requis 1 ② + 2 ① — 2 | $\frac{121}{25}$

Egal à quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 1 ① — 4, son quarré 1 ② — 8 ① + 16 | $\frac{121}{25}$

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{5}$.

Ie di, que 1, $\frac{121}{25}$, $\frac{196}{25}$, sont les trois quarrez requis. *Demonstration.* La racine du quarré 1, est 1; Et la racine du quarré $\frac{121}{25}$, est $\frac{11}{5}$; Et la racine du quarré $\frac{196}{25}$, est $\frac{14}{5}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables. Item les trois differences des quarrez sont $\frac{96}{25}$. $\frac{75}{25}$. $\frac{171}{25}$. la somme des mesmes $\frac{342}{25}$, est egale à la somme des trois quarrez trouvez, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

SI la somme des trois differences de trois nombres, fust egale à la somme de trois nombres: Le double de la difference du maieur & moindre nombre, sera aussi egal à la somme des trois nombres.

Explication du donné. Soyent trois nombres 2. 10. 16, desquels les trois differences 8. 6. 14. sont telles, que leur somme 28 est egal à la somme des trois nombres qui est aussi 28. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le double de la difference du maieur 16, & du moindre 2 (laquelle difference est 14) est 28, egale à ladicte somme des trois nombres 2. 10. 16. selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques la somme des trois differences, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Pour facilement trouver trois nombres de la qualité de ce theoreme, comme sont 2. 10. 16, on posera quelques deux nombres pour le moindre & maieur, mais par telle condition, que le double de leur difference excede à leur somme, soyent 3 & 21, leur difference est 18, le double est 36, du mesme soubstraict 24, pour la somme de 21 & 3, reste pour le moyen nombre 12. Doncques les trois nombres 3, 12, 21, sont nombres de la qualité requise.

QVESTION XVI.

TRouvons trois nombres tels, que le produict de la somme du premier & second par le troisiesme soit 35, & du second & troisiesme par le premier 27, & du troisiesme & premier par le second 32.

CONSTRVCTION.

Soit le troisiesme nombre requis 1①

Ergo la somme du premier & second nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35 (laquelle on trouve divisant 35 par 1① du troisiesme nombre) sera $\frac{35}{1\textcircled{1}}$

Soit le premier $\frac{10}{1\textcircled{1}}$

Ergo le second $\frac{20}{1\textcircled{1}}$

Et ainsi est satisfaict au premier poinct requis, reste encore d'accóplir les deux autres, desquels le premier est, que le produict de la somme du second & troisiesme (qui est $\frac{21}{1\textcircled{1}} + \frac{1\textcircled{1}}{1}$) par le premier nombre $\frac{10}{1\textcircled{1}}$, soit 27; & tel produict (egal a 27) est $\frac{250}{1\textcircled{2}} + \frac{10\textcircled{2}}{1\textcircled{2}}$ qui faict $\frac{250}{1\textcircled{2}} + 25$

Or la difference de 27 a 32 est 5; Si doncques la difference de leurs egaux (qui sont le cincquiesme & sixiesme en l'ordre) fust aussi 5, le tout eust esté bien faict. Mais elle ne l'est pas; car leur difference est 15, il faut doncques proceder d'autre sorte comme s'ensuit: Il appert qu'on ne peut partir les $\frac{35}{1\textcircled{1}}$ second en l'ordre comme on veult, mais par telle condition que la difference du cincquiesme & sixiesme en l'ordre soit 5. Pour à quoy advenir il appert qu'on devra prendre lesdictes deux parties troisiesme & quatriesme en l'ordre telles, que leur difference soit $\frac{5}{1\textcircled{1}}$, qui seroit $\frac{15}{1\textcircled{1}}$ & $\frac{20}{1\textcircled{1}}$; il faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le troisiesme nombre requis	1①	5
Ergo la somme du premier & second nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35, sera	$\frac{35}{1\textcircled{1}}$	7
Le premier nombre sera	$\frac{15}{1\textcircled{1}}$	3
Le second nombre	$\frac{20}{1\textcircled{1}}$	4
Et ainsi est satisfaict au premier poinct requis, reste encore d'accomplir les deux autres, desquels le premier est, que le produict de la somme du second & troisiesme nombre $\frac{20}{1\textcircled{1}}$ + 1①, par le premier $\frac{15}{1\textcircled{1}}$ soit 27; & tel produict egal à 27 est	$\frac{300}{1\textcircled{2}} + 15$	27
Le dernier poinct requis est, que le produict de la somme du premier & troisiesme $\frac{15}{1\textcircled{1}}$ + 1①, par le second $\frac{20}{1\textcircled{1}}$, soit 32, & tel produict est	$\frac{300}{1\textcircled{2}} + 20$	32
Egal à	32	

Lesquels reduicts 12② seront egales a 300, & par le 78 probleme, 1① vaudra 5.

Je di, que 3. 4. 5. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme du premier 3 & second 4, est 7, qui multipliée par le troisiesme 5, faict 35. Item la somme du second 4 & troisiesme 5, est 9, qui multipliée par le premier 3 faict 27. Item la somme du troisiesme 5 & premier 3 est 8, qui multipliée par le second, faict 32 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels, que le quarré de chascun nombre, avec son nombre suivant, soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soit	4①	52②
Or puis que le quarré du premier nombre aiousté au second, doibt estre quarré selon la question, s'ensuit qu'il faut trouver un quarré, qui aiousté a 4①, face tel quarré. Prenons deux nombres desquels le produict soit 4①, soyent 2 & 2①, leur difference 2① — 2, la moitie (car aiousté son quarré à 4① fera quarré selon la question par le theoreme de la 35 question du 2 livre) pour le premier nombre requis est	1① — 1	13② — 1
Reste maintenant de trouver le troisiesme nombre tel, que le quarré du second, aiousté audict troisiesme, soit semblable quarré, le mesme sera trouvé, quand d'un quarré, on soubstraict le quarré de 4①, qui est 16②: Posons doncques quelque convenable racine comme 4① + 1, son quarré 16② + 8① + 1, du mesme soubstraict 16②, reste pour le troisiesme nombre requis	8① + 1	104② + 1
Somme des trois nombres	13①	169②
Egale à quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 13①, son quarré	169②	169②

Or 13① vallans 169②, la 1① vaudra 13②, laquelle valeur de 1① ainsi cognue seront semblablement cognuz (à sçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par lesquelles nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre cy dessus 1① — 1 (veu que 1① vaut 13②) vaudra	13② — 1	$\frac{36621}{2704}$
Et pour mesme raison le second nombre qui cy dessus est 4①, vaudra	52②	$\frac{157300}{2704}$
Et le troisiesme nombre vaudra	104② + 1	$\frac{317304}{2704}$
Somme des trois nombres, qui est quarré selon le requis, est	169②	$\frac{511225}{2704}$

Et ainsi est satisfaict aux 3 poincts requis, sans toutesfois que la requise valeur d'une ① soit encore cognue. Reste maintenant le quatriesme poinct, qui est que le quarré du troisiesme nóbre avec le premier nombre, soit aussi quarré selon la question. Or le quarré du troisiesme nombre est 10816④ + 208② + 1, & le premier nombre est 13② — 1, leur somme est 10816④ + 221② qui sont en inferieurs quantitez de mesme raison 10816② + 221	$\frac{100780851600}{731161}$
Egales à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté. soit duquel la racine 104① + 1, son quarré 10816② + 208① + 1	$\frac{100780851600}{731161}$

Lesquels reduicts 208① seront egales à 220, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{55}{52}$.

Je di, que $\frac{36621}{2704}$, $\frac{157300}{2704}$, $\frac{317304}{2704}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres est quarré $\frac{511225}{2704}$, sa racine $\frac{715}{52}$. Item le quarré du premier nombre $\frac{36621}{2704}$, est $\frac{1341097641}{7311616}$, au mesme aiousté le second nombre $\frac{157300}{2704}$, la somme est quarré $\frac{1766436841}{7311616}$, sa racine $\frac{42029}{2704}$. Item le quarré du second nombre $\frac{157300}{2704}$, est $\frac{24743290000}{7311616}$, au mesme aiouste le troisiesme nombre $\frac{317304}{2704}$, la somme est

me est quarré $\frac{25600280016}{7311616}$, sa racine $\frac{160004}{2704}$. Item le quarré du troisiesme nõbre $\frac{317304}{2704}$, est $\frac{100681828416}{7311616}$. au mesme adjousté le premier nombre $\frac{3662}{2704}$, la somme est quarré $\frac{100780851600}{7311616}$, sa racine $\frac{317460}{2704}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis : ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques, desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels que du quarré de chascun soubstraict son nombre suivant, les restes soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soyent 4① | 52②
Or puis que du quarré du premier nombre requis, soubstraict le second, la reste doibt estre quarré selon la question, s'ensuit qu'il nous faut trouver un quarré, duquel soubstraict 4②, la reste soit tel quarré. Prenons deux nombres desquels le produict soit 4①, soyent 2 & 2①, leur somme est 2① + 2, la moitie (car de son quarré soubstraict 4①, restera quarré selon la question, par le theoreme de la 36 question du 2 livre) pour le premier nombre requis est 1① + 1 | 13② + 1
Reste maintenant de trouver le troisiesme nombre tel, que soubstraict du quarré du second, la reste soit semblable quarré, le mesme sera trouvé, quand du quarré de 4①, qui est 16②, on soubstraict quelque autre quarré. Posons doncques quelque convenable racine comme 4① — 1, son quarré 16② — 8① + 1, qui soubstraict de 16②, reste pour le troisiesme nombre requis 8① — 1 | 104② — 1
Somme des trois nombres 13① | 169②
Egale a quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 13①, son quarré 169② | 169②

Or 13① vallans 169②, la 1① vaudra 13②, laquelle valeur de 1① ainsi cognue, seront semblablement cognuz (à sçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par lesquels nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre ci dessus 1① + 1 (veu que 1① vaut 13②) vaudra 13② + 1 | $\frac{170989}{10816}$
Et pour mesme raison, le second nombre qui dessus est 4①, vaudra 52② | $\frac{640692}{10816}$
Et le troisiesme nombre vaudra 104② — 1 | $\frac{1270568}{10816}$
Somme des trois nombres 169② | $\frac{2082249}{10816}$
Et ainsi est satisfaict à trois poincts du requis, sans toutesfois que la requise valeur de 1① soit cognue. Reste maintenant le quatriesme poinct qui est, que du quarré du troisiesme nombre soubstraict le premier, la reste soit quarré selon la question. Or le quarré du troisiesme nombre est 10816④ — 208② + 1, du mesme soubstraict le premier nombre, qui est 13② + 1, reste 10816④ — 221② qui sont en inferiures quantitez de mesme raison 10816② — 221 | $\frac{130873600}{10816}$
Egales a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 104① — 1, son quarré 10816② — 208① + 1 | $\frac{130873600}{10816}$

Lesquels reduicts 208① seront egales a 222, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{111}{104}$.

Je di, que $\frac{170989}{10816}$, $\frac{640692}{10816}$, $\frac{1270568}{10816}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres est quarré $\frac{2082249}{10816}$, sa racine $\frac{1443}{104}$. Item le quarré du premier nombre est $\frac{29237238121}{116985856}$, du mesme soubstraict le second nombre $\frac{640692}{10816}$, reste quarré $\frac{22307513449}{116985856}$, sa racine $\frac{149357}{10816}$. Item le quarré du second nombre $\frac{640692}{10816}$, est $\frac{410486238864}{116985856}$, du mesme soubstraict le troisiesme nombre $\frac{1270568}{10816}$, reste quarré $\frac{396743775376}{116985856}$, sa racine $\frac{629876}{10816}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{1270568}{10816}$, est $\frac{1614343042624}{116985856}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{170989}{10816}$, reste quarré $\frac{1612493625600}{116985856}$, sa racine $\frac{1269840}{10816}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du premier ajousté au second, la somme soit cube à sa racine commensurable : Item le quarré du second nombre ajousté au premier, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1①
Son cube 1③
Le second nombre (à fin que le cube du premier ajousté au second nombre, soit cube selon la question) soit —1③ + 8
Le quarré du second nombre 1⑥ — 16③ + 64
Auquel ajousté le premier nombre, faict 1⑥ — 16③ + 1① + 64
Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 1③ + 8, son quarré 1⑥ + 16③ + 64

Lesquels reduicts 32② seront egales à 1, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\sqrt{\frac{1}{32}}$. Or si la mesme racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne ; Mais elle ne l'est pas ; il faut doncques proceder d'autre sorte, car le cube 8 posé ci dessus à la volée, il le faudra poser par cartaine condition comme s'ensuit : Il appert que ces 32 nous viennent de deux fois 16, procedant chascune de double multiplication de 8 par 1 ; Et par consequent lesdicts 32 procedent aussi de quadruple position de 8 : D'ou il est manifeste qu'il nous faut trouver un nombre cubique au lieu de 8, tel que son quadruple soit quarré à sa racine commensurable.

Posons que tel nombre soit 1③ | 64
Son quadruple 4③ | 256
Egal a quelque convenable quarré soit 16② | 256

Lesquels reduicts 4① seront egales a 16, & par le 67 probleme, 1① vaudra 4. Et le nombre requis (au lieu de 8, de la precedente operation) sera 64. Car c'est cube selon le requis, & son quadruple 256 est quarré selon le requis ; nous en ferons doncques autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre	1①	$\frac{1}{16}$
Son cube	1③	$\frac{1}{4096}$
Le ſecond nombre (à fin que le cube du premier, ajouſté au ſecond, face cube ſelon la queſtion) ſoit	— 1③ + 64	$\frac{262143}{4096}$
Son quarré	1⑨ — 128③ + 4096	$\frac{68718952449}{16777216}$
Auquel ajouſté le premier nombre, faict	1⑨ — 128③ + 1① + 4096	$\frac{68720001025}{16777216}$
Egal a quelque quarré. que l'on fingera tel, qu'il y ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 1③ + 64, ſon quarré	1⑨ + 128③ + 4096	$\frac{68720001025}{16777216}$

Leſquels reduicts 256② ſeront egales a 1, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\frac{1}{16}$.

Je di, que $\frac{1}{16}$ & $\frac{262143}{4096}$, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le cube du premier nombre $\frac{1}{16}$ eſt $\frac{1}{4096}$, qui ajouſté au ſecond nombre $\frac{262143}{4096}$, faict cube $\frac{262144}{4096}$, ſa racine $\frac{64}{16}$, Item le quarré du ſecond nombre $\frac{262143}{4096}$, eſt $\frac{68718952449}{16777216}$, qui ajouſté au premier nombre $\frac{1}{16}$, faict quarre $\frac{68720001025}{16777216}$, ſa racine $\frac{262145}{4096}$. Ce ſont doncques cube & quarré, a leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XX.

TRouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de 1① poſant nombre Arithmetique quelconque, nous aions trois nombres tels, qu'au produict de chaſques deux ajouſté 1, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le produict du premier & ſecond nombre requis, le quarré de ① quelconque plus 1, comme 1① + 1, qui eſt 1② + 2① + 1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict — 1② + 2①

Et ſoit le ſecond nombre requis — 1①

Ergo le premier nombre (puis que leur produict eſt 1② + 2①) ſera — 1① + 2

Et de meſme ſorte nous trouverons le troiſieſme nombre requis, poſant pour le produict du ſecond & troiſieſme nombre le quarré de ① quelconques plus 1, comme de 3① + 1 qui eſt 9② + 6① + 1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra, que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict — 9② + 6①

Mais le ſecond eſt 1①; Ergo le troiſieſme (puis que le produict du ſecond & troiſieſme eſt 9② + 6①) ſera — 9① + 6

Reſte maintenant que le produict du troiſieſme & premier + 1, ſoit quarré ſelon la queſtion, mais le produict du troiſieſme nombre 9① + 6, & du premier 1① + 2, eſt 9② + 24① + 12, au meſme ajouſté 1, faict — 9② + 24① + 13

Or ſi le meſme nombre euſt racine ſelon la queſtion, le requis ſeroit trouvé, mais il ne l'a point, il faut doncques proceder d'autre ſorte. Il appert, que ſi le double du produict de la racine de 9, par la racine de 13, fuſt egal au moyen 24 (car alors ledict nombre auroit racine ſelon la queſtion) nous aurions le requis. Il appert auſſi que le 13 doibt eſtre quarré à ſa racine commenſurable, pour lequel trouver, il faut conſiderer d'ou procede tel 13, à ſçavoir de la multiplication de 2 par 6 & plus 1. Item que le 2 procede de deux fois multiplié 1 par 1. Item que le 6 procede de deux fois multiplié 3 par 1. Ergo le 13 procede du quadruple de 3 (à ſçavoir des 3① au quatrieſme en l'ordre) il nous faudra doncques au lieu deſdicts 3①, trouver tel nombre, qui avec ſon quadruple plus 1, face quarré ſelon la queſtion. Prenons deux nombres deſquels la difference 1①, comme 1① + 1, & 2① + 1, leur produict 2② + 3① + 1, ſon quadruple 8② + 12① + 4, difference de deux nombres 1①, ſon quarré 1② ajouſté audict quadruple, faict par le ſuyvant theoreme, quarré ſelon la queſtion 9② + 12① + 4, car ſa racine eſt 3① + 2. Doncques il nous faudra au lieu de 3① + 1 quatrieſme en l'ordre, prendre 2① + 1, & ſelon les meſmes nous commencerons autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le produict du premier & ſecond nombre requis, le quarré de ① quelconques plus 1, comme 1① + 1, qui eſt 1② + 2① + 1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict — 1② + 2①

Soit le ſecond nombre requis — 1①

Ergo le premier nombre (puis que leur produict eſt 1② + 2①) ſera — 1① + 2

Et de meſme ſorte nous trouverons le troiſieſme nombre requis, poſant pour le produict du ſecond & troiſieſme nombre (non pas ① quelconques comme en la precedente operation; mais comme deſſus dict eſt, nombre tel, que ſa difference à la premiere poſition 1① + 1, ſoit 1①) pour les raiſons que deſſus, le quarré de 2① + 1, qui eſt 4② + 4① + 1, du meſme ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict — 4② + 4①

Mais le ſecond nombre eſt 1①, ergo le troiſieſme (puis que le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4② + 4①) ſera — 4① + 4

Le produict du troiſieſme nombre 4① + 4, & du premier 1① + 2, eſt 4② + 12① + 8, au meſme ajouſté 1, faict quarré ſelon la queſtion (car ſa racine eſt 2① + 3) — 4② + 12① + 9

Lequel eſtant tel quarré il ne requiert point d'egaleté.

Ie di, que la valeur de 1① eſt nombre Arithmetique quelconque ſelon le requis. *Demonſtration.* La valeur de 1① ſoit 2; Ergo le premier nombre 4, le ſecond 2, le troiſieſme 12. Mais que les meſmes ſatisfont au requis, ſe demonſtre ainſi: Le produict de 4 & 2, eſt 8, plus 1 faict quarré 9, ſa racine 3. Item le produict de 2 & 12 eſt 24, plus 1, faict quarré 25, ſa racine 5. Item le produict de 12 & 4, eſt 48, plus 1, faict quarré 49, ſa racine 7, ſelon le requis.

Autre demonſtration.

Soit maintenant de 1① la valeur 3. Ergo le premier nombre 5, le ſecond 3, le troiſieſme 16, mais que les meſmes ſatisfont auſſi au requis, ſe demonſtre ainſi: Le produict de 5 & 3 eſt 15, plus 1, faict quarré 16, ſa racine 4. Item le produict de 3 & 16 eſt 48, plus 1, faict quarré 49, ſa racine 7. Item le produict de 16 & 5, eſt 80, plus 1, faict quarré 81, ſa racine 9. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour la valeur de 1①) quelconque.

THEO-

THEOREME.

AV quadruple du produict de deux nombres Arithmetiques, adjousté le quarré de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres 2 & 5. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 5, est 10, son quadruple 40, leur difference 3, son quarré 9, aiousté à 40, faict quarré 49, à sa racine 7 commensurable. D'ou s'ensuit que si l'on pose les deux nombres differens en unité, que l'on trouvera un nombre, qui avec son quadruple plus 1, fera quarré comme estoit requis à la construction de la precedente 20 question. Soyent par exemple deux nombres desquels la difference est 1, comme 2 & 3, leur produict est 6, son quadruple 24, leur difference 1, son quarré 1, aiousté à 24, faict quarré selon le theoreme 25. *Conclusion.* Si doncques au quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXI.

TRouvons quatre nombres Arithmetiques tels, qu'au produict de chasques deux, aiousté 1, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

On trouvera les trois nombres par la precedente 20 question, qui est pour le premier	1①	$\frac{1}{16}$
Et le second	1① + 2	$\frac{33}{16}$
Et le troisiesme	4① + 4	$\frac{68}{16}$
Or il faut que le produict du quatriesme & premier plus 1, soit quarré selon la question; On posera doncques pour la racine de tel quarré, des ① quelconque plus 1, soit 3① + 1, son quarré 9② + 6① + 1; du mesme soubstraict 1 (car ainsi adviendra, que luy ajoustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict	9② + 6①	$\frac{105}{256}$
Mais le premier nombre est 1①, Ergo le quatriesme (puis que tel produict de quatriesme & premier nombre est 9② + 6①) sera	9① + 6	$\frac{105}{16}$
Reste maintenant que le produict du quatriesme & second plus 1, soit quarré selon la question, mais tel produict est 9② + 24① + 12, auquel aiousté 1, faict	9② + 24① + 13	$\frac{3721}{256}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 3① — 4, son quarré	9② — 24① + 16	$\frac{3721}{256}$

Lesquels reduicts, 48① seront egales à 3, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{1}{16}$.

Je di, que $\frac{1}{16}$ $\frac{33}{16}$ $\frac{68}{16}$ $\frac{105}{16}$ sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{33}{16}$, est $\frac{33}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{289}{256}$, sa racine $\frac{17}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{68}{16}$, est $\frac{68}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{324}{256}$, sa racine $\frac{18}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{105}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{361}{256}$, sa racine $\frac{19}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{68}{16}$ est $\frac{2244}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{2500}{256}$, sa racine $\frac{50}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{3465}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{3721}{256}$, sa racine $\frac{61}{16}$. Item le produict de $\frac{68}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{7140}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{7396}{256}$, sa racine $\frac{86}{16}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques proportionaux tels, que la difference de chasques deux soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①
Et le second nombre (à fin qu'il excede au premier en quarré selon la question) soit	1① + 4
Et le troisiesme (à fin qu'il excede au second en quarré selon la question) soit	1① + 13

Or la difference du troisiesme & premier, est 13, laquelle doibt estre quarré selon la question, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que 13 est nombre composé de deux quarrez 9 & 4, parquoy il nous faut trouver deux tels quarrez, desquels la somme soit semblable quarré. Soyent 9 & 16, leur somme est quarré 25 à sa racine commensurable. Et par les mesmes nous ferons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	1①	$\frac{81}{7}$
Le second nombre	1① + 9	$\frac{144}{7}$
Le troisiesme nombre	1① + 25	$\frac{256}{7}$
Or de ces trois nombres chasques deux sont different en quarré selon la question, Reste maintenant qu'ils soyent aussi proportionels, mais de trois nombres proportionels le produict des extremes est egal au quarré du moyen, doncques le produict des extremes 1① & 1① + 25 qui est	1② + 25①	$\frac{20736}{49}$
Est egal au quarré du moyen 1① + 9, qui est	1② + 18① + 81	$\frac{20736}{49}$

Lesquels reduicts, 7① seront egales à 81, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{81}{7}$.

Je di, que $\frac{81}{7}$ $\frac{144}{7}$ $\frac{256}{7}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Comme $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$, ainsi $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$; ergo ils sont proportionaux. Item la difference de $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$ est quarré 9, sa racine 3, Item la difference de $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$, est quarré 16, sa racine 4. Item la difference de $\frac{256}{7}$ à $\frac{81}{7}$, est 25, sa racine 5; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels; que chasque nombre aiousté au solide desdictes trois nombres la somme soit quarré à sa racine commensurable.

NOTA. Nombre solide de trois nombres, est le produict des deux multiplié par le troisiesme, comme de 3. 4. 5. le solide est 60, par ce que 3 fois 4 faict 12, le mesme multiplié par 5 faict nombre solide 60. Qui est appellé solide, parce que le solide rectangle duquel la hauteur 3, largeur 4, longueur 5, aura grandeur 60.

CONSTRVCTION.

Soit le solide des trois nombres	1② + 2①
Et le premier nombre (à fin qu'aiousté 1 au solide, face quarré selon le requis) soit	1
Et pour avoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide 1② + 2① de quelque quarré, soit duquel la racine 1① + 3,	

son

son quarré 1②+6①+9, du mesme soubstraict ledict solide, reste pour le second nombre requis 4①+9

Or pour avoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second nombre, qui est 4①+9, par lequel divisé ledict solide, donne quotient pour le troisiesme nombre requis $\frac{1②+2①}{4①+9}$ (car, par exemple, divise un solide 24 procedant de 2.3.4, par le produict de quelques deux nombres, comme de 2 & 3, qui est 6, le quotient 4 est necessairement le troisiesme nombre 3; Et le mesme s'entendra en nombres algebraiques) Mais tel quotient aura valeur au respect des autres nombres qui ne sera point nombre Arithmetique. Il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert qu'au lieu des 4①+9 il nous faut trouver tel nombre de mesme qualité, ainsi que par le mesme divisé 1②+2①, le quotient soit quelque ①, desquelles la valeur soit nombre Arithmetique. Veu doncques qu'il faut diviser le solide 1②+2①, par le scond nombre qui en la precedente operation est 4① 9, il est notoire que pour avoir le quotient de quelques ①, qu'il faut que le 1 (de 1②) au 4 (des 4①) aye telle raison, comme le 2 (des 2①) au 9 (car autrement il seroit impossible de parvenir à telle division) Il appert aussi par alterne raison, que comme 1 à 2, ainsi faudroit estre 4 à 9; Mais 1 est la moitie de 2, ergo le nombre qui viendra au lieu de 4, faut estre la moitie du nombre qui viendra au lieu du 9. Item le nombre qui viendra au lieu de 9, est necessairement quarré à sa racine commensurable; Ergo au lieu de 4 & 9, il nous faut trouver deux nombres tels, que l'un soit quarré comme dict est, & l'autre sa moitie, & encore procedans d'antecedens nombres qualifiez comme les antecedens, desquels procedent les 4 & 9; Mais qu'elles sont les qualitez de ces antecedens, c'est que l'un procede du double de quelque certain nombre moins 2 (car 4 procede du double de 3 moins 2) l'autre du quarré d'icelui certain nombre (car 9 procede du quarré desdicts 3.) Il nous faut doncques (au lieu de 3) trouver un nombre tel, que de son double soubstraict 2, la reste soit la motie du quarré d'iceluy nombre.

Soit le nombre requis 1①

Son double moins 2 est 2①—2

Egal a la moitie du quarré du nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$②

Lesquels reduicts, 1② sera egale à 4①—4, & par le 68 probleme, 1① (pour le nombre requis au lieu de 3) vaudra 2, car son double moins 2, est la moitie du quarré du nombre requis 2, doncques au lieu ou nous avons ci dessus mis 3, il faudra mettre 2, ceste à dire au lieu des 3① au troisiesme en l'ordre, il faudra mettre 2①; Et nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte.

Soit le solide des trois nombres 1②+2①

Et le premier nombre (à fin qu'ajousté au solide face quarré selon la question) soit 1

Et pour avoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide 1②+2①, non pas d'un quarré duquel la racine 1①+3 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus, du quarré de 1①+2, qui est de 1②+4①+4, reste pour second nombre requis 2①+4

Or pour avoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second 2①+4, qui est 2①+4, par lequel divisé le solide, donne quotient pour le troisiesme nombre $\frac{1}{2}$①

La somme du solide & troisiesme nombre, est 1②+2$\frac{1}{2}$①

Egale a quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2①, son quarre 4②

Lesquels reduicts 3① seront egales à 2$\frac{1}{2}$; & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{5}{6}$.

Je di, que 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration*: Le solide des trois nombres 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, est $\frac{340}{144}$, au mesme aiousté le premier nombre 1, faict quarré $\frac{484}{144}$, sa racine $\frac{22}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aiousté le second nombre $\frac{68}{12}$, faict quarré $\frac{1156}{144}$, sa racine $\frac{34}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aiousté le troisiesme nombre $\frac{5}{12}$ faict quarré $\frac{400}{144}$, sa racine $\frac{20}{12}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict du solide desdictes trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{17}{8}$

Et le solide des trois nombres (à fin que du mesme soubstraict le premier, la reste soit quarré selon la question) soit 1②+1① | $\frac{425}{64}$

Or pour trouver le produict du second & troisiesme nombre, nous diviserons le solide par le premier nombre (car par exemple, le solide 24 procedant de 2.3.4, divisé par le premier 2, le quotient 12 est necessairement produict des deux autres, àsçavoir de 3 & 4, le mesme s'entendra en nombres Algebraiques) donne quotient pour ledict produict du second & troisiesme 1①+1 | $\frac{25}{8}$

Soit le second nombre requis 1 | 1

Ergo le troisiesme (puis que le produict du troisiesme & second est 1①+1) sera 1①+1 | $\frac{25}{8}$

Reste maintenant que du solide soubstraict le second nombre, puis le troisiesme, les restes soyent quarrez selon la question. Mais soubstraict le second nombre 1 du solide 1②+1①, reste 1②+1①+1 | $\frac{361}{64}$

Item soubstraict le troisiesme 1①+1, dudict solide, reste 1②—1 | $\frac{225}{64}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le sixiesme & septiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 2① & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1①, est egal à la difference du sixiesme au septiesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre nombre 1②—1, est (par la note de la 12 question du 2 livre) 1②—$\frac{1}{2}$①+$\frac{1}{16}$ | $\frac{225}{64}$

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$① sera egale à $\frac{17}{16}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{17}{8}$.

Je di, que $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le solide des trois nombres $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$, est $\frac{425}{64}$, duquel soubstraict le premier nombre $\frac{17}{8}$, reste quarré $\frac{289}{64}$, sa racine $\frac{17}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le second nombre 1, reste quarré $\frac{361}{64}$, sa racine $\frac{19}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le troisiesme nombre $\frac{25}{8}$, reste quarré $\frac{225}{64}$, sa racine $\frac{15}{8}$. Ce sont

doncques

donceques quarrez à leurs racines commenſurables; ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXV.

Partons 6 en deux parties telles, que leur produict ſoit cube à ſa racine commenſurable, & luy defaillant ſa racine.

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie	1①
Ergo la ſeconde partie	—1① + 6
Leur produict	—1② — 6①
Egal à quelque cube luy defaillant ſa racine; fingeons la racine du cube quelques ① moins 1, ſoit 2 ① — 1	
Son cube	8③ — 12② + 6① — 1
Du meſme ſoubſtraict ſa racine, reſte pour le cube luy deffaillant ſa racine	8③ — 12② + 4①
Egal au produict des deux nombres requis troiſieſme en l'ordre, qui eſt	—1② + 6①

Leſquels reduicts 8 ② ſeront egales à 11 ① + 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra $\surd\ \frac{185}{259} — \frac{11}{16}$. Or ſi la meſme valeur de 1 ① fuſt à ſon quarré commenſurable, nous aurions le requis, mais elle ne l'eſt pas, il faut donceques proceder d'autre ſorte. Il appert que ſi aux termes reduicts, n'y euſt point venu des ①, mais que l'egaleté s'euſt rencontré ſeulement entre ① & ⓪, nous aurions le requis; Or pour l'avoir ainſi, il faut conſiderer d'ou precedent les 4 ① ſixieſme en l'ordre, & appert que du triple de 2 ① quatrieſme en l'ordre, moins les meſmes deux primes: Ergo elles procedent du double de 2 ① quatrieſme en l'ordre; Il faut donceques trouver une multitude de ① (au lieu deſdictes 2 ①) de laquelle le double (veu qu'elles s'egalent à 6 ① troiſieſme en l'ordre) ſoit 6 ①; La meſme ſera 3 ①, ergo au lieu de 2 ①, quatrieſme en l'ordre, il faudra mettre 3 ①, & nous ferons par les meſmes autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit la premiere partie	1①	$\frac{26}{27}$
Ergo la ſeconde partie	—1① + 6	$\frac{136}{27}$
Leur produict	—1② + 6①	$\frac{3536}{729}$
Egal a quelque cube auquel deffaut ſa racine, fingeons la meſme non pas 2 ① — 1 comme à la premiere operation, mais pour les raiſons que deſſus	3① — 1	$\frac{51}{27}$
Son cube	27③ — 27② + 9① — 1	$\frac{132651}{19683}$
Du meſme ſoubſtraict ſa racine, reſte pour le cube luy deffaillant ſa racine	27③ — 27② + 6①	$\frac{3536}{729}$
Egal au produict des deux nombres requis troiſieſme en l'ordre, qui eſt	—1② + 6①	$\frac{3536}{729}$

Leſquels reduicts 27 ① ſeront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{26}{27}$.

Je di, que $\frac{26}{27}$. $\frac{136}{27}$ ſont les deux nombres; item que $\frac{132651}{19683}$ eſt le cube requis. *Demonſtration*. Que les deux nombres $\frac{26}{27}$. $\frac{136}{27}$, ſont les deux parties integrantes de 6, eſt notoire. Item leur produict eſt $\frac{3536}{729}$, qui eſt cube $\frac{132651}{19683}$, luy deffaillant ſa racine $\frac{51}{27}$, Car ſoubſtrayant racine $\frac{51}{27}$, de cube $\frac{132651}{19683}$, reſte comme deſſus $\frac{3536}{729}$, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVI. A. GIR.

Partons 4 en trois nombres tellement que leur ſolide ſoit cube, dont la racine ſoit egale à la ſomme de leur trois intervalles.

CONSTRVCTION.

Soyent iceux entendus eſtre diſpoſez par ordre, aſſavoir aux extremitez le maieur & le mineur; & ſoit le ſolide de trois parties (pource que ce doit eſtre un cube)	8③
Son coſté	2①
Egal aux trois Intervales; Or pource que quand trois nombres ſont diſpoſez de tel ordre, les trois Intervales ſont enſemble double à l'Intervale des extremes, donc la moitié de 2 ① qui eſt 1 ①, ſera l'Interval des extremes, ſoit donc le moindre extreme, quelque nombre algebraique	2①
Ergo le maieur extreme	3①

Et le moyen, (afin que leur ſolide ſoit 8 ③) ſera 1 $\frac{1}{3}$ ①, que s'il euſt eſte plus grand que 2 ①, la queſtion ſeroit ſoudée; or il vient de la diviſion de 8 par le produict de 2 & 3 (qui devoyent differer de l'unite); parquoy nous en ſommes revenus là qu'il faut trouver deux nombres (au lieu des 2.3.) differens de l'unité, telz que leur produict diviſant 8, le quotient ſoit entre iceux aſſavoir majeur au moindre, & moindre au majeur. A ceſte fin ſoit 1 ① le mineur, ergo le maieur 1 ① + 1. que ſi on diviſe 8 par leur produicts 1 ② + 1 ①, viendra le moyen $\frac{8}{1(2)+1(1)}$ qui doit eſtre entre 1 ① & 1 ① + 1 & doit exceder 1 ①, mais l'exces doit eſtre moindre que l'unité, que ſi on luy adjouſte l'unité il ſera maieur à 1 ① + 1; ſoit à iceluy donc adjouſté l'unité, & les deux mis en denomination de 1 ② + 1 ①, alors 1 ② + 1 ① + 8 ſera maieur à 1 ③ + 2 ② + 1 ①, & reduicts 8 ſera maieur à 1 ③ + 1 ② (formons un cube quadrinome algebraique ayant 1 ③ + 1 ②, iceluy aura ſon coſté 1 ① + $\frac{1}{3}$) mais le cube de 1 ① + $\frac{1}{3}$ eſt auſſi maieur à 1 ③ + 1 ②; & ſi on veut egaler 8 au cube de 1 ① + $\frac{1}{3}$, les coſtez ſeront egaux, aſſavoir 2 à 1 ① + $\frac{1}{3}$, & 1 ① vaudra $\frac{5}{3}$. parquoy les trois nombres ſeront $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{8}{3}$, lequels multipliez par 15 (quand il licite comme icy, pour eviter les fractions) viendra 25, 27, 40; qui ſont trois nombres dont leur ſolide eſt cube ayant ſa racine egale aux trois intervales d'iceux, que ſi leur ſomme eſtoit 4, la queſtion ſeroit reſoute; il faut donc diviſer 4 en trois nombres proportionnaux aux meſmes, ce qui eſt tresfacil, voire meſme ſans algebre par le 15 probleme, & ſeront iceux $\frac{25}{23}$, $\frac{27}{23}$, $\frac{40}{23}$. dont la preuve eſt manifeſte, qu'ils ſont les parties de 4, & que leur ſolide eſt cube, ayant ſa racine egale aux trois Intervales d'iceux ſelon le requis, ce qu'il falloit faire.

QVESTION XXVII.

Trouvons deux nombres tels, que chaſcun ajouſté à leur produict, la ſomme ſoit cube à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre de quelques ① telles que ſon nombre de multitude ſoit cube à ſa racine commenſurable ſoit	8①	$\frac{112}{13}$
Le ſecond nombre ſera tel, que multiplié par le premier, & au produict ajouſté le premier, la ſomme ſoit cube ſelon la queſtion ſoit	1② — 1	$\frac{27}{169}$
Leur produict	8③ — 8①	$\frac{3024}{2197}$
Au meſme ajouſté le ſecond nombre, faict	8③ + 1② — 8① — 1	$\frac{3375}{2197}$
Egal a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 2 ① — 1, ſon cube	8③ — 12② + 6① — 1	$\frac{3375}{2197}$

Leſquels

Lesquels reduicts 13 ① seront egales a 14, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{14}{13}$.

Je di, que $\frac{112}{13}$ $\frac{27}{169}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{112}{13}$ & $\frac{27}{169}$, est $\frac{3024}{2197}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{112}{13}$ faict cube $\frac{21952}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Item audict produict $\frac{3024}{2197}$, ajousté $\frac{27}{161}$, la somme est cube $\frac{3357}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$; Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVIII.

Trouvons deux nombres tels, que chascun soubstraict de leur produict, la reste soit cube à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre quelques ① telles, que leur nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable & plus 1, soit	8 ① + 1	$\frac{125}{13}$
Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produict soubstraict le second, la reste soit cube selon la question, soit tel second nombre	1 ②	$\frac{196}{169}$
Leur produict	8 ③ + 1 ②	$\frac{24500}{2197}$
Du mesme soubstraict le premier, reste	8 ③ + 1 ② − 8 ① − 1	$\frac{3375}{2197}$
Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① − 1, son cube	8 ③ − 12 ② + 6 ① − 1	$\frac{3375}{2197}$

Lesquels reduicts 13 ① seront egales a 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{14}{13}$.

Je di, que $\frac{125}{13}$ $\frac{196}{169}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{125}{13}$ & $\frac{196}{169}$ est $\frac{24500}{2197}$, duquel soubstraict le premier $\frac{125}{13}$, reste cube $\frac{3375}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$. Item du mesme produict $\frac{24500}{2197}$, soubstraict le second nombre $\frac{196}{169}$, reste cube $\frac{21952}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIX.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'ajoustez à leur produict, puis soubstraict de leur produict, somme & reste soyent cubes à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le cube procedant des deux nombres ajoustez à leur produict,	64
Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit	8
Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres, par le suivant theoreme, est 56, sa moitie pour la somme des deux nombres requis est	28
Or parce que le produict ajousté aux deux nombres faict 64, s'ensuit (car soubstraict 28 de 64 reste 36) que leur produict est	36

Reste doncques de trouver deux nombres tels, que leur somme soit 28, & leur produict 36; les mesmes se trouvent par la 30 question du premier livre, toutesfois à cause des nombres qui se rencontrent en l'operation, nous mettrons leur construction autrefois en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	1 ① + 14
Ergo le moindre	− 1 ① + 14
Leur produict	− 1 ② + 196
Egal au produict donné	36

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 160, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra √ 160. Et les nombres cherchez seront 14 + √ 160, & 14 − √ 160. Or si ces deux nombres fussent Arithmetiques, nous aurions le requis; mais ils ne sont pas, dont est la cause, que le 160 n'est point quarré à sa racine commensurable. Il faut doncques considerer d'ou procedent ces nombres, à fin que nous trouvions autres semblables, qui au lieu de 160 donnent quarré comme dict est. Premierement la difference de 160, & 196, est 36, & les 196 sont le quarré de 14, qui est la moitie de 28, qui est la moitie de 56; Doncques 196 est le quarré du quart de 56; Mais 56 est la difference des deux cubes 64 & 8. Item 36 est la moitie de la somme des mesmes cubes; Il appert donc, qu'au lieu de 64 & 8, il nous faut trouver deux autres semblables cubes tels, que du quarré du quart de leur difference, soubstraict la moitie de la somme des cubes, la reste soit quarré à sa racine commensurable, pour lesquels trouver:

Soit la racine du maieur cube	1 ① + 1
Et la racine du moindre cube soit	1 ① − 1
Ergo le maieur cube	1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1
Et le moindre cube	1 ③ − 3 ② + 3 ① − 1
Leur difference 6 ② + 2, son quart	$\frac{3}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$
Son quarré	$\frac{9}{4}$ ④ + $\frac{3}{2}$ ② + $\frac{1}{4}$
Du mesme soubstraict la moitie de la somme des cubes, qui est 1 ③ + 3 ①, reste	$\frac{9}{4}$ ④ − 1 ③ + $\frac{3}{2}$ ② − 3 ① + $\frac{1}{4}$
Qui convertiz en entiers de mesme raison les multipliant par 4, faict	9 ④ − 4 ③ + 6 ② − 12 ① + 1
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 3 ② − 6 ① + 1, le quarré est	9 ④ − 36 ③ + 42 ② − 12 ① + 1

Lesquels reduicts 32 ① seront egales à 36, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{8}$. Ergo les deux cubes cherchez au lieu de 64 & 8, seront $\frac{4913}{512}$, & $\frac{1}{512}$, par lesquelles il nous faut commencer autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit le cube procedant des deux nombres aioustez à leur produict	$\frac{4913}{512}$
Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit	$\frac{1}{512}$
Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres par le theoreme suivant, est $\frac{4912}{512}$, sa moitie pour la somme des deux nombres requis	$\frac{2456}{512}$
Or parce que le produict aiousté aux deux nombres faict $\frac{4913}{512}$, s'ensuit (car soubstraict $\frac{2456}{512}$ de $\frac{4913}{512}$ reste $\frac{2457}{512}$) que leur produict sera	$\frac{2456}{512}$

Reste doncques de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que leur somme soit $\frac{2456}{512}$, & leur produict $\frac{2457}{512}$, en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	1 ① + $\frac{1228}{512}$	$\frac{1728}{512}$
Ergo le moindre nombre	− 1 ① + $\frac{1228}{512}$	$\frac{728}{512}$
Leur produict	− 1 ② + $\frac{1507984}{262144}$	$\frac{1257984}{262144}$
Egal au produict donné	$\frac{4257}{512}$	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à $\frac{250000}{262144}$, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{500}{512}$.

Je di, que $\frac{1728}{512}$ $\frac{728}{512}$ sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* Le produict de $\frac{1728}{512}$ & $\frac{728}{512}$, est $\frac{1257984}{262144}$, au mesmes aioustez lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est $\frac{2456}{512}$) faict cube $\frac{2515456}{262144}$, sa racine $\frac{136}{64}$. Item dudict produict $\frac{1257984}{262144}$, soubstraict ladicte somme des deux nombres $\frac{2456}{512}$, reste cube

cube $\frac{512}{262144}$, ſa racine $\frac{8}{64}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis ; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Deux nombres ajouſtez à leur produict, puis ſoubſtraicts de leur produict : La difference de ſomme & reſte ſera double aux deux nombres.

Explication du donné. Soyent deux nombres quelconques 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Les deux nombres 2 & 3, ajouſtez à leur produict 6, faict 11, & du meſme produict 6, ſoubſtraict leſdicts nombres 2 & 3, reſte 1. Or la difference de ſomme 11 & reſte 1, eſt 10, qui eſt double ſelon le theoreme, aux deux nombres 2 & 3. *Concluſion.* Deux nombres doncques ajouſtez, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXX.

Ceſte queſtion eſt la meſme que la 29 precedente, mais elle differe en l'operation qui ſera ici telle:

Constrvction.

Veu (par le ſuyvant theoreme) que le quarré à ſa racine commenſurable, diviſé en deux parties deſquelles l'une ſoit ſa racine, & au produict des deux parties aiouſtez les meſmes deux parties : la ſomme ſera cube ſelon la queſtion: Poſons le quarré de 1 ① qui eſt	1 ②	$\frac{256}{49}$
Et que l'une partie pour l'un nombre requis ſoit ſa racine	1 ①	$\frac{16}{7}$
Ergo l'autre partie pour l'autre nombre requis ſera	1 ② — 1 ①	$\frac{144}{49}$
Produict des deux parties	1 ③ — 1 ②	$\frac{2304}{343}$
Au meſme ajouſté les deux parties, faict cube	1 ③	$\frac{4096}{343}$
Et dudict produict 1 ③ — 1 ②, ſoubſtraict la ſomme des deux parties reſte	1 ③ — 2 ②	$\frac{512}{343}$
Egale a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $\frac{1}{2}$ ①, ſon cube	$\frac{1}{8}$ ③	$\frac{512}{343}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{8}$ ① ſeront egales a 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Ie di, que $\frac{16}{7}$ $\frac{144}{49}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{16}{7}$ & $\frac{144}{49}$, eſt $\frac{2304}{343}$, au meſmes ajouſté leſdicts deux nombres (deſquels deux nombres la ſomme eſt $\frac{256}{49}$) faict cube $\frac{4096}{343}$, ſa racine $\frac{16}{7}$. Item dudict produict $\frac{2304}{343}$, ſoubſtraict ladicte ſomme des deux nombres $\frac{256}{49}$, reſte cube $\frac{512}{343}$, ſa racine $\frac{8}{7}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis ; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Le quarré à ſa racine commenſurable diviſé en deux parties deſquelles l'une ſoit ſa racine, & au produict des deux parties ajouſté les meſmes deux parties : Donne pour ſomme un cube à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné quarré à ſa racine commenſurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le meſme 9 demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Les deux parties de 9, deſquelles l'une ſoit ſa racine, ſont 3 & 6, leur produict 18, au meſme ajouſté 3 & 6, font cube ſelon le theoreme 27, à ſa racine 3 commenſurable. *Concluſion.* Le quarré doncques à ſa racine commenſurable diviſé en deux parties, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXI.

Trouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & tels, qu'a leur ſomme ajouſté la ſomme de leurs racines, le tout ſoit 12.

Constrvction.

Les quatre quarrez que nous cherchons, avec leurs racines, font enſemble 12, & ſi nous ajouſtons au meſmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 13, qui (par le ſuivant theoreme) contiendront quatre quarrez ſelon la queſtion, & tels que de chaſcune de leurs racines ſoubſtraict $\frac{1}{2}$, reſteront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reſte doncques de partir 13 en quatre tels quarrez : Lequel ſe fera premierement en deux, ſoyent en 4 & 9, & puis chaſcun quarré (par la 8e queſtion du ſecond livre) en deux autres ; ceux de 4 ſoyent $\frac{64}{25}$ & $\frac{36}{25}$; Et de 9 ſoyent $\frac{144}{25}$ & $\frac{81}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez ſont $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{9}{5}$, puis de chaſcune deſdictes racines ſoubſtraict $\frac{1}{2}$, reſteront $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, deſquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, ſont $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$.

Demonſtration. Les racines des quatre quarrez $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$, ſont $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, leſquelles ajouſtées à leurs quarrez, font en ſomme 12, ſelon le requis ; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Au quarré à ſa racine commenſurable, ajouſté ſa racine plus $\frac{1}{4}$ faict ſemblable quarré : Et de ſa racine ſoubſtraict $\frac{1}{2}$ reſte racine du premier quarré.

Explication du donné. Soit le quarré à ſa racine commenſurable 4. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Au quarré 4, aiouſté ſa racine 2 plus $\frac{1}{4}$, faict quarré ſelon le theoreme 6 $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$, de laquelle ſoubſtraict $\frac{1}{2}$, reſte 2, qui eſt racine du premier quarré 4 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au quarré doncques à ſa racine commenſurable, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXII.

Trouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & tels que de leur ſomme ſoubſtraict la ſomme de leurs racines, la reſte ſoit 4.

Constrvction.

Les quatre quarrez que nous cherchons moins leurs racines font 4, & ſi nous aiouſtons au meſmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 5, qui (par le ſuivant theoreme) contiendront quatre quarrez ſelon la queſtion, & tels qu'a chaſcune de leurs racines aiouſté $\frac{1}{2}$, elles ſeront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reſte doncques de partir 5 en quatre tels quarrez : Lequel ſe fera premierement en deux quarrez comme 1 & 4, puis chaſcun quarré (par la 8 queſtion du ſecond livre) autre fois en deux ſemblables quarrez ; celles de 1 ſoyent $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$, & de 4 ſoyent $\frac{64}{25}$, $\frac{36}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez ſont $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$. Puis à chaſcune racine aiouſté $\frac{1}{2}$, font $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{27}{10}$. Deſquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, ſont $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$.

Demonſtration. Les racines des quatre quarrez $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$, ſont $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{17}{10}$, deſquelles la ſomme $\frac{62}{10}$ ſoubſtraicte de la ſomme des quarrez, qui eſt $\frac{1020}{100}$, reſte 4 ſelon le requis : ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

DV quarré à sa racine commensurable, soubstraict sa racine, & au reste aiousté $\frac{1}{4}$, faict semblable quarré. Et à sa racine aiousté $\frac{1}{2}$, la somme sera racine du premier quarré.

Explication du donné. Soit le quarré à sa racine commensurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Du quarré 9, soubstraict sa racine 3, reste 6, au mesme aiousté $\frac{1}{4}$, faict semblable quarré $6\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{5}{2}$, à laquelle aiousté $\frac{1}{2}$, faict 3, qui est racine du premier quarré 9 selon le theoreme. *Conclusion.* Du quarré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXXIII.

Partons 1 en deux parties telles, qu'a l'une aiousté 3, & à l'autre 5, le produict des sommes soit quarré à sa racine commensurable.

Construction.

Soit la premiere partie 1①
Ergo la seconde partie −1①+1
A la premiere partie aiousté 3, la somme est 1①+3
Et à la seconde partie aiousté 5, la somme est −1①+6
Produict des deux sommes −1②+3①+18
Egal à quelque quarré, soit duquel la racine 2①, son quarré 4②

Lesquels reduicts 1② sera egale à $\frac{3}{5}$①+$\frac{18}{5}$, dont l'invention de 1① selon le 68 probleme (laquelle invention nous mettrons icy au long; nous descrirons aussi nombres entiers & rompuz pour numerateurs des rompuz selon la maniere de Diophante, pour les raisons qui en apres apparoistront) est telle:

Le nombre des ① donnees $\frac{3}{5}$
Sa moitie $\frac{1\frac{1}{2}}{5}$
Son quarré $\frac{2\frac{1}{4}}{25}$
Le nombre Arithmetique donné $\frac{90}{25}$
Somme du troisiesme & quatriesme en l'ordre $\frac{92\frac{1}{4}}{25}$
Sa racine quarrée $\sqrt{\frac{92\frac{1}{4}}{25}}$
Somme du 2 & sixiesme en l'ordre $\sqrt{\frac{92\frac{1}{4}}{25}}+\frac{1\frac{1}{2}}{5}$

Or ceste valeur de 1① seroit la premiere partie requise, mais ce n'est point nombre Arithmetique selon la question, il faut doncques au lieu de 4② du quarré, trouver autre quarré tel, qu'en invention de la valeur de 1①, le nombre au lieu de $\frac{92\frac{1}{4}}{25}$ soit quarré à sa racine commensurable. Mais tel $92\frac{1}{4}$ (nous delaissons le nominateur 25 parce que c'est quarré selon le requis) procede de l'addition de 90 & $2\frac{1}{4}$, & les 90 procedent de la multiplicatiō de 18 par 5, & 5 procede du quarré 4 plus 1, il faut dōcques trouver autre semblable quarré & 1, tels que leur somme multipliée par 18, & au produict ajousté $2\frac{1}{4}$, la somme soit (au lieu de $92\frac{1}{4}$) semblable quarré.

Soit le mesme le quarré de 1① qui est 1②
Et plus 1, faict 1②+1
Multiplié par 18, faict 18②+18
Aux mesmes ajoustez $2\frac{1}{4}$, faict 18②+$20\frac{1}{4}$ qui sont en nombres entiers de mesme raison 72②+81
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete soit duquel la racine 8① +1, son quarré 64②+144①+81

Lesquels reduicts 8① seront egales à 144, & par le 67 probleme 1① vaudra 18, & 1② premier en l'ordre pour le quarré que nous cherchions, vaudra 324.

Il faut doncques au lieu de 4② en la construction, mettre 324② en ceste sorte:

Soit la premiere partie 1① | $\frac{6}{25}$
Ergo la seconde partie −1①+1 | $\frac{19}{25}$
Puis à la premiere partie ajousté 3, la somme est 1①+3 | $\frac{81}{25}$
Et à la seconde partie ajousté 5, la somme est −1①+6 | $\frac{144}{25}$
Produict des 2 sommes, est −1②+3①+18 | $\frac{11664}{625}$
Egal non pas à 4② comme dessus, mais pour les raisons susdictes, a 324② | $\frac{11664}{625}$

Lesquels reduicts, 1② sera egale à $\frac{3}{325}$①+$\frac{18}{325}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{6}{25}$.

Ie di, que $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Que $\frac{6}{25}$ & $\frac{19}{25}$ sont les deux parties integrãtes de 1, est manifeste. Item à $\frac{6}{25}$ ajousté 3 faict $\frac{81}{25}$. Puis ajousté 5, faict $\frac{144}{25}$, lesquels $\frac{81}{25}$ & $\frac{144}{25}$, multipliez donnent produict quarré $\frac{11664}{625}$, à sa racine $\frac{108}{25}$ commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXXIIII.

CEste question est la mesme que la precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

Construction.

Soit l'une partie 1① moins le nombre 3 qu'il luy faut aiouster, faict 1①−3 | $\frac{21}{41}$
Ergo la seconde partie sera −1①+4 | $\frac{20}{41}$
Puis ajousté 3 à la premiere partie donne somme 1① | $\frac{144}{41}$
Et aiousté 5 à la seconde partie, donne somme −1①+9 | $\frac{225}{41}$
Le produict des deux sommes est −1②+9① | $\frac{32400}{1681}$

Egal à quelque quarré, fingeons qu'il soit de 2①, qui est 4②; Lesquels reduicts 5① seront egales à 9, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{9}{5}$, & par consequent la premiere partie requise seroit $\frac{9}{5}$ moins 3, mais Diophante ne faict point de solution par −; Il appert doncques, que la valeur de 1① doibt estre maieure que 3 & moindre que 4; Il nous faudra doncques finger autre quarré que de 4②. Or pour le trouver, considerons d'ou nous procedent ces $\frac{9}{5}$; Et appert que de la division de 9 par 5, mais 5 procede du nombre quarré 4 plus 1, il nous faut doncques diviser 9 par semblable quarré +1, ainsi que le quotient soit maieur que 3, & moindre que 4. Or trouvons premierement quarré +1 qui donne precisement quotient 4, en ceste sorte: Si 9 divisé par quarré +1, donne quotient 3, c'est chose claire que le quarré +1 estoit 3, duquel soubstraict 1, reste quarré 2. Item si 9 divisé par quarré +1, donne quotient 4, c'est notoire que le quarré +1, estoit $2\frac{1}{4}$, duquel soubstraict 1, reste le quarré $1\frac{1}{4}$; il appert doncques que le quarré au lieu des 4② fingez, doibt estre moindre que 2, & maieur que $1\frac{1}{4}$. Mais pour facilement parvenir au mesmes nous convertirons les deux nombres 2 & $1\frac{1}{4}$ en autres rompuz ayans commun quarré, comme 64; Et 2 vaudra $\frac{128}{64}$, & $1\frac{1}{4}$ vaudra $\frac{80}{64}$. Puis prenons quelque tel quarré, moindre que

$\frac{128}{64}$, &

$\frac{128}{64}$, & maieur que $\frac{80}{64}$, comme $\frac{100}{64}$ qui vaut $\frac{25}{16}$, le meſme ſera le quarré que nous fingerons au lieu des ſuſdicts 4②. Nous dirons donc que leſdictes — 1② + 9①		
ſont egales a	$\frac{25}{16}$②	$\frac{32400}{1681}$

Leſquels reduicts $\frac{41}{16}$① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{144}{41}$.

Je di, que $\frac{21}{41}$ $\frac{20}{41}$ ſont les deux parties requiſes. *Demonſtration.* Que $\frac{21}{41}$ & $\frac{20}{41}$, ſont les deux parties integrantes de 1, eſt manifeſte. Item à $\frac{21}{41}$, aiouſté 3, faict $\frac{144}{41}$. Item à $\frac{20}{41}$ aiouſté 5, faict $\frac{225}{41}$, leſquels $\frac{144}{41}$ & $\frac{225}{41}$ multipliez, donnent produict quarré $\frac{32400}{1681}$, à ſa racine $\frac{180}{41}$ commenſurable, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXV.

Tranſlatée de mot à mot.

Partons le nombre donné en trois nombres, ainſi qu'au produict du premier & ſecond ou ajouſté ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré. Soit le nombre donné 6; Et poſons la troiſieſme partie 1 N; Et le ſecond d'unité davantage ſoit 2; Ergo le premier ſera 1 — 1 N; Reſte maintenant qu'au produict du ſecond & premier, ou ajouſté ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré. Et avient double egaleté, car 8 — 1 N, s'egalent à quarré, & 8 — 3 N, s'egalent à quarré: Mais il n'eſt point rationel, parce que la raiſon des nombres n'eſt point comme de quarré à quarré: mais le premier nombre eſt en unité moindre que le ſecond, & ſemblablement ſont trois nombres majeurs que le ſecond. La choſe donc eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver un nombre au ſecond tel, comme celuy qui l'excede en unité à unité nombre quarré, ſoit celuy qu'on requiert 1 N, & celuy qui luy eſt maieur en unité ſera 1 N + 1, & qui eſt en unité moindre 1 N — 1. Nous voulons que ces nombres aient la raiſon comme quarré à quarré, ſoit 54 à 1, comme 1 N — 1 à 4, font 4 N — 4, & 1 N + 1 à 1. Et ces nombres expoſez ſont entre eux en telle raiſon comme quarré à quarré. Or donc 4 N — 4, s'egale à 1 N + 1, faict 1 N 5. Je poſe donc le ſecond 5. Mais le troiſieſme eſt 1 N. Ergo le premier eſt 13 — 1 N: Reſte maintenant qu'au produict du premier & ſecond, ſi bien aiouſté comme ſoubſtraict le troiſieſme, face quarré: Mais le produict du premier & ſecond avec le troiſieſme eſt 65 — 2 N, egal à quarré. Et du meſme ſoubſtraict le troiſieſme 65 — 6* tous par 9, font 65 — 70 N egales à quarré: Et 65 — 24 N egales à quarré. Et multipliant egalement les nombres de l'un par 4, faict 260 — 24 N, egales à quarré: Et 65 — 24 N, egales à quarré. Or je prens leur intervalle 195; Et je poſe deux nombres deſquels le produict ſoit 195, qui ſont 13 & 15, la moitie de leur intervalle en ſoy, s'egale au moindre quarré, faict 1 N 8. Or venons aux poſez, le premier ſera 5, le ſecond 5, le troiſieſme 8; Et la demonſtration eſt manifeſte.

QVESTION XXXVI.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le ſecond donnant quelque ſa partie au premier, la ſomme ſoit en raiſon triple au reſte. Item donnant le premier ſemblable ſa partie au ſecond, la ſomme ſoit quincuple au reſte.

CONSTRVCTION.

Soit le ſecond nombre requis	1① + 1	$\frac{12}{7}$
Sa partie requiſe ſoit	1	1
Ergo le premier nombre (à fin que ſoubſtraict 1 du ſecond & aiouſté au premier, la ſomme ſoit triple au reſte) ſera	3① — 1	$\frac{8}{7}$
Reſte maintenant que donnant le premier nombre ſemblable ſa partie au ſecond, que la ſomme ſoit quincuple au reſte. Or par le ſuivant theoreme la ſomme de ceſte ſomme & reſte, eſt ſeſcuple au reſte; Mais la ſomme de ceſte ſomme & reſte (car elle eſt la meſme que la ſomme du premier & ſecond nombre) eſt 4①, ergo quelque nombre auquel de 4① obtient raiſon ſeſcuple, ſera la reſte qui demeure du premier, la meſme ſera	$\frac{2}{3}$①	$\frac{10}{21}$
Ergo la partie que le premier nombre donnera au ſecond (car ſoubſtraict $\frac{2}{3}$① du premier nombre il y reſtera autant) ſera	$\frac{7}{3}$① — 1	$\frac{2}{3}$
Reſte maintenant que les meſmes $\frac{7}{3}$① — 1, ſoyent telle partie du premier nombre 3① — 1, comme 1 du ſecond nombre 1① + 1. Il faut doncques qu'ils ſoyent proportionaux. Ergo le produict des extremes $\frac{7}{3}$ — 1, & 1① + 1, qui eſt	$\frac{7}{3}$② + $\frac{4}{3}$① — 1	$\frac{8}{7}$
Sera egal au produict des moyens 3① — 1 par 1 qui eſt	3① — 1	$\frac{8}{7}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{3}$① ſeront egales à $\frac{5}{3}$, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{5}{7}$.

Ie di, que $\frac{8}{7}$ $\frac{12}{7}$ ſont les deux nombres requis & que ſuperquinpartiente ſeptieſmes (c'eſt comme de $\frac{12}{7}$ à 1, ou comme de 12 à 7) eſt la raiſon requiſe de chaſque nombre à ſa partie qu'il donne à l'autre. *Demonſtration.* Donnant le ſecond nombre $\frac{12}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperquinpartiente ſeptieſmes, à ſçavoir 1, au premier nombre $\frac{8}{7}$, la ſomme $\frac{15}{7}$, ſera triple à la reſte $\frac{5}{7}$. Item donnant le premier nombre $\frac{8}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperpartient ſeptieſmes, à ſçavoir $\frac{2}{3}$, au ſecond nombre $\frac{12}{7}$, la ſomme $\frac{50}{21}$, ſera quincuple à la reſte $\frac{10}{21}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

Le nombre explicant la raiſon de la ſomme de deux nombres au moindre nombre, ſera d'unité maieur que le nombre explicant la raiſon du maieur au moindre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 15 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre 6 explicant la raiſon ſeſcuple de 18 (qui eſt la ſomme de 15 & 3) au moindre nombre 3, eſt d'unité maieur que le nombre 5 explicant la quincuple raiſon de 15 à 3 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Le nombre doncques explicant la raiſon, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXVII.

Trouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de 1① poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que leur produict avec leur ſomme ſoit 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①
Et le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique comme	3
Leur produict	3①
Somme du premier & ſecond nombre & de leur produict	4① + 3
Egal a	8

Leſquels reduicts 4① ſeront egales à 5, & par le 67 proleme 1① vaudra $\frac{5}{4}$, mais cecy ne ſatisfaict point au requis. Il faut doncques conſiderer, d'ou 1① vient à valoir $\frac{5}{4}$, & appert que pour la diviſion de 5 par 4; Mais le 5 eſt l'exces de 8 à 3, & 4 excede au ſecond

nombre

nombre 3 en 1; d'ou s'enſuit que le nombre qu'on poſera pour le ſecond, ſoubſtraict du nombre donné 8, & la reſte diviſé par nombre d'unité maieur que le ſecond, alors le quotient ſera le premier nombre.

Soit donc le ſecond nombre — 1 ① — 1
Lequel ſoubſtraict de 8, reſte — 1 ① + 9, laquelle diviſée par nombre d'unité maieur que le ſecond nombre, qui ſera par 1 ①, donne quotient pour le premier nombre requis — $\frac{-1\,(1)+9}{1\,(1)}$

Doncques le premier nombre ſera $\frac{-1\,(1)+9}{1\,(1)}$, & le ſecond 1 ① — 1, deſquels je di la valeur de 1 ① eſtre nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de 1 ① ſoit 2; ergo le premier nombre ſera $\frac{7}{2}$, & le ſecond ſera 1, leur produict $\frac{7}{2}$, auquel aiouſté la ſomme de $\frac{7}{2}$ & 1, faict 8, ſelon le requis.

Autre demonſtration. La valeur de 1 ①, ſoit maintenant $\frac{1}{2}$; Ergo le premier nombre ſera 17, & le ſecond $-\frac{1}{2}$, leur produict $-\frac{17}{2}$, au meſme aiouſté la ſomme de 17 & $-\frac{1}{2}$, faict comme deſſus 8. Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour la valeur de 1 ①) quelconque.

Qvestion XXXVIII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le produict du premier & ſecond avec leur ſomme ſoit 8; Et le produict du ſecond & troiſieſme avec leur ſomme ſoit 15; Et le produict du troiſieſme & premier avec leur ſomme ſoit 24.

Constrvction.

Poſons le premier & ſecond nombre requis par la doctrine de la precedente 37 queſtion (car ainſi ſera ſatisfaict à une partie du requis) donc le premier ſera — $\frac{-1\,(1)+9}{1\,(1)}$ | $\frac{11}{4}$
Et le ſecond ſera — 1 ① — 1 | $\frac{7}{5}$
Or puis que le produict & ſomme du ſecond & troiſieſme eſt 15, ergo par le ſuivant theoreme (car du produict du ſecond & troiſieſme avec leur ſomme, qui en tout eſt 15, ſoubſtraict le ſecond nombre 1 ① — 1, reſte — 1 ① + 16, qui diviſé par nombre d'unité maieur que ledict ſecond nombre, qui ſera par 1 ①, donne quotient $\frac{16-1\,(1)}{1\,(1)}$) le troiſieſme nombre ſera — $\frac{-1\,(1)\,4\,16}{1\,(1)}$ | $\frac{11}{3}$
Le produict du premier & troiſieſme nombre eſt $\frac{1\,(2)-25\,(2)+144}{1\,(2)}$, au meſme aiouſté la ſomme du premier & troiſieſme qui eſt $\frac{-2\,(2)+25\,(1)}{1\,(2)}$ faict — $\frac{-1\,(2)+144}{1\,(2)}$ | 24
Egal a — 24

Leſquels reduicts 25 ② ſeront egales à 144, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$.

Je di, que $\frac{11}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{17}{3}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict du premier $\frac{11}{4}$, & ſecond $\frac{7}{5}$, eſt $\frac{77}{20}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{11}{4}$, & $\frac{7}{5}$, qui eſt $\frac{83}{20}$, faict 8. Item le produict du ſecond $\frac{7}{5}$, & troiſieſme $\frac{17}{3}$, eſt $\frac{119}{13}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{7}{5}$ & $\frac{17}{3}$ qui eſt $\frac{106}{15}$, faict 15. Item le produict du troiſieſme $\frac{17}{3}$, & premier $\frac{11}{4}$, eſt $\frac{187}{12}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{17}{3}$ & $\frac{11}{4}$, qui eſt $\frac{10\,(1)}{(1)\,2}$; faict 24 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Quant à ce que Diophante dict, qu'il eſt neceſſaire que chaſcun des trois nombres requis ſoit d'unité moindre que quarré (car tels ſont les nombres 8. 15. 24) cela s'entend pour par ceſte operation en ſçavoir donner ſolution, comme appert en l'egaleté. Quant au reſte, il eſt par autre voye poſſible d'en donner ſolution par nombres quelconques. Par exemple; ſi les nombres requis au lieu de 8. 15. 24. fuſſent 14. 23. 39. nous pourrions dire, que la ſolution eſt 4. 2. 7. & ainſi d'infiniz autres. Et ſemblable avertiſſement ſe peut auſſi appliquer à la 40e queſtion ſuivante.

Thoreme.

Du produict de deux nombres avec leur ſomme, ſoubſtraict l'un nombre, & la reſte diviſe par nombre d'unité maieur que le nombre ſoubſtraict; donne pour produict l'autre nombre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 2 & 6. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 6 eſt 12, qui avec leur ſomme 8, faict 20, duquel ſoubſtraict l'un nombre 2, reſte 18; lequel diviſe par nombre d'unité maieur que 2, qui eſt par 3, donne quotient 6, qui eſt l'autre nombre ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXIX.

Trouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de 1 ① poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8.

Constrvction.

Soit le premier nombre — 1 ①
Le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique, comme — 3
Leur produict eſt 3 ①, duquel ſoubſtraict leur ſomme qui eſt 1 ① + 3, reſte — 2 ① — 3
Egal a — 8

Leſquels reduicts 2 ①, ſeront egales à 11, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{11}{2}$. Mais ceci ne ſatisfaict point au requis. Il nous faut doncques conſiderer d'où que 1 ① vient à valoir $\frac{11}{2}$, & appert que pour la diviſion de 11 par 2, mais 11 eſt la ſomme de 3 & 8, & 2 eſt unité moindre que le ſecond nombre 3. D'où s'enſuit, que poſant pour le ſecond nombre requis, nombre Arithmetique quelconque, & luy ajouſtant le nombre donné 8, & leur ſomme diviſée par nombre d'unité moindre que le ſecond, alors le quotient ſera le premier nombre.

Soit donc le ſecond nombre — 1 ① + 1
Lequel aiouſté à 8, faict 1 ① + 9, qui diviſé par nombre d'unité moindre que le ſecond nombre, qui ſera par 1 ①, donne quotient pour le premier nombre requis — $\frac{1\,(1)+9}{1\,(1)}$

Doncques le premier ſera $\frac{1\,(1)+9}{1\,(1)}$, & le ſecond 1 ① + 1, deſquels je di, que la valeur de 1 ① eſt nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de 1 ① ſoit 2. Ergo le premier nombre ſera $\frac{11}{2}$. Et le ſecond nombre ſera 3, leur produict $\frac{33}{2}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de $\frac{11}{2}$ & 3, qui eſt $\frac{17}{2}$, reſte 8, ſelon le requis.

Autre demonſtration. La valeur de 1 ① ſoit maintenant $\frac{1}{2}$. Ergo le premier nombre ſera 19, & le ſecond nombre ſera $\frac{3}{2}$, leur produict $\frac{57}{2}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de 19 & $\frac{3}{2}$, qui eſt $\frac{41}{2}$, reſte 8 ſelon le requis. Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour valeur de 1 ①) quelconque.

Qvestion XL.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du produict du premier & ſecond ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8; Et du produict du ſecond & troiſieſme ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 15; Et du produict du troiſieſme & premier ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 24.

Con-

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 39 question (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera	$\frac{1(1)+9}{1(1)}$	$\frac{19}{4}$
Et le second nombre	1 ① + 1	$\frac{17}{5}$
Or puis que du produict du second & troisiesme, soubstraict leur somme, la reste est 15, ergo par le suivant theoreme (car à 15 qui est le produict du second & troisiesme nombre moins leur somme, adjousté le second nombre 1 ① + 1, faict 1 ① + 16, qui divisé par 1 ①, qui est nombre d'unité moindre que ledict second nombre, donne quotient $\frac{1(1)+16}{1(1)}$) le troisiesme nombre sera	$\frac{1(1)+16}{1(1)}$	$\frac{23}{3}$
Le produict du troisiesme & premier nombre est $\frac{1(2)+25(1)+144}{1(2)}$, duquel soubstraict la somme du mesme troisiesme & premier qui est $\frac{2(2)+25(1)}{1(2)}$, reste	$\frac{-1(2)+144}{1(2)}$	24
Egal a	24	

Lesquels reduicts 25 ② seront egales à 144, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$.

Ie di, que $\frac{19}{4}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{23}{3}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict du premier $\frac{19}{4}$ & second $\frac{17}{5}$ est $\frac{323}{20}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{19}{4}$ & $\frac{17}{5}$ qui est $\frac{163}{20}$, reste 8. Item le produict du second $\frac{17}{5}$ & troisiesme $\frac{23}{3}$, est $\frac{391}{15}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{17}{5}$ & $\frac{23}{3}$, qui est $\frac{166}{15}$, reste 15. Item le produict du troisiesme $\frac{23}{3}$ & premier $\frac{19}{4}$, est $\frac{437}{12}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{23}{3}$ & $\frac{19}{4}$, qui est $\frac{149}{12}$, reste 24 selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

DV produict de deux nombres soubstraict leur somme, & au reste adjousté l'un nombre, & la somme divisée par nombre d'unité moindre que le nombre adjousté, donne pour quotient l'autre nombre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 3 & 7.

Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 3 & 7 est 21, duquel soubstraict leur somme 10, reste 11, auquel adjousté l'un nombre 3, faict 14, qui divisé par nombre d'unité moindre que ledict nombre adjousté 3, qui est par 2, donne quotient 7, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de 1 ① mettant nombre Arithmetique quelconque, Que nous aions deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raison triple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①
Le second nombre soit quelque nombre Arithmetique comme	5
Leur produict 5 ①, doibt estre triple à leur somme 1 ① + 5; Ergo le triple de 1 ① + 5, qui est	3 ① — 15
Est egal a	5 ①

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 15, & par le 67 probleme, 1 ① vaut $\frac{15}{2}$: Mais ceci ne satisfaict point au requis, il nous faut doncques considerer d'ou c'est que 1 ① vient à valoir $\frac{15}{2}$, & appert que pour la division de 15 par 2; mais 15 viennent du second nombre, multiplié par le nombre explicant la raison requise, & 2 sont la difference du second & du nombre explicant ladicte raison; D'ous'ensuit, que pour le second nombre requis, posant nombre quelconque, & multipliant le mesme par 3, qui est le nombre explicant ladicte raison, & divisant le produict par l'exces du second au nombre explicant la raison requise, le quotient sera le premier nombre requis.

Soit le second nombre	1 ①
Qui multiplié par 3 faict 3 ①, qui divisé par 1 ① — 3 (qui est l'exces du second nombre à 3) donne quotient pour le premier nombre requis	$\frac{3(1)}{1(1)-3}$

Doncques le premier nombre sera $\frac{3(1)}{1(1)-3}$, le second 1 ①; desquels je di, que la valeur de 1 ① est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de 1 ① soit 4; Ergo le premier nombre sera 12, & le second sera 4, leur produit 48, qui obtient à la somme de 12 & 4, raison triple selon le requis. *Autre demonstration.* La valeur de 1 ① soit autrefois 3; Ergo le premier nombre sera (contemplation novelle) $\frac{9}{0}$, & le second sera $\frac{3}{1}$, leur produict $\frac{27}{0}$; qui à la somme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$, qui est $\frac{9}{0}$, obtient raison triple, selon le requis. Mais que la somme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$ est $\frac{9}{0}$, se demonstre par nostre acoustumée methode d'addition du 10e probleme ainsi:

$$\frac{9}{0} \times \frac{3}{1} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 9 \\ \hline 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

Autre demonstration.

Soit finalement la valeur de 1 ① (pour autrefois contempler quelque rare qualité des nombres) 2; Ergo le premier nombre sera $\frac{6}{-1}$; Et le second nombre sera $\frac{2}{1}$: leur produict $\frac{12}{-1}$, qui à la somme de $\frac{6}{-1}$ & $\frac{2}{1}$ qui est $\frac{4}{-1}$, obtient raison triple selon le requis. Mais que la somme de $\frac{6}{-1}$ & $\frac{2}{1}$, est $\frac{4}{-1}$, se demonstre comme dessus; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLII.

TRouvons trois nombres tels, que le produict du premier & second, aye à leur somme raison triple; Et que le produict du second & troisiesme, aye à leur somme raison quadruple; Et que le produict du troisiesme & premier aye à leur somme raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 41 proposition (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera	$\frac{3(1)}{1(1)-3}$	$\frac{360}{51}$
Et le second sera	1 ①	$\frac{120}{23}$
Et le troisiesme, lequel se trouve aussi par ladicte 41 question (à sçavoir en multipliant la 1 ① du second nombre par 4, la ou ci dessus on l'a multiplié par 3) soit	$\frac{4(1)}{1(1)-4}$	$\frac{120}{7}$
Et ainsi sera satisfaict à deux parties du requis; Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme qui est $\frac{12(2)}{1(2)-7(1)+12}$ aye à leur somme qui est $\frac{7(2)-24(1)}{1(2)-7(1)+12}$, raison quincuple; ergo le quincuple de ceste somme qui est	$\frac{35(2)-120(1)}{1(2)-7(1)+12}$	$\frac{43200}{357}$
Est egal audict produict	$\frac{12(2)}{1(2)-7(1)+12}$	$\frac{43200}{357}$

Lesquels reduicts 23 ① seront egales a 120, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{120}{23}$.

Ie di, que $\frac{360}{51}$, $\frac{120}{23}$, $\frac{120}{7}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{360}{51}$ & $\frac{120}{23}$, est $\frac{43200}{1173}$, qui est le triple de la somme de $\frac{360}{51}$ & $\frac{120}{23}$, laquelle est $\frac{14400}{1173}$. Item le produict de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, est $\frac{14400}{161}$, qui est le quadruple de la somme de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$,

 laquelle

laquelle est $\frac{3600}{161}$. Item le produict de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, est $\frac{43200}{357}$, qui est quincuple à la somme de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, qui est $\frac{8640}{357}$. selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLIII.

Trouvons trois nombres tels, que le produict du premier & second soit à la somme des trois nombres triple; Et le produict du second & troisiesme, à la somme des trois nombres quadruple, & le produict du troisiesme & premier, à la somme des trois nombres quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres 15, ergo son triple pour le produict du premier & second, sera 45. Posons doncques pour le second nombre 1①
Ergo le premier (puis que leur produict est 45) sera 45/1①
Or le quadruple de la somme des trois nombres pour le produict du second & troisiesme, est 60, & le second est 1①, ergo le troisiesme sera 60/1①
Le produict du troisiesme & premier 2700/1②
Egal au quincuple de la somme des trois nombres 75.

Lesquels reduicts 75 ② seront egales à 2700, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 6. D'ou s'ensuit que le premier sera $7\frac{1}{2}$ le second 6 & le troisiesme 10. Or la solution seroit bonne si la somme de ces trois nombres fust 15, mais elle ne l'est pas, car ils montent $23\frac{1}{2}$. Nous userons doncques ces trois nombres trouvez en autre telle operation:

Soit le premier nombre requis $7\frac{1}{2}$① | $\frac{705}{60}$
Le second 6① | $\frac{564}{60}$
Et le troisiesme 10① | $\frac{940}{60}$
Le produict du premier & second 45② doibt estre triple à la somme des trois nombres qui est $23\frac{1}{2}$①, ergo le $\frac{1}{3}$ de 45② qui est 15② | $\frac{2209}{60}$
Est egal à la somme des trois nombres $23\frac{1}{2}$① | $\frac{2209}{60}$

Lesquels reduicts 15① seront egales à $23\frac{1}{2}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{47}{30}$.

Je di, que $\frac{705}{60}$, $\frac{564}{60}$, $\frac{940}{60}$, sont les ttois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{705}{60}$ & $\frac{564}{60}$, qui est $\frac{397620}{3600}$, est triple à la somme des trois nombres $\frac{2209}{60}$ ou $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{564}{60}$ & $\frac{940}{60}$ qui est $\frac{530160}{3600}$, est quadruple à ladicte somme $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{940}{60}$ & $\frac{705}{60}$, qui est $\frac{662700}{3600}$, est quincuple à ladicte somme $\frac{132540}{3600}$ selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLIIII.

Trouvons trois nombres tels, que leur somme multipliée par le premier, le produict soit triangle, & par le second, quarré à sa racine commensurable, & par le troisiesme, cube à sa racine commensurable.

NOTA. Ils appellent nombres trianglaires nombres entiers comme ceux ci: 3. 6. 10. 21, &c. à cause que 3 ou 6 ou 10 poinct, mis en ordre comme ci dessoubs, font quelque figure triangulaire equilaterale. Le premier triangle en l'ordre se dict 1, le second 3, le troisiesme 6, & ainsi en infini des autres.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres 1②
Le produict de la somme des trois nombres & le premier soit triangle 6, ergo le premier nombre 6/1②
Le produict de la somme des trois nombres & le second, soit quarré 4, ergo le second 4/1②
Le produict de la somme des trois nombres & le troisiesme, soit cube 8, ergo le troisiesme 8/1②
Et ainsi est satisfaict au requis, en tant que le produict procedant de la somme des trois nombres 1②, multiplié par le premier, sera triangle 6, & par le second, sera quarré 4, & par le troisiesme, sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est 18/1②
Soit egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre qui est 1②

Lesquels reduicts 1④ sera egale à 18, & par le 78 probleme 1① vaudra √ 18, laquelle ne nous sert point a propos, mais il est necessaire que nous aions en son lieu nombre Arithmetique. Il nous faut donc considerer d'ou procede ceste √ 18, à fin que par semblable moyen nous trouvons le nombre servant a propos. Or il appert que 18 est la somme de triangle 6 & quarré 4 & cube 8, parquoy il faut au lieu de 6.4.8. trouver autre triangle quarré & cube tels, que leur somme soit quarte quantité à sa racine commensurable.

Soit ladicte somme des trois nombres 1④ | 6561
Et pour le quarré requis, posons le quarré de 1②—1 (la cause de telle position apparoistra ci dessoubs) qui est 1④—2②+1 | 6400
Le mesme soubstraict de la somme des trois nombres 1④, reste pour le cube & triangle requis 2②—1, des mesmes posons pour le cube requis 8 | 8
Ergo reste pour le triangle requis 2②—9 | 153
Et ainsi est la somme du triangle quarré & cube 1④, egale à la dicte sõme premiere en l'ordre. Or multipliant le triangle 2②—9, par 8, & au produict adjousté 1, faict par le suivant theoreme quarré selon la question, qui est 16②—71 | 1225
Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 4①—1, son quarré 16②—8①+1 | 1225

Lesquels reduicts 8① seront egales à 72, & par le 67 probleme 1①, vaudra 9, & le triangle 153, le quarré 6400, le cube 8. Doncques au lieu de triangle 6, quarré 4, & cube 8, cy dessus qui ne nous servoyent pas a propos nous prendrons triangle 153, quarré 6400, & cube 8 (car leur somme est quarte quantité 5661, sa racine 9) par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la somme des trois nombres 1② | 81
Le produict de la somme des trois nombres & le premier, soit triangle 153, ergo le premier nombre sera 153/1② | $\frac{153}{81}$
Le produict de la somme des trois nombres & second soit quarré 6400, ergo le second 6400/1② | $\frac{6400}{81}$
Le produict de la somme des trois nombres & le troisiesme soit cube 8, ergo le troisiesme 8/1② | $\frac{8}{81}$
Et ainsi est satisfaict au requis, entant que le produict 1②, procedant de la somme des trois nombres 1② multiplié par le premier, sera triangle 153, & par le second sera quarré 6400, & par le troisiesme sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est 6561/1② | 81

Soit

Soit egale a la somme de ces trois nombres premiere en l'ordre, qui est	1②	81

Lesquels reduicts 1④ sera egale à 6561, & par le 78 probleme, 1① vaudra 9.

Je di, que $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres $\frac{135}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, est 81. laquelle multipliée par le premier nombre $\frac{135}{81}$, donne produict & triangle dixseptiesme en l'ordre 153. Item ladicte somme 81, multipliée par le second nombre $\frac{6400}{81}$, donne produict quarré 6400, sa racine 8. Item ladicte somme 81 multipliée par le troisiesme nombre $\frac{8}{81}$, donne produict cube 8, sa racine 2 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Nombre triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre triangulaire 6. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le nombre triangulaire 6, multiplié par 8, faict 48, & plus 1, faict quarré 49, à sa racine 7 commensurable selon le requis. *Conclusion.* Nombre doncques triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à sa racine commensurable; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XLV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du maieur au moien, aye à l'exces du moien au moindre raison triple, & que chasques deux nombres facent quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

La somme du moindre & moien nõbre soit quarré 4

Ergo le moien nombre sera plus grand que 2, car si nous le mettions 2, le moindre seroit aussi 2, qui est absurd, soit donc le moien nombre requis 1① + 2

Ergo le moindre nombre — 1① + 2

L'exces du moien au moindre est 2①, & l'exces du maieur au moien doibt estre son triple, il sera donc 6①, au mesme aiousté le moien, faict pour le maieur nombre requis 7① + 2

Somme du moien & maieur nombre, egal a quelque quarré, est 8① + 4

Somme du maieur & moindre nombre, egal à quelque quarré, est 6① + 4

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le cincquiesme & sixiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré, selon la question, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de $\frac{1}{2}$① & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 2①, est egal à la difference des 8① + 4 a 6① + 4) desquels le quarré de double egaleté egal au moindre proposé 6① + 4, est (par la note devant la 12e question du second livre) $\frac{1}{16}$② — 1① + 4

Lesquels reduicts $\frac{1}{16}$① sera egale à 7, & par le 67 probleme 1① vaudra 112. Ergo le moindre nombre, qui dessus est — 1① + 2, seroit 2 moins 112, laquelle solution de moins ils estiment absurd. S'ensuit donc qu'il sera necessaire, que la valeur de la somme du maieur & moindre, laquelle est cy dessus 6① + 4, soit moindre que 16, & par consequent, il est necessaire que la valeur de 1① soit moindre que 2, car estant 2, les 6① + 4 vaudroyent 16. Nous ne pouvons donc venir à solution par le quarré de double egaleté; parquoy il faut trouver la valeur de 1① d'autre sorte. Premierement considerons que nous avons trois sommes 8① + 4; & 6① + 4; & 4; procedans de trois nombres de qualité du suivant theoreme; à sçavoir desquels l'exces du moien au moindre, obtient à l'exces du maieur au moien raison subtriple, d'ou s'ensuit que la raison de l'exces 8① + 4 à 6① + 4 sera subtriple à l'exces de 6① + 4 à 4, mais lesdictes trois sommes vallent quarrez selon la question. Nous sommes donc venuz jusques à la, qu'il nous faut trouver trois quarrez tels, que l'exces du maieur au moien, soit le tiers de l'exces du moien au moindre, & d'avãtage que le moindre soit 4, & le moien moindre que 16, & la valeur de 1① moindre que 2.

Soit le moindre quarré 4

Et la racine du moien quarré soit 1① + 2, son quarré pour le moien quarré requis sera 1② + 4① + 4

L'exces du moien quarré au moindre quarré est 1② + 4①, & l'exces du maieur au moien, doibt estre son tiers; il sera donc $\frac{1}{3}$② + $\frac{4}{3}$①, lequel aiousté au moien faict pour le maieur quarré $\frac{4}{3}$② + $\frac{16}{3}$① + 4, lesquels reduicts en entiers de mesme raison, les multipliant par 9, à fin qu'il devienne autrefois quarré, font 12② + 48① + 36, egales à quelque quarré. Mais à fin d'avoir moindres nombres de mesme raison nous les pouvons partir par 4, car ainsi sera le quotient semblable quarré, faict pour le maieur nombre requis 3② + 12① + 9

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine — 5① + 3 (le 3 est pour rencontrer au 9, & les — 5① sont à fin que la valeur de 1① soit moindre que 2, car l'experience demonstrera que au lieu de 5① posant 4①, ou 3①, ou 2①, que la valeur de 1① viendra maieure que 2, mais posant 5①, ou 6①, ou 7①, &c. la valeur de 1①, sera, comme appert cy dessoubs, moindre que 2) son quarré 25② — 30① + 9

Lesquels reduicts 22① seront egales à 42, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{21}{11}$, qui sont moindres que 2. Ergo le moien quarré qui cy dessus 1② + 4① + 4, vaudra $\frac{1849}{121}$; & cecy est le nombre que nous chercions au lieu du quarré de double egaleté. Doncques les 6① + 4 (ausquels fismes egaleté par ledict quarré de double egaleté) sont egales a $\frac{1849}{12}$. Mais à fin que le tout soit plus clair, nous descrirons la premiere operation autrefois en ceste sorte:

La somme du moindre nombre & moien soit quarré	4	4
Ergo le moien nombre	1① + 2	$\frac{2817}{726}$
Ergo le moindre nombre	—2① + 2	$\frac{87}{726}$
Et le maieur nombre	7① + ②	$\frac{11007}{726}$
Somme du maieur & moindre	6① + 4	$\frac{1849}{121}$
Egale à	$\frac{1849}{121}$	

Lesquels reduicts 6① seront egales à $\frac{1356}{121}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{1365}{726}$.

Je di, que $\frac{11007}{726}$, $\frac{2817}{726}$, $\frac{87}{726}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* L'exces du maieur nombre $\frac{11007}{726}$, au moyen $\frac{2817}{725}$, qui est $\frac{8190}{726}$, obtient à l'exces du moyen $\frac{2817}{726}$, au moindre $\frac{87}{726}$, qui est $\frac{2730}{726}$, raison triple. Item la somme de $\frac{11007}{726}$, & $\frac{2817}{726}$, est quarré $\frac{2304}{121}$; sa racine $\frac{48}{11}$. Item la somme de $\frac{2817}{726}$ & $\frac{87}{726}$, est quarré 4, sa racine 2; Item la somme de $\frac{87}{726}$ & $\frac{11007}{726}$ est quarré $\frac{1849}{121}$, sa racine $\frac{43}{11}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Estant trois nombres, la raison de l'exces du moien au moindre, à l'exces du maieur au moien, est egale à la raison de l'exces de la somme du maieur & moien, à la somme du maieur & moin-

& moindre, à l'exces de la somme du maieur & moindre, à la somme du moien & moindre.

Explication du donné. Soyent trois nombres 14. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* La somme du maieur & moien est 19; & du maieur & moindre 16, & du moien & moindre 7. Or la raison de 3 (qui est l'exces de 5 à 2) à 9 (qui est l'exces de 14 à 5) est subtriple; Aussi est subtriple la raison de 3 (qui est l'exces de 19 à 16) a 9 (qui est l'exces de 16 à 7) selon le theoreme. *Conclusion.* Estant doncques trois nombres, la raison de l'exces, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLVI.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, soit à l'exces du moien au moindre, en raison triple, & que chasques deux nombres facent quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

La somme du maieur & moien nombre requis soit quarré tel 16 ②

Ergo le maieur sera plus grand que 8 ②. car si nous le mettions 8 ②; le moien seroit aussi 8 ②, qui seroit absurd, soit donc le maieur nombre requis 8 ② + 2

Ergo le moien sera 8 ② — 2

Or puis que la somme du maieur & moien, excede la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que 16 ②, & maieure que 8 ②, soit donc la somme du moindre & maieur, quarré tel 9 ②

Ergo (puis que le maieur est 8 ② + 2) le moindre sera 1 ② — 2

Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien 16 ②, item la somme du maieur & moindre 9 ②, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur au quarré du moien aye à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien nombre au moindre est 7 ②

Le quarré du maieur est 64 ④ + 32 ② + 4

Le quarré du moien est 64 ④ — 32 ② + 4

L'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, est 64 ②, & doibt seulement estre 21 ②, à sçavoir le triple de 7 ②, qui sont l'exces du moien nombre au moindre. Il nous faut doncques au lieu de l'exces 64 ② trouver autre exces de mesme qualité, qui soit 21 ②. Parquoy considerons d'ou procedent ces 64, & appert que du double du produict de 8 par 2, prins deux fois, il faut donc au lieu de 2 trouver autre nombre tel, que le double de sa multiplication par 8, prins deux fois, soit 21. Pour lequel trouver, prenons le double de 8 deux fois, faict 32. par le mesme divisons 21, donne (au lieu de 2) quotient $\frac{21}{32}$ qui est le nombre duquel le double de sa multiplication par 8 prins deux fois, fera 21. Il nous faudra donc au lieu de 8 ② + 2, poser 8 ② + $\frac{21}{32}$, & par les mesmes achever autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

La somme du maieur & moien nombre soit quarré tel 16 ② — $\frac{5702544}{331776}$

Et le maieur pour la raison que dessus, soit 8 ② + $\frac{21}{32}$ — $\frac{3069000}{331776}$

Ergo le moien sera 8 ② — $\frac{21}{32}$ — $\frac{2633544}{331776}$

Or puis que la somme du maieur & moien, excede la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que 16 ②, & maieure que 8 ②, soit la somme du moindre & maieur quarré tel 9 ② — $\frac{3207681}{331776}$

Ergo (puis que le maieur est 8 ② + $\frac{21}{32}$) le moindre sera 1 ② — $\frac{21}{32}$ — $\frac{138681}{331776}$

Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien 16 ②, item la somme du maieur & moindre 9 ②, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, aie à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien au moindre est 7 ② — $\frac{2494863}{331776}$

Le quarré du maieur est 64 ④ + $\frac{21}{2}$ ② + $\frac{441}{1024}$ — $\frac{9418761000000}{110075314176}$

Le quarré du moien est 64 ④ — $\frac{21}{2}$ ② + $\frac{441}{1024}$ — $\frac{6935553999936}{110075314176}$

L'exces donc du quarré du maieur, au quarré du moien, est 21 ②, qui est triple à l'exces du moien nombre au moindre 7 ②. Reste maintenant que la somme du moien & moindre soit quarré selon la question, la mesme est 9 ② — $\frac{21}{16}$ — $\frac{2772225}{331776}$

Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 3 ① — 6, son quarré 9 ② — 36 ① + 36 — $\frac{2772225}{331776}$

Lesquels reduicts 36 ① seront egales à 37 $\frac{5}{16}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{597}{576}$.

Je di, que $\frac{3069000}{331776}$, $\frac{2633544}{331776}$, $\frac{138681}{331776}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du maieur nombre $\frac{3069000}{331776}$, est $\frac{9418761000000}{110075314176}$, & le quarré du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, est $\frac{6935553999936}{110075314176}$, l'exces du maieur quarré, au quarré du moien, est $\frac{2483207000064}{110075314176}$, le mesme est triple à l'exces du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, au moindre nombre $\frac{138681}{331776}$, qui est $\frac{2494863}{331776}$, mais à fin que cela soit encore plus clair, convertons ce dernier exces en fraction de nominateur egal au nominateur de l'exces des quarrez, qui sera en multipliant son numerateur & nominateur par 331776, sera $\frac{827735666688}{110075314176}$, qui est apertement le tiers du susdict exces des quarrez. Item la somme de $\frac{3069000}{331776}$ & $\frac{2633544}{331776}$, est quarré $\frac{5702544}{331776}$, sa racine $\frac{2388}{576}$. Item la somme de $\frac{2633544}{331776}$ & $\frac{138681}{331776}$, est quarré $\frac{2772225}{331776}$, sa racine $\frac{1665}{576}$. Item la somme de $\frac{138681}{331776}$ & $\frac{3069000}{331776}$, est quarre $\frac{3207681}{331776}$, sa racine $\frac{1791}{576}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Si nous avons descript quelques calculations, apres le 69 probleme fol. 70, de la qualité de celles ausquelles la premiere difference est encore imparfaicte (de laquelle imperfection nous avons dict fol. 71) il vous souviendra qu'elles sont mises à causes de facilité pour exemple, faisans autant en leur lieu comme les autres.

CINC-

CINCQUIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par ALBERT GIRARD, *Samielois.*

QVESTION I.

TRouvons trois nombres proportionaux, tels que si d'un chascun d'iceux, l'on soubstraict 12, chacque reste soit aussi quarré.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver premierement quelque quarré duquel osté le nombre donné 12 le reste soit quarré, ce qui est facil par l'onsiesme question du second livre, & est $42\frac{1}{4}$.

Soit donc, pour l'un extreme $42\frac{1}{4}$ | $42\frac{1}{4}$
L'autre extreme 1 ② | $\frac{130321}{10816}$
Ergo le moyen $6\frac{1}{2}$ ① | $\frac{4693}{208}$
Quoy faict, il reste seulement que d'un chascun d'iceux soubstraict le nombre donné 12, la reste soit quarré. Partant 1 ② — 12 sera egal à quelque quarré; aussi sera pareillement $6\frac{1}{2}$ ① — 12; & par la note qui suit la 11[e] question du 2[e] livre, il sera facil de les trouver, car leur difference est 1 ② — $6\frac{1}{2}$ ① si l'on veut, lequel est le produict de 1 ① & de 1 ① — $6\frac{1}{2}$, la moitie de leur difference est $3\frac{1}{4}$, son quarré est $\frac{169}{16}$ qui est egal au moindre $6\frac{1}{2}$ ① — 12 | $\frac{169}{16}$

Lesquels reduicts, 1 ① vaudra $\frac{361}{104}$.

Je di, que $42\frac{1}{4}$, $\frac{4693}{208}$, & $\frac{130321}{10816}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De $42\frac{1}{4}$ si on en oste 12; il restera $30\frac{1}{4}$; qui est quarré, car sa racine est $5\frac{1}{2}$; Puis si de $\frac{4693}{208}$ l'on oste 12; il restera $\frac{169}{16}$ qui est aussi quarré, sa racine $\frac{13}{4}$. finalement de $\frac{130321}{10816}$ si on en oste 12, il restera $\frac{529}{10816}$, qui est quarré, sa racine estant $\frac{23}{104}$. Iceux trois nombres sont aussi proportionaux selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

TRouvons trois nombres proportionaux; tels qu'a un chascun d'iceux estant adiousté un nombre donné 20, chascune somme soit nombre quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement trouver quelque quarré auquel adiousté le nombre donné 20, la somme soit quarré, & sera 16.

Soit donc pour l'un extreme 16 | 16
Et l'autre 1 ②
Ergo le moyen sera 4 ①
Il reste maintenant que à un chascun d'iceux estant adiousté 20; la somme soit quarré; or à 16 par la construction si on adiouste 20, la somme sera quarré: Item 1 ② + 20 est aussi egal à un quarré, comme aussi 4 ① + 20, & par la note apres l'onsiesme question du deuxiesme livre, on resout cecy ainsi; leur interval est 1 ② — 4 ①, si l'on veut (en supposant que 1 ② soit maieure à 4 ①) qui est produict de 1 ① & de 1 ① — 4; dont la difference est 4, sa moitié 2, son quarré 4, qui doibt estre egal au susdict moindre supposé 4 ① + 10, ce qui est impossible, car 4 devroit estre alors plus grand que 20: D'ou vient ce 4, il est quart de 16; parquoy ce 16 premier en l'ordre n'est pas propre à c'est effect; donc nous en sommes venus jusques à la que il faut trouver un quarré qui soit plus que quadruple de 20; & adiousté à 20 face quarré; c'est à dire qu'il faut trouver un quarré plus grand que 80; Mais 81 est un quarré plus grand que 80, donc si la racine du quarré que nous cerchons fust posé 1 ① + 9
Son quarré seroit 1 ② + 18 ① + 81
Auquel adiousté 20 fera 1 ② + 18 ① + 101
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il en sorte convenable egaleté, soit iceluy dont la racine soit de 1 ① — 11, son quarré est 1 ② — 22 ① + 121
Et 1 ① vaudra $\frac{1}{2}$; alors ce 1 ① + 9 vaudra $9\frac{1}{2}$; & partant le quarré que nous poserons au lieu du 16 susdict, sera le quarré de ce $9\frac{1}{2}$ qui est $90\frac{1}{4}$
Nous recommencerons donc par iceluy la construction; à tel fin soit l'un extreme $90\frac{1}{4}$ | $90\frac{1}{4}$
L'autre extreme 1 ② | $\frac{1681}{23104}$
Ergo le moyen $9\frac{1}{2}$ ① | $\frac{779}{304}$
Et faisant comme dessus nous trouverons que $\frac{361}{16}$ sera egal à $9\frac{1}{2}$ ① + 20 & 1 ① vaudra $\frac{41}{152}$

Je di, que $90\frac{1}{4}$, $\frac{779}{304}$, & $\frac{1681}{23104}$ seront les trois nombres requis. *Demonstration.* Car ils sont proportionaux par la 20. proposition du 7. livre d'Euclide; d'avantage si à $90\frac{1}{4}$ on adiouste 20; la somme $110\frac{1}{4}$ sera quarré, sa racine, $10\frac{1}{2}$; aussi à $\frac{779}{304}$ si on y adiouste 20, viendra $\frac{361}{16}$, sa racine $\frac{19}{4}$. Item à $\frac{1681}{23104}$ adiousté 20, viendra $\frac{463761}{23104}$, dont sa racine $\frac{681}{152}$. ce sont donc trois quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

TRouvons trois nombres tels, que si à un chascun d'iceux; aussi bien qu'aux produicts de chasque deux l'on adjouste un nombre donné 5, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Par le suivant theoreme; si de deux quarrez prochains l'on oste quelque nombre donné, les deux nombres restans seront selon les conditions requises presentement. à sçavoir que si à un chascun d'iceux; aussi bien qu'a leur produict, on adiouste le nombre donné, la somme sera quarré, & si à ces deux on leur adjoinct un troisiesme qui soit d'unité moindre que le double de la somme

la somme des autres deux, alors on aura trois nombres tels qu'au produict de chasque deux, si on adiouste le nombre donné, la somme sera quarré.

Soyent donc deux quarrez prochains dont l'un soit quarré de 1 ① + 3 assavoir 1 ② + 6 ① + 9
L'autre le quarré de 1 ① + 4 assavoir 1 ② + 8 ① + 16
Desquels si on oste le 5 donné, le premier sera 1 ② + 6 ① + 4
L'autre pour le second sera 1 ② + 8 ① + 11
Lesquels ont les conditions requises, & pour trouver le troisiesme, soit le double de la somme moins 1 du premier & second (troisiesme & quatriesme en l'ordre) 4 ② + 28 ① + 29
Auquel aiousté 5 fera 4 ② + 28 ① + 34
Egal à un quarré, soit de 2 ① — 6 qui est 4 ② — 24 ① + 36
Et 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Ie dis que $\frac{2861}{676}$, $\frac{7645}{676}$, $\frac{20336}{676}$ sont les trois nombres requis; *Demonstration.* Si à $\frac{2861}{676}$ l'on adiouste 5, la somme sera quarré $\frac{6241}{676}$, sa racine $\frac{79}{26}$. Item si à $\frac{7645}{676}$ l'on adjouste 5, la somme sera quarré $\frac{11025}{676}$, sa racine $\frac{105}{26}$, finalement si à $\frac{20336}{676}$ l'on adiouste 5, la somme sera quarré $\frac{23716}{676}$, sa racine $\frac{154}{26}$: D'avantage si au produict des deux premiers l'on adjouste 5; la somme sera quarré; dont la racine $\frac{4915}{676}$, & ainsi du reste; ce qui est selon le requis.

THEOREME.

SI de deux quarrez prochains, l'on oste quelque nombre donné, de chascun en particulier: les deux nombres restans seront tels, que si à chascun d'eux, aussi bien qu'à leur produict, on adjouste le nombre donné, la somme sera nombre quarré; Item si à ces deux restes, l'on adjoinct un troisieme qui soit d'une unité moindre que le double de leur somme, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de chasque deux si on adjouste le donné, les sommes seront nombres quarrez.

Explication du donné. Soyent deux quarrez prochains, 25, & 36, (c'est à dire que leurs racines ne different que de l'unité) & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le Contenu du Theoreme. *Demonstration.* Si on oste 10, de 25 & de 36; les restes seront 15 & 26; lesquelz sont chascun quarré à 10 pres: comme aussi leur produict 390. D'avantage, si à 15, 26, l'on adioinct un troisiesme, qui soit d'unité moindre que le double des deux ensemble, (assavoir, 81,) on aura trois nombres, 15, 26, 81, dont au produict de chacque deux si on adjouste 10, les sommes seront quarrez, 400, 1225, 2116, car, 20, 35, 46 sont leurs racines. *Conclusion.* Si de deux quarrez prochains donc l'on oste &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IIII.

TRouvons trois nombres, tels que si d'un chascun, aussi du produict de chacque deux, l'on oste le nombre donné 6: le reste soit nombre quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Par le suivant Theoreme: Ie prens deux quarrez prochains: 1 ②, & 1 ② + 2 ① + 1, auquels l'adjouste le nombre donné 6: alors le premier sera 1 ② + 6 | $\frac{4993}{784}$
Le second, 1 ② + 2 ① + 7 | $\frac{6729}{784}$
Desquels le double de la somme moins l'unité est 4 ② + 4 ① + 25 | $\frac{22660}{784}$
Reste seulement que si on en oste 6, alors le residu 4 ② + 4 ① + 19 | $\frac{17956}{784}$
Doit estre egal à quelque quarré, dont le costé soit 2 ① — 6: son quarré 4 ② — 24 ① + 36 | $\frac{17956}{784}$
Alors 1 ① vaudra $\frac{17}{28}$.

Ie dis que $\frac{4993}{784}$, $\frac{6729}{784}$, & $\frac{22660}{784}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Si à un chascun d'iceux l'on oste 6, restera $\frac{289}{784}$, $\frac{2025}{784}$, & $\frac{17956}{784}$, qui sont quatrez dont leurs racines sont $\frac{17}{28}$ $\frac{45}{28}$ $\frac{134}{28}$: D'avantage si du produict de chacque deux l'on soubstraict 6, les restes seront aussi quarrez, selon le requis, ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

SI à deux quarrez prochains, l'on adjouste quelque nombre donné; on aura deux certains nombres, auquels si on adjoinct pour troisiesme, un nombre qui soit d'unité moindre que le double de leur somme, on aura trois nombres tels que si du produict de chacque deux, l'on soubstraict le nombre donné, alors les trois restes seront nombres quarrez.

Explication du donné. Soyent deux quarrez prochains 25 & 36: & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par iceux le contenu du theoreme. *Demonstration.* Si à 25, & 36, l'on adjouste 10, l'on aura deux nombres, 35 & 46, ausquels si on adjoinct un troisiesme qui soit d'unité moindre que le double de la somme des susdits 35 & 46, c'est 161, alors on aura trois nombres 35, 46, 161, tels que du produict de chasque deux si on oste 10, les trois restes seront quarrez 1600, 5625, 7396. leurs racines, 40, 75, 86. selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques à deux quarrez prochains, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

TRouvons trois nombres quarrez à leurs racines commensurables tels que si au produict de chacque deux l'on adjouste les mesmes deux, ou le restant nombre, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

LEMME.

Il faut premierement entendre que si à deux nombres quarrez prochains, l'on prend un troisiesme, qui soit 2, D'avantage que le double d'iceux ensemble, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de deux si l'on y adiouste la somme des mesmes deux nombres, ou seulement le restant, la somme sera quarré à sa racine commensurable.

EXPLICATION.

Soit par Exemple, 28, qui est deux d'avantage que la somme de deux quarrez prochains, 4, & 9: alors on aura trois nombres 28, 4, 9, tels qu'au produict de chacque deux (soit de 28 & de 4) 112, adjousté les mesmes nombres 28, & 4, fera 144, nombre quarré: ou bien audit 112 adiousté le seul nombre restant 9, viendra 121 nombre quarré. & ainsi si on prend 28 & 9 viendra 252, auquel si on adjouste 28 & 9 ou bien seulement 4, viendra 289 ou 256, qui sont tous deux quarrez. pareillement le mesme s'entendra de 4 & 9. car si à 36 l'on adjouste 4 & 9 ou bien 28: l'une somme sera 49, l'autre 64, qui sont aussi quarrez, selon le theoreme. Venons maintenant à la construction.

CONSTRVCTION.

Soit l'un quarré 1 ② + 2 ① + 1
L'autre quarré prochain 1 ② + 4 ① + 4
Le double de leur somme, & 2 d'avantage pour le dernier 4 ② + 12 ① + 12
Reste seulement qu'il soit egal à un quarré, mais son quart doit aussi estre egal à un quarré par les 1, 2, prop. du 9. d'Euclide, lequel est 1 ② + 3 ① + 3
Et soit iceluy le quarré de 1 ① — 3 qui est 1 ② — 6 ① + 9
Alors 1 ① vaudra $\frac{2}{3}$.

Ie dis que $\frac{25}{9}$, $\frac{64}{9}$ & $\frac{196}{9}$ sont les trois nombres quarrez requis. *Demonstration.* Qu'ils soyent quarrez, il apert, puis

puis que $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{14}{3}$ sont les costez d'iceux. Or le produict des deux premiers est $\frac{1600}{81}$, auquel adjousté $\frac{89}{9}$ les deux susdicts, ou $\frac{169}{9}$ le restant, les sommes seront $\frac{2401}{81}$ ou $\frac{1764}{81}$ qui sont quarrez, dont leurs racines sont $\frac{49}{9}$ & $\frac{42}{9}$, & ainsi du reste.

QVESTION VI.

TRouvons trois nombres tels que si de quelqu'un que ce soit, l'on soubstraict 2, le nombre binaire le reste soit quarré ; Aussi si du produict de deux tels qu'on voudra d'iceux, l'on oste la somme des mesmes deux, ou bien si l'on oste le nombre restant, que la reste soit un nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soyent trois nombres selon le Lemme de la precedente question à sçavoir, 1 ②, & 1 ② + 2 ① + 1, & 4 ② + 4 ① + 4; or adioustons 2 à un chascun d'iceux & viendra pour le premier 1 ② + 2

L'autre 1 ② + 2 ① + 3

Et le troisiesme 4 ② + 4 ① + 6

On aura ce qu'on demande, hormis que le dernier moins 2, doit estre quarré, ou egal à un quarré. partant 4 ② + 4 ① + 4 sera egal à un quarré, aussi sera pareillement son quart qui est 1 ② + 1 ① + 1, soit au quarré de 1 ① — 2 qui est 1 ② — 4 ① + 4, alors 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Ie dis que $\frac{59}{25}$, $\frac{114}{25}$, $\frac{246}{25}$, seront les trois nombres requis, dont la *Demonstration* est evidente. Seulement est à noter qu'il ne faut que prendre, les trois nombres de solution de la precedente, & adjouster 2 à un chascun d'iceux, ce qui se fera sans Algebre ; comme à $\frac{25}{9}$ $\frac{64}{9}$ $\frac{196}{9}$ de la precedente adjoustons 2, & viendra $\frac{43}{9}$, $\frac{82}{9}$, $\frac{214}{9}$ pour les trois nombres requis de ceste question.

QVESTION VII.

Ceste prop. est un lemme à la suivante.

TRouver deux nombres tels, qu'à leur produict adjousté la somme de leurs quarrez, la somme soit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit l'un d'iceux 1 ①

L'autre, nombre quelquoncque 1

Leur produict 1 ①

La somme des quarrez d'iceux deux nombres 1 ② + 1

Somme du 3[e] & 4[e] en l'ordre 1 ② + 1 ① + 1

Egal à un nombre quarré dont le costé soit 1 ① — 2

1 ② — 4 ① + 4

Alors 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$: & les deux nombres seront $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, que si on oste la commune denomination (quand il est loisible comme icy) alors les nombres requis seront, 3 & 5. *Demonst.* Car à leur produict 15 si on adiouste 34 somme des quarrez, la somme 49 sera quarré. ce qu'il falloit demonstrer.

ANNOTATION
d'Alb. Gir.

SI un triangle est faict de trois costez, tels que la somme des quarrez des deux Costez avec le produict d'iceux costez, sont ensemble egaux au quarré de la base, alors l'angle soustenu par la base est infailliblement de 120 degres. Et ceste question sert pour trouver trois tels costez symmetriques : que si le produict est osté de la somme des quarrez, & que le reste soit egal au quarré de la base, alors l'angle que la base soustient sera de 60 degres de necessité. Revenons à nostre Autheur.

QVESTION VIII.

TRouvons trois triangles rectangles, de superfices egales.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver premierement deux nombres de la qualité de la precedente, 3, & 5, à sçavoir que la somme de leur produict & de leurs quarrez soit quarré, or 7 est la racine de la somme susdite ; Partant je forme trois triangles rectangles de deux nombres, l'un de 7 & 3, l'autre de 7 & 5, & l'autre de 7 & 8 (8 somme de 3 & 5) Et ces triangles seront 40, 42, 58, & 24, 70, 74. & 15, 112, & 113. Lesquels ont un chascun 840 de superfices.

A. GIR.

La maniere de former un triangle rectangle de deux nombres quelconques se faict ainsi : Leur double produict est pour l'un costé, La somme de leurs quarrez est pour l'Hypotenuse, & la difference des mesmes quarrez est pour l'autre costé restant.

QVESTION IX.

TRouvons trois nombres tels, que si du quarré de l'un d'iceux, l'on en oste, ou y adjouste le composé des trois, le provenu soit quarré.

CONSTRVCTION.

Quant au premier ; il faut que son quarré soit tel que si l'on en oste, ou adjouste la somme des trois nombres, le provenu soit quarré. *Or en tout triangle rectangle, du quarré de l'hypotenuse, si on en oste, ou y adjouste, le quadruple de son aire, le provenu est quarré.* Donc ces trois nombres, seront Hypotenuses de triangles rectangles, & aussi la somme d'iceux trois nõbres sera le quadruple de l'aire de chascun triangle. Parquoy nous en sommes venu là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles de superfices egales. Mais la precedente nous satisfera en cela, car l'un est 40, 42, 58, l'autre 24, 70, 74, & 15, 112, 113. Et recommenceant de nouveau, Ie poseray iceux par des nombres d'Hypotenuses, le premier sera 58 ①

Le second 74 ①

L'autre 113 ①

La somme des trois est 245 ①

Egal au quadruple de l'aire d'un triangle, or chascun faict 840 ②, son quadruple sera 3360 ②.

Alors 1 ① vaudra $\frac{7}{96}$.

Ie dis que le premier sera $\frac{406}{96}$ & les deux autres $\frac{518}{96}$ & $\frac{791}{96}$. dont la *Demonstration* est manifeste.

QVESTION X.

TRouvons trois nombres, lesquels estans multiplies deux à deux, les trois produicts soyent trois quarrez donnez, 4, 9, 16.

CONSTRVCTION.

Soit le premier 1 ①

L'un des restans sera $\frac{4}{1 (1)}$

Et l'autre $\frac{9}{1 (1)}$

Il reste que le produict des deux derniers face 16. Mais ils produisent $\frac{36}{1 (2)}$

Egal à 16

Et 1 ① vaudra $1\frac{1}{2}$.

Parquoy les nombres requis seront $1\frac{1}{2}$, le second $2\frac{2}{3}$, & l'autre 6. Mais pour exposer cecy, $\frac{36}{1 (2)}$ s'est egalé à 16, puis i'ay multiplié tout par 1 ②, & alots 36 estoit egal à 16 ②, parquoy 1 ② valoit $\frac{36}{16}$, dõt les racines denotoyẽt que 1 ① est egale à $\frac{6}{4}$; Mais ce numerateur 6, vient du produict des racines des 4, 9, donnez, & le nominateur 4, est le costé du 16 donné, partant quand il sera re-

qui-

quis de trouver trois nombres, tels que les trois produicts de deux à deux soyent trois quarrez donnez, comme 4, 9, 16. Prenez alors le produict des costez de deux quarrez 4 & 9. & est 6. lequel divisez par le costé de l'autre 4. & sera $\frac{6}{4}$; par lequel divisez autrefois les deux quarrez premier pris, 4 & 9, & viendra $\frac{16}{6}$ & 6; & ces trois $\frac{6}{4}$, $\frac{16}{6}$, 6 seront les requis : ce qu'il falloit faire.

QVESTION XI.

Trouvons trois nombres, que si au produict de deux l'on adjouste on soubstraict, la somme des trois, le provenu soit quarré.

CONSTRVCTION.

Il faudra derechef icy cercher trois triangles rectangles egaux (de superfices;) lesquels trouvez, soyent pris les quarrez des hypothenuses, sçavoir est, 3364, le second, 5476, & 12769. Quoy faict, soyent puis apres trouvez par la precedente trois nombres, dont les trois produicts de deux à deux, facent les quarrez cy dessus; lesquels avons posez pource que si à l'un d'iceux, quel il soit, est adiousté ou soubstraict 3360 (qui est quadruple de l'aire d'un chascun triangle) le provenu soit quarré. Parquoy nous les poserons selon la precedente, en y applicquant les quantitez ainsi; à sçavoir le premier sera $\frac{4292}{113}$ ①
Le second $\frac{4181}{29}$ ①
Le troisiesme $\frac{3277}{37}$ ①

Car estans multipliez deux à deux feront les quarrez susmentionez, reste maintenant qu'iceux ensemble soyent egaux à 3360 ②; & afin d'avoir tout en mesme denomination, soyent reduicts à 121249. Le premier sera alors $\frac{4605316}{121249}$ ①
Le second $\frac{17486761}{121249}$ ①
Le troisiesme $\frac{10738729}{121249}$ ①
Leur somme $\frac{32824806}{121249}$ ①

Egale à 3360 ②; le tout multiplié par 121249 sera 32824806 ① egales à 407396640 ②. Alors 1 ① vaudra $\frac{32824806}{407396640}$; ou $\frac{731543}{96999920}$; & partant le premier sera $\frac{838395639}{274022740}$, le second $\frac{3267631283}{281297680}$, & le troisiesme $\frac{2561116411}{338897040}$: selon le proposé.

QVESTION XII.

Partageons l'unité, en deux parties telles qu'a chascune adjoustée 6 les deux sommes soyent nombres quarrez.

DETERMINAISON *si le donné fust entier.*

Il ne faut pas que le nombre donné soit impair. Mais que son double & 1 d'avantage, soit un nombre qui se puisse diviser en deux quarrez, la determinaison duquel deduiray comme s'ensuit.

ALB. GIR. *Determinaison d'un nombre qui se peut diviser en deux quarrez entiers.*

I. Tout nombre quarré.
II. Tout nombre premier qui excede un nombre quaternaire de l'unité.
III. Le produict de ceux qui sont tels.
IV. Et le double d'un chascun d'iceux.

Laquelle determinaison n'estant faicte n'y de l'Autheur n'y des interpretes, servira tant en la presente & suivante comme en plusieurs autres.

CONSTRVCTION.

Puis qu'a chascune des deux parties de l'unité, il faut adiouster 6, & qu'alors la somme soit quarré, il s'ensuit que la somme de ces deux quarrez là sera 13. Donc nous en sommes là qu'il faut partir 13 en deux quarrez, tels toutesfois que chascun soit plus grand que 6; & plus petit que 7; Pour à quoy parvenir, il est certain que leurs racines sont trespres de la racine de 6 $\frac{1}{2}$ (moitié de 13) lesquel 6 $\frac{1}{2}$ n'estant quarré, il faudra trouver un quarré au lieu d'iceluy, qui luy soit tresprochain, l'invention, duquel delaisserons à la fin de ceste question pour eviter confusion, & prendrons cependant $\frac{529}{81}$ nombre quarré; dont la racine est $\frac{23}{9}$; Or 13 se divise en deux quarrez, ayans leurs racines 3 & 2, lesquelles il faut adegaler audit $\frac{23}{9}$ ainsi que s'ensuit. On verra de combien 3 excede le mesme, & combien le mesme excede 2, delaissant la denomination, & y applicquans ①, viendra 3 — 4 ① & 2 + 5 ① pour les racines des quarrez requis, (ausquels toutesfois on n'est point du tout astreint comme nous verrons en un autre lieu, seulemẽt noter que 3 fois 4 doibt estre plus que 2 fois 5, à cause du signe moins) la somme de leurs quarrez est 41 ② — 4 ① + 13 egale à 13; & 1 ① vaudra $\frac{4}{41}$, donc les racines cy dessus vaudront 2 $\frac{25}{41}$ & 2 $\frac{20}{41}$, & les quarrez seront 6 $\frac{1363}{1681}$ & 6 $\frac{318}{1681}$, qui ont les conditions requises un chascun entre 6 & 7 & la somme 13. Quoy faict si l'on oste les 6, on aura $\frac{1363}{1681}$ & $\frac{318}{1681}$ les parties de l'unité requises, car si on adjouste 6 à un chascun, la somme sera quarré.

Nous avons dit cy dessus que nous exposerions la maniere de trouver un quarré au lieu de 6 $\frac{1}{2}$ entre 6 & 7. certes 6 $\frac{1}{4}$ est tel, mais il n'est pas propre à la construction precedente, pource qu'il est un peu trop esloigné de cestuy-là; quant à Diophante il adjouste une condition non pas de necessité, mais pour facilité, à sçavoir de trouver (non seulement une fraction, mais) une fraction quarrée, laquelle adjoustée à 6 $\frac{1}{2}$ face quarré; & pour entier fraction, & garder les conditions, comme aussi pour en avoir un tant plus asseuré, il prend le quadruple, (de mesme le sedecuple & infinis autres seroyent meilleurs, mais non pas si aisez) soit donc iceluy 26; & la fraction quarrée à adjouster $\frac{1}{1(2)}$, alors la somme sera 26 + $\frac{1}{1(2)}$ egale à un quarré, lesquels autrefois multipliez par 1 ② viendra 26 ② + 1 egal à un quarré, soit 5 ① + 1 le costé d'iceluy, & 1 ① vaudra 10; & 1 ②, 100. donc la fraction quarré qu'il falloit ajouster à 26, sera $\frac{1}{100}$, & la fraction quarrée à 6 $\frac{1}{2}$ sera $\frac{1}{400}$, faisant un quarré dont la racine est $\frac{51}{20}$ qu'on pourroit prendre au lieu de $\frac{23}{9}$ cy dessus, & par consequent 3 — ① & 2 + 11 ① pour les racines, &c.

QVESTION XIII.

Partons l'unité en deux parties telles, qu'à l'une adjousté 2, & à l'autre 6, les sommes soyent nombres quarrez.

DETERMINAISON.

Il faut que la somme des donnez avec l'unité facent un nombre qui se puisse diviser en deux quarrez. voyez la determinaison precedente : toutesfois l'autheur n'a resout sa question que quand 6, 2, & 1, font un quarré.

CONSTRVCTION.



Soit AB, l'unité, DA le nombre binaire; & BE le senaire: Il faut diviser l'unité AB en G, tellement que DG & GE soyent nombres quarrez; alors DG sera entre les nombres 2 & 3; & GE entre 6 & 7.

Si l'on

Si l'on pose D G, 1 ②; G E sera — 1 ② + 9 lequel doit estre egal à un quarré, ce qui seroit tresfacil à resoudre, mais il faut que 1 ② aye sa valeur entre 2 & 3, lequels termes n'estans quarrez nous prendrons en leur place $\frac{289}{144}$ & $\frac{361}{144}$: parquoy 1 ① sera entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, que si on egalise — 1 ② + 9 au quarré de 3 — quelques ①, prises à la volée comme à 1 ② — 6 ① + 9, alors 1 ① vaudra 3, & 1 ②, sera egale à 9, qui n'est pas entre 2 & 3, & si on prend garde à la reduction on verra que le nombre des ① doit estre tel qu'estant multiplié par 6 (double de 3) & le produict divisé par son quarré plus 1, alors le quotient soit entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$; Parquoy si l'on pose iceluy 1 ①, son sextuple 6 ① divisé par 1 ② + 1 viendra $\frac{6(1)}{1(2)+1}$ ayant sa valeur entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, alors 72 ① sera entre 17 ② + 17 & 19 ② + 19, or l'equation estant faicte au plus pres, 1 ① sera entre $\frac{66}{19}$ & $\frac{67}{17}$, ce qu'estant ainsi & $3\frac{1}{2}$ estât entre les mesmes, nous egalerons — 1 ② + 9 au quarré de 3 — $3\frac{1}{2}$ ① qui est $12\frac{1}{4}$ ② — 21 ① + 9, & 1 ① vaudra $\frac{84}{53}$, son quarré $\frac{7056}{2809}$ pour D G, & finalement les parties requises AG, GB, de l'unité, seront $\frac{1438}{2809}$ & $\frac{1371}{2809}$. *Demonstration.* $2\frac{1438}{2809}$ est quarré, sa racine $\frac{84}{53}$, aussi $6\frac{1371}{2809}$ est quarré, car sa racine est $\frac{131}{53}$, selon le requis.

QVESTION XIV.

Partageons l'unité en trois portions telles, qu'à chascune d'icelles adjoustée 3 la somme soit quarré.

DETERMINAISON.

Le nombre donné ne doit estre 2, n'y surpassant de 2 un nombre octonaire, comme 2, 10, 18, 26 &c. qui est une progression dont l'exces est 8.

CONSTRVCTION.

Puis que les trois quarrez ensemble feront 10, & chascun d'iceux entre 3 & 4: Il nous faudra adegaler les trois quarrez à $3\frac{1}{3}$ (tiers de 10) à sçavoir les trois racines, à la racine de $3\frac{1}{3}$, lequel n'estant quarré, nous prendrons un autre en la place comme $\frac{121}{36}$ qui est quarré, sa racine $\frac{11}{6}$ (la maniere de le trouver se peut voir en la fin de la 12 question precedente) Item 10 se divise en trois quarrez, premierement en 9 & 1, & puis 1 en deux autres, & sont 9, $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$. dont leurs racines seront 3, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, lesquels il faut adegaler à $\frac{11}{6}$ (mettons le tout en denomination de trentiesmes) c'est $\frac{90}{30}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{18}{30}$, qu'il faut adegaler à $\frac{55}{30}$, parquoy nous poserons les racines des trois quarrez, 3 — 35 ①, $\frac{4}{5}$ + 31 ① & $\frac{3}{5}$ + 37 ①, & la somme de leurs quarrez sera 3555 ② — 116 ① + 10 egales à 10, & 1 ① vaudra $\frac{116}{3555}$, & finalement les trois racines, & leurs quarrez trouvez, & puis de chascun estant soubstraict 3, on aura les trois parties de l'unité, à sçavoir, les fractions dont les numerateurs sont 228478, 142381, 134662, le commun denominateur est 505521. & la *Demonstration* est manifeste.

Nous traduisons adegalité ce que Diophante appelle παρισότητα, ensuivant les interpretes, ce n'est pas à dire egalité, mais un extreme approchement de quelque chose.

QVESTION XV.

On requiert de faire trois parties de l'unité, avec telle condition, que la premiere augmentée de 2, la seconde de 3, & la troisiesme de 4, alors les sommes soyent nombres quarrez.

A. GIRARD.

La determinaison est telle que si on augmente la somme des trois nombres donnez de l'unite, (c'est icy 10,) elle doit estre un nombre divisible en trois quarrez; or tous ceux qui se divisent en deux quarrez, se divisent aussi en trois; Item il y a des nombres qui ne se peuvent diviser en trois quarrez comme, 7, 15, 23, 28, 31, 39, &c. seulement ceux qui sont entre-deux; item 3, 6, 11, 12, 14, 19, &c. ne se peuvent diviser en deux quarrez mais bien en trois; Or tout nombre entier se peut diviser en quatre quarrez.

CONSTRVCTION.

Il faut diviser 10 en trois quarrez, dont le premier excede 2, le second 3, & le troisiesme 4; Pour à quoy parvenir je party 10 en deux quarrez tellement que l'un tombe entre 2 & 3, ce qui se fera par la construction de la 12 question precedente, & seront $\frac{1849}{841}$, $\frac{6561}{841}$, leurs racines $\frac{43}{29}$ & $\frac{81}{29}$, & auray desia un quarré requis à sçavoir $\frac{1849}{841}$ lequel escheoit entre les nombres 2 & 3: duquel si on oste 2 on aura $\frac{167}{841}$ une des parties premierement requise de l'unité.

Il reste donc à partir l'autre quarré $\frac{6561}{841}$ en deux autres quarrez, ainsi que l'un tombe entre 3 & 4, ce qui se parfera par l'operation de la 13. question, ainsi que s'ensuit: Au lieu des termes 3 & 4, je prend deux quarrez entre iceux (toutesfois ne reiettans 4 pource qu'il l'est) comme $\frac{49}{16}$ & 4, dont $\frac{7}{4}$ & 2 sont leurs costez; Quoy faict je pose que l'un des quarrez fust 1 ②, l'autre sera — 1 ② + $\frac{6561}{841}$ qu'il faut egaler à un quarré dont le costé soit $\frac{81}{29}$ — quelques ① ainsi que la valeur de 1 ① vienne entre $\frac{7}{4}$ & 2, & apres avoir pris quelque nombre de ① sans choix pour former la demande, finalemét on trouvera qu'il doit estre pris entre $2\frac{170}{203}$ & $2\frac{43}{116}$; soit dôc choisi quelqu'un à la volonté d'entre les mesmes comme $2\frac{3}{4}$, & partant $\frac{81}{29}$ — $2\frac{3}{4}$ ① sera posé estre la racine du quarré qu'on doit egaler à — 1 ② + $\frac{6561}{841}$, & 1 ① vaudra $\frac{7128}{3973}$ pour le costé du premier quarré, & $\frac{8505}{3973}$ pour le costé du second, & leurs quarrez estâs calculez, aussi du premier soubstraict 3, & de l'autre 4, ses restes seront les deux autres parties de l'unité, lesquelles avec la premiere trouvée de cy dessus feront les trois parties de l'unité selon le requis, $\frac{167}{841}$, $\frac{3454197}{15784729}$ & $\frac{9196109}{15784729}$, quant au premier si on le met en mesme denomination, le numerateur sera 3134423, desquelles choses la preuve est manifeste.

QVESTION XVI.

Partons, 10, en trois nombres, que la somme de deux à deux soit quarré.

CONSTRVCTION.

Le maieur avec le moindre, doibt faire un quarré, aussi le maieur avec le moyen, & finalement le moyen avec le moindre. Or ce sont trois quarrez, d'avantage chascun nombre est ennumeré deux fois, donc ces trois quarrez là feront ensemble 20; Item pource que chasque deux font un quarré, il s'ensuit, que chascun d'iceux quarré sera moins que 10. Donc il faut diviser 20 en trois quarrez, chascun moindre que 10. Mais 20 est cõposé de deux quarrez, 16 & 4. Or si nous posons 4 estre l'un des quarrez requis: Il faudra puis apres diviser 16 en deux quarrez desquels un chascun d'iceux soit moindre que 10. (comme devant) & plus que 6. (pource que 10 & 6 font 16) soyent donc pris deux quarrez entre 6 & 10, comme 9 & $\frac{64}{9}$, dont les racines 3 & $\frac{8}{3}$: Puis soit posé

l'un des quarrez requis 1 ②
Donc l'autre — 1 ② + 16

Et fingeons que sa racine soit 4 — tant de ① que 1 ① aye sa valeur entre 3 & $\frac{8}{3}$ soit iceluy 4 — $\frac{12}{5}$ ①, alors 1 ① vaudra $\frac{480}{169}$ pour le costé d'un des quarrez requis, & partant l'autre sera $\frac{476}{169}$; donc les trois quarrez seront 4, $\frac{230400}{28561}$, & l'autre $\frac{226576}{28561}$. lesquels un chascun estant soubstraict de 10; les trois restes seront 6, $\frac{55210}{28561}$ & $\frac{59034}{28561}$

pour les trois parties de 10 selon le requis, dont la demonstration est manifeste.

A. GIRARD.

ICy l'autheur requiert un quarré dont la racine soit 4 — quelque nombre de ① pour egaler à — 1 ② + 16, tellement que la valeur de 1 ① soit entre 3 & $\frac{8}{3}$, ce qui n'est pas si aisé qu'intelligible, & pour resoudre cecy soit A, le nombre des ① à sçavoir 4 — A ① la racine du quarré requis, son quarré sera A q ② — A 8 ① + 16 egal à — 1 ② + 16; ostons de chasque costé 16; & adjoustons A 8 ①, & 1 ②; & le tout divisé par 1 ① puis encor par A q + 1, alors 1 ① vaudra $\frac{A8}{Aq+1}$, mais 1 ① est entre 3 & $\frac{8}{3}$, donc A sera entre $\frac{3}{2}$ + $\sqrt{\frac{5}{4}}$ & $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$, c'est en nombres rationaux entre $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{3}$ assez pres; & pour avoir incontinent un nombre entre iceux, ceste maniere est fort propre d'adjouster les numerateurs, aussi les denominateurs, & viendra $\frac{12}{5}$, parquoy la susdicte racine se pourra prendre de 4 — $\frac{12}{5}$ ① commodement. Autrement par le moyen du triangle rectangle 20, 21, 29, nous en trouverons en semblable qui aura son hypothenuse 4, & les quarrez des deux autres costez feront 16, & seront entre 6 & 10, iceux sont 7 $\frac{513}{841}$, &c, 8 $\frac{328}{841}$. Il y a des triangles rectangles qui ont les costez de l'angle droict, seulement differens de l'unité, & ne serviront pas moins à plusieurs questions suivantes qu'a celle cy, & ont les angles aiguz assez pres de 45 degrez, car tant plus les nombres croissent & tant plus pres; je ne mettray qu'un costé de l'angle droict, le plus petit de deux, car l'autre sera aisé à trouver pource qu'il ne l'excede que de 1 seulement.

le moindre costé faisant l'angle droict	hypothenuse
3	5
20	29
119	169
696	985
4059	5741
23660	33461
137903	195025
803760	1136689
4684659	6625109
27304196	38613965
159140519	225058681
927538920	1311738121
5406093003	7645370045
31509019100	44560482149

QVESTION XVII.

DIvisons 10, en quatre nombres, tels que la somme de chasque trois d'iceux soit un nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Puis que les trois nombres (commenceant par le premier & les deux suivans) font un quarré: Il se trouvera quatre tels quarrez; & les quatres y seront trois fois comprins. Parquoy il faudra diviser 30 en quatre quatrez dont chascun soit moindre que 10, ce qui se pourra resoudre comme s'ensuit. Si on rapporte l'equation au $\frac{1}{4}$ dudit 30 qui est 7 $\frac{1}{2}$ comme on a faict aux questions precedentes, & ayant trouvé les quatre quarrez, & ostez chascun de 10, on trouvera les parties de 10 requises: Voyla une maniere, mais si par cas fortuit on s'advisast que 30 fust composé des quatre quarrez 16, 9, 4, & 1, on pourroit choisir deux d'iceux qui sont moins que 10, comme 4 & 9: pour satisfaire en partie à la question, alors il restera encor 17 à diviser en deux quarrez (comme nous avons demonstré cy devant) tels que l'un soit plus que 8 $\frac{1}{2}$ & moins que 10, car ils doivent tous estre en particulier moins que 10: ce qu'ayant faict on les ostera de 10; alors on aura les autres parties de 10; comme par ces deux quarrez choisis 4 & 9 nous trouverons les nombres 6 & 1 ainsi se fera des autres.

A. GIRARD.

L'Autheur monstre que deux chemins pour resoudre ceste question; quant au 7 $\frac{1}{2}$ n'estant point quarré on prendra en son lieu 7 $\frac{9}{16}$ quarré, sa racine $\frac{11}{4}$; d'avantage 30, se divise en quatre quarrez, 16, 9, 4, 1; leurs racines, 4, 3, 2, 1, lesquels il faut adegaler à $\frac{11}{4}$; en prenant 1 ① pour $\frac{1}{4}$; alors les quatres racines seront — 5 ① + 4; — 1 ① + 3; 3 ① + 2, & 7 ① + 1; la sommme de leurs quarrez est 84 ② — 20 ① + 30 egal à 30, & 1 ① vaudra $\frac{5}{21}$; les quatres racines estant trouvez, puis leurs quarrez, lesquels estans un chascun soubstraict de 10, on aura les quatre nombres requis $\frac{1247}{441}$, $\frac{1161}{441}$, $\frac{1046}{441}$, $\frac{929}{441}$: Quant à l'autre maniere, on peut prendre 9 & 4 pour deux des quarrez requis, & restera à partir 17 en deux quarrez lesquels il faut adegaler à la moitié de 17 ou a un quarré tresprochain d'iceluy 8 $\frac{73}{144}$, sa racine est $\frac{35}{12}$; & 4, 1, sont racines des quarrez faisant ensemble 17; & ces mesmes 4, 1, faut adegaler à $\frac{35}{12}$ en prenant 1 ① pour $\frac{1}{12}$, & les racines seront — 13 ① + 4 & 23 ① + 1; la somme de leurs quarrez egale à 17 & 1 ① vaudra $\frac{29}{349}$, mais il faut noter qu'on n'est point si fort assubjecti à — 13 ① + 4 & 23 ① + 1, car on peut bien prendre plus ou moins comme — 12 ① + 4 & 20 ① + 1, alors les quatre nombres seront (apres avoir esté chasque quarré de 10) $\frac{681}{289}$, $\frac{186}{289}$, 1, 6, dont la demonstration est manifeste, & en ceste derniere cy la 1 ① ne vaut que $\frac{7}{68}$ qui est une fraction plus aisée que $\frac{29}{349}$.

QVESTION XVIII.

TRouvons trois nombres tels, que si on adjouste un chascun d'iceux (quel il puisse estre) au cube de leur somme l'aggregat soit nombre cube.

CONSTRVCTION.

Soit pour la somme des trois nombres requis 1 ①
Son cube sera 1 ③
Alors les trois nombres requis seront 7 ③ 26 ③ & 63 ③

Car si à chascun d'iceux l'on adiouste 1 ③ qui est le cube de 1 ① (la somme d'iceux,) il viendra un nombre cubicque, il reste seulement qu'iceux trois ensemble soyent egaux à 1 ①; parquoy 96 ③ seront egales à 1 ① & 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{96}}$; lequel estant radical, ne satisfaict pas totalement si bien à mon desseing qu'aux conditions requises, car je desire que ce soyent nombres absoluz, la cause est que 96 n'est nombre quarré; or il est la somme de trois nombres cubes (si un chascun avoit une unité d'avantage,) parquoy la question est reduite en une autre qui est, qu'il faut trouver trois nombres tels que si on adiouste l'unité à un chascun d'eux, alors ils soyent cubes; & aussi que la somme d'iceux nombres face un nombre quarré.

Soit le costé du premier cube 1 ① + 1
Et du second — 1 ① + 2
Et du troisiesme 2
Leurs cubes seront 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1
Et — 1 ③ + 6 ② — 12 ① + 8
Et aussi 8

Or

Or si on oste l'unité d'un chascun d'iceux on aura les trois nombres, dont la somme est

9 ② — 9 ① + 14

Egale à un quarré dont la racine soit 3 ① — 4; son quarré est 9 ② — 24 ① + 16

Et 1 ① vaudra $\frac{2}{15}$, quoy faict les trois nombres de ceste seconde proposition seront propres pour les positions de la premiere, soit donc le premier $\frac{1538}{3375}$ ③

Le second $\frac{18577}{3375}$ ③

Et le troisiesme 7 ③

Soit aussi leur somme posée comme devant 1 ①

Egale à leur somme $\frac{43740}{3375}$ ③

Et 1 ① vaudra $\frac{5}{18}$.

Je di, que les trois nombres requis seront trois nombres rompuz, dont la commune denomination est 157464, & les trois numerateurs sont 1538, 18577, & 23625. *Demonstration.* Leur somme est $\frac{5}{18}$, son cube $\frac{125}{5832}$, lequel estant adjousté à un chascun des nombres requis, les sommes seront cubes, dont les costez sont $\frac{17}{54}$, $\frac{28}{54}$, & $\frac{30}{54}$. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

Trouvons trois nombres, desquels si un tel que l'on voudra d'iceux est osté du cube de leur somme, que la reste soit cube.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres requis 1 ① & iceux soyent, $\frac{7}{8}$ ③, $\frac{26}{27}$ ③ & $\frac{63}{64}$ ③; il reste que leur somme soit egale à 1 ①; & $\frac{4877}{1728}$ ② sera egal à 1: mais 1 est nombre quarré, partant $\frac{4877}{1728}$ devroit aussi estre quarré; d'ou procede-il? c'est que trois cubes $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{64}$ ont estez soubstraicts de trois unitez; lesquels cubes un chascun est moindre que l'unité. Nous en sommes là doncques, qu'il faut trouver trois cubes dont un chascun soit moindre que l'unité, & leur somme soubstraicte de 3 le reste soit nombre quarré. Et pource que nous voulons avoir un chascun cube moindre que l'unité, si l'on les prenoit tous trois ensemble moindres que l'unité, il est certain qu'un chascun seroit de tant plus moindre que l'unité, tellement que le quarré restant sera maieur au nombre binaire. Soit ce quarré restant 2 $\frac{1}{4}$, parquoy $\frac{3}{4}$ sera la somme des trois cubes, donc divisons $\frac{3}{4}$ en trois cubes, & pour mieux faire prenons $\frac{3}{4}$ en plus grand denominateur qui soit cubicque, & soit $\frac{162}{216}$, partant il faudra diviser 162 en trois nombres cubicques. Or 162 est egal à 125 cube, & 37 divisibile en deux cubes (pource qu'il est interval de deux cubes 64 & 27.) Il faut donc diviser 37 en deux cubes; soit 1 ① — 3 le costé de l'un d'iceux, iceluy cube sera 1 ③ — 9 ② + 27 ① — 27. pour trouver l'autre cube, posez le costé estre 4 — autant de ① que le cube aye ceste note — 27 ① afin qu'en l'adjoustant avec le susdict cube les ① s'esvanouissent, & pour trouver cela prenons le cube de 4 — 1 ① viendra — 1 ③ + 12 ② — 48 ① + 64; alors divisez 27 ① par 48 ① viendra $\frac{9}{16}$ pour le nombre des ① requis: finalement 4 — $\frac{9}{16}$ ① sera l'autre costé du cube; & son cube qui est $\frac{729}{4096}$ ③ + $\frac{243}{64}$ ② — 27 ① + 64 adjousté avec l'autre feront ensemble $\frac{3367}{4096}$ ③ — $\frac{333}{64}$ ② + 37 egales à 37, & partant 1 ① vaudra $\frac{21312}{3367}$; alors les deux cubes seront $\frac{1409071586931}{38170631863}$ & $\frac{3241792000}{38170631863}$ parties integrantes de 37, (dont leurs racines sont $\frac{11211}{3367}$ & $\frac{1480}{3367}$;) lesquelles adjoustez à l'autre cube 125 viendra 162 selon le requis, or ces trois cubes sont numerateurs de fractions, dont 216 est denominateur: lesquels ensembles vallent $\frac{3}{4}$, & soubstraicts de 3 restera 2 $\frac{1}{4}$ nombre quarré, selon ce qui estoit requis. & pour ne parler de fraction de fractions, les susdicts estants soubstraicts chascun de l'unité restera $\frac{6835784895477}{8244856482408}$, & $\frac{8241614690408}{8244856482408}$ & $\frac{91}{216}$, lesquelles sont propres à faire la position des le commencement mise, leur applicquants, ③, en fin estants ostez de 1 ③ (cube supposé de leur somme) les trois restes seront cubes; & suffira de comparer leur somme à 1 ① (car 1 ① est supposée estre leur somme) or leur somme est 2 $\frac{1}{4}$ ③ laquelle sera egale à 1 ①; partant 1 ① vaudra $\frac{2}{3}$ & autant sera la somme des nombres requis, lesquels seront $\frac{8241614690408}{278263911878127}$ & $\frac{6835784895477}{27826391187 8127}$, & $\frac{91}{729}$, lesquels si selon la question sont ostez du cube de leur somme $\frac{8}{27}$, les trois restes seront cubes.

A. GIRARD.

Diophante, comme les intrepretes le disent aussi, est tellement obscur en ce lieu qu'ils confessent n'y entendre rien mesme. le Sieur Gaspar Bachet dit (comme il se peut voir en la page 324 lin. 29. de son livre) que la suivante proposition luy est incogneue, à sçavoir:

Estans proposez deux cubes quelconcques sans determinaison aucune, partir leur Interval en deux autres cubes.

Le plus petit des deux cubes donnez est plus ou moins de necessité que le moitié du maieur: si iceluy est plus que ladite moitié, alors il n'en faudra que trouver deux autres en leur place par la suivante.

Estans proposez deux cubes, trouver deux autres cubes de mesme interval que les donnez: mais il faut que le moindre cube donné soit plus que la moitié de l'autre.

Soyent B, M, nombres dont le cube de moindre soit plus que la moitié de l'autre. les costez des cubes requis sont ceux cy.

$$\frac{B\{\overset{2}{M\,cub}, - B\,cub.}{B\,cub + M\,cub} \quad \& \quad \frac{M\{B\,cub, 2 - M\,cub}{B\,cub + M\,cub}$$

Que si il advenoit que le moindre cube soit encor plus que la moitié du maieur, alors au lieu de ceux la on en cercheroit des autres par ceste mesme reigle; mais j'estime qu'il sera moins que la moitié; finalement si le moindre cube donné, est moins que la $\frac{1}{2}$ du maieur cube, on fera alors la premiere propositiõ comme s'ensuit. soit M cub. moindre que la moitié de F cub. alors les racines des cubes seront ceux qui s'ensuivent, à sçavoir la racine d'un des cubes requis sera $\frac{F\ in\ (F\ cub. - M\ cub. 2)}{F\ cub. + M\ cub.}$. & racine de l'autre cube sera $\frac{M\ in (F\ cub. 2. - M\ cub.)}{F\ cub. + M\ cub.}$. tellemẽt que s'il estoit requis comme dessus de partir 37 (interval ou difference de deux cubes 64 & 27) en deux cubes, on les trouveroit par ces deux figures premises, à sçavoir $\frac{64000}{753571}$, & $\frac{27818127}{753571}$; dont leurs racines sont $\frac{40}{91}$ & $\frac{303}{91}$ ce qui est plus aisé que cy dessus & en nombres plus petis: Notez aussi qu'il y a plusieurs pairs de cubes qui ont les intervals egaux, à fin qu'il ne semble à quelqu'un qu'il n'y en ait que deux paires, car par exemple les cubes de 12 & 10, de 9 & 1, de $\frac{944}{37}$ & $\frac{930}{37}$, de $\frac{3070}{341}$ & $\frac{403}{341}$ ont l'interval de 728, & ainsi à l'infini. Item 8 & 6 sont racines de cubes ayans sommes aussi 728. Mais quant à ce que le Sieur Bachet dit qu'il ne voit pas la raison pourquoy nostre Autheur prend plustost 2 $\frac{1}{4}$ que non pas 2 $\frac{7}{9}$ ou quelque autre; Ie respond que $\frac{2}{9}$ (l'excès de 3 sur le 2 $\frac{7}{9}$) se peut pareillement diviser en trois cubes veu qu'il faict $\frac{162}{729}$, or 162 se divise comme dessus en trois cubes &c. & ainsi en une infinité d'autres. Mais

pour mieux amplifier ceste matiere ſoit pris (au lieu de 2 $\frac{1}{4}$) 2 $\frac{14}{25}$ qui eſt auſſi nõbre quarré, l'exces de 3 ſur iceluy eſt $\frac{11}{25}$ ou $\frac{440}{1000}$, le meſme ſe diviſe en trois cubes $\frac{216}{1000}$, $\frac{216}{1000}$, $\frac{8}{1000}$, parquoy les meſmes oſtez de l'unité, & applicques à ③, viendra $\frac{784}{1000}$③, $\frac{784}{1000}$③, $\frac{992}{1000}$③, avec leſquels on recommencera l'operation; & 1 ① vaudra $\frac{5}{8}$: parquoy $\frac{49}{256}$, $\frac{49}{256}$ & $\frac{62}{256}$ ſeront les trois nombres requis; dont la demonſtration eſt manifeſte.

QVESTION XX.

TRouver trois nombres tels, que ſi le cube de leur ſomme eſt ſoubſtraict d'un chaſcun d'iceux les reſtes ſoyent nombres cubes.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1①

Et les trois nombres ſoyent 2③, 9③, 28③, Il reſte ſeulement que leur ſomme 39③ ſoit egale à 1①, & 39② vaudront 1; Que ſi 39 fuſt nombre quarré la queſtion ſeroit ſoudée, ce qui n'eſtant ainſi, 39 eſtant la ſomme de trois cubes & du nombre ternaire: *Il faudra trouver trois nombres cubes, dont la ſomme d'iceux augmentée du nombre ternaire ſoit nombre quarré.* A c'eſt effect ſoit autrefois, 1① le coſté du premier cube, le coſté du ſecond —① + 3, & le coſté du troiſieſme, nombre quelconque 1, la ſomme de leurs cubes augmentée de 3 ſera 9②—27① + 31 egale au quarré de 3①—7, à fin d'avoir convenable egalité, & 1① vaudra $\frac{6}{5}$, qui ſera le coſté du premier cube, & $\frac{9}{5}$, 1, les coſtez des deux autres; & pour revenir à la premiere poſition, ſoit adjouſté 1 à chaſcun cube, & poſerons iceux au lieu des 2③, 9③ & 28③, & alors 1① vaudra $\frac{5}{17}$, & le reſte eſt manifeſte, car les trois nombres requis ſont fractions, dont les numerateurs ſont 341, 854, 250, & le commun denominateur eſt 4913; leur ſomme eſt $\frac{5}{17}$, du cube duquel ſi on ſoubſtraict les trois nombres ſuſdicts, les trois reſtes ſeront cubes veu que leurs racines ſeront 6, 9, 5 dixſeptieſmes.

QVESTION XXI.

TRouver trois nombres dont la ſomme ſoit nombre quarré, & tels que ſi au cube de ladite ſomme l'on adjouſte un chaſcun d'iceux les trois ſommes ſoyent nombres quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis un quarré comme 1②
Et le premier d'iceux 3⑥
Le ſecond 8⑥
Et le troiſieme 15⑥

Car au cube de leur ſomme eſtant adjouſté l'un d'iceux viendra un quarré. Il reſte ſeulement que leur ſomme qui eſt 26⑥ ſoit egale à leur preſuppoſée ſomme 1②, alors 26④ ſeront egales à 1. mais 26 n'eſtant pas tel que l'on en puiſſe tirer la racine de quarte quantité, comme on la peut extraire de 1, il ne ſatisfera pas à la queſtion; Il eſt la ſomme de trois nombres auſquels ſi on adjouſtoit l'unité ils ſeroyent quarrez. Il faut doncques trouver trois nombres un chaſcun de l'unité moins, qu'un quarré, & que leur ſomme ſoit nombre quarré-quarré.

Soyent iceux trois nombres 1④—2②, 1②+2①, & 1②—2①. car ſi à l'un d'iceux eſt adjouſté 1, il ſera quarré: & ſi leur ſomme eſt nombre quarré-quarré; Tellement que la queſtion eſt ſoudée en nombre indefinis; poſons que 1① ſoit 3 (car il eſt licite de choiſir) ces trois la ſeront 63, 15, 3, & par les meſmes recommençons l'operation, & poſons que la ſomme des trois ſoit comme devant 1②
Et le premier requis 63⑥
Le ſecond 15⑥
Et le troiſieſme 3⑥
Leur ſomme (à ſçavoir des trois) 81⑥

Egale à 1②, & 1① vaudra $\frac{1}{3}$. Ie dis que $\frac{63}{729}$, $\frac{15}{729}$ & $\frac{3}{729}$ ſeront les trois nombres requis. *Demonſtration*. Leur ſomme eſt $\frac{1}{9}$ nombre quarré, Item le cube de ladite ſomme eſt $\frac{1}{729}$; lequel adjouſté à un chaſcun d'iceux, viendra $\frac{64}{729}$, $\frac{16}{729}$ & $\frac{4}{729}$ trois nombres quarrez, car les racines d'iceux ſont $\frac{8}{27}$, $\frac{4}{27}$ & $\frac{2}{27}$ ſelon la queſtion.

QVESTION XXII.

L'Exemplaire eſt extremement deſpravé en ce lieu, & eſt aiſé à juger qu'il y a trois queſtions perdues, comme auſſi le Sieur Bachet l'a bien remarqué, tellement qu'il eſt plus expediët de la reſoudre ſelon qu'il ſemble que Diophante a faict autrefois, que non pas de s'arreſter a l'Imperfection du Texte.

Partons 2 en trois parties, telles, qu'une chaſcune oſtée de 8 (cube de 2) le reſte ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Chaſcune partie (eſtant moindre que 2) ſoubſtraicte de 8, le reſte ſera plus que 6, & moindre que 8. D'avantage les trois quarrez reſtans feront enſemble 22; car on oſte les trois parties qui ne font que 2, de trois fois 8. Ce qui eſtant ainſi, il faudra diviſer 22 en trois quarrez, un chaſcun plus que 6 & moindre que 8. ceſt à dire treſpres du tiers de 22, qui eſt 7 $\frac{1}{3}$ ou bien de 7 $\frac{18}{49}$ nõbre quarré treſprochain d'iceluy, ayant ſa racine $\frac{19}{7}$, de laquelle faut trouver trois nombres bien peu differens, dont la ſomme des quarrez ſoit 22: or puis que 22 ſe diviſe naturellement en trois quarrez de 3, 3, 2, nous poſerons les racines 3—2①; 3—2①; 2+5①; & egalerons la ſomme de leurs quarrez 33②—4①+22 à 22, alors 1① vaudra $\frac{4}{33}$, & les quarrez ſeront ces numerateurs 8281, 8281, 7396, dont 1089 eſt commun denomin. leſquels ſoubſtraicts de 8 on aura les trois nombres requis, parties integrantes de 2, à ſçavoir 431, 431, & 1316, en meſme denomination que deſſus 1089. dont la demonſtration eſt treſmanifeſte.

QVESTION XXIII.

DIviſer la partie d'un entier donnée en trois parties telles, que ſi d'une chaſcune l'on oſte le cube de leur ſomme, les trois reſtes ſoyent quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit $\frac{1}{4}$ la partie, ou rompu donné lequel il faut diviſer ſelon le requis, tellement que ſi on oſte $\frac{1}{64}$ de chaſcune d'icelles, un chaſcun reſte ſoit quarré. Mais les reſtes enſemble, feront autant que ſi on oſtoit trois fois $\frac{1}{64}$ (c'eſt $\frac{3}{64}$) de $\frac{1}{4}$: donc les reſtes feront enſemble $\frac{13}{64}$, lequel il faut diviſer en trois quarrez, & quand on les aura trouvez, il faudra adjouſter $\frac{1}{64}$ à chaſcun, on aura les trois nõbres requis, ce qui eſt tresfacil, veu que 64 eſtant quarré il ne faudra que diviſer 13 en deux quarrez 9 & 4 puis 4 encor en deux quarrez $\frac{36}{25}$ & $\frac{64}{25}$, & a ces trois quarrez eſtant adjouſté $\frac{1}{64}$ on aura trois fractions 250, 61, 89 de commun denominateur 1600, pour les trois parties requiſes de $\frac{1}{4}$.

QVESTION XXIV.

TRouver trois quarrez, ainſi qu'à leur ſolide adjouſtant quelqu'un que ce ſoit d'iceux, la ſomme ſoit nombre quarré.

Solide eſt le produict de trois nombres. Tranſlation de mot à mot.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le solide des trois nombres quarrez requis 1 ②

Puis soyent trouvez trois quarrez ausquels adjousté l'unité facent nombres quarrez, ce qui se peut faire par le moyen des triangles rectangles dissemblables. Car divisant le quarré d'un des costez qui faict l'angle droit, par le quarré de l'autre, le quotient sera tel qu'on le requiert. Partant apres en avoir trouvé trois tels quarrez, & leurs applicquant ②, on aura l'un $\frac{9}{16}$ ②

L'autre $\frac{25}{144}$ ②

Et le troisieme $\frac{64}{225}$ ②

Car si à l'un d'iceux on adjouste 1 ② (premier en l'ordre) la somme fera un quarré. Reste seulement que leur solide $\frac{14400}{518400}$ ⑥ soit egal à 1 ②; finalement viendra $\frac{14400}{518400}$ ④ egal à 1, & l'une racine sera egale à l'autre c'est à sçavoir $\frac{120}{720}$ ② egale à 1, mais si $\frac{120}{720}$ ② fust quarré, la question seroit soudée, Ce qui n'estant pas ainsi, nous en sommes venus là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles, ainsi que le solide des perpendiculaires multiplié par le solide des bases, le produict soit quarré; (*le texte est icy mutilé*) dont le costé soit le produict de la perpendiculaire & base d'un triangle rectangle.

Et si on divise le tout par le produict des costez qui font l'angle droit du triangle trouvé, le quotient sera un produict des costez qui font l'angle droit du second triangle, multiplié par le produict des costez qui font l'angle droit de l'autre triangle. Et si l'un d'iceux est posé estre 3, 4, 5, Nous en sommes venuz la qu'il faut trouver deux triangles rectangles tels, que le produict des costez qui font l'angle droit, multipliez par les costez faisans l'angle droit soit 12 ①; Et l'aire de l'aire 12, si 12 & 3; Ce qui est facil & semblable à cestuy-cy, 9, 40, 41, l'autre 5, 12, 13; Et ayant ainsi les trois triangles rectangles, nous recommencerons autrefois l'operation. Et poserons les trois quarrez requis, l'un 9, l'autre 25 & le troisiesme 81, & si leur solide est egalé à 1 ②, alors 1 ① sera rationelle. Parquoy les positions vaudront ****.

A. GIRARD.

Pour donner à entendre la solution de ceste question, je diray premierement comment il faut trouver un triangle rectangle de quelques deux nombres donnez que ce soit; soyent donnez 2 & 3; il faut former un triangle rectangle tiré de ces nombres; la somme des quarrez 13 est pour l'hypothenuse; la difference des quarrez 5 est pour un costé faisant l'angle droict, & le double produict est pour l'autre, qui est une reigle generale tres-necessaire.

Il est necessaire de sçavoir aussi que si deux nombres se divisant font un quarré aussi en se multipliant feront un quarré. Or il falloit trouver trois triangles rectangles que le solide de leurs perpendiculaires estant divisé par le solide des bases le quotient soit quarré; partant ce n'est pas mal à point que au lieu de diviser l'autheur parle de multiplier en cest endroict, comme il fera encor en la 32e. question suivante. Et pour trouver iceux triangles soit prins un triangle rectangle tel qu'on veut soit 3, 4, 5; & des deux nombres 5, 4, aussi 5 & 3; soyent formez deux autres triangles rectangles comme nous avons dict, tellement que les double-produicts soyent pour les bases à sçavoir 30 & 40; mais quand au premier triangle il n'importe; & aurez ainsi les trois triangles requis, 3, 4, 5, & 9, 40, 41, & 16, 30, 34: avec lesquels on fera le commencement de ceste question. Ie diray encor que le produict des bases, (des 3 triangles construit comme dessus) est au produict des perpendiculaires comme quatre fois le quarré de l'hypotenuse du premier triangle, au quarré de sa perpendiculaire. Quant au texte il est tellement embrouillé & corrompu qu'on ne sçauroit paraphraser les reliques, si aisement que l'on diroit bien, neantmoins cela sera reservé pour ceux qui ont plus de loisir.

QVESTION XXV.

Trouver trois quarrez, tels que si de leur solide on oste un chascun d'iceux les restes soyent quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le produict des trois (ou leur solide) 1 ②

Et soyent trouvez les quarrez requis, par les triangles rectangles, l'un de $\frac{16}{25}$, l'autre de $\frac{25}{169}$, & le troisiesme de $\frac{64}{289}$, donnant à un chascun le quantité ②; Quoy faict si on les soubstraicts particulairement de 1 ② les restes seront quarrez, & restera à esgaler seulement leur solide qui est $\frac{25600}{1221025}$ ⑥ à 1 ②; que si on divise l'un & l'autre par 1 ② alors on trouvera que $\frac{25600}{1221025}$ ④ seront egales à 1; mais l'unité est telle que l'on en peut extraire la racine de quarte quantité ce qu'on ne peut faire de l'autre. Parquoy nous en sommes la qu'il faudra trouver trois triangles rectangles tels que le solide des bases au solide des hypothenuses soit comme nombre qnarré à nombre quarré. (*Et pource que le texte est corrompu nous poursuivrons le reste selon qu'il devroit estre restitué*) soit à cest effect 3, 4, 5, un triangle rectangle tel que le double de la base soit maieur à la perpendicle, & soit formé un triangle rectangle de 3 (qui est perpend. sus-nommée) & de 8 (qui est le double de la base) ce qui se fera selon qu'il a esté enseigné en la precedente note, & viendra 55, 48, 73 pour le deuxiesme triangle, & 48 soit base; & pour le troisiesme, soit pour l'hypothenuse le produict des autres hypothenuses 365, & la base soit le produict des deux bases moins le produict des deux perpend. & la perpend. soit la somme de deux produicts des perpend. & base alternativement, & viendra 364, 27, 365 le troisiesme triangle, & 27 base; & ceux cy satisferont au requis comme aussi, 4, 3, 5; 5, 12, 13, & 63, 16, 65, lesquels nous prendrons comme estans plus petits nombres, & divisant les quarrez des bases par les quarrez des hypothenuses, nous aurons trois quarrez avec lesquels nous recommencerons autresfois l'operation y applicquant ② ainsi: soit 1 ② le produict ou solide des trois quarrez; & les trois quarrez soyent $\frac{9}{25}$ ②, $\frac{144}{169}$ ②, $\frac{256}{4225}$ ②. Car si chascun d'iceux est osté de 1 ② resteront quarrez, puis apres leur solide $\frac{331776}{17850625}$ ⑥ est egal à 1 ②; à sçavoir $\frac{331776}{17850625}$ ④ egale à 1, & partant $\frac{24}{65}$ ① vaudront 1, c'est que 1 ① vaudra $\frac{65}{24}$; parquoy les trois quarrez requis seront $\frac{164}{64}$, $\frac{25}{4}$ & $\frac{4}{9}$. dont la demonstration est manifeste.

QVESTION XXVI.

Translatée de mot à mot.

Trouvons trois quarrez, tels que leur solide soubstraict d'un chascun d'iceux les restes soyent quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit derechef leur solide 1 ②; & iceux se trouveront par le moyen des triangles rectangles. Et de là on reviendra en des accidens pareils aux precedentes: Si donc en la presente l'on s'aide des mesmes rectangles, & que nous posions les quarrez requis * l'un 25 ② l'autre 625 ② & le troisiesme 14784 ②. Car leur solide osté d'un chascun d'iceux faict un quarré. Il reste seulement que leur solide soit egal à 1 ②. & se trouve que 1 ① est maieure à 8, & est notoire. *

QVESTION XXVII.

Trouvons trois quarrez, tels que si au produict de chasque deux l'on y adjouste l'unité la somme soit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Pource que je cerche qu'au produict des deux premiers adjousté l'unité la somme soit quarrée, si on la multi-

multiplie par le troisiesme qui est nombre quarré, le produict sera encor quarré. C'est autant que si l'on disoit que le produict (ou solide) des trois avec le troisiesme face quarré ; & ainsi avec le premier & second. Ce qu'avons demonstré cy dessus (assavoir en la 24 question.) Donc les mesmes nombres soudent aussi ceste question.

QVESTION XXVIII.

Trouvons trois quarrez, ainsi que si l'on soubstraict l'unité du produict de chaque deux, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Multiplions le tout par le troisiesme ; donc si du produict ou solide des trois, l'on soubstraict le troisiesme, le reste sera quarré ; & du mesme solide si on en oste le premier ou second le reste sera semblablement quarré. Ce qui a esté demonstré cy dessus (en la 25.) Parquoy ces nombres là satisferont ceste question.

QVESTION XXIX.

Trouvons trois quarrez, tels que si l'on soubstraict le produict de chaque deux de l'unité, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Derechef si on multiplie le tout par le restant on en reviendra là qu'il faut trouver trois nombres, tels que si on oste leur solide de quelqu'un d'iceux quel il soit, le reste soit quarré. Cecy a esté demonstré. (en la 26e quest.)

QVESTION XXX.

Trouver trois quarrez, tels qu'a la somme de chaque deux adjousté 15, la somme soit aussi quarré.

CONSTRVCTION.

Soit l'un d'iceux quarré 9.

Il faut trouver donc les deux autres quarrez tels que chascun d'iceux avec 24 face quarré. & eux deux + 15 facent, quarré. Trouvons donc deux quarrez, ainsi qu'à un chascun adjousté 24 face nombre quarré. Prenons des nombres qui mesurent 24. & qu'iceux soyent les costez, qui font l'angle droict d'un triangle rectangle. soit selon $\frac{4}{1(1)}$, l'opposite sera 6 ① ; leurs moitiés sont $\frac{2}{1(1)}$ & 3 ① : soit derechef (pour en avoir encor deux autres) selon $\frac{3}{1(1)}$, l'opposite sera 8 ① ; & les moitiez d'iceux sont $\frac{3}{2(1)}$ & 4 ①. Partant soit l'un costé du quarré, l'interval entre $\frac{2}{1(1)}$ & 3 ① ; & soit l'autre costé, l'interval entre $\frac{3}{2(1)}$ & 4 ①. Car à chascun d'iceux quarrez adjousté 24 la somme sera un quarré ; Il reste seulement qu'iceux ensemble adjoustez a 15 facent quarré ; Mais c'est 25 ② — 9 + $\frac{25}{4(2)}$, le mesme sera egal à un quarré, & soit à 25 ② ; alors 1 ① vaudra $\frac{5}{6}$. Partant les trois quarrez requis seront 9, $\frac{1}{100}$ & $\frac{529}{225}$; dont la demonstration est manifeste.

QVESTION XXXI.

Trouver trois quarrez, tels que si de la somme de deux quelconques d'iceux l'on oste 13 le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit 25 l'un des quarrez requis ; Il en faudra trouver deux autres, tellement qu'un chascun d'iceux avec 12 face quarré, mais d'iceux deux ensemble osté 13, le reste soit quarré. Soyent 3, 4, les deux costez faisans l'angle droict d'un triangle, & avec un chascun d'iceux soyent pris des opposites (selon la precedente produisans 12,) & pris la moitié, Alors le premier costé sera de l'interval qui est entre $\frac{3}{2}$ ① & $\frac{2}{1(1)}$; & l'autre costé de l'interval entre 2 ① & $\frac{3}{2(1)}$. Car si a chascun quarré on adjouste 12 la somme sera quarré. Reste que de leur somme si on oste 13 le reste soit quarré, parquoy 6$\frac{1}{4}$ ② — 25 + $\frac{25}{4(2)}$ sera egal à un quarré, soit à $\frac{25}{4(2)}$, alors 1 ① vaudra 2 ; & les trois quarrez requis seront, 25, 4, & 10$\frac{9}{16}$, lesquels sont tels que si on oste 13 de la somme de chasque deux les restes seront quarrez, selon le requis.

QVESTION XXXII.

Trouver trois quarrez, tels que la somme de leurs quarrez soit quarré.

Notez que c'est autant que si l'on proposoit trouver trois nombres dont la somme de leurs quarré-quarrez soit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit un des nombres quarrez requis 1 ②
Et les deux autres 4. & 9.
La somme de leurs quarrez 1 ④ + 97
Egal à un quarré, soit iceluy dont 1 ② — 10 est le costé, partant iceluy sera 1 ④ — 20 ② + 100

Et 20 ② vaudront 3 : lesquels si leur produict fust quarré la question seroit resoute.

La chose est demenée jusques a là, qu'il faut trouver deux quarrez, & un certain nombre, tellement que de son quarré, estans soubstraicts les quarrez, des quarrez requis en un, le reste soit un nombre qui soit au double dudict certain nombre, comme quarré à nombre quarré. Soyent iceux quarrez 1 ②, l'autre 4 ; & le nombre arbitraire 1 ② + 4, du quarré duquel soubstraicts les quarrez des deux autres, restera 8 ② lequel doit estre à 2 ② + 8 (double de l'arbitraire) comme quarré à nombre quarré. Leurs moitiez, 4 ② à 1 ② + 4 seront comme quarré à quarré ; mais 4 ② est quarré donc 1 ② + 4 sera egal à un quarré soit iceluy de 1 ① + 1, & 1 ① vaudra 1$\frac{1}{2}$; & les nombres quarrez requis seront 2$\frac{1}{4}$ & 4 ; & l'arbitraire $\frac{25}{4}$; lesquels quadruples seront 9, 16, & l'arbitraire 25. Avec lesquels on recommencera l'operation & poserons l'un des nombres quarrez requis comme dessus 1 ②
L'autre 9
Et le troisiesme 16
La somme de leurs quarrez 1 ④ + 337
Egal au quarré de 1 ② — 25 ; & 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$; le reste est manifeste.

D'icy se forme une reigle, pour resoudre telles questions. *Prenez les quarrez des costez qui font l'angle droict d'un triangle rectangle, pour deux des nombres quarrez requis ; Puis divisez leur produict par le quarré de l'hypotenuse & vous aurez le troisiesme.*

QVESTION XXXIII.

Vn quidam fit un meslange de deux sortes de vins, dont l'un luy coustoit 8 sous le pot, l'autre seulement 5, en fin il y avoit du vin pour un certain nombre quarré de sous ; tellement qu'au mesme adjoustant encor 60, la somme estoit derechef quarré, la racine duquel estoit la quantité des pots que le meslange contenoit, On demande combien il y avoit de pots des deux sortes de vins, & combien une chacune sorte de vin coustoit.

CONSTRVCTION.

Soit posé le nombre des pots du meslange 1 ①
Ergo le pris total sera, 1 ② — 60

Il reste qu'iceluy soit egalé à quelque quarré dont le costé soit 1 ① — quelque ⓪ ; Davantage pource que 1 ① est le nombre des pots meslangez tant de 5 sous que de 8, le pris total (assavoir 1 ② — 60) vaudra plus que 5 ① & moins que 8 ①, & par consequent 1 ① vaudra plus que √ 66$\frac{1}{4}$ + 2$\frac{1}{2}$ & moins que √ 76 + 4 : c'est en nombre rationnaux 10$\frac{127}{200}$, & 12$\frac{718}{1000}$ & assez pres entre 11 & 12. Il faudra aussi diviser le pris total 1 ② — 60, en deux nombres tels que la $\frac{1}{5}$ de l'un + la $\frac{1}{8}$ de l'autre soit 1 ① la somme des pots du meslange qui est entre 11 & 12. Aussi pour trouver le quarré auquel on veut esgaler 1 ② — 60, on en prendra cōme dict est la racine 1 ①.

1 ① — quelque ⓪ soit iceluy A; alors $\frac{Aq+60}{A2}$ sera egal à 1 ①, c'est à dire, qu'il faut trouver un quarré auquel adjousté 60 & divisé par le double de sa racine, le quotient soit entre 11 & 12; & soit iceluy posé 1 ②, donc $\frac{1(2)+60}{2(1)}$ aura sa valeur entre 11 & 12; c'est a dire que 1 ② + 60 aura sa valeur entre 22 ① & 24 ①, & 1 ① sera entre 19 & 21, (assez pres) soit donc 20, alors on esgalera 1 ② — 60 puis total au quarré de 1 ① — 20 qui est 1 ② — 40 ① + 400, quoy faict 1 ① vaudra $11\frac{1}{2}$ pour le nombre des pots du meslange, aussi 1 ② — 60 vaudra $72\frac{1}{4}$ pris total, lequel il faut diviser en deux parties telles que la $\frac{1}{5}$ de la premiere avec la $\frac{1}{8}$ de l'autre soit $11\frac{1}{2}$. A ceste fin soit 1 ① posée estre la $\frac{1}{5}$ de la premiere partie, donc — 1 ① + $11\frac{1}{2}$ sera la $\frac{1}{8}$ de l'autre; alors les parties seront 5 ① & — 8 ① + 92; lesquelles ensemble font — 3 ① + 92 egales à $72\frac{1}{4}$, & 1 ① vaudra $\frac{79}{12}$ nombre des pots de 5 sous, parquoy $\frac{59}{12}$ sera le nombre des pots de 8 sous.

Je di, qu'il y a $11\frac{1}{2}$ pots de meslange, à sçavoir $\frac{79}{12}$ pots de 5 sous, & $\frac{59}{12}$ pots à 8 sous. *Demonstration.* Le vin de 5 sous le pot vaut $32\frac{11}{12}$ sous, & l'autre de 8, vaut $39\frac{1}{3}$ sous, dont la somme est le pris total $72\frac{1}{4}$ ou $\frac{289}{4}$ qui est quarré, sa racine $\frac{17}{2}$. Item si à $72\frac{1}{4}$ l'on adjouste 60, viendra $132\frac{1}{4}$ ou $\frac{529}{4}$ aussi nombre quarré sa racine estant $\frac{23}{2}$, ou $11\frac{1}{2}$ nombre des pots de vin meslangé dessusdict, selon le requis & qu'il falloit demonstrer.

SIXIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par ALBERT GIRARD, *Samielois.*

QVESTION I.

TRouvons un triangle rectãgle, ainsi que si on oste l'un ou l'autre costé qui faict l'angle droict de l'hypothenuse le reste soit cube.

CONSTRVCTION.

Soit le triangle requis, celuy qui est formé de ces deux nombres, 1 ① & 3; L'hypothenuse sera 1 ② + 9, la perpend. 6 ①, & la base 1 ② — 9; & de l'hypotenuse estant soubstraict l'un des costez à sçavoir 1 ② — 9 le reste sera 18 qui n'est pas cube. Mais d'ou vient il? c'est le double du quarré de 3; Il faut donc trouver un nombre, que son double quarré soit cube; soit iceluy 1 ① son double quarré est 2 ② egal à un cube soit à 1 ③ alors 1 ① vaudra 2. Ie reviens donc à former un triangle de 1 ① & 2 (non pas 3 comme dessus) & l'hypothenuse sera 1 ② + 4 la perpend. 4 ①; la base, 1 ② — 4; de laquelle hypot. si on en oste la base le reste sera cube 8; il reste que de la mesme hypot. estant soubstraicte la perpend. le reste soit cube, à sçavoir 1 ② — 4 ① + 4 egale à un cube, mais le mesme est le quarré de 1 ① — 2; donc si on egalise de ① — 2 à un cube on soudra la question, soit iceluy egal à 8; 1 ① vaudra 10; quoy faict, soit formé un triangle de 10 & 2, alors l'hypothenuse sera 104; la perpend. 40 & la base 96; la demonstration est manifeste.

QVESTION II.

TRouver un triangle rectãgle, ainsi que l'hypotenuse adjoustée avec l'un des costez restans lequel on voudra, la somme soit cube.

CONSTRVCTION.

Si l'on forme un triangle de deux nombres comme en la precedente, il faudra trouver un quarré dont le double soit cube, iceluy sera le quarré de 2, faisons donc un triangle de 1 ① & de 2; & l'hypothenuse sera 1 ② + 4, l'un des costez faisant l'angle droict 4 ①; & l'autre — 1 ② + 4. Il reste que l'hypotenuse avec le premier costé face un cube, mais il est necessaire que la valeur de 1 ② soit moindre que 4 c'est à dire 1 ① moindre que 2, (autrement on n'explicqueroit pas — 1 ② + 4) & comme la precedente 1 ② + 4 ① + 4 estant quarré & egal à un cube, on esgalera sa racine quarrée 1 ① + 2, à un cube, qui soit moindre que 4, pour les mesmes raisons, & plus que 2 puis que 1 ① + 2 est plus que 2; comme est $\frac{27}{8}$. ce qu'estant ainsi posons 1 ① + 2 egal à $\frac{27}{8}$ & 1 ① vaudra $\frac{11}{8}$; parquoy le triangle requis sera $\frac{135}{64}$, $\frac{352}{64}$ & $\frac{377}{64}$. La demonstration est facile.

QVESTION III.

TRouver un triangle rectangle, tel qu'au nombre de son aire estant adjousté le nõbre donné 5, la somme soit nõbre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit posé que le triangle requis soit d'une espece donnée à sçavoir 3 ①, 4 ①, 5 ① alors l'aire + 5 sera 6 ② + 5 egal à un quarré soit iceluy 9 ② partant 3 ② seront egales à 5, qui devroit estre comme quarré à nombre quarré comme les quantitez le demonstrent. Il faudra donc trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, tellement que d'iceluy quarré estant soubstraict l'aire du triangle, le reste soit la $\frac{1}{5}$ partie d'un quarré (pource que 5 est donné.) Soit formé un triangle de 1 ① & $\frac{1}{1(1)}$ & l'aire sera 1 ② — $\frac{1}{1(2)}$, soit pour la racine du quarré requis 1 ① + une fraction de ① de tant d'unitez que le double du nombre donné; c'est $\frac{10}{1(1)}$, le quarré sera 1 ② + 20 + $\frac{100}{1(2)}$, duquel estant soubstraict l'aire 1 ② — $\frac{1}{1(2)}$ restera $\frac{101}{1(2)}$ + 20: dont le quintuple est $\frac{505}{1(2)}$ + 100 egale à un quarré; le tout multiplié par 1 ② viendra 100 ② + 505 egales à un quarré, dont le costé soit posé de 10 ① + 5; & 1 ① sera $\frac{24}{5}$. Venons aux positions, le triangle se formera de $\frac{24}{5}$ & $\frac{5}{24}$; & le costé du quarré sera $\frac{413}{60}$ ①, tellement qu'à l'aire du triangle estant adjousté 5, on l'egalera à $\frac{170569}{3600}$ ②, le reste est assez manifeste.

QVESTION IV.

TRouver un triangle rectangle tel que si du nombre de son aire est soubstraict 6, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit iceluy triangle posé comme dessus, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② — 6 seront egales à un quarré, soit à 4 ②; le tout parachevé. On sera contrainct de trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré tel, qu'estant soubstraict de l'aire du triangle, & le reste sextuplé soit un quarré. A cest effect soit formé un triangle de 1 ① & de $\frac{1}{1(1)}$. Aussi le costé du quarré requis soit 1 ① — une fraction denommée par ①, ayant pour numerareur la moitié du nombre donné qui sera $\frac{3}{1(1)}$, son quarré (à sçavoir de 1 ① — $\frac{3}{1(1)}$) sera 1 ② — 6 + $\frac{9}{1(2)}$ lequel estant soubstraict de l'aire 1 ② — $\frac{1}{1(2)}$ restera 6 — $\frac{10}{1(2)}$ lequel sextuplé & encor multiplié par 1 ② viendra 36 ② — 60 egal à un

quarré, soit fingé le costé d'iceluy 6 ① − 2 alors 1 ① vaudra $\frac{8}{3}$. Ce qu'estant ainsi on reviendra à former le triangle de $\frac{8}{3}$ & $\frac{3}{8}$, & le costé du quarré $\frac{37}{24}$, pour recommencer les positions au lieu de celles qui estoyent prises à la volée, car le triangle se posera $\frac{4177}{576}$ ①, $\frac{4015}{576}$ ①, 2 ①, dont l'aire diminuée du nombre donné 6 sera $\frac{4015}{576}$ ② − 6 egal au quarré de $\frac{37}{24}$ ① qui est $\frac{1396}{567}$ ② & alors 1 ① vaudra $\frac{8}{7}$, & sera le triangle rectangle $\frac{4177}{504}$, $\frac{4015}{504}$, $\frac{16}{7}$, dont la demonstration est facile.

QVESTION V.

Trouvons un triangle rectangle, tel que le nombre de son aire estant soubstraict d'un nombre donné comme de 10 le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit posé derechef que le triangle rectangle soit 3 ①, 4 ①, 5 ①, alors 10 − 6 ② seront egales à un quarré, parquoy on en reviendra là, qu'il faudra trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, ainsi que la somme de l'aire d'iceluy triangle & dudict nombre quarré estant multipliée par 10 face quarré. A cest effect soit formé un triangle rectangle de 1 ① & $\frac{1}{1①}$ & le costé du quarré 5 ① + $\frac{1}{1①}$, & ainsi le composé de l'aire & du quarré sera 26 ② + 10, lequel decuplé sera 260 ② + 100, egal à un quarré, & pour avoir des plus petits nombres soit divisé les mesmes par 4 (nombre quarré) viendra 65 ② + 25 egales à un quarré dont le costé soit fingé estre 8 ① + 5, & 1 ① vaudra 80; donc on formera le triangle de 8 & $\frac{1}{8}$ & sera 2 ① 63 $\frac{63}{64}$ ①, 64 $\frac{1}{64}$ ②, & le costé du quarré $\frac{32001}{80}$ ①, & le reste sera aisé à poursuivre.

QVESTION VI.

Trouvons un triangle rectangle tel qu'au nombre de l'aire d'iceluy y adjousté l'un des costez qui font l'angle droict la somme soit 7.

CONSTRVCTION.

Soit derechef posé que le triangle soit d'une espece donnée, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② + 3 ① seront egales à 7; mais en reduisant ceste equation au quarré de la moitié de 3 (des 3 ①) quand l'on y adjouste 6 fois 7 la somme n'est quarré ce qui seroit toutesfois necessaire. Parquoy il faut trouver un triangle rectangle tel qu'au quarré de la moitié d'un des costez qui font l'angle droict estant adjousté sept fois l'aire la somme soit quarré. A ceste fin soit 1 ① & 1, les costez qui font l'angle droict, alors 3 $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{4}$ seront egaux à un quarré, toutesfois multiplions le par 4, viendra 14 ① + 1 egales à quarré. D'avantage il faut que le triangle supposé soit rationel parquoy 1 ② + 1 sera egal à un quarré (à sçavoir pour le quarré de l'hypothenuse) & par la note de double egaleté apres l'onsiesme question du 2ᵉ livre, on fera ainsi, ayans deux nombres qu'on veut egaler à nombres quarrez; leur interval 1 ② − 14 ① se peut mesurer par 1 ① & 1 ① − 14 dont le quarré de leur differencé est 49, egal au moindre, à sçavoir à 14 ① + 1, & 1 ① vaudra $\frac{24}{7}$. Retournant donc à faire les positions les costez faisans l'angle droict soyent $\frac{24}{7}$ ① & 1 ① ou bien pour eviter les fractions le tout par 7, viendra 24 ① & 7 ① & partant l'hypothenuse 25 ①; d'avantage à l'aire 84 ② adjousté 7 ① viendra 84 ② + 7 ① egales à 7, & 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$, d'ou procedera l'invention du triangle requis 6, $\frac{7}{4}$, $\frac{25}{4}$. La Demonstration est facile.

QVESTION VII.

Trouver un triangle rectangle tel que si on soubstraict l'un des costez qui faict l'angle droict du nombre de l'aire d'iceluy, le reste soit 7.

CONSTRVCTION.

Que si derechef l'on presuppose que le triangle requis soit d'une espece donnée, on deduira le tout tellement qu'il faudra trouver un triangle rectangle dont le quarré de la moitié d'un des costez faisant l'angle droict adjoinct au septuple de l'aire face un quarre. iceluy est trouvé assavoir 7, 24, 25, avec lequel recommenceant les positions & conduisant l'operation selon les conditions 84 ② − 7 ① seront egales à 7; & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$, & par consequent le triangle rectangle sera $\frac{7}{3}$, 8, $\frac{25}{3}$. la demonstration est aisée.

QVESTION VIII.

Trouvons un triangle rectangle, tellement, qu'a l'aire d'iceluy soyent adjoustez les deux costez faisans l'angle droict, la somme soit 6.

CONSTRVCTION.

Apres avoir supposé que le triangle soit d'une espece donnée: On deduira le tout à ce qu'il soit necessaire de trouver un triangl. rect. ainsi que le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droict, adjoinct au sextuple de l'aire face un nombre quarre. Posons derechef qu'un d'iceux costez soit 1 ① & l'autre 1; alors $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{7}{2}$ ① + $\frac{1}{4}$ sera egal à un quarré; multiplions le par 4; alors 1 ② + 14 ① + 1 seront egales à un quarré, aussi 1 ② + 1 pareillement (quarré de l'hypotenuse) & par la susdite note du quarré de double egaleté apres l'onziesme quest. du 2. livre on prendra l'interval 14 ① lequel estant mesuré par 2 ① & 7. dont le quarré de la moitie de leur difference est 1 ② + 12 $\frac{1}{4}$ − 7 ① egal à 1 ② + 1 & 1 ① vaudra $\frac{45}{28}$: & le triangle sera $\frac{45}{28}$, 1, $\frac{53}{28}$. Le tout multiplié par 28 on aura 45 ①, 28 ①, 53 ①; dont l'aire avec les deux costez faisans l'angle droit sera 630 ② + 73 ① egal à 6, & 1 ① sera rationelle assavoir $\frac{1}{18}$, parquoy les deux costez seront $\frac{14}{9}$ & $\frac{5}{2}$ & l'hypotenuse $\frac{53}{18}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{35}{18}$ à laquelle adjoustée la somme des costez faisant l'angle droict, le tout fera 6 selon le requis.

QVESTION IX.

On requiert un triangle rectangle, ainsi que du nombre de l'aire estant soubstraict la somme de costez faisant l'angle droict le reste soit 6.

CONSTRVCTION.

Ayant premierement supposé que le triang. soit d'une espece donnée, on viendra requerir à en trouver un dont le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droict, adjoinct au sextuple de l'aire d'iceluy, face quarré. Le mesme a esté desia demonstré cy devant, & est 28, 45, 53. Ausquels appliquez ①, à la fin 630 ② − 73 ① seront egales à 6. & 1 ② vaudra $\frac{6}{35}$; & iceluy triangle sera $\frac{24}{5}$, $\frac{54}{7}$, $\frac{318}{35}$.

QVESTION X.

Trouver un triangle rectangle, que la somme de l'hypotenuse, d'un autre costé, & de l'aire soit 4.

CONSTRVCTION.

Apres avoir supposé que le triangle soit d'une espece donnée, il sera besoing d'en trouver un autre tel que le quarré (de la moitié de la somme de l'hypotenuse, & d'un autre costé,) avec le quadruple de l'aire face quarré. A ceste fin soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1 ① + 1; & le quarré de la moitié de la somme de l'hypotenuse & d'un autre costé sera 1 ④ + 4 ③ + 6 ② + 4 ① + 1; & le quadruple de l'aire est 8 ③ + 12 ② + 4 ①; parquoy 1 ④ + 12 ③ + 18 ② + 8 ① + 1 sera egal à un

un quarré, dont le costé soit fingé 1② + 6① — 1 : alors 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$. On formera donc un triangle de $\frac{5}{4}$ & $\frac{9}{4}$ ou plustost (le tout quadruplé pour eviter les fractions) de 5 & 9. & puis (pour eviter les grands nombres) soit pris un semblable en moindre nombre, y adjoingnant — 1 ; iceluy sera 28①, 45①, 53① ; & la somme de l'hypotenuse, & d'un autre costé, ensemble de l'aire sera 630 ② + 81① egale à 4 ; & 1① vaudra $\frac{4}{105}$, partant le triangle sera $\frac{212}{105}$, $\frac{16}{15}$, $\frac{12}{7}$. *Demonstration*. La somme de l'aire $\frac{96}{105}$ de l'Hypotenuse, & d'un autre costé $\frac{324}{105}$, est $\frac{420}{105}$ ou 4, selon le requis.

QVESTION XI.

IL est requis de trouver un tel triangle rectangle que le nombre de son aire, diminué de l'Hypotenuse & de l'un des costez qui fait l'angle droit, le reste soit 4.

CONSTRVCTION.

Si nous posons que le triangle soit d'une espece donnée, nous en reviendrons là qu'il faudra cercher un triangle rect. tel qu'au quadruple de son aire adjousté le quarré de la moitié de la somme de l'hypotenuse & d'un autre costé, la somme soit nombre quarré. Ce qui a esté demonstré estre 28, 45, 53, auquels nombres estant applicquée ①, on trouvera que 630 ② — 81 ① seront egales à 4, & alors 1① vaudra $\frac{1}{6}$: Le triangle requis sera $\frac{53}{6}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{15}{2}$. dont la *Demonstration* est manifeste.

QVESTION XII.

ON requiert un triangle rectangle de telle qualité que l'interval des deux costez faisans l'angle droit, item le plus grand costé, Et finalement l'aire avec le plus petit costé soyent tous trois nombres quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres, & soit assigné au plus grand costé d'à l'entour l'angle droict le double produict d'iceux. Il faudra donc trouver deux nombres tels que le double de leur produict soit quarré, Item que l'exces du susdict double produict, sur l'Interval de leurs quarrez soit aussi quarré. Or cela arrive tousiours quand les nombres sont en raison double. A ceste fin soit formé donc un triangle de 1① & 2 ①, lequel satisfera à deux conditions requises. Il reste seulement que l'aire avec le petit costé face un quarré, or c'est 6④ + 3 ②, lequel divisé par 1② viendra 6 ② + 3 egal encor à un quarré. Cerchons quelque nombre donc, qu'à 6 fois son quarré adjousté 3 la somme soit quarré. Or 1 est un tel nombre & autres infinis, donc le triangle rectangle requis, se formera de 1 & 2, & sera 3, 4, 5. & pour en trouver d'autres s'ensuit un

LEMME.

SI la somme de deux nombres donnez fust quarrée, On trouvera Infiniz quarrez, ainsi que l'un des nombres donnez multipliant un quarré, & au produict adjousté l'autre, la somme soit nombre quarré.

Demonstration. Soyens 3 & 6, les nombres donnez, & l'on veut demonstrer qu'il est possible de trouver tant de quarrez que l'on voudra, qui multiplians 3 & au produict adjoustez 6, face quarré. Soit 1 ② + 2 ① + 1 un quarré requis, alors 3 ② + 6 ① + 9 seront egales à un quarré, ce qui se peut resoudre en une Infinité de façons, à cause que le ⓪ est quarré, & par exemple soit — 3 ① + 3 le costé du quarré fingé, & alors 1① vaudra 4, donc 5 sera le costé du quarré requis, & ainsi des autres.

Le Sieur Bachet au lieu de ce Lemme en demonstre un plus general, ainsi:

De deux nombres donnez, si l'un divisé par un certain quarré, & au quotient adjoustant l'autre nombre donné, la somme soit nombre quarré, on trouvera une infinité d'autres quarrez qui seront de mesme qualité.

QVESTION XIII.

TRouver un triangle rectangle que le nombre de l'aire estant augmenté de l'un ou de l'autre costé qui faict l'angle droict, soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit presupposé que le triangle, fust d'une espece donnée, 5① 12 ①, 13 ①, alors 30 ② + 12 ① seront egales à un quarré, soit à 36②, & 1 ① vaudra 2, mais il falloit aussi que 30 ② + 5 ① fust nombre quarré, ce qui n'estant ainsi, il nous faudra trouver un quarré, au lieu de 36. duquel soubstraict 30 le reste divisant 12, puis aussi par le quarré du quotient multipliant 30, auquel produict adjousté 5 fois le susdit quotient, la somme soit nombre quarré. a ceste fin soit posé 1 ② le quarré requis, duquel ostant 30, restera 1 ②—30 ; lequel divisant 12 viendra une fraction algebraique à sçavoir le numerateur 12 & le denominateur 1②—30, dont le quarré sera 144 pour le numeration & 1④—60②+900 le denominateur ; lequel quarré multiplié par 30, & y adjoustant le quintuple de la premiere mentionée fraction algebraique, viendra 60 ② + 2520 ayant pour denominateur 1④—60②+900 egal à un quarré, mais le denominateur estant quarré il ne restera seulement que d'egaler le numerateur 60 ② + 2520, à un quarré, c'est à dire qu'à 60 fois un quarré adjoustant 2520, la somme doit estre un nombre quarré. Et si en formant le triangle, nous eussions eu esgard, qu'à 60 estant adjousté 2520, face un quarré, la question eust esté soudée, (car il eust esté facil d'egaler 60 ② + 2520 à un quarré, la 1 ① eust valu 1,) Mais 60 est le produict des costez faisans l'angle droict, aussi 2520 (par le suyvant theoreme) est le solide, de l'interval des costez faisans l'angle droict, & du plus grand de ces deux là, & de l'aire : La chose est parvenue à tel poinct, qu'il faudra trouver un triangle rectangle tel qu'au produict des deux costez de l'angle droict, adjousté le solide, de l'Interval des mesme, & du plus grand des deux, & de l'aire, face un quarré. or en ce binome conjoinct, les noms ont commune hauteur c'est le plus grand des costez faisans l'angle droict, & le mesme binome estant requis estre quarré, si on le divise par un quarré, le quotient doit estre aussi quarré, donc si on presuppose ce plus grand costé estre un quarré, & divisant le binome par iceluy, la question en sera plus facile. Car il faudra seulement que la somme du moindre costé, & du produict, de l'aire par l'interval des costez faisans l'angle droict, soit un quarré ; Mais si avec ce que le maieur costé est posé estre quarré l'on pose encor que l'interval des costez faisans l'angle droit soit l'unité ; le reste sera tant plus facil : car il faudra seulement que la somme du moindre costé & de l'aire soit quarré. or la precedente question estant cela mesme elle nous fournira d'un tel triãgle qui est 3, 4, 5, & de semblables, auquels nõbres applicquans ①, alors en suyvant les conditions de la question, 6 ② + 4 ① aussi 6 ② + 3 ①, serõt un chascun egal à un quarré. mais si nous resoudõs la maieure equation (à sçavoir 6 ② + 4 ① egales à un quarré) comme dessus, alors 1 ① sera $\frac{4}{1(2)-6}$, dont le quarré est $\frac{16}{1(4)-12(2)+36}$; lequel sextuplé & puis y adjousté trois fois le costé à sçavoir $\frac{12}{1(2)-6}$ en les mettant en mesme denomination, la somme sera $\frac{12(2)+24}{1(4)-12(2)+36}$ qui doit estre egal à un quarré, & le denominateur l'estant, il restera que 12② + 24 soit egal à un quarré ; c'est à dire que si un quarré

un quarré (à cause de ②) multiplie 12, & puis on y adjouste 24, la somme soit quarré, ce qui se parfera par le precedent lemme, & est 25, donc 1 ② vaudra 25, & 1 ①, 5; & partant voulans egaler 6 ② + 4 ① à un quarré, iceluy sera 25 ②, & 1 ① vaudra $\frac{4}{19}$: Et finalement le triangle cerché sera $\frac{12}{19}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{20}{19}$, dont la *Demonstration* est manifeste.

Notez que Diophante rencontre fortuitement que 12 + 24 font un quarré pour de là venir au Lemme precedent; ce qu'a tresbien remarqué le Sieur Bachet, lequel aussi a explicqué & faict le suivant Theoreme sur ce qui a esté cité cy dessus, & est tel. *De deux nombres inegaux, aussi un troisiesme donnez; si on multiplie le troisiesme par le quarré du maieur des deux, le produict sera egal au solide des trois donnez, & au solide du maieur des deux de l'interval des mesmes, & du troisiesme donné.*

QVESTION XIV.

Trouvons un triangle rectangle, que soubstraict l'un de deux qu'on voudra qui font l'angle droict du nombre de l'aire, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Si derechef l'on pose que le triangle soit d'une espece donnée comme en la precedente; on viendra à la fin à requerir un triangle semblable à 3, 4, 5, ausquels à c'est effect applicquez ①, seront 3 ①, 4 ①, 5 ①, parquoy 6 ② — 4 ①, seront egales à un quarré; lequel estant moindre que 6, on verra quel il puisse estre que 1 ② sera egale à 4 ayant pour denomination l'exces de ce 6 sur ledit quarré. Lequel quarré estant donc posé 1 ② & la valeur trouvée, 6 ② — 3 ① devra estre pareillement trouvé quarré; Or 1 ② sextuplé est 96 ayant denominateur 1 ④ — 12 ② + 36; & le triple du costé est 12 ayant denominateur — 1 ② + 6 c'est — 12 ② + 72 en mesme denominateur que dessus, lequel osté de 96 restera 12 ② + 24 ayant mesme denominateur 1 ④ — 12 ② + 36, laquelle estant quarrée, il restera que 12 ② + 24 soit egal à un quarré, or 1 ② vaut 1. Ce qu'estant ainsi je poseray 6 ② — 4 ① egales à 1 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{4}{5}$; & le triangle requis sera $\frac{12}{5}$, $\frac{16}{5}$, 4.

Que si on ne se veut servir de l'unité en egalant 12 ② + 24, à un quarré ou bien (en ayant pris le $\frac{1}{4}$) 3 ② + 6; on se servira du lemme qui est apres la precedente 12 question, mais il faut avoir esgard à — 1 ② + 6 cy dessus, c'est que 1 ② est moindre que 6; Il faut donc trouver un quarré moindre que 6, lequel multiplié par 3 (des 3 ②) & y adjousté 6, face quarré. A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine d'iceluy; donc 3 ② + 6 ① + 9 sera egal à un quarré dont la racine soit autrefois 3 — quelques ①, qu'il faut determiner ainsi: Puis que le quarré requis doibt estre moindre que 6 (prenons $\frac{484}{81}$ quarré au lieu de 6) sa racine $\frac{22}{9}$ sera maieure à 1 ① + 1 (racine supposée du quarré requis) donc 1 ① sera encor moindre que $\frac{13}{9}$, donc 3 ② + 6 ① + 9, s'egalera au quarré de 3 — tant de ① que la valeur de 1 ① soit moindre que $\frac{13}{9}$; pour à quoy parvenir, on les prendra premierement à la volée pour pouvoir former une question, & trouvera-on que le nombre des susdictes ① doibt exceder (environ) 5 $\frac{5}{13}$, soit donc 3 — 6 ①, au quarré duquel s'esgalera 3 ② + 6 ① + 9, & 1 ① vaudra $\frac{14}{11}$, donc les 1 ① + 1 vaudront $\frac{25}{11}$, & partant le quarré requis sera $\frac{625}{121}$ pour la valeur de 1 ② (des 3 ② + 6, ou, 12 ② + 24,) ce qu'estant faict on egalera les 6 ② — 4 ① (du commencement) à $\frac{625}{121}$ ②, & 1 ① vaudra $\frac{484}{101}$; par ainsi le triangle requis sera $\frac{1452}{101}$, $\frac{1936}{101}$, $\frac{2420}{101}$, dont l'examen est manifeste.

QVESTION XV.

Trouver un triangle rectangle, tel que si on soubstraict l'hypothenuse ou un costé faisant l'angle droict de l'aire, le reste soit quarré.

L'exemplaire estant si mutile qu'il n'est facil de diviner ce qui est perdu, nous poserons la Construction telle que Diophante semble l'avoir voulu effectuer apres beaucoup d'inquisitions.

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres plans semblables, 1, 4, & le requis soit de la mesme espece à sçavoir 8 ①, 15 ①, 17 ①; (dont le 8 soit le double produict des susdicts, 1, 4;) alors 60 ② — 17 ① & 60 ② — 8 ① seront un chascun egal à un quarré: & si on veut egaler 60 ② — 8 ① à un quarré (ayant la quantité ②;) on en viendra là, de requerir un nombre quarré absolu moindre que 60, tellement que soubstraict de 60, & le reste divisant 8, puis le quarré dudit quotient multiplié par 60, & du produict soubstraict 17 fois ledit quotient, le reste soit quarré. Soit iceluy quarré 1 ②, (pour l'absolu requis) & soubstraict de 60, &c. viendra $\frac{136\,(2) - 4320}{1\,(4) - 120\,(2) + 3600}$ egales à un quarré, & puis que le denominateur est quarré, il ne faudra que prendre le numerateur 136 ② — 4320, & l'esgaler à un quarré, ce qui est facil (*par la Demonstration du S[r]. Bachet*) en prenant 1 ② valoir 36 (ce 36 est le produict de ces trois à sçavoir 4, 1, & le quarré de la difference des mesmes, or iceux sont les nombres plans semblables de cy dessus) par ainsi 36 sera le quarré requis, alors 60 ② — 8 ① s'esgalera à 36 ②, & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$, & finalement le triangle requis sera $\frac{8}{3}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{17}{3}$. *Examen.* L'aire est $\frac{20}{3}$; de laquelle ostez $\frac{17}{3}$ ou $\frac{8}{3}$ restera 1 ou 4 nombres quarrez selon le requis.

L'autheur du commencement a posé 3 ①, 4 ①, 5 ① pour le triangle requis, & conclud peu apres que 15 ② — 36 est egal à un quarré, ce qu'il dict estre une equation impossible pource que 15 ne se divise en deux quarrez, (par ce que nous avons determiné en la 15 question du 5[e] livre precedent,) toutesfois la demonstration de ce qu'il conclud est telle; soit 15 ② — quarré, egal à quelque quarré; remplissons le —, alors sera 15 ② egale à la somme de deux quarrez, ce qui est impossible. Finalement il commence à la volée le plus souvent ses positions; que si elles ne sont idoines, à tout le moins il y recognoist les determinaisons des positions; & se sert aussi icy de ceste precaution; que si on forme un triangle rectangle de deux nombres quelconques, l'hypothenuse & le costé qui est double produict d'iceux, sont tels que leur somme aussi leur differéce sont nombres quarrez. Item que la somme, aussi la difference de l'hypotenuse & de l'autre costé sont double-quarrez. Item si les deux nombres formans sont plans semblables, le costé faict de leur double produict, multipliant la difference des deux costez restans, faict quarré.

QVESTION XVI.

Si un certain quarré, multipliant l'un de deux nombres donnez, & l'autre donné estant soubstraict dudict produict face quarré; alors on trouvera encor un autre quarré plus grand que le premier pris, qui fera le mesme.

CONSTRVCTION.

Soyent donnez deux nombres 3, 11, & qu'un certain quarré (je prens) du costé 5, multipliant 3, & du produict osté 11, face quarré du costé 8. Il faut trouver encor

encor un quarré maieur à 25 faisant le mesme. Soit le costé du quarre requis 1 ① + 5, & iceluy sera 1 ② + 10 ① + 25 du triple, duquel osté 11, restera 3 ② + 30 ① + 64 egal à un quarré qu'on fingera tel qu'il en sorte une egalité convenable, soit le costé d'iceluy — 2 ① + 8 ; alors 1 ① vaudra 62, & partant 4489 sera le quarré requis (dont la racine est 67) lequel satisfera au requis.

QVESTION XVII.

ON requiert un triangle rectangle ainsi que l'Hypotenuse, ou un des deux costez restans, adjousté à l'aire face quarré.

CONSTRVCTION.

Si nous posons qu'iceluy soit d'une espece donnée, à la fin nous serons contraincts de le determiner, & d'en chercher un tel & un nombre quarré maieur à l'aire, ainsi que le quarré multipliant le produict de l'Hypotenuse & d'un costé de l'angle droict, & de cela soubtraict le solide Comprins de l'aire, & du susdict costé de l'angle droit, & de l'Interval de l'hypotenuse sur le mesme costé, face quarré. Soit donc formé un triangle de 4 & 1; & soit 36 le quarré. Mais iceluy n'est maieur au nombre de l'aire. Or nous avons deux nombres à sçavoir 136 (produict de l'Hypotenuse 17 & d'un autre costé 8) & 4320 (solide Comprins de l'aire 60, & d'un costé faisant l'angle droit 8, & de 9, exces de l'Hypot. sur le mesme costé) Et pource qu'un certain quarré à sçavoir 36 multipliãt 136, & du produict soubstraict 4320, reste un nõbre quarré, nous avons un moyen par la precedente de trouver un quarré maieur à 36 faisant le mesme, voire une infinité, mais 676 en est un, posons donc le triangle rectangle 8 ①, 15 ①, 17 ①, & ainsi 60 ② + 8 ① vaudront 676 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{1}{77}$, partant le triangle requis sera $\frac{8}{77}$, $\frac{15}{77}$, $\frac{17}{77}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{60}{5929}$, à laquelle estant adjousté ou l'Hypotenuse, ou le premier costé, feront les quarrez $\frac{1369}{5929}$ & $\frac{196}{5929}$ dont les racines sont $\frac{37}{77}$ & $\frac{14}{77}$ selon le requis.

QVESTION XVIII.

ON requiert un triangle rectangle, tel que la ligne coupante l'un des angles aiguz en deux parties egales, soit rationelle.

CONSTRVCTION.

Soit posé que la bissecante (c'est à dire la ligne qui coupe l'angle en deux egalement;) soit 5 ①, & l'un segment de la base 3 ①, & la perpendicle 4 ①; soit preallablement posé que la base fust un nombre ternaire je prend 3, alors l'autre segment de la base, — 3 ① + 3, mais puis que l'angle est coupé en deux egalement & que la perpendicle est en raison sesquitierce à la partie de la base qui luy est adjoincte, alors (par ce qui resulte de la 3e. P. 6. d'Euclide, en concluant alternativement) l'Hypotenuse sera en raison sesquitierce à l'autre partie de la base, mais ceste partie là est — 3 ① + 3, donc l'Hypotenuse sera — 4 ① + 4, Il reste seulement que son quarré qui est 16 ② — 32 ① + 16, soit egal aux quarrez des deux autres costez, lesquels font ensemble 16 ② + 9, alors 1 ① vaudra $\frac{7}{32}$, le reste est facil; que si on multiplie le tout par 32 (pour cause des fractions) on aura la perdend. 28; la base 96, & l'Hypotenuse 100; & la bissecante 35. ce qu'il falloit faire.

ALB. GIR.

EN algebre litterale soit premierement pris un triangle rectangle quelconque dont K *soit le plus petit costé:* G, *l'autre, &* F, *Hypotenuse: & pour trouver le triangle requis, soit donné* F q *à l'Hypotenuse (à sçavoir en nombres.) Et le double produict de* K, G, *pour la base, & la difference des quarrez de* G, K *à sçavoir* G q — K q *pour la perpendicle; alors le triangle estant ainsi trouvé qui sera aussi rectangle, la bisecante sera le produict de la susdicte perpendicle* G q — K q *par fraction* $\frac{F}{g}$, *& quant au segmens de la base, on multipliera pour eux l'Hypotenuse* F q *& la perpendicle par* $\frac{K}{g}$.

QVESTION XIX.

IL est requis de trouver un triangle rectangle, ainsi que la somme de l'aire & hypotenuse face quarré, aussi que le circuit soit un nombre cube.

CONSTRVCTION.

POsons que l'aire soit 1 ①, & l'Hypotenuse soit — 1 ① + quelque ◎ quarré, soit — 1 ① + 16; D'avantage le produict des costez faisans l'angle droict sera 2 ① (puis que l'aire est posé 1 ①) mais le mesme est produict de 1 ① & 2, parquoy si l'un des costez est posé 2, l'autre sera 1 ①, & le circuit 18 qui n'est pas cube. Mais ce 18 la est somme d'un quarre, 16, & de 2. Il faut donc trouver un quarré lequel avec le binaire 2 face un cube: A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine de ce quarré requis, & la racine du cube 1 ① — 1; le quarré sera 1 ② + 2 ① + 1 & le cube 1 ③ — 3 ② + 3 ① — 1, auquel cube, sera egal ledit quarré + 2, à sçavoir 1 ② + 2 ① + 3; alors 1 ③ + 1 ① sera egale à 4 ② + 4, & par ainsi 1 ① vaudra 4; (car si 1 ① vaut 4, multipliant le tout par 1 ②, 1 ③ vaudra 4 ②, & partant 1 ③ + 1 ① vaudront 4 ② + 4 comme devant.) Cela estant ainsi 5 sera le costé du quarré, & 3 du cube; & iceux seront 25, 27; En changeant dont la supposition faite au commencement, nous poserons bien l'aire 1 ① & les deux costez 2, 1 ①, comme dessus, mais l'Hypotenuse — ① + 25; Il reste seulement que le quarre de l'Hypotenuse 1 ② — 50 ① + 625 soit egal à la somme des quarrez des deux autres costez qui est 1 ② + 4, & 1 ① vaudra $\frac{621}{50}$ donc le triangle rectangle requis sera 2, 12 $\frac{21}{50}$, & 12 $\frac{29}{50}$. *Demonstration.* L'aire 12 $\frac{21}{50}$, & l'Hypotenuse 12 $\frac{29}{50}$, font ensemble 25, qui est quarre; Item le circuit est 27, qui est cube selon le requis.

QVESTION XX.

L'On requiert un triangle rectangle, tel que l'Hypotenuse adjoustée avec l'aire face cube; Et que le circuit soit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Si nous posons pareillement que le nombre de l'aire soit 1 ①; & l'Hypotenuse — 1 ① + quelque ◎ cubicque, on en viendra là, qu'il faudra trouver quelque cube auquel adjousté le binaire 2, face quarré. Soit la racine du cube requis 1 ① — 1, alors le cube + 2 sera 1 ③ — 3 ② + 3 ① + 1 egal à quelque quarré dont le costé soit 1 $\frac{1}{2}$ ① + 1, alors 1 ① vaudra $\frac{21}{4}$, & $\frac{17}{4}$ sera le costé du cube $\frac{4913}{64}$. Parquoy posons derechef 1 ① pour l'aire, & $\frac{4913}{64}$ — 1 ① pour l'Hypotenuse, 2 la base, 1 ① la perpendiculaire; & puis apres avoir egalé le quarré de l'Hypotenuse aux deux quarrez des deux autres costez, nous trouverons la valeur de 1 ① rationelle, à sçavoir $\frac{628864}{24121185}$ pour l'aire, aussi pour l'un des costez la base 2, & l'Hypotenuse $\frac{118467134609}{1543755840}$. *Demonstration.* L'hypotenuse adjoustée à l'aire fera le cube $\frac{4913}{64}$, & le circuit est $\frac{5041}{64}$ nombre quarré, car $\frac{71}{8}$ est sa racine, selon le requis.

QVESTION XXI.

IL faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que la somme de l'aire & d'un costé de ceux qui font l'angle droict soit un nombre quarré, & que le circuit soit nombre cube.

CON-

Constrvction.

Soit formé un triangle, de quelque nombre indefini, & d'un autre qui l'excede de l'unité; soyent donc iceux 1 ① & 1 ① + 1; partant la perpendicle sera 2 ① + 1, la base 2 ② + 2 ①, & l'hypothenuse 2 ② + 2 ① + 1. Reste que leur somme (c'est à dire le circuit) soit cube, & que la somme de l'aire & d'un costé faisant l'angle droict face un quarré; Or le circuit est 4 ② + 6 ① + 2 egal à un cube. Iceluy aussi est composé, car 4 ① + 2 le mesure par 1 ① + 1; parquoy si on divise un chascun costé par 1 ① + 1 on aura le circuit 4 ① + 2 egal à un cube. Il reste donc que l'aire avec un des costez qui font l'angle droict soit quarré, mais l'aire est $\frac{2(2)+1(1)}{1(1)+1}$ & l'un des costez de l'angle droict est $\frac{2(1)+1}{1(1)+1}$ leur somme est $\frac{2(2)+3(1)+1}{1(1)+1}$ (ou 2 ① + 1) egal à un quarré, mais 4 ① + 2 est egal à un cube, & cestuy-cy est double de cestuy-là, parquoy nous en sommes venuz là qu'il faut trouver un cube qui soit double à un quarré, tel est 8 double à 4; alors 4 ① + 2 seront egales à 8; & 1 ① vaudra 1 $\frac{1}{2}$. Ie di, que $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{17}{5}$ est le triangle requis, la demonstration en est facile.

Nota.

Notez que l'on peut trouver d'autres nombres que 8 & 4, à sçavoir que le cube soit double au quarré, voire mesme en telle raison qu'on vaudroit comme enseigne le Sieur Bachet en la premiere du sixiesme de nostre Autheur, par une telle reigle, *Divisez le denominateur de la raison donnée, par quelque cube, le quotient sera le costé du quarré requis.* Exemple, si on veut un cube qui soit double à un quarré, il faut diviser 2 par quelque cube, comme par 1, 8, 27, viendra 2, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{27}$ dont leurs quarrez sont 4, $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{729}$ desquels les doubles seront cubes à sçavoir 8, $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{729}$, mais en la question il falloit que le cube soit plus que 2, alors au lieu de diviser 2 par 1, 8 ou 27 il le faudra diviser par $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{27}$ ou $\frac{8}{27}$; & ainsi on aura 512 cube, double à 256 quarré, &c.

Qvestion XXII.

Il faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que l'aire avec l'un des costez, faisant l'angle droict, face cube; mais le circuit soit nombre quarré.

Constrvction.

Si nous usons icy de semblable discours comme en la precedente, nous en reviendrons là qu'il faudra trouver un quarré egal à 4 ① + ②; & un cube egal à 2 ① + 1; & par consequent il faudra trouver un quarré double à un cube, c'est 16, 8; ou infiniz autres comme 1024 & 512 &c. soit 16, & 8; alors 4 ① + 2 seront egales à 16; & 1 ① vaudra 3 $\frac{1}{2}$; & le triangle sera $\frac{16}{9}$, $\frac{63}{9}$, $\frac{65}{9}$. Dont la demonstration est manifeste.

Qvestion XXIII.

Trouvons un triangle rectangle, ainsi que le circuit d'iceluy soit nombre quarré, & le mesme avec l'aire soit un nombre cubicque.

Constrvction.

Soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1, iceluy sera 2 ①, & 1 ② — 1, & l'hypothenuse 1 ② + 1, leur somme pour le circuit est 2 ② + 2 ① egales à un quarré, & 1 ③ + 2 ② + 1 ① egales à un cube. Quant à 2 ② + 2 ① il est aisé de l'egaler à un quarré, car si on divise le binaire 2, par un quarré — 2, on aura la valeur de 1 ①, laquelle doibt estre telle que 1 ③ + 2 ② + 1 ① soit cube, c'est à dire que son cube + 2 fois son quarré + soymesme soit cube. Or comme il a esté dit 1 ① est 2 divisé par 1 ② — 2, alors son cube est 2 fois son quarré + soymesme sera une fraction dont le numerateur est 2 ④ & le denominateur le cube de 1 ② — 2, lequel denominateur estant cubicque, il faudra seulement esgaler 2 ④ à un cube, lequel estant divisé par un cube 1 ③, le quotient 2 ① devra encor estre egalé à un cube, & 1 ① vaudra un demy cube. soit 8 le cube, alors 1 ① vaudra 4; dont le quarré est 16; auquel applicqué ② sera 16 ② (le quarré lequel on cerche pour egaler le susdict 2 ② + 2 ①) & 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$; mais l'un costé du triangle cy dessus est 1 ② — 1 qui seroit alors moins que rien. Parquoy la chose est reduicte en tel poinct qu'il faut trouver un cube, ainsi que le quarré de sa moitié soit (non pas 16 comme dessus mais) entre 2 & 4, (car qu'il doive estre plus que 2, il appert en ce que 2 ② + 2 ① estant egale à quelques ②, le nombre de ces ② doibt estre maieur à 2 des 2 ②; pareillement qu'il doive estre moindre que 4, il est evident en ce que si ledict 2 ② + 2 ① estoit egal à 4 ② ou d'avantage, alors 2 seroit egal à 1 ① ou d'avantage, c'est à dire 1 ① vaudroit 1 ou quelque chose de moindre, mais 1 ① doibt estre d'avantage que 1 à cause des 1 ② — 1 cy dessus mentionnées, partant ledict nombre de ② doibt estre entre 2 & 4) soit donc iceluy cube 1 ③; le quarré de sa moitié sera $\frac{1}{4}$ ⑥ ayant sa valeur entre 2 & 4, & partant 1 ⑥ entre 8 & 16, mais tel est $\frac{729}{64}$. Ergo 1 ③ vaudra $\frac{27}{8}$ pour le cube requis: Posons donc (au lieu de 2 ① egales à 8 comme cy devant) 2 ① egales à $\frac{27}{8}$ alors 1 ① vaudre $\frac{27}{16}$, dont le quarré est $\frac{729}{256}$ (au lieu de 16 cy dessus;) auquel applicqué ② sera $\frac{729}{256}$ ② pour egaler à 2 ② + 2 ①, & 1 ① vaudra finalement $\frac{512}{217}$ (pour resoudre les premiers positions) alors 1 ② — 1 coste faisant l'angle droict du triangle sera quelque chose (car selon la precedente solution il estoit moins que rien) & le triangle sera, 309233, 215055, 222208, ausquels comme numerateurs, on doibt submettre le commun denominateur 47089: dont la demonstration est plus facile que breve.

Qvestion XXIV.

Cerchons un triangle rectangle de telle qualité que le circuit soit cube, & le mesme adiousté à l'aire face un quarré.

Constrvction.

Il faut premierement premediter qu'estans deux nombres donnez, comment on trouveroit un triangle rectangle que son circuit soit l'un des nombres donnez, & son aire, l'autre. A cest effect soyent deux nombres donnez 12 & 7; à sçavoir 12 pour le circuit, & 7 pour l'aire. Cela estant ainsi le double de l'aire est 14 pour le produict des costez faisans l'angle droict; soyent iceux costez $\frac{1}{1(1)}$ & 14 ① lesquels satisfont à l'une condition, & pource que le circuit est, 12, l'hypothenuse sera — 14 ① + 12 — $\frac{1}{1(1)}$. Or son quarré (par la 47. p. 1 d'Euclide) qui est 196 ② — 336 ① + 172 — $\frac{24}{1(1)}$ + $\frac{1}{1(2)}$ doibt estre egal aux deux quarrez des autres costez, qui sont ensemble 196 ② + $\frac{1}{1(2)}$, alors 172 ① vaudront 336 ② + 24; laquelle equation (comme elle doibt estre rationelle) ne se pourra faire, si 336 fois 24 osté du quarré de la moitié de 172, n'est un nombre quarré: Or 172 est somme du quarré du circuit, & du quadruple de l'aire, & 336 fois 24 est le produict de l'octuple quarré du circuit, par l'aire; tellement que si tels nombres fussent donnez, la question se resoudroit facilement. Soit 1 ① l'aire; & le circuit soit un nombre cube & quarré tout ensemble à sçavoir 64; & afin de constituer

le trian-

le triangle par les choses ja mentionnées, il faut que le quarré de la moitié de la somme, du quarré de 64, & de 4 ①; moins l'octuple produict du quarré du circuit, & de l'aire 1 ①, soit egal à un quarré. C'est 4 ② $+ 4194304 - 24576$ ① dont le quart est 1 ② $- 6144$ ① $+ 1048576$ encor egal à un quarré. Mais 1 ① $+ 64$ est aussi egal a un quarré, & par la note du quarré de double egaleté apres l'onziesme quest. du 2. (ayant premierement multiplié 1 ① $+ 64$ par un quarré 16384 afin d'avoir les ⓪ des deux parties egaux, & au lieu de 1 ① $+ 64$ on aura 16384 ① $+ 1048576$;) l'on parachevera facilement le reste.

QVESTION XXV.

Trouvons un triangle rectangle, ainsi que le quarré de l'hypotenuse, soit un quarré avec sa racine; Item le mesme estant divisé par l'un costé faisant l'angle droict, face un nombre cubique plus son costé.

CONSTRVCTION.

Soit l'un costé à l'entour de l'angle droict 1 ①, l'autre 1 ②, par ainsi le quarré de l'hypotenuse sera la somme d'un quarré avec sa racine; & le mesme estant divisé par l'un des susdits costez 1 ①, fera 1 ③ $+ 1$ ① (c'est un cube avec sa racine;) Il reste seulement que 1 ④ $+ 1$ ② soit egalé à un quarré, lequel divisé par 1 ②, 1 ② $+ 1$ sera encor egal à un quarré; soit au quarré de 1 ① $- 2$ (qui est 1 ② $- 4$ ① $+ 4$,) alors 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$; & le triangle requis sera $\frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{15}{16}$. *Demonstration.* Le quarré de l'hypotenuse $\frac{225}{256}$ contient un quarré $\frac{81}{256}$ avec sa racine $\frac{9}{16}$ (ou $\frac{144}{256}$,) le mesme quarré de l'hypotenuse, estant divisé par l'un des costez $\frac{3}{4}$, viendra $\frac{75}{64}$, qui contient le cube $\frac{27}{64}$ avec sa racine $\frac{3}{4}$, ou $\frac{48}{64}$; selon le requis.

QVESTION XXVI.

L'On requiert un triangle rectangle, ainsi que l'un costé faisant l'angle droict soit cube, & l'autre un cube moins sa racine; & l'hypotenuse soit un cube avec sa racine.

CONSTRVCTION.

Soit posée l'hypotenuse 1 ③ $+ 1$ ①; & l'un des autres costez 1 ③ $- 1$ ①, parquoy l'autre costé sera necessairement 2 ②. Il reste seulement que le mesme 2 ②, soit egalé à un cube, soit iceluy cube 1 ③, alors 1 ① vaudra 2. Ie dis que le triangle rectangle requis sera $6, 8, 10$, ce qui est manifeste.

A. GIRARD.

Voila en somme les six livres d'Algebre de Diophante laquelle a donné entrée en l'Algebre generale ou plustost à l'Analytique, par laquelle se parfaict ce probleme des problemes qui se prononce. Resoudre tout Probleme quelconque proposé.

Devant que de mettre fin à c'este œuvre j'ay bien voulu mettre quelques applications regulieres, qui ne sont pas de peu d'effect, en la resolution de plusieurs propositions, & soit posé B, *plus grand que* D: *& notez que deux lettres joinctes ensemble sans l'intervention d'aucun poinct ou autre marque, signifie le produict des mesmes.*

S'ensuivent quelques applications regulieres, de quelques binomes, ou si l'on veut multiplications dont le multiplicateur & le produict sont binomes: Et faut noter que les noms de chascun multin. sont continuellement proportionaux, dont les extremes sont puissances de telle denominateur de quantité, qu'il y a de noms moins un.

Premiere maniere.

Produicts.	Multiplicateurs.	
Binomes conjoincts & disioincts.	*Binome conjoinct.*	*Multinomes conjoincts & disioincts.*
Bq — Dq.	B + D	B — D.
Bcub + Dcub.	B + D	Bq — BD + Dq.
Bqq — Dqq.	B + D	Bc — BqD + BDq — Dc.
Bcq + Dcq.	B + D	Bqq — BcD + BqDq — BDc + Dqq.
Bcc — Dcc.	B + D	Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq — Dcq.
&c.		&c.

Seconde maniere.

Produicts.	Multiplicateurs.	
Binomes disioincts.	*Binome disioinct.*	*Multinomes conjoincts.*
Bq — Dq	B — D	B + D.
Bc — Dc	B — D	Bq + BD + Dq.
Bqq — Dqq	B — D	Bc + BqD + BDq + Dc.
Bcq — Dcq	B — D	Bqq + BcD + BqDq + BDc + Dqq.
Bcc — Dcc	B — D	Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq + Dcq.
&c.		&c.

Constitutions de quelques triangles en nombres rationaux.

Subtendentes.	Costez comprenans l'angle.	
Bq + Dq.	Bq — Dq.	BD 2. quand l'angle est 90 degrez.
BD3 + Dq3 + Bq.	BD2 + Bq. *ou bien* BD2 + Dq3.	BD4 + Dq3 + Bq. quand l'angle est de 60 degrez.
BD3 + Dq3 + Bq.	BD2 + Bq.	BD2 + Dq3. quand l'angle est de 120 degrez.

Autrement.

Bq + BD + Dq	BD2 + Dq *ou bien* Bq — Dq.	BD2 + Bq. de 60 degrez.
Bq + BD + Dq	BD2 + Dq	Bq — Dq. de 120 degrez.

Puis que je suis entré en la matiere des nombres rationaux j'adjousteray encor deux ou trois particularitez non encor par cy devant practiquées, comme d'explicquer les radicaux extremement pres, par certains nom-

bres à ce plus aptes & idoines que les autres, tellement que si l'on entreprenoit les mesmes choses par des autres nombres ce ne seroit sans grandement augmenter le nombre des characteres; & pour exemple soit proposé d'explicquer par des rationaux la raison des segmens de la ligne coupée en la moyenne & extreme raison, soit faicte une telle progression 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, &c. dont chasque nõbre soit egal aux deux precedens, alors deux nombres pris immediatemẽt denotteront la mesme raison, comme 5 à 8 ou 8 à 13 &c. & tant plus grands, tant plus pres, comme ces deux 59475986 & 96234155, tellement que 13, 13, 21 constituent assez precisement un triangle Isosceles ayant l'angle du pentagone; Item pour l'extraction de la racine quarrée des nombres non quarrez, comme la racine de 2 cest $\frac{577}{408}$, voulez vous plus pres $\frac{1393}{985}$; & ainsi en l'infini comme on pourroit prendre des si grands nõbres qu'on voudroit; la racine de 10 est $3\frac{53353}{328776}$, biẽ pres, car son quarré est $\frac{1}{108093658176}$ trop, qui est une chose de nulle estime, comme d'autre costé en la disme le quarré de 16357421875 1 ⑦ est tres-pres de 2675652504 ①, mais combien s'enfaut il? seulement 1 ⑭, en somme la maniere de remettre en petits nombres une raison explicquée par grands nombres, & ayans trespres la mesme vigueur, & sous un mesme genre, cõme le, 7 à 22 d'Archimedes, & pour ne point passer les limites nous mettrõs icy la fin, advertissant le lecteur qu'il ne se mescontente s'il n'a trouvé des fleurs de Retorique en un Iardin là ou le chãp du discours n'a nullement esté labouré, laissant les mesmes là ou on les doibt cercher.

Fin de VI livres de Diophante d'Alexandrie.

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique, selon l'ordre qu'elles sont descriptes.

TABLE

DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique selon l'ordre de l'ABC.

Inven-

Fin de la table.

LA PRACTIQVE D'ARIHMETIQVE

De Simon Stevin de Bruges.

AV LECTEVR.



Eu que l'efficace de l'ordre des disciplines est telle, que l'on apprent par icelle facilement & à plaisir, ce qui autrement ne se faict qu'a grand labeur & ennuy; dequoy nous avons traicté en general en nostre Dialectique; Il m'a semblé bon de dire icy en particulier de l'ordre de la Practique d'Arithmetique.

Or comme il est notoire par l'experience des autres facultez, comme és Droicts, Medicine, &c. que la Practique n'est pas le premier auquel doibt commencer l'apprentif; Mais à quelques fondamens generaux; sans lesquels il besoigneroit tousiours a tastons, & jugeroit comme l'aueugle des coleurs, sans pouvoir effectuer chose digne de loüange: Ainsi faut il entendre le mesme de ceste Practique d'Arithmetique; à sçavoir qu'elle n'est pas le premier, auquel il doibt commencer; mais à ce qui est le fondament servant generalement à toutes operations, qui se rencontrent en icelle. Quant à ce qu'il en est aucuns d'autre opinion; lesquels (ignorans la Nature & vertu de l'ordre) prennent pour argument, que l'on faict ainsi double utilité, à sçavoir, qu'on n'apprent pas seulement les computations des nombres, mais encore l'usage des matieres ausquelles ils sont appliquez: Certes si on le considere bien, cela se trouvera plustost double dommage, & autant comme si quelcun dist, qu'il seroit utile a l'apprentif de Grammaire, d'apprendre quant & quant l'usage d'icelle; cõme Dialectique, Rhetorique, ou quelques autres Facultez. Voyez encore qu'elles absurditez s'ensuivent, quant quelcun apprent premieremẽt l'Addition de Livres, Solz & Deniers devant la Division, la ou il faut diviser la somme des deniers par 12. laquelle division il ignore, & l'apprendra (veu que la Soubstraction & Multiplication precedent) quelque temps apres: Ce qui sont tenebres si obscures pour lesdicts Apprentifs, qu'ils perdent souvent le courage & l'espoir de pouvoir comprendre la reste. Pour doncques eviter ceste & semblables absurditez, il convient suivre la nature comme Guide asseurée; apprennant (comme dessus est dict) premierement les fondamens generaux, qui sont de nombres purs, abstraicts de toutes matieres; lesquels nous avons descript selon nostre pouvoir aux livres precedens. Mais veu que le but de plusieurs personnes, n'est point de s'occuper es profondes speculations Algebraiques, ains seulement en ce qui leur peut servir à leur traffique ou affaires; Tels (avant que venir à ceste Practique) apprendront la premiere partie du precedent second livre, comprennant seulement 17 petits & faciles Problemes; lesquels bien entenduz, l'on se trouvera muni d'un fondament, servant generalement pour l'expedition des constructions, qui se rencontrent en la Practique: De sorte que le tout ne luy semblera que repetition des precedens.

Voyla, amy Lecteur, ce que nous voulions dire de cest ordre; si le trouvez entierement bon, vous le pouvez du tout suivre; sinon, cueilles en le meilleur que vous pourrez; ou en faictes comme bon vous semblera, prennant de bonne part nostre petit avertissement, & grande affection, tousiours inclinée pour vous faire service.

ARGVMENT.

Nous divisons la Practique d'Arithmetique en deux parties, à sçavoir en Computations Rationelles (comme Ajouster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser) & Proportionelles. Des Rationelles, nous expliquerons celles d'argent, & des Raisons. Des proportionelles la reigle de Trois, de Cincq, de Compagnie, d'Alligation, d'Interest, & des Faux. Ce que nous comprendrons autre fois pour plus grande evidence en telle Table:

Ceste Practique d'Arithmetique a deux parties.
- *Computations Rationelles.*
  - *d'Argent.*
  - *Des Raisons.*
- *Proportionelles la reigle de*
  - *Trois.*
  - *Cincq.*
  - *Compaignie.*
  - *Alligation.*
  - *Interest.*
  - *Faux.*

Et à la fin nous descrirons encore deux particuliers traictez. L'un de la Disme, qui se pourroit dire par autre nom, *La Practique des Practiques*. L'autre des Incommensurables Grandeurs.

PREMIERE PARTIE DE LA PRACTIQVE D'ARITHMETIQVE DES QVATRE COMPVTATIONS RATIONELLES.

Premiere distinction des quatre computations d'Argent.



ENTRE les diverses especes d'argent, qui sont quasi infinies, il y a une pour l'heure par Europe la plus generale, à sçavoir de Livres, Sols, & Deniers. Et combien que la livre d'un païs est inegale à celle d'un autre, car d'autre veleur est la livre de Flandres, d'autre celle de Venize, de France, d'Angleterre, &c. Toutesfois telle raison qu'il y a de la livre à son solz, & du solz à son denier de l'un païs, la mesme y a il en chascun. Car tout solz est la vingtiesme part de sa livre, & tout denier la douziesme de son solz; d'ou s'ensuit que leur maniere de computation est par tout la mesme. nous prendrons doncques pour noz exemples ladicte plus generale espece, les computations de laquelle estant bien entendues, semblables computations seront aussi notoires en especes d'argent quelconques.

De l'addition d'argent.

PROBLEME I.

Estant données diverses parties d'argent: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent les parties d'argent données telles 22 ℔ 15 ß 8 ₰ & 27 ℔ 18 ß 11 ₰ & 34 ℔ 17 ß 10 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On disposera les parties données comme cy dessoubs. Puis commençant aux deniers, on ajoustera 10 & 11 & 8 font 29 ₰, lesquels divisez par 12 (par 12 parce que 12 ₰ vallent 1 ß) donnent quotient 2 ß 5 ₰.

℔	ß	₰
22	15	8
27	18	11
34	17	10
85	12	5

Puis on mettra les 5 ₰ soubs les deniers, & on ajoustera les 2 ß avec les autre solz, & monteront en tout 52 ß, lesquels divisez par 20 (par 20 parce que 20 ß vallent 1 ℔) donnent quotient 2 ℔ 12 ß. Puis on mettra les 12 ß dessoubs les sols, & les 2 ℔ s'ajousteront avec les autres livres, qui monteront ensemble (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 85 ℔.

Je di, que 85 ℔ 12 ß 5 ₰ sont la somme requise, dont la demonstration est manifeste par la demonstration dudict premier probleme de l'Arithmetique.

NOTA. S'il y eust en l'argent à ajouster des rompuz, comme par exemple 2 ß 3 $\frac{1}{3}$ ₰, & 3 ß 4 $\frac{1}{2}$ ₰, On ajoustera les rompuz $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{2}$, par le 10ᵉ. probleme de l'Arithmetique feront $\frac{5}{6}$ ₰, & toute la somme sera 5 ß 7 $\frac{5}{6}$ ₰. Et ainsi d'autres semblables.

COROLLAIRE.

L'addition de toutes autres especes d'argent, est notoire par le precedent. Prennons pour exemple Ducatz, Reaux (desquels les 11 font un ducat) & Maravedis (desquels les 34 font un real) en ceste maniere:

Duc.	Rea.	Mar.
235	9	27
583	10	29
684	8	32
1504	7	20

La ou la somme de Maravedis se divisoit par 34, donnant quotient 2 reaux, restant 20 Maravedis, lesquels 2 reaux comptez avec les autres, font 29, lesquels divisez par 11, donnent quotient 2 ducats, restant 7 reaux, lesquels 2 ducats comptez avec les autres font 1504 ducatz, de sorte que la desirée somme est 1504 Ducatz, 7 Reaux, 20 Maravedis.

Et semblablement est manifeste par les precedens, l'addition d'especes de matiere quelconque. Par exemple de pois, comme livres & onces, desquelles les 16 font une livre, dont l'exemple s'en peut donner ainsi:

Livres	Onces
23	13
42	11
56	15
123	7

La ou la somme des onces 39, se divise par 16, donnant quotient 2 ℔, & restant 7 onces, lesquels 2 ℔ comptez avec les autres, font ensemble 123 ℔, de sorte que la somme requise est 123 ℔ 7 onces. Et ainsi de tous autres.

Conclusion. Estant doncques donnees diverses parties d'argent. Nous avōs trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction d'argent.

PROBLEME II.

Estant donnée partie d'argent de laquelle on soubstraict & partie d'argent à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Quelcun doibt 78 ℔ 17 ß 5 ₰, sur quoy il a payé 24 ℔ 19 ß 8 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver combien qu'il doibt encore de reste. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy dessoubs. Puis pour lever 8 ₰ de 5 ₰, par ce qu'il est impossible, on empruntera 1 ß des 17 ß, qui vaut 12 ₰, lesquels ajoustez aux 5 ₰, font 17 ₰, des mesmes soubstraicts 8 ₰, restent 9 ₰, lesquels on mettra soubs les deniers; Puis pour lever 19 ß de 16 ß (nous disons de 16 ß, par ce que des 17 ß à esté emprunté 1 ß) par ce qu'il est impossible, on empruntera 1 ℔ des 8 ℔, qui vaut 20 ß, lesquels ajoustez aux 16 ß font 36 ß, des mesmes soubstraicts 19 ß, restēt 17 ß, lesquels on mettra soubs les solz.

℔	ß	₰
78	17	5
24	19	8
53	17	9

Puis venant aux livres on dira 4 de 7 (nous disons 4 de 7, par ce que des 8 ℔ à esté emprunté 1 ℔) reste 3 ℔, & 2 de 7 reste 5. Je di, que 53 ℔ 16 ß 9 ₰ est la reste requise, dont la demonstration est manifeste par celle du second probleme de l'Arithmetique.

Conclusion. Estant doncques donnée partie d'argent de laquelle on soubstraict, & partie d'argent à soubstraire, nous avons trouvé la reste; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y eust en l'argent donné des rompuz, comme par exemple 5 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰ à soubstraire de 12 ß 4 $\frac{2}{5}$ ₰, on soubstraira $\frac{1}{2}$ ₰ de $\frac{2}{5}$ ₰ par le 11 probleme de nostre Arithmetique, & restera $\frac{1}{10}$ ₰, & la reste sera 7 ß 2 $\frac{1}{10}$ ₰, & ainsi d'autres semblables.

De

De la multiplication d'Argent.

PROBLEME III.

Estant donné argent à multiplier & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné argent à multiplier 23 ℔ 3 ß 2 ₰ & multiplicateur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction* 1.

On convertira premierement tout l'argent donné en deniers, en ceste sorte:

On multipliera 23 ℔ par autant, qu'il y a des solz en 1 ℔ qui est par 20, monte (par le 3 probleme de nostre Arithmetique) 460 ß, ausquels ajoustez les 3 ß donnez, font 463 ß, les mesmes multipliez par autant qu'il y a des derniers en 1 ß, qui est par 12, font 5556 ₰, & aux mesmes ajoustez 2 ₰ donnez, font pour tout l'argent donné, & converti en derniers 5558. Puis on multipliera les mesmes par le multiplicateur donné 5, faict 27790 ₰. Mais comment on pourra autre fois convertir ces 27790 ₰ en livres & solz, il sera demonstré à la 2 note, du quatriesme probleme suyvant.

```
23 ℔ 3 ß 2 ₰
  20
 ------
 463 ß
  12
 ------
 926
4632
 ------
5558 ₰
   5
 ------
27790 ₰
```

Je di que 27790 ₰ est le produict requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 3 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. L'on pourroit autrement multiplier 2 ₰ par 5 font 10 ₰ puis 3 ß par 5 font 15 ß puis 23 ℔ par 5 font 11 ℔ de sorte que 115 ℔ 15 ß 10 ₰ seroit le produict requis vallant le mesme que le produict cy dessus 27790 ₰. *Conclusion.* Estant doncques donné argent à multiplier, & multiplicateur: Nous avons trouvé leur produict; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y eust aux donnez des rompuz, comme par exemple 3 ß 8 $\frac{1}{3}$ ₰ à multiplier par 2 $\frac{1}{2}$, on convertira les 3 ß 8 ₰ en deniers, par le 3 probleme cy dessus, font (avec le $\frac{1}{3}$ ₰) 44 $\frac{1}{3}$ ₰. Puis on multipliera 44 $\frac{1}{3}$ par 2 $\frac{1}{2}$ font (par le 12 probleme de l'Arithmetique) pour le requis 110 $\frac{5}{6}$ ₰, Et ainsi des autres semblables.

De la division d'Argent.

PROBLEME IV.

Estant donné argent à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné argent à diviser 13 ℔ 7 ß 8 ₰ & diviseur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction* 1. On reduira les 13 ℔ 7 ß 8 ₰ tous en deniers, par la maniere du precedent 3 probleme, font 3212 ₰; les mesmes divisez par le diviseur 5, donne quotient (par le 4. probleme de l'Arithmetique) 642 $\frac{2}{5}$ ₰. Mais comment on pour la autrefois reduire ces 642 $\frac{2}{5}$ ₰ en livres solz & deniers, sera declaré à la 2. note cy dessoubs.

Je di que 642 $\frac{2}{5}$ ₰ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 4 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. Autrement on peut diviser les 13 ℔ par 5, donnent quotient 2 ℔, reste 3 ℔, qui vallent 60 ß, aux mesmes ajoustez les 7 ß, font 67, lesquels divisez par 5, donnent quotient 13 ß, reste 2 ß qui vallent 24 ₰, ausquels ajoustez 8 ₰, font 32 ₰, les mesmes divisez par 5, donnent quotient 6 $\frac{2}{5}$ ₰. De sorte que 2 ℔ 13 ß 6 $\frac{2}{5}$ ₰ seroit le quotient requis vallant le mesme que le quotient cy dessus 642 $\frac{2}{5}$ ₰.

Conclusion. Estant doncques donné argent à diviser & diviseur; Nous avons trouvé leur quotient; Ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

S'il y eust aux donnez des rompuz comme par exemple 4 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰, à diviser par 3 $\frac{1}{3}$, On convertira les 4 ß 2 ₰ en deniers par le precedent 3 probleme, font (avec le $\frac{1}{2}$ ₰) 50 $\frac{1}{2}$ ₰. Puis on divisera 50 $\frac{1}{2}$ par 3 $\frac{1}{3}$ & donnent quotient (par le 13 probleme de nostre Arithmetique) pour le requis 15 $\frac{3}{20}$ ₰, & ainsi des autres semblables.

NOTA II.

Pour reduire deniers, par exemple 698 ₰, en livres solz & deniers, il les faut diviser par 12, donnent quotient 58 ß, reste 2, qui sont 2 ₰; puis pour convertir les 58 ß en livres, on les pourroit diviser par 20, & donnent quotient 2 ℔, reste 18, qui sont 18 ß, mais à cause de briefveté & comme par reigle generale, on coupe le dernier charactere 8, par quelque ligne, disant, la moitie de 5 sont 2 ℔, reste 1, lequel mis devant le 8, faict 18 ß, de sorte que les 698 ₰ convertiz, font 2 ℔ 18 ß 2 ₰. Et la disposition des characteres de l'operation, est telle:

```
1̸ 1̸ (2
6̸ 9̸ 8 (5 (8
1̸ 2̸ 2̸   2 . 18 . 2
  1̸
```

NOTA III.

Pour sçavoir la valeur d'un rompu de livre, par exemple de $\frac{24}{35}$ ℔, il faut multiplier le nominateur 23 par 20, faict 480, les mesmes divisez par le nominateur 35, donnent quotient 13 ß, restent 25, les mesmes multipliez par 12, font 300, lesquels autrefois divisez par 35, donnent quotient 8 $\frac{4}{7}$ ₰. De sorte que les $\frac{24}{35}$ ℔, vallent 13 ß 8 $\frac{4}{7}$ ₰.

Deuxiesme distinction des quatre computations des Raisons.

IL y a controverse entre les Autheurs Mathematiciens (& principalement entre les Commentateurs de la cincquiesme definition du 5 livre d'Euclide) touchant les computations des Raisons: Car ce que les aucuns appellent Addition & Soubstraction des Raisons, les autres veulent que ce soit Multiplication, & Division, les autres disent que c'est matiere obscure & confuse. Mais cōme il advient à plusieurs autres disciplines, esquelles l'on cognoit & entend la nature des principes plus parfaictement, quand on vient à la Pratique d'icelles: Ainsi nous deviennent les proprietez des computations des Raisons plus notoires par leur usage: Comme entre autres la Theorie de la Musique (dont nous descriprons alieurs un traicté particulier.) La reigle de Compaignie (que nous declarerons cy apres.) Quelques demonstrations de Ptolemee en sa Grande Composition, &c. Pourtant celuy qui requiert la solide intelligence de ces computations des Raisons, se peut exercer esdictes operations.

Quant à ce que quelcun me pourroit demander, pourquoy nous ne les avons pas mis en la precedente Arithmetique; Je luy respons, que icelles computations sont de purs nombres, & que la Raison (comme il apparoistra plus amplement à la multiplication des Raisons suyvante) n'est point nombre, ains subject (comme les autres matieres auquel s'applique le nombre, parquoy leur lieu n'y estoit pas.

Mais à fin de declarer aucunes qualitez de la Raison, par quelque sa similitude à ligne, nous en descrirons (avant que venir aux problemes) quelque Theoreme tel:

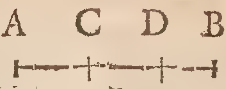
THEOREME.

LA Raison Arithmetique, coupée par termes, reçoit des qualitez semblables aux qualitez de la ligne coupée par lignes.

Explication du donné. Soit la Raison de 12 à 3, coupée par quelques termes 4 & 2 en ceste sorte 12, 4, 2, 3.

Puis

Puis soit la ligne AB, coupée par lignes aux poincts CD. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du Theoreme.



Demonstration.

Premiere qualité.

Comme toutes les parties de la ligne AB, comme AC, CD, DB, sont lignes; Ainsi toutes les parties de la Raison 12 à 3, comme 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, sont Raisons, à sçavoir Triple, Duple, Subsesquialtere.

Seconde qualité.

Comme la ligne AB, est egale à toutes ses parties AC, CD, DB; Ainsi est la Raison de 12 à 3 (qui est quadruple) egale à toutes ses parties 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, car Raison Triple, Duple, & Subsesquialtere, font aussi ensemble (comme il apparoistra par le cincquiesme probleme) Raison quadruple.

Troisiesme qualité.

Quand de la ligne AB, se coupe la ligne DB, il y reste la ligne AD; Ainsi quand de la Raison 12 à 3, se coupe la Raison de 2 à 3, il y reste encore la raison de 12 à 2, car de Raison Quadruple, soubstraict Raison Subsesquialtere, Reste (comme il apparoistra par le 6e probleme) Raison Sextuple. Nous pourrions descrire plusieurs exemples semblables, ne fust que les precedens semblent suffire au propost. *Conclusion.* La Raison doncques Arithmetique coupée, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

De l'addition des Raisons.

PROBLEME V.

E*stant données Raisons Arithmetiques à adjouster: Trouver leur somme.*

Explication du donné. Soyent donnez deux Raisons duples, qui est *Raison* $\frac{2}{1}$, & *Raison* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On multipliera les $\frac{2}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour solution (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{4}{1}$. Adjoustant doncques (car addition des Raisons ne requiert autre operation que la multiplication des rompuz) Raison duple, à Raison duple, donne somme *Raison* $\frac{4}{1}$, ceft Raison quadruple. *Demonstration.* Les demonstrations Arithmetiques ne se font pas tousiours par nombres, mais par matiere à l'intention, la plus commode, ce qui est souvent par grandeurs, nous en prendrons maintenant les sons ou voix. Or il est à sçavoir, que comme nostre entendement comprend par la veue, que deux aulnes de quelque estouffe, sont le double de une aulne; Ainsi comprend l'entendement par l'ouye, que l'inferieur son ou terme de l'octave Musicale, est le double du superieur: Et semblablement que l'inferieur terme de la decimequinte, est quadruple à son superieur, voire les corps inanimez le tesmoignent, en cela qu'ils observent entre eux la raison de leurs sons, comme toute la corde du luc, faict à sa moitie (qui sont comme de 2 à 1) le son de 2 à 1, qui est l'octave, & ainsi de toutes ses autres parties; De sorte que les deux termes de l'octave, sont en Raison double & de la decimequinte Raison quadruple. Mais deux octaves font une decimequinte; Ergo deux raisons doubles, font ensemble une Raison quadruple, ce qu'il nous falloit demonstrer.

Et par les precedens s'entendra, que *Raison* $\frac{3}{2}$ ajoustée à *Raison* $\frac{4}{3}$, faict *Raison* $\frac{2}{1}$, c'est à dire en sons, que la quinte avec la quarte, faict l'octave, & ainsi des autres. *Conclusion.* Estant doncques données Raisons Arithmetiques à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des Raisons.

PROBLEME VI.

E*stant donnée Raison de laquelle on soubstraict, & Raison à soubstraire: Trouver leur reste.*

Explication du donné. Soit donné Raison de laquelle il faut soubstraire quadruple, qui est *Raison* $\frac{4}{1}$, & à soubstraire Duple, qui est *Raison* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On divisera les $\frac{4}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour solution $\frac{2}{1}$ (car soubstraction des Raisons ne requiert autre operation que division des rompuz) qui est Raison duple. *Demonstration.* Nous comprenons par l'ouye (comme il a esté dict à la demonstration du 5e probleme) que les deux termes de l'octave musicale, sont en Raison double, & de la decimequinte en Raison quadruple, Mais soubstraict l'octave de la decimequinte, il y reste encore une octave, qui est de Raison double. Ergo soubstraict Raison double, de Raison quadruple; Reste encore Raison double, ce qu'il falloit demonstrer.

Et par les precedens s'entendra, que de *Raison* $\frac{3}{2}$ soubstraict *Raison* $\frac{4}{3}$, reste *Raison* $\frac{9}{8}$, c'est à dire en sons, que de la quinte soubstraict la quarte, reste la seconde, de laquelle les termes sont en *Raison* $\frac{9}{8}$, & ainsi des autres. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison de laquelle on soubstraict, & Raison à soubstraire, Nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des Raisons.

Il est vulgaire que l'on dit que deux Raisons ne reçoivent point entre eux la multiplication, ce qui est vray, mais il nous faut demonstrer la cause par tel theoreme.

THEOREME.

Q*ve tout multiplicateur est nombre.*

Explication du donné. Soyent trois aulnes de drap, à 2 escuz l'aulne, le produict desquels se dict communement 6 escuz, pour la valeur des 3 aulnes. *Explication du requis.* Il faut demonstrer qu'il est impossible de multiplier 2 escuz par trois aulnes. *Demonstration.* Posons le cas que deux escuz, multipliez par 3 aulnes, montent 6 escuz; Puis multiplions 2 escuz par 3, c'est à dire prennons 2 escuz trois fois, & le produict sera aussi 6 escuz. Or produicts egaux ayans quantitez à multiplier egales, ont aussi multiplicateurs egaux; Doncques nombre 3 sera egal à 3 escuz, ce qui est absurd, veu que l'escu est autre espece de quantité que n'est nombre. Doncques n'estant nombre 3 pas egal à 3 escuz, s'ensuit que 2 aulnes multipliées par 3 escuz, ne donnent pas le mesme produict que 2 aulnes multipliées par nombre 3, qui est 6 escuz. Il est aussi notoire qu'ils ne donnent produict maieur n'y moindre que 6 escuz, parquoy il est manifeste qu'ilz ne donnent aucun produict ou que c'est impossible de multiplier 2 aulnes par 3 escuz. Et le mesme se demonstrera de multiplicateur de matiere quelconque n'estant point nombre. *Construction.* Tout multiplicateur doncques est nombre; ce qu'il falloit demonstrer.

Or

Or ayant demonstré par ce Theoreme, que tout multiplicateur (combien que le semblable n'avient point à Addition, Soubstraction ou Division des autres matieres) doibt estre nombre; Estant aussi notoire, que Raison n'est pas nombre, mais la mutuelle habitude des nombres; S'ensuit que la raison ne se pourra multiplier par Raison, mais bien par nombre, comme nous en descrirons le probleme cy dessoubs.

Il y a aussi quelques difficultez notoires par ce Theoreme, qui semblent autrement assez obscures, Faisons en par exemple quelque Syllogisme en *Barbara* en ceste sorte:

Quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux donnent produicts egaux:

3 ℔ *multipliees par* 2 ℔, *Et* 60 ß *multipliez par* 40 ß, *sont quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.*

Ergo 3 ℔ *multipliees par* 2 ℔ (*qui font* 6 ℔) *&* 60 ß *multipliez par* 40 ß (*qui font* 120 ℔) *donnent produicts egaux.*

Et par consequent 6 ℔ sont egaux à 120 ℔.

Mais la fauseté de l'assomption est notoire par ledict Theoreme, par ce que les 2 ℔ & 40 ß ne sont point multiplicateurs, veu que ce ne sont point nombres, & par consequent ce ne sont pas quantitéz egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Il est bien vray que nous nommons aucunefois telles matieres multiplicateurs, mais l'on se souviendra en tel endroict de la reigle, que

L'absurd se concede à fin d'entendre plus facilement le vray.

De la multiplication des Raisons.

PROBLEME VII.

Estant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raison* $\frac{2}{3}$, qui est sesquialtere, & multiplicateur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* Le 3 (des $\frac{3}{2}$) se multipliera 4 fois (parce que multiplicateur est 4) en ceste sorte: 3 fois 3 font 9, & 3 fois 9 font 27, & trois fois 27 font 81: Et semblablement se multipliera le 2 (des $\frac{3}{2}$) 4 fois, disant, 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8, & 2 fois 8 font 16, le mettant soubs le susdict 81 en ceste sorte $\frac{81}{16}$.

Je di que *Raison* $\frac{81}{16}$ (qui est quincuple sesquisesiesme) est le produict requis. *Demonstration.* Toute chose multipliée par 4, donne produict qui est egal à la somme de quatre telles choses, mais la somme de quatre Raisons sesquialteres est (par le 5 probleme) *Raison* $\frac{81}{16}$, ergo *Raison* $\frac{81}{16}$ est le vray produict requis.

L'on pourroit encore demonstrer le susdict en ceste sorte: Le produict à sçavoir *Raison* $\frac{81}{16}$ contient la *Raison* $\frac{3}{2}$ à multiplier, autant des fois qu'il y a unitez au multiplicateur 4 (car l'unité est en 4 quatre fois, aussi est la *Raison* $\frac{3}{2}$ quatre fois en *Raison* $\frac{81}{16}$ par le suyvant Probleme) Ergo *Raison* $\frac{81}{16}$ est par la 93 definition leur vray produict. La demonstration est encore notoire par la division; car la *Raison* $\frac{81}{16}$ divisée par le multiplicateur 4, donne quotient (par le 10 probleme) *Raison* $\frac{3}{2}$ qui est la raison à multiplier; Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VIII.

Estant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raison* $\frac{4}{9}$ qui est subduple sesquiquarte; & multiplicateur nombre rompu $\frac{3}{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On multipliera la *Raison* $\frac{4}{9}$ par le numerateur du multiplicateur qui est 3 faict par le 7ᵉ probleme *Raison* $\frac{64}{729}$; la mesme se divisera par le nominateur du multiplicateur donné, à sçavoir par 2, & donne quotient (par le suyvant 10 probleme) & solution *Raison* $\frac{8}{27}$; dont la demonstration sera semblable à la precedente. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison, &c. ce qu'il falloit faire.

De la division des Raisons.

Il est bien vray que la communauté de la Division & Multiplication est si grande, que la qualité de l'un consiste au contraire de l'autre, toutesfois combien que la Raison ne peut estre multiplicateur (comme nous avons dict devant le 7 probleme) si est ce que la raison peut estre diviseur. Et si on le considere bien, il ne se trouvera par tout sinon que parfaicte coherence, & que ceste cy est en toutes ses parties, naturellement le vray contraire de celle la, comme le demonstrent aussi les preuves de l'une par l'autre. La raison pourquoy le diviseur peut estre quelque autre chose que nombre, est notoire par les grandeurs, ausquelles la ligne divisée par ligne, donne quotient nombre, mais divisée par nombre, donne quotient ligne.

Par exemple la ligne de 6 pieds, divisée par une ligne de 2 pieds, donne quotient 3; Et la ligne de 6 pieds, divisée par 3 donne quotient une ligne de deux pieds: Et ainsi des Raisons; dont il est notoire, que ceux-la s'abusent, disans que Raison ne se peut diviser par Raison. Mais à fin que le tout soit plus manifeste, nous descrirons des particuliers problemes desdictes diversitez.

PROBLEME IX.

Estant donnée Raison à diviser & Raison diviseur: Trouver leur quotient.

REIGLE GENERALE DES OPERATIONS DE CESTE DIVISION.

Le diviseur se soubstraira tant de fois de la Raison à diviser, jusques à ce qu'il y a reste, qui soit Raison egale, ou d'autre espece de Raison que la Raison à diviser: C'est à dire, si la Raison à diviser, fut Raison de majeure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de moindre inegaleté; Mais si la Raison à diviser fut Raison de majeure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de majeure inegaleté. Et par la multitude des soubstractions, se colligera le quotient, car chascune soubstraction denote unité. Nous donnerons de ces differences deux exemples comme s'ensuit.

Premier exemple auquel se rencontre reste d'egaleté.

Explication du donné. Soit donné à diviser *Raison* $\frac{8}{27}$ qui est subtriple superpartiente octaves. Et le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$, qui est subsesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison* $\frac{2}{3}$ de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6 probleme, & restera *Raison* $\frac{24}{45}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de moindre inegaleté, parquoy il faut (selon l'avertissement de la reigle generale cy dessus)

deſſus) autrefois de *Raiſon* $\frac{24}{54}$ ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{2}{3}$, & reſtera *Raiſon* $\frac{72}{108}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de moindre inegaleté, parquoy il nous faut autrefois de *Raiſon* $\frac{72}{108}$ ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{2}{3}$ & reſtera *Raiſon* $\frac{216}{216}$, laquelle eſtant d'egaleté, nous avons le requis, à ſçavoir que à cauſe des trois ſoubſtractions nous comptons trois unitez pour quotient.

Je di, que 3 eſt le quotient requis. *Demonſtrat.* Toute choſe diviſée, donne quotient qui eſt egal aux Fois que le diviſeur ſe peut ſoubſtraire de la choſe à diviſer. Mais le diviſeur *Raiſon* $\frac{2}{3}$ ſe peut ſoubſtraire 3 fois de *Raiſon* $\frac{8}{27}$, par le 6e probleme, doncques 3 eſt le vray quotient.

L'on pourroit encore demonſtrer le ſuſdict en ceſte ſorte: Le quotient 3 contient autant des fois l'unité que la *Raiſon* $\frac{8}{27}$ à diviſer contient la *Raiſon* $\frac{2}{3}$ diviſeur, c'eſt doncques (par la 96 definition de l'Arithmetique) le vray quotient.

La demonſtration eſt encore notoire par la multiplication precedente, car multipliant le produict 3, par le diviſeur *Raiſon* $\frac{2}{3}$, donne produict (par le 7e probleme) *Raiſon* $\frac{8}{27}$ qui eſt la raiſon à diviſer, ergo, &c.

Second exemple auquel ſe rencontre reſte d'inegaleté.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{10}{3}$, qui eſt triple de ſeſquitierce; Et le diviſeur *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui eſt ſeſquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On ſoubſtraira *Raiſon* $\frac{3}{2}$ de *Raiſon* $\frac{10}{3}$ par le 6e probleme & reſtera *Raiſon* $\frac{20}{9}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de maieure inegaleté; Il faut doncques de *Raiſon* $\frac{20}{9}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{3}{2}$, & reſtera *Raiſon* $\frac{40}{27}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de maieure inegaleté. Il nous faut doncques de *Raiſon* $\frac{40}{27}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{2}{3}$ & reſtera *Raiſon* $\frac{80}{81}$, qui eſtant autre eſpece que la *Raiſon* donnée à diviſer, je concluz que la derniere ſoubſtraction n'eſt pas beſoing, mais que la ſeconde ſoubſtraction monſtre que le quotient eſt 2 plus Raiſon $\frac{40}{27}$ diviſée par *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui ſe peut deſcrire, comme les rompuz en ceſte ſorte:

$$2\,\frac{\textit{Raiſon}\ \frac{40}{27}}{\textit{Raiſon}\ \frac{3}{2}}$$

Mais ſi on en voulut ſçavoir quelle partie d'unité vaut le dict rompu on diviſera autre fois le nominateur par le numerateur & de quotient 2 la reſte ſe dira $\frac{1}{2}$ & de 3 ſe dira $\frac{1}{3}$, &c. Et s'il y reſtoit alors encore quelque choſe, l'on procedera en la meſme comme des precedens. Dont la demonſtration eſt aſſez notoire par les precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné Raiſon à diviſer, & Raiſon diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Nota. Si la Raiſon à diviſer fut de moindre inegalité, & que la premiere reſte fut maieure Raiſon, que ladicte Raiſon à diviſer le quotient ſera de nombre infini. Comme *Raiſon* $\frac{1}{2}$, eſt cõtenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{3}{1}$.

Et ſemblablement ſi la Raiſon à diviſer fut de moindre inegaleté, & que la premiere reſte fut moindre Raiſon, que ladicte Raiſon à diviſer, le quotient ſera de nombre infini, comme *Raiſon* $\frac{3}{1}$ eſt contenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{1}{2}$.

Probleme X.

Estant donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique entier: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{81}{16}$ qui eſt quincuple ſeſquiſeiſieſme, & diviſeur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* Il eſt notoire par le contraire da la diviſion, qui eſt par la multiplication, que ſi le diviſeur donné fut 2, qu'on faut extraire racine de ② (qui eſt racine quarrée) de chaſcun terme de la Raiſon à diviſer. Mais ſi le diviſeur donné fut 3, que l'on extraira racine de ③ qui eſt racine cubique; Et que pour 4, l'on extraira racine de ④, &c. Or le diviſeur donné eſt 4, parquoy il nous faut extraire racine de ④ de chaſcun terme de la Raiſon donnée: Doncques la racine de ④ de 81 eſt 3, & de 16 eſt 2, leſquels 3 & 2 ſignifient que le quotient requis eſt *Raiſon* $\frac{3}{2}$ qui eſt ſeſquialtere: Dont la demonſtration eſt manifeſte par les demonſtrations precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Probleme XI.

Estant donnée Raiſon à diviſer; & diviſeur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{4}{6}$. Et diviſeur nombre rompu $\frac{2}{3}$. *Conſtruction.* On multipliera la *Raiſon* $\frac{4}{6}$ par le nominateur du diviſeur, qui eſt 3, faict par le 7e probleme *Raiſon* $\frac{64}{729}$, la meſme ſe diviſera par le numerateur 2 du diviſeur donné, & donne quotient par le 10e probleme, *Raiſon* $\frac{8}{27}$, qui eſt ſubtriple ſupertripartiente octaves, pour le quotient requis; Dont la demonſtration eſt notoire par les precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Fin de la premiere partie.

SECONDE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DE LA COMPVTATION PROPORTIONELLE.

Premiere diſtinction de la ſeconde partie de la Pratique d'Arithmetique qui eſt de la reigle de trois.

Novs avons defini la Reigle de trois à la 101 definition de l'Arithmetique; mais il la faut icy entendre de nombres appliquez à matieres, comme apparoiſtra par les exemples ſuivans.

Exemple I. par entiers.

14 *aulnes de drap, conſtent* 5 ℔ 2 ß 3 ₰, *combien couſteront* 25 *aulnes?*

Constrvction.

On multipliera les 5 ℔ 2 ß 3 ₰ par les 25, font (par le precedent 3 probleme) 30675 ₰, les meſmes diviſez par 14, donnent quotient 2191 1/14 ₰, qui vallent (par là 2 note du 4 probleme) 9 ℔ 2 ß 1/14 ₰, & autant vaudront les 25 aulnes de drap.

Exemple II. par rompvs.

2 3/4 *aulnes de drap, couſtent* 4 ℔, *combien couſtent* 3 $\frac{1}{3}$ *aulnes?*

Constrvction.

On multipliera les deux derniers termes comme 4 & 3 $\frac{1}{3}$ l'un par l'autre, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{40}{3}$, les meſmes ſe diviſeront par

par le premier terme 2 $\frac{2}{4}$, & donnent quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) $\frac{160}{33}$ ℔, qui font 4 $\frac{28}{33}$ ℔, & autant vaudront les 3 $\frac{1}{3}$ aulnes.

Nota. Quant aux diverses manieres d'operations qu'aucuns descrivent sur ceste reigle de trois par rompuz, à sçavoir que selon la disposition des rompuz, qui se rencontrent aux trois termes donnez, ils en font des diverses reigles; elles sont inutiles, veu que ce sont des diverses constructions (lesquelles sans causer aucune briefveté, ne sont que charges de la memoire) qui se peuvent faire par une seule & generale; à sçavoir qu'on multiplie tousiours les deux derniers termes, l'un par l'autre, & que l'on divise le produict par le premier. Pourtant je conseille à ceux qui veullent par intelligence des causes facilement calculer ou enseigner la jeunesse en ceste reigle de trois par rompuz, de suivre ceste maniere; Ainsi enseignée entre autres par Iherome Cardane, Michiel Stiffle, Nicolas Tartalle, Iuan Peris de Moya, Gemme Frison, Cutebert Tonstalle, &c. & que ils delaissent celle la.

DV COMPENDIE DE LA REIGLE DE TROIS.

Il y a quelque vulgaire compendie en la reigle de trois, assez commode aux païs ou l'on compte par livres solz & deniers, duquel nous donnerons onze exemples, le premier par quelques ß & 1 ₰, le second par quelques ß & 2 ₰, & ainsi par ordre des autres jusques à l'onziesme. Quant aux lieux ou l'on n'use point tella espece, on pourra par ceste maniere facilement faire un ordre propre pour les usitees monnoies de chascun païs.

Exemple I.

1 aulne vaut 7 ß 1 ₰, combien vaudront 28 aulnes?

Construction.

On multipliera le 28 par 7 ß, font 196; Puis par ce que 1 ₰ est la douziesme partie d'un solz, on prendra la douziesme partie de 28 qui est 2 le mettant soubs le 6, & par le 4 restant, se multipliera 1 ₰, faict 4 ₰, lesquels se mettront joignant le 2. Puis on ajoustera ce qu'il y a entre les lignes, & le somme sera 198 ß 4 ₰, qui vallent pour solution 9 ℔ 18 ß 4 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

28
7 . 1
196
2 . 4
19(8 . 4
9.18 . 4

Nota. Tel qu'a esté l'ordre de l'operation du precedente exemple, auquel la valeur d'une chose ameine avec soy 1 ₰: Semblable sera aussi l'ordre des operations des dix exemples suivans, car on multipliera tousiours les choses desquelles on veut sçavoir la valeur par les solz du valeur d'une chose; Puis on prendra telle partie des choses desquelles on veut sçavoir la valeur, quelle partie sont les deniers (que la valeur d'une chose ameine avec soy) d'un solz, comme pour 2 ₰ par ce que c'est le sixiesme d'un solz, on prendra aussi le sixiesme des choses desquels on veut sçavoir la valeur, & s'il y reste quelque chose, le mesme se multipliera par les 2 ₰, & ainsi des autres, comme il sera plus notoire par les exemples suivans.

Exemple II.

1 piece d'argent vaut 3 ß 2 ₰, combien vaudront 34 pieces?

Construction.

On multipliera 34 par 3 ß, font 102; Puis par ce que 2 ₰ est la sixiesme d'un solz, on prendra aussi la sixiesme de 34, qui est 5, reste 4, le mesme multiplié par 2 ₰, faict 8, lesquels ajousté font 107 ß, 8 ₰, qui vallent pour solution 5 ℔ 7 ß 8 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

34
3 . 2
102
5 . 8
10(7 . 8
5.7 . 8

Exemple III.

1 aulne couste 2 ß 3 ₰, combien cousteront 27 aulnes?

Construction.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 3 ₰ est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 27, qui est 6, reste 3, le mesme multiplié par 3 ₰, font 9, lesquels ajoustez font 60 ß 9 ₰, qui vallent pour solution 3 ℔ 0 ß 9 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

27
2 . 3
54
6 . 9
6(0 . 9
3.0 . 9

Exemple IV.

1 aulne couste 3 ß 4 ₰, combien cousteront 38 aulnes?

Construction.

On multipliera 38 par 3 ß, font 114; Puis, par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 38, qui est 12, reste 2, le mesme multiplié par 4 ₰, faict 8, lesquels ajoustez font 126 ß 8 ₰, qui vallent pour solution 6 ℔ 6 ß 8 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle.

38
3 . 4
114
12 . 8
12(6 . 8
6.6 . 8

Exemple V.

1 aulne couste 3 ß 5 ₰, combien cousteront 29 aulnes?

Construction.

On multipliera 29 par 3 ß, font 87; Puis par ce que 5 ₰ ne mesure pas 1 ß, on besoignera premierement par 3 ₰, & puis par 2 ₰; Or par ce que 3 ₰ est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 29, qui est 7, reste 1, qui multiplié par 3 ₰ faict 3; Et de mesme sorte on besoignera par les 2 ₰, lesquels estant la sixiesme d'un solz, il faut prendre le sixiesme de 29, qui est 4, reste 5, qui multiplié par 2 ₰, faict 10, lesquels ajoustez font 99 ß 1 ₰, qui vallent pour solution 4 ℔ 19 ß 1 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

29
3 . 5
87
7 . 3
4 . 10
9(9 . 1
4.19 . 1

Exemple VI.

1 aulne couste 2 ß 6 ₰, combien cousteront 27 aulnes.

Construction.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 6 est la moitie de un solz, on prendra aussi la moitie de 27, qui est 13, reste 1, le mesme multiplié par les 6 ₰, font 6, lesquels ajoustez font 67 ß 6 ₰, qui vallent pour solution 3 ℔ 7 ß 6 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

27
2 . 6
54
13 . 6
6(7 . 6
3.7 . 6

Exemple VII.

1 aulne couste 4 ß 7 ₰, combien cousteront 38 aulnes?

Constrvction.

On multipliera 38 par 4 ß, font 152; Puis par ce que 7 ₰ ne mesure pas 1 ß; On besoignera premierement par 4 ₰, & puis par 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 38, qui est 12, reste 2, qui multiplié par 4 ₰, faict 8; Et de mesme sorte on besoignera par les 3 ₰, lesquels estant le quart d'un ß, on prendra aussi le quart de 38, qui est 9, reste 2, qui multiplié par 3 ₰, font 6, lesquels ajoustez font 174 ß 2 ₰, qui vallent pour solution 8 ℔ 14 ß 2 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

38		
4	.	7
152		
12	.	8
9	.	6
17(4	.	2
8.14	.	2

Exemple VIII.

1 aulne couste 2 ß 3 ₰, combien cousteront 32 aulnes?

Constrvction.

On multipliera 32 par 2 ß, font 64; Puis, parce que 8 ₰ ne mesure pas 1 ß, on besoignera par 4 ₰, & 4 ₰; Or par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 32, qui est 10, reste 2, lequel multiplié par 4 ₰, faict 8, les mesmes 10, 8 se mettront autrefois, à cause des autres 4 ₰, lesquels ajoustez font 85 ß 4 ₰, qui vallent pour solution 4 ℔ 5 ß 4 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

32		
2	.	8
64		
10	.	8
10	.	8
8(5	.	4
4.5	.	4

Exemple IX.

1 aulne couste 3 ß 9 ₰, combien cousteront 31 aulnes?

Constrvction.

On multipliera 31 par 3 ß, font 93; Puis, par ce que 9 ₰ ne mesure pas 1 ß, on prendra 3 ₰ & 3 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 3 ₰ est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 31, qui est 7, reste 3, lequel multiplié par 3 ₰, font 9; Et les mesmes 7. 9 se mettront encore deux fois, à cause des autres 3 ₰ & 3 ₰; Lesquels ajoustez font 116 ß 3 ₰, qui vallent pour solution 5 ℔ 16 ß 3 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

31		
3	.	9
93		
7	.	9
7	.	9
7	.	9
11(6	.	3
5.16	.	3

Exemple X.

1 aulne couste 2 ß 10 ₰, combien cousteront 35 aulnes?

Constrvction.

On multipliera 35 par 2 ß, font 70; Puis, par ce que 10 ₰ ne mesure pas 1 ß, on prendra 6 ₰ & 4 ₰; Or par ce que 6 ₰ est la moitie d'un solz, on prendra aussi la moitie de 35, qui est 17, reste 1, lequel multiplié par 6 ₰, faict 6, Et de mesme sorte on besoignera par les 4 ₰, lesquels estant le tiers d'un solz il faut prendre le tiers de 35, qui est 11, reste 2, qui multiplié par 4 faict 8, lesquels ajoustez font 99 ß 2 ₰, qui vallent pour solution 4 ℔ 19 ß 2 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle.

35		
2	.	10
70		
17	.	6
11	.	8
9(9	.	2
4.19	.	2

Exemple XI.

1 aulne couste 3 ß 11 ₰, combien coustent 37 aulnes?

Constrvction.

On multipliera 37 par 3 ß, font 111; Puis, parce que 11 ₰ ne mesure pas 1 ß, on prendra 4 ₰ & 4 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, il faut prendre le tiers de 37, qui est 12, reste 1, lequel multiplié par 4 ₰, faict 4, les mesmes 12, 4 se mettront autre fois à cause des autres 4 ₰; Puis par ce que 3 ₰ est le quart de 1 ß, il faut prendre le quart de 37, qui est 9, reste 1, lequel multiplié par 3 faict 3; lesquels ajoustez font 144 ß 11 ₰, qui vallent pour solution, 7 ℔ 4 ß 11 ß. Dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

37		
3	.	11
111		
12	.	4
12	.	4
9	.	3
14(4	.	11
7.4	.	11

Nota. Si la valeur d'une chose fut de Livres solz & deniers par exemple:

1 aulne couste 3 ℔ 14 ß 6 ₰, combien cousteront 43 aulnes?

On convertira les livres en solz & la question sera alors telle:

1 aulne couste 74 ß 6 ₰, combien cousteront 43 aulnes?

Dont l'operation sera semblable à celle du precedent 6e exemple ainsi:

Ceste maniere est beaucoup plus facile, que d'operer sans convertir les livres en solz, comme font les aucuns.

43		
74	.	6
172	.	
3011	.	6
2	.	
320(3	.	6
160.3	.	6

DE LA PROPORTION RENVERSE ET ALTERNE.

Les exemples suivans, dependent de la renverse ou alterne proportion des precedens.

Exemple I.

2 aulnes de toille coustent 3 ß, combien des aulnes se donneront pour 6 ß?

Constrvction.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme incognu, on mettra 0, en ceste sorte:

2 . 3 . 0 . 6

Or pour trouver le troisiesme terme incognu, on dira par la renverse proportion de la 82 definition, 3 donne 3, combien 6? faict pour solution (par le precedent premier exemple) 4 aulnes; Ou autrement par alterne proportion de la 83 definition, 3 donnent 6, combien 2? faict comme dessus 4 aulnes. Et semblable sera l'operation quand le premier ou second terme est incognu.

Exemple II.

200 soldats ont des vivres pour 2 mois, pour combien des soldats y aura ils des vivres pour 5 mois?

Constrvction.

On dira par proportion renverse 5 donnent 2, combien 200? faict pour solution (par le precedent 1 exemple) 80, & pour autant des soldats y aura il des vivres pour 5 mois.

Exem-

Exemple III.

Vallant le boiſſeau du froment 20 ß, alors l'on achate 4 livres du pain pour 1 ß, combien du pain ſe donnera pour 1 ß, vallant le boiſſeau du froment 16 ß.

Constrvction.

On dira par proportion renverſe, 16 donnent 4, combien 20? faict pour ſolution (par le precedent 1 exemple) 5 livres du pain qu'on aura alors pour 1 ß.

La demonſtration des precedens exemples eſt manifeſte par celle du 14[e] probleme de l'Arithmetique.

Seconde diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de cincq.

Definition.

Reigle de cincq, eſt celle par laquelle on trouve un cincquieſme terme, en telle raiſon au troiſieſme, comme le produict du quatrieſme & cincquieſme, au produict du premier & ſecond.

Exemple I.

3 enfouiſſeurs enfouent en 2 jours 5 verges, combien des verges enfoueront 6 enfouiſſeurs en 4. jours?

Constrvction.

Si les cincq termes donnez ne fuſſent pas diſpoſez en ordre comme cy deſſus, il les faudroit ainſi mettre, diſant, le produict du premier & ſecond terme, donne le troiſieſme, combien donnera le produict du quatrieſme & cincquieſme? c'eſt à dire 6 (car autant eſt le produict du premier par le ſecond, à ſçavoir 3 par 2) donnent 5 (qui eſt le troiſieſme terme) combien donnera 24? (car autant eſt le produict du quatrieſme & cincquieſme terme, à ſçavoir 6 par 4) faict pour ſolution 20 verges.

Demonſtration.

Les deux parties des enfouiſſeurs ſont en *Raiſon* $\frac{3}{6}$, & les deux parties des jours ſont en *Raiſon* $\frac{2}{4}$; Mais adjouſtant *Raiſon* $\frac{3}{6}$ à *Raiſon* $\frac{2}{4}$, donne ſomme par le 5[e] probleme de ceſte practique d'Arithmetique, *Raiſon* $\frac{6}{24}$: Doncques comme 3 enfouiſſeurs & 2 jours, à 6 enfouiſſeurs & 4 jours, ainſi 6 à 24, de ſorte que les quatre termes, ſont maintenant convertiz en deux (vallans la meſme raiſon, que les deux raiſons des quatre termes) deſquels 6 eſt le premier, & 24 le troiſieſme, & le moyen terme eſt le 5 donné; mais nous avons par ces trois termes 6. 5. 24. trouvé le quatrieſme proportionel 20, doncques 20 eſt la vraye ſolution; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple II. dependant de la renverſe ou alterne proportion du premier exemple.

3 enfouiſſeurs enfouent en 2 jours 5 verges, en combien des jours enfoueront 6 enfouiſſeurs 20 verges.

Constrvction.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme requis on mettra 0 en ceſte ſorte:

Enfouiſſeurs	Jours	Verges	Enfouiſſeurs	Jours	Verges
3 .	2 .	5 .	6 .	0 .	20

Or ſi le produict du quatrieſme & cincquieſme terme fut cognu, facilement ſe trouveroit le cincquieſme terme requis. Mais pour trouver ce produict, on multipliera le premier terme 3 par le ſecond terme 2, faict 6. Doncques de quatre termes d'une binaire proportion, il y a cognu les trois, à ſçavoir le premier 6, le ſecond 5, & le quatrieſme 20, leur troiſieſme terme donc par reverſe proportion (diſant 5 donne 6 combien 20?) ſera 24, pour le produict de 6 du quatrieſme terme donné, par le cincquieſme terme incognu; Diviſant doncques 24 par ledict 6, donne quotient & ſolution 4, pour le cincquieſme terme, leſquels 4 vallent 4 jours; Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du precedent premier exemple. Semblable ſera l'invention de chaſcun des autres termes incognuz.

Troiſieſme diſtinction de la ſeconde partie de la practique d'Arithmetique qui eſt de la reigle de compagnie.

Definition.

Reigle de compaignie eſt partition de quantité ſelon la raiſon donnée.

Exemple I.

Trois Marchans font compaignie, deſquels le premier à mis 2 ℔, le ſecond 3 ℔, le troiſieſme 4 ℔, & ont gaigné enſemble 5 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon le capital qu'il a mis?

Constrvction.

On partira les 5 ℔ en trois parties proportionelles aux nombres 2. 3. 4 par le 15 probleme de l'Arithmetique. Et viendra 1 $\frac{1}{9}$ ℔ pour le premier, & 1 $\frac{6}{9}$ ℔ pour le ſecond, & 2 $\frac{2}{9}$ ℔ pour le troiſieſme. Dont la demonſtrarion eſt manifeſte par celle dudict 15[e] probleme de l'Arithmetique.

Exemple II. avec le temps.

Deux marchans font compaignie, deſquels le premier à mis 2 ℔ par 3 ans, le ſecond 3 ℔ par 4 ans, & ont gaigné enſemble 5 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon ſon argent & temps?

Conſtruction.

On multipliera l'argent de chaſcune perſonne par ſon temps, & le produict de la premiere perſonne ſera 6, & de la ſeconde 12. Puis on partira le 5 en deux parties proportionelles aux nombres 6 & 12 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra $1\frac{12}{18}$ ℔ pour le premier, & $3\frac{6}{18}$ ℔ pour le ſecond, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	Capitaux	Annees		Prouffit
Le premier	2 .	3	produict 6 .	$1\frac{12}{18}$ ℔
Le ſecond	3 .	4	produict 12 .	$3\frac{6}{18}$ ℔
			18	5

Demonſtration.

L'argent du premier à l'argent du ſecond, obtient *Raiſon* $\frac{2}{3}$. Et le temps du premier au temps du ſecond obtient *Raiſon* $\frac{3}{4}$. Mais adjouſtant ces deux Raiſons par le 5 probleme de ceſte Practique, donnent ſomme

Raiſon $\frac{6}{12}$; doncques comme 6 à 12, ainſi l'argent & temps du premier, à l'argent & temps du ſecond, mais comme 6 à 12, ainſi par la conſtruction $1\frac{12}{18}$ ℔, à $3\frac{6}{18}$ ℔, qui ſont auſſi parties integrantes de 5 ℔. Ergo $1\frac{12}{18}$ ℔ & $3\frac{6}{18}$ ℔ ſont les parties requiſes; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple III. avec le temps & autre condition.

Deux marchans font compaignie, deſquels le premier a mis 4 ℔, par 5 ans, le ſecond 6 ℔ par 7 ans, Et entre eux eſt quelque condition telle, que s'ils euſſent mis ſommes egales par temps egal, alors tirant le premier du prouffit 3, le ſecond n'en tireroit que 2; Et ont gaigné enſemble 8 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part?

Constrvction.

On multipliera l'argent du premier par ſon temps, faict 20, le meſme ſe multipliera par le 3 de la condition, faict 60. Semblablement ſe multipliera l'argent du ſecond par ſon temps, faict 42, le meſme multiplié par le 2 de la condition, faict 84: Puis on partira 8 en deux parties proportionelles à 60 & 84 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{48}{144}$ ℔ pour le premier, & $4\frac{96}{144}$ ℔ pour le ſecond, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	Capitaux		Annees		Cōditions				
Premier	4	.	5	.	3	produict	60	.	$3\frac{48}{144}$
Second	6	.	7	.	2	produict	84	.	$4\frac{96}{144}$
							144	.	8

Demonstration.

L'argent du premier à l'argent du ſecond, obtient *Raiſon* $\frac{4}{6}$, & le temps du premier au temps du ſecond obtient *Raiſon* $\frac{5}{7}$. Et la condition du premier à celle du ſecond *Raiſon* $\frac{3}{2}$. Or ces trois Raiſons donnent ſomme (par le 5 probleme de ceſte Practique) *Raiſon* $\frac{60}{84}$. Doncques comme 60 à 84, ainſi l'argent temps & condition du premier, à l'argent temps & condition du ſecond; Mais comme 60 à 84, ainſi par la conſtruction $3\frac{48}{144}$ ℔ à $4\frac{96}{144}$ ℔ qui ſont deux parties integrantes de 8 ℔; Ergo $3\frac{48}{144}$ ℔ & $4\frac{96}{144}$ ℔, ſont les parties requiſes, Ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple IV.

Deux marchans font compaignie, deſquels le premier met 2 ℔, & apres 3 ans il met encore 4 ℔, laiſſant tout ceſt argent encore en la compaignie 5 ans; le ſecond met 8 ℔, & apres 7 ans reprent 6 ℔, laiſſant la reſte de 2 ℔ encore en la compaignie 9 ans, & gaignent enſemble 10 ℔, Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part?

Constrvction.

On multipliera chaſque capitale ſomme par ſon tēps. Or les 2 ℔, du premier y ont eſté en tout 8 ans, doncques leur produict ſera 16; Et les 4 ℔ du meſme premier y ont eſté ſeulement 5 ans, doncques leur produict ſera 20, auſquels adjouſté le 18, donnent ſomme (reſpondant au premier) 36. Puis, les 8 ℔ du ſecond y ont eſté 7 ans deſquels le produict eſt 56; Et la reſte de 2 ℔ y a demeuré encore 9 ans, deſquels le produict eſt 18, auquel adjouſté le 56 faict 74, reſpondant au ſecond marchand. Puis on partira le prouffit de 10 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 36 & 74 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{30}{110}$ ℔ pour le premier, & $6\frac{80}{110}$ ℔ pour le ſecond; dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.

Nota.

L'exemple ſuyvant depend de la renverſe ou alterne proportion des exemples precedens.

Exemple V.

Deux marchans font compaignie, & ont mis enſemble 4 ℔, & ont gaigné 5 ℔, & tirant le premier 2, le ſecond en tiroit 3. Combien eſtoit la capitale ſomme de chaſcun?

Constrvction.

On partira les 4 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 2 & 3 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra $1\frac{3}{5}$ ℔ pour le capital du premier, & $2\frac{2}{5}$ ℔ pour le capital du ſecond, dont la demonſtration eſt manifeſte par les precedentes. Nous pourrions deſcrire pluſieurs differens exemples dependans de ladicte Renverſe & alterne proportion, mais ils ſeront aſſez notoires à celuy qui aura entendu les precedens.

Quatrieſme diſtinction de la ſeconde partie de la practique d'Arithmetique qui eſt de la reigle d'Alligation.

Definition.

Reigle d'Alligation eſt celle par laquelle on trouve une quantité de valeur requiſe, & composée de diverſes quantitez de diverſes valeurs.

Exemple I.

Quelcun veut meſler 4 boiſſeaux de froment, à 9 ß le boiſſeau, parmi 5 boiſſeaux de ſeigle à 7 ß le boiſſeau. Combien vaudra le boiſſeau de telle mixtion?

Constrvction.

Tout le froment vaudra 36 ß, & toute la ſeigle vaudra 35 ß, leſquels adjouſtez font 71 ß; les meſmes diviſez par 9, à ſçavoir la ſomme de 4 & 5 boiſſeaux, donnent quotient $7\frac{8}{9}$ ß, doncques le boiſſeau d'icelle mixture vaudra $7\frac{8}{9}$ ß.

Demonstration.

Les boiſſeaux ainſi meſlez à $7\frac{8}{9}$ ß le boiſſeau, vallent 71 ß, auſſi vallent 71 ß les boiſſeaux ſeparez. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. L'on peut appliquer ceſt exemple à toutes autres matieres qui ſe meſlent ainſi comme choſes liquides, metaux, & ſemblables, par exemple ſi la propoſition euſt eſté de 4 marcqs d'or de 9 karatz, meſlé parmi 5 marcqs d'or de 7 karatz, nous dirions de meſme ſorte que telle mixtion eſt de $7\frac{8}{9}$ Karatz; Et ainſi de tous autres ſemblables.

Exemple II.

Quelcun a deux ſortes de blez, la premiere de 2 ß le boiſſeau, la ſeconde de 7 ß le boiſſeau, & en veut faire 8 boiſſeaux chaſcun de 6 ß, Combien prendra il de chaſcune ſorte?

Constrvction.

On diſpoſera les deniers propoſez en ceſte ſorte: Puis on ſoubſtraira 2 de 6, reſtent 4, lequel ſe mettra joignant le 7. Puis on ſoubſtraira 6 de $6\frac{2}{7}$, reſte 1, lequel ſe mettera pres le 2; Et la diſpoſition des characteres ſera alors telle:

Puis

Puis on divisera 8 (à cause des 8 boisseaux proposez) en deux parties entre eux en telle raison comme 1 a 4 & seront (par le 15 probleme de nostre Arithmetique) $1\frac{3}{5}$ & $6\frac{2}{5}$, lesquels nombres signifient qu'on prendra $1\frac{3}{5}$ boisseau de 2 ß le boisseau, & $6\frac{2}{5}$ boisseaux de 7 ß le boisseau.

	2	.	1
6			
	7	.	4

DEMONSTRATION.

Les 8 boisseaux requis à 6 ß, vallent 48 ß, & autant vallent aussi les parties de la solution,

car $1\frac{3}{5}$ boisseaux à 2 ß montent	$3\frac{1}{5}$ ß.
& $6\frac{2}{5}$ boisseaux à 7 ß montent	$44\frac{4}{5}$ ß.
Somme 8 boisseaux vallans	48 ß

ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

L'on peut aussi appliquer ceste exemple à toutes autres matieres qui se meslent; Comme si la proposition eust esté de deux sortes d'or, la premiere de deux Karatz, la seconde de 7 Karatz, & qu'on en eust voulu faire une masse de 8 marcqs à 6 Karatz, nous dirions de mesme sorte pour solution, qu'on devroit prendre $1\frac{3}{5}$ marcqs de 2 Karatz, & $6\frac{2}{5}$ marcqs de 7 Karatz, & ainsi d'autres semblables.

EXEMPLE III.

Vn maistre de monnoye a cincq sortes d'or, la premiere de 2 Karatz, la seconde de 3 Karatz, la troisiesme de 4, la quatriesme de 11, la cincquiesme de 12; Et veut faire une masse de 20 marcqs à 5 Karatz; Combien se prendra de l'or de chascune sorte?

Construction.

On descrira les Karatz proposez de moinde valeur que l'or requis d'une part de quelque ligne; Et les sortes de majeure valeur que l'or requis d'autre part de ladicte ligne, & le 5 des 5 karats requis devant la ligne en ceste sorte:

	2
	3
	4
5	
	11
	12

Puis on soubsttaira 2 de 5, reste 3, qui se mettra joignant 11 ou 12 (car ceste proposition & semblables ou il y a à mesler plus de deux sortes, ont infinies diverses solutions) soit pres le 11; Puis on soubstraira 5 de 11, reste 6, le mesme se mettra joignant le charactere qui fut dernierement soubstraict, à sçavoir pres le 2; Puis on soubstraira 3 (à sçavoir 3 des 3 Karatz) de 5 reste 2, lequel se mettra joignant 11 ou 12, soit pres le 12; Puis on soubstraira 5 de 12 reste 7 le mettant joignant le charactere qui a esté dernierement soubstraict à sçavoir pres le 3; Puis on soubstraira 4 de 5 reste 1, lequel se mettra autre fois pres 11 ou 12 soit pres le 11; Puis on soubstraira 5 de 11, reste 6, lequel mis joignant le charactere qui a esté dernierement soubstraict, à sçavoir pres le 4, la disposition des characteres sera alors telle:

	2	.	6		
	3	.	7		
	4	.	6		
5					
	11	.	3	.	1
	12	.	2		

Puis on divisera 20 (à cause de 20 marcqs requis en une masse) en cincq parties entre eux en telle raison comme 6. 7. 6. 4. 2 (le 4 procede de 3 & 1 qui correspondent à la quatriesme sorte d'or) & les parties requises (par le 15 probleme de l'Arithmetique) seront $4\frac{4}{5}$ marcqs de 2 karatz, & $5\frac{3}{5}$ marcqs de 3 karatz, & $4\frac{4}{5}$ marcqs de 4 karatz, & $3\frac{1}{5}$ marcqs de 11 karatz, & $1\frac{3}{5}$ marcq de 12 karatz; dont la demonstration depend de la precedente.

Cincquiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Reigle d'Interest.

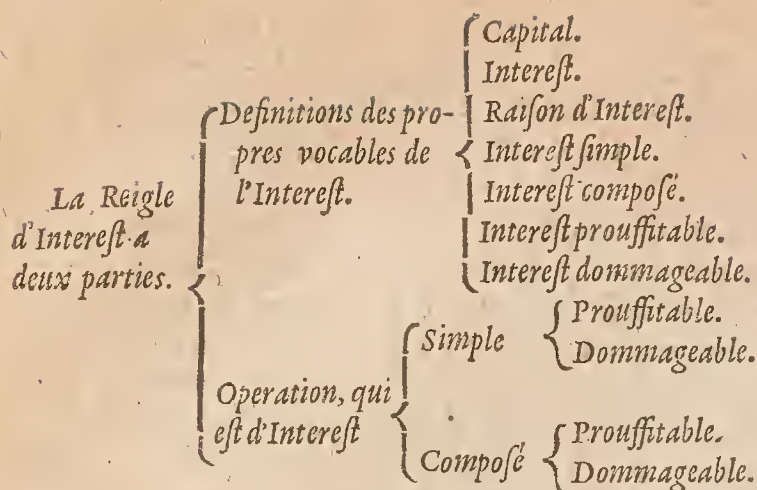
PARCE que les comptes de l'Interest, sont calculations qui se rencontrent journellement aux affaires des Hommes, mais souvent si labourieuses que le prouffit que l'on en attend, ne compenseroit pas le temps & travail employé en icelles; Telles comptes se faisoyent communement a tastons. Mais puis apres quelques autres considerant la chose plus intentivement, ont preparé certaines tables pour cest affaire, par lesquelles fussent ostez telles difficultez. Ces tables estoyent en use par aucuns au païs bas; mais ceux qui les avoyent, les tenoyent cachez comme grand secret, & principalement la composition d'icelles estoit cognue à peu de personnes.

Or comme l'opinion gouvernante du monde, me fist croire que le prouffit commun se doibt preferer au particulier; je divulgois il y a environ deux annees quelque traicté particulier de l'Interest en nostre vulgaire langage Flameng, auquel nous declarames la construction & usage d'icelles tables. Nous convertirons le mesme traicté icy en François, corrigeant les fautes de la premiere impression, & l'augmentant de quelques exemples là ou il viendra à poinct.

LA REIGLE D'INTEREST AVEC SES TABLES CALCVLEES PAR SIMON STEVIN *de Bruges.*

ARGVMENT.

NOVS divisons la reigle d'Interest en deux parties, desquelles la premiere sera des Definitions; la seconde de l'Operation. Les definitions seront explications des propres vocables de ceste reigle; Comme, quelle chose est Capital, Interest, Raison d'Interest, Interest simple, Interest composé, Interest prouffitable, Interest dommageable. L'operation aura quatre propositions, desquelles la premiere sera d'Interest simple & prouffitable; La seconde d'Interest simple & dommageable, La troisiesme d'Interest composé & prouffitable, & en ceste proposition seront descriptes les tables ensemble la maniere de leur cõstruction; La quatriesme proposition sera d'Interest composé dommageable. Et en plus grande evidence nous comprennons l'argument succinctement en telle table:



PREMIERE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DES DEFINITIONS.

DEFINITION I.

Capital est la somme, de laquelle on compte l'Interest.

EXPLICATION.

Comme par exemple quelcun donnant 16 ℔, à fin d'en recevoir 1 ℔ par an, alors les 16 ℔ s'appellent Capital. Ou quelcun estant devable 20 ℔, à payer en un an, & baille comptant 19 ℔ rabatant 1 ℔ pour interest, alors les 20 ℔ s'appellent Capital.

DEFINITION II.

Interest est la somme que l'on compte de l'arrierage du capital pour quelque temps.

EXPLICATION.

Comme quand on dict, 12 pour 100 par an, c'est à dire 12 interest de 100 capital, pour un an de temps; De sorte que capital, interest, & temps, sont trois ajoincts inseparables; c'est que capital n'existe poinct sinon en respect de quelque interest & temps: Item interest n'est sinon que en respect de capital & temps.

DEFINITION III.

La Raison qu'il y a de l'interest au capital, nous l'appellons Raison d'interest.

EXPLICATION.

Comme la raison qu'il y a d'interest 12 à capital 100, ou d'interest 1, à capital 16, nous l'appellons en general Raison d'interest. Et est à considerer que la Raison d'interest se rencontre en la Pratique en double sorte, desquelles l'une a tousiours l'un de ses termes certain, l'autre tous deux incertains. La raison d'interest qui a un terme certain, est en deux manieres, car ou le capital est tousiours une certaine somme à sçavoir 100, & l'interest une incertaine somme, comme 9, ou 10, ou 11, &c. & ceste raison d'interest s'appelle neuf pour cent, dix pour cent, &c. Ou au contraire, l'interest est tousiours une certaine somme à sçavoir 1, & le capital incertain, comme 15 ou 16 ou 17, &c. & ceste raison d'interest s'appelle au denier quinze, au denier seize, &c. La raison d'interest qui a ses termes tous deux incertains, est, comme quand on dict (par exemple) 53 gaignent par an 4. De toutes lesquelles differences nous donnerons cy apres des exemples chascun en son lieu.

DEFINITION IV.

Interest simple est celuy que l'on comte seulement du capital.

EXPLICATION.

Comme comptant 24 ℔ pour interest de capital 100 ℔ pour 2 ans, à raison de 12 pour 100 par an; alors les mesmes 24 ℔ s'appellent interest simple. Ou estant quelcun devable 100 ℔ à payer à la fin de 2 ans, à raison de 12 pour 100 par an & qu'il paye argent comptant rabattant pour interest du capital seulement 21 $\frac{3}{7}$ ℔, alors les mesmes 21 $\frac{3}{7}$ ℔ s'appellent interest simple; qui est en difference de l'interest composé duquel la definition est telle:

DEFINITION V.

Interest composé est celuy, que l'on compte du capital ensemble de l'arrierage.

EXPLICATION.

Comme comptant 25 $\frac{11}{25}$ ℔, pour interest de 100 ℔ pour 2 ans à raison de 12 pour 100 par an, alors les mesmes 25 $\frac{11}{25}$ ℔ s'appellent Interest composé, & cela à cause que sur la deuxiesme année, n'est pas seulement compté interest du capital 100 ℔, mais par dessus des mesmes est encore compté interest de 12 ℔ depuis la fin de la premiere année, jusques au bout de la seconde, montant 1 $\frac{11}{25}$ ℔. De sorte que cest interest composé, est sur deux annees plus grand que son simple de 1 $\frac{11}{25}$ ℔. Ou estant quelcun devable à payer au bout de deux ans 100 ℔, & paye argent comptant 79 $\frac{141}{196}$ ℔, rabatant 20 $\frac{55}{196}$ ℔ pour interest composé à raison de 12 pour 100 par an, lequel interest composé est moindre que son simple; Parquoy il est à considerer que nous l'appellons interest composé, non pas selon la quantité pour laquelle on l'appelleroit plustost interest disioinct, ou diminué, mais en respect de la qualité de l'operation, en laquelle nous avons egard à deux interests.

COROLLAIRE.

S'ensuit necessairement que de tout premier terme auquel est escheu interest, ne se pouvoir compter interest composé, en quoy aucuns s'avoir abusé sera demonstré en son lieu.

DEFINITION VI.

Interest prouffitable est celuy, qu'on ajouste au capital.

EXPLICATION.

Comme ayant 16 ℔ gaigné en un an 1 ℔, le debiteur debura pour capital & interest ensemble 17 ℔; parquoy nous appellons telle 1 ℔ (car c'est interest que l'on ajouste au capital, & l'augmente) interest prouffitable.

DEFINITION VII.

Interest dommageable est celuy, qu'on soubstraict du capital.

EXPLICATION.

Comme estant quelcun devable en un an 16 ℔, il accorde de payer argent comptant, rabatant l'interest à raison du denier 16, montant $\frac{16}{17}$ ℔, de sorte qu'il donne argent comptant 15 $\frac{1}{17}$ ℔. Or parce que $\frac{16}{17}$ ℔ sont interest qu'on soubstraict du capital, & le diminuent, nous l'appellons interest dommageable.

SECON-

SECONDE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DE L'OPERATION.

Proposition I.

Estant declaré capital temps & raison d'interest simple & prouffitable: Trouver l'interest.

Nota. C'est à considerer que comme la discontinue proportion consiste en 4 termes, desquels estant cognuz les trois, nous en trouvons le quatriesme: Ainsi consistent nos propositions d'interest en quatre termes, à sçavoir capital, temps, raison d'interest, & interest, desquels termes estant cognuz quelques trois nous trouvons par les mesmes, l'incognu quatriesme: C'est à dire que par cognuz capital, temps, & raison d'interest, nous trouvons l'interest; Item par cognuz capital, temps, & interest, nous trouvons Raison d'interest: Item par cognuz capital, raison d'interest, & interest, nous trouvons le temps; Et au dernier par cognuz temps, raison d'interest, & interest, nous trouvons le capital. toutes lesquelles mutations sont notoires par l'alterne & inverse proportion des termes de la 82 & 83 definition de l'Arithmetique. Mais par ce que le terme incognu de l'interest (auquel on requiert souventesfois avoir adjousté le capital) est le plus souvent requis en la Pratique, nous ferons les propositions sur le mesme, donnant aussi exemples à la fin de chascune proposition, dependans de ladicte mutation de termes.

Exemple I.

L'on veut sçavoir combien que sera le simple interest de 224 ℔ pour un an, à raison de 12 pour 100 par an.

Constrvction.

On trouvera par les trois termes donnez le quatriesme requis disant, 100 donnent 12 combien 224 ℔ font $26\frac{22}{25}$ ℔.

Et de mesme sorte on dira que 16 ℔ gaignent par an 1 ℔, les 224 ℔ gaigneront par an 14 ℔.

Exemple II.

27 ℔ donnent pour 4 annees d'interest simple 14 ℔, combien donnent 320 ℔ de 5 annees?

Constrvction.

Si les termes donnez ne fussent pas disposés comme il appert, on les faudroit ainsi disposer, disant (par la reigle de cincq) le produict du premier & second terme, donne le troisiesme, combien donnera le produict du quatriesme & cincquiesme? C'est à dire 108 (car autant est le produict du premier & second terme, à sçavoir de 27 & 4) donnent 14 (qui est le troisiesme terme) combien donneront 1600? (car autant est le produict du quatriesme & cincquiesme, à sçavoir 320 par 5) faict $247\frac{11}{27}$ ℔.

Nota. Le precedent deuxiesme exemple, & semblables, se peuvent solver par autre maniere, en laquelle on besoigne deux fois par la reigle de trois, mais ceste maniere est plus briefve & commode.

Exemple III.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; S'il payoit en 4 annees à chascun an le quart qui est 56 ℔, combien payeroit il à chascune année d'interest simple, à raison de 12 pour 100 par an?

Constrvction.

On verra quel capital on tient à chascune année, qu'on n'eust pas tenu selon la premiere condition. Puis on trouvera par le precedent 1 exemple, l'interest de chascun capital, à chascune année, comme au bout du premier an; le capital est 224 ℔, duquel l'interest monte pour un an $26\frac{22}{25}$ ℔: Au bout du deuxiesme an (car l'on paye au premier an le quart de 224 ℔) le capital sera 168 ℔, duquel l'interest pour un an est $20\frac{4}{25}$ ℔: Au bout du troisiesme an, le capital est 112 ℔, duquel l'interest pour un an faict $13\frac{11}{25}$ ℔: Au bout du quatriesme an, le capital est 56 ℔, duquel l'interest pour un an est $6\frac{18}{25}$ ℔.

Exemple IV.

Quelcun doibt payer en 4 ans 224 ℔, à chascune année le quart montant 56 ℔; Combien faudra il payer d'interest simple, à 12 pour 100 par an, s'il payast lesdictes parties toutes ensemble, au bout du quatriesme an?

Constrvction.

On verra quel capital on tient à chascun an qu'on ne tiendroit pas selon la premiere condition, & du mesme on comptera l'interest; Puis doncques qu'on eust deu payer 56 ℔ au bout du premier an, selon icelle condition, lesquels on n'a point payé selon ceste cy, il faudroit compter au bout du deuxiesme an, l'interest des mesmes 56 ℔, montant $6\frac{18}{25}$ ℔, Et pour semblable raison on devroit compter au bout du troisiesme an l'interest de 112 ℔, montant $13\frac{11}{25}$ ℔, Et au bout du quatriesme an, l'interest de 168 ℔, montant $20\frac{4}{25}$ ℔, lesquelles trois sommes d'interest montant ensemble $40\frac{8}{25}$ ℔, sont l'interest simple, qu'il faudroit payer, au bout de 4 ans.

Ou autrement on pourroit chercher nombres proportionels, aux nombres de la question en ceste sorte:

	100 donnent au premier an	0
	100 donnent au second an	12
	100 donnent au troisiesme an	24
	100 donnent au quatriesme an	36
Somme	400	72

Puis on dira 400 donnent 72, combien 224? faict comme dessus $40\frac{8}{25}$ ℔.

Nota. Les trois exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de la proposition.

Exemple V. auquel est requis Raison d'interest.

48 ℔ donnent en 3 ans de simple interest prouffitable 9 ℔. A combien est ce pour cent par an?

Constrvction.

On disposera les termes comme dict est au precedent deuxiesme exemple en ceste sorte: 48 donnent en trois ans 9 ℔, combien 100 ℔ en un an? faict (selon la doctrine du precedent 2 exemple) pour solution $6\frac{1}{4}$ pour cent.

Exemple VI. auquel est requis le temps.

L'on veut sçavoir en combien de temps 260 ℔ gaigneront 187 ℔ 4 ß, à raison de 12 pour 100 par an.

Constrvction.

On verra combien 260 ℔ gaignent par an, & se trouve par le 1 exemple $31\frac{1}{5}$ ℔; Puis on divisera 187 ℔ 4 ß,

℔ 4 ß, par 31 $\frac{1}{5}$ ℔, donne quotient pour solution 6 ans.

EXEMPLE VII, AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun reçoit 187 ℔ 4 ß si d'interest simple à raison de 12 pour 100 par an, & cela pour 6 ans, combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra combien 100 ℔ à raison de 12 pour 100 par an, gaignent en 6 ans, & se trouve 72 ℔. Puis on dira, 72 viennent de 100, d'ou viendront 187 ℔ 4 ß? faict pour solution 260 ℔.

DEMONSTRATION.

Telle raison qu'il y a au premier exemple de 100 à 12, telle y a il de 224 ℔ à 26 $\frac{22}{25}$ ℔ par la construction; Ergo 26 $\frac{22}{25}$ ℔ sont proportionelles avec les autres termes selon le requis. Et semblable sera aussi la demonstration des autres exemples, laquelle nous passons outre à cause de briefveté.

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital temps, & raison d'interest simple & prouffitable: Nous avons trouvé l'interest; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

Estant declaré capital, temps, & raison d'interest simple & dommageable: Trouver leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 300 ℔ à payer en 1 an, combien vaudront elles en argent comptant, rabattant interest simple à raison de 12 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On adjoustera 100 à son interest 12, font 112, disant 112 viennent de 100, de combien viendront 300 ℔? faict 267 $\frac{6}{7}$ ℔.

EXEMPLE II.

Il y a 32 ℔ à payer en 3 ans, combien vaudront les mesmes en argent comptant, rabattant l'interest au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On adjoustera 16 à son interest de 3 ans, à sçavoir à 3, font 19, disant 19 viennent de 16, de combien viendront 32 ℔? faict 26 $\frac{18}{19}$ ℔.

EXEMPLE III.

Il y a 250 ℔ à payer en 6 mois, combien vaudra ceste somme argent comptant, rabattant au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On verra quelle partie que les 6 mois sont de l'an, & se trouve $\frac{1}{2}$, pourtant on adjoustera $\frac{1}{2}$ à 16, font 16 $\frac{1}{2}$; Puis on dira, 16 $\frac{1}{2}$, viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict 242 $\frac{14}{33}$ ℔.

Item si lesdictes 250 ℔ eussent esté à payer en 3 mois, on diroit (par ce que 3 mois sont le $\frac{1}{4}$ de l'An) 16 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict 246 $\frac{2}{13}$ ℔.

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à payer en 1 mois, on diroit (par ce que 1 mois est la $\frac{1}{12}$ de l'an) 16 $\frac{1}{12}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à payer en 7 sepmaines, on diroit (par ce que 7 sepmaines sont $\frac{7}{52}$ de l'an) 16 $\frac{7}{52}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à payer en 134 jours, on diroit (par ce que 134 jours sont $\frac{134}{365}$ de l'an) 16 $\frac{134}{365}$ viennent de 16 de combien viendront 250 ℔?

De sorte que en telles questions il faut tousiours veoir quelle partie de l'an est le temps proposé, & puis comme dessus.

EXEMPLE IV.

Il y a 320 ℔ à payer en 3 ans & trois mois; combien vaudront elles argent comptant, rabattant interest simple au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On adjoustera 16 à son interest 3 $\frac{1}{4}$ ℔ (3 $\frac{1}{4}$ ℔ à cause de 3 $\frac{1}{4}$ années) font ensemble 19 $\frac{1}{4}$; Puis on dira, 19 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 320 ℔? faict 265 $\frac{75}{77}$ ℔.

NOTA. Semblable sera l'operation en toutes autres parties de l'an, qu'il y a par dessus les ans entiers, comme l'on peut facilement colliger par le precedent troisiesme exemple.

EXEMPLE V.

Il y a 230 ℔ à payer au bout de 5 ans, Combien vaudront les mesmes argent comptant, rabattant en telle raison, comme est 23 capital à interest 6, & cela de 3 ans?

CONSTRVCTION.

On verra premierement combien 6 ℔ d'interest de 3 ans, montent en un an, & se trouve 2 ℔. Doncques cest interest est à raison de 2 pour 23 par an; Parquoy l'operation sera semblable à la precedente du 2 exemple de ceste proposition en ceste sorte. On adjoustera 23 à son interest de 5 ans, à sçavoir 10 ℔, font ensemble 33. Puis on dira, 33 viennent de 23, de combien viendront 230 ℔? faict pour solution 160 $\frac{10}{33}$ ℔.

EXEMPLE VI.

Quelcun doibt 600 ℔ à payer au bout de 4 ans, & accorde avec son crediteur, de les payer en 4 payemens, à sçavoir au bout du premier an un quart, & au second an encore un quart, & au troisiesme an encore un quart, & au quatriesme an le dernier quart, rabatant interest simple à raison de 12 pour 100 par an, combien debura il payer à chascune année?

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on debourse selon ceste condition, que l'on n'eust pas debourse selon la premiere. Or doncques par ce que selon ceste condition on paye en un an le quart de la somme montant 150 ℔ rabatant, &c. lesquelles on eust premierement payé selon la premiere condition en 3 ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 150 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant, & se trouve par le second exemple de ceste proposition 110 $\frac{5}{7}$ ℔, pour la premiere paye. Et pour semblable raison les 150 ℔ vaudront en argent comptant sur 2 années 120 $\frac{30}{31}$ ℔, pour la seconde paye. Item les 150 ℔ vaudront argent comptant sur 1 année 133 $\frac{13}{14}$ ℔, pour la troisiesme paye; Mais parce que l'on paye la derniere paye en telle condition comme estoit la premiere, il n'y aura de la mesme aucun interest, & sera de 150 ℔.

EXEMPLE VII.

Il y a 324 ℔ à payer en 6 ans, à sçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront les mesmes en argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour 100.

NOTA. Nous avions en la premiere impression (sans

(sans en faire particuliere demonstration) suivi en cest exemple la maniere de quelques autres, mais depuis il m'a esté dict par quelcun qu'il y avoit de l'erreur, ce que trouvant veritable, nous l'avons corrigé, & en donnons maintenant construction telle:

Constrvction.

On verra quel argent on debourse selon ceste condition, que l'on n'eust pas debourse selon la premiere. Or doncques par ce que selon ceste condition on debourse 54 ℔, qui estoient à paier en un an apres, s'ensuit qu'on verra combien les mesmes 54 ℔, à paier en un an, vallent argent comptant, & se trouve par le precedent premier exemple de ceste proposition 48 $\frac{3}{14}$ ℔. Et pour semblable raison autres 54 ℔ pour 2 annees, vaudront argent comptant 43 $\frac{17}{31}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 3 annees, vaudront 37 $\frac{12}{17}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 4 annees vaudront 36 $\frac{18}{37}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 5 annees, vaudront 33 $\frac{3}{4}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 6 annees vaudront 31 $\frac{17}{43}$ ℔. Et la somme desdictes six parties est pour solution 233 $\frac{2356847}{23476796}$ ℔. Et l'abusée solution de la premiere impression estoit seulement 228 $\frac{12}{71}$ ℔.

Nota.

Par ce que c'est operation labourieuse de faire pour chascun terme une particuliere computation comme cy dessus, principalement quand il y a beaucoup des annees, on pourra faire des tables par lesquelles on solvera telles questions par une seule operation, en ceste sorte:

Pour faire une table de 12 pour cent, on prendra quelque grand nombre duquel le premier charactere soit 1, & tous les autres 0, comme par exemple 10000000, que nous appellons racine de table. Disant 112 (à sçavoir capital 100 avec interest d'une année) donnent 100, combien 10000000? faict 8928571, pour nombre respondant à la premiere année. Puis pour trouver le nombre respondant à deux années, on dira 124 (à sçavoir capital 100 avec interest de 2 ans) donnent 100, combien 10000000? faict 8064516, (nous ne prennons icy cure de la reste) les mesmes ajoustez à 8928571 font 16993087, pour nombre respondant à deux annees. Puis pour trouver le nombre respondant à trois ans, on dira 136 (à sçavoir capital 100 avec interest de 3 annees) donnent 100, combien 10000000? faict 7352941, le mesme ajousté à 16993087 faict 24346028 pour nombre respondant à trois ans. Et ainsi on procedera pour faire des annees, autant qu'on voudra que nous avons continué jusques à 8 termes en ceste sorte:

Table d'interest simple dommageable, de 12 pour 100.

1.	8928571
2.	16993087
3.	24346028
4.	31102785
5.	37352785
6.	43166738
7.	48601521
8.	53703562

Or pour solver la question de ce 7e exemple par ceste table on multipliera la racine de la table 10000000, par les annees de la question, qui est par 6, font 60000000; Puis on dira 60000000 dónent 43166738 (qui est le nombre respondant à six ans,) combien 324 ℔? faict pour solution comme dessus 233 $\frac{6023112}{60000000}$ ℔. Car l'autre estoit 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{22001176}{23476796}$ ₰, & ceste cy vaut 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{5546880}{60000000}$ ₰ qui ont tant seulement quelque petite difference de nulle estime, à cause que l'extreme perfection n'est pas aux tables, pour les restes qu'on delaisse en la construction.

Exemple VIII.

Quelcun doibt à payer en 3 ans 260 ℔, & en 6 ans, apres encore 420 ℔; Combien vallent ces deux sommes ensemble argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour cent par an?

Constrvction.

Les 260 ℔ vaudront argent comptant selon le 2e exemple de ceste proposition 191 $\frac{3}{17}$ ℔, & les 420 ℔, vaudront argent comptant 201 $\frac{12}{13}$ ℔: Puis ajoustant 191 $\frac{3}{17}$ ℔, à 201 $\frac{12}{13}$ ℔, font 393 $\frac{23}{221}$ ℔, & autant vaut toute la debte en argent comptant.

Exemple IX.

Quelcun doibt 200 ℔ à payer en 5 ans; Combien vaudront elles en 2 ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

Constrvction.

L'on soubstraira 2 ans de 5 ans, reste 3 ans, ausquels lesdictes 200 ℔ vaudront (par le 2e exemple de ceste proposition) 153 $\frac{11}{13}$ ℔.

Nota.

Nous avons corrigé en la construction de ce 9e & du suivant 10e exemple l'erreur de la premiere impression. Quant à ceux qui l'estiment pour bonne, disans que ces 200 ℔ valoyent passé 5 ans 133 $\frac{1}{3}$ ℔ les mesmes vallent en deux ans pour conclusion 160 ℔. Ils errent, comme nous faisons quand nous le fimes ainsi; Car je pourrois dire par mesme raison, 200 ℔ valoyent passé 1000 ans $\frac{200}{101}$ ℔, les mesmes vallent en 997 ans 199 $\frac{50}{101}$ ℔, de sorte qu'il y auroit à rabatre pour l'interest, seulement 50 $\frac{50}{101}$ ℔, mais selon l'autre compte 66 $\frac{2}{3}$ ℔; ce qui est absurd. Doncques ces 200 ℔ ne vallent pas d'avantage que 153 $\frac{11}{13}$ ℔, mais qu'ils ne vallent pas moins l'adversaire mesme le confesse, parquoy 153 $\frac{11}{13}$ ℔ sont la vraye solution.

Exemple X.

Quelcun doibt à payer en 3 ans 420 ℔, & en 6 ans apres 560 ℔; Combien vaudront ces deux parties ensemble à payer en deux ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

Constrvction.

Les 420 ℔ à payer en 3 ans, vallent en 2 ans par le precedent 9 exemple 381 $\frac{9}{11}$ ℔. Et les 560 ℔ à payer en 6 ans apres, qui est en 9 ans, vallent en 2 ans par ledict 9e exemple 329 $\frac{7}{17}$ ℔, lesquels avec lesdictes 381 $\frac{9}{11}$ ℔, font pour solution 711 $\frac{43}{187}$ ℔.

Nota.

Les exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de ceste proposition.

Exem-

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis raison d'interest.

Pour 500 ₶ à payer au bout de 5 ans, on reçoit argent comptant 333 $\frac{1}{3}$ ₶, La demande est à combien l'on a rabatu pour cent d'interest simple.

CONSTRVCTION.

On dira 333 $\frac{1}{3}$ ₶ viennent de 500 ₶, de combien viendront 100? faict 150 ₶, des mesmes on soubstraira pour reigle generale 100 ₶ reste 50 ₶, lesquelles divisées par 5 (5 des 5 ans) donne quotient 10; Ergo l'on avoit rabatu à raison de 10 pour 100.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis le temps.

Pour 400 ₶, on reçoit argent comptant 250 ₶, rabatant interest simple, à raison de 10 pour 100 an, La demande est pour combien de temps on a rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 250 ₶ viennent de 400 ₶, de combien viendront 100 ₶? faict 160 ₶, des mesmes on soubstraira pour reigle generale 100 ₶, reste 60 ₶, les mesmes divisées par 10 (10 à cause de 10 pour 100) donnent quotient 6. Ergo l'on avoit rabatu pour 6 annees.

EXEMPLE XIII. AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun reçoit 666 $\frac{2}{3}$ ₶, & on luy avoit rabatu interest simple à 8 pour 100 par an, & cela pour 10 ans. Qu'el estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On adjoustera 100 à son interest de 10 ans qui est 80 ₶, font 180 ₶, disant 100 viennent de 180 ₶, de combien viendront 666 $\frac{2}{3}$ ₶? Faict pour capital 1200 ₶.

DEMONSTRATION.

Veu qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 300 à payer en un an, vallent argent comptant 267 $\frac{6}{7}$ ₶, rabatant interest simple à 12 pour 100 par an; S'ensuit que si on employast au mesme instant sur interest lesdictes 267 $\frac{6}{7}$ ₶ (à sçavoir comme devant, à 12 pour 100 par an) que les mesmes avec leur interest (si l'operation est bonne) deburoyent monter ensemble au bout de l'année 300 ₶.

Or doncques contant ledict interest selon la doctrine du premier exemple de la premiere proposition, il montera 32 $\frac{1}{7}$ ₶, lesquelles adjoustées à 267 $\frac{6}{7}$ ₶, font ensemble ladicte somme de 300 ₶, d'ou se conclud que l'operation est bonne.

Et semblables seront aussi les demonstrations des autres exemples de ceste proposition, lesquelles nous passons outre à cause de briefveté.

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital, temps, & raison d'interest simple & dommageable; Nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III.

Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé & prouffitable: Trouver combien monte le capital avec son interest.

NOTA.

Nous aurons mestier pour la solution des exemples de ceste proposition, des tables desquelles a esté dict cy devant, parquoi nous en descrirons ici autant comme en la practique semblent communement necessaires, à sçavoir 16 tables la ou il y aura tousiours comparaison de l'interest au cent, desquelles la premiere sera de 1 pour 100, la seconde de 2 pour 100, & ainsi par ordre des autres jusques à la 16 table qui sera de 16 pour 100. Puis nous descrirons encore 8 tables, la ou il y aura tousiours comparaison de divers capitaux, à interest tousiours 1, desquelles la premiere sera du denier 15, la seconde du denier 16, & ainsi par ordre des autres jusques au denier 22, & chascune table sera de 30 annees ou termes.

CONSTRVCTION DES TABLES.

POVR doncques venir à la construction de ces tables, il faut sçavoir que l'on y cherche nombres proportionaux aux nombres de la question: Pour lesquels trouver, on prendra au premier quelque grand nombre duquel le premier charactere soit 1, & les autres tous 0. I'ay prins pour ces tables (combien qu'on peut prendre plus ou moins) 10000000, que nous appellons racine des tables. Or voulant faire une table à raison de 1 pour 100, comme est la suivante premiere, on multipliera la racine des tables 10000000, par le capital 100, donne produict 1000000000, le mesme se divisera par la somme du capital & son interest, à sçavoir par 101 (car 100 est proposé capital, & 1 interest) le quotient sera 9900990 respondant au premier terme ou année; Quant au reste $\frac{10}{101}$ qui demeure apres la division, nous la delaissons par ce qu'elle est moindre que demi, mais quand telle reste est majeure que demi, on augmentera (comme est l'usage en la table des sinus & autres) le quotient de 1, car ainsi l'on demeure tousiours plus pres du requis. Or pour trouver le nombre respondant au deuxiesme an, on multipliera les 9900990 autrefois par 100, faict 990099000, le mesme se divisera autrefois par 101, le quotient sera 9802960, pour le deuxiesme an. Et de mesme sorte pour trouver le nombre du troisiesme an, on multipliera 9802960, autrefois par 100, faict 980296000, le mesme se divisera autrefois par 101, le quotient sera 9705900, mais par ce que la reste $\frac{100}{101}$, est maintenant majeure que demi, on augmentera pour les raisons que dessus le dernier charactere du quotient de 1, mettant 9705901 pour le troisiesme terme, & ainsi des autres termes, lesquels sont continuez en nos tables jusques à 30.

Semblable sera aussi la construction de toutes les autres tables, car comme l'on multiplie en la premiere tousiours par 100 & divise par 101, ainsi on multipliera en la seconde table (qui est de 2 pour 100) tousiours par 100, & on divisera par 102. Et en la troisiesme table, on multipliera tousiours par 100, & on divisera par 103, & ainsi des autres. Item la construction de la table du denier 15, est semblable aux precedentes; car on y multiplie

plie tousiours par 15, & on divise par 16 (à sçavoir par 15 proposé capital, avec son interest 1) Et ainsi en la table du denier 16, on multipliera tousiours par 16, & on divisera par 17, & semblablement des autres: Ces tables ainsi preparees, il faut joignant les mesmes faire encore une colomne, laquelle servira pour interest composé, de parties qui sont à payer en continues annees, l'un an autant comme l'autre, comme les exemples des mesmes seront exhibez en son lieu, & la construction de ceste colomne est telle:

On mettra (pour la construction de celle de 1 pour 100) le 9900990 respondant au premier an ou terme, encore une fois joignant ledict premier terme, puis on adjoustera les deux nombres respondans aux deux premiers termes, comme 9900990 avec 9802960, font 19703950, le mesme se mettra aupres le deuxiesme an; Puis on ajoustera les trois nombres de la premiere colomne, respondans aux trois premiers termes, montent 29409851, & ainsi des autres. De sorte que le dernier nombre de ceste derniere colomne, sera la somme de tous les nombres de la colomne precedente.

Et ainsi on fera à chascune des autres tables, une telle derniere colomne, de sorte que chascune de ces tables aura trois colomnes, la premiere signifiant termes, comme annees, ou quart d'annees, ou semblables, & les autres deux servans pour solutions de questions, comme il apparoistra au suivant.

A. GIRARD.

LA composition de la derniere colomne est un peu difficile comme l'autheur l'a faict; mais sera plus aisée si on faict comme s'ensuit en prenant la premiere table pour exemple.

Je met le premier nombre de la 3e colomne, comme en la secōde colomne, assavoir 9900990, puis j'adjouste iceluy mesme avec le suyvant 9802960 (de la seconde colomne) viendra 19703950; lequel semblablement j'adjouste (apres l'avoir posé en son lieu competant) au suyvant 9705901 (de la seconde colomne) & viendra 20409851, & ainsi se feront les autres fort aiséement.

S'ENSVIVENT LES TABLES D'INTEREST.

Table d'Interest de 1 pour 100.

1.	9900990	9900990
2.	9802960	19703950
3.	9705901	29409851
4.	9609803	39019654
5.	9514656	48534310
6.	9420451	57954761
7.	9327179	67281940
8.	9234831	76516771
9.	9143397	85660168
10.	9052868	94713036
11.	8963236	103676272
12.	8874491	112550763
13.	8786625	121337388
14.	8699629	130037017
15.	8613494	138650511
16.	8528212	147178723
17.	8443774	155622497
18.	8360172	163982669
19.	8277398	172260067
20.	8195444	180455511
21.	8114301	188569812
22.	8033961	196603773
23.	7954417	204558190
24.	7875660	212433850
25.	7797683	220231533
26.	7720478	227952011
27.	7644038	235596049
28.	7568354	243164403
29.	7493420	250657823
30.	7419228	258077051

Table d'Interest de 2 pour 100.

1.	9803922	9803922
2.	9611688	19415610
3.	9423224	28838834
4.	9238455	38077289
5.	9057309	47134598
6.	8879715	56014313
7.	8705603	64719916
8.	8534905	73254821
9.	8367554	81622375
10.	8203484	89825859
11.	8042631	97868490
12.	7884932	105753422
13.	7730325	113483747
14.	7578750	121062497
15.	7430147	128492644
16.	7284458	135777102
17.	7141625	142918727
18.	7001593	149920320
19.	6864307	156784627
20.	6729713	163514340
21.	6597758	170112098
22.	6468390	176580488
23.	6341559	182922047
24.	6217215	189139262
25.	6095309	195234571
26.	5975793	201210364
27.	5858621	207068985
28.	5743746	212812731
29.	5631124	218443855
30.	5520710	223964565

Table

Table d'intereſt de 3 pour 100.

1.	9708738	9708738
2.	9425959	19134697
3.	9151417	28286114
4.	8884871	37170985
5.	8626088	45797073
6.	8374843	54171916
7.	8130916	62302832
8.	7894093	70196929
9.	7664168	77861093
10.	7440940	85302033
11.	7224214	92526247
12.	7013800	99540047
13.	6809515	106349562
14.	6611180	112960742
15.	6418621	119379363
16.	6231671	125611034
17.	6050166	131661200
18.	5873948	137535148
19.	5702862	143238010
20.	5536759	148774769
21.	5375494	154150263
22.	5218926	159369189
23.	5066918	164436107
24.	4919338	169355445
25.	4776856	174131501
26.	4636948	178768449
27.	4501891	183270340
28.	4370768	187641108
29.	4243464	191884572
30.	4119868	196004440

Table d'intereſt de 4 pour 100.

1.	9615385	9615385
2.	9245562	18860947
3.	8889963	27750910
4.	8548041	36298951
5.	8219270	44518221
6.	7903144	52421365
7.	7599177	60020542
8.	7306901	67327443
9.	7025866	74353309
10.	6755640	81108949
11.	6495808	87604757
12.	6245969	93850726
13.	6005739	99896465
14.	5774749	105631214
15.	5552643	111183857
16.	5339080	116522937
17.	5133731	121656668
18.	4936280	126592948
19.	4746423	131339371
20.	4563868	135903239
21.	4388335	140291574
22.	4219553	144511127
23.	4057262	148568389
24.	3901213	152469602
25.	3751166	156220768
26.	3606890	159827658
27.	3468163	163295821
28.	3334772	166630593
29.	3206512	169837105
30.	3083185	172920290

Table d'intereſt de 5 pour 100.

1.	9523810	9523810
2.	9070295	18594105
3.	8638376	27232481
4.	8227025	35459506
5.	7835262	43294768
6.	7462154	50756922
7.	7106813	57863735
8.	6768393	64632128
9.	6446089	71078217
10.	6139132	77217349
11.	5846792	83064141
12.	5568373	88632514
13.	5303212	93935726
14.	5050678	98986404
15.	4810170	103796574
16.	4581114	108377688
17.	4362966	112740654
18.	4155206	116895860
19.	3957339	120853199
20.	3768894	124622093
21.	3589423	128211516
22.	3418498	131630014
23.	3255712	134885726
24.	3100678	137986404
25.	2953027	140939431
26.	2812407	143751838
27.	2678483	146430321
28.	2550936	148981257
29.	2429463	151410720
30.	2313774	153924494

Table d'intereſt de 6. pour 100.

1.	9433962	9433962
2.	8899964	18333926
3.	8396192	26730118
4.	7920936	34651054
5.	7472581	42123635
6.	7049605	49173240
7.	6650571	55823311
8.	6274124	62097935
9.	5918985	68016920
10.	5583948	73600868
11.	5267875	78868743
12.	4969893	83838436
13.	4688390	88526826
14.	4423009	92949835
15.	4172650	97122485
16.	3936462	101058947
17.	3713643	104772590
18.	3503437	108276027
19.	3305129	111581156
20.	3118046	114699202
21.	2941553	117640755
22.	2775050	120415805
23.	2617972	123033777
24.	2469785	125503562
25.	2329986	127833548
26.	2198100	130031648
27.	2073679	132105327
28.	1956301	134061628
29.	1845567	135907195
30.	1741101	137648296

Table d'intereſt de 7. pour 100.

1.	9345794	9345794
2.	8734387	18080181
3.	8162979	26243160
4.	7628952	33872112
5.	7129862	41001974
6.	6663422	47665396
7.	6227497	53892893
8.	5820091	59712984
9.	5439337	65152321
10.	5083493	70235814
11.	4750928	74986742
12.	4440120	79426862
13.	4149645	83576507
14.	3878173	87454680
15.	3624461	91079141
16.	3387347	94466488
17.	3165745	97632233
18.	2958640	100590873
19.	2765084	103355957
20.	2584191	105940148
21.	2415132	108355280
22.	2257133	110612413
23.	2109470	112721883
24.	1971467	114693350
25.	1842493	116535843
26.	1721956	118257799
27.	1609305	119867104
28.	1504023	121371127
29.	1405629	122776756
30.	1313672	124090428

Table d'intereſt de 9 pour 100.

1.	9174312	9174312
2.	8416800	17951112
3.	7721835	25312947
4.	7084252	32397199
5.	6499314	38896513
6.	5962673	44859186
7.	5470342	50329528
8.	5018662	55348190
9.	4604277	59952467
10.	4224107	64176574
11.	3875328	68051902
12.	3555347	71607249
13.	3261786	74869035
14.	2992464	77861499
15.	2745380	80606879
16.	2518697	83125576
17.	2310731	85436307
18.	2119937	87556244
19.	1944896	89501140
20.	1784308	91285448
21.	1636980	92922428
22.	1501817	94424245
23.	1377814	95802059
24.	1264050	97066109
25.	1159679	98225788
26.	1063926	99289714
27.	976079	100265793
28.	895485	101161278
29.	821546	101982824
30.	753712	102736536

Table d'intereſt de 8 pour 100.

1.	9259259	9259259
2.	8573386	17832637
3.	7938322	25770969
4.	7350298	33121267
5.	6805831	39927098
6.	6301695	46228793
7.	5834903	52063696
8.	5402688	57466384
9.	5002489	62468873
10.	4631934	67100807
11.	4288828	71389635
12.	3971137	75360772
13.	3676979	79037751
14.	3404610	82442361
15.	3152417	85594778
16.	2918905	88513683
17.	2702690	91216373
18.	2502491	93718864
19.	2317121	96035985
20.	2145482	98181467
21.	1986557	100168024
22.	1839405	102007429
23.	1703153	103710582
24.	1576994	105287576
25.	1460180	106747756
26.	1352019	108099775
27.	1251869	109351644
28.	1159138	110510782
29.	1073276	111584058
30.	993774	112577832

Table d'intereſt de 10 pour 100.

1.	9090909	9090909
2.	8264463	17355372
3.	7513148	24868520
4.	6830135	31698655
5.	6209214	37907869
6.	5644740	43552609
7.	5131582	48684191
8.	4665075	53349266
9.	4240977	57590143
10.	3855434	61445677
11.	3504940	64950617
12.	3186309	68136926
13.	2896645	71033571
14.	2633314	73666885
15.	2393922	76060807
16.	2176293	78237100
17.	1978448	80215548
18.	1798589	82014137
19.	1635081	83649218
20.	1486437	85135655
21.	1351306	86486961
22.	1228460	87715421
23.	1116782	88832203
24.	1015256	89847459
25.	922960	90770419
26.	839055	91609474
27.	762777	92372251
28.	693434	93065685
29.	630395	93696080
30.	573086	94269166

Table d'intereſt de 11 pour 100.

1.	9009009	9009009
2.	8116224	17125233
3.	7311914	24437147
4.	6587310	31024457
5.	5934514	36958971
6.	5346409	42305380
7.	4816585	47121965
8.	4339266	51461231
9.	3909249	55370480
10.	3521846	58892326
11.	3172834	62065160
12.	2858409	64923569
13.	2575143	67498712
14.	2319949	69818661
15.	2090044	71908705
16.	1882923	73791628
17.	1696327	75487955
18.	1528223	77016178
19.	1376777	78392955
20.	1240340	79633295
21.	1117423	80750718
22.	1006687	81757405
23.	906925	82664330
24.	817050	83481380
25.	736081	84217461
26.	663136	84880597
27.	597420	85478017
28.	538216	86016233
29.	484879	86501112
30.	436828	86937940

Table d'Intereſt de 13 pour 100.

1.	8849558	8849558
2.	7831467	16681025
3.	6930592	23611527
4.	6133188	29744715
5.	5427600	35172315
6.	4803186	39975501
7.	4250607	44226108
8.	3761599	47987707
9.	3328849	51316556
10.	2945884	54262440
11.	2606977	56869417
12.	2307059	59176476
13.	2041645	61218121
14.	1806765	63024886
15.	1598907	64623793
16.	1414962	66038755
17.	1252179	67290934
18.	1108123	68399057
19.	980640	69379697
20.	867[illegible]23	70247520
21.	767985	71015505
22.	679633	71695138
23.	601445	72296583
24.	532252	72828835
25.	471019	73299854
26.	416831	73716685
27.	368877	74085562
28.	326440	74412002
29.	288885	74700887
30.	255650	74956537

Table d'Intereſt de 12 pour 100.

1.	8928571	8928571
2.	7971938	16900509
3.	7117802	24018311
4.	6355180	30373491
5.	5674268	36047759
6.	5066311	41114070
7.	4523492	45637562
8.	4038832	49676394
9.	3606100	53282494
10.	3219732	56502226
11.	2874761	59376987
12.	2566751	61943738
13.	2291742	64235480
14.	2046198	66281678
15.	1826962	68108640
16.	1631216	69739856
17.	1456443	71196299
18.	1300396	72496695
19.	1161068	73657763
20.	1036668	74694431
21.	925596	75620027
22.	826425	76446452
23.	737879	77184331
24.	658821	77843152
25.	588233	78431385
26.	525208	78956593
27.	468936	79425529
28.	418693	79844222
29.	373833	80218055
30.	333779	80551834

Table d'Intereſt de 14 pour 100.

1.	8771930	8771930
2.	7694675	16466605
3.	6749715	23216320
4.	5920803	29137123
5.	5193687	34330810
6.	4555866	38886676
7.	3996374	42883050
8.	3505591	46388641
9.	3075080	49463721
10.	2697439	52161160
11.	2366175	54527335
12.	2075592	56602927
13.	1820695	58423622
14.	1597101	60020723
15.	1400966	61421689
16.	1228918	62650607
17.	1077998	63728605
18.	945612	64674217
19.	829484	65503701
20.	727618	66231319
21.	638261	66869580
22.	559878	67429458
23.	491121	67920579
24.	430808	68351387
25.	377902	68729289
26.	331473	69060782
27.	290783	69351565
28.	255073	69606638
29.	223748	69830386
30.	196270	70026656

Table d'Interest de 15 pour 100.

1.	8695652	8695652
2.	7561437	16257089
3.	6575163	22832252
4.	5717533	28549785
5.	4971768	33521553
6.	4323277	37844830
7.	3759371	41604201
8.	3269018	44873219
9.	2842624	47715843
10.	2571847	50187690
11.	2149432	52337122
12.	1869073	54206193
13.	1625279	55831472
14.	1413286	57244758
15.	1228944	58473702
16.	1068647	59542349
17.	929258	60471607
18.	880050	61279657
19.	702562	61982309
20.	611002	62593811
21.	531306	63124617
22.	462005	63586622
23.	401743	63988365
24.	349342	64337707
25.	303776	64641483
26.	264153	64905636
27.	229698	65135334
28.	199737	65335071
29.	173684	65508755
30.	151030	65659785

Table d'interest du denier 15.

1.	9375000	9375000
2.	8789062	18164062
3.	8239746	26403808
4.	7724762	34128570
5.	7241964	41370534
6.	6789341	47159875
7.	6365007	54524882
8.	5967194	60492076
9.	5594244	66086320
10.	5244604	71330924
11.	4916816	76247740
12.	4609515	80857255
13.	4321420	85178675
14.	4051331	89230006
15.	3798123	93028129
16.	3560740	96588869
17.	3338194	99927063
18.	3129557	103056620
19.	2933960	105990580
20.	2750587	108741167
21.	2578675	111319842
22.	2417508	113737350
23.	2266414	116003764
24.	2124763	118128527
25.	1991965	120120492
26.	1867467	121987959
27.	1750750	123738709
28.	1641328	125380037
29.	1538745	126918782
30.	1442573	138361355

Table d'interest de 16 pour 100.

1.	8620690	8620690
2.	7431629	16052319
3.	7406577	22458896
4.	5522911	27981807
5.	4761130	32742937
6.	4104422	36847359
7.	3538295	40385654
8.	3050254	43435908
9.	2629529	46065437
10.	2266835	48332272
11.	1954168	50286440
12.	1684628	51971068
13.	1452266	53423334
14.	1251953	54675287
15.	1079270	55754557
16.	930405	56684962
17.	802073	57477035
18.	691442	58178477
19.	596071	58774548
20.	513854	59288402
21.	442978	59731380
22.	381878	60113258
23.	329205	60442463
24.	283797	60726260
25.	244653	60970913
26.	210908	61181821
27.	181817	61363638
28.	156739	91520377
29.	135120	61655497
30.	116483	61771980

Table d'Interest du denier 16.

1.	9411765	9411765
2.	8858132	18269897
3.	8337065	26606962
4.	7846649	34453611
5.	7385081	41838692
6.	6950664	48789356
7.	6541801	55331157
8.	6156989	61488146
9.	5794813	67282959
10.	5453942	72736901
11.	5133122	77870023
12.	4831174	82701197
13.	4546987	87248184
14.	4279517	91527701
15.	4027781	95555482
16.	3790853	99346335
17.	3567862	102914197
18.	3357988	106272185
19.	3160459	109432644
20.	2974550	112407194
21.	2799576	115206770
22.	2634895	117841665
23.	2479901	120321566
24.	2334024	122655590
25.	2196728	124852318
26.	2067509	176919827
27.	1945891	128865718
28.	1831427	130697145
29.	1723696	132420841
30.	1622302	134043143

Table d'intereſt du denier 17.

1.	9444444	9444444
2.	8919753	18364197
3.	8424211	26788408
4.	7956199	34744607
5.	7514188	42258795
6.	7096733	49355528
7.	6702470	56057998
8.	6330111	62388109
9.	5978438	68366547
10.	5646303	74012850
11.	5332619	79345469
12.	5036362	84381831
13.	4756564	89138395
14.	4492310	93630705
15.	4242737	97873442
16.	4007029	101880471
17.	3784416	105664886
18.	3574171	109239058
19.	3375605	112614664
20.	3188072	115802736
21.	3010957	118813693
22.	2843682	121657375
23.	2685700	124343075
24.	2536494	126879569
25.	2395578	129275147
26.	2262490	131537637
27.	2136796	133674433
28.	2018085	135692518
29.	1905969	137598487
30.	1800082	139398569

Table d'intereſt du denier 19.

1.	9500000	9500000
2.	9025000	18525000
3.	8573750	27098750
4.	8145072	35243812
5.	7737809	42981621
6.	7350919	50332540
7.	6983573	57315913
8.	6634204	63950117
9.	6302494	70252611
10.	5987369	76239980
11.	5688001	81927981
12.	5403601	87331582
13.	5133421	92465003
14.	4876750	97341753
15.	4632912	101974665
16.	4401266	106375931
17.	4181203	110557134
18.	3972143	114529277
19.	3773536	118302813
20.	3584859	121887672
21.	3405616	125293288
22.	3235335	128528623
23.	3073568	131602191
24.	2919890	134522081
25.	2773895	137295976
26.	2635200	139931176
27.	2503440	142434616
28.	2378268	144812884
29.	2259355	147072239
30.	2146387	149218626

Table d'intereſt du denier 18.

1.	9473684	9473684
2.	8975069	18448753
3.	8502697	26951450
4.	8055186	35006636
5.	7631229	42637865
6.	7229585	49867450
7.	6849081	56716531
8.	6488603	63205134
9.	6147098	69352232
10.	5823567	75175799
11.	5517063	80692862
12.	5226691	85919553
13.	4951602	90871155
14.	4690991	95562146
15.	4444097	100006243
16.	4210197	104216440
17.	3988608	108205048
18.	3778681	111983729
19.	3579803	115563532
20.	3391392	118954924
21.	3212898	122167822
22.	3043798	125211620
23.	2883598	128095218
24.	2731830	130827048
25.	2588049	133415097
26.	2451836	135866935
27.	2322792	138189725
28.	2200540	140390265
29.	2084722	142474987
30.	1975000	144449987

Table d'intereſt du denier 20.

NOTA.

Ceſte Table eſt ſemblable à la precedente de 5 pour 100.

Table d'intereſt du denier 21.

1.	9545455	9545455
2.	9111571	18657026
3.	8697409	27354435
4.	8302072	35656507
5.	7924705	43581212
6.	7564491	51145703
7.	7220650	58366353
8.	6892439	65258792
9.	6579146	71837938
10.	6280094	78118032
11.	5994635	84112667
12.	5722152	89834819
13.	5462054	95296873
14.	5213779	100510652
15.	4976789	105487441
16.	4750571	110238012
17.	4534636	114772648
18.	4328516	119101164
19.	4131765	123232929
20.	3943958	127176887
21.	3764687	130941574
22.	3593565	134535139
23.	3430221	137965360
24.	3274302	141239662
25.	3125470	144365132
26.	2983403	147348535
27.	2847794	150196329
28.	2718346	152914678
29.	2594788	155509466
30.	2476843	157986309

Table d'intereſt du denier 22.

1.	9565217	9565217
2.	9149338	18714555
3.	8751541	27466096
4.	8371039	35837135
5.	8007081	43844216
6.	7658947	51503163
7.	7325949	58829112
8.	7007429	65836541
9.	6702758	72539299
10.	6411334	78950633
11.	6143580	85083213
12.	5865946	90949159
13.	5610905	96560064
14.	5366953	101927017
15.	5133607	107060624
16.	4910407	111971031
17.	4696911	116667942
18.	4492697	121160639
19.	4297362	125458001
20.	4110520	129568521
21.	3931802	133500323
22.	3760854	137261177
23.	3597339	140858516
24.	3440933	144299449
25.	3291327	147590776
26.	3148226	150739002
27.	3011347	153750349
28.	2880419	156630768
29.	2755183	159385951
30.	2635392	162021343

NOTA.

Parce que toute raiſon d'intereſt que l'on explique par cent, eſt auſſi quelque intereſt qu'on peut expliquer par le denier d'autant, & au contraire; comme par exemple 5 pour 100, ſe peut auſſi dire au denier 20: nous declairerons les comparaiſons des intereſts comprins es tables precedentes en ceſte ſorte;

Pour cent	eſt autant comme le denier
1	100
2	50
3	$33\frac{1}{3}$
4	25
5	20
6	$16\frac{2}{3}$
7	$14\frac{2}{7}$
8	$12\frac{1}{2}$
9	$11\frac{1}{9}$
10	10
11	$9\frac{1}{11}$
12	$8\frac{1}{3}$
13	$7\frac{9}{13}$
14	$7\frac{1}{7}$
15	$6\frac{2}{3}$
16	$6\frac{1}{4}$

Au denier	Eſt autant comme Pour cent.
15	$6\frac{2}{3}$
16	$6\frac{1}{4}$
17	$5\frac{15}{17}$
18	$5\frac{5}{9}$
19	$5\frac{5}{19}$
20	5
21	$4\frac{16}{21}$
22	$4\frac{6}{11}$

Eſtant doncques les tables ainſi preparées, nous deſcrirons maintenant les exemples ſervans à ceſta 3e propoſition, deſquels le premier eſt tel:

EXEMPLE I.

On veut ſçavoir combien montera le capital 380 ℔, *avec ſon intereſt compoſé & prouffitable de* 8 *années, à raiſon de* 11 *pour cent par an.*

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 11 pour 100, quel nombre correſpond au huictieſme an, & ſe trouve 4339266, parquoy on dira, 4339266 donnent 10000000 (leſquelles 10000000, ſont la racine des tables) combien 380 ℔? Faict $875\frac{3142250}{4339266}$ ℔.

NOTA I. Nous mettrons communement aux exemples ſuivans derriere les livres, leur rompu, ſans le convertir en premier rompu, ou ſans en extraire les ß & ₰, à fin que les ſolutions ſoyent ainſi plus claires, car il ſuffit de faire cela en la practique.

NOTA II. Si on vouluſt ſçavoir combien monte l'intereſt de ceſt exemple, on ſoubſtraira 380 ℔ de $875\frac{3142250}{4339266}$ ℔, reſte $495\frac{3142250}{4339266}$ ℔, pour l'intereſt de 8 annees, & ſemblablement ſe pourra faire en tous les exemples ſuivans.

EXEMPLE II.

On veut ſçavoir combien capital 800 ℔, *avec ſon compoſé & prouffitable intereſt au denier* 15 *par an, monteront en* $16\frac{1}{2}$ *années.*

CONSTRVCTION.

On ajouſtera (à cauſe de demy an) $\frac{1}{2}$ à 15 (ces 15 ſont à cauſe du denier 15) font $15\frac{1}{2}$; Puis on multipliera 3560740 (qui eſt le nombre reſpondant au 16e an en la table du denier 15) par 15 donne produict 53411100, le meſme ſe diviſera par $15\frac{1}{2}$, donne quotient 3445877, qui eſt nombre reſpondant à $16\frac{1}{2}$ annees, & auroit ſon lieu en la table du denier 15, entre le 16e & 17 an, ſi la table fuſt faicte de demy en demy an. Puis on dira, 3445877 donnent 10000000, combien 800 ℔? Faict $2321\frac{2119483}{3445877}$ ℔.

Semblable ſera auſſi l'operation en toutes les autres

parties d'année, car s'il y eust à quelques annees 3 mois, on besoigneroit (par ce que 3 mois sont le $\frac{1}{4}$ d'un an) avec $\frac{1}{4}$ comme nous avons faict cy dessus avec $\frac{1}{2}$; Et ainsi des autres parties de l'année comme nous en avons traicté plus amplement au 3 exemple de la 2 proposition.

Nota. Il y a des aucuns qui comptent interest composé de partie d'année. Ce que nous disons ne se pouvoir faire, dont la raison est telle :

Tout interest composé consiste en deux interests, l'un du capital, l'autre d'interest de terme escheu. Il n'y a icy point de terme escheu, parquoy il n'y a point d'interest de terme escheu. Et par consequent il n'y a icy nul interest composé.

Item.

Tout interest composé & prouffitable, est plus utile pour le crediteur que interest simple.

Cest interest n'est pas plus utile pour le crediteur, que l'interest simple, mais au contraire plus dommageable, comme ils veullent.

Ergo tel interest n'est point composé.

Item.

Ils ne comptent point d'interest composé d'une année entiere.

Doncques de plus forte raison ne se pourra compter interest composé, de partie d'année.

Nous concluons doncques qu'on ne peut compter interest composé de partie de terme, à sçavoir partie de terme qui consiste seule, sans aucun entier terme ou termes avec luy.

Exemple III.

Quelcun doibt 1200 ℔, à payer au bout de 7 ans; Combien vaudront elles au bout de 23 ans, payant interest composé à 8 pour 100 par an?

Constrvction.

On verra combien il y a des années de 7 à 23, se trouve 16; Puis on verra combien les 1200 ℔ vallent en 16 ans, faict par le 1 exemple de ceste proposition, 4111 $\frac{381545}{2918905}$ ℔.

Exemple IV.

Quelcun doibt 800 ℔, à payer au bout de 3 ans, & encore 300 ℔, en 2 ans apres. Combien vaudront ces deux sommes au bout de 15 ans, payant interest composé à 13 pour 100. par an?

Constrvction.

On trouvera par le precedent 3 exemple, que les 800 ℔ vaudront 3467 $\frac{991031}{1598907}$ ℔, & que les 300 ℔ vaudrōt 1018 $\frac{592674}{1598907}$ ℔, lesquelles deux sommes montent ensemble 4485 $\frac{1583705}{1598907}$ ℔, pour la valeur desdictes 800 ℔ & 300 ℔, au bout de 15 ans.

Exemple V.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; S'il payoit en 4 ans à chascune année le quart qui est 56 ℔, payant l'interest composé à 12 pour 100 par an; Combien faudroit il payer a chascune année?

Constrvction.

On verra quel capital on tient à chascune année qu'on n'eust pas tenu selon la premiere condition; Puis on trouvera l'interest de chascun capital à chascune année; Mais par ce que l'on doibt faire à chascune année une paye de capital, qui a seulement courru un an, s'ensuit par la note du precedent 2 exemple, qu'en ceste & semblables conditions, combien qu'il y a accord d'interest composé, il est impossible de le compter. Parquoy ceste question doibt estre soluë par la maniere du troisiesme exemple de la premiere propositiō. De sorte que nous avons icy applicqué cest exemple, comme accident d'interest digne d'estre annoté.

Exemple VI.

Quelcun doibt en 12 ans 5000 ℔, à sçavoir à chascun an le $\frac{1}{12}$, qui est 416 ℔ 13 ß 4 ₰. Combien vaudront elles toutes ensemble au bout de 12 ans; payant interest composé au denier 15 par an.

Nota.

La solution de ceste & semblables questions d'interest prouffitable composé, ne se peut faire par la derniere colomne des precedentes tables comme l'on en solve semblables questions de dommageable interest composé, de la suivante 4ᵉ proposition; & cela à cause que les nombres d'icelle colomne, ne sont pas proportionaux pour l'une & l'autre espece d'interest, à sçavoir prouffitable & dommageable. Si est-ce qu'a icelle occasion, j'avois calculé des tables comme les precedentes, servans à interest composé prouffitable; Mais avant l'edition de ce traicte, nous sommes venus à la cognoissance de solution de ceste question, par autre maniere, à sçavoir sans en debvoir faire propres tables. Parquoy à fin que ce traicte seroit plus simple & que les diverses tables ne causassent plustost confusion, qu'au contraire facilité, nous ne les avons point descrites. Mais à fin que nous demonstrerions (pour ceux qui d'aventure les voudroyent faire & user) leur construction, proportion, & communauté, avec les precedentes, nous en descrirons icy une du denier 15.

Constrvction.

La construction de ceste table n'a autre difference des precedentes, sinon que l'on y multiplie tousiours (au contraire des precedentes) par le maieur nombre, & on divise par le moindre. Comme en ceste table du denier 15 le 10000000 est premierement multiplié par 16, & le produict est divisé par 15, donnent quotient 10666667, pour la premiere année, lequel nombre autrefois multiplié par 16, & le produict divisé par 15, donne le quotient de la seconde année, & ainsi des autres. Quant à la construction de la derniere colomne, elle se faict par addition des nombres de la moyenne colomne, comme aux tables precedentes, excepté qu'on mettra icy sur le premier an de la moyenne colomne, la racine des tables à sçavoir 10000000, & la mesme encore une fois sur la derniere colomne, joignant le premier an; Puis (pour ladicte construction de la derniere colomne) on ajoustera par ordre les nombres de la moyenne colomne, comme nous avons faict aux dictes tables precedentes, & comme appert clairement en la table suivante.

Table d'intereſt du denier 15.

	10000000	
1.	10666667	10000000
2.	11377778	20666667
3.	12136297	32044445
4.	12945383	44180742
5.	13808409	37126125
6.	14728970	70934534
7.	15710901	85663504
8.	16758294	101374405
9.	17875514	118132699
10.	19067215	136008213
11.	20338363	155075428
12.	21694254	175413791
13.	23140538	197108045
14.	24683241	220248583
15.	26328790	244931824
16.	28084043	271260614
17.	29956313	299344657
18.	31953401	329300970
19.	34083628	361254371
20.	36355870	395337999
21.	38779595	431693869
22.	41364901	470473464
23.	44122561	511838365
24.	47064065	555960926
25.	50201669	603024991
26.	53548447	653226660
27.	57118343	706775107
28.	60926233	763893454
29.	64987982	824819683
30.	69320514	889807665
31.		959128179

La proportionalité de ceſte table avec la precedente du denier 15, eſt telle : Si nous prennons de chaſcune table deux egales années, leurs nombres reſpondans en la moyenne colomne, ſeront proportionaux. Comme par exemple le 30 an de ceſte table, obtient telle raiſon à ſon premier an, comme le premier an de la precedente table, à ſon 30 an; c'eſt à dire cõme 69320514 à 10666667, ainſi 9375000 à 1442573, excepté quelque petite difference, procedant des reſtes qu'on delaiſſe en la conſtruction qui n'eſt icy de nulle eſtime. Item comme le 23 an de ceſte table, à ſon 5, ainſi le 5 an de la precedente table à ſon 23, & ainſi des autres.

Pour laquelle proportion, il s'enſuit, que nous pourrons autant faire par une table, comme par deux. Mais en la derniere colomne il n'y va point ainſi, car les nombres reſpondans ſur annees egales, ne ſont point proportionaux. Comme la 30 année de la derniere colomne de ceſte table, n'a point telle raiſon à ſa premiere année cõme la premiere année de la precedente table du denier 15, à ſa 30 année, ny au contraire, ny en aucune maniere ſe trouvent ces termes proportionaux; Ce qui fut occaſion que nous calculaſmes ces tables comme dict eſt cy deſſus.

Pour doncques ſolver la queſtion de ce 6 exemple, par ceſte table, on verra en la meſme que nombre reſponde en la derniere colõne ſur le 12 an & ſe trouve 175413791; Puis à cauſe de 12 ans, on prendra douze fois la racine des tables, à ſçavoir 10000000 faict 120000000, diſant 120000000 viennent de 175413791, de combien viendront 5000 ℔? faict 7308 $\frac{108055}{120000}$ ℔.

Reſte encore de ſolver ceſte queſtion par noz premieres tables que nous avons dict cy devant eſtre generales en ceſte ſorte.

Conſtruction de ce VI Exemple.

On verra combien les 5000 ℔ vallent en argent comptant, ſelon la doctrine du 6 exemple de la ſuyvante 4 propoſition. Il eſt bien vray qu'il eſt requis en tout bon ordre qu'on beſoigne, la ou il eſt poſſible, par deſcription precedente, & point par ſuyvante, mais par ce que ces tables ſervent à ceſte propoſition & à la ſuyvante, qui eſt auſſi bien pour intereſt compoſé prouffitable, que pour dommageable, s'enſuit qu'il faut que ces deux propoſitions declairent l'une l'autre; Et par conſequent, qu'aucunes operations de ceſte propoſition s'enſeignent par le ſuyvant, & ſe trouve 3369 $\frac{6275}{120000}$ ℔, Puis on verra combien ceſte ſõme vaudra au bout de 12 ans & ſe trouve par le premier exemple de ceſte propoſition, 7308 $\frac{5024756}{5531418}$ ℔, qui eſt comme devant 7308 ℔ 18 ß 2 $\frac{15386}{921903}$ ₰; il y a ſeulement difference de quelque petite partie de 1 ₰ de nulle eſtime, & cela à cauſe que l'extreme perfection (ce qui avient auſſi à la table des ſinus & pluſieurs autres) n'eſt pas aux tables.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt argent comptant 400 ℔, & preſente au bout de 10 annees 1037 ℔, à quelle raiſon d'intereſt compoſé ſeroit ce paye?

CONSTRVCTION.

On dira 1037 ℔ donnent 10000000, combien 400 ℔? faict 3857281, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables, ſur le dixieſme an; & ſe trouve en la table de 10 pour 100, à ſçavoir 3855434. On dira doncques que la raiſon d'intereſt requiſe, eſt de 10 pour 100 quaſi, mais parce que 3855434 eſt un peu moins que 3857281, la raiſon d'intereſt requiſe ſera un peu moins que de 10 pour 100.

Mais pour une parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle ſumption de table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit neceſſaire d'avoir entre ſes tables, une de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi, ce qui ſuffit communement en la Practique.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis le temps.

On veut ſçavoir combien de temps 800 ℔ courreront à raiſon d'intereſt compoſé prouffitable du denier 17 par an, pour valoir avec ſon intereſt 2500 ℔.

CONSTRVCTION.

On dira 2500 ℔ donnent 10000000, combien 800 ℔? faict 3200000, le meſme ſe cherchera au plus pres & majeur en la table du denier 17, & ſe trouve 3375606 reſpondans ſur le 19 an, ergo les 800 ℔ courreront 19 annees, mais pour encore ſçavoir quelle partie d'année leſdictes 800 ℔ ont encore à courrir, on multipliera 3375606 par 17 (par 17 à cauſe du denier 17) donne produict 57385302, le meſme ſe diviſera par les 3200000 donne quotient 17 $\frac{2985302}{3200000}$ ℔, leſquels 17 on delaiſſera pour reigle generale, & on aura ſeulement egard au rompu, lequel nous ſignifie telle partie d'année que les 800 ℔ ont

ont encore à courrir par dessus le 19 ans, à sçavoir en tout $19\frac{2985302}{3200000}$ ans.

Exemple IX. auquel est requis Capital.

Quelcun reçoit 700 ℔ pour interest composé prouffitable, à raison de 13 pour 100 par an pour 9 annees; Combien estoit le capital?

Constrvction.

On verra en la table de 13 pour 100, quel nombre respond sur le 9 an, & se trouve 3328849, le mesme se soubstraira de 10000000, reste 6671151; Puis on dira, interest 6671151, tient capital 3328849, quel capital aura interest 700 ℔? faict $349\frac{1962601}{6671151}$ ℔.

Demonstration.

La raison qu'il y a au premier exemple en ceste proposition, du comptant, à ce qui escherra en 8 ans apres, à interest composé prouffitable de 11 pour 100 par an (car telle est la condition dudict exemple) la mesme raison y a il de 4339266 à 10000000 par les tables; Et telle raison qu'il y a de 4339266 à 10000000, la mesme y a il de 380 ℔, à $875\frac{3142250}{4339266}$ ℔ par la construction; Ergo $875\frac{3142250}{4339266}$ ℔, est la vraye solution du premier exemple; Ce qu'il falloit demonstrer.

Semblable sera aussi la demonstration de tous les autres exemples, laquelle nous passons outre à cause de brieveté.

Conclvsion.

Estant doncques declaré capital, temps & raison d'interest composé prouffitable; Nous avons trouvé la valeur du capital & l'interest; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé dommageable: Trouver leur valeur.

Exemple I.

Il y a 700 ℔ à payer au bout de 10 ans, Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé à raison de 12 pour 100 par an?

Constrvction.

On verra en la table de 12 pour 100, quel nombre correspond au 10 an, & se trouve 3219732, parquoy on dira, 10000000 donnent 3219732. Combien 700 ℔? faict $225\frac{38124}{100000}$ ℔.

Exemple II.

Il y a 600 ℔ à payer en $13\frac{1}{2}$ ans; Combien vaudront elles argent comptant rabatant interest composé, de 14 pour 100 par an?

Constrvction.

On verra en la table de 14 pour 100, quel nombre correspond au 13 an; & se trouve 1820695, le mesme se multipliera par 100, donne produict 182069500, le mesme se divisera par 107 (à sçavoir par 100 & 7 à cause de $\frac{1}{2}$ année d'interest) donne quotient 1701584, lequel est nombre qui responderoit en la table au $13\frac{1}{2}$ an, si les tables fussent faictes de demi en demi an; Puis on dira, 10000000 donnent 1701584, combien 600 ℔? faict $102\frac{9504}{100000}$ ℔.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres parties d'annees, car s'il y eust à quelques entieres annees 3 mois, alors on diviseroit (par ce que trois mois sont $\frac{1}{4}$ d'année) par $103\frac{1}{4}$, & ainsi de toute autre partie d'annee, Comme de ceste matiere est plus amplement traicté au troisiesme exemple de la seconde proposition.

Exemple III.

Quelcun doibt à payer en 5 ans 800 ℔, & en 4 ans apres encore 600 ℔; Combien vallent ces deux sommes argent comptant à interest composé de 15 pour 100 par an?

Constrvction.

Les 800 ℔ à payer en 5 ans, vaudront argent comptant par le premier exemple de ceste proposition $397\frac{74144}{100000}$ ℔; Et les 600 ℔ à payer en 9 ans, vaudront argent comptant par ledict 1 exemple, $170\frac{55744}{100000}$ ℔; Lesquelles deux sommes montent ensemble pour solution $568\frac{29888}{100000}$ ℔.

Exemple IV.

Quelcun doibt 2000 ℔ à payer au bout de 27 ans; Combien vaudront elles au bout de 9 ans, rabatant interest composé au denier 19?

Constrvction.

On soubstraira 9 ans de 27 ans reste 18 ans; Puis on verra combien 2000 ℔ vallent sur 18 ans, faict par le 1 exemple de ceste proposition $794\frac{4286}{10000}$ ℔.

Exemple V.

Quelcun doibt au bout de 4 ans 360 ℔, & accorde avec son crediteur de les payer en 4 payemens, a sçavoir au bout du premier an le $\frac{1}{4}$, & au deuxiesme an encore $\frac{1}{4}$, & au troisiesme an encore $\frac{1}{4}$, & au quatriesme an le dernier $\frac{1}{4}$, rabatant interest composé au denier 16; Combien debura il payer à chascune annee?

Constrvction.

On avisera quels deniers on debourse selon ceste condition, qu'on ne debourseroit pas selon la premiere condition; Or doncques par ce que selon ceste condition on paye dans un an le quart de la somme, montant 90 ℔, en rabatant, &c. lesquelles on eust payé selon la premiere condition en trois ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 90 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant; & se trouve par le 1 exéple de ceste proposition $75\frac{33585}{1000000}$ ℔ pour la premiere paye. Et pour semblable raison on trouvera que 90 ℔ pour 2 ans, vaudront $79\frac{723188}{1000000}$ ℔, pour la seconde paye.

Et que 90 ℔ pour 1 an, vaudront $84\frac{12}{17}$ ℔ pour la troisiesme paye. Et par ce que la condition de la derniere paye, est la mesme que la premiere condition, il n'y aura aucun interest, mais sera de 90 ℔.

Exemple VI.

Il y a 324 ℔ à payer dans 6 ans, à sçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé au denier 16 par an?

Nota.

La derniere colomne mise en chascune des precedentes tables, sert pour les questions comme ceste cy, à sçavoir ausquelles il y a payements sur continues annees, & l'une année autant comme l'autre. Or doncques à fin de colliger par noz tables nombres proportionaux aux nombres de la question, on multipliera tousiours la racine des tables 10000000, par autant des ans qu'il y a en la question, car le produict aura adonc telle raison au nombre respondant à l'année de la question, comme le capital de la question, au mesme capital avec son

ſon intereſt ; comme le tout ſera plus clair par les exemples.

Conſtruction.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond ſur le 6 an, en la derniere colomne, & ſe trouve 48789356. Puis à cauſe de 6 ans, on multipliera 10000000 par 6 faict 60000000, diſant, 60000000 donnent 48789356, combien 324 ℔? faict 263 $\frac{27751344}{60000000}$ ℔.

NOTA.

Si la ſomme (au lieu des 324 ℔) euſt eſté de 330 ℔, à payer 54 ℔ par an, & à la ſeptieſme année encore 6 ℔, on trouveroit la valeur en argent comptant des 324 ℔ par la doctrine de ce ſixieſme exemple, & la valeur des 6 ℔ (qui ſont à payer en 7 ans) par la doctrine du premier exemple de ceſte propoſition, & leur ſomme ſeroit le requis.

EXEMPLE VII.

Quelcun doibt 800 ℔, à ſçavoir au bout de 6 ans 50 ℔, & puis toutes les annees ſuivantes 50 ℔, qui s'eſtendra juſques à la 22 année; Combien vallent elles argent comptant payant intereſt composé au denier 18?

CONSTRVCTION.

On verra combien que 800 ℔ vallent au commencement du ſixieſme an, ce qui eſt autant comme ſi l'on cherchoit combien telles 800 ℔ a payer en 16 ans vallent argent comptant, & ſe trouve par le precedent 6 exemple 521 $\frac{13152}{160000}$ ℔, & autant vallent les 800 ℔ au commencement du 6 an, ou (ce qui eſt le meſme) au bout du cincquieſme an; Puis on verra par le premier exemple de ceſte propoſition, combien les meſmes 521 $\frac{13152}{160000}$ ℔ ſur 5 ans, vallent argent comptant & ſe trouve pour ſolution 397 $\frac{103961536380 2}{160000000000 0}$ ℔.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt au bout de 17 ans 700 ℔, & ſon crediteur le quite pour 292 ℔ argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt composé il ſeroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 700 ℔ donnent 10000000, combien 292 ℔? faict 4171429. Le meſme nombre ce cherchera au plus pres par toutes les tables ſur le 17 an; & ſe trouve en la table du denier 19, la ou il y a 4181203, parquoy on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt au denier 19 par an quaſi, mais parce que 4171429 eſt un peu moindre que 4181203 on dira que ce denier eſt un peu moindre que le denier 19, à ſçavoir le denier 18 avec quelque rompu.

Mais pour parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle ſumption de la table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit beſoing d'avoir entre ces tables une table de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi; Ce qui ſuffit communement en la practique.

EXEMPLE IX. AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt à payer tout enſemble au bout de quelques certaines annees 1400 ℔, mais il les paye argent comptant 107 ℔, rabatant intereſt composé, à raiſon de 13 pour 100 par an, La demande eſt, en combien des annees eſtoyent à payer ces 1400 ℔.

CONSTRVCTION.

On dira 1400 ℔ donnent 10000000, combien 107 ℔? faict 764286, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres & majeur en la table de 13 pour 100; & ſe trouve 767985 reſpondant au 21 an. Ergo les 1400 ℔ eſtoyent à payer en 21 ans. Et pour trouver quelle partie d'année il y a encore par deſſus leſdicts 21 ans, on dira 764286 donnent 797985, combien 100? faict 100 $\frac{369900}{764286}$ ℔, des meſmes ſe ſoubſtraira pour reigle generale le 100, reſte $\frac{369900}{764286}$, la meſme reſte diviſée par 13 (par 13 à cauſe de 13 pour 100) faict $\frac{369900}{9935718}$, qui eſt la partie d'année qu'il y avoit encore par deſſus les 21 ans, à ſçavoir tout enſemble 21 $\frac{369900}{9935718}$ ans.

EXEMPLE X. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun recoit 1100 ℔, & on luy avoit rabatu intereſt composé au denier 16 par an, & ce pour 18 ans, Combien eſtoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond au 18 an; & ſe trouve 3357988; Puis on dira 3357988 viennent de 10000000, de combien 1100 ℔? faict pour capital & ſolution 3275 $\frac{258900}{3357988}$ ℔.

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis capital.

On rabat à quelcun 2022 ℔ pour intereſt composé de 13 annees, à raiſon de 9 pour 100 par an; Combien eſtoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 9 pour 100, quel nombre correſpond au 13 an & ſe trouve 3261786, le meſme ſe ſoubſtraira de 10000000, reſte 6738214; Puis on dira, 67382144 tient capital 10000000, quel capital aura 2022 ℔? faict 3000 $\frac{535800 0}{6738214}$ ℔.

NOTA.

Les 4 exemples ſuyvans ſe ſolvent par les dernieres colomnes des tables.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt 33000 ℔ à chaſcune année 1500 ℔, durant 22 ans; Et ſon crediteur le quite avec 15300 ℔ argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt, cecy ſeroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 33000 ℔ donnent 220000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 22 ans) combien 15300 ℔? faict 102000000, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables en la derniere colomne ſur le 22 an, & ſe trouve en la table de 8 pour 100, la ou il y a 102007429, parquoy on dira que la raiſon de ceſt intereſt eſt de 8 pour 100 par an quaſi, mais parce que 102007429 eſt un peu d'avantage que 102000000, on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt un peu plus grande que 8 pour

8 pour 100, à ſçavoir 8 avec quelque petit rompu. Mais pour une parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions, il ſeroit meſtier d'avoir entre ſes tables, une table de tel intereſt, comme eſt l'intereſt de la queſtion.

EXEMPLE XIII. AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt 324 ℔ à payer en certaines années l'une autant comme l'autre, & paye argent comptant 265 ℔, rabatant intereſt compoſé au denier 16 par an, La demande eſt en combien des années eſtoyent à payer ces 324 ℔.

CONSTRVCTION.

On prendra quelque an en la table du denier 16, par exemple le huictieſme, & par le meſme 8 ſe multipliera 10000000, faict 80000000; Puis on dira 80000000 donnent 61488146 (qui eſt le nombre reſpondant au 8 an en la derniere colomne) combien 324 ℔? Or ſi ce qu'il en ſortira fuſt preciſement 264 ℔; on diroit que 324 ℔ eſtoyent à payer en 8 ans, mais il en vient beaucoup moins que 264 ℔, parquoy il faut experimenter le ſemblable par moindres annees que par 8, & cela autant de fois, juſques à ce qu'on le trouve parfaictement, ou au plus près qu'on peut, qui ſera en ceſt exemple au ſixieſme an, auquel les 324 ℔ vallent 263 $\frac{27751344}{60000000}$ ℔, Ainſi doncques les 324 ℔ eſtoyent à payer en 6 ans; Et pour ſçavoir la partie d'année qu'il y a encore par deſſus les 6 ans, on ſoubſtraira 263 $\frac{27751344}{60000000}$ ℔ de 265 reſte 1 $\frac{32248656}{60000000}$ ℔, des meſmes ſe trouvera le temps par le 9 exemple de ceſte propoſition & l'on aura le requis.

EXEMPLE XIV. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun doibt certaine ſomme à payer en 6 ans à ſçavoir à chaſcune année la ſixieſme partie de la meſme ſomme, & accorde avec ſon crediteur de la payer argent comptant rabatant intereſt compoſé au denier 16, & baille argent comptant 263 ℔, combien eſtoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, en la derniere colomne, quel nombre correſponde au 6 an, & ſe trouve 48789356; Puis on dira 48789356 viennent de 60000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 6 ans) de combien viendront 263 ℔; faict capital 323 $\frac{26038012}{48789356}$ ℔.

EXEMPLE XV. AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun doibt certaine ſomme à payer en 27 ans, à ſçavoir à chaſcune année le $\frac{1}{27}$ de ladicte ſomme, Et accorde avec ſon crediteur, de les payer argent comptant, en rabatant 4010 ℔ pour intereſt compoſé à raiſon de 14 pour 100 par an, de combien eſtoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 14 pour 100 quel nombre correſpond en la derniere colomne ſur le 27 an; & ſe trouve 66351565, le meſme ſoubſtraict de 270000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 27) reſte 200648435; Puis on dira, 20064835 viennent de 270000000, de combien viendront 4010 ℔? faict pour ſolution 5396 $\frac{104471 0}{200648435}$ ℔.

DEMONSTRATION.

Veu qu'il eſt dict au premier exemple de ceſte propoſition, que 700 ℔ à payer au bout de 10 ans, vallent argent comptant 225 $\frac{38124}{100000}$ ℔, rabatant intereſt compoſé à raiſon de 12 pour 100; S'enſuit que ſi on employe à intereſt au meſme inſtant leſdictes 225 $\frac{38124}{100000}$ ℔ à ſçavoir comme devant, à intereſt compoſé de 12 pour 100 par an, que la meſme ſomme, avec ſon intereſt (ſi l'operation eſt bonne) deburoyent monter enſemble au bout de 10 ans 700 ℔; Mais trouvant ledict intereſt avec ſon capital, ſelon la doctrine du premier exemple de la troiſieſme propoſition il montera 700 ℔, d'ou nous concluons que la conſtruction eſt bonne. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples de ceſte propoſition, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

CONCLVSION.

Eſtant doncques declaré capital, temps & raiſon d'intereſt compoſé dommageable, nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

APPENDICE.

Finalement il m'a ſemblé bon de deſcrire quelque reigle generale pour cognoiſtre de 2 ou pluſieurs conditions propoſées, la plus prouffitable, & combien elle eſt meilleure que l'autre, car en cecy conſiſtera peut eſtre la principale utilité de ces tables, à cauſe qu'aucunes perſonnes trafiquans, propoſent journellement l'un à l'autre des conditions, deſquelles la meilleure eſt ſouvent incognue & à l'un & à l'autre.

Pour doncques declarer ceſte reigle en un mot, je di qu'on verra combien que chaſcune propoſé condition vaut argent comptant, en reſpect d'aucun propoſé intereſt, lequel ſe fera par quelque des precedens exemples, & la difference de ces ſommes comptantes, demonſtrera combien que l'une condition eſt meilleure que l'autre, ce qui ſera encore plus clair par les exemples.

EXEMPLE I.

On veut ſçavoir combien 2000 ℔ argent comptant, ſeront meilleures au bout de ſept ans, payant intereſt compoſé à raiſon de 4 pour 100 par chaſcun quart d'année; Que les meſmes 2000 ℔ argent comptant, à payer au bout de ſept ans, à intereſt compoſé de 16 pour 100 par an.

NOTA.

Ces conditions ſeroyent egales en intereſt ſimple, mais en intereſt compoſé la difference eſt grande comme apparoiſtra.

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 4 pour 100, combien 2000 ℔ argent comptant, montent avec leur intereſt au bout de 28 termes (car 28 tels termes font 7 ans) & ſe trouve par le 1 exemple de la 3 propoſition, 5997 $\frac{1372316}{3334772}$ ℔; Puis on verra combien 2000 ℔ avec leur intereſt montent en 7 ans à raiſon de 16 pour 100 par an, & ſe trouve 5652 $\frac{1556660}{3538295}$ ℔; Or ſoubſtraict 5652 $\frac{1556660}{3538295}$ ℔ de 5997 $\frac{1372316}{3334772}$ ℔, reſte quaſi 345 ℔, & autant monre l'intereſt de la premiere condition plus que l'intereſt de la derniere.

EXEM-

EXEMPLE II.

Quelcun doibt 32500 ℔, à sçavoir 12000 ℔ argent comptant, & 6500 ℔ en trois ans, & les 14000 ℔ restantes, ainsi: Au quatriesme an 500 ℔, & puis à chascune année 500 ℔, jusques à la totale solution, qui durera 28 années. Et on luy presente qu'il paye argent comptant 6000 ℔, & au bout de 4 ans encore 5000 ℔, & les 21000 ℔ restantes, en ceste sorte: au cincquiesme an 3000 ℔, & puis apres à chascune année 3000 ℔ jusques à la totale solution, qui durera 7 ans. La demande est quelle condition soit la meilleure pour le crediteur, & combien qu'elle est meilleure que l'autre, posant interest composé au denier 16.

CONSTRVCTION.

Calculation de la premiere condition.

Les 12000 ℔ qui sont à payer argent comptant, vallent argent comptant 12000 ℔.

Et les 6500 ℔ qui sont à payer en 3 ans, vallent argent comptant par le 1 exemple de la 4 proposition $5419\frac{9225}{1000000}$ ℔.

Et les 14000 ℔, à payer chasque année 500 ℔ durant 28 années, commençant depuis la quatriesme année jusques à la 32e année, vallent argent comptant par le 7e exemple de la 4e proposition $5448\frac{42830451195}{280000000000}$ ℔.

Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la premiere condition, montent $22867\frac{68660451195}{280000000000}$ ℔.

Calculation de la seconde condition.

Les 6000 ℔ qui sont à payer argent comptant, vallent argent comptant 6000 ℔.

Et les 5000 ℔ qui sont à payer au bout de 4 ans vallent argent comptant par le premier exemple de la 4e proposition $3923\frac{3245}{10000}$ ℔.

Et les 21000 ℔ qui sont à payer avec 3000 ℔ par an, durant 7 ans, à sçavoir depuis la cincquiesme année jusques à la douziesme, vallent argent comptant par le 7_e exemple de la 4e proposition $3024\frac{647522600753}{700000000000}$ ℔.

Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la seconde condition montent $22948\frac{174672600753}{700000000000}$ ℔.

Ainsi doncques la deuxiesme condition (par ce qu'elle monte d'avanrage que la premiere) est meilleure pour le crediteur que la premiere. Or soubstraict la comptante valeur de la premiere condition, de la comptante valeur de la deuxiesme condition, reste $81\frac{12083891062}{280000000000}$ ℔, & d'autant est la deuxiesme condition meilleure pour le crediteur que la premiere; Laquelle solution, & semblables se rencontrans souvent en la practique, ne se pourroyent faire sans le secours de ces tables, sinon que par un labeur inestimable.

Ainsi doncques comme dessus dict est, on cherchera tousiours en toutes autres semblables questions la comptante valeur de diverses conditions, & leurs differences demonstrent la plus prouffitable condition.

NOTA.

Si on eust à calculer quelque question plus que de 30 termes c'est à dire de plus de termes qu'il n'y a en noz tables, par exemple de 53 au denier 16; On verra de quels termes de ceux qui sont en la table du denier 16, se compose 53, & se trouve entre autres de 30, & 23; Parquoy il faut dire: La racine des tables donne le nombre respondant en la moyenne colomne au 30 terme, combien donnera le nombre respondant en la moyenne colomne au 23 terme? Et ce qui en sort sera le nombre pour le 53e terme; C'est à dire qu'on dira, 10000000 donnent 1622302, combien 2479901? & ce qui en sortira pour quatriesme terme proportionel, sera le requis. Et si quelcun en veut faire preuve il le pourra experimenter par quelques termes consistans en la table.

Si quelcun eust à solver quelque question d'interest, & qu'il voulust facilement trouver en ce traicté semblable question, pour faire sa construction conforme à icelle; Il considerera premierement, si la question proposée est d'interest composé ou simple, s'elle est d'interest simple, il faut chercher aux deux premieres propositions, mais du composé aux deux dernieres. Puis on verra s'elle est d'interest prouffitable, ou dommageable, car la premiere & troisiesme proposition sont pour le prouffitable, mais la seconde & quatriesme proposition pour le dommageable. Puis on verra si l'on requiert cognoistre l'interest, ou quelque autre terme comme raison d'interest, temps, ou capital. Car les premiers exemples de chascune proposition sont de ceux ausquels est requis l'interest, mais les derniers exemples, pour les autres.

Item si quelcun eust à calculer en petites sommes, il pourroit omettre deux ou trois characteres des tables, les coupant vers la dextre, comme le semblable est aussi en usage en la table des Sinus, & plusieurs autres, car cecy ne peut donner aucune difference d'estime sur petites sommes, voire souvent moindre, que le plus petit denier qui se forge, mais sur grandes sommes il seroit plus sensible, pourtant nous avons faict noz tables de grands nombres, servans si bien pour grandes & notables sommes (comme sont souventesfois les deniers de Bancquiers, Potentats, Provinces, & semblables) que pour les petites.

Fin de la Reigle d'interest.

Sixiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle de faux.

D'une fausse position.

EXEMPLE I.

Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere couste les $\frac{2}{5}$ de la valeur des trois aulnes, & la seconde couste les $\frac{3}{7}$ de la valeur des trois aulnes, & la troisiesme couste 2 ℔; Combien coustoyent les trois aulnes?

CONSTRVCTION.

Posons le cas que les trois aulnes coustent 1 ℔, doncques en tel respect la premiere aulne couste $\frac{2}{5}$ ℔, & la seconde $\frac{3}{7}$ ℔, desquelles la somme est $\frac{29}{35}$ ℔, les mesmes soubstraictes de 1 ℔, reste $\frac{6}{35}$ ℔, pour la valeur de la troisiesme aulne. Or si la position eust esté vraye, il y eust eu de reste 2 ℔; Il faut doncques dire $\frac{6}{35}$ ℔, viennent de 1 ℔, de combien viendront 2 ℔? faict $11\frac{2}{3}$ ℔, & autant coustent les trois aulnes.

DEMON-

Demonstration.

Les $\frac{2}{5}$ de 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 4 $\frac{2}{3}$ ℔, pour la premiere aulne, & les $\frac{3}{7}$ des mesmes 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 5 ℔; pour la seconde aulne, & la troisiesme aulne coste 2 ℔, lesquelles trois sommes, comme 4 $\frac{2}{3}$ ℔, & 5 ℔, & 2 ℔, font ensemble 11 $\frac{2}{3}$ ℔, comme dessus. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

De deux fausses positions.

Exemple II.

Trois aulnes de drap coustent 11 ℔, desquelles la seconde couste le double de la premiere plus 2 ℔, & la troisiesme aulne couste le triple de la premiere moins 3 ℔; Combien couste chascune aulne?

Constrvction.

On posera pour la premiere aulne quelque quantité de livres à plaisir, soit 1 ℔, doncques la seconde aulne selon la proposition, couste 4 ℔, & la troisiesme 0 ℔; Or ces trois sommes montent 5 ℔, & doibuent monter 11 ℔; Doncques la premiere position de 1 vient trop peu ou moins que nous ne desirons 6, ce qu'on notera en ceste sorte:

1 moins 6

Puis on fera quelque autre position soit de 4 ℔, pour la premiere aulne, doncques selon la proposition la seconde couste 10 ℔, & la troisiesme 9 ℔, lesquelles trois sommes montent 23 ℔, & ne doibuent monter que 11 ℔, doncques la seconde position est trop, ou plus que nous ne desirons de 12 ℔, lesquelles on notera soubs la premiere position, & leur disposition sera alors telle:

1 moins 6
4 plus 12

Puis on multipliera par croix, & la reste s'achevera selon la doctrine du 17 probleme de l'Arithmetique & viendra 2 ℔ pour la premiere aulne, dont la disposition de l'operation achevée sera telle:

1 moins 6. 24
4 plus 12. 12
18. 36 quotient 2.

Or estant cognue la valeur de la premiere aulne, il est manifeste que la seconde (selon la proposition) couste 6 ℔, & la troisiesme 3 ℔.

Demonstration.

La seconde aulne de 6 ℔, est le double de la premiere aulne de 3 ℔, & la troisiesme aulne couste 2 ℔, desquelles la somme est 11 ℔ selon le requis.

Exemple III.

Il faut partir 12 ℔ en deux parties telles, que l'une avec le tiers de l'autre face 9 ℔.

Constrvction.

Posons que l'une partie des 12 ℔ soit 9 ℔, & l'autre partie sera de 3 ℔, & adjoustons aux 3 ℔ le tiers de 9 ℔, qui est aussi 3 ℔, & la somme sera 6 ℔, mais il doibt estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 3, parquoy la premiere position sera telle:

9 moins 3

Posons autrefois que l'une partie de 12 ℔ soit 6 ℔, & l'autre partie sera aussi de 6 ℔, ajoustons à ces 5 ℔ le tiers des autres 6 ℔, qui est 2 ℔, & la somme sera 8 ℔, mais elle deburoit estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 1 ℔. Puis soubstrayant & divisant selon la reigle du 17 probleme de l'Arithmetique, vient quotient pour l'une partie 4 $\frac{1}{2}$ ℔, lesquelles soubstraictes de 12 ℔, reste 7 $\frac{1}{2}$ ℔ pour la seconde partie, & la disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

9 moins 3 . 18
6 moins 1 . 9
2 . 9 quotient 4 $\frac{1}{2}$.

Demonstration.

Le tiers de l'une partie 4 $\frac{1}{2}$ ℔ est 1 $\frac{1}{2}$ ℔, qui ajousté à l'autre partie 7 $\frac{1}{2}$ ℔, la somme sera selon le requis 9 ℔.

Exemple IV.

Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere avec la $\frac{1}{2}$ des deux autres couste 10 ℔, & la seconde avec le $\frac{1}{3}$ des deux autres couste 10 ℔, & la troisiesme avec le $\frac{1}{4}$ des deux autres couste 10 ℔, combien couste chascune aulne?

Constrvction.

Posons que la premiere aulne couste 4 ℔, lesquelles soubstraictes de 10 ℔, reste 6 ℔, pour la moitie de la valeur de la seconde & troisiesme aulne; Parquoy la seconde & troisiesme aulne coustent 12 ℔, & la premiere 4 ℔, qui font ensemble 16 ℔, pour la valeur des 3 aulnes. Or pour sçavoir la valeur de la seconde & troisiesme aulne, il faut partir les 16 ℔ en deux parties telles, que l'une ajoustée avec le $\frac{1}{3}$ de l'autre, face 10, & les parties seront (par le precedent 3 exemple) 7 ℔ pour la seconde aulne, & 9 ℔ pour la troisiesme & premiere aulne; Mais la premiere aulne est de 4 ℔ par l'hypothese, doncques la troisiesme sera de 5 ℔. Or la premiere & deuxiesme aulne ont leur valeur precisement selon la proposition, mais pas la troisiesme; car 5 avec le $\frac{1}{4}$ de la premiere & seconde aulne, ne faict que $\frac{31}{4}$ ℔, & doibt faire 10 ℔, C'est doncques moins $\frac{9}{4}$ ℔. Parquoy la premiere fausse position aura sa disposition de characteres telle:

4 · 7 · 5 · moins $\frac{9}{4}$

C'est à dire la premiere aulne 4 ℔, la seconde aulne 7 ℔, la troisiesme aulne 5 ℔, vient moins $\frac{9}{4}$ ℔.

Posons maintenant pour la premiere aulne 3 ℔, & faisons en comme de la precedente premiere position, viendra 3. $\frac{13}{2}$. $\frac{15}{2}$ moins $\frac{1}{8}$, lesquelles nous appliquerons à la premiere position en ceste sorte:

4 · 7 · 5 · moins $\frac{9}{4}$
3 · $\frac{13}{2}$ · $\frac{15}{2}$ · moins $\frac{1}{8}$

Ce faict, pour trouver la valeur de la premiere aulne, nous pouvons disposer les 4 & 3 respondans à la premiere aulne, ensemble les $\frac{9}{4}$ & $\frac{1}{8}$, comme s'il fust particuliere operation des faux en ceste sorte:

4 moins $\frac{9}{4}$
3 moins $\frac{1}{8}$

Or besoignant selon les reigles precedentes, viendra pour la valeur de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, dont la disposition est telle:

4 moins $\frac{9}{4}$. $\frac{27}{4}$
3 moins $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{2}$
$\frac{17}{8}$. $\frac{50}{8}$ quotient 2 $\frac{16}{17}$ ℔

Et

Et pour trouver la valeur de la seconde aulne, on mettra de mesme sorte en ordre 7 & $\frac{13}{2}$ respondans à la seconde aulne, & l'on besoignera comme devant, & se trouvera pour la seconde aulne 6 $\frac{8}{17}$ ℔, desquels la disposition est telle:

7	moins	$\frac{9}{4}$.	$\frac{117}{8}$
$\frac{13}{2}$	moins	$\frac{1}{8}$.	$\frac{7}{8}$
		$\frac{17}{8}$.	$\frac{110}{8}$ quotient 6 $\frac{8}{17}$ ℔.

Et pour trouver la valeur de la troisiesme aulne, l'on mettra de mesme sorte en ordre 5 & $\frac{15}{2}$, respondans à la troisiesme aulne, & on besoignera comme devant, & se trouvera pour la troisiesme aulne 7 $\frac{11}{17}$ ℔, desquels la disposition est telle:

5	moins	$\frac{9}{4}$.	$\frac{135}{8}$
$\frac{15}{2}$	moins	$\frac{1}{8}$.	$\frac{5}{8}$
		$\frac{17}{8}$.	$\frac{130}{8}$ quotient 7 $\frac{11}{17}$ ℔.

DEMONSTRATION.

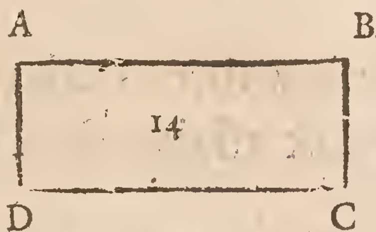
Au premier, la somme de la seconde aulne 6 $\frac{8}{17}$ ℔, & de la troisiesme aulne 7 $\frac{11}{17}$ ℔, est 14 $\frac{2}{17}$ ℔, desquelles la moitie est 7 $\frac{1}{17}$ ℔, les mesmes adjoustées à 2 $\frac{16}{17}$ ℔ de la premiere aulne, font 10 ℔.

Au second, la somme de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, & de la troisiesme aulne 7 $\frac{11}{17}$ ℔, est 10 $\frac{10}{17}$ ℔, desquelles le tiers est 3 $\frac{9}{17}$ ℔, les mesmes ajoustées à 6 $\frac{8}{17}$ ℔ de la seconde aulne, font 10 ℔.

Au troisiesme, la somme de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, & de la seconde aulne 6 $\frac{8}{17}$ ℔, est 9 $\frac{7}{17}$ ℔, desquelles le quart est 2 $\frac{6}{17}$ ℔, les mesmes aioustées à 7 $\frac{11}{17}$ ℔, font 10 ℔, comme il estoit requis.

EXEMPLE V.

Il y a un quadrangle rectangle A B C D, *duquel la superfice faict* 14, *& le costé* A B *est double au costé* A D, *la demande est de combien soit chascun desdicts costez.*



CONSTRVCTION.

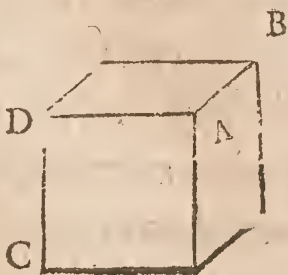
Soit A D.	1①	√ 7
Ergo A B son double	2①	√ 28
Mais multiplié A D par A B, donne la superfice A C, Doncques le produict desdictes 1① par 2① qui est	2②	14
Est egal à	14	

Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1① vaudra √ 7.

Je di, que A D est √ 7, & A B √ 28. *Demonstration.* √ 28 est double à √ 7, par le 21 probleme de l'Arithmetique. Et multipliant A B √ 28 par A D √ 7, donne la vraye superfice A C 14; ce sont doncques les vrayes quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE VI.

Il y a un solide rectangle A B C D, *duquel le contenu est* 192, *& comme* 4 *à* 3, *&* 3 *à* 2, *ainsi la hauteur* C D, *à la longueur* D A, *& la longueur* D A, *à la largeur* A B, *la demande est combien soit chascun desdicts costez.*



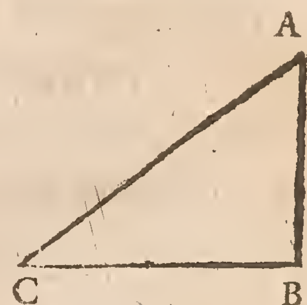
CONSTRVCTION.

Soit C D	4①	8
Ergo D A	3①	6
Ergo A B	2①	4
Mais multiplié C D par D A, & iceluy produict autrefois par A B, donne le solide A B C D; Doncques ledict produict de C D 4①, par D A 3①, faisant 12②, & le mesme autrefois multiplié par A B 2① qui faict	24③	192
Est egal a	192	

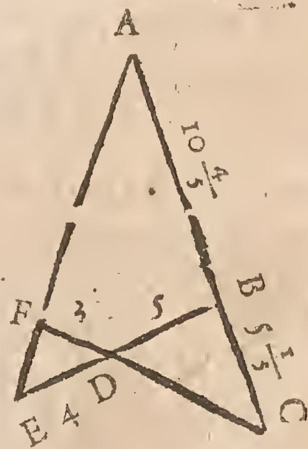
Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1① vaudra 2.

Je di, que C D est 8, & D A 6, & A B 4. *Demonstration.* Il y a telle raison de 8 à 6, & de 6 à 4, comme de 4 à 3, & de 3 a 2. Et multipliant C D 8, par D A 6, faict 48, le mesme par A B 4, faict le vray solide 192; ce sont doncques les vrayes quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il y a des aucuns qui descrivent & solvent plusieurs questions (& principalement des figures geometriques) par l'Algebre, lesquelles toutesfois se peuvent solver par reigle de trois ou autre calculation vulgaire; Mais à fin que la chose soit bien & utilement entendue, il convient sçavoir, que telles operations par Algebre, enseignent aucunement l'usage d'icelle reigle, mais quant au reste ce n'est pas l'operation que l'on usera en la practique, pour la plus cōmode, veu qu'elle est propre pour les questions, esquelles les termes donnez sont obscurement proposez, comme quand l'on cherche les costez incognuz des grandeurs par leurs superfices ou solides grandeurs cognues, comme au precedent 5e & 6e exemple, & semblables. Mais à fin que nous en parlions par exemple; Soit un triangle A B C, duquel la perpendiculaire A B soit 4 & la base B C 5, l'on veut sçavoir de combien soit l'hypothenuse A C. Or nous sçavons que la racine de la somme des deux quarrez de A B & B C, est le nombre de A C, pourtant ajoustant 25 & 16 (qui sont les quarrez de 5 & 4) font 41, sa racine pour A C est √ 41, & ceste operation est plus commode que par Algebre, en laquelle l'on finge & faict la mine que le notoire soit incogneu, ce qui est inutile.



Soit autrefois la figure du 12 *Cap. Lib.* 1 *magnæ construct. Ptol.* A B C D E F, de laquelle A C soit 16, & C D 7, & D F 3, & E D 4, & D B 5, Et on veut sçavoir le nombre de A B & B C. Or ayant Ptolemée demonstré, que la raison de A C à A B, est composé de deux raisons, à sçavoir de la raison C F 10, à F D 3, & de la raison D E 4, à E B 9, il est manifeste que tous les termes necessaires sont cogneus pour operer sans Algebre. Car ajoustant lesdictes Raisons, à sçavoir *Raison* $\frac{10}{3}$ avec *Raison* $\frac{4}{9}$, donnent somme (par le 5e probleme à la 2e distinction de ceste Practique d'Arithmetique) *Raison* $\frac{40}{27}$; doncques la raison de A C à A B, est comme de 40 à 27, parquoy



quoy comme 40 à 27, ainsi A C à A B; disant doncques 40 donnent 27 combien 16? faict pour A B 10 $\frac{4}{5}$, qui soubstraict de 16, reste pour B C $\frac{1}{5}$. Doncques A B est 10 $\frac{4}{5}$, & B C 5 $\frac{1}{5}$; Laquelle operation est beaucoup plus facile & commode, que par Algebre. Le mesme s'entendra de plusieurs autres, comme pour trouver les cordes du circle, servant à la construction des tables des Sinus, ce que les aucuns font (autrement que Ptolemée & Iehan de Montroial) par ladicte Algebre; Pourtant comme nous avons dict cy dessus, l'on peut estimer que tels exemples enseignent les operations d'icelle reigle (combien qu'il y a assez d'autre maniere propre) mais ils ne sont pas commodes pour les user en la Practique, parce que l'on se propose ainsi inutilement, que la chose cognue soit occulte. Et voyla la raison pourquoy nous n'avons point descript l'expedition de tels exemples par Algebre.

Exemple VII.

Il y a trois compaignons A B C, *qui ont party entre eux certaine somme; Et la part de* C, *estoit egale à la part de* B; *avec le* $\frac{1}{3}$ *de* A; *Et la part de* B, *estoit egale à la part de* A, *avec la* $\frac{1}{5}$ *de* C; *& la part de* A, *estoit egale à* 4 ℔, *avec le* $\frac{1}{4}$ *de* B. *La demande est de combien estoit la totale somme & la part d'un chascun.*

Constrvction.

L'on besoignera selon la doctrine de la 23e question du premier livre de Diophante, & se trouve pour solution que A avoit 6 ℔, & B 8 ℔, & C 10 ℔, qui font ensemble 24 ℔.

Nota.

Nous pourrions icy descrire plusieurs difficiles questions, appliquans à diverses matieres les nombres des questions du 81 probleme de l'Arithmetique, comme nous avons faict en ceste precedente 7e question. Mais veu que celuy qui entendra lesdictes questions le pourra facilement faire par soymesme, nous n'y consommerons pas le temps.

Fin de la reigle de Faux.

Septiesme distinction de la seconde Partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Disme.

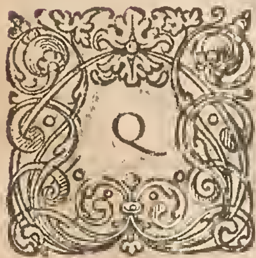
LA DISME,

Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes.

Premierement descripte en Flameng, & maintenant convertie en François, par Simon Stevin *de Bruges.*

AVX ASTROLOGVES, ARPENTEVRS, MESVREVRS DE TAPISSERIE, GAVIEVRS, STEREOMETRIENS EN general, Maistres de monnoye, & à tous Marchans:

Simon Stevin *Salut.*



Quelcun voyant la petitesse de ce livret, & la comparant à la grandeur de vous mes Tres-honnorez Seigneurs; *ausquels il est dedié, estimera peut estre nostre concept absurd; Mais s'il considere la Proportion, qui est, comme la petite quantité de cestui cy, à l'humaine imbecillité de ceux la, ainsi ses grandes utilitez, à leurs hauts & ingenieux entendemens, se trouvera avoir faict comparaison des termes extremes, lesquels ne la permettent en conversion de proportion quelconque. Soit doncques le troisiesme au quatriesme. Mais que sera ce proposé? d'aventure quelque invention admirable? non certes, mais chose si simple qu'elle ne merite quasi le nom d'invention, car comme l'homme rustique, & lourd, trouve bien d'aventure quelque grand tresor, sans y avoir usé de science, tout ainsi le semblable est il advenu en cest affaire: Pourtant si quelcun me voulust estimer pour vanteur de mon entendement à cause de l'explication de ces utilitez; sans doubte il demonstre, ou qu'il n'y a en luy*

luy ny jugement, ny intelligence, de sçavoir discerner les choses simples des ingenieuses, ou qu'il soit envieux de la prosperité commune; mais quoy qu'il en soit, il ne faut pas omettre l'utilité de cestui cy, pour l'inutile calomnie de cestuy la. Or comme le marinier ayant d'aventure trouvé quelque Isle incognue, declare franchement au Roy toutes ses richesses, comme d'avoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaisantes contrees, &c. sans que cela luy soit reputé pour philautie; ainsi nous parlerons icy librement de la Grande utilité de ceste invention, je di Grande, voire plus Grãde que je n'estime qu'aucun de vous autres attende, sans toutesfois me glorifier du mien.

Veu doncques que la matiere de ceste DISME *(la cause duquel nom sera declarée par la suyvante premiere definition) est nombre, l'utilité des effects de laquelle, vous M*rs *est asés notoire par voz continuelles experiences, il ne sera point mestier d'en faire beaucoup de parolles; Car s'il est Astrologue, il sçait que le monde est devenu par les computations Astronomiques (car elles enseignent au Pilote l'elevation de l'Equateur, & du Pole, par le moyen de la table des declinations du Soleil, l'on descript par icelles la vraye longitude & latitude des lieux, &c.) vn paradis, abondant en plusieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'est jamais sans l'amer, le travail de telles computations ne luy sera point caché, à cause des labourieuses multiplications, & divisions, qui procedent de la soixantiesme progression des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais s'il est Arpenteur, il sçaura le grand benefice que le monde reçoit de sa science, par laquelle s'evitent plusieurs difficultez & noises, qui s'eleveroyent journellement, à cause de l'incognue capacité des terres; outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires sont grandes) les ennuieuses multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & souvent Doigts, l'un par l'autre, qui n'est pas seulement moleste, mais (combien toutesfois que le mesurer & autres choses precedentes fussent bien expediees) souvent cause d'erreur, tendant au grand dommage de l'un ou de l'autre. Aussi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur: Et ainsi des Maistres des monnoyes, Marchans, & chascun au sien. Mais d'autant que ceux la sont plus dignes, & les voies pour y parvenir plus labourieuses, d'autant plus grande est ceste discouverte* DISME *ostant toutes ces difficultez; Mais comment? Elle enseigne (a fin de dire beaucoup en un mot) d'expedier facilement sans nõbres rompuz, tous comptes qui se rencontrent aux affaires des Humains: de sorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Ajouster, Soubstraire, Multiplier & Diviser par nombres entiers, pourront satisfaire à tel effect: Causant semblable facilité a ceux qui usent des gettons. Or si par tel moyen sera gaigné le precieux temps; Si par tel moyen sera sauvé, ce qui se perderoit autrement; Si par tel moyen sera osté labeur, noise, erreur, dommaige, & autres accidens communement ajoincts à ceux cy, je le mects volontiers à vostre jugement.*

Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que plusieurs inventions semblent bonnes au premier regard; Mais quand on s'en veut servir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il avient souvent aux chercheurs de forts mouvemens, qui semblent bons en petites preuves, mais aux grandes, ou a l'effect, ils ne vallent pas un festu: Nous luy respondons qu'il n'y a icy telle doubte, parce que l'experience s'en faict journellement en la chose mesme; A sçavoir par divers experts Arpenteurs Hollandois, ausquels nous l'avons declaré, lesquels (laissans ce qu'ils avoyent inventé chascun à sa maniere, pour amoindrir le travail de leurs computations) l'usent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature tesmoigne s'en devoir necessairement suivre: Le mesme aviendra à un chascun de vous autres mes Treshonnores Seig*rs* *qui feront comme eux. Vivez cependant en toute felicité.*

ARGVMENT.

LA Disme a deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie se declarera par la premiere Definition, quelle chose soit Disme; Par la seconde, troisiesme & quatriesme, que signifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Disme.

En l'operation se declarera par quatre propositions, l'Addition, Soubstraction, Multiplication, & Division des nombres de Disme, Dequoy l'ordre se peut representer succinctement par telle table:

La Disme a deux parties,
- *Definitions, comme quelle chose soit*
  - *Disme.*
  - *Commencement.*
  - *Prime, Seconde, &c.*
  - *Nombre de Disme.*
- *Operation de*
  - *l'Addition.*
  - *Soubstraction.*
  - *Multiplication.*
  - *Division.*

A la fin du precedent sera encore appliqué une Appendice, declarant l'usage de la Disme par quelques exemples és choses.

LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES definitions.

DEFINITION I.

DISME *est une espece d'Arithmetique, inventée par la Disiesme progression, consistente es characteres des ciffres, par lesquels se descript quelque nombre, & par laquelle l'on depesche par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.*

EXPLICATION.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, descript par characteres des cyffres en ceste sorte 1111, ausquels appert que chasque 1 est la dixiesme part de son prochain charactere precedent. Semblablement en 2378, chasque unité du 8, est la dixiesme de chasque unité du 7. Et ainsi de tous les autres. Mais parce qu'il est convenable que les choses desquelles on veut traicter, ayent des noms, & que ceste maniere de computation est trouvée par consideration de telle dixiesme ou disme progression, voire qu'elle consiste entierement en icelle, comme aparoistra cy apres, nous nommons ce traicté proprement & convenablement la DISME, par la mesme on peut operer avec nombres entiers sans rompuz en tous les comptes se rencontrans en nos affaires, comme sera demonstré au suyvant.

DEFINITION II.

Tout nombre entier proposé se dict COMMENCEMENT, *son signe est tel* ⓪.

EXPLICATION.

Par exemple quelque nombre proposé de trois cens soixantequatre, nous le nommons trois cens soixantequatre COMMENCEMENS, les descrivant en ceste sorte 364⓪. Et ainsi de tous autres semblables.

DEFINITION III.

Et chasque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons PRIME, *son signe est tel* ①; *& chasque dixiesme partie de l'unité de prime nous la nommons* SECONDE, *son signe est tel* ②. *Et ainsi des autres chasque dixiesme partie, de l'unité de son signe precedent, tousiours en l'ordre un d'avantage.*

EXPLICATION.

Comme 3①7②5③9④, c'est à dire 3 *Primes* 7 *Secondes* 5 *Tierces* 9 *Quartes*; & ainsi se pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il est notoire, que selon ceste definition, lesdicts nombres font $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{9}{10000}$, ensemble $\frac{3759}{10000}$. Semblablement 8⓪9①3②7③ vallent 8 $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{7}{1000}$, ensemble 8 $\frac{937}{1000}$. Et ainsi d'autres semblables. Il faut aussi sçavoir que nous n'usons en la DISME d'aucuns nombres rompuz, aussi que le nombre de multitude des signes, excepté ⓪, n'excede jamais le 9. Par exemple nous n'escrivons pas 7①12②, mais en leur lieu 8①2②, car ils vallent autant.

DEFINITION IV.

Les nombres de la precedente seconde & troisiesme Definition se disent en general NOMBRES DE DISME.

Fin des Definitions.

SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

E*Stant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:*

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27⓪8①4②7③, le deuxiesme 37⓪8①7②5③, le troisiesme 875⓪7①8②2③.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur somme. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aioustant selon la vulgaire maniere d'aiouster nombres entiers, en ceste sorte:

		⓪	①	②	③
	2	7	8	4	7
	3	7	6	7	5
8	7	5	7	8	2
9	4	1	3	0	4

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941⓪3①0②4③. Ie di, que les mesmes sont la somme requise. *Demonstration.* Les 27⓪8①4②7③ donnez, font (par la 3e definition) 27 $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, ensemble 27 $\frac{847}{1000}$, & par mesme raison les 37⓪6①7②5③ vallent 37 $\frac{675}{1000}$, & les 875⓪7①8②4③ feront 875 $\frac{782}{1000}$, lesquels trois nombres, comme 27 $\frac{847}{1000}$, 37 $\frac{675}{1000}$, 875 $\frac{782}{1000}$, font ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.) 941 $\frac{304}{1000}$, mais autant vaut aussi la somme 941⓪3①0②4③,

c'est

c'est doncques la vraye Somme, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donnez nombres de Disme à ajouster, nous avons trouvé leur Somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si aux nombres donnez defalloit quelque signe de leur naturel ordre, on emplira son lieu par le diffaillant. Soyent par exemple les nombres donnez 8 ⓪ 5 ① 6 ②, & 5 ⓪ 7 ②, auquel dernier defaut le signe de l'ordre ①. L'on mettra en son lieu 0 ①, prennant alors comme pour nombre donné 5 ⓪ 0 ① 7 ②, les ajoustant comme cy devant en ceste sorte:

```
⓪①②
8 5 6
5 0 7
-----
1 3 6 3
```

Cest avertissement servira aussi aux trois propositions suyvantes, là où il faut tousiours emplir l'ordre des figures diffaillantes, comme nous avons faict en cest exemple.

PROPOSITION II, DE LA SOVBSTRACTION.

Estant donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire: Trouver leur Reste.

Explication du donné. Soit le nombre duquel on soubstraict 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, & à soubstraire 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③. *Explication du requis*. Il faut trouver leur reste. *Construction*. On mettra les nombres donnez en ordre cōme cy joignant, soubstrayant selon la vulgaire maniere de soubstraction par nombres entiers, en ceste sorte:

```
      ⓪①②③
2 3 7 5 7 8
  5 9 7 4 9
-----------
1 7 7 8 2 9
```

Reste (par le 2 probleme de l'Arithmetique) 177829 qui sont (ce que denotent les signes par dessus les nombres) 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③; Je di que les mesmes sont la reste requise. *Demonstration*. Les 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, font (par la 3 definition de ceste Disme) 237 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, ensemble 237 $\frac{578}{1000}$; Et par mesme raison les 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③ vallent 59 $\frac{749}{1000}$, lesquelles soubstraicts de 237 $\frac{578}{1000}$, reste (par le 10 probleme de l'Arithmetique) 177 $\frac{829}{1000}$. Mais autant vallent lesdictes 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③, c'est doncques la vraye Reste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III, DE LA MVLTIPLICATION.

Estant donné nombre de Disme à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit le nombre à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, & multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②. *Explication du requis*. Il faut trouver leur produict. *Construction*. On mettra les nombres donnez en ordre comme cy joignant, multipliant selon la vulgaire maniere de multiplication par nombres entiers, en ceste sorte:

```
          ⓪①②
        3 2 5 7
        8 9 4 6
---------------
      1 9 5 4 2
    1 3 0 2 8
  2 9 3 1 3
2 6 0 5 6
---------------
2 9 1 3 7 1 2 2
      ⓪①②③④
```

Donne produict (par le 3 probleme de l'Arithmetique) 29137122. Or pour sçavoir que ce sont, on ajoustera les deux derniers signes donnez, l'un ②, & l'autre aussi ②, font ensemble ④, nous dirons donc que le signe du dernier charactere du produict sera ④, lequel estant cogneu, tous les autres seront notoires, à cause de leur ordre continu; De sorte que 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④ sont le produict requis. *Demonstration*. Le nombre donné à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, faict (comme appert par la 3e definition de ceste Disme) 32 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, ensemble 32 $\frac{57}{100}$, & par mesme raison le multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②, vaut 89 $\frac{46}{100}$, par le mesme multiplié ledict 32 $\frac{57}{100}$, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) 2913 $\frac{7122}{10000}$; mais autant vaut aussi ledict produict 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④, c'est donc le vray produict, ce qu'il nous falloit demonstrer. Mais pour dire maintenant la raison, pourquoy ② multipliée par ②, donne produict ④ (qui est la somme de leurs nombres) Item pourquoy ④ par ⑤ donne produict ⑨, & pourquoy ⓪ par ③, donne ③, &c. Prennons $\frac{2}{10}$ & $\frac{3}{100}$ (qui sont par la 3e definition de ceste Disme 2 ① 3 ②) leur produict est $\frac{6}{1000}$, qui vallent par ladicte troisiesme definition, 6 ③. Multipliant doncques ① par ②, le produict est ③, à sçavoir un signe composé de la somme des nombres des signes donnez.

CONCLVSION.

Estant doncques donné nombre de Disme à multiplier, & multiplicateur, nous avons trouvé leur Produict, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si le dernier signe du nombre à multiplier fust inegal au dernier signe du multiplicateur; par exemple l'un 3 ④ 7 ⑤ 8 ⑥, l'autre 5 ① 4 ②, l'on fera comme dessus, & la disposition des characteres de l'operation sera telle:

```
    ④⑤⑥
    3 7 8
      5 4 ②
---------
  1 5 1 2
1 8 9 0
---------
2 0 4 1 2
④⑤⑥⑦⑧
```

PROPOSITION IV, DE LA DIVISION.

Estant donné nombre de Disme à diviser & diviseur: Trouver leur Quotient.

Explication du donné. Soit le nombre à diviser 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, & le diviseur 9 ① 6 ②. *Explication du requis*. Il nous faut trouver leur quotient. *Construction*. On divisera les nombres donnez (omettant leurs signes) selon la vulgaire maniere de diviser par nombres entiers ainsi:

```
      1
    1 8
  8 1 6 4
7 6 1 7         ⓪①②③
3 4 4 3 5 2 (3 5 8 7
9 6 6 6 6
  9 9 9
```

Donne Quotient (par le 4e probleme de l'Arithmetique) 3587. Or pour sçavoir que ce sont, le dernier signe du diviseur qui est ②, se soubstraira du dernier signe du nombre à diviser, qui est ⑤, reste ③, pour le signe du dernier charactere du Quotient, qui estant ainsi cogneu, tous les autres seront aussi manifestes, à cause de leur continu ordre, de sorte que 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, sont le Quotient requis. *Demonstration*. Le nombre donné à diviser 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, faict (comme appert par la troisiesme definition de ceste Disme) 3 $\frac{4}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{5}{10000}$, $\frac{2}{100000}$, ensemble 3 $\frac{44352}{100000}$, par lequel divisé lesdicts 3 $\frac{44352}{100000}$, donne quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) 3 $\frac{587}{1000}$, mais autant vaut ledict Quotient 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, c'est donc le vray quotient, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donné nombre de Disme à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur Quotient, ce qu'il falloit faire.

NOTA 1. Si les signes du diviseur fussent plus hauts que les signes du nombre à diviser, l'on mettra joignant le nombre à diviser autant des 0 qu'on veut, ou autant qu'il sera mestier. Par exemple 7 ②, sont à diviser par 4 ⑤; je mects pres le 7 quelques 0 ainsi 7000, les divisant comme dessus en ceste sorte: Donne quotient 1750 ⓪.

Il avient quelquesfois que le quotient ne se pourra expliquer par nombres entiers, comme 4 ①, divisees par 3 ②, en ceste sorte: La ou il appert qu'il y en sortiront infinement des trois, restant tousiours $\frac{1}{3}$. En tel accident l'on peut approcher si pres, comme la chose le requiert, omettant le residu. Il est bien vray que 13 ⓪ 3 ① $3\frac{1}{3}$ ②, ou 13 ⓪ 3 ① 3 ② $3\frac{1}{3}$ ③, &c. seroit le parfaict requis, mais nostre intention est d'operer en ceste Disme, par nombres tous entiers, car nous voyons à ce qui se observe aux negoces des hommes, la ou on ne faict point compte de la milliesme partie d'une maille, d'un grain, &c. comme le semblable est souvent usé par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en comptes de grande consequence: Comme Ptolemée & Iehan de Montroyal, n'ont pas descript leurs tables des arcs & chordes, ou des sinus, par l'extreme parfection (combien qu'il estoit possible de le faire par nombres multinomies) à cause que ceste imparfection (considerant la fin d'icelles tables) est plus utile que telle parfection.

NOTA 2. Les extractions de toutes especes de racines, se peuvent aussi faire par ces nombres de Disme. Par exemple, pour extraire racine quarrée de 5 ② 2 ③ 9 ④, l'on besoignera selon la vulgaire maniere d'extraction en ceste sorte: Et la racine sera 2 ① 3 ②, car la moitie du dernier signe des nombres donnez, est tousiours le dernier signe de la racine; Pourtant si le dernier signe donné fust de nombre imper, l'on y ajoustera son signe prochain suyvant, & sera alors de nombre per, puis on extraira la racine comme dessus.

Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier signe donné, sera tousiours le signe de la racine, & ainsi de toutes autres especes de racines.

Fin de la Disme.

APPENDICE.

PREFACE.

PVis que nous avons descript cy devant la Disme, nous viendrons maintenant à l'usage d'icelle, demonstrans par 6 Articles, comment tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes, se peuvent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont aussi esté premierement mises en œuvre) aux computations d'Arpenterie comme s'ensuit.

ARTICLE I, DES COMPVTATIONS DE L'ARPENTERIE.

L'ON nommera la verge aussi *Commencement*, qui est 1 ⓪ la partissant en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis se partira chascune *Prime* autresfois en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ②, & si on requiert les divisions plus petites, on divisera chasque 1 ② autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ③, procedant ainsi plus avant s'il fust besoing, mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* sont assez petites, mais pour les choses qui requierent la mesure plus juste, comme toicts de plomb, Corps, &c. l'on y peut user des *Tierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'usent pas de verge ains une chaisne de trois, quatre, ou cincq verges, signans sur le baston de leur croix rectangulaire, quelques cincq ou six pieds avec leur doigts, le semblable se peut faire icy, car au lieu d'iceux cincq ou six pieds avec leurs doigts, l'on peut mettre six ou cincq *Primes* avec leurs *Secondes*.

Cecy estant ainsi preparé, l'on usera en mesurant de ces parties, sans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge selon la coustume du païs, & ce qui se debura Ajouster, Soubstraire, Multiplier ou Diviser selon ceste mesure, se fera selon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut ajouster quatre triangles, ou superfices de terre, desquelles la premiere 345 ⓪ 7 ① 2 ②, La deuxiesme 872 ⓪ 5 ① 3 ②, La troisiesme 615 ⓪ 4 ① 8 ②, La quatriesme 956 ⓪ 8 ① 6 ②, les mesmes ajoustez selon la maniere declarée à la premiere proposition de ceste Disme en ceste sorte:

⓪	①	②
345	7	2
872	5	3
615	4	8
956	8	6
2790	5	9

Leur somme sera 2790 ⓪ ou verges 5 ① 9 ②, lesdictes verges parties selon la coustume, par autant qu'il y a des verges en un Arpent, on aura les arpens requis. Mais si l'on veut sçavoir combien de pieds & doigts font les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'une fois, à la fin du compte qu'il livre aux proprietaires, cõbien que la plus-part d'eux, estiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra sur la verge combien de pieds & doigts (qui sont marquez joignant les dixiesmes parties sur un autre costé de la verge) s'accordent aux mesmes.

Au second, estant à soubstraire 57 ⓪ 3 ① 2 ②, de 32 ⓪ 5 ① 7 ②, l'on besoignera selon la seconde proposition de ceste Disme en ceste sorte:

⓪	①	②
57	3	2
32	5	7
24	7	5

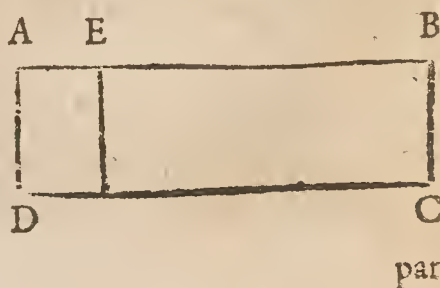
Et restent 24 ⓪ ou verges 7 ① 5 ②.

Au troisiesme, estant à multiplier (à cause des costez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ⓪ 7 ① 3 ②, par 7 ⓪ 5 ① 4 ②, l'on fera selon la 3e proposition de ceste Disme en ceste sorte:

```
      ⓪①②
       873
       754
      ----
      3492
     4365
    6111
    ------
    658242
    ⓪①②③④
```

Et donnent produict ou superfice 65 ⓪ 8 ①, &c.

Au quatriesme, Soit A B C D, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 367 ⓪ 6 ①, & le costé A D faict 26 ⓪ 3 ①, La demande est combien l'on mesurera depuis A vers B, pour couper (j'entens



par

par une ligne parallele avec A D) lesdictes 367 ⓪ 6 ①.

L'on partita 367 ⓪ 6 ①, par 26 ⓪ 3 ①, selon la quatriesme proposition de ceste Disme ainsi:

Donne quotient pour la requise longueur de A vers B, laquelle soit A E, 13 ⓪ 9 ① 7 ②.

Et si l'on veut on pourra approcher plus pres (combien qu'il ne semble pas besoing) par la premiere note de ladicte quatriesme proposition. Les demõstrations de tous ces exemples sont faictes cy devant en leurs propositions.

```
      1
     22
     76
   2508
   4631
 104739   ⓪①②
 367600 (1397
 265555
  2666
    22
```

ARTICLE II, DES COMPTES DES MESVRES DE TAPISSERIE.

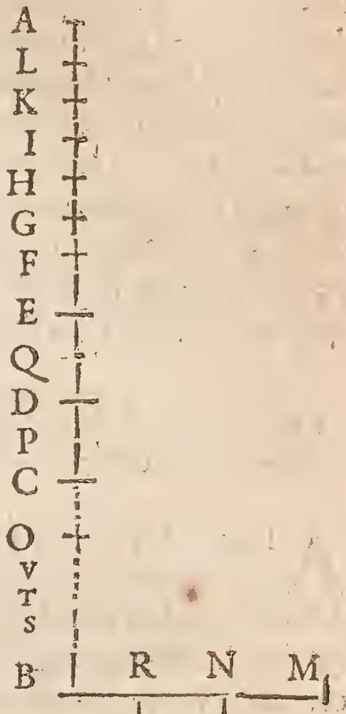
L'Avlne du mesureur de tapisserie, luy sera 1 ⓪, laquelle il partira (sur quelque costé, la ou ne sont par les partitions selon l'ordonnance de la ville) comme est faict cy dessus de la verge de l'Arpenteur, à sçavoir en 10 parties egales, desquelles chascune sera 1 ①, puis chasque 1 ①, autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ②, &c. Quant à leur usage, veu que les exemples accordent en tous avec ce qui en est dict au premiere Article de l'Arpenterie, elle sera par icelles assez notoire, de sorte qu'il n'est pas mestier d'en faire mention.

ARTICLE III, DES COMPTES SERVANS A LA GAVIERIE & aux mesures de tous tonneaux.

Vne Ame (qui faict en Anvers 100 pots) fera 1 ⓪, la mesme se divisera en profondeur & longueur en 10 parties egales (à sçavoir egales au respect du vin, non pas de la verge, de laquelle les parties de profondité sont inegales) & chasque partie fera 1 ① contenant 10 potz, puis chasque 1 ① en 10 parties egales, & chascune fera 1 ②, vallant un pot. Puis chasque 1 ② en dix parties egales, faisant chascune 1 ③.

Or estant ainsi partie la verge, & voulant trouver le contenu du Tonneau, on multipliera & besoignera comme au precedent premier article, qui estant assez manifeste, nous n'en dirons icy point d'avantage.

Mais veu que ceste dixiesme partition de la profondeur, n'est pas vulgaire, nous en declarerons cecy: Soit la verge A B une Ame, qui est 1 ⓪, divisée (selon la coustume) en poincts de profondeur comme ces dix C, D, E, F, G, H, I, K, L, A, faisant chascune partie 1 ①, lesquelles il faut diviser autrefois en 10 en ceste sorte: L'on divisera premierement chasque 1 ① en deux, ainsi: L'on tirera la ligne B M, à droictangle sur A B, & egale à 1 ① B C, puis se trouvera (par la 13e proposition du 6e livre d'Euclide) la ligne moyenne proportionelle entre B M, & sa moitie qui soit B N, & coupant B O, egale à B N, & si N O, fust alors egale à B C, l'operation est bonne: Puis se notera la longueur N C, de B vers A, comme B P, laquelle estant egalle à N C, l'operation est bonne: Semblablement la longueur D N, depuis B jusques à Q, & ainsi des autres. Il reste encore de partir chasque longueur comme B O, & O C, &c. en cinc, ainsi: L'on trouvera entre B M & sa dixiesme part, la ligne moyenne proportionelle qui soit B R, coupant B S, egale à B R; Puis se notera la longueur S R, de B vers A, comme B T, & semblablement la longueur T R, de B jusques à V, & ainsi des autres. Et semblablement se procedera pour diviser B S, & S T, &c. en ③. Ie di, que B S, & S T, & T V, &c. sont les desirees ②, ce qui se demonstre ainsi:



Parce que B N est ligne moienne proportionelle (par l'hypothese) entre B M & sa moitie; le quarré de B N (par la 17e proposition du 6e livre d'Euclide) sera egale au rectangle de B M & sa moitie, mais iceluy rectangle est la moitie du quarré de B M, le quarré doncques de B N, est egal à la moitie du quarré de B M, mais B O est (par l'hypothese) egale à B N, & B C à B M, le quarré donc de B O, est egal à la moitie du quarré de B C. Et semblablement se demonstrera que le quarré de B S, est egal à la dixiesme part du quarré B M, parquoy, &c. Nous avons faict la demonstration briefve, parce que nous n'escrivons pas à Apprentifs, mais à Maistres.

ARTICLE IV, DES COMPTES DE LA STEREOMETRIE EN GENERAL.

Il est bien vray que la gaujerie que nous avons declaré cy devant est Stereometrie (c'est à dire science de mesurer les corps) mais considerant les diverses partitions de la verge de l'un & l'autre, aussi que cestuy-cy a telle difference de cestuy-la, comme genre à espèce; ils se peuvent distinguer par bonne raison, car toute Stereometrie n'est pas Gaujerie. Pour donc venir à la chose, le Stereometrien usera de la mesure de sa ville, comme verge ou aulne avec ses dixiesmes partitions descrites au premier & second article, l'usage de laquelle (semblable a ce qui en est dict au precedent) est telle: Posons qu'il y ait à mesurer quelque colomne quadranguliere rectanguliere, de laquelle la longueur 3 ① 2 ②, largeur 2 ① 4 ③, hauteur 2 ⓪ 3 ① 5 ③; La demande est combien il y a de matiere. L'on multipliera selon la doctrine de la 4e proposition de ce traicté, longueur par largeur, & leur produict autrefois par hauteur, en ceste sorte:

```
        ①②
        3 2
        2 4
      -------
      1 2 8
      6 4
      -------
      7 6 8 ④
      2 3 5 ②
    ---------
      3 8 4 0
    2 3 0 4
  1 5 3 6
  -----------
  1 8 0 4 8 0
  ①②③④⑤⑥
```

Et donne produict comme appert 1 ① 8 ② 4 ④ 8 ⑤.

Nota. Quelcun ignorant (car c'est à cestuy-la que nous parlons icy) les fondamens de la Stereometrie, pourroit penser pourquoy l'on dict, que la grandeur de la colomne cy dessus, n'est que de 1 ①, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, desquels

quels la longueur de chasque costé est de 1 ①; Il sçaura que le corps d'une verge n'est pas un corps de 10 ①, comme une verge en longueur; mais de 1000 ①, en respect dequoy 1 ① faict 100 cubes chascun de 1 ①; Comme le semblable est assez notoire aux Arpenteurs en superfice; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne s'entend point 2 verges & trois pieds quarrez mais de 2 verges & (comptant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarrez. Pourtant si la demande cy dessus eust esté, de combien de cubes chascun de 1 ① fut la grandeur de ladicte colomne, l'on accommoderoit la solution conforme au requis, considerant que chasque 1 ① de ceux cy, faict 100 ① de ceux la, & chasque 1 ② de ceux cy, 10 ① de ceux la, &c. Ou autrement si la dixiesme part de la verge est la plus grande mesure que le Stereometrien se propose, il la peut nommer 1 ⓪, & puis comme dessus.

ARTICLE V, DES COMPVTATIONS ASTRONOMIQVES.

AIANS les anciens Astronomes parti le circle en 360 degrez, ils voyoient que les computations Astronomiques d'icelles, avec leurs partitions, estoyent trop laborieuses, pourtant ils ont parti chasque degré en certaines parties, & les mesmes autrefois en autant, &c. à fin de pouvoir par ainsi tousiours operer par nombres entiers, en choississans la soixantiesme progression, parce que 60 est nombre mesurable par plusieurs mesures entieres, à sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais si l'on peut croire l'experience (ce que nous disons par toute reverence de la venerable antiquité & esmeu avec l'utilité commune) certes la soixantiesme progression n'estoit pas la plus commode, au moins entre celles qui consistoyent potentiellement en la nature, ains la dixiesme qui est telle: Nous nommons les 360 degrez aussi *Commencemens*, les denotans ainsi 360 ⓪, & chascun degré ou 1 ⓪ se divisera en 10 parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis chasque 1 ① en 10 ②, & ainsi des autres, comme le semblable est faict par plusieurs fois cy devant.

Or estant entendue ceste partition, nous pourrions descrire selon ce qui à esté promis, leur facile maniere de Aiouster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propositions precedentes, tel recit ne seroit que perdre le temps, pourtant nous les laisserons servir pour exemples de cest article; Y aioustant encore cecy; que nous userons de ceste maniere de partition, en toutes les tables & comptes, se rencontrans en l'Astronomie, que nous esperons de divulger, en nostre vulgaire langue Germanique qui est la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaicte langue de toutes langues, de la tresexquise singuliereté, de laquelle nous attendons de brief autre demonstration plus abondante, que Pierre & Iehan en ont faict en la BEWYSKONST ou DIALECTIQVE nagueres divulgée.

ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, Marchans & de tous estats en general.

AFIN de dire en brief & en general, la somme & contenu de cest article, faut sçavoir qu'on partira toutes mesures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente dixiesme progression & chasque fameuse espece d'icelles se nommera *Commencement*; comme Marc, *Commencement* des pois, par lesquels se poise l'or & l'argent; Livre, *Commencement* des autres pois communs; Livre de gros en Flandres, Livre Esterlain en Angleterre, Ducat en Hispaigne, &c. *Commencement* de monnoye; Le plus haut signe du marc sera ④, car 1 ④ pesera environ la moitie d'un Es d'Anvers, la ③ suffira pour le plus haut signe de la Livre de gros, veu que telle 1 ③ faict moins que le quart d'un ₰.

Les soubdivisions des pois, pour peser toutes choses, seront (au lieu de demilivre, quart, demiquart, once, demionce, esterlin, grain, es, &c.) de chasque signe 5, 3, 2, 1, c'est à dire, qu'apres la livre ou 1 ⓪, suivera un pois de 5 ① (faisant $\frac{1}{2}$ ℔) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & semblables soubdivisions aura aussi la 1 ① & autres suivans.

Nous estimons aussi utile, que chasque soubdivision voire de quelle matiere fust son subject, soit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cause qu'il nous est notoire, que *Seconde* multipliée par *Tierce* donne produict *Quinte* (parce que 2 & 3 sont 5 comme il est dict cy dessus,) Item que *Tierce*, divisée par *Seconde* donne quotient *Prime, &c.* ce qui ne se pourroit faire si proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par distinction des matieres (comme l'on dict demie aulne, demie livre, demie pinte, &c.) nous les pouvons nommer Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Livre, Seconde d'Aulne, &c.

Mais à fin d'en donner exemple, posons que 1 marc d'or vaut 36 ℔ 5 ① 3 ②, la demande est combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produict par la 3 proposition qui est aussi la solution requise, 305 ℔ 1 ① 7 ② 1 ③. quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne sont icy de nulle estime.

Posons autrefois que 2 aulnes 3 ①, coustent 3 ℔ 2 ① 5 ②, La demande est combien cousteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera selon la coustume, le dernier terme donné par le second, & le produict se divisera par le premier, c'est à dire, 753 par 325, faict 244725, qui divisé par 23, donne quotient & solution 10 ℔ 6 ① 4 ②.

Nous pourrions donner autres exemples en toutes les vulgaires reigles d'Arithmetique, se rencontrans souvent es traffiques des hommes; Comme la reigle de Compaignie, d'Interest, de Change, &c. demonstrans comment elles se peuvent toutes expedier par nombres entiers, aussi ceste facile operation par les gettons, mais veu qu'il est assez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous sçaurions aussi demonstrer plus amplement, par comparaison de facheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux cy à ceux la, mais nous le passons outre à cause de briefveté.

AV dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il il y a de ce 6e article, aux 5 articles precedens, c'est que chascune personne peut exercer pour soy mesme la dixiesme partition desdicts precedens 5 articles, sans qu'il sera mestier d'en estre donné par le Magistrat quelque ordre general, mais cela pas ainsi en ce dernier, car ses exemples sont vulgaires computations, qui se rencontrent à chasque moment, ausquels il seroit convenable, que la solution ainsi trouvée fust d'un chascun acceptée pour bonne & legitime. Pourtant considerant sa tresgrande utilité, ce seroit chose louable, si quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, solicitoyent de la faire mettre

mettre en effect, à sçavoir que joignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Mesures, Pois, & Argent (demeurant chasque capitale mesure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnast encore legitimement par les Superieurs, la susdicte dixiesme partition, à fin que chascun qui vouldroit la pourroit user.

Il avanceroit aussi la chose, si les valeurs d'argent, principalement de ce qui se forge de nouveau, fussent valuez sur quelques *Primes, Secondes, Tierces, &c.*

Mais si tout cecy ne fust pas mis en œuvre, si tost comme nous le pourrions souhaiter, il nous contentera premierement, qu'il fera du bien à nos successeurs, car il est certain, que si les hommes futurs, sont de telle nature comme ont esté les precedens, qu'ils ne seront pas tousiours negligens en leur si grand avantage.

Au second, ce n'est pas le plus abject sçavoir à un chascun en particulier, qu'il luy est notoire, comment les hommes se peuvent delivrer eux mesmes à toute heure qu'ils vouldroyent, de tant & de si grands labeurs.

Au dernier, combien que l'effect de ce 6e Article n'apparoistra point, peut estre, en quelques temps, toutesfois un chascun pourra exercer les cinc precedens, comme il est notoire, qu'aucuns des mesmes sont desia mis en œuvre.

Fin de l'Appendice.

Huictiesme distinction de la Practique d'Arithmetique qui est de nombres incommensurables appliquez à grandeurs.

TRAICTE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS,

Avec une Appendice de l'explication du dixiesme livre d'Euclide;

Descript par SIMON STEVIN *de Bruges.*

AV LECTEVR.



Pres que nous avions veu & reveu le Dixiesme livre d'Euclide, traictant des Incommensurables Grandeurs; aussi leu & releu plusieurs commentateurs sur le mesme, desquels aucuns le jugeoient pour la plus profonde & incomprehensible matiere de la Mathematique, les autres que ce sont propositions trop obscures, & la croix des Mathematiciens; Et qu'outre cela je me persuadois (quelle follie ne faict l'opinion commettre aux hommes?) d'entendre ceste matiere par ses causes, & qu'elle n'a en soy telles difficultez comme l'on estime vulgairement, je me suis addonné d'en descrire ce traicté.

Mais à fin que nous disions premierement, d'ou les hommes sont venuz à la cognoissance & exercice de ces Incommensurables Grandeurs, faut sçavoir, que comme beaucoup des theoremes des nombres se descrivent souvent par la cognoissance des grandeurs, lesquels theoremes nous seroyent difficiles, voire aucunefois impossibles de trouver par les simples nombres (comme se peut colliger entre autres par le cube avec ses Corollaires devant le 69 probleme de nostre Arithmetique) ainsi se trouvent au contraire souvent propositions des grandeurs, par le moyen des nombres, lesquelles propositions ne se pourroyent inventer par les seules grandeurs. Par exemple nous sçavons que 1 est incommensurable a $\surd$ *2; Mais comme 1 a* $\surd$ *2, ainsi le costé du quarré à sa diagonale, parquoy le costé du quarré est incommensurable à sa diagonale, ce qui nous seroit impossible de sçavoir sans les nombres. Doncques comme il y a des nombres entre eux incommensurables, ainsi y a il des lignes entre elles incommensurables; Mais il y a en la nature douze certaines especes de nombres incommensurables, qui s'appellent binomies, desquelles l'on extraict douze racines de diverses qualitez; Il y a doncques aussi en la nature douze telles especes de lignes, avec semblables racines, de la construction & proprieté desquelles, Euclide à descript son dixiesme livre. Laquelle raison d'où les hommes sont venuz à la cognoissance & exercice des incommensurables grandeurs, nous avions proposé de declarer. Mais veu que tout cest affaire est facile, & sans difficulté, aux experts en la nature des nombres radicaux (la cognoissance desquels est necessaire, veu que sans la mesme l'on se tourmente en vain en ceste matiere) il reste encore de dire qu'elle est la cause de l'obscurité dudict dixiesme livre: Il faut doncques sçavoir, que les inventeurs des propositions du mesme, se proposoyent nombres binomiaux, & par les qualitez qu'ilz trouvoyent en leurs noms (lesquelles qualitez sont definies depuis la 45 definition, jusques à la 57 de nostre Arithmetique) ils ont descript des lignes de semblable qualité: Outre ce, par les operations des extractions des racines des nombres binomiaux (qui sont*

ſont deſcrites au 39 probleme de l'Arithmetique) ils ont colligé ſemblables extractions de racines d'icelles binomies lignes, & par les qualitez des racines de ceux-là, auſſi deſcript ſemblables qualitez de ceux cy. Par exemple ils ſe propoſoyent $\sqrt{}\,6 + 2$, *qui eſt binomie cincquieſme, par la 49 definition de l'Arithmetique, d'ou ils voyoient que la ligne longue de* $\sqrt{}\,6 + 2$ *pieds, eſtoit binomie ligne cincquieſme de ſemblable qualité: Puis extrayant racine dudict binomie nombre, ſelon la doctrine du 5 exemple du 39 probleme la trouvoyent de* $\sqrt{}$ bino. $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$ + $\sqrt{}$ bino. $1\frac{1}{2} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, *d'ou ils cogneurent que la ligne de telle longueur eſtoit auſſi racine de ladicte binomie ligne, & pour les qualitez qu'ils voyoient en icelle racine de binomie nombre (qui ſont que le produict de ſes parties, comme* $\sqrt{}$ bino. $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, *par* $\sqrt{}$ bino. $1\frac{1}{2} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, *eſt nombre Arithmetique, à ſçavoir 1. Item que la ſomme des deux quarrez deſdictes deux parties, eſt racine de ſimple nom à ſon quarré incommenſurable, à ſçavoir* $\sqrt{}\,6$, *comme nous avons dict à la* NOTA *dudict 5 exemple du 39 probleme) ils concluoyent ſemblables qualitez en ceſte ſa reſpondante racine de binomie ligne: Or cecy leur eſtant ainſi notoire en toutes les douze eſpeces de binomies lignes, & de leurs racines, ils en ont deſcript diverſes propoſitions: Mais ils en ont detenu les nombres, qui leur avoyent eſté guide aſſeurée, pour comprendre parfaictement la proprieté d'icelles lignes, ſans leſquels nombres, ils ne pouvoient rien effectuer, & nous ont ainſi laiſſé ces lignes imparfaictes: Ie di imparfaictes, parce que les multinomies nombres ſont inſeparables de multinomies lignes, veu que nulle ligne n'eſt par ſoy multinomie, mais en reſpect de quelque multinomie nombre explicant ſa quantité, car une meſme ligne ſe peut dire en quelque ville de 5 pieds, laquelle ſera en une autre peut eſtre, de* $4 + \sqrt{}\,2$ *pieds: De ſorte qu'il leur eſtoit beaucoup plus facile d'inventer & deſcrire ces lignes, qu'a autres entendre leurs propoſitions; De laquelle imperfection s'eſt inſuivi, que l'on n'a ſceu operer en ces lignes, ſelon ce qui eſtoit le but de leur deſcription, comme couper lignes proportionellement ſelon la raiſon donnée, non ſeulement de laquelle les termes ſont nombres Arithmetiques, comme veullent les exemples de la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide, ne point ſatisfaiſans à la propoſition, mais de nombres radicaux & multinomies quelconques, & puis claire & parfaicte extraction de toutes racines des multinomies lignes, comme des nombres. Parquoy ces Mathematiciens ſemblent aucunement avoir leurs raiſons, confeſſans ne leur pouvoir animadvertir aucune utilité audict dixieſme livre, veu que l'on n'y traicte point abſoluement, mais le tout par maniere d'obſcurs enigmes, & cela à cauſe (comme nous avons dict) que les inſeparables nombres ne leur ſont pas ajoincts. Mais pourquoy les ont ils ainſi detenuz, plus que d'autres propoſitions Geometriques, ayans meſtier de nombres Arithmetiques? Certes je ne voy autre raiſon, ſinon qu'ils ne les tenoyent pas pour nombres, ains pour quantitez irrationelles, irregulieres, inexplicables, ſourdes, abſurdes, & pas dignes d'eſtre citées en propoſitions Mathematiques: Mais parce que nous avons refuté en ſon lieu ceſte irrationelle, irreguliere, inexplicable, ſourde & abſurde opinion, & que nous eſperons en temps oportun d'affermer plus amplement par la 4 theſe de noz theſes Mathematiques, que ces nombres ſont en parfection & excellence, un des grands Myſteres de la Nature, à la parfaicte comprehenſion duquel elle n'a voulu faire capable tous entendemens; Telle fauſſe perſuaſion n'a empeſché noſtre concept, ains au contraire, le vray ſentiment nous a (ſelon la nature du vray, duquel ne procede que vray) conduict à la cognoiſſance, de ce que nous cherchions, à ſçavoir de la generale deſcription deſdictes incommenſurables grandeurs, non pas ſeulement des douze binomies lignes & leurs racines, comme audict dixieſme livre, mais de millenomies lignes & de leurs racines de racines juſques en infini, comme apparoiſtra au traicté ſuivant. Quant à ce que quelcun nous pourroit accuſer, d'avoir outrecuidéement meſpriſé le dixieſme livre d'Euclide, certes il pourroit juger ſelon les humeurs, mais pas ſelon la devotion, & humble affection que nous portons touſiours à la venerable antiquité, la diligence & travail de laquelle a deſcouvert à ſes ſucceſſeurs la fontaine de pluſieurs ſingulieretez; Car, à fin de confeſſer le vray, quelle choſe nous euſt eſmeu, de traicter des incommenſurables grandeurs, ſi leur devancement ne nous euſt pas enhorté, de cercher ceſte matiere à la ſource d'ou ils l'avoyent? peut eſtre que rien. Au ſecond, quand l'opinion de quelque perſonne, differe de celle d'un autre, comment pourroit il mieux manifeſter leur difference, que par equitables raiſons des diverſitez conſiſtentes en eux? Nous les laiſſerons doncques dire, parachevans cependant ſelon noſtre pouvoir, ce qui ſera utile à la commune. Mais (me dira quelcun) quelle peut eſtre l'utilité de ceſte matiere? veu que les choſes qui ſont à meſurer ou partir aux negoces des hommes, n'ont point de meſtier de ceſte extreme parfection, ſelon la raiſon des nombres radicaux propoſez, par ce que nous trouvons en leur lieu, nombres Arithmetiques ſi peu differens d'iceux radicaux, qu'il ne pourra monter partie viſible, voire es maieures matieres corporelles données. nous luy reſpondons, que l'on pourroit dire pareillement, pourquoy les operations de la Geometrie, comme les elemens d'Euclide, ſont faictes par l'extreme parfection? Mais comme cela ne ſemble pas digne de reſponce, à cauſe des abſurditez ſuivantes de ſon contraire (car telles parfaictes operations, donnent parfaictes intelligences; qui ſont cauſes des parfaicts & admirables effects que produict la Mathematique) ainſi de ceſtuy cy.*

ARGV-

ARGVMENT.

Ce traicté aura deux parties, l'une de 5 definitions. L'autre de l'operation, contenant 3 problemes.

Apres le susdict suyvera une Appendice declarant sommairement le contenu du Dixiesme livre d'Euclide.

PREMIERE PARTIE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS, QVI EST DES DEFINITIONS.

Veu que les plus propres definitions, sont celles qui expliquent le mieux l'essence du defini, & que l'incommensurance des grandeurs, est trouvée, & seulement notoire par les nombres, nous userons des nombres en ces definitions, comme le plus commode instrument à tel effect. Il est vray qu'Euclide en sa 2e proposition du 10e livre, dict ainsi : *Si de deux grandeurs inegales données, l'on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente : Telles grandeurs sont incommensurables.* Mais combien ce theoreme est veritable, toutesfois nous ne pouvons cognoistre par telle experience, l'incommensurance de deux grandeurs proposées; Premierement parce qu'a cause de l'erreur de noz yeux & mains (qui ne peuvent parfaictement veoir & partir) nous jugerions à la fin, que tous grandeurs tant incommensurables que commensurables, fussent commensurables. Au second, encore qu'il nous fust possible, de soubstraire par action, plusieurs cent mille fois la moindre grandeur de la majeure, & le cõtinuer plusieurs milliers d'annees, toutesfois (estant les deux nombres proposez incommensurables) l'on travailleroit eternellement, demeurant tousiours ignorant, de cequi à la fin en pourroit encore advenir; Ceste maniere donc de cognition n'est pas legitime, ains position de l'impossible, à fin d'ainsi aucunement declarer, ce qui consiste veritablement en la Nature ; ceste incommensurance doncques est seulement notoire par les nombres incommensurables; ce que Euclide sçachant forr bien, aussi que telle invention d'incommensurabilité n'estoit suffisante pour ses propositions suyvantes (car sa dixiesme proposition enseigne trouver grandeurs incommensurables par le moyen des nombres) il l'a expliqué à la 8e proposition legitimement selon les nombres, & ainsi le ferons nous en ceste premiere partie des definitions comme s'ensuit.

DEFINITION I.

Grandeurs incommensurables sont celles, desquelles les nombres les explicans sont incommensurables.

DEFINITION II.

Multinomie grandeur est celle, qu'on explique par multinomie nombre.

DEFINITION III.

Binomie grandeur est celle, qu'on explique par binomie nombre; & Trinomie grandeur, qu'on explique par trinomie nombre; & ainsi par ordre des autres.

DEFINITION IV.

Binomie ligne premiere est celle ; qu'on explique par binomie nõbre premier; Et binomie ligne seconde qu'on explique par binomie nõbre second; Et ainsi par ordre des autres jusques à la douziesme.

DEFINITION V.

Racine quarrée de ligne, est la ligne moyenne proportionelle entre la ligne donnée nombre expliquée, & la ligne respondante à l'unité de la donnée.

Fin de la premiere partie.

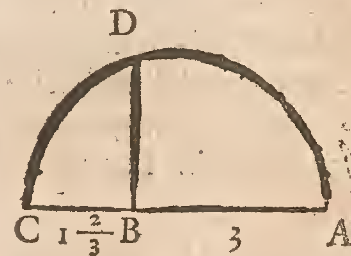
SECONDE PARTIE DES INCOMMENSURABLES GRANDEVRS DE L'OPERATION.

PROBLEME I.

Estant donnée ligne droicte, & deux nombres : Trouver une ligne droicte en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre.

EXEMPLE I.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{}$ 5 & 3. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{}$ 5 à 3. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui sont 9 & 5, puis on produira A B en C, ainsi que A B aye telle raison à B C, comme 9 à 5, puis se trouvera la ligne moyenne proportionelle entre A B, & B C, par la 13 proposition du 6e livre d'Euclide, qui soit B D.



Je di que B D est la ligne requise, ayant telle raison à la A B, comme $\sqrt{}$ 5 à 3. *Demonstration.* Posons que A B soit 3 ; Mais comme 9 à 5, ainsi (par la construction) A B 3 à B C, doncques B C, faict $1\frac{2}{3}$, mais le rectangle de A B 3, en B C $1\frac{2}{3}$ faict 5, pour le quarré de B D (car B D est moyenne proportionelle entre A B & B C par la construction) parquoy B D faict $\sqrt{}$ 5. Il y a doncques telle raison de B D, à A B, comme de $\sqrt{}$ 5 à 3, ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I.

Si l'on voulut poser pour A B quelque autre nombre que 3, on viendra tousiours à la mesme demonstration. Posons par exemple pour A B 9, & B C fera 5, & B D $\sqrt{}$ 45, lesquels 9 & $\sqrt{}$ 45, sont en la mesme raison que 3 à $\sqrt{}$ 5, car divisant l'un & l'autre par le commun diviseur 3, viendra 3 & $\sqrt{}$ 5.

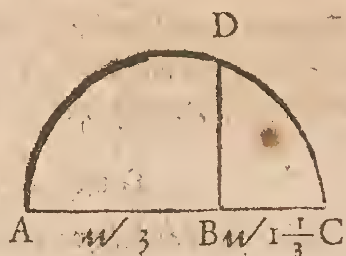
NOTA II.

Si les nombres donnez fussent $\sqrt{}$ 5 & $\sqrt{}$ 10, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme 10 à 5, quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

EXEMPLE II.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres

bres donnez $\sqrt{\sqrt{2}}$ & $\sqrt{\sqrt{3}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{\sqrt{2}}$ à $\sqrt{\sqrt{3}}$. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui sont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, puis on produira AB en C, ainsi que A B aye telle raison à B C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$ (qui se fera par le moyen du precedent premier exemple) puis on prendra la ligne moyenne proportionelle entre A B & B C, par la 13 proposition du 6e livre d'Euclide qui soit B D.



Je di que B D est la ligne requise, ayant telle raison à la A B, comme $\sqrt{\sqrt{2}}$ à $\sqrt{\sqrt{3}}$. *Demonstration.* Posons que A B soit $\sqrt{\sqrt{3}}$, mais comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, ainsi (par la construction) A B $\sqrt{\sqrt{3}}$, à B C, doncques B C faict $\sqrt{\sqrt{1\frac{1}{3}}}$; Mais le rectangle de A B $\sqrt{\sqrt{3}}$, en B C $\sqrt{\sqrt{1\frac{1}{3}}}$ faict $\sqrt{2}$, egal au quarré de B D, parquoy B D fait $\sqrt{\sqrt{2}}$; il y a doncques telle raison de B D à A B, comme de $\sqrt{\sqrt{2}}$, à $\sqrt{\sqrt{3}}$; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

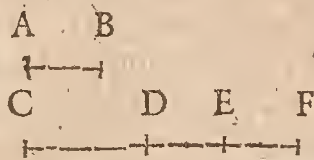
Si les nombres donnez fussent $\sqrt{\sqrt{2}}$, & 4, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C (par le moyen du premier exemple) ainsi que A B eust telle raison à B C, comme $\sqrt{2}$ a 16, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

Mais si les nombres donnez fussent $\sqrt{\sqrt{3}}$, & $\sqrt{5}$, l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à BC, comme $\sqrt{3}$ a 5, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

Et si les nombres donnez fussent $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}$, & $\sqrt{\sqrt{\sqrt{6}}}$, l'on produiroit A B en C, par le moyen de ce second exemple, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme $\sqrt{\sqrt{3}}$, à $\sqrt{\sqrt{6}}$, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus. Et ainsi en racines de racines quelconques.

EXEMPLE III.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres donnez $\sqrt{10} + \sqrt{\sqrt{15}} + 2$, & $\sqrt{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{10} + \sqrt{\sqrt{15}} + 2$, à $\sqrt{7}$.



Construction. On trouvera par le premier exemple la ligne C D, en telle raison à la A B, comme $\sqrt{10}$ à $\sqrt{7}$, semblablement D E en telle raison à la A B, comme $\sqrt{\sqrt{15}}$, à $\sqrt{7}$, puis E F en telle raison à A B, comme 2 à $\sqrt{7}$.

Je di, que C F est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste par la construction.

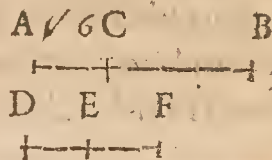
NOTA.

Mais s'il y eust eu aux donnez quelque nom avec —, par exemple $\sqrt{10} + \sqrt{\sqrt{15}} - 2$, & $\sqrt{7}$, on trouveroit les noms comme dessus, mais le dernier nom E F, ne se adjousteroit pas à la C E comme dessus, mais se couperoit de la mesme, comme en ceste figure; de sorte que C F seroit la ligne requise.

C FD E

EXEMPLE IV.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{3} + \sqrt{5}$, & $\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{3} + \sqrt{5}$, à $\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$. *Construction.* Posons que AB face $\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$, & coupons de la mesme quelque son nom (par le suyvant 2 probleme) qui soit A C, faisant $\sqrt{6}$. Puis se trouvera la ligne D E, (par le 1 exemple) en telle raison à la A C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{6}$, puis la ligne E F, en telle raison à la A C, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$.



Je di que D F est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste par les precedens.

EXEMPLE V.

Explication du donné. Soit donné la ligne A & nombres donnez $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ & $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A, cõme $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ à $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Construction.* On convertira les nombres rompuz donnez, en multinomies nombres entiers de la mesme raison des donnez, les multipliant par croix c'est à dire $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ par $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, faict $\sqrt{6} + \sqrt{12} + 3 + \sqrt{18}$. Puis $\sqrt{5} + \sqrt{7}$ par $\sqrt{2} + \sqrt{5}$, faict $\sqrt{10} + 5 + \sqrt{14} + \sqrt{35}$.

A

B

Puis se trouvera par le precedent 4e exemple la ligne B en telle raison à la A, comme $\sqrt{6} + \sqrt{12} + 3 + \sqrt{18}$, à $\sqrt{10} + 5 + \sqrt{14} + \sqrt{35}$. Je di que B est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste.

EXEMPLE VI.

Explication du donné. Soit donné la ligne A, & nombres donnez $\sqrt{}$ *trino.* $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$, & $\sqrt{3} + \sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A, comme $\sqrt{}$ *trino.* $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$, à $\sqrt{3} + \sqrt{2}$. *Construction.* On trouvera la ligne B, par le 4e exemple, en telle raison à la A, comme $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$, à $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, Puis on prendra la racine quarrée de ladicte B, par le suyvant 3e probleme laquelle soit C. Je di, que C est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste.

A

B

C

Conclusion. Estant doncques donnée ligne droicte, & deux nombres, nous avons trouvé une ligne droicte en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre, ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE I.

Il est manifeste par les precedens, comment l'on pourra faire une multinomie ligne, conforme au multinomie nombre donné, sans prescripte mesure. Par exemple, l'on veut faire quelque multinomie ligne de $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$; Ie mects quelque ligne à plaisir A B, posant qu'elle valle $\sqrt{6}$, puis je trouve à la mesme, la ligne B C, par le 1 exemple, en telle raison à la A B, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$, puis C D, en telle raison à A B, comme $\sqrt{7}$ à $\sqrt{6}$; & la ligne A B C D, sera la multinomie ligne conforme au nombre donné.

A B C D

COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra faire une multinomie ligne selon quelque son nom donné. Par exemple l'on veut faire une multinomie ligne de $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

√ 7 + √ 2, de laquelle le nom √ 5 est A B. L'on trouvera B C, en telle raison à A B, comme √ 7, à √ 5, puis C D, en telle raison à A B, comme √ 2, à √ 5.

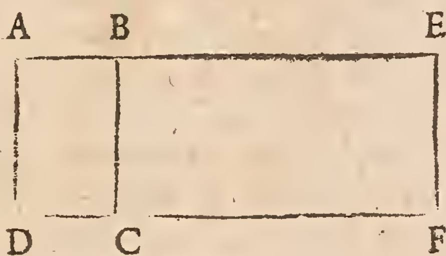


Corollaire III.

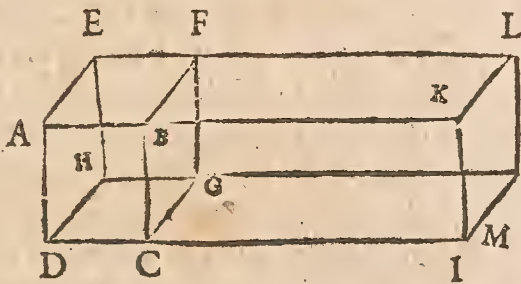
Il appert qu'on pourra faire une binomie ligne selon quelque mesure donnée. Ie prens que l'on eust requis au 3 exemple une multinomie ligne de √ 10 + w√ 15 + 2, de telle longueur comme A B faict √ 7, & nous dirions que C F est la ligne requise.

Corollaire IV.

Il est manifeste, comment on poutra faire une multinomie superfice, ou multinomie corps, conforme aux multinomies lignes des precedens trois Corollaires. Prennons en quelque exemple semblable à celuy du troisiesme Corollaire, & soit la mesure donnée le parallelogramme A B C D, duquel la superfice soit √ 3 & le multinomie nombre donné √ 8 + w√ 17 + 4 — √ 7. On produira quelque costé comme A B, jusques en E, ainsi que B E, aie telle raison à la A B, comme √ 8 + w√ 17 + 4 — √ 7, à √ 3, & puis l'on parfera le parallelogramme B E F C. Et est manifeste par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide, que le mesme parallelogramme B E F C sera le parallelogramme requis.



Mais si la mesure donnée fust le parallelepipede A B C D E F G H, duquel la quantité fust √ 3, & le multinomie nombre donné √ 8 + w√ 17 + 4 — √ 7, L'on produiroit quelque costé comme D C, jusques a I, ainsi que C I auroit telle raison a D C, comme √ 8 + w√ 17 + 4 — √ 7, a √ 3, & puis l'on parferoit le parallelepipede B K I C F L M G, & est manifeste par la 1 proposition du 6e livre, & la 25 proposition de 11 livre d'Euclide, que ledict parallelepipede seroit le requis.



Probleme II.

De la ligne droicte donnée, couper partie requise.

Nota. Ce probleme est la 9 proposition du 6 livre d'Euclide, la ou la requise partie aux exemples de la mesme, est tousiours expliquée par nombres Arithmetiques; Mais l'on peut aussi bien requirer partie à la ligne donnée incommensurable, que commensurable, nous descrirons doncques icy pour parfection d'icelle proposition, la maniere de couper partes incommensurables. *Explication du donné & requis.* Soit la ligne donnée A B, de laquelle il faut couper sa √ $\frac{1}{3}$. *Construction.* On menera du point A, quelque ligne A C, faisant quelque angle B A C, posant que la mesme A C face √ 3, nominateur donné; puis l'on trouvera A D (par le precedent 1 probleme) en telle raison à A C, comme √ 1 numerateur donné, à √ 3 nominateur donné, puis se menera la ligne C B, & sa parallele D E. Je di que A E est la requise √ $\frac{1}{3}$ de la donnée A B. *Demonstration.* La ligne A D a telle raison à la ligne A C, comme √ 1, à √ 3, par la construction; mais comme A D a A C, ainsi A E a A B, par la 12 proposition du 6 livre d'Euclide; Doncques A E a telle raison a A B, comme √ 1 a √ 3, parquoy A E est √ $\frac{1}{3}$ de A B; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques coupé partie requise de la ligne donnée; ce qu'il falloit faire.



Nota I.

Si l'on eust voulu couper de la ligne A B cy dessus, sa $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}+\sqrt{5}}$, l'on diroit A C faire √ 7 + √ 6 + √ 5, & de la mesme se couperoit la ligne A D, faisant √ 2 + √ 3, puis menant les paralleles CB & D E comme dessus, l'on auroit le requis.

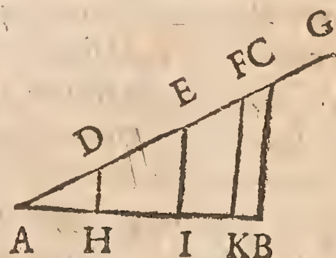
Mais si l'on eust voulu couper de ladicte ligne A B, sa $\frac{\sqrt{\text{bino}}\,\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{\text{trino}}\,\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, l'on diroit A C faire √ *trino.* √ 6 + √ 5 + √ 2, & de la mesme se couperoit la ligne A D (laquelle se trouveroit par le 6 exemple du premier probleme) faisant √ *bino.* 5 + √ 5, puis menant les paralleles C B & D E comme dessus, l'on auroit le requis.

Nota II.

Il faut que le nominateur du nombre donné, soit tousiours majeur que le numerateur, par exemple si quelcun requiroit d'avoir coupé d'une ligne sa $\frac{3}{2}$, ou √ $\frac{5}{4}$, ce seroit petition de l'impossible, veu que toute partie est moindre que son entier.

Corollaire I.

Il est manifeste par ce probleme, comment l'on trouvera les noms de toute multinomie ligne donnée, par exemple de A B faisant √ 8 + 3 + w√ 15 + √ 10 — √ 5. Car l'on feroit quelque multinomie ligne (par le premier Corollaire du premier probleme) conforme au multinomie nombre donné, laquelle soit A C, les noms de laquelle soyent A D √ 8, D E 3, E F w√ 15, F G √ 10, G C √ 5, puis on menera la ligne C B, & ses paralleles F K, E I, D H, de sorte que A H √ 8, H I 3, I K w√ 15, K B √ 10 — √ 5 seroyent les noms requis.



Corollaire II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra couper toute superfice & corps, conforme à la maniere de section de la ligne A B, du precedent premier Corollaire, comme nous avons faict le semblable aux Corollaires du precedent premier probleme.

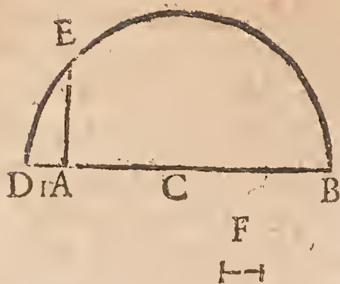
Probleme III.

Estant donnée ligne nombre expliquée: Trouver sa racine quarrée.

Explication du donné. Soit donnée la ligne A B, de laquelle la quantité soit √ 8 + w√ 15 + w√ 255 + 4 — w√ 80. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On coupera par le precedent 2 probleme, quelque nom de la ligne donnée A B, soit

 AC,

A C, respondant à √ 8. Puis on trouvera par le 1 probleme quelque ligne droicte en telle raison à la A C, comme 1 à √ 8, qui soit la ligne A D, Puis se trouvera par le 13 probleme du 6e livre d'Euclide, la ligne moyenne proportionelle entre D A & A B, qui soit A E. Je di que A E est la racine quarrée requise de A B. *Demonstration.* Veu que A E est la moyenne ligne proportionelle entre la ligne donnée A B, & la D A, respondante à l'unité de ladicte A B, s'ensuit par la precedente 5e definition, que A E est la racine quarrée de A B; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné ligne nombre expliquée, nous avons trouvé sa racine quarrée, ce qu'il falloit faire.



NOTA I.

Il est manifeste par ce probleme comment on trouvera de la ligne donnée toute racine quarrée de racine quarrée, jusques en infini; Par exemple, pour avoir la racine de racine de la ligne A B cy dessus, on trouvera la ligne moyenne proportionelle entre D A, & AE, qui soit F, doncques F est la racine quarrée de racine quarrée de A B. Et de mesme sorte se pourroit trouver la ligne moyenne proportionelle entre D A, & F, qui seroit racine de racine de racine, de A B, & ainsi on pourroit proceder en infini.

NOTA II.

Quant aux extractions des racines cubiques, & autres operations des mesmes qui se rencontrent en nombres, nous les sçaurions legitimement imiter en grandeurs, si l'on sçeut trouver geometriquement deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes donnees, car racine cubique de ligne, c'est la consequente de deux lignes moyennes proportionelles, entre la ligne donnée, nombre expliquée, & la ligne respondãte à l'unité de la donnée. Vray est que si l'on se voulust contenter (comme a faict Archimede en sa description de la sphere & cylindre, & autres) des inventions de deux lignes moyennes proportionelles, par quelque maniere des inventions de Platon, Heron, Phylon Bysantin, Appollone, Diocle, Pappe, Spore, Menechme, Archite, Eratostene, ou Nicomede, l'on pourroit proceder de mesme ordre en racines cubiques, comme nous avons faict cy dessus en racines quarrees: Et le semblable s'entendra d'autres racines quelconques, comme de quinte, sexte quantité, &c. lesquelles se trouvent generalement par l'instrument d'Eratostene, mais nous n'en donnons point des exemples, parce qu'estant cognues telles racines, la reste est notoire par ce qui en est dict cy dessus.

Il est aussi à considerer, qu'estant composé quelque multinomie ligne de racines cubiques ou autres avec racines quarrees, ou nombre Arith. que l'on peut souvent parfaictement operer par icelles. Par exemple estant quelque multinomie ligne A B, de √ 7 + √5 + √③4, de laquelle soit cogneu le nom A C de √ 7, l'on peut aussi trouver les deux autres noms, car coupant de la C B, la ligne C D, en telle raison à le A C, comme √ 5 à √ 7, la reste D B sera le nom de √ ③4. Item si quelque multinomie ligne fust de √ 2 + √ ③ 5 + √ ⑤7, & que le nom √ 2 fust cogneu, il est notoire qu'on pourra extraire legitimement racine quarrée de telle ligne, & ainsi de plusieurs autres semblables.

NOTA III.

Nous avions promis au commencement de ce traicté, d'exhiber la maniere des constructions des douze binomies lignes avec leurs racines descrites au 10e livre d'Euclide, ce que nous avons abondamment faict aux trois precedens problemes, non seulement de binomies, mais de noms en multitude infinie; Toutesfois nous donnerons en plus grande evidence, encore un exemple propre de binomie ligne cincquiesme, par la construction de laquelle toutes les autres seront encore plus manifestes en ceste sorte: *Il y a quelque ligne A, faisant √ 3, l'on requiert une binomie ligne cincquiesme, divisee en ses noms, de √ 12 + 2, à sçavoir telle √ 12 + 2, comme A faict √ 3; Puis l'on veut que de telle binomie ligne s'extraict racine quarrée, & que la mesme racine soit divisée, en les parties de laquelle elle est composée.* L'on trouvera par le precedent premier probleme la ligne BC, en telle raison à la ligne A, comme √ 12 à √ 3, puis la ligne C D, en telle raison à la A, comme 2 à √ 3, & B C D, sera la binomie ligne requise. Puis se tirera sa racine par le 3 probleme, qui soit E F. Or à fin de diviser ceste racine E F en les parties de laquelle elle est cõposée, j'extrais premierement racine quarrée du nombre √ 12 + 2, qui est (par le 39 probleme de nostre Arithmetique) √ *bino.* √ 3 + √ 2 + √ *bino.* √ 3 — √ 2. Il faut doncques que l'une partie de ceste ligne soit de √ *bino.* √ 3 + √ 2, & l'autre √ *bino.* √ 3 — √ 2, parquoy divisée la ligne E F, par le second probleme en G, ainsi que E G, aye telle raison à G F, comme √ *bino.* √ 3 + √ 2, à √ *bino.* √ 3 — √ 2, l'on aura le requis. Nous pourrions donner semblables exemples de toutes les autres onze binomies lignes, qui sont descrites audict 10e livre d'Euclide. Mais veu que le progres est en toutes le mesme, voire non pas seulement en ces 12 binomies lignes, mais en infinies autres, ce seroit inutile perdition de temps. Voila doncques ce que nous avions promis.

Fin de la seconde partie.

APPENDICE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS.

En laquelle est sommairement declaré, le contenu du Dixiesme Livre d'Euclide.

COMBIEN qu'au precedent semble assez declaré, ce que nous avions conceu à descrire des Incommensurables Grandeurs; Toutesfois voyant que par solide fondament tout le Dixiesme livre d'Euclide (contenant selon Bartholome Zambert Venetien 118 propositions, desquelles les 94 sont Theoremes, & 24 Problemes) estoit manifeste au premier regard, j'en ay voulu descrire ceste Appendice.

DISTRI-

DISTRIBVTION DES CXVIII. PROPOSITIONS DV X^e. *Livre d'Euclide, en tel ordre comme elles seront declarees en ceste Appendice.*

CONSIDERANT les qualitez des susdictes 118 propositions, nous les avons distingué en trois parties, lesquelles descrirons cy apres distinctement. La premiere partie contiendra 30 propositions telles 1e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. & sont celles qui servent pour preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes, & de leurs racines.

La seconde partie contiendra 17 propositions telles la 48^e. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. & sont tous problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines.

La troisiesme partie contiendra 71 propositions telles; la 36^e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. & sont tous theoremes demonstrans quelques proprietez des douze binomies lignes & de leurs racines.

LA PREMIERE PARTIE DE L'APPENDICE.

LES 30 propositions que nous avons comprins en ceste premiere partie, comme preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes & de leurs racines sont (comme dessus dict est) la 1^e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. desquelles la 1e. 5. 6. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 16. sont manifestes, & la plus part d'icelles consiste en communes sentences, comme par exemple la 12 proposition qui est telle:

Grandeurs qui à une mesme grandeur sont commensurables, sont aussi entre elles commensurables.

Quant aux propositions là où il y a faict mention de nombres, comme ceste cincquiesme:

Grandeurs commensurables, ont telle raison entre elles, comme nombre à nombre.

Par les mots *comme nombre à nombre*, il faut entendre comme nombre Arithmetique à nombre Arithmetique. Car l'un des deux nombres incommensurables, n'y est pas tenu pour nombre, ce que nous avons refuté soubs la 31e definition de l'Arithmetique.

Quant aux autres propositions de ceste premiere partie, comme la 2e. 3. 4. 10. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. la 2e est telle:

Si de deux grandeurs inegales donnees, on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente; Telles grandeurs sont incommensurables. Nous en avons dict cy devant, à sçavoir que c'est position de l'impossible, à fin que le possible s'entendroit plus facilement.

La troisiesme & quatriesme proposition sont problemes semblables à la precedente 2e proposition, à sçavoir par lesquelles on enseigne l'invention de la commune mesure de deux & trois grandeurs commensurables, sans nombres, c'est à dire par l'impossible, à fin d'ainsi declarer aucunement le possible.

La 10e proposition est telle:

A la proposée ligne droicte, Trouver deux lignes droictes incommensurables, l'une en longueur seulement, l'autre aussi en potence.

Or si on adjouste à l'explication de ceste proposition tous les propres nombres y diffaillans, la chose sera notoire.

Et semblablement seront notoires les propositions 17e. 18. 29. 30. 31. 32.

La 19. proposition est telle:

Le rectangle contenu soubs deux lignes rationelles en longitude commensurables selon aucune desdictes manieres, sera rationel.

C'est à dire selon nostre maniere:

Le rectangle contenu soubs deux lignes expliquees par nombres commensurables, selon aucune desdictes manieres, s'expliquera par nombre Arithmetique.

Comme par exemple, si l'un costé d'un rectangle fust 2, & l'autre 3, qui sont commensurables, la superfice s'expliquera par 6, qui est nombre Arithmet. Ou bien, si l'un costé fust $\sqrt{}$ 3, & l'autre $\sqrt{}$ 12, qui sont commensurables par le 20e probleme de l'Arithmetique, la superfice s'expliquera par 6, qui est aussi nombre Arithmetique. Ou si l'un coste fust $\sqrt{\sqrt{}}$ 2 & l'autre $\sqrt{\sqrt{}}$ 8, qui sont commensurables selon les conditions qui precedent à ladicte 19 proposition, la superfice s'expliquera par nombre Arithmetique 2.

NOTA.

Il y a encore infiniz tels rectangles d'autres especes de lignes, pas comprins en ceste proposition. Par exemple le rectangle contenu soubs $\sqrt{\sqrt{}}$ 8, & $\sqrt{\sqrt{}}$ 32, sera 2. Item le rectangle contenu soubs $\sqrt{\sqrt{\sqrt{}}}$ 8, & $\sqrt{\sqrt{\sqrt{}}}$ 8192, sera 2, &c.

La 20e proposition est la converse de la 19e.

La 21e proposition est telle:

Le rectangle contenu soubs deux lignes droictes, desquelles les potences seulement sont commensurables, est irrationel, & la ligne le pouvant, est irrationelle, & s'appelle linea media.

Comme si l'un costé d'un rectangle fust $\sqrt{}$ 3, & l'autre $\sqrt{}$ 2, (desquelles les potences seulement sont commensurables) la superfice (à sçavoir le produict de $\sqrt{}$ 3 & $\sqrt{}$ 2) sera $\sqrt{}$ 6. Et ledict rectangle converti en un quarré le mesme quarré aura son costé (qui est la ligne pouvant le rectangle) de $\sqrt{\sqrt{}}$ 6, lequel costé ou laquelle ligne selon Euclide, est irrationelle, & l'appelle *linea media.*

NOTA.

Nous mettons icy les noms de quelques lignes & superfices en Latin, parce qu'ils ne sont en François guerres en use, aussi qu'ils n'y semblent fort necessaires. Par exemple pour signifier la racine de douziesme binomie ligne, elle se dict *Cum medio medium totum efficiens.* Dont le sens est, que c'est une ligne au quarré moyen de laquelle ajousté le quarré moyen de quelque certaine autre ligne, fera l'entier rectangle moyen.

La 22e proposition est la converse de la 21.

La 23e proposition est telle:

La ligne commensurable à linea media *est aussi* linea media.

La demonstration (veu que les lignes sont en la mesme

mesme raison que leurs nombres) est manifeste par le 1 Corollaire du 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

La 24[e] proposition est telle:

Le rectangle comprins soubs deux lineis mediis *en longitude commensurables, s'appelle* rectanglum medium.

Comme si l'une *linea media* fust $\sqrt{2}$ & l'autre à luy commensurable $\sqrt{32}$ (car elles sont en double raison) la superfice (car multipliant $\sqrt{2}$ par $\sqrt{32}$ faict $\sqrt{8}$) sera $\sqrt{8}$, & telle superfice s'appelle par Euclide *Rectangulum medium.*

La 25 proposition est telle:

Le rectangle comprins soubs deux lineis mediis *desquelles les potences seulement sont commensurables sera* rectangulum rationale *ou* medium.

Comme si l'une *linea media*, d'un rectangle fust $\sqrt{2}$, & l'autre $\sqrt{8}$ (desquelles les potences sont commensurables, car elles sont en raison double) la superfice (car multipliant $\sqrt{2}$ par $\sqrt{8}$ faict 2) sera 2, laquelle superfice Euclide appelle *rationale.* Mais si l'une *linea media*, d'un rectangle fust $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{12}$ (desquelles, les potences sont aussi commensurables, car elles sont en raison double) la superfice (car multipliant $\sqrt{3}$ par $\sqrt{12}$ faict $\sqrt{6}$) sera $\sqrt{6}$, laquelle superfice Euclide appelle *Medium.*

La 26 proposition est telle:

Soubstraict mediale *de* mediali *la reste sera rectangulum irrationale.*

Soit quelque *mediale* $\sqrt{32}$, & soubstrayons du mesme un *mediale* premierement à luy commensurable, comme $\sqrt{2}$, & restera un rectangle de $\sqrt{18}$, qui (selon Euclide) est *irrationale.* Mais si de $\sqrt{32}$, on soubstraict quelque rectangle à luy incommensurable, comme $\sqrt{3}$, la reste sera rectangle de $\sqrt{32} - \sqrt{3}$, lequel selon Euclide est aussi *irrationale.*

SECONDE PARTIE DE L'APPENDICE.

Les 17 propositions que nous avons comprins en ceste seconde partie qui sont les problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines, sont la 48[e]. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. Des mesmes la 48. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. sont des constructions des douze binomies lignes, qui seroyent faciles, si l'on y appliquoit par tout en bon ordre leurs nombres inseparables: Mais veu que nous les avons descript cy devant par maniere plus briefve plus commode, & generale, & outre cela selon mesure donnée, ce qui ne se faict pas icy, nous n'expliquerons pas au long ces constructions.

Les propositions 27[e]. 28. 33. 34. 35. sont les constructions ou inventions des parties, desquelles se composent les racines des binomies lignes, à sçavoir:

La 27. proposition enseigne l'invention de deux *lineis mediis*, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 37 proposition du 10[e] livre d'Euclide) *ex binis mediis prima*, que nous appellons racine de seconde binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 74 proposition du 10 d'Euclide) *media apotome prima*, que nous appellons racine de huictiesme binomie ligne.

La 28 proposition enseigne l'invention de deux autres *lineis mediis*, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 38 proposition du 10 d'Euclide) *ex binis mediis secunda*, que nous appellons racine de troisiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 75 proposition du 10 d'Euclide) *media apotome secunda*, que nous appellons racine de neufiesme binomie ligne.

La 33 proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 39 proposition du 10 d'Euclide) *linea major*, que nous appellons racine de quatriesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 76 proposition du 10 d'Euclide) *linea minor*, que nous appellons racine de dixiesme binomie ligne.

La 34 proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 40 proposition du 10 d'Euclide) *rationale mediumque potens*, que nous appellons racine de cincquiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre, de la majeure, la reste sera (par la 77 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum rationali medium totum efficiens*, que nous appellons racine de onziesme binomie ligne.

La 35[e] proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 41 proposition du 10 d'Euclide) *bina media potens*, que nous appellons racine de sixiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre de la majeure, la reste sera (par la 78 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum medio medium totum efficiens*, que nous appellons racine de douziesme binomie ligne.

Nota I.

Nous ne descrivons pas icy au long ces constructions des racines de binomies lignes, veu qu'elles se peuvent expedier plus facilement par le precedent traicté.

Nota II.

La racine de premiere & septiesme binomie ligne, ne se descript pas cy dessus, parce que ce sont tousiours aussi binomies lignes, la construction desquelles Euclide avoit descript aux precedens.

TROISIESME PARTIE DE L'APPENDICE.

Les 71 propositions que nous avons comprins en ceste troisiesme partie, qui sont theoremes de quelques proprietez des 12 binomies lignes & de leurs racines, sont la 36[e]. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. des mesmes les douze, à sçavoir la 36. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. demonstrent, que si l'on compose & soubstraict les lignes des propositions 27. 28. 33. 34. 35. comme nous avons dict à la precedente seconde partie de l'Appendice, que tels conjoincts & restes (y applicant encore la construction d'une binomie ligne & d'un apotome qui sont les racines de la premiere & septiesme binomie ligne) seront les douze racines des douxe binomies lignes, ce qui est notoire par ce que les lignes sont en la mesme raison & qualité que leurs nombres.

Les propositions 42[e]. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

83.84. demonstrent, que toutes les racines des douze binomies lignes, ne se peuvent diviser en autre poinct, qu'au mesme la ou elles sont divisées, tellement qu'alors les deux parties de la ligne, facent ensemble quelque espece de racine de binomie ligne. Et pour le declarer, nous descrirons & expliquerons la 42 proposition telle:

La binomie ligne se divise seulement à un poinct en deux noms.

Soit quelque binomie ligne A B, de $\surd 2 + \surd 7$, & le poinct de la division soit C, ainsi que A C faict $\surd 2$, & C B $\surd 7$. Puis soit D (s'il fust possible) quelque autre poinct, divisant A B en deux noms;

Doncques les nombres explicans les lignes AD & D B, seront autre binomie nombre, egal au binomie nombre donné, ce qui est contre le premier theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique. Doncques la binomie ligne se divise seulement à un poinct en deux noms. Et semblable sera la demonstration des propositions 43e. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

A $\surd$2 C D $\surd$7 B

La 54e proposition est telle:

Si quelque superfice est continue soubs une ligne rationelle, & une binomie ligne premiere: La ligne pouvant telle superfice, sera binomie ligne.

Soit la superfice A B C D, contenue soubs la ligne rationelle (comme l'appelle Euclide) A B 2, & soubs la binomie ligne premiere A D $3 + \surd 5$, leur produict pour la superfice sera $6 + \surd 20$, duquel la racine (pour la ligne pouvant telle superfice) est (par le 1 exemple du 39e probleme de l'Arithmetique) $\surd 5 + 1$, qui est binomie ligne comme dict est en la proposition.

A 2 B
D C

La raison de la consequence du theoreme est notoire (veu que les grandeurs sont entre elles en la mesme raison que leurs nombres) par le 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique, la ou il est demonstré, que si on multiplie ou divise multinomie nombre par nombre Arithmetique, le produict ou quotient sera multinomie nombre de mesme multitude de noms & de mesme ordre, comme le multinomie multiplié ou divisé. Et semblable sera la demonstration des propositions 55e. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114.

Les propositions 60e. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. sont les converses des douze precedentes.

La 66e. proposition est telle:

La ligne commensurable à une binomie ligne, est aussi binomie ligne & de mesme ordre.

Soit binomie ligne A B $3 + \surd 2$, & une autre ligne comme C D, qui soit commensurable à la A B, comme son double, & sera de $6 + \surd 8$. Or que C D est du mesme ordre que A B, est manifeste par la 4e definition du precedent traicté, car & l'une & l'autre est binomie ligne quatriesme en l'ordre.

A $3 + \surd 2$ B   C $6 + \surd 8$ D

Et semblable sera la demonstration des propositions 67e. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117.

La raison de la consequence du theoreme est notoire par ledict 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

NOTA.

La 105e & 106e propositions sont en nostre exemplaire les mesmes, ce que sont aussi la 116e & 117e.

La 108 proposition est telle:

D'un rectangle rationali, *soubstraict un rectangle* medium, *la ligne pouvant la reste sera* Apotome, *ou* linea minor.

Soit d'un rectangle *rationali* 3, soubstraict un rectangle *medium* $\surd 5$, la reste sera une superfice de $3 - \surd 5$, & la ligne pouvant ceste superfice (c'est à dire la racine quarrée de $3 - \surd 5$) sera apotome, par le 7 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique, parce que $3 - \surd 5$ est septiesme binomie ligne. Mais si tel rectangle restant fust dixiesme binomie comme $5 - \surd 12$, c'est manifeste que la racine du mesme sera racine de dixiesme binomie ligne, qui est selon Euclide, *linea minor*.

NOTA.

La raison pourquoy la ligne pouvant la reste, ne peut estre autre ligne que l'une de ces deux, est que soubstraict *mediale* de *rationali*, il n'y peut rester autre superfice que celle de laquelle les nombres sont septiesme ou dixiesme binomie en l'ordre.

Et semblable sera la demonstration des propositions 109e. 110. 71. 72.

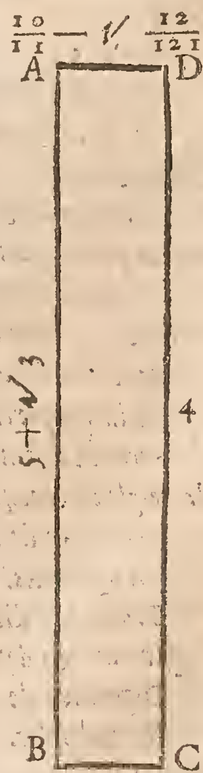
La 112e proposition est telle:

Quod ex rationali ad irrationalem eámque ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen, cujus nomina commensurabilia sunt nominibus ejus, quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur, eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

Le sens est tel:

Si le rectangle fust expliqué par nombre Arithmetique, & que l'un costé fust binomie ligne conjoincte: l'autre costé sera binomie ligne disjoincte, de laquelle les noms seront commensurables, aux noms de la conjoincte, & entre eux en la mesme raison comme les noms de la conjoincte & la disjoincte sera telle en l'ordre des disjoinctes, comme la conjoincte en l'ordre des conjoinctes.

Soit le rectangle A B C D, expliqué par nombre Arithmetique comme 4, & l'un costé A B, soit binomie ligne conjoincte, à sçavoir $5 + \surd 3$. Puis divisant 4 par $5 + \surd 3$ donne quotient (par le 27 probleme de l'Arithmetique) pour la ligne A D, $\frac{10}{11} - \surd \frac{12}{121}$, laquelle A D, a toutes les conditions de la proposition: Premierement elle est binomie ligne disjoincte: Au second, ses noms sont commensurables aux noms de la conjoincte A B, car le nom $\frac{10}{11}$, & 5, sont tous deux nombres Arithmetiques, ergo commensurables. Et le nom $\surd \frac{12}{121}$, est au nom $\surd 3$, aussi commensurable, par le 20 probleme de l'Arithmetique, car ils sont en telle raison comme 2 à 11: Au tiers, il y a telle raison (par le 21e probleme de l'Arithmetique) de 5 à $\surd 3$, comme de $\frac{10}{11}$ à $\surd \frac{12}{121}$: Au quatriesme A D est telle binomie ligne en l'ordre des disjoinctes, à sçavoir l'onsiesme, comme A B, en l'ordre des conjoinctes, qui est la cincquiesme; Car la premiere binomie ligne se refere à la septiesme, & la seconde à la huictiesme, &c.



Et semblable sera la demonstration de la 113e proposition.

La 111e & 115 proposition sont manifestes.

La 118e proposition (laquelle aucuns estiment de n'estre pas la proposition d'Euclide) est telle:

Il nous faut demonstrer que la diagonale du quarré est incommensurable au costé.

La demonstration d'aucuns sur ceste proposition, est estimée par quelques autres (combien qu'elle se faict par diverses inductions & assez longues) pour debile,& pas fermement demonstrant le requis. Sa legitime demonstration est telle:

Comme 1 à √ 2, ainsi tout costé de quarré à la diagonale du mesme.
1 est à √ 2 incommensurable:
Ergo le costé est à la diagonale incommensurable.

Fin de l'Appendice.

THESES

MATHEMATIQVES.

These I.

QVe l'unité est nombre.

These II.

Que nombres quelconques peuvent estre nombres quarrez, cubiques, de quarte quantité, &c.

These III.

Que racine quelconque est nombre.

These IV.

Qu'il n'y a aucuns nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds.

These V.

Que nombres comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & semblables, ne font pas proportion Arithmetique.

These VI.

Que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. & semblables ne font pas proportion Geometrique, mais Arithmetique.

These VII.

Que nombres comme 153. 144. 136. & semblables ne font pas proportion Harmonique.

Nous avons traicté des susdictes Theses à la precedente Arithmetique, au commencement puis page 8. 9.

L'heure & lieu de leur expedition se declarera à temps oportun.

TABLE

DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE d'Arithmetique selon l'ordre qu'elles sont descrites.

TABLE

DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE d'Arithmetique selon l'ordre de l'A B C.

Multi-

Fin de la Table.



DEVXIESME VOLVME TRAITANT DE LA COSMOGRAPHIE.

Contenant III *parties, assavoir,*

I. La Doctrine des Triangles,

II. La Geographie,

III. L'Astronomie.

Et premierement de la

DOCTRINE DES TRIANGLES,

Divisée en quatre Livres, qui sont,

I. *De la Construction des Tables.* II. *Des Triangles Plans.*
III. *Des Triangles Spheriques.* IV. *Des Problemes Spheriques Celestes.*

PREMIER LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE

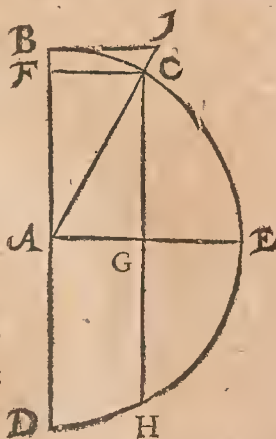
Qui est de la Construction des Sinus.

Definition I.

L'Arc d'un angle est partie d'un demi cercle entre les lignes de l'angle, descrit sur leur poinct de rencontre comme centre.



SOient AB, AC, deux lignes de l'angle BAC, & sur leur rencontre A comme centre, soit avec AB comme raid, descrit l'arc BC, lequel estant plus petit qu'un demi cercle, & denotant la grandeur ou ouverture dudit angle BAC, s'appelle arc de l'angle, lequel se formant de trois façons, à sçavoir du quart d'un cercle, plus petit, ou plus grand, nous descrirons pour declaration d'icelui sur le susdit poinct A, le demi cercle BCD, tirant le raid AE à angle droit sur BA. Ce qu'estant ainsi, l'arc de l'angle BC, est plus petit que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle aigu BAC. L'arc de l'angle CD, est plus grand que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle obtus CAD. Et l'arc de l'angle BE, du quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle droit BAE.



Albert Girard.

Sans ceux-là, il y a encor l'arc d'un angle renversé, ou angle convexe, qui est plus qu'un demicercle.

Definition II.

SInus est une ligne droite tirée du bout de l'arc de l'angle à angles droits sur le diametre.

Soit BC en la premiere definition l'arc d'un angle, premierement plus petit que le quart d'un cercle, à sçavoir de l'angle aigu BAC ; du bout d'icelui arc (de l'angle) C, tombe la ligne droite CF, à angles droits sur le diametre BD, la mesme CF s'appelle en langue Arabique, Sinus. Et par les precedentes raisons il faut entendre que CF est aussi sinus de l'angle obtus CAD; car selon la definition elle est la ligne droite ; du bout de l'arc (de l'angle) DC à angles droits sur le diametre BD, & nulle autre ligne droite de mesme longueur, ne peut tomber de C à angles droits sur BD, pour tenir l'angle CAD en ceste qualité. Il est aussi manifeste que AE est sinus de l'angle droit BAE.

DEFINITION III.

VErsé est partie du diametre entre l'extremité du sinus & de la circonference.

ALB. GIRARD.

L'Autheur, & aussi le premier traducteur avoyent escrit flesche de sinus (& aucunefois flesche) au lieu de versé qu'on appelle en Latin sinus versus *, tellement que j'ay recorrigé ce mot tout par tout. Car soit (en la figure de la 2 prop. suivante) un arc proposé* D G B *alors son sinus est* D E *, versé* E B*, corde* D F B *, flesche* F G*, ainsi que doresenavant* E B *versé, &* F G *flesche, n'auront plus un mesme nom, comme il appartient és choses differentes; tellement que* E B *est versé de l'arc* D B *, mais flesche, de l'arc double à* D B *: & en la figure precedente* F B *est versé de l'arc* B C*, &* F D *de l'arc* C D.

DEFINITION IV.

L'Arc de complement, est la difference entre un arc proposé & le quart du cercle.

Soit B C un arc proposé, premierement plus petit que le quart du cercle B E: La difference entre eux deux comme C E, s'appelle arc de complement, à sçavoir, arc du complement B C. Soit secondement C D un arc proposé. & plus grand que le quart du cercle D E: La difference entre eux deux, comme C E, s'appelle arc de complement, à sçavoir, arc du complement de C D: & le mesme s'entendra de l'angle, en la suivante definition.

DEFINITION V.

L'Angle de complement est la difference entre un angle proposé & l'angle droit.

DEFINITION VI.

LE complement de demi cercle d'un arc, est un autre arc, qui joinct au susdit, fait le demi cercle, appellé aussi adjoinct.

Soit B C l'arc proposé, & joinct à icelui l'arc C D, tellemét qu'ils facent ensemble un demi cercle: L'arc conjoinct C D, s'appelle adjoinct ou complement de demi cercle de B C. Et par mesme raison B C est complement du demi cercle de D C: tellement que B C & C D sont adjoincts l'un de l'autre.

DEFINITION VII.

TAngente d'un angle, est la parallele de son sinus, touchant d'un extreme la peripherie, & de l'autre extreme la ligne de l'angle prolongée.

Soit C F sinus de l'angle B A C, comme dessus, & B I sa parallele; touchant d'un extreme B la peripherie du cercle, & de l'autre extreme I, la ligne de l'angle A C prolongée. Cela estant ainsi, B I s'appelle tangente de l'angle B A C, d'autant qu'elle touche la peripherie au poinct B. Et par mesme raison est notoire, que B I est tangente de l'angle obtus C A D, car elle est, suivant la definition, parallele de F C sinus du mesme angle obtus C A D, touchant d'un extreme B la peripherie en B, & de l'autre extreme I sa ligne de l'angle A C, prolongée en I.

DEFINITION VIII.

SEcante est la ligne de l'angle produite jusques à la tangente.

Comme A C, ligne angulaire de l'angle aigu C A B, ou de l'angle obtus C A D, produite jusques à I, à sçavoir la ligne A I, s'appelle Secante, à cause qu'elle coupe la circonferéce, à sçavoir celle de l'angle C A B, ou C A D.

DEFINITION IX.

NOus appellons lignes & angles cognus, dont la grandeur s'explique par nombre.

NOTEZ.

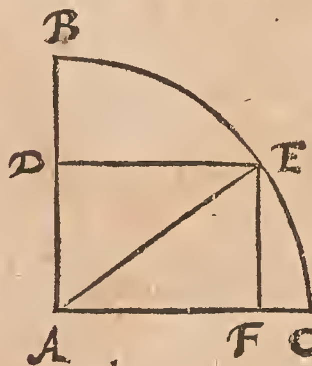
Jusques ici ayant defini les vocables propres de l'art, devant que venir aux propositions, nous donnerons un advertissement à l'apprentif de ceste science.

Il advient qu'aucunes personnes se servent des tables des sinus tangentes & secantes, sans entendre le fondement, ni la façon de leur composition; Or s'ils font bien, ou mal, quelqu'un s'en pourroit doubter. Mais veu que sçavoir, est entendre la chose par les causes, il semble meilleur d'entendre premierement la raison, pour sçavoir sur quoy l'usage est fondé. Toutesfois on respond là dessus, qu'un apprentif, regardant & cognoissant premierement un peu par l'usage (qui est aisé) les grandes choses qui se font par ces tables, a plus d'envie & de resolution d'en sçavoir les raisons, dont la comprehension est plus difficile; qu'il n'auroit si l'usage luy estoit du tout incognu. Ce que considerant, ceux qui sont de telle opinion se peuvent exercer premierement un peu en l'usage, qui consiste principalement à trouver des termes incognus des triangles plats & spheriques, dont nous parlerons au second & troisiesme livres suivants.

S'ensuivent les Propositions.

PROBLEME. I. PROPOSITION.

PAr un semidiametre (ou raid) & sinus cognus: Trouver le sinus de complement.



Le donné. Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A C fait 5, & D E soit un sinus faisant 4; & cela de l'angle D A E, duquel angle de complement est sinus E F.

Le requis. Il faut trouver le nombre de ladite E F.

CONSTRVCTION.

Multiplié 5 (du raid) par soy, fait	25.
Multiplié 4 (du sinus D E) par soy, fait	16.
Lesquels soustrait des 25 premier, en l'ordre, reste	9.
Sa racine quarrée pour la requise E F	3.

Preparation. Soit tirée A E. *Demonstration.* Le quarré du raid A E 25, est egal aux deux quarrez de D E 16, & D A. Partant le quarré de D E 16, tiré du quarré de A E 25, reste le quarré de D A 9, dont le costé pour D A fait 3: Mais E F est egal à D A, & pource le complement E F fait 3. *Conclusion.* Nous avons donc par un raid & sinus cognus, trouvé le sinus de l'angle de complement, selon le requis.

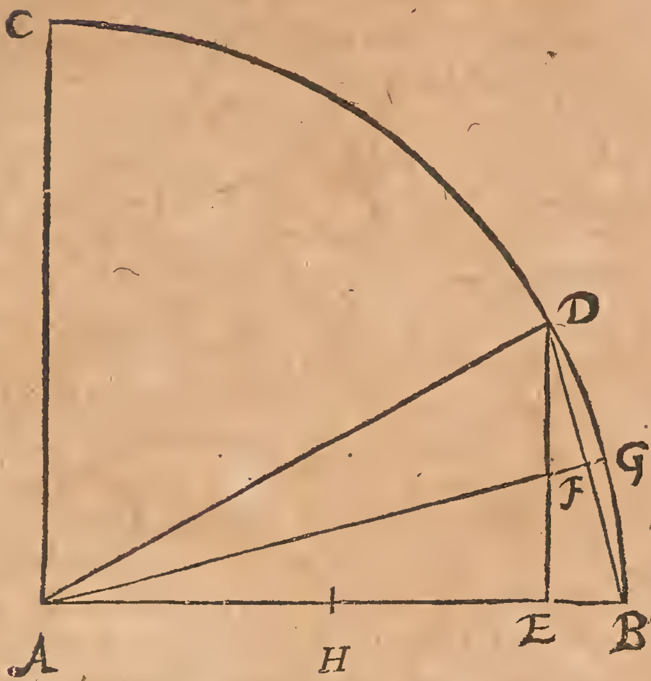
PROBLEME. II. PROPOSITION.

PAr le versé & raid cognus: Trouver le sinus de la moitié de l'arc.

Le donné. Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A B fait 24, & D B est un arc, dont le sinus est D E, & le versé E B fait 3. Apres, la droite A F G est tirée par le milieu de D B, tellement que B F est le sinus de l'arc B G, moitié de D G B.

Le requis. Il faut trouver la longueur de ce mesme sinus B F.

CON-



CONSTRVCTION.

La moitié de AB 24 fait	12
Qui multiplié par le versé EB faisant	3
Vient	36
Dont la racine quarrée pour BF requise est	6

Preparation. Soit marqué le poinct H au milieu de AB.

Demonstration. Veu que les deux triangles ABF & DBE, sont tous deux rectangles, & ont en B un angle commun, il faut qu'ils soyent semblables, & pource de AB il y a telle raison à DB, que de FB à BE. Mais AB & DB, sont en mesme raison de leurs moitiez HB, BF, partant comme HB à BF, ainsi le mesme BF à BE, tellement que BF est moyenne proportionnelle entre HB & BE. Partant quand on multiplie, comme il a esté fait en la construction, le nombre de HB, (c'est la moitié de AB,) par le nombre de BE, & du produit la racine quarrée sera pour le sinus BF.

Conclusion. Nous avons doncques par le versé & raid cognus, trouvé le sinus de la moitié de l'arc, selon le requis.

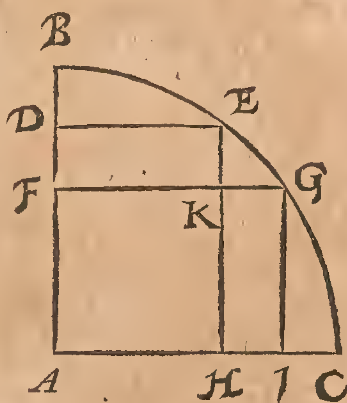
ALB. GIRARD.

Soit R *le raid*, C *corde d'un arc cognu*, A *la corde de la troisieme partie de l'arc, alors* A *cube sera egal à* R q A 3 — R q C.

PROBLEME. III. PROPOSITION.

PAr le raid cognu, avec deux sinus, & les sinus de complement: *Trouver la corde de la difference de leurs arcs.*

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AC faict 10, & deux sinus DE 6, FG 8, leurs sinus de complement, comme EH, GI, par la premiere proposition font 8 & 6, & l'arc EG est la difference des deux arcs BG, BE, & la droite EG leur corde.



Le requis. Il nous faut trouver la mesme corde EG.

CONSTRVCTION.

De FG	8
Soustrait FK egale à DE	6
Reste pour KG	2
Apres de EH	8
Soustrait KH egale à GI	6
Reste pour KE	2
Son quarré	4
Avec cela le quarré de KG 2, troisiesme en l'ordre faisant	4
Vient	8
Sa racine quarrée pour la requise EG, fait	$\sqrt{}$ 8

Demonstration. Veu que le triangle EKG est droit, dont les costez EK, KG, font chacun 2, il faut que le troisiesme EG face $\sqrt{}$ 8, par la 47 proposition du premier livre d'Euclide.

Conclusion. Nous avons donc par le raid cognu, avec deux sinus, & leurs sinus de l'arc de complement, trouvé la corde de la difference de leurs arcs, selon le requis.

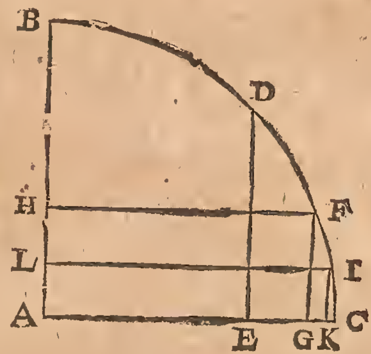
NOTEZ.

Jusques icy sont descrites trois propositions servantes pour regles generales des operations suivantes, ausquelles le raid selon la maniere de *Regiomontanus* sera finalement parti en 10000000: C'est aussi à sçavoir que pour eviter peine, nous avons prins les mesmes nombres de *Regiomontanus*, sans rechercher par tout, si le compte en est juste: Car son Excellence a seulement calculé autant d'exemples, qu'il suffisoit pour solide intelligence de la chose. Si par faute de l'Imprimeur, ou autrement, il s'y trouve quelque abus, on m'en excusera, n'estant mon dessein principal que de monstrer & descrire la façon de la construction de ces tables.

PROBLEME. IV. PROPOSITION.

LE *raid d'un cercle faisant* 1000000000 : *Trouver la longueur de tous les sinus, & leurs sinus de complement procedans de mediation de* 90 *degr. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.*

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AC fait 1000000000. Or puis que le mesme raid est aussi sinus de l'arc BC de 90 degr. il ne m'est point besoin de prendre la peine de cercher, mais je mets cõme ici dessous.



Arc.	*Sinus.*
90	1000000000.

Pour trouver le sinus de la moitié de 90 degr. je marque D au milieu de BC, & tire DE à angle droit sur AC, comme sinus de l'arc DC faisant 45 degr. Dont le nombre se trouve, suivant la doctrine de la seconde proposition, multipliant la moitié de AC 500000000, par le versé de AC 1000000000, fait 500000000000000000, sa racine quarrée pour DE fait 707106782, cela adjousté au susdit sinus de 90 deg. alors la disposition en sera comme ci dessous.

Arcs.		*Sinus.*
90	0.	1000000000.
45	0.	707106782.

Apres je mets un poinct devant 90 deg. comme dessus, signifiant que les mesmes 90 deg. sont mediez.

Pour trouver maintenant le sinus de la moitié de 45 degr. je marque F au milieu de DC, & tire FG à angle droit sur AC, comme sinus de l'arc FC faisant 22 degr. 30 ①. Iceluy nombre se trouve comme le precedent par la 2 proposition, multipliant 500000000 moitié du raid AC, par 292893218 du versé EC, (qui fait autant soustrayant AE, egale à ED 707106782, de AC 1000000000) vient 146446609000000000, dont la racine quarrée pour FG fait 382683432. Mais FG estant ainsi cognu, le sinus de complement FH est manifeste par la premiere proposition, car du quarré

 du

du raid, soustrait le quarré de F G, la racine quarrée de la reste, faisant 923879533 est pour F H, sinus de l'arc F B, faisant 67 deg. 30 ①.

Ces deux arcs avec leurs sinus adjoustez avec les precedens, alors la disposition en sera comme ci dessous.

Arcs.	*Sinus.*
·90. 0.	1000000000.
·45. 0.	707106782.
22. 30.	382683432.
67. 30.	923879533.

Apres je mets un poinct devant les 45 degrez, comme il se voit ici dessus, signifiant que les 45 deg. sont mediez.

Pour trouver maintenant le sinus de la moitié de 22 degrez 30 ①, je marque I au milieu de F G, & tire I K à angle droit sur A C, comme sinus de I C, faisant 11 degrez 15 ①, dont le nombre se trouve comme des precedens, car veu que A G est egal à la cognue H F faisant 923879533, je soustrais A G de A C, ce qui demeure, est pour le versé G C, par lequel je trouve I K de 195090322, & leur arc de complement I B 78 degrez 45 ① sinus de I L 980785280, le mettant pres les autres.

Et procedant ainsi continuellement par mediation jusques à ce qu'on viene par tout à primes de nombre non pair, la disposition du quart du cercle de 90 deg. medié, avec les arcs de complemẽt, sera comme ici dessous.

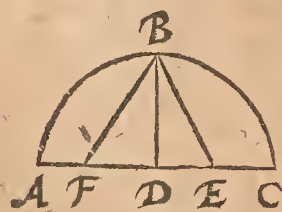
Arcs.	*Sinus.*
·90. 0.	1000000000.
·45. 0.	707106782.
·22. 30.	382683432.
·67. 30.	923879533.
11. 15.	195090322.
78. 45.	980785280.
33. 45.	555570233.
56. 15.	831469612.

Conclus. Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur de tous les sinus, & leurs sinus de complemẽt procedans de mediation de 90 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.

Probleme. V. Proposition.

Faisant le raid d'un cercle 1000000000 : *Trouver la longueur du sinus de* 36 *degr. & aussi le sinus de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de complement procedant de mediation des mesmes* 36 *degr. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.*

Le donné. Soit A B C un demi cercle, dont le raid D C fait 1000000000, & sur le centre D, soit tiré le raid B D à angle droit sur A C : Apres, le poinct E soit marqué au milieu de D C, & soit tirée E B: Puis apres le poinct F en la ligne A D, tellement que E F soit egale à E B, & de F soit tirée la droite vers B. Ce qui estant ainsi, B F est egale au costé du pentagone regulier, au cercle dont le diametre A C, par la 9 proposition du premier livre de Ptolemée. Parquoy la longueur de B F estant trouvée, nous avons la corde de 72 deg. dont la moitié est le sinus de 36. degr.



Le requis. Il faut trouver la moitié de B F.

Construction. D B faict 1000000000, au quarré duquel adjousté le quarré de D E 500000000, & en extrait la racine, se trouve de 1118033988 pour B E. Mais F E icy dessus est mise egale à E B, parquoy F E fait aussi autant. De la mesme soustrait D E 500000000, reste pour F D 618033988, le quarré duquel adjousté au quarré de D B, & la racine quarrée tirée de la somme, vient pour B F 1175570504, comme corde de l'arc 72 deg. pourtant la moitié du mesme, à sçavoir 587785252 est pour le sinus requis de l'arc de 36 degr. Dequoy la demonstration est notoire par la construction.

Le susdit sinus estant cognu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on procede en la mediation comme a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre nõ pair, comme la suivante description le demonstre apertement. Toutesfois on peut considerer icy que la premiere mediation n'est point necessaire, car F D trouvée ci dessus de 618033988, est egale au costé du decagone regulier par la 9 proposition du premier livre de Ptolemée, laquelle estant la corde de l'arc de 36 deg. la moitié d'icelle, à sçavoir 309016994 est pour le sinus de 18 deg.

Arcs.		*Sinus.*	*Arcs.*		*Sinus.*
·36.	0.	587785252.	·40.	30.	649448048.
·54.	0.	809016995.	·49.	30.	760405965.
·18.	0.	309016995.	20.	15.	346117057.
·72.	0.	951056515.	69.	45.	938191337.
· 9.	0.	156434465.	42.	45.	678800745.
·81.	0.	987688340.	47.	15.	734322510.
· 4.	30.	78459097.	·31.	30.	522498567.
·85.	30.	996917333.	·58.	30.	852640163.
2.	15.	39259815.	15.	45.	271440450.
87.	45.	999229037.	74.	15.	962455237.
·27.	0.	453990495.	38.	15.	619093952.
·63.	0.	891006525.	51.	45.	785316932.
·13.	30.	233445363.	24.	45.	418659737.
·76.	30.	972369920.	65.	15.	908143173.
6.	45.	117537397.	29.	15.	488621240.
83.	15.	993068457.	60.	45.	872496008.

Conclus. Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 36 degr. & aussi le sinus de son arc de complemẽt, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leur arc de complement procedãt de mediation des mesmes 36 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, selon le requis.

Probleme. VI. Proposition.

Faisant le raid d'un cercle 1000000000 : *Trouver la longueur du sinus de* 30 *degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation des mesmes* 30 *degr. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.*

Veu que le costé d'un exagone regulier est egal au raid du cercle faisant 1000000000, & que le mesme costé de l'exagone est la corde d'un arc de 60 deg. s'ensuit qu'elle fait aussi 1000000000, & consequemment le sinus de l'arc de 30 degr. fait la moitié d'icelui, à sçavoir 500000000, lequel estant cognu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on continue en la mediation d'icelui, cõme il a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on viene par tout à primes de nombre non pair, comme la suivante description le demonstre clairement.

Arcs.	*Sinus.*
·30. 0.	500000000.
·60. 0.	876025403.
·15. 0.	258819045.
·75. 0.	965925827.
· 7. 30.	130526192.
·82. 30.	991444862.
3. 45.	65403128.
86. 15.	997858923.

Arcs.

Arcs.	*Sinus.*
+37. 30.	608761430.
+52. 30.	793353340.
18. 45.	321439465.
71. 15.	946930130.
41. 15.	659345815.
48. 45.	751839807.
26. 15.	442288690.
63. 45.	896872742.

Concluſ. Faiſant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du ſinus de 30 degr. & le ſinus de ſon arc de compl. &c.

Probleme. VII. Proposition.

F*Aiſant le raid d'un cercle* 1000000000: *Trouver la longueur du ſinus de* 12 *degr. auſſi la longueur du ſinus de ſon arc de complement, enſemble de tous les ſinus, & les ſinus de leurs arcs de complement, procedans de mediation des meſmes* 12 *degr. juſques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair.*

Veu que par la 6 propoſition eſt cognu le ſinus de 30 deg. avec le ſinus de ſon arc de complement, auſſi par la 5 propoſit. le ſinus de 54 deg. avec le ſinus de ſon arc de cōplement. S'enſuit que par la 3 propoſition ſoit cognue la corde de l'arc de leur difference, faiſant 24 deg. & ſe trouve de 415823384, dont la moitié pour le ſinus requis de 12 deg. fait 207911692: Lequel eſtant cognu, on trouve le ſinus de ſon arc de complement, & on continue la mediation, cōme a eſté fait en la 4 propoſition, à ſçavoir juſques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair, comme la ſuivante deſcription le demonſtre clairement.

Arcs.	*Sinus.*	*Arcs.*	*Sinus.*
+12. 0.	207911692.	12. 45.	220697435.
+78. 0.	978147602.	77. 15.	975342320.
+6. 0.	104528463.	35 15.	577145190.
+84. 0.	994521895.	54. 45.	816641555.
+3. 0.	52335957.	+24. 0.	406736643.
+87. 0.	998629535.	+66. 0.	913545458.
+1. 30.	26176948.	+34. 30.	566406237.
+88. 30.	999657323.	+55. 30.	824126188.
0. 45.	13089622.	17. 15.	296541575.
89. 15.	999914327.	72. 45.	955019945.
+39. 0.	629320392.	39. 45.	639439003.
+51. 0.	777145962.	50 15.	768841832.
+19. 30.	333806860.	23. 15.	394743857.
+70. 30.	942641492.	66. 45.	918791210.
9. 45.	169349503.	32. 15.	533614515.
85. 15.	985556058.	57 45.	845727772.
+42. 0.	669130607.	+33. 0.	544639035.
+48. 0.	743144825.	+57. 0.	838670568.
+21. 0.	358367950.	+16. 30.	284015345.
+69. 0.	933580427.	+73. 30.	958819735.
+10. 30.	182235525.	8. 15	143492622.
+79. 30.	983254908.	81. 45.	989651387.
5. 15.	91501618.	27. 45.	465614520.
84. 45.	995804928.	62. 15.	884987637.
+43. 30.	688354575.	+28. 30.	477158760.
+46. 30.	725374372.	+61. 30.	878817113.
21. 45.	370557437.	14. 15.	246153293.
68. 15.	928809553.	75. 45.	969230910.
44. 15.	697790460.	36. 45.	598324600.
45. 45.	716301943.	53. 15.	801253813.
25. 30.	430511097.	30. 45.	511293187.
64. 30.	902585285.	59. 15.	859406412.

Concluſ. Faiſant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du ſinus de 12 deg. auſſi la longueur du ſinus de ſon arc de complement, enſemble de tous les ſinus & des ſinus de leur arc de complement, procedans de mediation des meſmes 12 deg. juſques à ce qu'on vienne à primes de nōbre non pair, ſelon le requis.

Notez.

Quand on aſſemble par ordre les ſinus trouvez de la precedente 4, 5, 6, & 7 propoſition, on trouve que de 45 à 45 (I) on les a treſtous. Et pour en donner exemple plus manifeſte, nous les mettons de ſuite en ceſte façon.

Arcs.	*Sinus.*	*Arcs.*	*Sinus.*
0. 45.	13089622.	45. 45.	716301943.
1. 30.	26176948.	46. 30.	725371372.
2. 15.	39259815.	47. 15.	734322510.
3. 0.	52335957.	48. 0.	743144825.
3. 45.	65403128.	48. 45.	751839807.
4. 30.	78459097.	49. 30.	760405965.
5. 15.	91501618.	50. 15.	768841852.
6. 0.	104528563.	51. 0	777145962.
6. 45.	117537497.	51. 45.	785316932.
7. 30.	130526192.	52. 30.	793353340.
8. 15.	143492622.	53. 15.	801253813.
9. 0.	156434465.	54. 0.	809016995.
9. 45.	169349503.	54. 45.	816641555.
10. 30.	182235525.	55. 30.	824126188.
11. 15.	195090322.	56. 15.	831469612.
12. 0.	207911692.	57. 0.	838670568.
12. 45.	220697435.	57. 45.	845727772.
13. 30.	233445363.	58. 30.	852640163.
14. 15.	246153293.	59. 15.	859406412.
15. 0.	258819045.	60. 0.	866025403.
15. 45.	271440450.	60. 45.	872496008.
16. 30.	284015345.	61. 30.	878817113.
17. 15.	296541575.	62. 15.	884987637.
18. 0.	309016995.	63. 0.	891006525.
18. 45.	321439465.	63. 45.	896872742.
19. 30.	333806860.	64. 30.	902585285.
20. 15.	346117057.	65. 15.	908143173.
21. 0.	358367950.	66. 0.	913545458.
21. 45.	370557437.	66. 45.	918791210.
22. 30.	382683432.	67. 30.	923879533.
23. 15.	394743857.	68. 15.	928809553.
24. 0.	406736643.	69. 0.	933580427.
24. 45.	418659737.	69. 45.	938191337.
25. 30.	430511097.	70. 30.	942641492.
26. 15.	442288690.	71. 15.	946930130.
27. 0.	453990495.	72. 0.	951056515.
27. 45.	465614520.	72. 45.	955019945.
28. 30.	477158760.	73. 30.	958819735.
29. 15.	488521240.	74. 15.	962455237.
30. 0.	500000000.	75. 0.	965925827.
30. 45.	511293087.	75. 45.	969230910.
31. 30.	522498567.	76. 30.	972369920.
32. 15.	533614515.	77. 15.	975342320.
33. 0.	544639035.	78. 0.	978147602.
33. 45.	555570233.	78. 45.	980785280.
34. 30.	566406237.	79. 30.	983254908.
35. 15.	577145190.	80. 15.	985556058.
36. 0.	587785252.	81. 0.	987688340.
36. 45.	598324600.	81. 45.	989651387.
37. 30.	608761430.	82. 30.	991444862.
38. 15.	619093952.	83. 15.	993068457.
39. 0.	629320392.	84. 0.	994521895.
39. 45.	639439002.	84. 45.	995804928.
40. 30.	699448048.	85. 30.	996917333.
41. 15.	659345815.	86. 15.	997858923.
42. 0.	669130607.	87. 0.	998629535.
42. 45.	678800745.	87. 45.	999229037.
43. 30.	688354575.	88. 30.	999657323.
44. 15.	697790460.	89. 15.	999914327.
45. 0.	707106782.	90. 0.	1000000000.

Or nous avons bien icy une table des finus de 45 à 45 primes, mais d'autant que ni par mediation, ni par soustraction de la façon precedente, on peut trouver d'autres sinus que ceux là, finissant en primes entieres, nous declarerons par ce qui s'ensuit un autre moyen, descrivant premierement ce theoreme, qui nous servira à la demonstration.

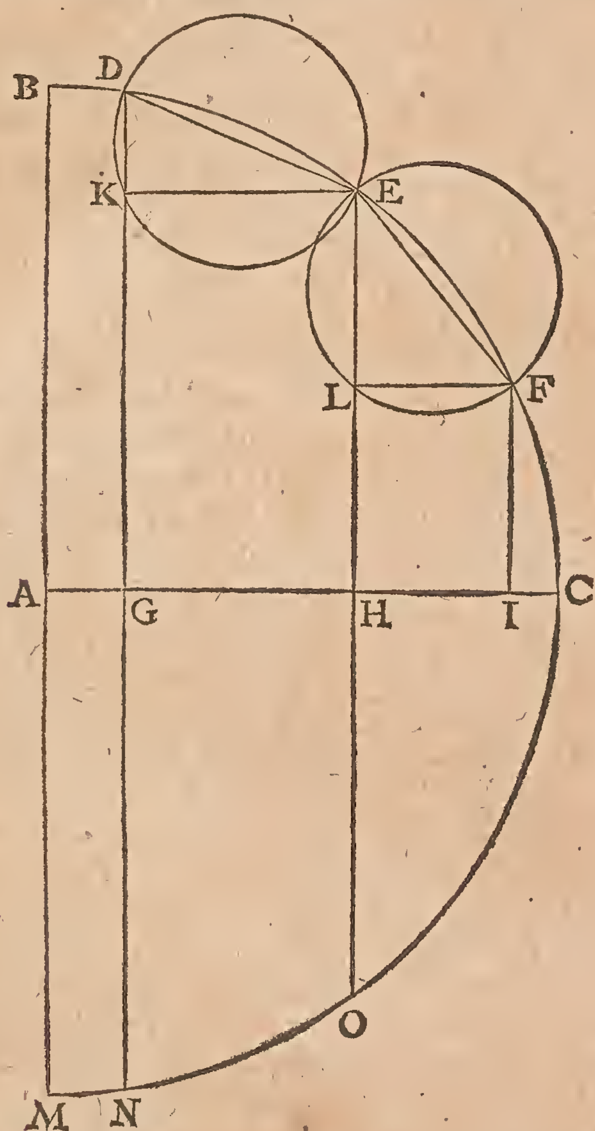
Alb. Girard.

Par le moyen de l'epicharème que nous avons mis à la fin de la 2 propos. on pourroit venir de 15 à 15 primes, puis de 5 à 5.

Theoreme. VIII. Proposition.

Estant au quart d'un cercle des extremitez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires sur la base, les perpendiculaires plus proches de l'autre costé, comprennent les plus grandes parties de la base.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, & là dedans deux arcs egaux DE, EF, de l'extremité desquels



soyent tirées les lignes perpendiculaires DG, EH, FI, sur la base AC. Et GH, HI, sont parties de la base comprinse entre les perpendiculaires.

Le requis. Il faut monstrer que la partie GH, plus proche du costé AB, est plus grande que la partie HI.

Preparation. Soyent tirées les cordes des deux arcs DE, EF, & sur les mesmes, comme diametres, sont descrits les cercles DKE, ELF. Apres, EK à angle droit sur DG, & FL à angle droit sur EH: Puis soit descrit le demicercle BCM, soyent aussi DG & EH produits jusques à N, & O, en l'arc CM.

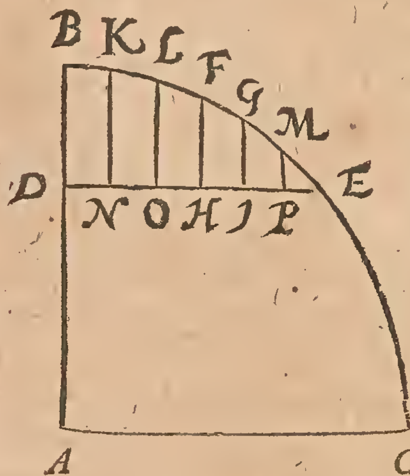
Demonstration. Veu que l'arc EN est plus grand que l'arc FO, s'ensuit que l'angle EDK est plus grand que l'angle FEL, & pource aussi l'arc EK est plus grand que l'arc FL, & consequemment sa corde KE plus grande que la corde LF, mais GH est egale à KE & HI à LF, parquoi GH est plus grande que HI.

Conclusion. Estant doncques au quart d'un cercle des extremitez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires sur la base: Les perpendiculaires plus proches de l'autre costé comprennent les plus grandes parties de la base, ce qu'il nous falloit demonstrer.

Probleme. IX. Proposition.

Faisant le raid d'un cercle 1000000000: Trouver la longueur du sinus de 1 degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & des sinus de leur arc de complement procedant de mediation du mesme 1 degr. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le semidiametre AC fait 1000000000, & BE soit arc de 1 degr. 30 ①, duquel le sinus DE fait comme appert ci devant 26176948: Apres que BE face 45 ①, & BG 1 degr. puis FH & GI soyent tirées à angle droit sur DE. Ce qui estant ainsi, DH est sinus, ou bien egale au sinus de 45 ①, & DI sinus de 1 degr. Puis apres BF soit divisée en trois parties egales, par les poincts K, L, & l'arc GE en deux parties egales par le poinct M, & les lignes KN, LO, MP, soyent tirées à angle droit sur DE.



Le requis. Il nous faut trouver par ceci la longueur du sinus de 1 degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation du mesme 1 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, & ce d'un cercle dont le semidiametre 10000000.

Constrvction.

DH est sinus de 45 ①, faisant comme appert ci dessus 13089622.

Le tiers d'icelui est 4363207.

Le mesme tiers est plus que n'appartient à OH, par la 8 proposition, & encores par des plus fortes raisons plus que n'appartient à HI. Ce qui estant ainsi, j'assemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & fait un nombre plus grand que n'appartient au sinus d'un degré DI de 17452829.

Ce qui estant ainsi, je mets ici le sinus de DE 1 degr. 30 ①, faisant ci dessus 26176948.

Du mesme soustrait DH 13089622 premier en l'ordre, reste pour HE 13087326.

Le tiers d'icelui est 4362442.

Le mesme tiers est moindre que n'appartient à HI par la 8 proposition. Ce qui estant ainsi, j'assemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & vient un nombre moindre que n'appartient au sinus d'un degr: DI. 17452064.

Mais au troisiesme de l'ordre est monstré que 17452829 est un nombre plus grand que n'appartient au mesme DI: parquoi DI est moindre que 17452829 & plus grand que 17452064. Ce qui estant ainsi, je dis, veu qu'en ceste table des arcs, nous cerchons seulement les raisons des sinus en grands nombres qui des vrais peuvent

differer

differer environ l'unité, & que 10000000 pour raid ſuffit au commun uſage, je ſouſtrais premierement du ſinus entier 1000000000 les deux dernieres lettres, reſte 10000000.

Puis apres les deux dernieres lettres de 17452829 troiſieſme en l'ordre, reſte 174528.

Semblablement les deux dernieres lettres de 17452064, reſte 174520, ou d'autant que 1 davantage approche plus pres, reſte di-je 174521.

Entre leſquels deux nombres, cõme 174528, 174521, neufieſme & dixieſme en l'ordre, eſt la longueur du ſinus de 1 deg. du cercle, dont le raid fait 10000000. Ce qui eſtant ainſi, il eſt convenable de prendre pour le ſinus requis de 1 deg. le nombre moyen entre deux, comme 174524.

Pour trouver maintenant le ſinus de l'arc de complement d'un degré, à ſçavoir, de 89 deg.

Je trouve par la premiere propoſition que le ſinus de l'arc de complement, de l'arc du ſuſdit 17452829, (eſtant plus grand que n'appartient à 1 deg.) fait 999847688.

Je trouve auſſi que le ſinus de l'arc de complement du ſuſdit 17452064, (eſtant plus petit que n'appartient à 1 deg.) fait 999847702.

Pour le ſinus de 89 degr. dont le raid 1000000000 eſt plus grand que le premier nombre, & plus petit que le deuxieſme: Mais de chaque nombre ſouſtrait les deux dernieres lettres, reſte chacun (au raid 10000000) pour le ſinus requis de 89 deg. 9998477.

Pour trouver maintenant le ſinus de 30 Ⓘ.

Je ſouſtrais les ſuſdites 999847688 (eſtant moindre que n'appartient à 89 deg.) du raid 1000000000, demeure verſé 152312: entre le meſme & 500000000, trouvé le nombre moyen proportionnel, vient un nombre (eſtant plus petit que n'appartient à 30 Ⓘ) de 8726363.

Secondement je ſouſtrais les ſuſdites 999847702 (eſtant plus grand que n'appartient à 89 deg.) du raid 1000000000, reſte verſé 152298: entre le meſme & 500000000, trouvé le nombre moyen proportionel, vient un nombre (eſtant plus grand que n'appartient à 30 Ⓘ) de 8726740.

Pourtant le ſinus de 30 Ⓘ dont le raid 1000000000, eſt plus grand que le premier nombre, & plus petit que le ſecond: Mais de chacun ſouſtrait les deux dernieres lettres, l'un nombre demeure 87624, & l'autre 87267, entre leſquels eſt le ſinus de 30 Ⓘ du cercle dont le raid 10000000: Ce qui eſtant ainſi, il eſt convenable de prendre pour le ſinus requis de 30 Ⓘ un nombre moien entre ces deux, comme 87266 ou 87265 ſoit 87265.

Et procedant de la meſme façon avec les autres, on trouve le ſinus de 89 deg. 30 Ⓘ, de 9999619.

Et le ſinus de 15 Ⓘ 43632.

Tellement qu'alors me ſont cognus les quatre premiers ſinus de 15 Ⓘ à 15 Ⓘ, comme s'enſuit:

0.	15.	43632.
0.	30.	87266.
0.	45.	130896.
1.	0.	174523.

Pour trouver maintenant les ſinus ſuivants de 15 Ⓘ à 15 Ⓘ juſques à la fin de la table, on y parviendroit par le moyen de trouver les ſinus de leur arc de complement, & par mediation des quatre ſinus precedents, juſques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre non pair: Mais veu que par la procedure des ſurplus il y a un chemin plus aiſé, nous le declarerons, cõme s'enſuit.

Soit entre le ſinus cognu de 1 deg. & de 1 deg. 30 Ⓘ, c'eſt entre 174524 & 261769, à trouver le ſinus de 1 deg. 15 Ⓘ. Pour à quoy parvenir, je mets aupres de chacun ſinus le ſurplus qu'il excede ſon ſinus ſuivant, comme ici deſſous,

0.	15.	43632.	43633.
0.	30.	87265.	43631.
0.	45.	130896.	43628.
1.	0.	174524.	

Là ou ſe trouve que le deuxieſme ſurplus, eſt moins de deux que le premier, & le troiſieſme de 3 moins que le deuxieſme. Or pourſuivant ceſte procedure, il faudra que le quatrieſme ſurplus de 1 deg. 15 Ⓘ ſoit de 3 ou 4 moins que le troiſieſme, ſoit 3: Mais le troiſieſme ſurplus eſtoit 43628, doncques il faut que le quatrieſme ſoit 43625. Or puis qu'il faut que le quatrieſme ſurplus face autant, j'aſſemble le meſme à 174524 ſinus de 1 deg. & vient le ſinus de 1. deg. 15 Ⓘ 218149. Or je mets ces deux ſinus aupres des autres, avec les ſurplus joignant les meſmes, & alors ma table ſera advancée, comme ci deſſous:

0.	15.	43632.	43633.
0.	30.	87265.	43631.
0.	45.	130896.	43628.
1.	0.	174524.	43625.
1.	15.	218149.	43620.
1.	30.	261769.	

Mais que ce ſinus de un deg. 15 Ⓘ ſoit vray, ceci m'en ſert encores de preuve: Le cinquieſme ſurplus, à ſçavoir 43620, eſt plus petit de 5 que le quatrieſme ſurplus, ſelon qu'il appartient.

Noſtre table eſtant juſques ici, reſtent encores à trouver les ſinus ſuivants de 15 Ⓘ à 15 Ⓘ, auſquels on peut proceder des ſurplus, & continuer comme deſſus. Mais pour plus d'aſſeurance, nous declarerons une regle par laquelle ſe cognoit le ſurplus du dernier ſinus au deſſus le premier, des deux ſinus incognus qu'on cerche entre deux cognus. Soyent pour exemple à mettre les deux ſinus incognus de 1 deg. 45 Ⓘ, & de 2 deg. qu'il y faut venir entre les deux ſinus cognus de 1 deg. 30 Ⓘ, & 2 deg. 15 Ⓘ. Pour trouver ici le ſurplus du ſinus de 2 deg. par deſſus celuy de 1 deg. 45 Ⓘ, je dis ainſi:

Le ſinus de 2 deg. 15 Ⓘ fait 322598.
Duquel ſouſtrait le ſinus de 1 deg. 30 Ⓘ faiſant 261769.
Reſte 130829.
Dont la troiſieſme part fait 43610.

Et d'autant faut il que ſoit le ſurplus des ſinus de 2 deg. pardeſſus le ſinus de 1 deg. 45 Ⓘ, comme il ſe voit auſſi aux tables ſuivantes.

Continuant doncques de la façon precedente, on aura une table de 15 Ⓘ à 15 Ⓘ, en laquelle viennent tous les ſinus & les ſinus de leur arc de complement procedant de mediation d'un degré, juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.

Conclusion. Faisant donc le raid d'un cercle 10000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 1 deg. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leur arc de complement procedans de mediation du mesme 1 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, selon le requis.

ASSEVRANCE SVR QVELQVE DOVBTE DE LA PRECEDENTE OPERATION, QVE QVELQV'VN POVRROIT RENCONTRER.

Veu qu'il pourroit advenir à quelqu'un, de vouloir recercher ce que j'ay recerché, & afin que du mesme recerché je retiene souvenance, nous en ferons quelque declaration. Il faut sçavoir doncques que je m'estois imaginé une maniere d'operation, par laquelle il n'eust pas esté besoin de perdre les deux dernieres lettres du raid, lesquelles on a perdu en ceste 9 proposition, pour à quoy parvenir, mon dessein estoit, de trouver des sinus d'arcs mediez, en continuant jusques à ce que le sinus trouvé fust la moitié du sinus du double de son arc. Lequel pour declarer par exemple, nous mettrons ici les sinus trouvez par continuelle mediation, commençant de 48 deg. jusques à ce qu'on viene à 45 ①, lesquels sont trouvez ci devant, comme ici dessous:

degr.	①	
48.	0.	743144825.
24.	0.	406736643.
12.	0.	207911692.
6.	0.	104528463.
3.	0.	52335957.
1.	30.	26176948.
0.	45.	13089622.

Là où il appert que chacun sinus suivant, est presque la moitié de son precedent, & tant plus qu'on procede avec telle mediation, dautant plus pres chacun est la moitié de son precedent: car 13089622 est plus pres la moitié de son precedent 26176948, que les mesmes 26176948, de son precedent 52335957, & ainsi consequemment avec les autres. Or donc cõtinuant avec telle mediation, j'ay trouvé le sinus de la moitié de 45 ①, qui est de $22\frac{1}{2}$ ①, & des autres moitiez, comme ici dessous:

①	
$22\frac{1}{2}$.	6544959.
$11\frac{1}{4}$.	3272537.
$5\frac{5}{8}$.	1636306.
$2\frac{13}{26}$.	818229.
$1\frac{13}{32}$.	409267.
$\frac{45}{64}$.	204939.
$\frac{45}{128}$.	102469.
$\frac{45}{256}$.	54772.

Là où il appert que chacun n'approche point par ordre la moitié de son precedent, comme on l'eust bien pensé sans recerche de la chose, car 204934 est plus que la moitié de son precedent: Et 102469 est la moitié de son precedent, mais 54772 est derechef plus. Tellement que ces nombres sont faux, car les sinus de ces arcs n'ont pas telles longueurs.

Pour en declarer maintenant la cause, elle est telle. Tant que le versé est egal ou plus grand que 500000000, moitié du semidiametre avec lequel le versé se multiplie en chaque operation, tant il y a de la certitude jusques à la derniere lettre du sinus. Comme par exemple si le versé estoit de 500000000 egal à la moitié du raid, iceux deux nombres multipliez, & en tiré racine quarrée, elle feroit 500000000. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme il advient aux autres versés, prenons qu'il fust de 500000001, iceux multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, se trouve le plus pres aussi de 500000000, cõme devant: Et estant le versé encores plus grand, telle difference à plus forte raison sera encores plus petite qu'ici dessus. Tellement que quand (comme nous avons dit) le versé est egal ou plus grand que 500000000, il y a de la certitude jusques à la derniere lettre du sinus. Mais le versé estant plus petit, alors il y a de l'incertitude, lequel avec des plus petits & plus petits versés, devient de grand en plus grand. Lequel pour declarer par exemple, je dis ainsi; Alors que fut trouvé le susdit dernier nombre de 54772, le versé avoit esté 6, lequel multiplié avec 500000000, venoit 3000000000, dont la racine quarrée est les susdits 54772. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit (comme il est à croire qu'il pouvoit estre) prenons le 5, & avec cela selon la reigle multipliant iceux 5 avec 500000000, vient 2500000000, dont la racine quarrée 50000 pour sinus, lequel differe beaucoup du premier trouvé 54772. Ceci estant ainsi, & veu qu'en tous les autres versés on n'a pas eu esgard à leur petitesse, il pourroit estre revoqué en doubte, si de cela n'est pas ensuivi incertitude des sinus aux precedentes operations. Or pour examiner ceci, & demonstrer que tout va seurement, je dis ainsi: Quand on cerchoit le sinus de 45 ①, on avoit le versé 342677, iceux multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, elle faisoit 13089633. Mais posons qu'elle soit comme ci dessus, selon ce que met *Regiomontanus*, 13089622. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme aussi on le peut estimer avoir esté, je prens 1 plus petit, il fait doncques 342676, lesquels multipliez avec les 500000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, se trouve au plus pres de 13089614, dont les deux dernieres lettres 14, estant un autre nombre que les deux dernieres lettres 22 ou 23 ci dessus; il appert doncques que sur les deux dernieres lettres du sinus de 45 ①, il n'y avoit point de certitude. Mais les mesmes deux dernieres lettres pour d'autres raisons furent coupées en ceste 9 proposition, parquoi le reste des lettres, comme 130896, qui sont dedans la table, sont au plus pres le vray sinus du cercle, moyennant que le raid d'iceluy soit aussi accourci des deux dernieres lettres. Quant à ce que quelqu'un pourroit douter que le vray versé fut plus qu'unité plus petit que 342677, je prens 4 plus petit, à sçavoir de 342673, encores il ne donneroit changement d'unité entiere sur la troisiesme lettre 6, car iceux 342673 multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, elle fait 13089556. Or doncques par ceci n'estant pas advenu de faute sur le plus petit sinus de ceux qui estoyent trouvez, à sçavoir de 45 ①, à plus forte raison il n'y aura pas de faute sur tous les autres plus grands sinus, car les versés de leurs arcs de complement sont plus grands. On voit aussi ici, qu'il ne falloit pas seulement laisser les susdites deux dernieres lettres, à cause des raisons qui sont apparuës en l'operation de ceste 9 proposition, mais aussi à cause de ceste derniere raison.

ALB. GIRARD.

Notez qu'au lieu de semidiametre, il faut entendre le raid qui est la mesme chose, comme aussi Ciceron au Timée de Platon, dit que le monde est fait en forme spherique, tellement que les raids du milieu, sont egaux aux extremitez. Or le Traducteur, comme plusieurs, erre en cecy, veu que le raid est devant & precede le diametre, & partant je l'ay recorrigé quasi par tout.

PRO-

PROBLEME. X. PROPOSITION.

Aux sinus precedens de 15 ① à 15 ①: Trouver les sinus defaillans de prime à prime.

Nous avons trouvé en la 9 proposition que le sinus de 30 ① fait 87265, & de 15 ① 43632, où il est notoire que comme le sinus faisant 15 ①, est la moitié de l'arc de l'angle faisant 30 ①, ainsi est le sinus d'icelui 43632 aussi la moitié du sinus de cestui-ci 87265. Parquoi à plus forte raison (comme il se peut monstrer par la 8 proposition) 10 ① estant la troisiesme partie des mesmes 30 ①, ont un sinus estant aussi la troisiesme partie de 87265, à sçavoir 29088 : Et consequemment 5 ① estant la sixiesme partie de 30 ①, aura pour sinus la sixiesme partie de 87265, à sçavoir 14544. Tellement que je cognois maintenant les trois premiers sinus de 5 ① à 5 ①, à sçavoir de 5 ①, 10 ① & 15 ①. Or pour trouver les sinus de 20 ① & 25 ①, je mets les cognus & leurs surplus, comme s'ensuit :

0.	5.	14544.	14544.
0.	10.	29088.	14544.
0.	15.	43632.	14544.
0.	20,		
0.	25.		
0.	30.	87265.	

Or suivant la susdite reigle des surplus de la 9 proposition, il est notoire qu'il faut que les 20 ① ayent un sinus 58177, & les 25 ① de 72721. Et continuant ainsi, on aura une table des arcs de 5 ① à ①, jusques à 90 deg.

Tellement qu'il y reste encores à trouver les sinus defaillans de prime à prime : Pour à quoy parvenir, je dis ainsi : Il est notoire ci dessus, que comme l'arc de l'angle faisant 5 ① est moitié de l'arc de l'angle faisant 10 ①, ainsi est le sinus d'icelui 14544, aussi la moitié du sinus de cestui-ci 29088. Pourquoi à plus forte raison (comme il se peut monstrer par la 8 proposition) 1 ①, estant la cinquiesme partie des 5 ①, aura un sinus estant aussi la cinquiesme partie de 14544, à sçavoir 2909, & consequemment 2 ① auront 5818. Apres 3 ① 8727 &. 4 ① 11636.

Par les mesmes on pourra continuer par departition des surplus comme dessus. Toutesfois pour plus grande asseurance nous declarerons une reigle, par laquelle se trouve le surplus du troisiesme sinus par dessus le deuxiesme des quatre sinus incognus, qu'on cerche entre deux cognus.

Soyent pour exemple à mettre les quatre sinus incognus, qu'il faut qui viennent entre 87 deg. & 87 deg. 5 ①. Pour trouver ici le surplus du troisiesme sinus, cerche de 87 deg. 3 ①, par dessus le deuxiesme sinus cerche de 87 deg 2 ①, je di ainsi :

Le sinus de 87 deg. 5 ① fait	9987045.
Duquel soustrait le sinus de 87 deg. faisant	9986295.
Reste	750.
Dont la cinquiesme partie fait	150.

Et autant faudra-il que soit le surplus du sinus de 87 deg. 3 ①, par dessus le sinus de 87 deg. 2 ①.

Les sinus estant ainsi descrits de prime à prime, la table des sinus sera parfaite.

Conclusion. Nous avons donc aux sinus precedents de 15 ① à 15 ①, trouvé les sinus defaillans de prime à prime, selon le requis.

ALB. GIRARD.

On peut faire espreuve des sinus, ou en trouver qui ne sont trouvez, ainsi.

Soyent premierement pris deux arcs qui font ensemble 120 degr. par regle : avec leurs sinus, comme s'ensuit :

Arcs.	*Sinus.*
80 deg. 34 ①	9864770
39 deg. 26 ①	6351800
differ. 41 deg. 8 ①	3512970
moitié 20 deg. 34 ①	

Tellement que de 20 deg. 34 ① on trouvera 35129. pour son sinus, & ainsi des autres : dont la demonstration est facile.

Nous eussions mis icy les Tables des sinus, &c. n'estoit que ce doit estre en manuel, plus commode qu'en fueille; or à ceste fin on se pourra servir de celles que j'ai fait imprimer de la 2. Edition : Comme aussi de la Trigonometrie qui suit apres les Tables dudit livret; mais afin de corriger les fautes d'impression qui y sont, on pourra cotter les pages par nombres, commençant derriere les Tables, tellement qu'il y aura 75 pages.

Au 2. Cas des triangles rectangles Spher. au lieu de P *notez* p. *qui est la 25. page : Puis en la page 2. lisez triangle rectangle 13,14,15 : Page 67. effacez* P, *escrivez* B *(au diagramme.) Puis au sinus de 0 deg. 57, lisez 1658 : Et puis les Tangentes suivantes de 48 deg 14'. corrigez le 2, lisez 1 : Item de 51 deg. 30, & aux 3 consequentes, au lieu de 6 és mils, escrivez 5 : Les Tangentes de 84 deg. 1' & 2' sont transposées ; en la Tangente de 89 deg. 44'. ostez le 9, mettez 5 : Voila toutes les fautes que j'ay peu remarquer, qui sont peu au regard des autres impressions.*

CONSTRVCTION DE LA Table des Tangentes.

PROBLEME. XI. PROPOSITION.

Trouver la Tangente d'un arc proposé, lors que le raid est 10000000, & ce par computation.

Le donné. Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme dessus de 10000000. *Le requis.* Il faut trouver sa Tangente par computation. *Construction.* Le sinus de compl. de 25 deg. est 9063078, me donne le sinus mesme 4226183. combien 10000000 ? viendra 4663077 Tangente requise. *Demonstration.* En la figure de la 1 def. B C estant 25 deg. alors C F sera son sinus, & F A sinus de complement, parquoy A F à F C sera côme le raid A B à la Tangente B I. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé la Tangente d'un arc proposé, &c.

CONSTRVCTION DE LA Table des Secantes.

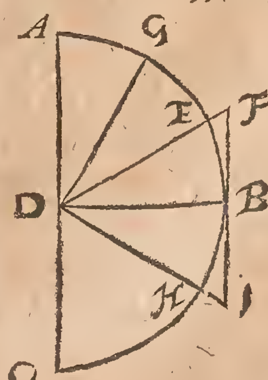
PROBLEME. XII. PROPOSITION.

Trouver la Secante d'un arc proposé, lors que le raid est 10000000, & ce par supputation.

Le donné. Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme dessus de 10000000. *Le requis.* Il faut trouver la Secante par supputation.

CONSTRVCTION.

La Tangente de 25 deg. est	4663077
Le complement de 25 deg. est 65. deg. dont la moitié est 32 deg. 30 ① dont la Tang. est	6370703
La somme pour la Secante requise sera	11033780



Preparation. Soit A B C demicercle, A B quadrant, B E les 25 deg. donnez, B F sa Tangente, & D F sa Secante, & G au milieu de A E arc de complement, soit B H egal à E G, & menée D H rencontrant le prolongement de F B en I, alors F I est composée de F B (tangente de 25 deg.) & de B I (tangente du demi complement, car B H est moi-

moitié de A E) : Il faut demonſtrer que F I eſt egale à F D.

Demonſtration. L'angle I eſt egal à l'angle G D B, car ils ont des complemens egaux, comme l'angle B D I & A D G: mais ledit angle G D B eſt egal à F D I, à cauſe que G E & B H ſont egaux & E B commun, donc F D I & I ſeront egaux, eſtant chacun egal à un meſme GDB: & partant F I ſera egale à FD: ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la Secante d'un arc propoſé, &c.

Probleme. XIII. Proposition.

Trouver le verſé d'un arc propoſé, & auſſi trouver l'arc d'un verſé propoſé lors que le raid eſt 10000000.

En ceſte propoſition eſt beſoing aux moins exercés d'avoir une figure comme celle de la 1 def. devant ſoy: & ſoit que l'arc B C ſoit propoſé pour trouver B F; ou l'arc C D pour trouver FD, il faut paſſer par C E & F A; donc F A eſt ſinus de C E ou du complement de l'arc propoſé: & au contraire auſſi.

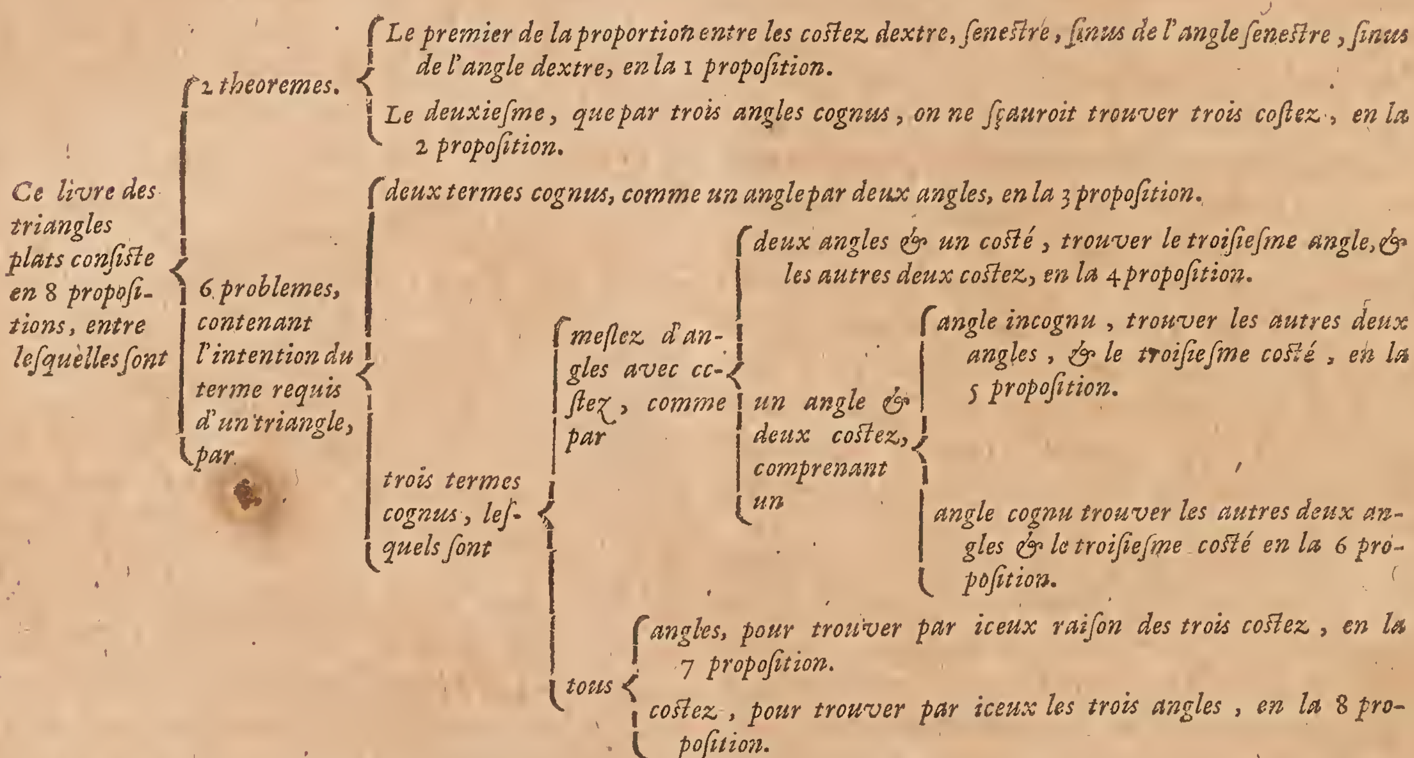
Fin de la Conſtruction des Tables des Sinus, Tangentes & Secantes.

DEVXIESME LIVRE

DE LA COSMOGRAPHIE

Des Triangles Plats.

Argument declaré par ceſte table.



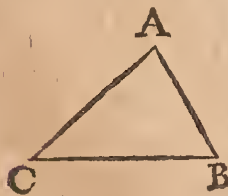
Apres le ſuſdit ſuivra encore une Application des Polygones plats.

DEFINITIONS.

Definition I.

Qvand on met quelque coſté d'un triangle deſſous comme baſe : L'angle, le ſinus, & le coſté qui ſont alors vers la main dextre, nous l'appellons angle dextre, ſinus de l'angle dextre, & coſté dextre: Mais ceux qui ſont vers la main ſeneſtre, angle ſeneſtre, ſinus d'angle ſeneſtre, & coſté ſeneſtre.

Soit le coſté B C du triangle A B C mis comme baſe, avec l'angle A en haut: Ce qui eſtant ainſi, l'angle qui eſt à la main dextre comme B, s'appelle angle dextre, le ſinus du meſme, ſinus de l'angle dextre, & le coſté A B, coſté dextre : Mais l'angle qui eſt à la main ſeneſtre, comme C, s'appelle angle ſeneſtre, le ſinus du meſme, ſinus de l'angle ſeneſtre, & le coſté A C, coſté ſeneſtre.



Declaration des Signes dont on ſe ſervira ci apres.

Veu qu'au lieu de beaucoup de mots, nous nous voulons ſervir de petites marques, à telle fin qu'il ſera dit ci deſſous, nous en ferons quelque declaration, comme s'enſuit : Tout triangle plat, comme auſſi porte le nom, a trois angles, & trois coſtez, faiſant en nombre enſemble ſix, leſquels nous appellons en general termes : Des meſmes on en donne touſiours trois cognus, pour trouver les trois autres incognus (horſmis quand par deux angles on cerche le troiſieſme angle.) Comme par deux angles cognus & un coſté cognu, on trouve le troiſieſme angle & les autres deux coſtez. Pareillement par deux coſtez cognus & un angle cognu, on trouve le troiſieſme coſté & les autres deux angles. Puis par trois angles cognus, on trouve raiſon des trois coſtez: Et par trois coſtez cognus, on trouve les trois angles. Or pour denoter brievement par certaine marque convenable ces termes cognus, il faut ſçavoir que R, premiere lettre du mot Recte, mis en un angle, ſignifie icelui eſtre rectangle: K, laquelle lettre eſt en Alleman la premiere du mot *Kleender*, c'eſt à dire plus petit, eſtant miſe aux figures ſuivantes (leſquelles ſont accommodées à la langue Allemande) en un angle, ſignifie que le meſme eſt plus petit qu'un angle droit, ou autrement que c'eſt un angle aigu: G, premiere lettre du mot Grand, ſignifie angle

angle plus grand qu'un rectangle, ou autrement angle obtus. Mais ces lettres K & G, mises sur les costez des triangles spheriques, signifient qu'ils sont plus petits ou plus grands que 90 degr. La raison pourquoi nous prenons plustost les lettres G & K, signifiant plus petit & plus grand que O & A, qui signifieroyent obtus & aigu, c'est pource que les mesmes marques G & K, seroyent communes aux costez & angles des triangles spheriques: car on dit bien les costez estre plus grands ou plus petits que le quart d'un cercle, mais on ne les nomme point obtus ou aigus. Les costez poinctez sans nombres, & les angles poinctez sans les susdites lettres R, K, G, sont ceux lesquels on prend bien pour cognus, mais seulement par le posé, qui est sans declaration de leur grandeur, tellement que les poincts signifient nombres indefinis. Par ce moyen nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui autrement requereroit beaucoup des paroles & longs propos. Comme par exemple, pour declarer ceste figure ci jointe, il faudroit user de tous ces mots:



Vn triangle plat, avec deux angles cognus, l'un aigu, l'autre obtus, & un costé cognu à l'opposite de l'angle aigu cognu.

Ceste briefveté entre autres servira de beaucoup, & donnera grand avantage, quand par les termes cognus d'un triangle, on veut trouver les incognus: Car tels triangles ainsi marquez, s'assembleront ci apres comme en une table, appellée *Indice des Triangles plats*: D'autant que par la mesme on a une addresse, pour trouver incontinent en ce second livre un semblable exemple qu'on veut suivre, sans troubler les pensees d'aucunes des precedentes reigles: Lequel Indice des triangles plats sera plus amplement descrit & declaré à la fin de ce livre.

Et si quelqu'un pour telles raisons qu'ont esté dites en la note apres la derniere definition du premier livre de la Fabrique des sinus, se vouloit exercer en l'invention des termes incognus de triangles plats, sans entendre premierement les raisons & demonstrations de la construction, il pourroit commencer à l'usage declaré par le mesme indice des triangles plats, ensemble l'usage des polygones plats, descrits en l'Application derriere le mesme indice, suivant un exemple selon le requis du donné: Et entendant un peu cest usage, puis apres il pourroit venir à l'inquisition des causes.

Maintenant suivent les Propositions.

THEOREME. I. PROPOSITION.

Comme le costé dextre d'un triangle plat au costé senestre, ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre.

D'autant que l'un des sinus comparez, est d'un angle aigu, ou droit, ou obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

ALB. GIRARD.

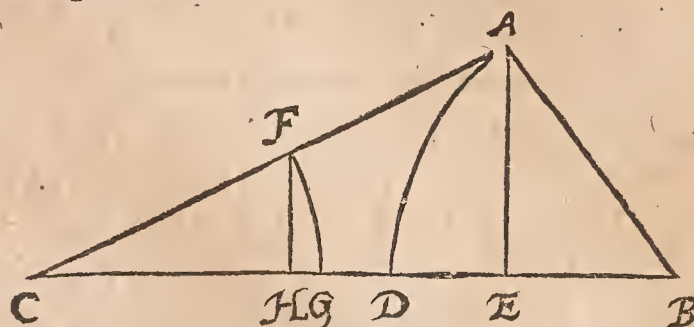
On pourroit bien demonstrer en 4 mots ceste proposition, & generalement par un △ quelconque inscrit dans un cercle.

1. *Exemple là où les deux sinus comparez sont d'angles aigus.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont les angles comparez B, C, sont tous deux aigus, & sur le poinct B comme centre, soit descrit avec B A comme raid, l'arc A D, dont le sinus soit A E, à angle droit sur C B: Semblablement sur le poinct C comme centre, soit descrit avec C F egale à A B comme raid, l'arc F G, dont le sinus F H est aussi à angle droit sur C B. *Le requis.* Il faut demonstrer que comme le costé dextre A B, au costé senestre A C, ainsi le sinus de l'angle senestre F H, au sinus de l'angle dextre A E.

DEMONSTRATION.

Veu qu'au triangle A C B sont deux paralleles, à sçavoir FH avec AE, s'ensuit que FC a telle raison à AE, comme F C à FH: Mais A B est egale à F C, par le donné, pource,

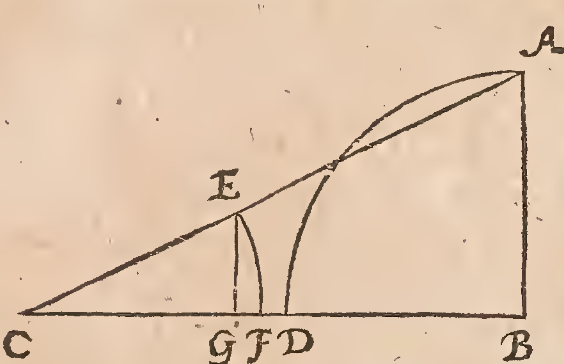


Comme A C à A E, ainsi A B à F H. Et par raison alterne,

Comme A B à A C, ainsi F H à A E.

2. *Exemple là où l'un des sinus comparez est d'un rectangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B est droit, & sur le poinct B comme centre, soit descrit avec A B comme raid, l'arc A D, dont il faut que le sinus soit A B: Semblablement sur le poinct C comme centre, soit descrit avec C E egale à A B comme raid, l'arc E F, dont le sinus est E G. *Le requis.* Il faut demõstrer que comme le costé dextre A B au costé senestre A C, ainsi le sinus de l'angle senestre E G, au sinus de l'angle dextre A B, là où il faut noter qu'un mesme A B ci devant sert pour costé & sinus.



DEMONSTRATION.

Veu qu'au triangle A B C sont deux paralleles, comme E G avec A B, je dis,

Comme A C à A B, ainsi E C à E G.

Mais A B est egale à E C par le donné, pource,

Comme A C à A B, ainsi A B à E G.

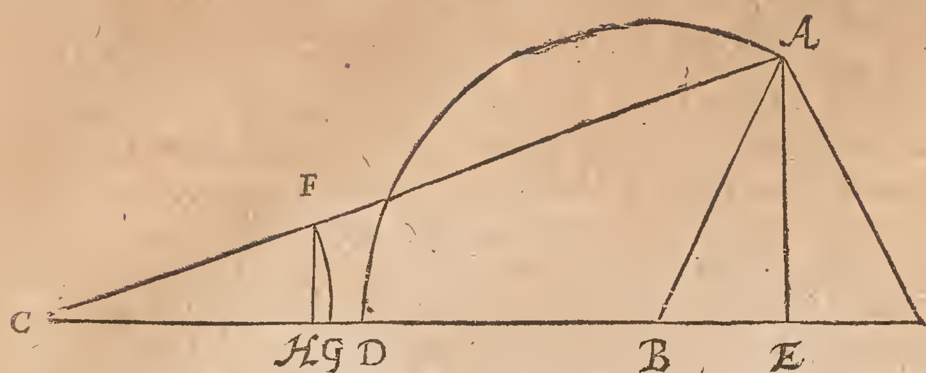
Et par raison inverse,

Comme A B à A C, ainsi E G à AB.

3. *Exemple là où l'un des sinus comparez est d'un angle obtus.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont les angles de sinus comparez sont C, & A B C, desquels l'angle A B C est obtus, & sur le poinct B comme centre, soit descrit avec A B comme raid, l'arc A D, dont le sinus soit A E, à angle droit sur la produite C B: Semblablement sur le poinct C comme centre, soit descrit avec C F egale à A B comme raid, l'arc F G, dont le sinus F H vient aussi à angle droit sur C B. *Le requis.* Il faut demonstrer que comme le costé dextre A B, au costé senestre A C, ainsi le sinus de l'angle senestre F H, au sinus de l'angle dextre A E.

Prepa-



Preparation. Soit marqué A I sur la produite C B, tellement que l'angle A I B, soit egal à l'angle A B I.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A I B, est egal à l'angle A B I, s'ensuit qu'il faut que la ligne A I soit egale à A B: Mais A B est egale à C F par le donné, parquoi A I est egale à C F, & A E est aussi sinus de l'angle I: Pource je dis par le 1 exemple de ceste proposition, que

Comme le costé dextre A I, du triangle A C I, au costé senestre A C.

Ainsi le sinus de l'angle senestre F H, au sinus de l'angle dextre A E.

Mais A B est egale à A I, & A E est aussi sinus de l'angle A B C du triangle A B C, par le donné: Parquoi

Comme le costé dextre A B, au costé senestre A C,

Ainsi le sinus de l'angle senestre F H, au sinus de l'angle dextre A E.

Conclusion. Doncques comme le costé dextre d'un triangle plat au costé senestre, ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit demonstrer.

ALB. GIRARD.

Il est plus facile pour la memoire, de dire, comme le costé au sinus de l'angle opposite, ainsi un autre costé au sinus de l'angle opposite.

THEOREME. II. PROPOSITION.

VN triangle ayant trois costez incognus & trois angles cognus: On ne peut trouver par iceux les trois costez incognus.

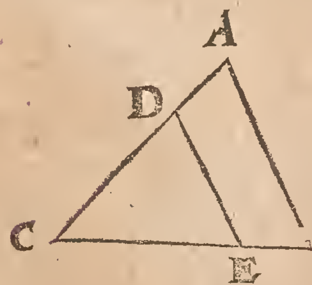
Le donné. Soit A B C un triangle, dont les trois costez sont incognus, mais les trois angles cognus.

Le requis. Il faut demonstrer, que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

Preparation. Soit tirée quelque ligne parallele avec un des trois costez, comme D E parallele avec A B.

DEMONSTRATION.

Le triangle D C E, est semblable au triangle A B C, parquoi les trois nombres donnez (quand il y en a aucuns) des trois angles, servent autant pour les trois angles du triangle D E C, que pour les trois angles du triangle A B C, & pour infinis autres triangles de telle qualité: par où il est notoire que des trois costez on ne peut donner certaine solution. Mais parce que la raison des costez demeure la mesme, on y peut trouver seulement la raison, comme en la 7 proposition suivante.



Conclusion. Vn triangle doncques ayant trois costez incognus, & trois angles cognus, on ne peut trouver par iceux les trois costez incognus: ce qu'il falloit demonstrer.

PROBLEME I. PROPOSITION III.

ESTant cognus du triangle plat les deux angles: Trouver le troisiesme angle.

Les deux termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B fait 50 deg. & C 60 deg.

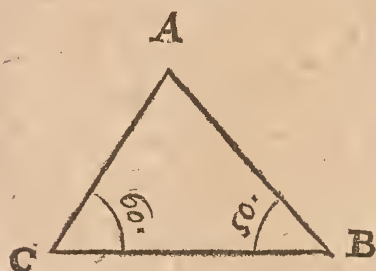
Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A.

CONSTRVCTION.

J'assemble les 50 deg. & 60 deg. donnez, font 110 deg. lesquels soustraits de 180 deg. reste pour l'angle requis A 70 degr.

DEMONSTRATION.

Les trois angles de chaque triangle, sont egaux à deux angles droicts: Pource les deux angles B, C, soustrait des deux angles droicts, qui est de 180 deg. il faut que le reste soit pour le troisiesme angle A. Notez encore qu'un angle donné estãt droit, on peut pour briefveté soustraire l'autre angle de 90 degr. le reste est pour le troisiesme angle. Soit pour exemple l'un de 90 degr. l'autre de 30 degr. je le soustrais de 90 degr. reste pour le troisiesme angle 60 degr. ce qui, pour des raisons cognuës, donne autant, qu'assemblant 90 avec 30, & iceux soustraits de 180. deg.

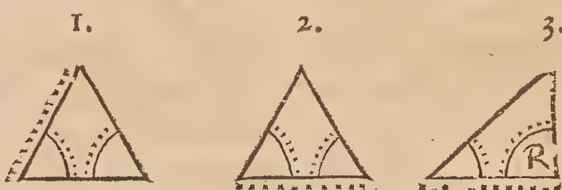


Conclusion. Estant donc cognus du triangle plat les deux angles, nous avons trouvé le troisiesme angle, selon le requis.

PROBLEME II. PROPOSITION IV.

ESTant cognus du triangle plat deux angles & un costé: Trouver le troisiesme angle & les deux autres costez.

Les trois termes cognus se rencontrent en ces trois diverses façons.



NOTEZ.

L'invention des termes incognus d'un triangle, tant des spheriques que plats, se peut faire en beaucoup de sortes: Mais nous n'userons à chaque exemple que d'une maniere, en choisissant celle, laquelle quand nous descrivions ce traicté, nous sembla la plus briefve & plus commode, non pas que nous deprisions le labeur utile de ceux qui sur un mesme exemple mettent beaucoup de manieres, car on voit par là comment l'esprit humain du temps passé a travaillé estrangement en ceste matiere: Mais par ceci nous avons voulu declarer nostre dessein, qui est de viser & tendre à ce qui est plus court, notoire & commode pour la practique. Et si quelqu'un outre cela, desire la cognoissance de ces differences, il peut voir d'autres Autheurs qui en traictent, & faisant son mieux tascher de trouver des manieres encores plus courtes & notoires que

que celles-ci. Il faut aussi sçavoir, qu'aux constructions suivantes tant des triangles spheriques que plats, nous ne venons à plus petites partitions des arcs, n'estoit pour quelques singulieres raisons y declarées, qu'à ①.

A ceci nous nous servirons seulement de 10000 pour raid, lequel toutesfois est mis aux tables des sinus, tangentes & secantes sur 10000000, delaissant trois lettres du mesme raid, & aussi de chasque nombre des tables, car prennant plus de lettres, le compte en seroit plus fascheux, sans plus de seureté en la solution. Et prennant moins de lettres, il seroit bien plus aisé, mais causeroit incertitude en la solution. Mais d'autant que ceci a esté dit simplement sans demonstration, nous ferons la declaration des raisons.

De la quantité des lettres qu'on doit donner au raid, en cerchant les termes incognus d'un triangle.

POur donner doncques au raid en tous exemples occurrens sa duë quantité de lettres, il faut sçavoir que chaque moindre partition du raid, doit au plus pres estre egale à chaque moinde partition du quart du cercle avec laquelle on se propose de vouloir compter: Ou si le principal but tendoit aux lignes droites, qu'alors chaque moindre partition du quart du cercle, doit au plus pres estre egale à chaque moindre partition du raid, avec lequel on se propose de vouloir compter. Pour lequel declarer par exemple, soit le dessein de ne point vouloir compter avec moindres partitions du quart du cercle que ①, comme il advient le plus souvent és comptes vulgaires: La demande est, quel nombre, ou combien de lettres on donnera au raid? Pour le sçavoir, je voy combien de primes comprend le quart du cercle, se trouve 60 fois 90, qui est 5400 ①. Apres je dis, 11 donne 7, (en telle raison est fort pres l'arc du quart du cercle au raid, selon la demonstration d'Archimede) combien 5400? Vient 3436. Parquoy le raid departi en 3436 partitions egales, chacune d'icelles sera bien pres egale avec chaque partie du quart du cercle parti en 5400: Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre sont les plus pres & majeurs, il faut qu'apertement ce soit 10000: Tellement que ceci est un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer jusques à primes du quart du cercle.

Mais si le dessein estoit de vouloir avoir asseurance jusques au ②, la procedure est comme dessus: Toutesfois nous le descrirons aussi comme s'ensuit. Le quart d'un cercle à 324000 ②, avec icelles je dis, 11 donne 7, combien 324000? Vient 206182. Pource le raid parti en autant des parties, chacune d'icelles sera bien pres egale à chaque portion du quart d'un cercle departi en 324000. Or afin de prendre maintenant pour le raid les lettres qui à ce nombre sont les plus pres & majeurs, il faut que ce soit apertement 1000000. Tellement que ceci est un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer jusques à ② du quart d'un cercle.

Soit tiercement le dessein de vouloir avoir asseurance jusques à ③: Je trouve que le quart d'un cercle a 19440000 ③, avec iceux je dis, 11 donne 7, combien 19440000? Vient 12370909. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles sera bien pres egale à chaque partie du quart d'un cercle parti en 19440000. Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre sont les plus pres & majeurs, il faut que ce soit apertement 100000000, mais le plus grand de la table n'est que de 10000000. Toutesfois en l'operation avec troisiesmes on s'en pourroit aider, car combien que chaque portion du raid soit presque double, à chaque portion du quart d'un cercle, si le faut il estimer ici pour petit different. Mais pour operer avec ces tables, dont le raid est 10000000, en quartes, le different seroit trop grand pour avoir suffisante asseurance, car suivant la susdite reigle, il faudroit avoir le raid de 1000000000.

Il est assez notoire, par le contraire de ce que nous avons dit jusques ici, comment au raid des parties de petitesse requise, on prendra des parties de degrez du quart d'un cercle selon ce qu'il appartient.

Nous avons parlé jusques ici sans demonstration: Mais pour en declarer par exemple les raisons, soit ABCD un rectangle plat, dont le costé AB soit mesuré avec des verges, comme la plus petite mesure, & soit trouvé de 12 verges, quant à la moitié ou tiers d'une verge qu'il y pourroit avoir plus ou moins, l'on n'en tient ici point de compte, veu que la verge par le posé, est la plus petite mesure dont on se sert: Mais le costé AD se mesure, je prens, plus justement, comme jusques aux poulces, dont les 144 font une verge, & se trouve de 30 verges 1 poulce, qui est $30\frac{1}{144}$ verges: Maintenant suivant ce donné, le plan se trouve de $360\frac{1}{12}$ verges, Mais delaissant le rompu de $\frac{1}{144}$, le plan se trouve alors de 360 verges, laquelle solution differe seulement de la premiere $\frac{1}{12}$. Estant ceci entendu, je dis qu'il n'est point necessaire qu'on mesure AD si pres, si on ne mesure aussi AB semblablement ainsi; car posé que AB face $\frac{1}{2}$ verge plus ou moins que 12 (ce qui peut advenir couvertement, d'autant qu'on n'en tient point de compte) le plat sera de $375\frac{25}{288}$, ou $345\frac{23}{288}$, qui est de 15 plus ou moins que la premiere solution, pource que sert-il par grands & penibles comptes, de trouver $\frac{1}{12}$ davantage, là où couvertement il monte 15 plus ou moins? Par ceci on entend les raisons, pourquoy la plus petite partition de l'un & de l'autre costé, comme AB & AD, au plus pres doit convenir. Et consequemment les raisons, pourquoy les plus petites partitions de l'arc & du raid, à peu pres doivent estre de mesme grandeur, veu qu'en l'operation leurs parties se multiplient ensemble, comme ci dessus AB avec AD.



1 Exemple du 1 triangle de ceste qualité.



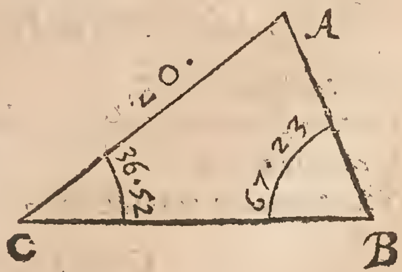
Le donné. Soit ABC un triangle plat, dont l'angle C fait 36 deg. 52 ①, & B 67 deg. 23 ①, & le costé AC 20.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Veu qu'il y a deux angles cognus B, C, l'angle A se trouve par le 3 proposition de 75 degr. 45.



Invention du costé AB.

Sinus de l'angle dextre B	9231.
Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C	6000.
Combien le coſté ſeneſtre A C	20?
Vient pour le coſté requis AB	$12\frac{9228}{9231}$.

Invention du costé B C.

Premierement je cerche l'angle A, & le trouve par la 3 propoſition de	75 deg 45.
Apres je tourne A B deſſous comme baſe, diſant: Sinus de l'angle ſeneſtre B	9231.
Donne le ſinus de l'angle dextre A	9692.
Combien A C coſté dextre	20?
Vient pour le coſté requis B C	$20\frac{9220}{9231}$.

DEMONSTRATION.

L'invention de l'angle A, eſt notoire par la conſtru-ction, & des deux coſtez AB, BC, eſt fondée ſur la premiere propoſition.

2 Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.

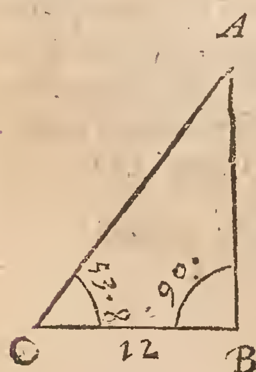


Je trouve le troiſieſme angle par la 3 propoſition, & alors j'ay un triangle de la qualité du premier exemple, à ſçavoir avec deux angles cognus, & un coſté cognu à l'oppoſite d'un des angles cognus, avec lequel ſe trouvent les termes incognus requis, ſelon la maniere d'icelui premier exemple.

3 Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, C de 53 degr. 8 (1), & le coſté entre deux B C 12.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, AC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Veu qu'il y a deux angles B, C, cognus, l'angle A ſe trouve par la 3 propoſition de 36 deg. 52.

Invention du coſté rectangulaire A B.

Sinus du rectangle	10000.
Donne tangente de l'angle oblique donné	13335.
Combien C B	12?
Vient pour la requiſe AB	$16\frac{2}{1000}$.

Invention de l'hypotenuſe A C.

Sinus du rectangle	10000.
Donne ſecante de l'angle oblique donné	16668.
Combien C B	12?
Vient pour la requiſe A C	$20\frac{16}{10000}$.

CONSEQVENCE.

Si quelque coſté d'un rectangle, comme par exemple B C, faiſoit 10000, ainſi qu'aux comptes des cours celeſtes advient ſouvent, il eſt notoire que A B & A C ſe trouvent ſans qu'il faille faire aucun grand compte de multiplication, ou diviſion. Car la tangente de l'angle C, laquelle ſe trouve aux tables de 13335, eſt pour AB, & la ſecante du meſme angle faiſant 16668 eſt pour A C.

NOTEZ.

D'autant que quelqu'un pourroit penſer, pourquoy on ne cerche pas ici ceſte A B par la meſme reigle generale du 1 exemple, nous en declarerons la raiſon: Laquelle eſt, qu'ainſi par une multiplication on trouve le requis, là où autrement joignant la multiplication, il faut faire une diviſion, ce qui contre noſtre deſſeing, ne ſeroit pas le plus court chemin.

DEMONSTRATION.

Si on prend C B pour raid du cercle faiſant 10000, & AB pour ſa tangente (pource que ſon angle C eſt de 52 degr. 8 (1)) elle fera 13335: Parquoi diſant C B 10000, qui eſt auſſi ſinus du rectangle, donne A B 13335, combien C B 12? ce qui en vient, à ſçavoir $16\frac{2}{1000}$, il faut qu'il ſoit pour A B, en telles parties que B C en fait 12. *Concluſion.* Eſtant doncques cognus du triangle plat deux angles & un coſté, nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

NOTEZ.

De trois termes incognus d'un triangle, eſtant un ou deux trouvez, on en a quatre ou cinq cognus, tellement que les trois cognus, par leſquels on cerche un autre incognu, ſe peuvent prendre alors en diverſes manieres: Mais veu qu'en la practique bien ſouvent on ne deſire qu'un terme, nous deſcrirons par tout, tant és triangles ſpheriques que plats, l'invention de chaque terme requis, tout ainſi que s'il n'y avoit que les trois donnez cognus, afin qu'en l'imitation on aye touſiours un exemple, comment on trouvera chaque terme requis.

PROBLEME. III. PROPOSITION. V.

Eſtant cognus d'un triangle plat un angle & deux coſtez, comprenant un angle incognu: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.



1. NOTE.

La reigle generale des operations eſt telle: On met le coſté incognu comme baſe, & ſoit qu'on deſire l'angle d'enhaut, ou troiſieſme coſté, on cerche premierement l'angle dextre, ou ſeneſtre, qui eſt incognu, diſant (ſi l'angle dextre eſtoit incognu) coſté dextre, donne coſté ſeneſtre, combien le ſinus de l'angle ſeneſtre? ce qui en vient eſt pour le ſinus de l'angle dextre, dont l'arc declare la grandeur d'icelui angle dextre: Mais ſi le nombre du ſuſdit ſinus qui ſe trouve en la table, doit eſtre pour un angle aigu, ou pour ſon complement de demicercle, qui eſt un angle obtus, cela en aucuns exemples eſt certain, en aucuns point: Tellement qu'eſtant incognu ſi l'angle dextre eſt aigu ou obtus, il y a deux ſolutions. Mais pour diſcerner les triangles de ſimple ou double ſolution, nous deſcrirons les deux reigles ſuivantes.

Des deux reigles generales des triangles de ceste proposition.

I. Reigle.

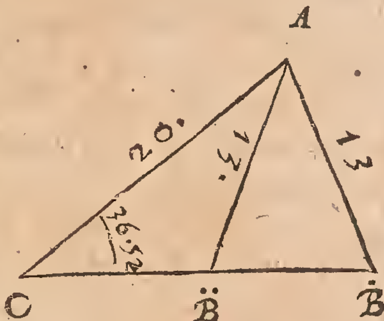
Si le costé cognu touchant l'angle cognu, estoit plus grand que l'autre cognu, & que l'angle incognu touchant le costé incognu, estoit par l'operation trouvé oblique, il y aura deux solutions.

II. Reigle.

Tous les autres triangles de ceste proposition n'ont qu'une conclusion.

Declaration.

Soit A B C un triangle plat, dont l'angle C fait 36 degr. 52 (1), le costé A C 20, & A B 13, ce qui est un triangle de la qualité de la premiere reigle: En icelui on voit deux fois la lettre B, l'une avec un poinct dessus comme Ḃ: L'autre avec deux poincts de ceste façon B̈, ce qui se fait à telle fin: Il est notoire que les trois termes cognus du triangle A B̈ C, sont egaux avec les trois termes cognus du triangle A Ḃ C: Mais les trois termes incognus d'un triangle, sont inegaux avec les trois incognus de l'autre. Pource si quelqu'un sans voir un triangle, disoit ainsi: A B C est un triangle, dont l'angle C fait 36 deg. 52, le costé A C 20, & B C 13. La demande est, de quelle grandeur sont les trois termes incognus? Il est notoire qu'il est incertain si l'imagination du proposant tend au triangle A Ḃ C, ou au triangle A B̈ C. Voire encores que le triangle fust visiblement marqué, si peut il advenir neantmoins, que le plus petit costé A B cognu, approche si pres du rectangle, que par la veuë on ne peut juger s'il rend l'angle A B C aigu ou obtus. Et posé que la veuë le pourroit discerner, encore n'est il point necessaire, que l'angle estant marqué obtus, le soit pourtant en effect, car souvent les circonstances requerent le contraire, parce que quelquefois d'autres lignes ou grandeurs, pour estre à autres proportionnelles, seroyent trop invisibles, comme souvent on le voit advenir aux propositions mathematiques. Ceci doncques est la raison pourquoi nous rencontrons des triangles avec double solution: Toutesfois s'il estoit expressement dit, ou qu'on sceust, comme advient souvét en la practique, que l'angle B fust aigu ou obtus, il n'y auroit alors qu'une solution. Jusques ici nous avons dit de la premiere reigle. Touchant la seconde, elle contient, que tous les autres triangles de ceste proposition n'ont qu'une solution: Les autres triangles sont tels:



Premierement quand A C est plus grand que A B, & que joignant cela il est declaré que l'angle B est obtus.

Secondement quand A C est plus grand que A B, & que joignant cela il est declaré que l'angle B est aigu.

Tiercement que combien A C estant plus grand que A B, neantmoins l'angle B se trouve droit par la construction.

Au quatriesme quand A C est egal avec A B, car alors l'angle B est egal avec C.

Au cinquiesme quand A C est plus petit que A B, car alors l'angle B est aigu. Tous lesquels n'ont qu'une solution.

2. Note.

Il faut sçavoir que pour avoir un exemple imitable à un triangle donné de la qualité de ceste proposition, on regarde s'il est de la premiere reigle; estant d'icelle, on suivra le premier exemple descrit ci dessous: mais n'en estant point, alors le second exemple.

1. *Exemple du triangle de la qualité de la premiere reigle.*

Le donné. Soit A B C ci dessus un triangle plat, dont l'angle C fait comme il y a esté dit 36 deg. 52 (1), le costé A C 20, A B 13, & ceci sans dire si l'angle B est aigu ou obtus: Ou autrement sans qu'il soit declaré si l'intention tend sur le triangle A Ḃ C, ou A B̈ C. *Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé B C, & les autres deux angles A B C, C A B.

1. Operation sur la premiere solution.

Je voy premierement que le costé A C touchant l'angle cognu, est plus grand que le costé A B, par où il peut estre de double ou seulement de simple solution: Pour sçavoir maintenant lequel ce sera des deux, il me faut trouver premierement l'angle A B C, comme s'ensuit.

Invention de l'angle A B C.

Le costé dextre A B	13.
Donne costé senestre A C	20.
Combien le sinus de l'angle senestre C	6000.
Vient sinus	9231.
Lequel n'estant point sinus du rectangle, le triangle sera de double solution. Soit donc que du cõmencement l'intention ait esté sur le triangle A Ḃ C, s'ensuit que le susdit sinus 9231 sera pour l'angle aigu requis Ḃ, dont l'arc comme 1 solution est de	67 deg. 23.

Invention de l'angle C A Ḃ.

Je trouve premierement l'angle Ḃ comme dessus de	67 deg. 23.
A cela adjousté l'angle C faisant	36 deg. 52.
Vient	104 deg. 15.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour l'angle requis C A Ḃ de la premiere solution	75 deg. 45.

Invention du costé Ḃ C.

Je trouve premierement comme dessus l'angle C A Ḃ pour premiere solution de	75 deg. 45.
Puis apres je tourne A C comme base, & dis, sinus de l'angle dextre C	6000.
Donne sinus de l'angle senestre C A Ḃ	9693.
Combien le costé senestre A Ḃ	13?
Vient pour le costé requis Ḃ C de la premiere solution	$21\frac{9}{6000}$.

2. Operation sur la deuxiesme solution.

Invention de l'angle A B̈ C.

Je trouve premierement par la premiere operation de l'invention de l'angle ABC, l'angle Ḃ de la premiere solution de	67 deg. 23.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A B̈ C de la seconde solution	112 deg. 37.

Invention de l'angle C A B̈.

Je trouve premierement par la premiere operation l'angle A B̈ C de la seconde solution, comme dessus de	112 deg. 37.

Auquel adjousté l'angle C de 36 deg. 52.
Vient 149 deg. 29.
Iceux soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis C A B de la deuxiesme solution 30 deg. 31.

Invention du costé B C.

Je trouve premierement par la 2 operation l'angle C A B pour la seconde solution comme dessus de 30 deg. 31.
Puis apres je tourne A C comme base, & dis, le sinus de l'angle dextre C 6000
Donne sinus de l'angle senestre C A B 5075
Combien le costé senestre A B 13?
Vient pour le costé B C requis de la seconde solution 10 $\frac{5975}{6000}$

2. Exemple des triangles de la qualité de la 2. reigle.

Si A C estoit plus grand que A B, & qu'avec cela l'angle B fust declaré estre obtus, on suit la susdite seconde operation: En tous les autres triangles on suit la premiere operation: Entre lesquelles y a quelque briefveté au triangle dont A C est egal à A B; car il faut qu'alors l'angle B, soit egal à l'angle C, sans faire aucune autre inquisition.

Demonstration.

La demonstration de la premiere reigle est notoire par la declaration faite sous icelle: Touchant la seconde reigle, laquelle comprend cinq certaines especes de triangles, comme il a esté dit, la demonstration des quatre premieres d'icelles, qui est n'avoir qu'une solution, n'ont point besoin de declaration comme estant assez notoire.

Mais pour demonstrer la cinquiesme espece, contenant, que quand A C est plus petit que A B, alors qu'il n'y a qu'une solution avec B aigu: Soit A B C un triangle plat, selon le contenu de la 2 reigle, à sçavoir dont le costé A C est plus petit que A B, & l'angle C soit aigu, obtus, ou droit, comme il advient.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle B peut seulement estre aigu.



Demonstration.

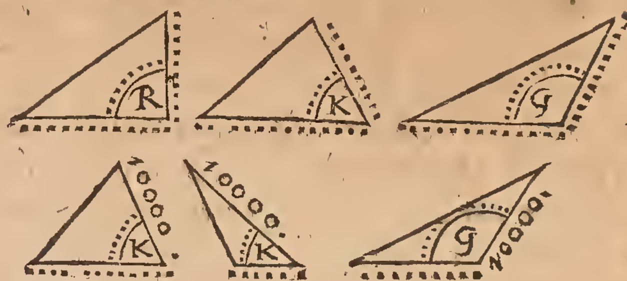
Si B estoit droit, ou obtus, il faudroit que C fust encores plus grand, pource que son costé opposite est plus grand que le costé opposite de B, & consequemment trois angles A, B, C, seroyent plus grands que deux rectangles, ce qui estant impossible, B est seulement aigu. Touchant la demonstration des operations, elle est fondée par tout sur la 1 & 3 proposition.

Conclusion. Estant donc cognu d'un triangle plat, un angle & deux costez comprenant un angle incognu: Nous avons trouvé le troisiesme costé, & les deux autres angles, selon le requis.

Probleme IV. Proposition VI.

Estant cognus d'un triangle plat deux costés comprenant un angle cognu: Trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus sont de ceste qualité:



Lesquels recevans six diverses façons d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. Exemple du premier triangle de ceste qualité.



A
C 12. B
16. 90°

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B est droit, & le costé A B fait 16, B C 12.

Le requis. Il faut trouver l'hypothenuse A C, & les autres deux angles A, C.

Constrvction.

Invention de l'angle A.

Le costé rectangulaire touchant l'angle requis, qui est ici A B 16.
Donne l'autre costé du rectangle B C 12.
Combien le sinus du rectangle 1000?
Vient tangente 7500.
Son arc pour l'angle requis A. 36 deg. 52.

L'invention de l'angle C,

Est comme de l'angle A, suivant laquelle sera trouvé de 53 deg. 8.

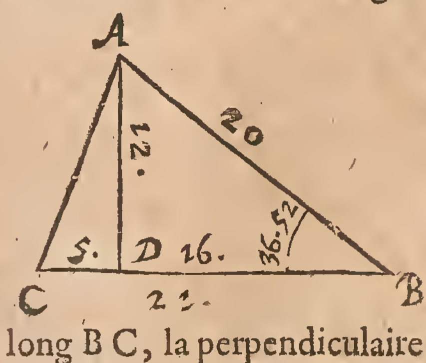
Invention de l'hypothenuse A C.

Je trouve premierement, comme dessus, un des angles obliques, qui soit A, de 36 deg. 52.
Puis je dis, Sinus de l'angle droit 10000.
Donne secante de 36 deg. 52 ① premier en l'ordre faisant 12500.
Combien le costé de l'angle droit touchant icelui angle A, qui est A B 16?
Vient pour l'hypotenuse A C requise. 20.

2. Exemple du 2 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B fait 20, B C 21, & l'angle B soit aigu de 36 deg. 52 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé A C, avec les autres deux angles C & C A B.

Preparation. Je tire du bout du costé cognu plus court, comme ici A B, sur le costé cognu le plus long B C, la perpendiculaire A D, laquelle necessairement,

ment, pource que l'angle B est aigu, tombe dedans le triangle : Ce qui estant ainsi, A D B est un triangle rectangle, avec deux angles cognus, & un costé cognu A B, lequel triangle estant de la qualité de la 4 proposition, je trouve par icelle ses deux costés A D, D B, à sçavoir A D assez pres de 12.
Et B D de 16.
Iceux soustraits de C B 21.
Reste pour D C 5.

Ce qui estant ainsi, j'ay un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

Invention du costé A C.

Premieremẽt ayant fait la preparation comme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez, comme A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'hypothenuse A C, comme costé requis de $12\frac{9228}{9231}$.

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez, comme A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition, l'angle requis C de 67 deg. 23.

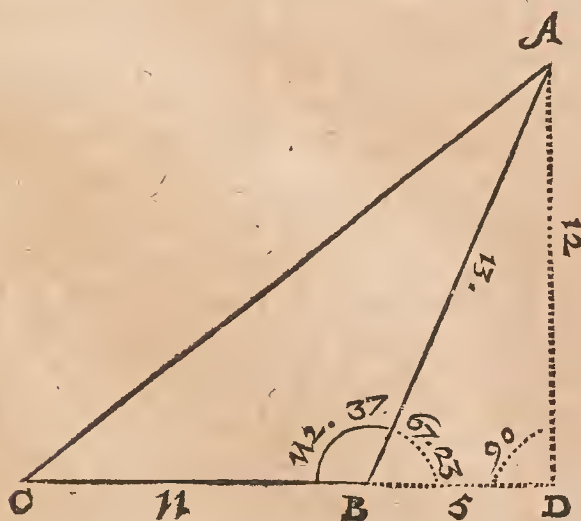
Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation, cõme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'angle C de 67 deg. 23.
A icelui adjousté l'angle donné B faisant 36 deg. 52.
Vient 104 deg. 15.
Iceux soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis C A B. 75 deg. 45.

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B fait 13, B C 11, & l'angle A B C soit obtus de 112 deg. 37 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé A C, & les autres deux angles C, & C A B.

Preparation. Je tire d'un des angles incognus, une ligne perpendiculaire sur son costé opposite produit, comme ici de l'angle incognu C A B, la perpendiculaire A D, sur la produite C B, laquelle perpendiculaire necessairement, pource que l'angle A B C est obtus, tombe hors du triangle. Puis apres je soustrais l'angle A B C faisant 112 deg. 37.
De 180 deg.
Reste pour l'angle A B D 67 deg. 23.

Ce qui estant ainsi, A D B est un triangle rectangle, avec deux angles cognus, & un costé cognu A B : Lequel triangle estant de la qualité de la 4 proposition, je trouve par icelle ses deux costez A D, B D, à sçavoir A D assez pres de 12.
Et B D de 5.
Iceux adjoustés à C B, faisant pour le donné 11.
Vient pour D C 16.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D C, & trois termes cognus avec lesquels on peut trouver les incognus, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

Invention du costé A C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C a trois termes cognus, à sçavoir deux costez comme A D 12, D C 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'hypothenuse A C, comme costé requis de 20.

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que l'angle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez, comme AD 12, DC 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition l'angle requis C de 36 deg. 52.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez A D 12, D C 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition l'angle C de 36 deg. 52.
A iceux adjousté l'angle B faisant 112 deg. 37.
Vient 149 deg. 29.
Lesquels soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis C A B. 30 deg. 31.

4. *Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*

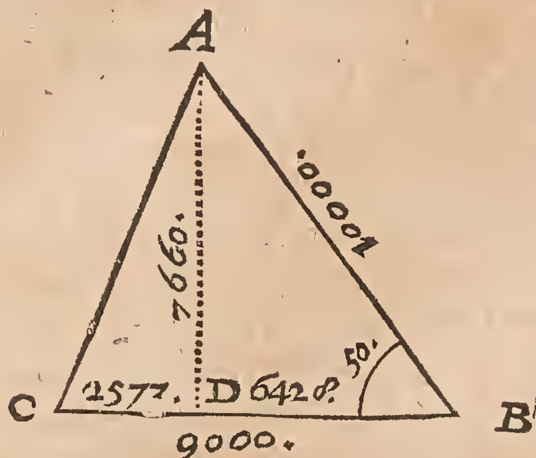


La precedente reigle est bien generale sur tous triangles, tant de ceux qui ont un costé cognu de sinus du rectangle 10000, que d'autre nombre ; mais veu qu'avec 10000 il y a briefveté en la preparation, & que joignant cela, tels triangles se rencontrent souvent en

matiere d'Astronomie, nous mettrons de ceste briefveté des exemples particuliers.

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B 10000, B C 9000, & l'angle B 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le trosiesme costé A C, & les autres deux angles C & C A B.



Preparation. Je tire de l'angle incognu qui touche le costé de 10000, qui est de A, la perpendiculaire sur son costé opposé, laquelle si elle doit tomber dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainsi : Le sinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui est sinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre estant plus petit que du donné B C 9000, je tire la perpendiculaire A D dedans le triangle : Mais si le sinus de l'arc de complement eust esté plus grand, elle y tomberoit dehors, & alors il faudroit suivre le 5 exemple descrit ci dessous.

Doncques A D, tombant dedans A B, comme sinus de l'angle D A B 40 deg. fait les susdits	6428.
Iceux soustraits de C B faisant par le donné	9000.
Reste pour D C	2572.
Et le sinus des 50 degr. de B donné, fait pour A D	7660.

CONSTRVCTION.

Ce que estant ainsi, j'ay un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus, selon la maniere de l'operation du 2 exemple. Et suivant icelui, le costé requis A C sera trouvé

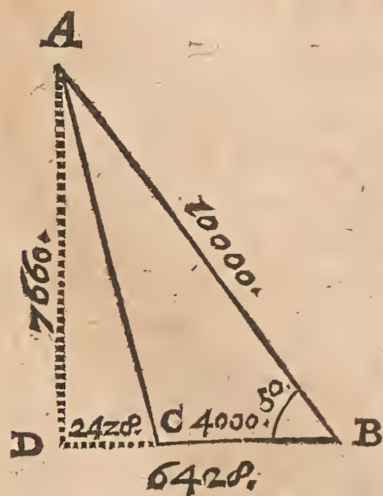
de	8080.
L'angle requis C de	71 deg. 26.
L'angle requis C A B de	58 deg. 34.

5. *Exemple du 5 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B 10000, B C 4000, & l'angle B 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé A C, & les autres deux angles A C B, & C A B.



Preparation. Je tire de l'angle incognu qui touche le costé de 10000, qui est A, une perpendiculaire sur son costé opposé B C, laquelle si elle tombe dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainsi. Le sinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui est sinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre estant plus grand que le donné B C 4000, je tire la perpendiculaire A D hors du triangle sur la produite B C : Mais si le sinus de l'arc de complement eust esté plus petit, elle y tomberoit dedans, & alors il faudroit suivre le 4 exemple susdit : Doncques A D tombant dehors, D B comme

sinus de l'angle D A B 40 deg. fait les susdits	6428.
D'iceux soustrait C B, faisant par le donné	4000.
Reste pour D C	2428.
Et le sinus des donnez 50 degr. de B, fait pour A D	7660.

CONSTRVCTION.

Ce qu'estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D B, avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus, selon la maniere de l'operation du 1 exemple, & suivant icelle, le costé requis

A C sera trouvé de	8037.
L'angle A C D de	72 deg. 25.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A C B	107 deg. 35.
Lesquels adjoustez à l'angle donné B 50 deg. vient	157 deg. 35.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour l'angle requis C A B	22 deg. 25.

6. *Exemple du 6 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B 10000, B C 6000, & l'angle A B C obtus de 120 degr.

Le requis. Il faut trouver le costé A C, & les autres deux angles C, & C A B.

Preparation. Je tire de l'angle incognu qui touche le costé de 10000, qui est de A, une perpendiculaire A D, sur son costé C B opposite produit.

A
10000.
8660.
120.
60.
C
6000.
B
5000.
D

Puis apres je soustrais l'angle donné A B C	120 deg.
De	180 deg.
Reste pour l'angle A B D	60 deg.
Dont le sinus pour son costé opposite A D	8660.
Et l'angle A B D 60 deg. troisiesme en l'ordre, soustrait de 90 deg. reste pour l'angle B A D	30 deg.
Dont le sinus pour son costé opposite B D	5000.
A icelui adjousté le donné B C	6000.
Vient pour C D	11000.

CONSTRVCTION.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus, selon la maniere de l'operation du 1 exemple, selon lequel, le costé requis sera

trouvé de	13999.
L'angle requis C de	38 deg. 13.
L'angle C A D de	51 deg. 47.
D'iceux soustrait D A B faisant par le cinquiesme de l'ordre de la preparation	30 deg.
Reste pour la requise C A B	21 deg. 47.

NOTEZ.

NOTEZ.

La susdite briefveté qu'il y a au triangle ayant un costé de 10000, au prix des autres triangles, lesquels en ce lieu ont un autre nombre, procede de ce que ceste preparation se fait sans multiplication ou division, au lieu que l'autre preparation a deux multiplications. Touchant ce que quelqu'un pourroit penser que ceste briefveté se fut bien monstrée elle mesme, si en l'operation on eust suivi la reigle generale du 2 & 3 exemple, & qu'à cause de cela ceste animadversion de briefveté n'est point necessaire : On respond ci dessus que cela est bien vray, quand on tire les perpendiculaires, comme il a esté fait ici dessus, d'un angle incognu qui touche le costé de 10000, mais point quand on les tire de l'autre angle incognu. Tellement que ceste briefveté requeroit ici la susdite animadversion.

DEMONSTRATION.

L'operation de l'invention de l'angle A au premier exemple, se demonstre ainsi : Il apparoit en la forme de la 1 definition du 1 livre du traicté des triangles, que A B I est un triangle rectangle, dont le costé A B, estant egal au sinus du rectangle A E, alors le mesme A B se peut prendre pour le sinus du rectangle : par où est notoire que tel sinus de rectangle avec sa tangente, sont deux costez de rectangle d'un triangle rectangle. Et par le contraire d'icelui, que tous deux costez d'un rectangle, se peuvent prendre, l'un pour sinus d'un rectangle, l'autre pour sa tangente : Pource soit A B en la forme du 1 exemple de ceste proposition, prins pour sinus d'un rectangle, s'ensuit que B C est sa tangente : Toutesfois puis que les nombres 16 & 12, de ces deux lignes A B, B C, ne sont point ceux sur lesquels les tables ont esté composées, mais seulement proportionels avec iceux, je dis ainsi : Faisant A B 16. B C fait 12, que fera B C estant A B (comme aux tables) de 10000?
Vient pour B C en la table des tangentes 7500.

Parquoy l'arc d'icelui, qui s'y trouve de 36 deg. 52 ①, est pour la grandeur de l'angle A, à l'opposite de la tangente B C. Et la susdite construction estant fondée là dessus, s'ensuit que 36 deg. 52 ①, est la vraye grandeur de l'angle A. Semblable sera aussi la demonstration de l'invention de l'angle C. Touchant la demonstration de la reste, elle est notoire par la construction, & fondée principalement sur la 1 proposition. *Conclusion.* Estant donc cognus d'un triangle plat deux costez comprenant un angle cognu, nous avons trouvé le troisiesme costé & les deux autres angles, selon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION VII.

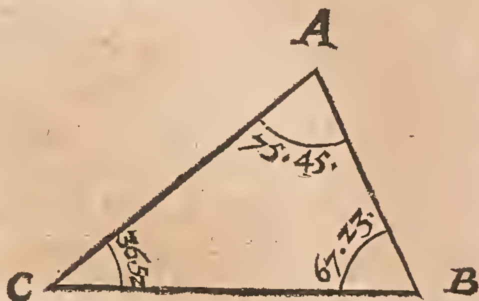
Estant cognus d'un triangle plat, les trois angles : Trouver les raisons des trois costez.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle A fait 75 deg. 45 ①, & B 76 deg. 23 ①, C 36 deg. 52 ①.

Le requis. Il faut trouver les raisons des trois costez.



CONSTRUCTION.

Le sinus de l'angle A est pour son costé opposite B C 9692.
Le sinus de l'angle B est pour son costé opposite A C 9231.
Le sinus de l'angle C est pour son costé opposite A B 6000.
Parquoi comme 9692 à 9231, ainsi B C à A C, & semblablement des autres.

La demonstration est notoire par la 1 proposition de ce livre.

Conclusion. Estant donc cognus d'un triangle plat les trois angles, nous avons trouvé les raisons des trois costez, selon le requis.

NOTEZ.

Encores que ne seroient donnez que deux angles cognus, on pourroit trouver les raisons de trois costez, car on trouve le troisiesme angle par la 3 proposition.

PROBLEME VI. PROPOSITION VIII.

Estant cognus d'un triangle plat les trois costez : Trouver les trois angles.

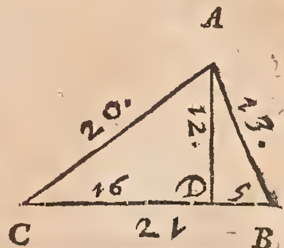
Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité :



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B fait 13, B C 21, A C 20.

Le requis. Il faut trouver les trois angles B A C, B, & C.

Preparation. Je tire sur le plus grand costé des trois, qui est ici B C, la perpendiculaire A D, laquelle necessairement, soit que le triangle ait un angle obtus ou nō, tombe dedans le triangle donné : Puis apres je dis ainsi :



Le quarré du moindre costé A B 13, est 169.
A cela le quarré du plus grand costé B C 21 faisant 441.
Font ensemble 610.
D'iceux soustrait le quarré du costé moyen A C 20 faisant 400.
Reste 210.
La moitié 105.
Icelle divisée par le plus grand B C 21, vient pour B D 5.
Iceux soustraits de B C 21, reste pour D C 16.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D B, A D C, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on trouve les incognus, comme s'ensuit :

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D B a deux costez cognus A B 13, B D 5, & l'angle A D B droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ceste, l'angle requis B de 67 deg. 23.

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, cōme dessus, & veu que le triangle A D C

a deux costez cognus A C, C D, & l'angle A D C droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ce livre l'angle requis C de 36 deg. 52.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, & veu que le triangle ADB a deux costez cognus A B, B D, & l'angle A D B droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ce livre, l'angle requis D A B de 22 deg. 37.

Apres, veu que le triangle A D C, a deux costez cognus A C, C D, & l'angle ADC droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ce livre l'angle D A C de 53 deg. 8.

A iceux adjoustez 22 deg. 37 ① premier en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB 75 deg. 45.

DEMONSTRATION.

Pour monstrer premierement la preparation, je dis ainsi: Veu que [par la 13 prop. du 2 liv. d'Euclid.] les deux quarrez de A B, B C ensemble, sont autant plus grands que le quarré de AC, que deux fois le rectangle compris sous B C & B D; Il s'ensuit que la moitié des susdits 210 (ce que les deux quarrez de A B, B C, sont ensemble plus grands que le quarré de AC) faisant 105, est egale au rectangle une fois compris sous BC & BD. Parquoi le rectangle 105 divisé par son costé B C 21, il faut que le quotient 5 soit pour son autre costé D B: Iceux soustraits de B C 21, il faut que le reste 16, soit pour C D, comme il se trouvoit en la preparation. Quant à la demonstration de l'operation, elle est notoire par l'operation mesme.

Conclusion. Estant donc cognus d'un triangle plat les trois costez, nous avons trouvé les trois angles, selon le requis.

INDICE DES TRIANGLES PLATS.

Qui est une maniere de table, demonstrant comment au precedent on trouvera des triangles, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle proposé, duquel on desire cognoistre un terme ou termes incognus.

Veu que les precedentes reigles de l'operation, par lesquelles on cerche les termes incognus des triangles plats, sont fort differentes, & que ce seroit chose fascheuse de retenir le tout par memoire, nous descrirons ici une certaine maniere (pour obvier à icelle peine) telle qu'à tout exemple occurrant, incontinent on trouvera au precedent un semblable, dont on peut imiter l'operation de poinct en poinct, sans troubler l'esprit d'aucunes de ces diversitez: A celle fin nous mettons la description suivante des triangles plats en façon de table: Dont puis apres nous declarerons l'usage par exemple.

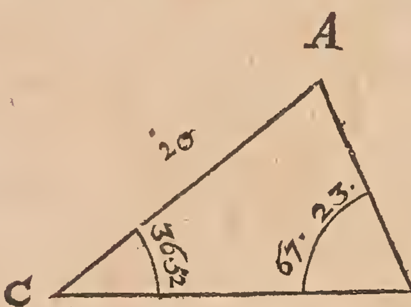
ALB. GIRARD.

Ceux qui voudront suivre l'ordre que nous avons tenu en nostre Trigonometrie imprimée avec les Tables en volume portatif, ne se voulans servir que des sinus, trouveront les triangles plats compris sous 3 accidens: mais voulans se servir des tangentes & secantes pour plus facile expedition & plus certaine, verront que je les comprens tous, en 4 accidens, beaucoup plus succinctement que l'on n'a fait jusqu'à maintenant: ce qui soit dit, sans mespriser personne.

Indice des Triangles plats.

L'usage du precedent indice des triangles plats.

Soit à trouver un ou plusieurs termes incognus de ce triangle A B C: Pour à quoi parvenir, je voy qu'il y a deux angles B, C cognus, avec le costé A C à l'opposite d'un angle cognu: Parquoi je cerche en l'indice des triangles un semblable triangle, & le trouve le deuxiesme en l'ordre, là où je voy qu'un semblable sera trouvé en la 13 Page au 1 exemple de la 4 Proposition: Parquoi imitant l'operation on vient au requis: & ainsi de tous autres.



Notez encores que si en ce triangle proposé n'eust esté cognu le costé A C, mais A B, qui alors eust aussi esté un triangle de ceste espece: Cela advenant, au lieu du triangle proposé, on peut marquer un autre, comme il y a dedans le livre, & y appliquer telles lettres, ainsi qu'au triangle imitable, afin de ne point troubler l'esprit avec diverses lettres de mesme signification.

APPLI-

APPLICATION DES POLYGONES PLATS.

IVsques ici est descrite l'invention des termes incognus des triangles plats, & combien que par icelle se puissent trouver les termes incognus trouvables de tous plans rectilignes, à cause qu'on les peut partir en triangles, ou bien par addition les reduire en triangles, toutesfois la chose requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceste suivante description, que nous appellons APPLICATION.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

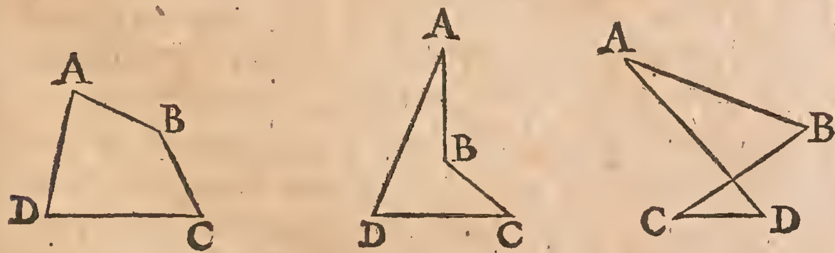
Nous appellons angle revers, qui est plus grand que de 180 degrez.

Vn tel angle ne peut estre au triangle, pource que ces trois angles ne font ensemble que 180 degrez: Mais bien en ceux qui ont plus de trois angles, comme en ce quadrangle ABCD, là où l'angle B estant plus grand que 180 deg. nous l'appellons angle revers. La cause du nom en est telle: Selon la coustume ordinaire de parler, quelque chose se dit estre en un angle, quand elle est aupres de la conjonction de deux lignes faisant l'angle, & d'icelle part où elles inclinent l'une vers l'autre, & la grandeur de l'arc descrit vers icelle part, se dit la grandeur de ce mesme angle: Mais veu que nous rencontrons aussi des operations avec des arcs qui sont de l'autre part, ou de la part reverse de l'angle ordinaire, estant plus grand que de 180 degr. nous appellons icelle plus grande ouverture de lignes, Angles revers.

DEFINITION II.

VN quadrangle ayant quatre angles sans angle revers, & sans costez coupans l'un l'autre, nous l'appellons quadrangle vulgaire: Mais ayant un angle revers, quadrangle d'angle revers: Et quand il a deux costez coupans l'un l'autre, quadrangle croisé.

Entre quatre poincts se peuvent tirer quatre lignes de trois certaines sortes, faisant trois quadrangles divers, comme ci dessous entre les quatre poincts A,B,C,D.



Le premier est selon la maniere vulgaire sans angle revers, & sans costez s'entrecoupans, que pourtant nous appellons quadrangle vulgaire. Le deuxiesme avec un angle revers, comme l'angle B, que nous appellons pour cela quadrangle d'angle revers. Le troisiesme avec deux costez s'entrecoupans, ou croisans, lequel à cause de cela nous appellons quadrangle croisé. Et combien que le dernier, selon la vulgaire definition des quadrangles, ne semble point proprement un quadrangle, neantmoins nous l'appellons ici quadrangle, à cause des quatre angles A, B, C, D, & de la reigle generale qui en la doctrine en est de trois quadrangles, en l'invention des trois termes incognus, par les cinq cognus, desquels sera dit aux propositions suivantes.

Maintenant suivent les Propositions.

THEOREME I. PROPOSITION I.

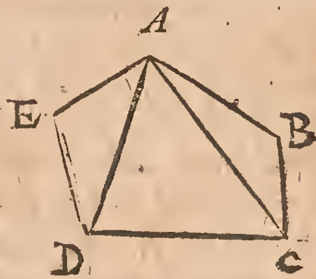
LEs angles d'un plan rectiligne, sont egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins.

Le sens, dit en general, est tel: Posé qu'il y ait quelque pentagone regulier ou irregulier, comme il advient, tous les angles d'icelui ensemble, sont egaux à trois rectangles doubles, à sçavoir autant d'angles qu'il y a en la figure donnée deux moins. Et ainsi faut il entendre que tous les angles d'un dixsept-angle, sont egaux à 15 rectangles doubles, & d'un cinquant-angle à 48 rectangles doubles, & ainsi des autres jusques à l'infini. Ceci estant entendu, nous viendrons à la matiere.

Le donné. Soit ABCDE quelque figure rectiligne avec cinq angles. *Le requis.* Il faut demonstrer que les cinq angles d'icelui, sont egaux à trois rectangles doubles. *Preparation.* Je tire les deux lignes AC, AD, lesquelles partissent le pentagone en trois triangles, à sçavoir ABC, ACD, ADE.

DEMONSTRATION.

Les trois angles du triangle ABC, sont egaux à deux rectangles, ou ce qui est le mesme, à un rectangle double, (à quoy s'accorde aussi ce theoreme, car les trois angles d'un triangle doivent estre egaux à un rectangle double, à sçavoir à autant de rectangles doubles qu'il y a d'angles, deux moins) Or à ce rectangle double, comprins au triangle ABC, adjoustez encores du triangle ACD les trois angles ACD, CAD, DAC, qui sont aussi egaux à un rectangle double, font ensemble deux rectangles doubles egaux aux quatre angles du quadrangle ABCD: Maintenant à ces deux rectangles doubles comprins au quadrangle ABCD, adjoustez encores du triangle ADE trois angles ADE, DEA, EAD, qui sont aussi egaux à un rectangle double, font ensemble trois rectangles doubles, egaux aux cinq angles de pentagone ABCDE.

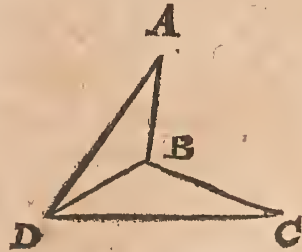


Autre exemple avec un angle revers.

Le donné. Soit ABCD un quadrangle revers, dont l'angle revers est ABC. *Le requis.* Il faut demonstrer que ses quatre angles comme A, son angle revers ABC, apres C, & ADC, sont egaux ensemble à deux rectangles doubles. *Preparation.* Soit tirée la droite ligne DB.

DEMONSTRATION.

Les trois angles A, ABD, BDA, du triangle ABD, sont egaux ensemble à un rectangle double, & ainsi aussi les trois angles C, CBD, BDC, du triangle BCD: Parquoi les six angles des deux triangles font ensemble deux rectangles doubles: Mais les deux angles ABD, CBD, font ensemble l'angle revers ABC. Semblablement les deux angles BDA, BDC, font ensemble l'angle ADC: Parquoi les quatre angles comme A, l'angle revers ABC, C, & ADC, sont ensemble egaux à deux rectangles doubles.



Conclusion. Les angles donc d'un plan rectiligne, sont egaux

egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins : ce qu'il nous falloit demonstrer.

Probleme I. Proposition II.

Estant donnés d'un plan rectiligne tous les angles moins un: Trouver cest angle incognu.

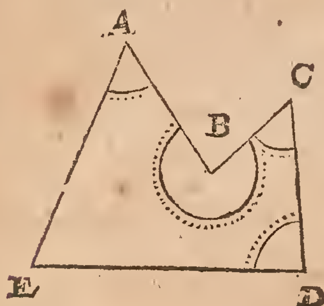
Le donné. Soit ABCDE un pentagone, dont l'angle A fait 60 degr. l'angle revers B 280 degr. C 50 degr. D 80 deg. mais E est incognu.

Le requis. Il faut trouver l'angle E.

Constrvction.

Je soustrais tousiours deux angles des angles de la figure donnée, laquelle est ici de cinq, reste 3, par lesquels multipliez 180 deg. vient pour tous les angles	540 deg.
D'iceux soustrait la somme de quatre angles cognus donnez montant à	470 deg.
Reste pour l'angle requis E	70 deg.

Demonstration.



Veu que les cinq angles font ensemble 540 deg. & d'iceux soustraits les quatre angles cognus faisans ensemble 470 degr. il faut donc que le reste 70 deg. soit pour l'angle E.

2 Exemple d'un quadrangle croisé.

Le donné. Soit ABCD un quadrangle croisé, dont la ligne AD coupe la ligne BC en E, & duquel les trois angles A, D, C, sont cognus, à sçavoir A de 30 deg. D 60 deg. & C 40 deg. mais B incognu.

Le requis. Il faut trouver l'angle B.

Constrvction.

Les deux angles cognus qui tous deux sont en un mesme triangle comme C & D, font ensemble par le donné	100 deg.
D'iceux soustrait le troisiesme angle cognu A de	30 deg.
Reste pour l'angle requis B	70 deg.

Demonstration.

Les trois angles du triangle comme CED, font tousiours ensemble 180 deg. comme aussi les trois angles du triangle AEB: Apres, l'angle CED du triangle CED, est egal à l'angle AEB du triangle AEB: parquoi l'angle CED, soustrait des trois angles du triangle CED, & semblablement l'angle AEB, soustrait des trois angles du triangle AEB, la paire d'angles C, D, demeure tousjours egale au pair d'angles A, B: Mais ces deux paires d'angles, estant tousiours egales, s'ensuit que soustrait l'angle A, de la somme des deux angles C, D, comme en la construction, qu'il faut que le reste soit pour l'angle B.



Conclusion. Estant donc donnés d'un plan rectiligne tous les angles moins un, nous avons trouvé cest angle incognu, selon le requis.

Notez.

Nous viendrions maintenant à la chose, à sçavoir à l'invention des termes incognus de tous plans rectilignes donnez : Mais comme en la 6 proposition des triangles plats, est demonstré se pouvoir rencontrer une impossibilité, & qu'il n'y peut avoir solution sur l'invention de trois costez incognus d'un triangle, ainsi se rencontrent plusieurs autres impossibilitez aux plans avec plus de costez, lesquelles nous descrirons premierement és trois theoremes suivans.

Theoreme II. Proposition III.

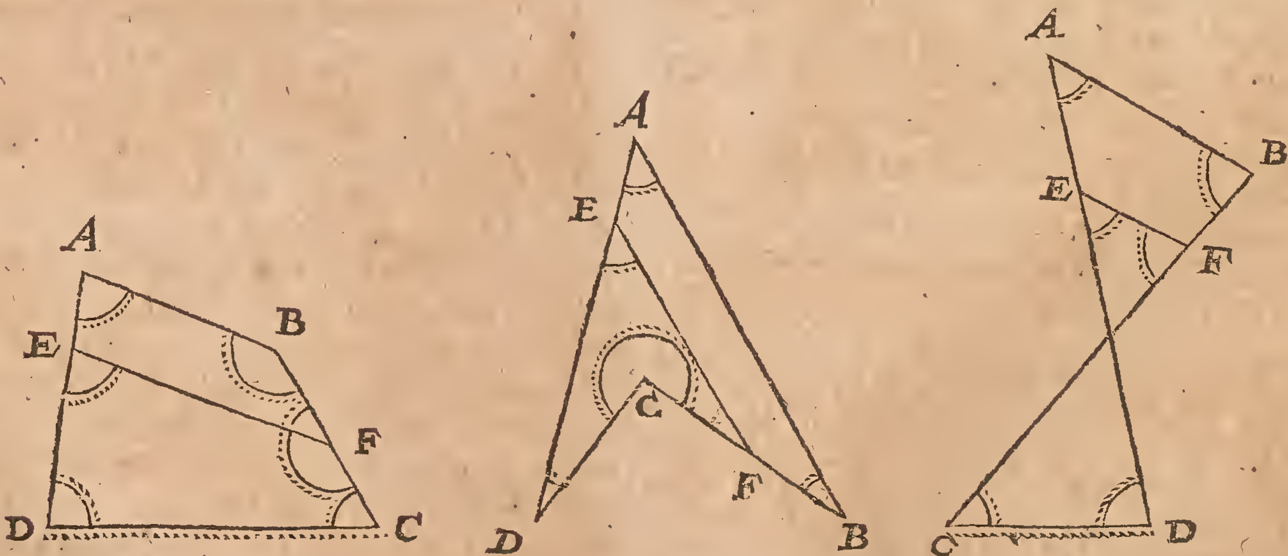
Vn plan rectiligne ayant trois costez incognus, & les autres termes estant cognus: par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

En la deuxiesme proposition des triangles plats, a esté demonstré ceste proposition estre telle au triangle: Mais qu'elle est ainsi en tous plans rectilignes, nous le demonstrerons maintenant.

1 Exemple d'un quadrangle.

Le donné. Soit ABCD un quadrangle en trois sortes, le premier vulgaire, le deuxiesme d'angle revers, le troisiesme croisé, dont les quatre angles sont cognus, avec un costé, je prens CD: mais les autres trois costez, comme AB, BC, AD, incognus.

Le requis. Il faut demonstrer, que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus. *Preparation.* Soit tirée une parallele avec un des costez, comme EF parallele avec AB, estant E en AD, & F en BC.

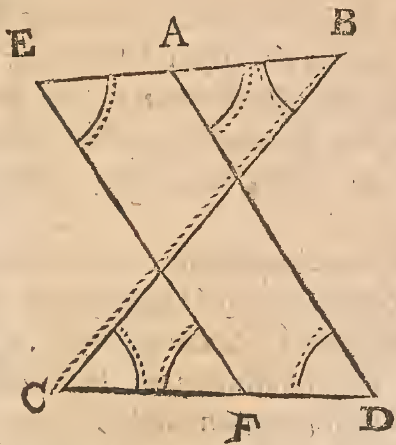


Demonstration.

L'angle DEF est egal à l'angle DAB, & CFE à l'angle CBA, tellement que les nombres donnez, quand il y en a aucuns, des deux angles DAB, CBA, servent

seruent aussi pour les deux angles D E F, C F E, & ainsi les cinq nombres donnez des cinq termes cognus, seruiront aussi bien pour le quadrangle E F C D, que pour le quadrangle A B C D, & pour d'autres quadrangles infinis de telle qualité, par lequel est notoire, qu'on n'en peut donner certaine solution.

Mais si l'une des lignes s'entrecoisantes est cognuë, comme ici C B, avec tous les angles, mais les autres trois lignes incognuës: Je tire E F parallele avec A D, & alors seruent tous les nombres donnez des termes cognus, tant pour le quadrangle croisé E B C F, & pour infinis autres semblables, que pour le quadrangle croisé A B C D.



2 Exemple d'un plan rectiligne comme il adviendra.

Le donné. Soit A B C D E F un hexagone avec trois costez incognus B C, D E, F A, mais tout le reste des termes cognus. *Le requis.* Il faut demonstrer que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

Preparation. Veu qu'il est possible de faire d'autres hexagones, dont les termes cognus soient egaux aux termes cognus donnez, mais les incognus inegaux avec les incognus donnez, nous marquerons donc un tel hexagone comme s'ensuit: Je tire quelque parallele infinie avec E D, comme G H, apres je produis A F en infini vers I, & B C en infini vers K, & de E jusques en l'infinie G H la ligne E G parallele avec F I, & G I egale & parallele avec E F. Apres de D jusques en l'infinie G H, la ligne D H parallele avec C K, & H K egale & parallele avec D C.

DEMONSTRATION.

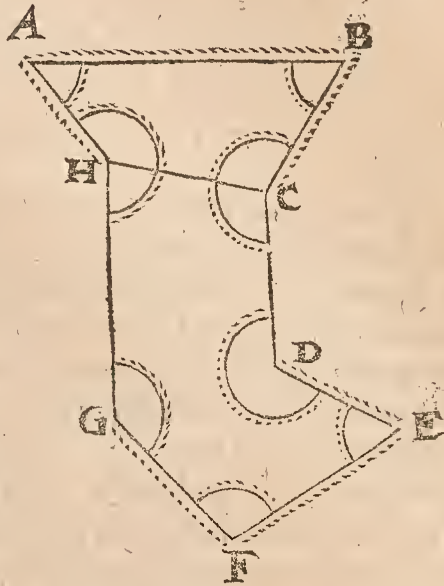
Nous avons ici deux hexagones, l'un A B C D E F, & l'autre A B K H G I, tellement que les termes cognus de l'un, sont egaux aux termes cognus de l'autre; car A & B sont deux angles cognus à l'un & à l'autre hexagone, apres les angles B C D, C D E, D E F, E F A, sont par ordre egaux avec C K H, K H G, H G I, G I A, pour la parallelité de C D avec K H, & D E avec H G, & E F avec G I. Touchant le costé cognu A B, il est commun de l'un & de l'autre hexagone, K H est egal avec C D, & G I avec E F, pource que C K H D & E F G I sont quadrangles parallels par la preparation. Quant aux trois termes incognus B K, H G, I A, ils sont inegaux avec les trois termes incognus donnez B C, D E, F A, & manifestement plus grands qu'iceux, d'où il appert que de cela on ne peut donner certaine solution. Et semblable sera aussi la demonstration en tous plans rectilignes.

Conclusion. Vn plan rectiligne donc ayant trois costez incognus, & tous les autres termes estant cognus, par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME III. PROPOSITION IV.

Si un plan rectiligne avoit deux costez parallels incognus, & le reste des termes cognus: par iceux on ne peut trouver les deux costez incognus.

Le donné. Soit A B C D E F G H un octogone rectiligne avec deux costez parallels incognus, comme C D, H G, mais tout le reste des termes cognus. Quant à la raison, par laquelle on sçait si les deux lignes C D, G H, sont paralleles ou non, elle consiste en ceci: Quand on tire la ligne H C ou G D, soit H C, & qu'on trouve que les angles G H C, D C H, font ensemble 180 degr. (ce qui est notoire ou par les angles donnez, ou se cognoit par la suivante proposition) elles sont paralleles, mais ces deux angles montant plus ou moins, elles ne sont point paralleles.



Le requis. Il faut demonstrer, qu'on ne peut trouver les deux costez incognus C D, H G.

DEMONSTRATION.

En cas qu'on allonge ou accourcisse egalement les deux costez incognus C D, H G, tous les termes incognus demeurent manifestement les mesmes, & par ainsi leurs nombres donnez, quand il en y a aucuns, serviront aussi bien pour la figure changée, que pour ceste-ci donnée: Par où est notoire qu'il ne s'en peut donner solution certaine. Il est aussi assez manifeste par cest exemple que la reigle est generale sur tous plans rectilignes.

Conclusion. Si doncques un plan rectiligne, avoit deux costez parallels incognus, & le reste des termes cognus, par iceux on ne peut trouver les deux costez incognus: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME IV. PROPOSITION V.

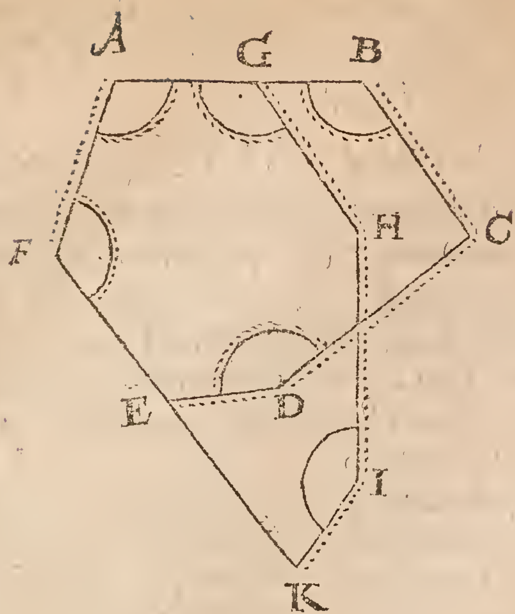
Estant plus des trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres cognus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles sont cognus.

Si entre les termes incognus, estant en nombre plus de trois, je prens quatre, il y avoit un angle & trois costez, il est bien vray que tel angle se peut trouver par la 2 proposition de ceste Application, mais point les autres trois termes par la 3 proposition. Mais entre les quatre termes incognus estant deux, trois, ou quatre angles, nul de tous, aussi bien costez que angles se peuvent trouver: ce que nous demonstrerons.

Le donné. Soit A B C D E F un hexagone, ayant quatre termes incognus, comme deux angles incognus C, & D E F, avec deux costez incognus A B, E F, mais tout le reste des termes cognus.

Le requis. Il faut demonstrer qu'on ne peut trouver ces quatre termes incognus.

Preparation. Veu qu'il est possible de faire d'autres hexa-



hexagones, dont les termes cognus sont egaux aux donnez cognus, mais les incognus inegaux aux donnez incognus, soit entre l'infinie quantité de divers hexagones qu'on peut faire ainsi, A G H I K F un tel hexagone, où A G est partie de A B, & G H egale & parallele avec B C, apres H I egale à C D, mais ayant l'angle H inegal avec C, & ainsi que I K estant aussi egale avec D E, aye l'angle I egal à D, & K inegal avec D E F, vienne jusques à la produite F E: ce qui estant ainsi, tous les termes cognus de l'hexagone A G H I K F, sont egaux avec les termes cognus de l'hexagone A B C D E F, mais tous ses termes incognus, sont inegaux avec les autres incognus.

DEMONSTRATION.

Veu que les termes cognus de l'hexagone AGHIKF, sont egaux avec les termes cognus de l'hexagone A B C D E F: les nombres donnez, quand il y en a aucuns, serviront aussi bien pour l'une que pour l'autre figure, & pour infinis autres hexagones de telle qualité, par où il est notoire, que de cela ne se peut donner certaine solution. Et par cest exemple de deux angles & deux costez incognus en l'hexagone, est assez notoire la generale reigle de trois angles incognus & un costé, & de quatre angles incognus, & cela en tout plan rectiligne. Apres, veu que quatre termes incognus ne se peuvent trouver, à plus forte raison plus de quatre termes incognus ne se trouveront point.

Conclusion. Estant doncques plus de trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres cognus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles sont cognus: ce qu'il falloit demonstrer.

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

Estant donné un quadrangle plat, avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'estant point tous de lignes, n'y ayant deux costez parallels incognus: Trouver les trois termes incognus.

La raison pourquoi en ceste 6 & 7 proposition suivante, ne peuvent manquer au plus que trois termes incognus, n'estant point tous lignes, n'y ayant deux costez parallels, est notoire par la 3, 4, & 5 proposition: Ce qui estant entendu nous viendrons à la chose.

Les cinq termes cognus & trois incognus peuvent estre de huict diverses façons, telles qu'avec les quadrangles A B C D ci joincts ils sont declarez, contenant les trois especes comme vulgaire, d'angle revers, & quadrangle croisé, de chacun huict figures.

Les premiers trois quadrangles sont avec trois angles incognus A, A B C, A D C, les autres cinq termes cognus.

Les deuxiesmes avec deux angles incognus A, A B C, & un costé incognu A B, entre deux, les autres cinq termes cognus.

Les troisiesmes avec deux angles incognus A, ABC, & un costé cognu A D, entre un angle cognu, & un angle incognu, les autres cinq termes cognus.

Le quatriesmes avec un angle incognu A, entre deux costez incognus, les autres cinq termes cognus.

Les cinquiesmes avec deux costez incognus AB, AD, comprenant un angle cognu A, à l'opposite de l'angle incognu C, & cinq termes cognus.

Les sixiesmes avec deux costez incognus A B, A D, comprenant un angle cognu A, joignant l'angle incognu B, & cinq termes cognus.

Les septiesmes avec deux costez incognus A B, D C, à l'opposite l'un de l'autre, l'un comme A B, entre un angle cognu A, & un angle incognu ABC, l'autre comme D C, entre deux angles cognus, & cinq termes cognus.

Les huictiesmes avec un costé incognu D C, à l'opposite de deux angles incognus A, A B C, & les autres cinq termes cognus.

De tous lesquels nous descrirons trois exemples.

NOTEZ.

Nous prenons en toutes ces figures ci joinctes, tous les angles, excepté B du quadrangle vulgaire, & l'angle revers B, estre aigus: Et combien que les angles obtus pourroient en la construction causer quelque changement de certaine addition, où il se fait ainsi soustraction, & au contraire: Combien qu'aussi les rectangles donnez causent briefveté en la construction: Toutesfois veu qu'il seroit moleste de descrire toutes les diversitez qui y peuvent advenir, & que telle addition, ou soustraction, ou briefveté, se monstre assez clairement en la construction, nous prenons tels changemens par ces trois exemples avec tels angles aigus, pour assez notoires.

ALB. GIRARD.

Les 4, 5, & 6 figures ne font qu'un mesme accident, car ce sont deux costez cognus prochains, & 3 angles, parquoy il y en a 2 trop, & neantmoins on en delaisse un, comme 3 costez & deux angles opposites donnez; ainsi n'y a que 7, ou plustost 21 cas, selon qu'on peut voir en mes tables des Sinus.

Quant aux preparations en chacun des trois suivants exemples, les reigles descrites sont generales en leurs especes sur toute figure, d'autant plus avec des angles obtus, & des angles droits, qu'avec des angles aigus.

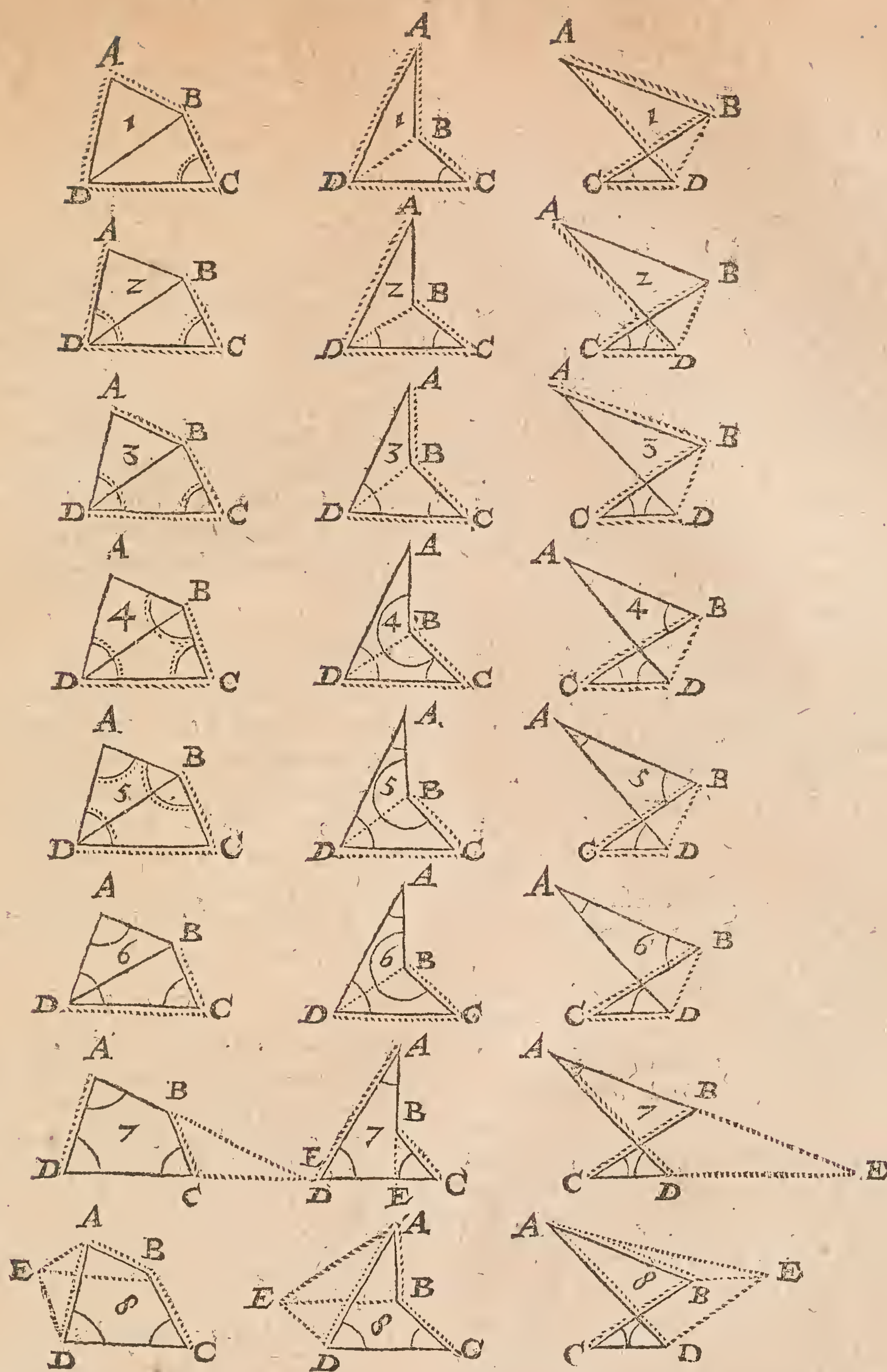
I *Exemple de la* 1, 2, 3, 4, 5, & *6 Figure.*

Le donné. Soit la premiere des susdites figures un quadrangle A B C D, avec quatre costez cognus, & un angle C cognu.

Le requis. Il faut trouver les trois angles incognus.

Preparation. Je tire la ligne D B.

CON-



CONSTRVCTION.

Veu que le quadrangle est parti par la ligne D B en deux triangles, dont le triangle D B C a trois termes cognus, à sçavoir C, B C, & CD, par iceux on trouve les autres trois termes incognus, par la 5 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle D B C.
L'angle B D C.
Et le costé D B.
Ce qui estant ainsi, le triangle ADB a trois costez cognus, par lesquels on trouve les trois angles, par la 8 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle requis A.
L'angle A D B.
Et l'angle D B A.
Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, adjoustez D B C premier en l'ordre, à DBA sixiesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé, tel D B C, soustrait de D B A, vient l'angle requis A B C.
Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, adjoustez A D B cinquiesme en l'ordre, à B D C deuxiesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé, tel ADB soustrait de BDC, vient l'angle requis A D C.

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblablement aussi sera la procedure avec la 2, 3, & 4 figure, tirant la ligne D B, & operant en chacune selon le requis du donné. Touchant le 5 & 6 triangle, où en tirant la ligne D B, ne vienent incontinent trois termes cognus au triangle D B C, toutesfois on y parvient en trouvant premierement l'angle C par les trois angles donnez cognus, selon la maniere de la deuxiesme proposition de ceste Application.

2 Exemple de la 7 Figure.

Le donné. Soit la 7 figure un quadrangle, avec deux costez incognus A B, D C, à l'opposite l'un de l'autre, l'un comme A B, entre un angle cognu A, & un angle incognu A B C, l'autre comme D C entre deux angles cognus, & les deux costez A D, B C, sont cognus. *Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus. *Preparation.* Veu qu'en tirant la ligne D B ou A C, le quadrangle, comme au premier exemple, ne se peut reduire en deux triangles, dont l'un au trois termes cognus, comme il advenoit aux six figures precedentes, la preparation

paration se fait ainsi: Je produis l'un des deux costez incognus, jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite en E.

CONSTRVCTION.

Premieremēt se trouve avec les trois angles cognus A, D, DCB, par la 2 proposition de ceste Application, le quatriesme angle requis ABC.
Le triangle EAD a trois termes cognus, à sçavoir l'angle A, l'angle D, & le costé AD par le donné, avec ceux là on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres trois termes incognus, à sçavoir l'angle E.
Le costé AE.
Et le costé DE.
Le triangle BCE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle E deuxiesme en l'ordre, le costé BC par le donné, & l'angle BCE par le donné, car au quadrangle revers, & au quadrangle croisé, il est cognu parfaitement, au quadrangle vulgaire il est complement de demicercle du donné BCD, avec cela on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres deux costez, à sçavoir BE.
Et CE.
Du quadrangle vulgaire de DE quatriesme en l'ordre, soustrait CE sixiesme en l'ordre, & au quadrangle revers adjousté telle DE à CE: mais du quadrangle croisé tirée telle DE de CE, vient la requise DC.
Et soustrait BE cinquiesme en l'ordre, de AE troisiesme en l'ordre, reste la requise AB.

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblable sera la procedure avec la huictiesme figure, produisant l'un des costez incognus jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite: Et combien que le triangle EAD alors n'ait point trois termes cognus, toutesfois cela s'acquiert trouvant premierement l'angle A, par les trois angles cognus donnez, selon la maniere de la 2 proposition de ceste Application.

3 *Exemple de la 8 Figure.*

Le donné. Soit la 8 figure un quadrangle avec un costé incognu DC, à l'opposite de deux angles incognus A, ABC, les autres cinq termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Preparation. Veu qu'en tirant la ligne DB ou AC, comme au premier exemple, ni aussi en produisant deux costez, comme au 2 exemple, le quadrangle ne se peut convertir en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux exemples susdits, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire BE egale & parallele avec CD, apres AE, & DE, il faut qu'elle soit egale & parallele avec CB.

CONSTRVCTION.

L'angle donné C, soustrait de 180 deg. reste (pource que ED & BC sont paralleles) l'angle CDE.
Duquel soustrait l'angle donné ADC, reste l'angle ADE.
Le triangle ADE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle ADE deuxiesme en l'ordre, le costé AD par le donné, & DE egal à CB donné par la preparation, par iceux cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé AE.
L'angle EAD.
L'angle AED.
D'iceux soustrait l'angle BED, qui est egal avec l'angle donné C, reste l'angle AEB.
Le triangle AEB a trois termes cognus, à sçavoir l'angle AEB sixiesme en l'ordre, le costé AB par le donné, & AE troisiesme en l'ordre: Par iceux cerchés les trois termes incognus par la cinquiesme proposition des triangles plats, il se trouve à sçavoir le costé EB, lequel pour son egalité avec DC par la preparation, est aussi pour la mesme requise DC.
L'angle EBA.
Et l'angle EAB.
D'iceux soustrait au quadrangle vulgaire & revers, l'angle EAD quatriesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé EAB soustrait de l'angle EAD, reste l'angle requis BAD.
Et par les trois angles cognus BAD, C, & D, se trouve par la 3 proposition le quatriesme angle requis ABC.

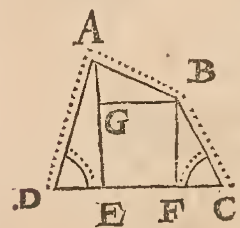
Dont la demonstration est notoire par la construction.

NOTEZ.

On pourroit faire autres diverses façons de preparations que les precedentes, & là dessus d'autres operations, mais pour briefveté une suffiroit: Toutesfois puis que Ptolemée en l'invention des termes incognus de la 8 figure, se sert d'une autre façon de preparation, au chapitre 9 de son 10 livre, nous la declarerons.

Le donné. Soit par exemple ABCD un quadrangle de la 8 sorte.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus, à sçavoir les deux angles DAB, ABC, & le costé DC.



Preparation. Je tire de A & de B deux lignes en rectangle sur le costé DC, ou quand il est besoin sur son allongé, comme AE, BF, puis apres BG à rectangle sur AE.

CONSTRVCTION.

Le triangle AED a trois termes, à sçavoir l'angle AED droit par la preparation, l'angle D, & le costé AD cognu par le donné: Avec iceux cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle DAE.
La ligne DE.
Et la ligne AE.
Le triangle BFC a trois termes cognus, à sçavoir l'angle BFC droit par la preparation, l'angle C, & le costé BC cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangle plats, à sçavoir l'angle FBC.
La ligne FC.
Et la ligne BF.

Laquelle

Laquelle B F estant egale avec G E, la mesme G E fait aussi autant, parquoi ceste G E soustraite de A E troisiesme en l'ordre, demeure cognu G A.

Le triangle A G B a trois termes cognus, à sçavoir G A septiesme en l'ordre, l'angle A G B droit par la preparation, & A B cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 5 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé G B.

L'angle A B G.

Et l'angle B A G.

A iceux adjousté le rectangle G B F, avec l'angle F B C quatriesme en l'ordre, vient l'angle requis A B C.

Adjousté à l'angle G A B neufiesme en l'ordre, l'angle D A E premier en l'ordre, vient l'angle requis D A B.

E F estant egale avec G B huictiesme en l'ordre, elle est cognuë, à icelle adjousté D E deuxiesme en l'ordre, & F C cinquiesme en l'ordre, vient la requise D C.

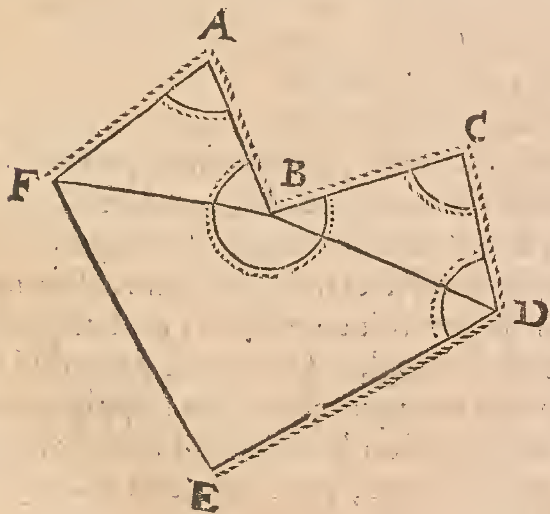
Et par telle maniere de preparation on pourroit aussi depescher la 2, 7, & 8 sorte, & cela en toutes les trois especes des quadrangles.

Conclusion. Estant donc donné un quadrangle plat avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'estant point tous de lignes, n'y ayant aussi deux costez parallels incognus: Nous avons trouvé les trois termes incognus, selon le requis.

PROBLEME III. PROPOSITION VII.

Estant donné un plan rectiligne, avec tous les termes cognus, excepté trois, n'estant point tous lignes, n'y ayant aussi deux costez incognus parallels: Trouver les trois termes incognus.

Le donné. Soit A B C D E F un hexagone, avec un



costé incognu E F, & deux angles incognus E, A F E, mais tout le reste des termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

CONSTRVCTION.

Les lignes avec lesquelles on partit les polygones & triangles ou quadrangles pour trouver le requis, se peuvent tirer de diverses façons, & nous mener à une mesme solution: Je prens ces lignes estre tirées en cest exemple comme BD, BF, partant l'hexagone en deux triangles B C D, A B F, & un quadrangle B D E F, avec lesquels je dis ainsi: Le triangle B C D a trois termes cognus, à sçavoir l'angle C, le costé B C, & C D, par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle C B D.

L'angle C D B.

Et le costé B D.

Le triangle A B F a trois termes cognus, à sçavoir l'angle A, le costé A F, & le costé A B: par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle A F B.

L'angle A B F.

Et le costé B F.

L'angle C D B deuxiesme en l'ordre, soustrait de l'angle donné C D E, reste l'angle B D E.

L'angle C B D premier en l'ordre, avec A B F cinquiesme en l'ordre, soustrait de l'angle revers donné A B C, reste l'angle F B D.

Ce qui estant ainsi, le quadrangle B D E F a cinq termes cognus, à sçavoir l'angle B D E septiesme en l'ordre, F B D huictiesme en l'ordre, B F sixiesme en l'ordre, B D troisiesme en l'ordre, E D par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il se trouve par le 1 exemple de la 6 proposition de ceste Application, comme estant ce quadrangle de la qualité de la seconde figure, à sçavoir l'angle requis E.

Le costé requis E F.

L'angle B F E.

Auquel adjousté l'angle A B F cinquiesme en l'ordre, vient l'angle requis A F E.

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblable sera la procedure avec tous plans rectilignes, à cause qu'ils se peuvent partir en triangles ou quadrangles par les termes cognus donnez, afin de trouver par iceux les termes requis, comme dessus.

Conclusion. Estant donc donné un plan rectiligne avec tous les termes cognus, excepté trois, n'estant point tous lignes, n'y ayant aussi deux costez incognus parallels: Nous avons trouvé les trois termes incognus, selon le requis.

Fin des Triangles plats.

TROISIESME LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE

Des Triangles Spheriques.

ARGVMENT.

Nous distinguons ce livre en trois parties. La premiere est de 22 Theoremes, servans de fondement general aux propositions suivantes. La deuxiesme de 9 Theoremes, hors desquels est tirée la forme de l'operation des Problemes de la troisiesme partie. La troisiesme de 13 Problemes de l'invention des angles & costez requis des triangles spheriques donnez.

Apres le susdit suivra une Application *des polygones spheriques.*

Et puis une Appendice *du traicté des triangles.*

DEFINITIONS.

Definition I.

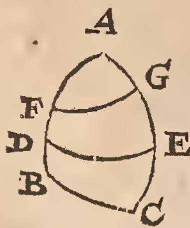
Triangle spherique est celuy qui en la superfice spherique est comprins entre trois arcs de cercles majeurs, chacun moindre qu'un demicercle.

Il faut noter que ci apres quand on ne parlera quelquefois que de cercle ou d'arc seulement, que par cela il faut tousiours entendre cercle majeur, ou arc de cercle majeur. La raison pourquoi on prend ici les arcs moindres qu'un demicercle, sera declarée en *l'Appendice*.

Definition II.

La grandeur de l'angle spherique est celle, laquelle est denotée par l'arc d'un cercle majeur moindre qu'un demicercle, descrit entre les deux arcs de l'angle, sur le poinct de l'angle comme pole.

Soient A B, A C, deux arcs de cercles majeurs, faisant l'angle spherique B A C : Apres soit D E un autre arc de cercle majeur, descrit entre les deux arcs de l'angle A B, A C, sur le poinct de l'angle A comme pole: Ce qui estant ainsi, je dis que la grandeur de l'angle B A C, se denote avec l'arc D E. Comme par exemple le mesme arc D E estant de 80 degr. on dit la grandeur de A estre de 80 degr. Soient pour plus ample declaration entre D A & E A, mis les poincts F, G, & tirez les arcs de cercles majeurs F G, B C:



Or puis que l'angle B A C, D A E, & F A G, est un mesme angle, par cela s'entend que l'arc D E, monstre aussi bien la grandeur de l'angle B A C du triangle B A C, & de l'angle F A G du triangle F A G, que de l'angle D A E du triangle D A E.

Et pour expliquer le tout encores plus clairement, on peut dire ceci : A sçavoir que la grandeur de l'angle spherique A, se peut aussi imaginer ou denoter avec l'angle fait de deux plans de cercles majeurs dont A B, A C, sont des arcs, car ces deux plans estant l'un sur l'autre à angle droit, & comprenant un angle aigu, l'angle A est aussi aigu : Mais comprenant un angle obtus, l'angle A est aussi obtus, & d'autant de degrez qu'est l'ouverture de ces deux plans, de telle grandeur est aussi l'angle A. Et pour prendre proprement les degrez de l'ouverture des superfices, par ouverture de lignes, imaginez vous deux lignes droites tendantes des poincts D, E, jusques au centre de la sphere, car la grandeur de cest angle plat (laquelle declare l'arc D E) est aussi la grandeur de l'angle spherique A : laquelle maniere se pourra aussi imaginer utilement en quelques exemples.

Quant aux definitions des adjoints de la sphere, comme forme en son entier, superfice, axe, pole, nous les prenons pour cognuës par les elemẽts geometriques.

Note.

Veu qu'en la doctrine des arts mathematiques, c'est un grand advantage, que les figures dont on se sert pour la declaration du dessein, ayent bonne ressemblance avec le denoté, & que triangles spheriques avec d'autres arts y appartenants, souvent ne se peuvent bien imiter en plan sur du papier, ce qui rend la doctrine plus obscure : On prend à icelle fin une sphere celeste ou terrestre, avec ses cercles distinguez en degrez, ou une sphere de bois, ou d'autre matiere solide, sur laquelle on marque des arcs de longueur cognuë: Ou si ce n'estoit que pour entendre les theoremes, qui n'ont point une quantité de degrez exprimez, on peut aussi prendre pour cela, comme a fait *Son Excellence*, une petite boule de cire jaune, dont le diametre soit environ d'une poulce, y marquant dessus tels cercles & arcs grands & petis, angles droits, aigus, & obtus, comme la chose le requiert, les effaçant apres, comme on efface l'escriture dessus une ardoise, & y mettant derechef d'autres selon nostre desir, ce qui sert de beaucoup pour l'imagination. Tellement que ceux qui se veulent exercer en ceste matiere, s'en peuvent pourvoir, afin d'entendre ainsi clairement & facilement, ce qu'autrement aux figures plattes des livres est plus obscur.

Et si quelqu'un, pour telles raisons qu'ont esté dites en la Note de la derniere definition du premier livre de la Fabrique des Sinus, se vouloit exercer en l'invention des termes incognus des triangles spheriques, sans entendre premierement les raisons, & demonstrations des operations, il pourroit commencer par l'usage declaré par l'indice des triangles spheriques, ensemble l'usage des polygones spheriques descrit en l'Application, suivant un exemple selon le requis du donné : Et entendant un peu cest usage, pourroit venir à l'inquisition des causes.

PREMIERE PARTIE DES THEOREMES, SERVANS DE FONDEMENT GENERAL AUX PROPOSITIONS SUIVANTES.

Theoreme. I. Proposition.

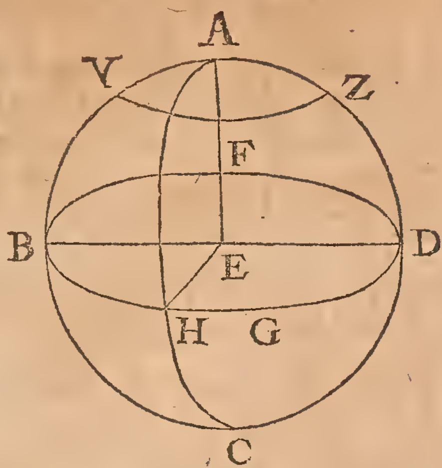
Si un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils sont l'un sur l'autre à angle droit.

Le donné. Soit A B C D une sphere, dont le centre est E, & A soit prins pour le pole, sur lequel est descrit un cercle majeur B F D G.

Le re-

Le requis. Il faut demonstrer que les deux cercles sont l'un sur l'autre à angle droit.

Preparation. Soit tiré le demi axe A E.



DEMONSTRATION.

Veu que le demi axe A E, est à angle droit sur le plan du cercle B F D G par le posé, & que le mesme demi axe A E est au plan du cercle A B C D, il faut que le plan du mesme cercle soit aussi à angle droit sur le cercle B F D G.

Conclusion. Si doncques un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils sont l'un sur l'autre à angle droit: ce qu'il falloit demonstrer.

NOTEZ.

Veu que quelques theoremes de ceste matiere, sont si notoires qu'ils ne semblent point requerir de propositions particulieres, nous les declarerons pour briefveté par les consequences suivantes.

CONSEQVENCE I.

Il est notoire que A B fait le quart d'un cercle, par l'extremité duquel B, est tiré l'arc ou le cercle B F D G, à angle droit sur A B, & que pour cela A est pole du mesme cercle B F D G: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

Vn extreme du quart d'un cercle, est pole de l'arc tiré à angle droit par l'autre extreme.

CONSEQVENCE II.

Si on tire un arc d'un cercle majeur du poinct A, jusques à ce qu'il touche le cercle B F D G, comme A H, il est notoire qu'il faut qu'il face aussi le quart d'un cercle comme A B, & qu'il soit à angle droit sur le mesme cercle B F D G. Par lequel, comme par reigle generale, on fait ceste conclusion:

Quand on tire un arc de l'extremité du quart d'un cercle, jusques à ce qu'il touche l'arc sur lequel le mesme quart du cercle est à angle droit, icelui arc tiré fait aussi le quart d'un cercle, & est aussi à angle droit sur l'arc sur lequel il est tiré.

Soit encores pour plus manifeste declaration, I K en ceste figure particuliere le quart d'un cercle à angle droit sur l'arc K L, & du poinct extreme I, soit tiré un arc jusques à ce qu'il touche l'arc K L, comme I M: Ce qui estant ainsi, le mesme I M est le quart d'un cercle, & l'angle I M K, aussi I M L est droit.

CONSEQVENCE III.

Il est notoire que les deux arcs A B C, A H C, sont chacun un demi cercle, s'entrecoupans en deux endroits A & C, tellement que les deux angles qu'ils font B C H, B A H, sont egaux entre eux, car l'arc B H est la grandeur de l'un & de l'autre par la 2 definition: Par lequel on conclud ceci:

Deux arcs d'un cercle majeur, estant prolongez aux deux bouts, jusques à ce qu'ils s'entrecoupent, font chacun un demicercle, comprenant ensemble aux deux bouts angles egaux.

CONSEQVENCE IV.

Si de quelque poinct comme H de la circonference B F D G, se produit assez loing un arc de cercle majeur à angle droit sur la mesme circonference B F D G, il est notoire qu'il faut qu'il coupe quelque part l'arc B A D, comme en A, tellement que A D & A H sont chacun le quart d'un cercle, & que leur commune section A, est pole du cercle B F D H: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

Quand sur un arc premier, se tire un second à angle droit sur le premier, jusques à ce qu'il rencontre un troisiesme, lequel est aussi à angle droit sur le premier: Le deuxiesme & troisiesme coupent l'un de l'autre le quart d'un cercle, & leur commune section est pole du premier.

Soit encores pour plus manifeste declaration, N O en ceste figure particuliere, un arc sur lequel est un autre N P à angle droit; Apres soit tiré de quelque poinct en O N comme Q, un arc à angle droit sur O N, jusques à ce qu'il touche l'arc N P, ce qui advient en R: Lequel estant ainsi, Q R & R N font chacun le quart d'un cercle, & R est pole de O N.

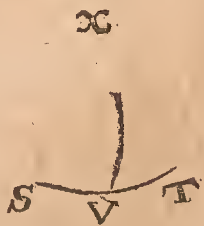


CONSEQVENCE V.

Si du poinct E jusques à H, se tire la droite ligne E H, il est notoire que les deux angles H E B, H E D, sont egaux à deux angles droits rectilignes. Mais l'angle plat H E B, & l'angle spherique H A B, sont egaux, où leur grandeur est denotée par un mesme arc B H, par la 2 definition: Semblablement est d'egale grandeur l'angle spherique H A D, avec l'angle plat H E D. Parquoi les deux angles spheriques H A B, H A D, (causés par un arc H A tiré sur l'autre arc B A D) sont egaux avec deux angles droits, & ont des sinus egaux par la 2 definition de la fabrique des sinus: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

Vn arc fait sur l'autre, deux angles ensemble egaux avec deux angles droits, & ces deux angles ont des sinus, tangentes, & secantes egales.

Soit pour plus ample declaration S T en ceste figure particuliere un arc, & dessus icelui quelque autre V X, ce qui estant ainsi, les deux angles S V X, T V X, sont ensemble egaux avec deux angles droits: Parquoi l'un estant aigu, l'autre est obtus, l'un estant droit, l'autre est droit aussi, & l'un estant cognu, l'autre se cognoit aussi: Par exemple, l'angle T V X faisant 50 degr. je les soustrais de deux angles droits qui sont de 180 degr. reste pour l'angle S V X 130 deg. Et 50 deg. & 130 deg. ont des sinus egaux, à sçavoir chacun 7660445 par la 2 definition de la fabrique des sinus.



CONSEQVENCE VI.

Si l'arc A H se prolonge jusques à C, il est notoire que l'arc A C, coupant l'arc B H D en H, fait quatre angles, à sçavoir A H D, D H C, C H B, B H A, dont les angles opposites sont egaux, comme A H D avec C H B, & D H C avec B H A, car les deux angles B H A, A H D, sont egaux avec deux angles droits, & ainsi les deux angles A H D, D H C, par la 5 consequence, pource les deux angles B H A, A H D, sont ensemble egaux avec les deux angles A H D, D H C; Or de chacun soustrait leur angle commun A H D, l'angle B H A demeure

meure egal avec son angle opposite D H C: Et semblablement sera aussi demonstré l'angle A H D, estre egal avec son angle opposite C H B: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Deux arcs de cercle majeur s'entrecoupans, ont leurs angles opposites egaux.

CONSEQVENCE VII.

Si sur le poinct A comme pole, se descrit un cercle mineur YZ, il est notoire qu'il faut qu'il soit parallel avec le cercle B F D H, lequel par le donné est aussi descrit sur le mesme pole: Apres, veu que le cercle majeur ABCD, est à angle droit sur le cercle majeur B F D H, il faut que sa superfice soit aussi sur la superfice du cercle Y Z à angle droit: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Le cercle majeur d'une sphere tendant par le pole d'un cercle mineur, il a sa superfice sur le mesme à angle droit.

CONSEQVENCE VIII.

Veu que le costé A H du triangle rectangle A H B, touche le rectangle en A, il est notoire que l'angle ABH à l'opposite du costé A H, est droit: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Si le costé qui touche l'angle droit d'un triangle, est le quart d'un cercle, son angle opposite sera droit.

CONSEQVENCE IX.

Veu que l'un costé A H du triangle rectangle A H B, fait le quart d'un cercle, il est notoire que le costé opposite A B de l'angle droit H fait aussi le quart d'un cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Si l'un des deux costez de l'angle droit est le quart d'un cercle, l'hypothenuse sera aussi le quart d'un cercle.

CONSEQVENCE X.

Veu qu'au triangle rectangle A H B, le costé opposite A B de l'angle droit H fait un quart de cercle, il est notoire que l'un des autres deux costez qui touchent l'angle droit comme A H, est aussi le quart d'un cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Si au triangle spherique rectangle, le costé opposite de l'angle droit est le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux costez qui touchent l'angle droit, soit aussi le quart d'un cercle.

CONSEQVENCE XI.

Veu qu'au triangle A H B, l'angle B qui touche le costé opposite A B de l'angle droit H est un angle droit, il est notoire que le mesme costé opposite A B est le quart d'un cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Si au triangle spherique rectangle, l'un des deux angles qui touchent le costé opposite de l'angle droit, estoit aussi un angle droit, le mesme costé opposite sera le quart d'un cercle.

CONSEQVENCE XII.

Veu qu'au triangle A H B, le costé opposite A B de l'angle droit H, fait le quart d'un cercle, il est notoire que l'un des deux angles qu'il touche, comme l'angle B, est droit: Par lequel, comme par reigle generale on conclud ainsi:

Si au triangle spherique rectangle, le costé opposite de l'angle droit est le quart d'un cercle: Il faut que l'un des deux costez qu'il touche soit droit.

CONSEQVENCE XIII.

Il est notoire que A B & A H sont deux quarts d'un cercle, tirez d'un mesme pole A, sur un troisiesme arc B H, & qu'à cause de cela les deux angles A B H, A H B sont droits: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

Deux quarts d'un cercle tirez d'un mesme pole sur un troisiesme arc, sont là dessus à angle droit.

THEOREME. II. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique rectangle, dont un costé de l'angle droit est plus petit que le quart d'un cercle; son angle opposite est aigu: Mais s'il est plus grand, son angle opposite sera obtus.

Le donné de la 1 partie. Soit A B C un triangle rectangle spherique, dont l'angle droit est B, & un costé de l'angle droit soit plus petit que le quart d'un cercle.



Le requis. Il faut demonstrer que son angle opposite A C B est aigu.

Preparation. Soit B A prolongé jusques à D, tellement que BD face le quart d'un cercle, puis apres soit tiré l'arc D C.

DEMONSTRATION.

Veu que le costé BD fait le quart d'un cercle, le poinct D (pource que le mesme D B est à angle droit sur B C) sera pole de l'arc B C, par la 1 consequence de la 1 proposition, duquel pole D estant tiré l'arc jusques à C, il sera à angle droit sur B C, & aura l'angle D C B droit par la 2 consequence de la 1 proposition, & consequemment l'angle A C B sera aigu, comme estant plus petit que l'angle droit D C B.

Le donné de la 2 partie. Soit B D faisant le quart d'un cercle comme dessus, prolongé jusques à E, puis apres l'arc E C du cercle majeur.

DEMONSTRATION.

Puis que l'angle D C B, à l'opposite du quart de cercle D B est droit par la premiere partie, il faut que l'angle E C B, estant encores plus grand, soit obtus, parquoi le costé E B estant plus grand que le quart d'un cercle, son angle opposite E C B est obtus. *Conclusion.* Estant donc un triangle spherique rectangle, dont un costé de l'angle droit est plus petit que le quart d'un cercle, son angle opposite est aigu: Mais s'il est plus grand, son angle opposite sera obtus: ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Veu que le costé A B estant plus petit que le quart d'un cercle, a son angle A C B opposite aigu, il faut au contraire que l'angle aigu A C B, ait son costé opposite plus petit que le quart d'un cercle: Et pour semblables raisons, il faut que l'angle obtus E C B, ait son costé opposite E B plus grand: par lequel on conclud le revers de la proposition, ainsi:

Estant un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu: Son costé opposite est plus petit que le quart d'un cercle: Mais s'il est obtus, son costé opposite sera plus grand.

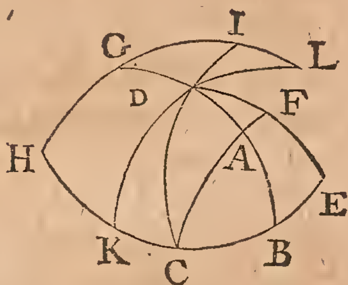
THEOREME. III. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique rectangle avec deux costez d'angle droit, chacun plus petit ou plus grand que le quart d'un cercle: L'hypothenuse sera plus petite. Mais si l'un est plus petit, l'autre plus grand: L'hypothenuse sera plus grande.

Le don-

Le donné de la 1 partie. Soit ABC un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle droit eſt B, & ſes deux coſtez, comme A B, C B, ſont chacun plus petis que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'hypothenuſe A C eſt plus petite que le quart d'un cercle.



Preparation. Soit B A prolongé juſques à D, & C B juſques E, tellement que BD & CE facent chacun le quart d'un cercle: Puis apres ſoit tiré l'arc du cercle majeur DE, & C A ſoit prolongée juſques à ce qu'elle rencontre D E en F.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C eſt droit, & B D le quart d'un cercle, il faut que D ſoit le pole du cercle C E, par la 1 conſequence de la 1 propoſition, & pource l'angle D E C droit par la 1 propoſition: Apres, veu que l'angle D E C eſt droit: & C E le quart d'un cercle, il faut par la ſuſdite 1 conſequence, que C ſoit pole du cercle DE; & pource CF eſt auſſi le quart d'un cercle par la 2 conſequence de la 1 propoſition, dont la partie C A neceſſairement eſt plus petite.

Le donné de la 2 partie. Soit prolongé le quart du cercle B D juſques à G, & la partie B C prolongée juſques à H, tellement que C H faſſe le quart d'un cercle, puis apres ſoit tiré l'arc H G: Ce qui eſtant ainſi, l'angle G B H du triangle G B H eſt droit, & les deux coſtez qui le touchent comme G B & H B, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que le coſté oppoſite G H de l'angle droit B, eſt plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je tire du poinct C, par le poinct D, l'arc d'un cercle majeur rencontrant le prolongé H G en I.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle D B H eſt droit, & B D le quart d'un cercle, D doncques eſt pole de l'arc B H, par la 1 conſequence de la 1 propoſition, & l'angle D C B droit par la 2 conſequence. Apres, puis que l'arc C H eſt le quart d'un cercle, il faut que par les raiſons precedentes H ſoit pole de l'arc I C, parquoi auſſi l'arc H I fait le quart d'un cercle, duquel G H eſtant une partie, il faut qu'icelui G H ſoit plus petit.

Le donné de la 3 partie. Soit mis entre H & C un poinct comme K, & d'icelui tiré un arc de cercle majeur par le poinct D, juſques à ce qu'il rencontre le quart du cercle H I prolongé en L. Or puis que D eſt pole du cercle E H, comme il appert au precedent, il faut que D K faſſe le quart d'un cercle, & que K L ſoit plus grand que le quart d'un cercle, & H K (partie du quart du cercle H C) plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle D K H droit, dont le coſté oppoſite H L. Tellement que nous avons ici, ſelon le contenu de la troiſieſme partie de ceſte propoſition, un triangle L K H, dont les deux coſtez qui touchent l'angle droit L K H, comme L K, H K, l'un eſt plus petit que le quart d'un cercle, comme H K, l'autre plus grand, comme L K.

Le requis. Il faut demonſtrer que le coſté oppoſite H L de l'angle droit L K H, eſt plus grand que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.

Faiſant H I le quart d'un cercle par la demonſtration de la ſeconde partie, & eſtant partie de H L, il faut que H L ſoit plus grand.

Concluſion. Eſtant donc un triangle ſpherique rectangle avec deux coſtez, &c.

CONSEQVENCE.

Il eſt notoire par la premiere partie, que les deux coſtez AB, BC, du triangle rectangle A B C, qui touchent l'angle droit ABC, chacun eſtant plus petit que le quart d'un cercle, qu'alors A C coſté oppoſite de l'angle droit A B C, eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Il eſt auſſi notoire par la ſeconde partie que les deux coſtez G B, H B, du triangle rectangle G B H, qui touchent l'angle droit G B H, chacun eſtant plus grand que le quart d'un cercle, qu'alors G H coſté oppoſite de l'angle droit G B A, eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Il eſt auſſi notoire par la 3 partie, que le coſté H K du triangle rectangle L K H, qui touche l'angle droit L K H, eſtant plus petit que le quart d'un cercle, & L K plus grand, qu'alors LH coſté oppoſite de l'angle droit LKH, eſt plus grand que le quart d'un cercle. Par le contraire duquel (comme il ſe voit clairement en la ſuſdite figure) s'enſuit auſſi le contraire de la propoſition, ainſi:

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont l'hypothenuſe eſt plus petite que le quart d'un cercle: Les deux coſtez qui touchent l'angle droit, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand: Mais le coſté oppoſite de l'angle droit eſtant plus grand, l'un des deux qui touche l'angle droit ſera plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre plus grand.

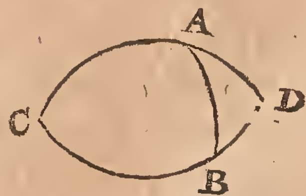
THEOREME. IV. PROPOSITION.

SI l'hypothenuſe & un coſté de l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle: Il faut que le troiſieſme ſoit plus petit.

Le donné. Soit A B C du 1 exemple un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle B eſt droit, & l'hypothenuſe A C, avec le coſté de l'angle droit B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que le troiſieſme coſté A B eſt plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je produis C A, C B, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

Les deux arcs C A D & C B D, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition: D'iceux ſouſtraits C A, C B, qui eſtant chacun plus grand que le quart d'un cercle, A D & B D demeurent chacun plus petit: Apres, puis que l'angle A B C eſt droit par le donné, il faut que l'angle A B D ſoit auſſi droit par la 3 conſequence de la 1 propoſition, A B D doncques eſt un triangle rectangle avec une hypothenuſe moindre A D, parquoi les deux coſtez de l'angle droit A B, B D, ſont tous deux plus petits ou plus grands que le quart d'un cercle par le revers de la 3 propoſition: Mais B D eſt plus petit, il faut donc que A B ſoit auſſi plus petit.



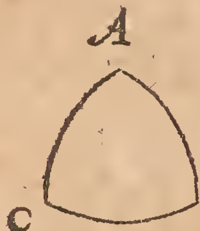
Concluſion. Si doncques l'hypothenuſe & un coſté de l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle: Il faut que le troiſieſme ſoit plus petit, ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. V. PROPOSITION.

Estant un triangle ſpherique rectangle, dont les deux angles obliques ſont tous deux aigus ou obtus : L'hypothenuſe ſera plus petite que le quart d'un cercle. Mais ſi l'un eſt obtus, l'autre aigu, l'hypothenuſe ſera plus grande.

Le donné de la 1 partie. Soit A B C un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle droit eſt B, & les deux angles obliques A, C, ſont tous deux aigus, ou tous deux obtus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que A C ſera plus petit que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.



Veu que les deux angles A, C, ſont tous deux aigus ou obtus, il faut que les deux coſtez AB & BC, ſoient chacũ plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle par la 2 propoſition. Et conſequemment il faut que A C par la 3 propoſition ſoit plus court.

Le donné de la 2 partie. Soit maintenant l'un des deux angles A, C, aigu, & l'autre obtus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que l'hypothenuſe A C eſt plus grande que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.

Veu que l'un des deux angles A, C eſt aigu, & l'autre obtus, il faut que l'un des deux coſtez A B, B C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la conſequence de la 2 propoſition, & pource l'hypothenuſe A C plus grande, par la 3 partie de la 3 propoſition.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle, dont les deux angles obliques ſont tous deux aigus ou obtus ; l'hypothenuſe ſera plus petite que le quart d'un cercle. Mais ſi l'un eſt obtus, l'autre aigu ; l'hypothenuſe ſera plus grande : ce qu'il falloit demonſtrer.

CONSEQVENCE.

Par le revers de ceſte propoſition (comme il ſe peut voir clairement en la figure precedente) ceci eſt notoire.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont l'hypothenuſe eſt plus petite que le quart d'un cercle : Les deux angles obliques ſont tous deux aigus, ou tous deux obtus : Mais s'il eſt plus grand que le quart d'un cercle, l'un des deux angles ſera aigu, l'autre obtus.

THEOREME. VI. PROPOSITION.

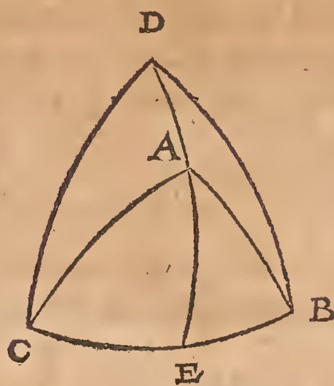
Si un triangle ſpherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus : La perpendiculaire tirée du troiſieſme angle devers ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle : Mais ſi l'un des deux eſt aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors.

Le donné de la 1 partie. Soit A B C un triangle ſpherique, dont les deux angles A B C, A C B ſont aigus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que la perpendiculaire du troiſieſme angle A, tirée vers ſon coſté oppoſite B C, tombe dedans le triangle.

Preparation. Soit D pole du cercle C B, & ſoient tirez les deux quarts du cercle D B, D C.

DEMONSTRATION.

Veu que l'arc D B vient du pole D ſur ſon cercle C B, il faut que l'angle D B C ſoit droit par la 1 propoſition : Mais l'angle A B C eſt plus petit, à ſçavoir aigu, parquoi le poinct A tombe à la main ſeneſtre de D B : Et ſemblablement ſera demonſtré que le meſme poinct A tombe à la main dextre de D C, parquoi auſſi il tombe neceſſairement dedans le triangle D B C : Comme

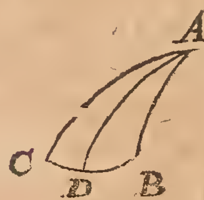


auſſi fait l'arc D A : Et icelui D A prolongé juſques à E, il faut que A E tombe dedans le triangle A B C, car ſi elle y tomboit dehors, il faudroit que le quart de cercle D A E euſt un angle à A plus petit que D A B, ce qui ſeroit abſurd : Parquoi A E ne tombe point hors du triangle A B C vers la main dextre : Et ſemblablement ſera auſſi demonſtré qu'elle n'y tombe point dehors vers la main ſeneſtre, elle y tombe donc neceſſairement dedans. Le meſme ſera auſſi demonſtré ainſi, quand on poſe les deux angles C, B, egaux.

Le donné de la 2 partie. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt aigu, B obtus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que la perpendiculaire du troiſieſme angle A, ſur ſon coſté oppoſite (entant qu'aſſez prolongé) tombe hors le triangle.

DEMONSTRATION.

Si elle ne tombe point dehors, elle tombera en un des coſtez A B, A C, ou dedans le triangle. De tomber en A B ou A C, cela ne peut eſtre, car alors l'angle B ou C ſeroit droit contre le poſé. Si elle tomboit dedans le triangle, comme je prens de A juſques à D, il faudroit que les deux angles ADB, ADC, fuſſent droits, ce qui n'eſt point pour ces raiſons : Soient les angles A D B, A D C, s'il eſtoit poſſible, droits, tellement que nous ayons deux triangles rectangles A D B, A D C, dont



le coſté commun eſt A D : Il faudra qu'icelui, comme coſté oppoſite de l'angle aigu C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle par la conſequence de la 2 propoſition : Et comme coſté oppoſite de l'angle obtus B, ſera plus grand par la meſme conſequence : Mais d'eſtre plus grand & plus petit, il eſt impoſſible : Parquoi la perpendiculaire de l'angle C A B ſur ſon coſté oppoſite, ne tombe point dedans le triangle, mais dehors.

Concluſion. Si doncques un triangle ſpherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus, la perpendiculaire tirée du 3 angle devers ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle : Mais ſi l'un des deux eſtoit aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors : ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. VII. PROPOSITION.

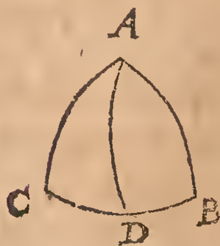
Vn triangle ſpherique ayant trois angles aigus : Chacun coſté eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C, un triangle ſpherique avec trois angles aigus.

Le requis. Il faut demonſtrer que chacun coſté eſt plus petit, que le quart d'un cercle.

Preparation. Soit tiré un arc de A, à angle droit ſur C B, comme A D, lequel neceſſairement par la 6 propoſition tombe dedans le triangle, pource que les angles C B ſont tous deux aigus.

DEMONSTRATION.



Veu que les deux angles A D C, A D B, ſont droits par la preparation, il faut que les deux triangles A D C, A D B, ſoient rectangles ; parquoi puis que D A B & B ſont deux angles aigus, A B ſera plus petit que le quart d'un cercle par la 5 prop. On demõſtre le ſemblable de A C : Auſſi

Aussi de C B, moyennant qu'on prenne A B pour base, comme C B a esté prins dessus. *Conclusion.* Doncques un triangle spherique ayant trois angles aigus, chacun costé est plus petit que le quart d'un cercle : ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme. VIII. Proposition.

Vn triangle spherique ayant deux angles aigus egaux : Les costez opposites d'iceux sont plus petits que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique avec deux angles aigus B, C. *Le requis.* Il faut demonstrer que leurs costez opposites A B, A C, sont plus petits que le quart d'un cercle.

Preparation. Soit du poinct D au milieu de C B, tiré l'arc A D, & icelui prolongé de A jusques à E, tellement que D E fasse le quart d'un cercle : Puis apres deux arcs E C, E B.

Demonstration.

Veu que l'angle A B C est egal à l'angle A C B par le posé, il faut que A B soit egal à A C, & consequemment il faut que A D venant au poinct du milieu de C B, soit à angle droit sur le mesme C B, comme il faut aussi que le quart du cercle E D vienne semblablement à angle droit sur le mesme C B, pource E est pole de l'arc C B, par le 1 exemple de la 1 proposition, & E C, E B, venant aussi à angle droit sur icelui C B, font chacun le quart d'un cercle, par la 2 consequence de la mesme 1 proposition. L'angle ABC doncques estant aigu, & E B C droit, il faut que le poinct A vienne dessous E, & que A D soit plus court que le quart d'un cercle : Apres, D B est aussi plus petit, pource que c'est la moitié de l'arc C B, lequel par la 2 definition est plus petit que la moitié d'un cercle. Nous avons donc un triangle rectangle A D B, avec deux costez A D, A B, touchans l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle ; parquoi il faut aussi que le troisiesme A B soit plus petit, par la 3 proposition. On demonstrera aussi semblablement A C estre plus petit.



Conclusion. Vn triangle spherique doncques ayant deux angles aigus egaux, les costez opposites d'iceux sont plus petits que le quart d'un cercle : ce qu'il falloit demonstrer.

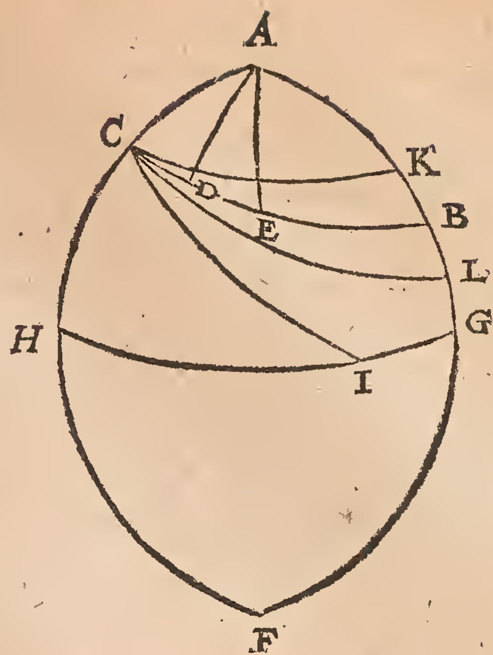
Theoreme. IX. Proposition.

Vn triangle spherique ayant deux angles aigus inegaux, & un angle obtus : le costé opposite du plus aigu est plus petit que le quart d'un cercle : mais les autres deux costez peuvent estre d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique avec deux angles aigus inegaux A B C, A C B, dont le plus aigu A B C, & l'angle C A B soit obtus.

Le requis. Il faut demonstrer que A C costé opposite de l'angle A B C le plus aigu, est plus petit que le quart d'un cercle, mais que les costez opposites des autres deux angles, peuvent estre du quart d'un cercle, ou plus petis, ou plus grands.

Preparation de la premiere partie. Soit tiré du poinct A l'arc A D à angle droit sur B C : le mesme A D tombera dedans le triangle par la 6 proposition, pource que les deux angles A B C, A C B sont aigus ; & icelui A D sera plus pres de l'angle A C B, que de l'angle A B C, pource que A B C est plus aigu que A C B, parquoi se peut marquer en D B le poinct E, tellement que D E soit egal à D C : ce qui estant fait, soit tiré puis apres l'arc A E.



Demonstration de la premiere partie. Nous avons un triangle isoscle A C E, avec deux angles aigus C, E, dont le costé A C est plus petit que le quart d'un cercle par la 8 proposition.

Preparation de la seconde partie. Soient produits A B & A C tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en F, soit aussi marqué au demicercle A B F le poinct G : & en A C F le poinct H, tellement que A G, A H, fassent chacun le quart d'un cercle, apres soit tiré l'arc G H, & là dedans marqué le poinct I, de façon que H I fasse aussi le quart d'un cercle, puis apres soit tiré l'arc C I : Ce qui estant ainsi, l'arc C B est ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand : Mais posé qu'il soit d'un quart de cercle, & soit marqué le poinct K, entre A & B, mais que A K soit plus grand que A C, car C K estant tiré là dessus, l'angle A K C, comme il appert par la demonstration de la premiere partie, sera plus aigu que l'angle A C K : Apres soit marqué le poinct L entre B & G, & tiré l'arc G L.

Demonstration de la seconde partie. Veu que C B est mis pour le quart d'un cercle, le costé opposite de l'angle obtus C A B, peut au premier faire le quart d'un cercle: Apres C K est plus petit que le quart d'un cercle C B, mais C K est costé opposite de l'angle obtus donné en un triangle A C K, de la qualité de ceste proposition, par la preparation de la 2 partie : Parquoi le costé opposite de l'angle obtus peut aussi estre plus petit que le quart d'un cercle. Apres, C L est plus grand que le quart du cercle C B, mais C L est costé opposite de l'angle obtus donné C A B, & cela en un triangle de la qualité de ceste proposition (car l'angle C A L est l'angle obtus donné, & A L C est encores plus aigu que l'angle A B C, & A C L moins aigu que l'angle A C B, toutefois icelui angle A C L n'estant point obtus, veu qu'il est plus petit que l'angle droit A C I, tellement que A L C est plus aigu que A C L.) Parquoi le costé opposite de l'angle obtus, peut aussi estre plus grand que le quart d'un cercle. Pour venir maintenant au costé opposite de l'angle moins aigu A C B, je dis ainsi : L'arc A B est ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand : Posé donc que ce soit d'un quart de cercle, le costé opposite de l'angle moins aigu peut faire le quart d'un cercle : Semblablement A K estant plus petit que le quart d'un cercle A B, & A L plus grand, lequel A K, A L chacun en son triangle, est costé opposite de l'angle moins aigu par le precedent, tellement qu'avec cela le reste de la proposition est demõstrée. *Conclusion.* Doncques un triangle spherique ayant deux angles aigus inegaux, & un angle obtus, le costé opposite du plus aigu, est plus petit que le quart d'un cercle, mais les autres deux costez peuvent estre d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands : ce qu'il falloit demonstrer.

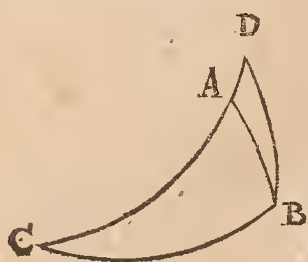
Theo-

Theoreme. X. Proposition.

Vn triangle spherique ayant trois costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle: Les angles opposites des deux plus petits sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé peut estre aigu, droit, ou obtus.

Veu que l'angle opposite du plus grand costé, peut estre aigu, droit, ou obtus, nous partirons la demonstration en trois.

La premiere partie est notoire par la 7 proposition, à sçavoir, au triangle avec trois angles aigus, les costez duquel estant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les angles opposites des deux plus petis costez sont aigus, & l'angle opposite du plus grand costé est aussi aigu.



La deuxiesme partie est notoire, au triangle rectangle avec trois costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, comme A B C, auquel les angles opposites A, C, des deux costez plus petis A B, B C, qui comprennent l'angle droit B, sont aigus par la 2 proposition, mais l'angle opposite B du troisiesme plus grand costé A C, est droit.

La troisiesme partie se declare ainsi: Soit prolongé l'arc C A jusques à D, puis apres soit tiré l'arc B D, toutesfois tellement que C D soit encores plus petit que le quart d'un cercle, & B D plus petit que C A: Ce qui estant ainsi, joignant l'angle aigu C, l'angle D est encores plus aigu que l'angle aigu C A B, parquoi D est aussi aigu. Touchant l'angle D B C, à l'opposite du plus grand costé D C, il faut qu'il soit obtus, veu qu'il est plus grand que l'angle droit A B C.

Conclusion. Doncques un triangle spherique ayant trois costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle: les angles opposites des deux plus petis sont aigus: mais l'angle opposite du plus grand costé peut estre aigu, droit, ou obtus: ce qu'il falloit demonstrer.

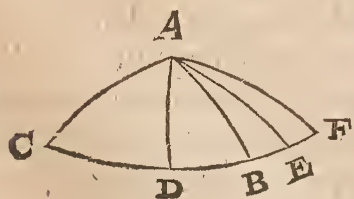
Theoreme. XI. Proposition.

Estant deux costez d'un triangle spherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisiesme plus grand qu'un d'iceux: La perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont les deux costez A B, A C, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & le troisiesme B C plus grand que A B, ou A C, & A D soit la perpendiculaire de l'angle C A B jusques au costé le plus grand B C. *Le requis.* Il faut demonstrer que A D tombe dedans le triangle A B C.

Demonstration.

Le troisiesme costé plus grand comme B C, est ou plus petit que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle, ou plus grand. Soit premierement plus petit,



ce qui estant ainsi, A B C est un triangle dont les trois costez estant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les deux angles opposites des plus petits costez, comme l'angle C, & A B C aigu par la 7 proposition, & A D tombe entre deux dedans le triangle par la 6 proposition. Soit secondement le troisiesme costé plus grand du quart d'un cercle, comme le prolongé C B jusques à E du triangle A E C, estant A E aussi plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que C E: Ce qui estant ainsi, A D costé opposite de l'angle aigu C au triangle rectangle A D C, est plus petit que le quart d'un cercle par la 2 proposition, & son angle opposite A E D du triangle rectangle A D E, est aussi aigu par la mesme proposition, & la perpendiculaire A D tombe entre deux dedans le triangle par la 6 proposition. Semblablement en sera la demonstration d'un troisiesme costé plus grand que le quart d'un cercle: Comme par exemple le prolongé C E jusques à F, du triangle A F C, estant A F plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que C F.

Conclusion. Estant doncques deux costez d'un triangle spherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisiesme plus grand qu'un d'iceux, la perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle: Ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme. XII. Proposition.

Vn triangle spherique ayant deux costez chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisiesme pas plus petit: Les deux angles opposites des costez les plus petits sont aigus: mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus.

Veu que le costé pas plus petit que le quart d'un cercle, peut estre plus grand que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle: Nous en descrirons deux exemples.

Exemple I.

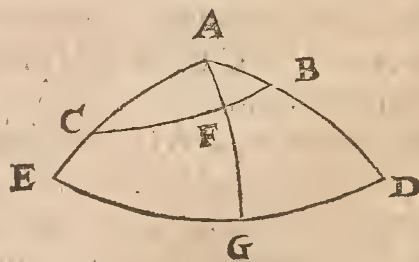
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont les deux costez A B, A C, soient chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisiesme B C plus grand.

Le requis. Il faut demonstrer que les angles opposites ABC, ACB, des deux plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite C A B du plus grand costé C B, obtus.

Preparation. Soit prolongé A B & A C jusques à D & E, tellement que A D, A E fassent chacun le quart d'un cercle, puis apres soit descrit sur A comme pole, l'arc E D, & A F à angle droit sur C B, lequel A F tombe dedans le triangle A B C par la 11 proposition, car A B, A C, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & C B est plus grand qu'un d'iceux: Le mesme A F soit prolongé jusques à G en E D.

Demonstration.

Veu que E D est descrit sur A comme pole, il faut que l'angle A E D soit droit, & que A G tombant sur E D, fasse aussi le quart d'un cercle comme A E par la 2 consequence de la 1 proposition. Mais A F est partie de A G, parquoi A F est plus petit que le quart d'un cercle: Il est aussi costé opposite de l'angle A C F, &



cela au triangle rectangle AFC, pource l'angle ACF, ou A C B, est aigu par la 2 proposition: Semblablement sera aussi demonstré l'angle A B C estre aigu: Mais que l'angle C A B est obtus se demonstre ainsi: Si E D ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle A E D seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez, chacun du quart d'un cercle, & avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré là dedans, ne pour-

roit

roit estre que d'un quart de cercle : Mais C B est plus grand par le donné, & E D encores plus grand : mais E D nous denote la grandeur de l'angle E A D, par la deuxiesme definition, parquoi E A D, ou ce qui est le mesme C A B, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus.

EXEMPLE II.

Secondement, soit C B le quart d'un cercle, demeurant le reste comme dessus : Ce qui estant ainsi, il est notoire par la demonstration du 1 exemple, qu'il faut que les deux angles A C B, A B C, soient aigus: Mais que l'angle C A B est obtus, se demonstre ainsi : Si E D ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle A D E seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez, chacun d'un quart de cercle, & avec trois angles droits, tellement que les plus grands arcs tirez en icelui, à sçavoir d'un angle jusques à son costé opposite, ne pourroient estre que d'un quart de cercle, & tous autres arcs ne venant point hors d'un angle, comme l'arc C B, devroient estre plus petits, mais C B n'est pas plus petit, car il fait le quart d'un cercle par le posé, il faut donc que E D soit plus grand : Mais E D nous denote la grandeur de l'angle E A D par la 2 definition, parquoi E A D, ou ce qui est le mesme C A B, est plus grand qu'un angle droit, c'est donceques un angle obtus.

Conclusion. Doncques un triangle spherique ayant deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisiesme n'estant plus petit: Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus : mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus: ce qu'il falloit demonstrer.

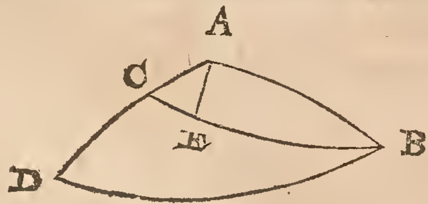
PROBLEME. XIII. PROPOSITION.

VN triangle spherique ayant un costé d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troisiesme plus grand : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé A B est du quart d'un cercle, A C plus petit, & B C plus grand. *Le requis.* Il faut demonstrer que les angles opposites A B C, A C B, des deux plus petits costez sont aigus: Mais l'angle C A B opposite du plus grand costé C B obtus. *Preparation.* Soit prolongé A C jusques à AD, tellement que A D face le quart d'un cercle : Puis apres soit descrit sur A comme pole, l'arc B D, & soit tiré A E à angle droit sur C B.

DEMONSTRATION.

Qu'il faut que les deux angles A C B, A B C soient aigus, appert ainsi : Veu que A B fait le quart d'un cercle, & que l'angle A E B est droit, il faut que E B fasse le quart d'un cercle par la 10 consequence de la 1 proposition, & que E C soit plus petit, pource que l'arc entier C B est plus petit qu'un demicercle par la 1 definition : Apres il faut que AE soit aussi plus petit par la consequence de la 3 proposition, car



le costé opposite A C de l'angle droit A E C, estant plus petit, il faut que les autres deux A E, C E, soient chacun plus petit ou plus grand, mais C E est plus petit; il faut donc que A E soit aussi plus petit, parquoi aussi son angle opposite C est aigu, par la 2 proposition. Et le mesme A E plus petit denotant la grandeur de l'angle A B E par la 2 definition, il faut que l'angle A B E, ou A B C soit aigu.

Mais que l'angle C A B est obtus, il se demonstre ainsi : Si D B ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle A D B seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez chacun d'un quart de cercle, avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré en icelui, ne pourroit estre que d'un quart de cercle : Mais C B est plus grand par le donné, & D B encores plus grand, lequel nous denote la grandeur de l'angle D A B par la 2 definition ; parquoi D A B, ou ce qui est le mesme C A B, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus. *Conclusion.* Doncques un triangle spherique ayant un costé d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troisiesme plus grand : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XIV. PROPOSITION.

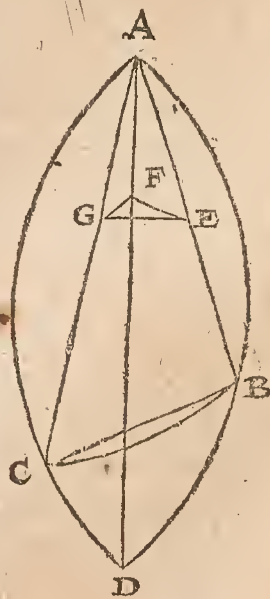
LEs trois angles d'un triangle spherique, sont ensemble plus grands que deux angles droits.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont les trois angles soient A, B, C. *Le requis.* Il faut demonstrer iceux trois angles ensemble estre plus grands que deux angles droits.

Preparation. Soient prolongez quelques deux arcs, comme A B, A C, jusques à ce qu'ils se rencontrent en D, puis apres (veu que A B D, A C D, sont chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition) l'axe A D & les trois cordes A B, B C, C A, des trois arcs A B, B C, C A : Soit aussi marqué quelque part en la corde A B le poinct E, & de là tirée la droite ligne E F, à angle droit sur l'axe A D, puis apres de F jusques à G en la corde A C la droite ligne F G, à angle droit sur l'axe A D, & finalement la droite ligne G E.

DEMONSTRATION.

Veu que G F est à angle droit sur A F, s'ensuit que G A est plus long que G F, car le quarré de G A, est egal aux deux quarrez de G F, F A : Semblablement sera aussi demonstré que E A est plus long que E F, parquoi l'angle G F E, est plus grand que l'angle G A E: Mais l'angle G F E est aussi la grandeur de l'angle spherique C A B par la 2 definition (car G F E est aussi l'angle des plans des deux plus grands cercles, dont A B, A C, sont les arcs) parquoi l'angle spherique C A B, est plus grand que l'angle plat C A B: Et semblablement sera aussi demonstré l'angle spherique A B C, estre plus grand que l'angle plat A B C, & l'angle spherique B C A, plus grand que l'angle plat B C A: Et consequemment les trois angles spheriques sont ensemble plus grands que



les trois angles plats, mais les trois angles plats sont ensemble egaux à deux angles droits ; parquoi les trois angles spheriques du triangle A B C, sont ensemble plus grands que deux angles droits. *Conclusion.* Doncques les trois angles d'un triangle spherique, sont ensemble plus grands que deux angles droits : ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Il est notoire par le precedent, que les deux angles d'un triangle n'estant ensemble pas plus grands que le quart

quart d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus grand.

Theoreme. XV. Proposition.

Le plus grand angle d'un triangle spherique, vient à l'opposite du plus grand costé.

Le donné. Soit A B C de la 14 proposition un triangle spherique, dont le costé A C est le plus grand, A B moindre, B C le plus petit.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle A B C, à l'opposite du plus grand costé A C, est plus grand qu'aucun des autres.

Demonstration.

Les plus grands arcs ont les plus grandes cordes, parquoi la corde A C est la plus grande des trois : Apres, les cordes qui font le plus grand angle plat, leurs arcs font les plus grands angles spheriques, comme appert en la mesme 14 proposition: Mais les deux plus petites cordes A B, B C, font le plus grand angle plat, parquoi les plus petits arcs font le plus grand angle spherique, & cela à l'opposite du plus grand costé A C. Semblablement sera aussi demonstré l'angle A C B, à l'opposite du costé A B, estre plus grand que l'angle C A B, à l'opposite du costé B C, pource que A B est plus grand par le posé que B C.

Conclusion. Doncques le plus grand angle d'un triangle spherique, vient à l'opposite du plus grand costé: ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme. XVI. Proposition.

Estant un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu: L'arc tiré de l'autre angle oblique jusques à son costé opposite, sera plus petit que l'hypothenuse, & plus grand que le costé opposite de l'angle aigu. Mais un angle oblique estant obtus, l'arc tiré de l'autre angle oblique jusques à son costé opposite, sera plus grand que l'hypothenuse, & plus petit que le costé opposite de l'angle aigu.

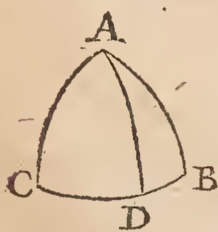
1 *Exemple avec un angle oblique aigu.*

Le donné: Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C aigu, & A D. l'arc de l'autre angle oblique A, jusques à son costé opposite B C.

Le requis. Il faut demonstrer que A D est plus petit que l'hypothenuse A C, mais plus grand que A B, costé opposite de l'angle aigu C.

Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle ABC, est aigu, son costé opposite A B est plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition. Mais A B estant plus petit, son costé opposite A D B du triangle rectangle A B D est aigu par la 2 proposition, & pource l'angle A D C obtus par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que A D C est un triangle, dont l'angle aigu C est plus petit que son angle obtus A D C, parquoi A D costé opposite de l'angle mineur C, est plus petit par la 15 proposition que A C costé opposite de l'angle majeur A D C: Derechef, A B costé opposite de l'angle aigu C, estant plus petit que le quart d'un cercle, son angle opposite ADB du triangle rectangle A D B, est aigu par la 2 proposition: Tellement que A D B est un triangle rectangle, dont l'angle droit B est plus grand que l'angle aigu A D B, parquoi A D costé opposite de l'angle majeur B, par la 15 proposition, est plus grand que A B costé opposite de l'angle mineur A D B.



2 *Exemple avec un angle oblique obtus.*

Le donné. Soit maintenant un angle C obtus, le reste comme dessus.

Le requis. Il faut demonstrer que A D est plus grand que l'hypothenuse A C, mais plus petit que A B costé opposite de l'angle obtus C.

Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A B C, est obtus, son costé opposite A B est plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition : Mais A B estant plus grand, son angle opposite ADB du triangle rectangle ABD, est obtus par la 2 proposition, & pource l'angle A D C est aigu par la consequence de la 1 proposition : Tellement que A D C est un triangle, dont l'angle obtus C, est plus grand que son angle aigu A D C, parquoi A D costé opposite de l'angle majeur C, est plus grand par la 15 proposition que A C costé opposite de l'angle mineur A D C. Derechef A B costé opposite de l'angle obtus C, estant plus grand que le quart d'un cercle, son costé opposite ADB du triangle A D B est obtus par la 2 proposition : Tellement que A D B est un triangle rectangle, duquel l'angle droit B, est moindre que l'angle obtus A D B, pourtant par la 15 proposition, A D costé opposite du plus petit angle B, est moindre que A B costé opposite du plus grand angle A D B.

Conclusion. Estant donc un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu, l'arc tiré de l'autre angle oblique, &c.

Theoreme. XVII. Proposition.

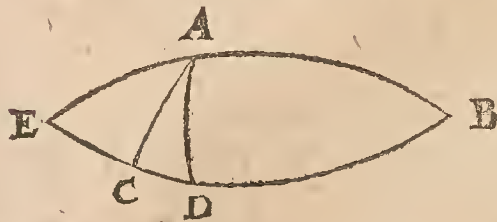
Quelconques deux costez d'un triangle spherique, sont plus grands que le troisiesme.

Si le triangle a trois costez egaux, ou si les deux plus grands estoient egaux, la chose ne requiert point de demonstration, parquoi nous parlerons seulement du triangle avec un costé majeur de trois.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé majeur est B C. *Le requis.* Il faut demonstrer que ses deux costez quelconques sont plus grands que le troisiesme. *Preparation.* Veu que BC est plus grand que A B, coupons B D de B C egal à A B, & tirons l'arc A D: Puis apres soient prolongés B A, B D, jusques à ce qu'ils se rencontrent en E.

Demonstration.

Veu que B C est le plus grand costé des trois, il faut necessairement qu'icelui avec un des autres deux soit plus grand que le troisiesme, tellement que n'estant pas besoin d'en faire demonstration, nous demonstrerons seulement que A C avec A B est plus grand que B C: pourtant je dis ainsi, B A E & B D E font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition, dequoi E A estant egal avec E D (pource que A B est egal avec B D) il faut que l'angle E A D, soit egal avec l'angle E D A : Et l'angle E A C, soustrait de l'angle E A D, reste l'angle C A D plus petit que l'angle EAD, & consequemment plus



plus petit que l'angle E D A, ou C D A,& pource A C costé opposite de l'angle majeur C D A, est plus grand que C D costé opposite de l'angle mineur C A D, par la 15 proposition: Et autant que A C est plus grand que C D, autant sont les deux costez C A, C B, ensemble manifestement plus grands que C B.

Conclusion. Quelconques deux costez donc d'un triangle spherique, sont plus grands que le troisiesme: ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Il est notoire par le precedent, que deux angles d'un triangle spherique n'estant ensemble pas plus grands que le quart d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus petit: Mais leur difference n'estant pas moindre que le quart d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus grand.

THEOREME. XVIII. PROPOSITION.

Les trois costez d'un triangle spherique, sont ensemble plus petits qu'un cercle.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique.

Le requis. Il faut demonstrer que ses trois costez sont ensemble plus petits qu'un cercle.

Preparation. Soient quelques deux costez prolongez, je prens A B, A C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

Les deux arcs A B D, A C D, font chacun par la 3 consequence de la 1 proposition un demicercle, qui est ensemble un cercle: Et les deux arcs A B, A C, font ensemble un cercle, moins deux arcs B D, C D: Parquoi si C B estoit egal à B D avec C D, les trois costez du triangle A B C, seroient ensemble egaux à un cercle: Mais C D du triangle C B D, est plus petit que les autres deux B D, C D, par la 17 proposition: Parquoi les trois costez du triangle A B C, sont ensemble plus petits qu'un cercle.

Conclusion. Les trois costez doncques d'un triangle spherique, sont ensemble plus petits qu'un cercle: ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

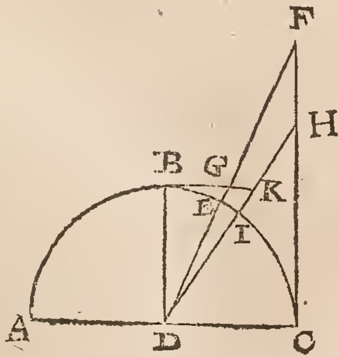
Il est notoire par le precedent, que deux costez d'un triangle spherique, n'estant ensemble point plus petits que trois quarts d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus petit.

THEOREME. XIX. PROPOSITION.

Le sinus d'un angle droit, est moyen proportionnel entre la tangente d'un arc posé, & la tangente de son arc de complement.

Le donné. Soit A B C un demicercle, dont le centre est D, & B C le quart d'un cercle, dedans lequel C E est un arc posé, dont la tangente C F en B E son arc de complement, & duquel la tangente B G, & C D sinus de l'angle droit.

Le requis. Il faut demonstrer que D C est moyen proportionnel entre C F & B G.



DEMONSTRATION.

Les deux triangles C F D, B D G, sont droits en C, & en B, & l'angle F D C est egal à l'angle D G B, parquoi les mesmes deux triangles sont semblables, & leurs costez homologues proportionnels, qui est:

Comme C F à C D, ainsi D B à B G:
Mais C D est egale à D B, parquoi
Comme C F à C D, ainsi C D à B G.

Tellement que C D est moyenne proportionnelle entre C F & B G.

Conclusion. Doncques le sinus d'un angle droit, est moyen proportionnel entre la tangente d'un arc posé, & la tangente de son arc de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XX. PROPOSITION.

Les tangentes de deux arcs, sont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement.

Le donné. Soit en la figure de la 19 proposition, tirée la ligne droite de D jusques à H, en la ligne C F, coupant l'arc B C en I: Soit aussi prolongée B G jusques à K en la ligne D H: Ce qu'estant ainsi, nous avons deux arcs C I, C E, dont les tangentes C H, C F, & les tangentes de leurs arcs de complement I B, E B, sont B K, B G. *Le requis.* Il faut demonstrer que les tangentes C H, C F, des deux arcs C I, C E, sont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement B G, B K: qui est, comme C H à B G, ainsi C F à B K.

DEMONSTRATION.

D C est, par la 19 proposition, moyenne proportionnelle entre C F & B G: Et par la mesme proposition D C est aussi moyenne proportionnelle entre C H & B K, tellement que le quarré de D C, est egal au rectangle compris sous C F & B G: Le mesme quarré est aussi egal au rectangle compris sous C H B K; parquoi ces deux rectangles sont egaux, & leurs costez alternement proportionnels, qui est: Comme C H à C F, ainsi B G à B K.

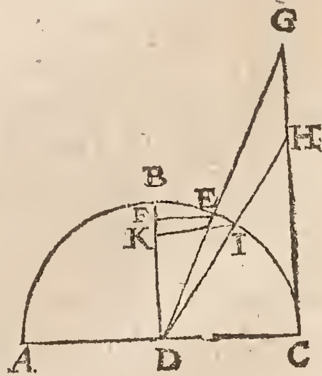
Conclusion. Les tangentes donc de deux arcs, sont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XXI. PROPOSITION.

Le sinus de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la secante de son arc de complement.

Le donné. Soit A B C un demicercle, dont le centre est D, & B C le quart d'un cercle, dedans lequel B E est un arc, dont le sinus F E: Apres, C E soit son arc de complement, dont la secante D G, & C D sinus de l'angle droit.

Le requis. Il faut demonstrer que C D est moyenne proportionnelle entre F E sinus de B E, & D G secante de son arc de complement E C.



DEMONSTRATION.

Les triangles G D C, D E F, sont droits à C & F, & l'angle G D C est egal à l'angle D E F, parquoi ces mesmes deux triangles sont semblables, & leurs costez homologues proportionnels, qui est:

Comme FE à ED, ainsi DC à DG.
Mais DC est egal à ED, parquoi,
Comme FE à DC, ainsi DC à DG.
Tellement que DC est moyenne proportionnelle entre FE & DG.

Conclusion. Le sinus doncques de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la secante de son arc de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Il est notoire que le sinus de l'angle droit, est aussi moyen proportionnel entre le sinus de l'arc de complement, & la secante de son posé: Car prennant CE pour posé, dont l'arc de complement soit BE, nous disons que le susdit sinus de l'angle droit DC, est moyen proportionnel entre FE sinus de l'arc de complement de BE, & DG secante de leur posé EC.

THEOREME. XXII. PROPOSITION.

Les sinus de deux arcs, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement.

Le donné. Soit tirée en la figure de la 21 proposition la ligne droite de D jusques à H, en la ligne CG, coupant l'arc BC en I: Soit tiree aussi IK à angle droit sur DB: Ce qui estant ainsi, nous avons deux arcs BI, BE, dont les sinus sont KI, FE, & les secantes de leur arc de complement IC, EC, sont DG, DH.

Le requis. Il faut demonstrer que les sinus KI, FE, des deux arcs BI, BE, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement: qui est comme KI, à DG, ainsi FE à DH.

DEMONSTRATION.

DC par la 21 proposition est moyenne proportionnelle entre EF, & DG: Et par la mesme proposition, DC est aussi moyenne proportionnelle entre KI & DH, tellement que le quarré de DC, est egal au rectangle comprins sous EF & DG, le mesme quarré est aussi egal au rectangle comprins sous KI & DH, parquoi ces deux rectangles sont egaux, & leurs costez alternement proportionnels: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH.

Conclusion. Les sinus doncques de deux arcs, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Il est notoire que les sinus des deux arcs de complement, sont aussi alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, car prennant KI & FE, pour sinus de l'arc de complement IC & EC, nous disons qu'iceux mesmes sont alternement proportionnels avec les secantes DH, DG, de leurs posez BI, BE: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH: ce que nous avons demonstré ci dessus.

SECONDE PARTIE DES THEOREMES, DESQVELS EST COLLIGEE LA FORME DE L'OPERATION DES PROBLEMES DE LA TROISIESME PARTIE.

THEOREME. XXIII. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'hypothenuse; Ainsi le sinus de l'angle oblique, au sinus de son costé opposite.

Les deux costez de l'angle droit requerant ici distinction, nous en rencontrons de trois diverses façons, à sçavoir chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit l'autre plus grand, dont nous descrirons trois divers exemples.

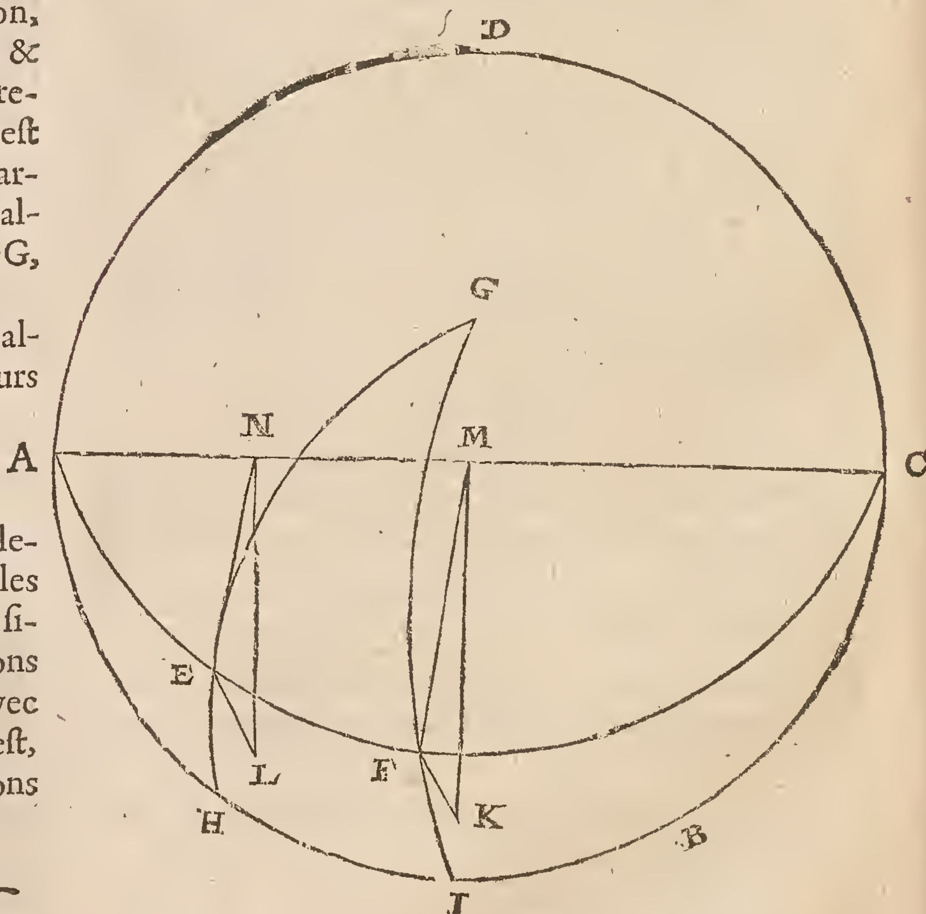
NOTEZ.

D'autant que quelqu'un pourroit demãder, pourquoi on parle seulement ici de deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, sans faire mention des costez d'un quart de cercle, nous en declarerons les raisons: Il faut sçavoir qu'au triangle avec un ou deux costez, chacun d'un quart de cercle, ne faut point de recherche des termes incognus, car les angles opposites des quarts de cercles, sont tousiours droits: Apres, le troisiesme costé & troisiesme angle sont tousjours d'une mesme quantité de degrez, tellement qu'il n'est pas besoing pour l'invention d'iceux d'en descrire de reigles, ny aussi du triangle avec trois costez chacun d'un quart de cercle, dont les trois angles sont tousjours droits.

L'admonition ci faite sur ceste proposition, s'entendra generalement sur toutes les propositions suivantes, là où le semblable advient, & cela non seulement des triangles avec deux ou trois costez, chacun d'un quart de cercle, mais aussi des triangles avec deux ou trois rectangles, car ils sont de la mesme susdite qualité.

1 *Exemple avec deux costez d'un angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABCD cercle majeur d'une sphere, sur laquelle soit encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune section de ces deux cercles soit l'axe



AC: Apres soit G pole du cercle ABCD, duquel pole est tiré l'arc GH jusques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui estant ainsi, nous avons un triangle rectangle EHA, avec deux costez EH, HA, qui comprennent l'angle droit EHA, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit EHA, au sinus de l'hypothenuse AE, ainsi le sinus

le ſinus de l'angle oblique E A H, au ſinus de ſon coſté oppoſite E H.

Preparation. Soit marqué le poinct I, ainſi que A I eſt le quart d'un cercle : Puis l'arc G I, lequel coupant le cercle A E F C en F, il faut que A F ſoit auſſi le quart d'un cercle : Soient tirées maintenant les deux lignes droites F K, E L, à angle droit ſur le plan du cercle A B C D, à ſçavoir F K comme ſinus de l'arc F I, qui eſt de l'angle F A I ou E A H : Et E L comme ſinus de l'arc E H, qui eſt coſté oppoſite de l'angle E A H: Puis apres au plan du cercle A E F C, les deux lignes droites F M, E N, toutes deux à angle droit ſur l'axe A C, à ſçavoir F M comme ſinus de l'arc A F, qui eſt de l'angle droit, & E N comme ſinus de l'arc A E eſtant l'hypothenuſe : Soient auſſi tirées les deux lignes droites K M, L M : Or donc E M, E N, F K, E L, ſignifians ainſi par ordre les quatre termes de ceſte propoſition, à ſçavoir les quatre ſinus du triangle E H A : Comme F M ſinus de l'angle droit, E N ſinus de l'hypothenuſe, F K ſinus de l'angle oblique, & E L ſinus de ſon coſté oppoſite, nous demonſtrerons (pour plus amplement declarer le ſuſdit requis) que comme F M à E N, ainſi F K à E L.

DEMONSTRATION.

Veu que F K, E L, ſont toutes deux paralleles ſur le plan du cercle A B C D, par la preparation, les trois triangles F K M, E L N, ſont tous deux à angle droit ſur le plan du meſme cercle A B C D, & leurs baſes K M, L M, ſont pourtant auſſi paralleles, & l'angle E N L egal à l'angle F M K: Apres, les angles E L N, F K M, ſont tous deux droits, par lequel auſſi leurs troiſieſmes angles E, F, ſont egaux & conſequemment s'enſuit qu'il faut que ce ſoient triangles ſemblables, dont les coſtez homologues ſont proportionnels, qui eſt, comme F M à E N, ainſi F K à E L, leſquels eſtant par ordre les ſinus des quatre termes mentionnez en la propoſition, comme il eſt plus amplement declaré en la preparation, il appert que comme le ſinus de l'angle droit F M, au ſinus de l'hypothenuſe E N, ainſi E K ſinus de l'angle oblique, à E L ſinus de ſon coſté oppoſite.

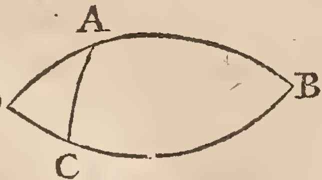
2 Exemple avec deux coſtez d'un angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez comprenant icelui, comme A B, C B, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'hypothenuſe A C, ainſi le ſinus de l'angle oblique A C B, au ſinus de ſon coſté oppoſite A B.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, & l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, mais l'angle B eſt droit, parquoi l angle D eſt droit auſſi: Apres, veu que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d un cercle, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, avec deux coſtez d'angle droit A D, D C, qui ſont chacun plus petit : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



Comme le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique A C D,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A D.

Mais le ſinus de D, eſt auſſi ſinus de B, puis qu'ils ſont tous deux droits, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'angle A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle A C B, par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Et le ſinus de A D, eſt auſſi ſinus de A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus ; parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit B,
Au ſinus de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique A C B,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A B.

3 Exemple avec deux coſtez d'un angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C du deuxieſme exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des deux coſtez de l'angle droit comme A C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir C B plus grand.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit A C B, au ſinus de l'hypothenuſe A B: Ainſi le ſinus de l'angle oblique B, au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Preparation. Soient B A, B C prolongez juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et veu que l'un des coſtez de l'angle droit A C, eſt plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir B C plus grand, il faut que l'hypothenuſe A B ſoit plus grande, par la 3 propoſition: parquoi A B, B C, eſtant chacun plus grand, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Et l'angle A C B eſtant droit, il faut que l'angle A C D ſoit auſſi droit par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C eſt droit, & les deux comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle A C D,
Au ſinus de l'hypothenuſe A D;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique D,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Mais le ſinus de A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle A C B, puis qu'ils ſont tous deux droits, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'hypothenuſe A D, eſt auſſi ſinus de A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus : Et le ſinus de D eſt auſſi ſinus de B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit A C B,
Au ſinus de l'hypothenuſe A B;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique B,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'hypothenuſe, ainſi le ſinus de l'angle oblique, au ſinus de ſon coſté oppoſite: ce qu'il falloit demonſtrer.

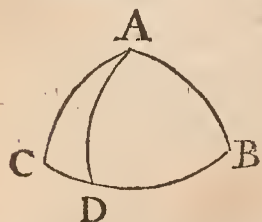
THEOREME. XXIV. PROPOSITION.

Comme le ſinus du coſté dextre du triangle ſpherique, au ſinus du coſté ſeneſtre; ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre.

La perpendiculaire de l'angle jusques à son costé opposite, tombe ou dedans le triangle, ou dehors, ou en un costé : Si elle tombe en un costé, le triangle est droit, dequoi le contenu de ceste proposition est notoire par raison alterne de la 23 proposition; mais tombant dedans ou dehors, de cela nous mettrõs deux exemples.

1 *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, comme il advient, je prens sans aucun angle droit, dont le costé dextre soit A B, costé senestre A C, angle senestre C, angle dextre B.



Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus du costé dextre AB, au sinus du costé senestre AC, ainsi le sinus de l'angle senestre C, au sinus de l'angle dextre B.

Preparation. Soit tiré l'arc A D tombant, je prens dedans le triangle ABC, à angle droit sur C B, qui est, partissant le mesme triangle en deux triangles rectangles A D B, A D C.

Demonstration.

Veu que l'angle D du triangle AD B est droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition:
Comme le sinus de l'hypothenuse A B,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit A D B,
Au sinus de l'angle opposite de A D, qui est de l'angle B.

Apres, puis que l'angle D du triangle A D C est aussi droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition, que
Comme le sinus de l'hypothenuse A C,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit A D C,
Au sinus de l'angle opposite de A D, qui est l'angle C.

Nous avons doncques ici deux proportions de sinus de ces termes:

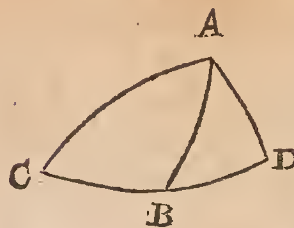
A B, A D, D, B,
A C, A D, D, C.

Ce qui estant ainsi, le rectangle comprins entre les sinus de AD & D, est egal au rectangle comprins sous les sinus de AB & B, aussi sous les sinus de AC & C, parquoi l'angle droit comprins sous les sinus de AB & B, est egal à l'angle droit comprins sous les sinus de AC & C, & leurs costez sont alternement proportionnels, qui est,
Comme le sinus de A B,
Au sinus de A C;
Ainsi le sinus de C,
Au sinus de B.
Qui est:
Comme le sinus du costé dextre A B,
Au sinus du costé senestre A C;
Ainsi le sinus de l'angle senestre C,
Au sinus de l'angle dextre B.

2 *Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique comme il advient, je prens sans aucun angle droit, dont le costé dextre soit A B, le costé senestre A C, l'angle senestre C, & l'angle dextre B.

Le requis. Il faut demonstrer que comme le sinus du costé dextre AB, au sinus du costé senestre A C, ainsi le sinus de l'angle senestre C, au sinus de l'angle dextre B.



Preparation. Soit tiré l'arc AD tombant hors du triangle ABC, à angle droit sur la prolongée CB, causant deux triangles rectangles A C D, A B D.

Demonstration.

Puis que l'angle D du triangle A D C est droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition, que
Comme le sinus de l'hypothenuse A C,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit D,
Au sinus de l'angle opposite de A D, qui est de l'angle C.

Puis apres veu que l'angle D du triangle A D B est droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition, que
Comme le sinus de l'hypothenuse A B,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit D,
Au sinus de l'angle opposite de A D, qui est de l'angle B.

Nous avons doncques ici deux proportions de sinus de ceste qualité:

A C, A D, D, C,
A B, A D, D, B.

Par lequel procedé, comme il a esté fait au 1 exemple, on conclud finalement, que
Comme le sinus du costé de l'angle droit A B,
Au sinus du costé senestre A C;
Ainsi le sinus de l'angle senestre C,
Au sinus de l'angle dextre B.

Conclusion. Doncques comme le sinus du costé dextre du triangle spherique, au sinus du costé senestre: Ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre : ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme. XXV. Proposition.

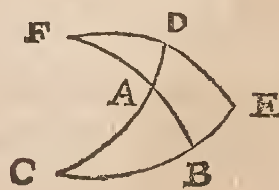
Estant un triangle spherique rectangle : Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse.

Les deux costez de l'angle droit sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, dequoi nous descrirons trois divers exemples.

1 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle comme A B, B C, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, je prens de C B, ainsi le sinus de l'arc de cõplement de l'autre costé de l'angle droit A B, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C.



Preparation. Veu que les deux costez de l'angle droit AB, BC, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que l'hypothenuse A C soit aussi plus petite par la 3 proposition : parquoi soit prolongé aussi bien C A que B A, & C B, jusques à ce qu'ils fassent

fassent chacun le quart d'un cercle, ce qui soit C A jusques à D, C B jusques à E, & B A jusques à F, puis apres soit prolongé de E par dessus D un arc jusques à ce qu'il fasse aussi le quart d'un cercle, qui tombera necessairement de E jusques à F, par la 4 consequence de la 1 proposition.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle F B C est droit, & que F E fait le quart d'un cercle aussi bien que F B, il faut que l'angle F E C soit aussi droit par la 2 consequence de la 1 proposition. Apres, puis que C E fait le quart d'un cercle, & que l'arc C D est tiré sur E F, il faut que le mesme, par la precedente consequence, soit à angle droit sur icelui E F, & consequemment que l'angle C D F soit droit: parquoi par la 23 proposition,

Comme le sinus de l'angle droit A D F,
Au sinus de l'hypothenuse A F;
Ainsi le sinus de l'angle oblique F,
Au sinus de son costé opposite A D.

Mais le sinus de B E, est sinus de l'angle F par la 2 definition: parquoi

Comme le sinus de l'angle droit A D F,
Au sinus de l'hypothenuse A F;
Ainsi le sinus de B E,
Au sinus de A D.

Mais A F est arc de complement de A B, & B E arc de complement de C B, & A D arc de complement de A C: parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement A B;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de C D,
Au sinus de l'arc de complement de A C.

Et par alterne raison,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit C B;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit A B,
Au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C.

2 Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

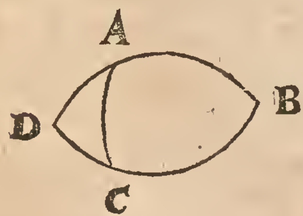
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit A B, C B, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, je prens de C B, ainsi le sinus de l'arc de complemēt de l'autre costé de l'angle droit A B, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B sont chacun un demicercle, l'angle desquels D est egal à l'angle B, par la 3 consequence de la 1 proposition: Mais B est un angle droit, D doncques est aussi droit. Apres, veu que A B, B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D est droit, avec deux costez de



l'angle droit qui sont chacun plus petit: parquoi par le 1 exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement de C D;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de A D,
Au sinus de l'arc de complement de A C.

Mais les sinus de l'arc de complement de C D & A D, sont aussi sinus des arcs de complement de C B & A B, par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit C B;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit A B,
Au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C.

3. Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C du 2 exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des costez de l'angle droit, comme A C, soit plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre, à sçavoir C B, plus grand.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, je prens C B, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit A C, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A B.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B, sont chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition: Et veu qu'un des deux costez de l'angle droit A C est plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir B C plus grand, il faut que l'hypothenuse A B soit plus grande par la 3 proposition; parquoi A B, B C, estant chacun plus grand, il faut que A D, C D, soient chacun plus petit: Et l'angle A C B estant droit, il faut que l'angle A C D soit droit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C est droit, & les deux costez comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement de C D;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de A C,
Au sinus de l'arc de complement de A D.

Mais les sinus de l'arc de complement de C D & A D, sont aussi sinus de l'arc de complement de C B & A B, par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit C B;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit A C.
Au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A B.

Conclusion. Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit: Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XXVI. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique rectangle : Comme le sinus d'un angle oblique, au sinus de l'angle droit : Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite.

Veu que les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

1. *Exemple avec deux angles aigus.*

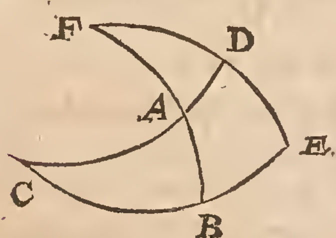
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle A B C soit droit, les deux autres aigus.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle oblique C A B, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique C, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

Preparation. Veu que les angles C A B & C sont aigus, il faut que leurs costez opposites C B, A B soient chacun plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition, & veu que l'angle A B C est droit, il faut que son costé opposite A C soit aussi plus petit par la 3 proposition ; parquoi je produis C A jusques à D, & C B jusques à E, & B A jusques à F, tellement que C D, C E, B F, sont chacun le quart d'un cercle : Apres je descris sur le pole C, l'arc de E par D, jusques à ce qu'il rencontre B A prolongé.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C est droit, il faut que F B & F E soient à angle droit sur C E, pource que C D, C E, sont chacun le quart d'un cercle, & faut que l'angle F D C ou F D A soit droit par la 2 consequence de la 1 proposition: Ce qui estant ainsi, je dis par raison alterne inverse de la 23 proposition,



Comme le sinus de l'angle oblique F A D,
Au sinus de l'angle droit F D A,
Ainsi le sinus du costé opposite de l'angle oblique F D,
Au sinus de l'hypothenuse F A.

Mais l'angle C A B, est egal à l'angle F A D par la 6 consequence de la 1 proposition, & l'angle A B C estant droit par le donné, est egal à l'angle droit F D A, & F D est arc de complement, & aussi comme angle de complement de l'angle C, & F A arc de complement de A B : parquoi

Comme le sinus de l'angle oblique C A B,
Au sinus de l'angle droit,
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique C,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

2. *Exemple avec deux angles obtus.*

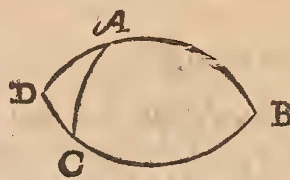
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les autres deux obtus.

Le requis. Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle oblique C A B, au sinus de l'angle B, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique A C B, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

D B A & D C B sont chacun un demicercle, parquoi l'angle D est egal à l'angle B par la 3 consequence de la 1 proposition, mais l'angle B est droit, pourtant l'angle D est aussi droit. Apres, veu que les deux angles B A C, B C A, sont obtus, il faut que les deux angles D A C, D C A, soient aigus par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D est droit, avec deux angles aigus D A C, D C A : parquoi par le 1 exemple de ceste proposition,



Comme le sinus de l'angle oblique C A D,
Au sinus de l'angle droit D ;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A C D,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A D.

Mais le sinus de l'angle C A D, est aussi sinus de l'angle C A B, par la 5 consequence de la 1 proposition : Et le sinus de l'angle D, est aussi sinus de l'angle B par la 3 consequence de la 1 proposition : Et le sinus de l'angle de complement de l'angle A C D, est aussi sinus de l'angle de complement de l'angle A C B par la mesme 3 consequence : Et le sinus de l'arc de complement de A D, est aussi sinus de l'arc de complement de A B par la 2 definition de la fabrique des sinus : parquoi

Comme le sinus de l'angle oblique C A B,
Au sinus de l'angle droit B ;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A C B,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

3. *Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé B est droit, C A B aigu, & A C B obtus.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle oblique A, au sinus de l'angle droit A B C, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A B C, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

Preparation. Soient prolongez A B, A C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

ABD, ACD, sont chacun un demicercle, par lequel l'angle D est egal à l'angle A, mais A est aigu, D doncques est aussi aigu : Apres, veu que l'angle B C A est obtus, il faut que l'angle B C D soit aigu, & A B C estant droit, C B D est droit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition : Tellement que nous avons un triangle rectangle B C D, dont l'angle C B D est droit, avec deux angles aigus D, B C D : parquoi par le 1 exemple de ce livre,



Comme le sinus de l'angle oblique D,
Au sinus de l'angle droit C B D ;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C D,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite B D.

Mais le sinus de l'angle D, est aussi sinus de l'angle A, pource qu'ils sont egaux, par la 3 cõsequence de la 1 proposition: Et le sinus de l'angle droit CBD, est aussi sinus de

de l'angle droit ABC: Et le ſinus de l'angle BCD, eſt auſſi ſinus de l'angle ACB, par la meſme 3 conſequence: Et le ſinus de BD, eſt auſſi ſinus de AB, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle oblique A,
Au ſinus de l'angle droit ABC;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique ACB,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite AB.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus d'un angle oblique, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. XXVII. PROPOSITION.

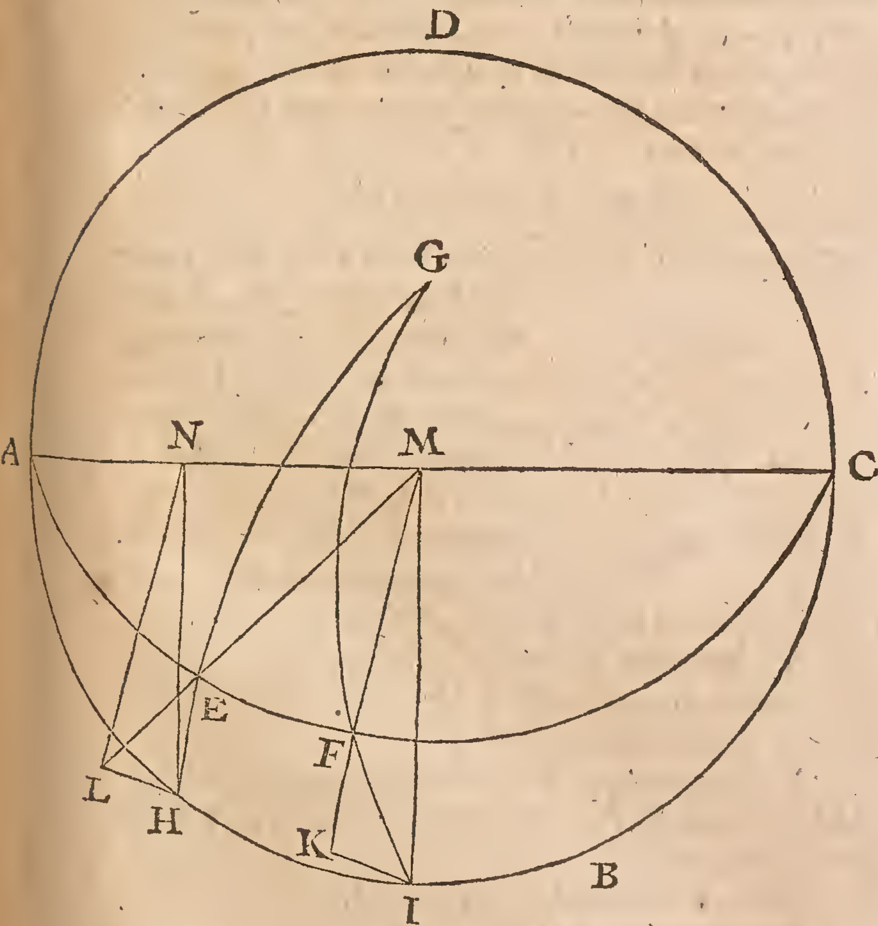
Eſtant un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit: Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Veu que les deux coſtez de l'angle droit ſont ou chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit & l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

1 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABCD le cercle majeur d'une ſphere, ſur lequel eſt encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune ſection de ces deux cercles ſoit l'axe AC: Apres, G ſoit pole du cercle ABCD, duquel pole eſt tiré l'arc GH juſques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui eſtant ainſi, nous avons un triangle EHA, avec deux coſtez de l'angle droit chacun plus petit que le quart d'un cercle, & les autres deux angles EAH, AEH, ſont obliques.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le ſinus de



l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit AH, ainſi la tangente de l'angle oblique EAH, touchant le coſté AH de l'angle droit, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit EH.

Preparation. Soit marqué le poinct I, tellement que AI ſoit le quart d'un cercle, & ſoit tiré l'arc GI, lequel coupant le cercle AFC en F, il faut que AF ſoit auſſi le quart d'un cercle. Soient tirées maintenant les deux lignes infinies IK, HL, à angle droit ſur le plan du cercle ABCD, puis apres la ligne MF du centre M au plan du cercle AFC, laquelle prolongée rencontre l'infinie IK en K, tellement que IK eſt tangente de l'arc IF, ou de l'angle EAH: Semblablement ſoit marquée au meſme plan du cercle AEFC, la ligne droite ME, & prolongée juſques à ce qu'elle rencontre l'infinie HL, ce qui ſoit en L: Tellement que HL eſt tangente de l'arc HE: Apres ſoit tiré HN à angle droit ſur AC, comme ſinus de l'arc HA, puis apres la ligne LN, & MI comme ſinus de l'angle droit. Or donc MI, NH, IK, LH, denotant ainſi par ordre les quatre termes du triangle EHA, à ſçavoir MI ſinus de l'angle droit; NH ſinus d'un coſté de l'angle droit AH, & IK tangente de l'angle oblique EAH, touchant le coſté AH de l'angle droit, apres LH tangente de l'autre coſté de l'angle droit EH, nous demonſtrerons (pour plus ample declaration du ſuſdit requis) que comme MI à NH, ainſi IK à LH.

DEMONSTRATION.

Le poinct L eſt au plan du cercle AEFC infiniment prolongé par la preparation, parquoi la ligne NL eſt au meſme plan du cercle AEFC, apres HN, IM, ſont paralleles, comme auſſi LH, KI, eſtant tous deux à angle droit ſur un meſme plan ABCD, parquoi les troiſieſmes coſtez LN, KM, comme eſtant en un meſme plan, ſont auſſi paralleles, pourtant les triangles LHN, KIM, ſont ſemblables, dont s'enſuit que leurs coſtez homologues ſont proportionnels, qui eſt,

Comme MI à NH, ainſi IK à LH.

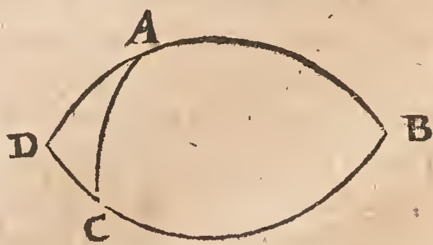
Mais il eſt notoire par la preparation, que MI eſt ſinus de l'angle droit, NH ſinus d'un coſté de l'angle droit AH, & IK tangente de l'angle oblique EAH, touchant le coſté de l'angle droit AH: apres, LH tangente de l'autre coſté de l'angle droit EH: parquoi

Comme MI ſinus de l'angle droit,
A NH ſinus d'un coſté de l'angle droit AH;
Ainſi IK tangente de l'angle oblique EAH touchant le coſté de l'angle droit AH,
A LH tangẽte de l'autre coſté de l'angle droit EH.

2 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit AB, BC, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, & les autres deux angles ſont obliques.

Le requis. Il faut demonſtrer, que cõme le ſinus de l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit CB, ainſi la tangente de l'angle oblique ACB touchant le coſté de l'angle droit BC, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit AB.



Preparation. Soient prolongez AB, BC, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

DAB, DCB, ſont chacun un demicercle, & l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la

1 proposition: Mais l'angle B est droit, parquoi l'angle D est aussi droit: Et veu que A B, B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, soient chacun plus petit, & l'angle A C B estant oblique, il faut que A C D le soit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont le costé D est droit, avec deux costez de l'angle droit A D, D C, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle A C D oblique: parquoi par le premier exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit DC;
Ainsi la tangente de l'angle oblique AC touchant le costé de l'angle droit D C,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AD.

Mais le sinus de D C, est aussi sinus de C B, par la 2 definition de la fabrique des sinus: Et la tangente de l'angle oblique ACD, est aussi tangente de l'angle oblique A C B, par la 5 consequence de la 1 proposition: Et la tangente de A D, est aussi tangente de A B, par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit B C;
Ainsi la tangente de l'angle oblique A C B touchant le costé de l'angle droit B C,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit A B.

3 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C du 2 exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme A C, soit plus petit que le quart d'un cercle; l'autre, à sçavoir B C, plus grand, & les autres deux angles obliques.

Le requis. Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit B C; Ainsi la tangente de l'angle oblique B touchant le costé de l'angle droit B C, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit A C.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

Demonstration.

D A B & D C B font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition: Et veu que A C est plus petit, B C plus grand, il faut que A B soit aussi plus grand, par la 3 proposition: Or donc puis que A B & B C sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, C D, soient chacun plus petit: Et l'angle A C B estant droit, il faut que l'angle A C D soit aussi droit, par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C est droit, & les deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit D C;
Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit D C,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit A C.

Mais le sinus de D C, est aussi sinus de C B, par la definition de la fabrique des sinus: Et la tangente de l'angle oblique C, est aussi tangente de l'angle oblique B, par la 5 consequence du 1 exemple: parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit C B;
Ainsi la tangente de l'angle oblique B touchant le costé de l'angle droit C B,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit A C.

Conclusion. Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit, ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit: ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme. XXVIII. Proposition.

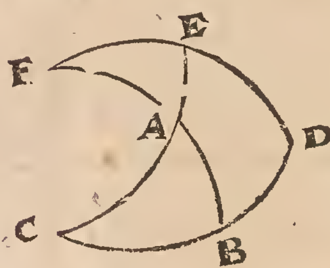
Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui angle oblique.

Veu que les deux costez de l'angle droit, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

1 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit A B, B C, chacun plus petit que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse A C, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique C, à la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Veu que A B, B C, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que A C soit aussi plus petit par la 3 proposition, parquoi les trois costez A B, B C, C A, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, pourtant soient prolongez jusques à ce qu'ils fassent chacun le quart d'un cercle, à sçavoir C B jusques à D, puis apres C A jusques à E, & finalement B A jusques à ce qu'il rencontre D E, ce qui adviendra necessairement au poinct F; tellement que B F sera le quart d'un cercle par la consequence de la 1 proposition, pource que B F & D F sont à angle droit sur D C.

Demonstration.



Veu que C D, C E, sont chacun le quart d'un cercle par la preparation, il faut qu'ils soient tous deux à angle droit sur D F par la 2 consequence de la 1 proposition, parquoi l'angle AEF du triangle A E F, est droit, dont il est notoire par alterne raison de la 27 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'angle oblique F;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit E F touchant l'angle oblique,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit E A.

Mais l'arc D B est la grandeur de l'angle F, par la 2 definition; parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de D B;
Ainsi le sinus de E F,
A la tangente de E A.

Mais B C est arc de complement de D B, & AC arc de complement de E A, desquels deux arcs B C, A C les

les deux tangentes estant alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs posez D B & E A, par la 20 proposition, s'ensuit que la tangente de A C, est en telle raison à la tangente de B C, comme la tangente de D B, à la tangente de E A : parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de A C;
Ainsi le sinus de E F,
A la tangente de B C.

Mais E F est arc de complement de D E, qui est aussi angle de complement de l'angle C : parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l hypothenuse A C;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique C,
A la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

2. *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

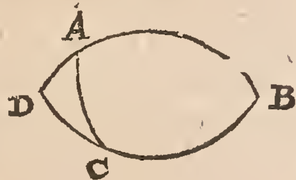
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit A B, B C, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse A C, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B, à la tangente du costé de l'angle droit B C, touchant icelui angle oblique.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

B A D & B C D font chacun un demicercle, & leur angle D, est egal à l'angle B, par la 3 consequence de la 1 proposition; mais B est un angle droit, D doncques est aussi un angle droit : Et veu que A B, B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, soient chacun plus petit, & estant l'angle ACB oblique, il faut que A C D le soit aussi, par la 5 consequence de la 1 proposition : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D est droit, A D, D C, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle ACD oblique : parquoi par le 1 exemple de ceste proposition,



Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A C;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C D,
A la tangente du costé de l'angle droit D C touchant icelui angle oblique.

Mais le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique ACD, est aussi sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B, par la 5 consequence de la 1 proposition, & la tangente du costé de l'angle droit D C, est aussi tangente du costé de l'angle droit B C, par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus : parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A C;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B,
A la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

3. *Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C du 2 exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme A C, soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir B C, plus grand, & les autres deux angles obliques. *Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse A B; Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique B, à la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Soient B A, B C, prolongez jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B font chacun un demicercle, par la 5 consequence de la 1 proposition : Et veu que A C est plus petit & B C plus grand, il faut que A B soit aussi plus grand par la 3 proposition : Or donc puis que A B, B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle; il faut que AD, CD, soient chacun plus petit : Et l'angle A C B estant droit, il faut que l'angle A C D le soit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition : Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C est droit, & les deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle : pourtant par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A D;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique D,
A la tangente du costé de l'angle droit C D touchant icelui angle oblique.

Mais la tangente de A D, est aussi tangente de A B, par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus : Et le sinus de l'arc de complement de l'angle oblique D, est aussi sinus de l'arc de complement de l'angle oblique B par la 5 consequence du 1 exemple : Et la tangente du costé de l'angle droit C D, est aussi tangente de B C par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus : parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A B;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique B,
A la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

Conclusion. Estant doncques un triangle spherique rectangle : Comme le sinus de l'angle droit à la tangente de l'hypothenuse, ainsi le sinus de l'angle de complement de l angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui angle oblique : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XXIX. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique rectangle : comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse, ainsi la tangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Veu que les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou tous deux obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

1. *Exemple avec deux angles aigus.*

Le donné. Soit A B C du 1 exemple de la 28 proposition

tion un triangle ſpherique, dont l'angle ABC eſt droit, les autres deux B A C & C aigus.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit A B C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique B A C, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C : Et la preparation de la demonſtration ſoit comme au meſme 1 exemple.

DEMONSTRATION.

Il appert par la 27 propoſition, que
 Comme au triangle F E A le ſinus de l'angle droit F E A,
 Au ſinus d'un coſté de l'angle droit E A;
 Ainſi la tangente de l'angle oblique E A F touchant icelui coſté de l'angle droit E A,
 A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit E F.

Mais l'angle F E A eſt egal à l'angle A B C, comme eſtant tous deux droits; Et E A eſt arc de complement de A C, & l'angle E A F eſt egal à l'angle B A C, par la 6 conſequence de la 1 propoſition : Et E F eſt arc de complement de D E, qui eſt auſſi angle de complement de l'angle C : pourtant
 Comme le ſinus de l'angle droit A B C,
 Au ſinus de l'arc de compl. de l'hypothenuſe A C;
 Ainſi la tangente d'un angle oblique B A C,
 A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C.

2. *Exemple avec deux angles obtus.*

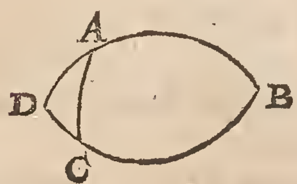
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux autres obtus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit B, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique B A C, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition; mais l'angle B eſt droit, pourtant l'angle D eſt auſſi droit : Apres, veu que les deux angles B A C, B C A, ſont obtus, il faut que les deux angles D A C, D C A, ſoient aigus par la 5 conſequence de la 1 propoſition; Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont le coſté D eſt droit, avec deux angles aigus D A C, D C A: parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



 Comme le ſinus de l'angle droit D,
 Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
 Ainſi la tangente d'un angle oblique D A C,
 A la tangente de l'angle de complement de l'autre arc oblique D C A.

Mais le ſinus de l'angle droit D, eſt auſſi ſinus de l'angle droit B : Et la tangente de l'angle D A C, eſt auſſi tangente de l'angle B A C, & la tangente de l'angle de complement de l'angle D C A, eſt auſſi tangente de l'angle de complement de l'angle B C A, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : parquoi
 Comme le ſinus de l'angle droit B,
 Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
 Ainſi la tangente d'un angle oblique B A C,
 A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

3. *Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.*

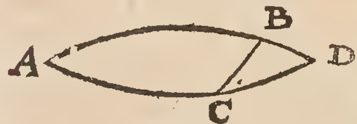
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle A B C eſt droit, C A B aigu, & A C B obtus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit A B C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique A, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

Preparation. Soient prolongez A B, A C juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

A B D, A C D ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle A; mais A eſt aigu, D doncques eſt auſſi aigu : Apres, veu que l'angle B C A eſt obtus, il faut que l'angle B C D ſoit aigu, & A B C eſtant droit, C B D l'eſt auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons un triangle rectangle B C D, dont l'angle C B D eſt droit, avec deux angles aigus D, B C D : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



 Comme le ſinus de l'angle droit C B D,
 Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe C D;
 Ainſi la tangente d'un angle oblique B C D,
 A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B D C.

Mais le ſinus de C B D eſt auſſi ſinus de A B C par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'arc de complement de C D, eſt auſſi ſinus de l'arc de complement de A C, par la 7 definition de la fabrique des tables des ſinus : Et la tangente de l'angle D, eſt auſſi tangente de l'angle A, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et la tangente de l'angle de complement de l'angle B C D, eſt auſſi tangente de l'angle de complement de l'angle B C A, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : parquoi
 Comme le ſinus de l'angle droit A B C,
 Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
 Ainſi la tangente d'un angle oblique A,
 A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle : Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, ainſi la tangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique: ce qu'il falloit demóſtrer.

THEOREME. XXX. PROPOSITION.

Eſtant un triangle ſpherique : Comme le rectangle comprins ſous deux ſinus de deux coſtez, au quarré du ſinus du rectangle: Ainſi la difference de deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux coſtez, l'autre verſé du troiſieſme coſté, au verſé de l'angle comprins ſous les deux premiers coſtez.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique avec trois coſtez inegaux, chacun plus petit, je prens que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le rectangle comprins ſous les ſinus de deux coſtez

ſtez je prens A B, B C, au quarré du ſinus de l'angle droit, ainſi la difference des deux verſés, deſquels l'un eſt verſé de la difference entre A B & B C, l'autre verſé du troiſieſme coſté A C, au verſé de l'angle A B C comprins ſous les deux premiers coſtez AB, BC. *Preparation.*

ARTICLE I.

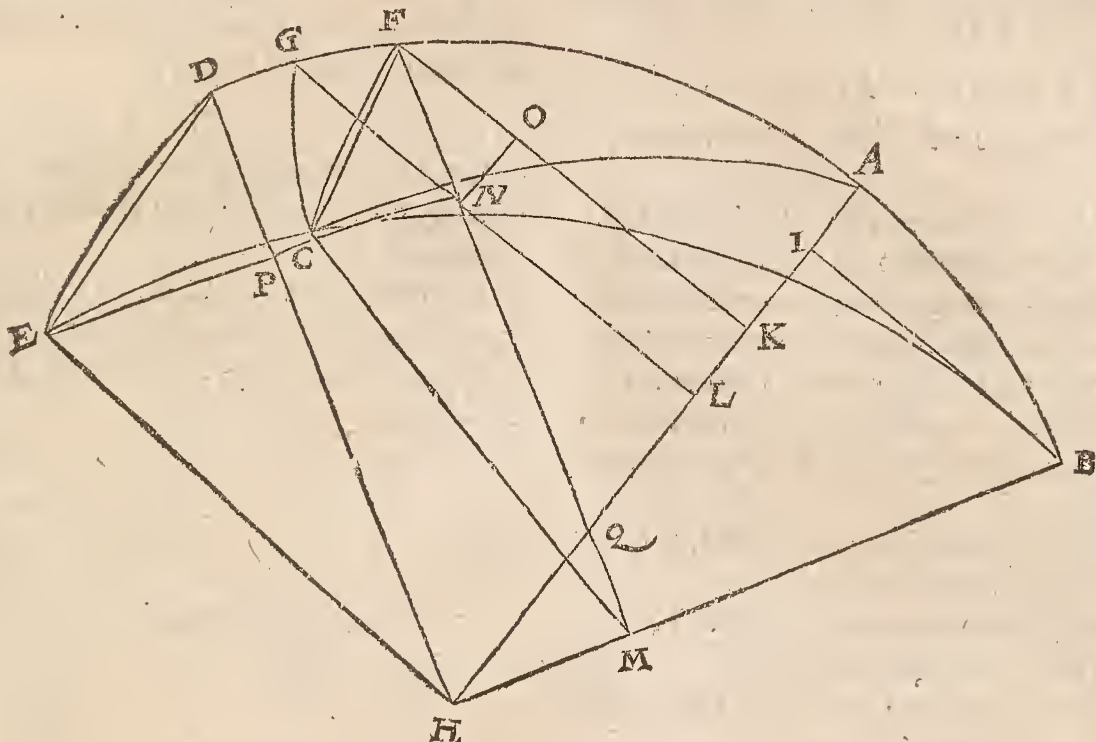
Soit prolongée A B juſques à D, & B C juſques à E, tellement que B D, B E, faſſent chacun le quart d'un cercle, puis apres ſur A comme pole ſoit deſcrit D E comme arc de la grandeur de l'angle C B A : Apres, ſur le meſme pole B, l'arc du cercle mineur C F, & l'arc B F ſera egal à l'arc B C.

ARTICLE II.

Puis apres ſoit deſcrit ſur A comme pole, l'arc du cercle mineur C G, & l'arc A G ſera egal à A C & conſequemment A F difference des deux premiers coſtez B A, B C : Et G F ſera difference entre deux arcs dont l'un le troiſieſme coſté A C, l'autre A F difference des deux premiers coſtez B A, B C.

ARTICLE III.

Soient tirez maintenant de H, centre de la ſphere, les trois ſemidiametres H B, H A, H D, & de l'extremité des trois arcs B A, F A, G A, à angle droit ſur HA,



trois lignes droites B I, F K, G L, qui ſont les ſinus de ces arcs, à ſçavoir B I de B A, & FK de F A, & G L de G A.

ARTICLE IV.

Et conſequemment A I ſera verſé de A B, & A K verſé de F A, & A L verſé de A G, & K L la difference des deux verſés dont l'un verſé K A, de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C; l'autre le verſé L A du coſté A G, qui eſt auſſi (car ils ſont egaux par le 2 article) du coſté A C.

ARTICLE V.

Apres, que de l'extremité de l'arc B F, vienne la ligne droite F M, coupant G L en N, & à angle droit ſur le ſemidiametre H B, & F M ſera ſinus de l'arc B F, ce qui eſt auſſi (car ils ſont egaux par le 1 article) du coſté B C.

ARTICLE VI.

Soit tiré N O à angle droit ſur F K, & le meſme N O ſera egal à L K, parquoi auſſi il ſera ce que K L eſt dit eſtre au 4 article, à ſçavoir la difference des deux verſés, dont l'un le verſé K A de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre le verſé L A du troiſieſme coſté A C.

ARTICLE VII.

Soit de l'extremité de l'arc D E tirée la ligne droite E H, & E P à angle droit ſur le raid H D, & E P ſera ſinus de l'arc D E, qui eſt auſſi par le 1 article de l'angle A B C, & D P verſé du meſme angle A B C.

ARTICLE VIII.

Soit tirée la ligne droite C N, il faut qu'icelle meſme ſoit à angle droit ſur F N pour ceſte raiſon : A eſt pole du cercle mineur G C, comme il appert au 2 article, par lequel poinct tend le cercle majeur B D, parquoi le plan du cercle mineur G C, eſt à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, par la 7 conſequence de la 1 propoſition : Derechef, B eſt pole du cercle mineur F C, par quel pole tend le cercle majeur B D, parquoi le plan du cercle mineur F C, eſt auſſi à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, par la ſuſdite 7 conſequence de la 1 propoſition : Or donc eſtant tous les deux cercles mineurs G C, F C, à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, & s'entrecoupans aux poincts N, C, il faut que leur commune ſection N C, ſoit à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, & conſequemment C N eſt à angle droit ſur N F, parquoi auſſi C N eſt ſinus de C F, & F N verſé du meſme arc C F.

ARTICLE IX.

Soient tirées les trois lignes droites M C, E D, C F, & ſoit marqué le poinct Q comme ſection commune de H A & F M.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

F M C, D H E, ſont deux triangles iſoſceles, dont les coſtez egaux comprennent angles egaux à M & H, car l'un & l'autre eſt l'angle de la declination des deux plans des cercles deſquels A B, B C ſont les arcs, parquoi les deux triangles F M C, D H E, ſont ſemblables : Comme auſſi leurs parties ſont homologues, à ſçavoir le triangle C N F avec le triangle E P D, & C N M avec E P H, & conſequemment leurs lignes homologues proportionnelles, parquoi comme F M à D H, ainſi F N à D P.

ARTI-

ARTICLE II.

Les triangles H M Q & F K Q ont chacun un angle droit en M & K, & deux angles egaux à Q, pourtant sont egaux leurs troisiesmes angles à H & F; & consequemment le triangle H M Q, est semblable avec le triangle F K Q : Mais le triangle H I B est semblable avec le triangle H M Q, pource que leurs angles sont droits à M & I, & qu'en H ils ont un angle commun: Apres, le triangle F C N est semblable au triangle F K Q, pource que O N est parallele avec K Q par le 6 article de la preparation; parquoi le triangle H B I est semblable au triangle F O N, & consequemment leurs costez homologues sont proportionnels, à sçavoir, comme B I à H B, ainsi N O, à N F.

ARTICLE III.

Nous avons doncques ici deux proportions, à sçavoir,

Au 1 article de la demonstration, FM, DH, NF, DP.
Au 2 article de la demonstration, BI, HB, NO, NF.

Mais là où il y a deux proportions, chacune de quatre lignes, le rectangle comprins sous ses premiers termes, est en telle raison au rectangle comprins sous ses seconds termes, comme le rectangle comprins sous ses troisiesmes termes, au rectangle comprins sous ses quatriesmes termes: parquoi

Comme le rectangle comprins sous F M, B I,
Au rectangle comprins sous D H, H B;
Ainsi le rectangle comprins sous N F, N O,
Au rectangle comprins sous D P, N F.

Mais le rectangle comprins sous D H, H B, est le quarré du sinus de l'angle droit: Et comme le rectangle comprins sous N F, N O, au rectangle comprins sous D P, N F, ainsi (pource que N F en chacune raison est le mesme terme) N O à D P: parquoi

Comme le rectangle comprins sous F M, B I,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi N O,
A D P.

Mais F M est sinus du costé B C, par le 5 article de la preparation, & B I sinus du costé A B, par le 3 article de la preparation: Et L K estant egal à N O, par le 6 article de la preparation, est la difference de deux versés, dont l'un est versé du sinus K A, de la difference A F, entre les deux costez AB, B C, l'autre versé du sinus L A du troisiesme costé AC, par le 6 article susdit de la preparation: Et D P est versé du sinus de l'angle comprins sous les premiers deux costez A B, B C, par le 7 article de la preparation: parquoi

Comme le rectangle comprins sous les sinus F M, B I, des deux costez B C, A B,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi la difference L K des deux versés, dont l'un est le versé K A, de la difference A F entre les deux costez A B, B C, l'autre versé L A du troisiesme costé A C,
Au versé D P de l'angle A B C, comprins sous les premiers deux costez A B, B C.

Et semblable sera aussi la demonstration des triangles avec des costez plus grands que le quart de cercle.

Conclusion. Estant donc un triangle spherique, comme le rectangle plan, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XXXI. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique avec deux ou trois angles aigus: Au premier, comme le rectangle sous les sinus des deux moindres angles, au quarré du sinus de l'angle droit: Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles, l'autre est versé de la difference du demi cercle & le troisiesme angle, au versé de la difference du demi cercle & le costé opposite d'icelui troisiesme angle.

Au second, comme le rectangle comprins sous les sinus du plus grand angle & un des moindres, au quarré du sinus de l'angle droit: Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles ensemble, l'autre est versé du troisiesme angle, au versé du costé opposite d'icelui troisiesme angle.

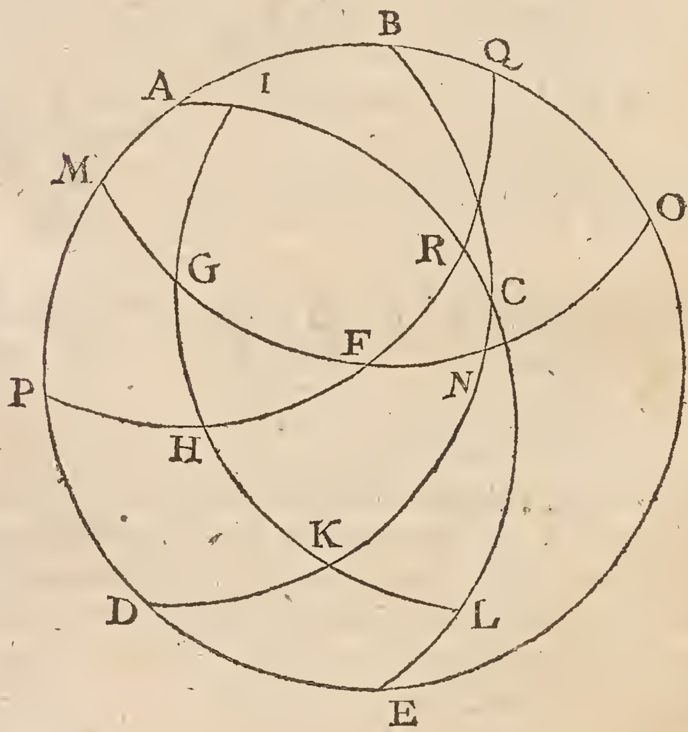
ALB. GIRARD.

Ce theoreme n'est mis icy à autre fin que pour parler quelque peu des reciproques; dont i'ay traitté en mes Sinus en general plus facilement, qu'il n'est pas fait icy.

NOTEZ.

Ce theoreme que je transforme selon mon style ordinaire, est inventé par le tresdocte Seigneur *Philippus Lansbergius.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, duquel les deux angles B A C, A C B sont aigus, le troisiesme A B C obtus ou aigu, mais plus grand qu'un des autres deux.



Le requis. Il faut demonstrer, au premier,

Comme le rectangle comprins sous les sinus des deux moindres angles B A C, A C B,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B: L'autre est versé de la difference du demi cercle & le troisiesme angle ABC,
Au versé de la difference du demi cercle & du costé opposite A C d'icelui troisiesme angle ABC.

Au second.

Comme le rectangle comprins sous les sinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, je prens B A C,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, B A C ensemble, l'autre versé du troisiesme angle A C B.
Au versé du costé opposite A B d'icelui troisiesme angle A C B.

Preparation. Soit A B produite, & descrit le cercle ABD,

A B D, puis B C prolongée jusques à D, ainsi que B C D face un demi cercle, semblablement A C produit à E, ainsi que A C E face aussi un demi cercle : Soit puis apres F pole du cercle A B D, & G pole du demi cercle B C D, mais H pole du demi cercle A C E. Par ces trois poincts F, G, H, soyent tirez trois demi cercles, à sçavoir par G & H, l'arc I G H K L descrit sur le pole C, & touchant A C E en I & L : Semblablement par G F le demi cercle M G F N O descrit sur le pole B, & coupant B C D en N : Puis apres par H F le demi cercle P H E Q, coupant A C E en R. Mais avant que je vienne à la propre demonstration, je descriray premierement certains dix membres commodes à cela, comme s'ensuit :

MEMBRE I.

Le nombre des degrez du costé G F, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle A B C, & aussi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & A D C, pour ceste raison :

Veu que F est pole du cercle A B O, & G pole du demi cercle B N D, par la preparation, F O, & G N font chacun un quart de cercle, & par consequent N O est egal avec G F : Mais le nombre des degrez de N O est pour la grandeur de l'angle N B O, estant la difference du demi cercle de l'angle A B C, & pourtant le nombre des degrez du costé G F, est egal au nombre des deg. de la difference du demi cercle & l'angle ABC: & aussi au nombre des degr. de la difference du demi cercle & l'angle A D C, pource qu'il est egal à l'angle A B C.

MEMBRE II.

Le nombre des degr. du costé F H, est egal au nombre des degr. de l'angle B A C, & aussi de la difference du demi cercle & C A D, pour ceste raison:

Veu que F est pole du cercle A B Q, & H pole du demi cercle A R E, par la preparation, s'ensuit que E Q & H R font chacun un quart de cercle, & par consequent F H est egal à R Q : Mais le nombre des degrez de R Q, est pour la grandeur de l'angle R A Q, qui est aussi de l'angle B A C : Et pourtant le nombre des degr. du costé F H, est egal au nombre des degrez de l'angle B A C, & par consequent aussi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & C A D, pource que l'angle B A C est la difference du demi cercle & de l'angle C A D.

MEMBRE III.

Le nombre des degrez du costé G H, est egal au nombre des degrez de l'angle A C B, & aussi de la difference du demi cercle & A C D, pour ceste raison:

Veu que G est pole du demi cercle B K D, & H pole du demi cercle A L E, par la preparation, s'ensuit que G K & H L font chacun un quart de cercle, & par consequent G H est egal avec K L : Mais le nombre des degrez du costé K L, est pour la grandeur de l'angle K C L, qui est aussi de l'angle A B C : Pourtant le nombre des degrez du costé G H, est egal au nombre des degrez de l'angle A C B, & par consequent aussi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A C D, pource que l'angle A C B est la difference du demi cercle & de l'angle A C D.

MEMBRE IV.

Le nombre des degrez de l'angle G H F, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé A C, pour ceste raison :

Veu que C est pole de l'arc I H L, & A du demi cercle Q R P par la preparation, s'ensuit que C L & R A font chacun un quart de cercle, & par consequent A C est egal à R L : Mais le nombre des degrez de R L est pour la grandeur de l'angle R H L ; pourtant le nombre des degrez de A C est egal au nombre des degrez de l'angle R H L : Mais ces deux nombres egaux de degrez, ont aussi egales differences entre eux & le demi cercle : Pourtant le nombre des degrez de la difference du demi cercle & R H L, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé A C. Mais l'angle G H F est la difference du demi cercle & de l'angle R H L : Pourtant le nombre des degrez de l'angle G H F, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé A C.

MEMBRE V.

Le nombre des degrez de l'angle G F H, est egal au nombre des degrez du costé A B, & aussi de la difference du demi cercle & A D, pour ceste raison :

Veu que A est pole du demi cercle Q F P, & B du demi cercle O F M, par la preparation, s'ensuit que A Q & B O font chacun un quart de cercle, & par consequent A B est egal avec Q O : Mais le nombre des degrez de Q O est pour la grandeur de l'angle Q F O, qui est aussi G F H, & pourtant le nombre des degrez de l'angle G F H, est egal au nombre des degrez du costé A B : Mais A B est la difference du demi cercle & A D, pourtant le nombre des degrez de l'angle G F H, est aussi egal avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A D.

MEMBRE VI.

Le nombre des degrez de l'angle H G F, est egal au nombre des degrez du costé B C, & aussi de la difference du demi cercle de C D, pour ceste raison :

Veu que B est pole du demi cercle O N M, & C de l'arc K G I, par la preparation, s'ensuit que B N, C K font chacun un quart de cercle, & par consequent B C est egal à K N : Mais le nombre des degrez de K N est pour la grandeur de l'angle H G F, & pourtant le nombre des degrez de l'angle H G F, est egal au nombre des degrez du costé B C : Mais B C est la difference du demicercle & C D, pourtant le nombre des degrez de l'angle H G F, est aussi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & C D.

MEMBRE VII.

Veu que le nombre des degrez de l'angle B A C, est egal au nombre des degrez du costé HF, par le 2 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle A C B, egal au nombre des degrez du costé H G, par le 3 membre : S'ensuit que les deux sinus d'iceux deux angles sont egaux aux deux sinus de ces deux arcs, & consequemment ceci :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins sous les sinus des deux moindres angles BAC, A C B, est egal au rectangle comprins sous les sinus de H F, H G.

MEMBRE VIII.

Veu que le nombre des degrez des deux angles B A C, A C D, est egal au nombre des degrez des deux costez H F, H G, par le 2 & 3 membre, & de la difference du demi cercle & l'angle A B C, egal au nombre des degrez de G F, par le 1 membre, il s'ensuit ceci :

La difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference des deux angles B A C, A C B, l'autre

versé de la difference du demicercle & le troisiesme angle A B C, est egal à la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre deux costez H F, H G, l'autre versé du costé G F.

MEMBRE IX.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle A B C, est egal au nombre des degrés du costé G F, par le 1 membre : Mais la difference du demi cercle & l'angle A B C, & l'angle A B C mesme, ont un mesme sinus, pourtant le sinus de l'angle A B C, est egal au sinus du costé G F : Puis le sinus de B A C est egal à celui de F H; parce que les nombres de leurs degrez sont egaux, par le 2 membre :

Pourtant

Le rectangle comprins sous les sinus de A B C & B C A, est egal au rectangle comprins sous les sinus de G F, F H.

MEMBRE X.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A B C, est egal au nombre des degrez du costé GF, par le 1 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle A C B, est egal au nombre des degrez du costé GH, par le 3 membre : Et pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle & A B C & B C A, est egale à la difference des degrez de G F & G H : Mais la difference des degrez de la difference du demi cercle & A B C & B A C, est egale à la difference du demi cercle & les deux angles ABC, BAC ensemble; pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle & les deux angles A B C, A C B ensemble, est egale à la difference des degrez de G F & G H : Puis le nombre des degrez de l'angle A C B est (comme j'ay dit ci dessus) egal au nombre des degrez du costé G H, par le 3 membre. Dont s'ensuit ceci :

La difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & les deux angles A B C, B A C ensemble, l'autre versé de l'angle A C B, est egale à la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre les deux costez G F, F H, l'autre versé du troisiesme costé.

Demonstration sur la premiere partie de la proposition.

Il appert par la 30 proposition, que
Comme au triangle G F H, le rectangle comprins sous les sinus de H G, H F,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi la difference de deux versés, dont l'un est versé de la difference entre iceux deux costez HG, H F, l'autre versé du troisiesme costé GF,
Au versé de l'angle F H G comprins sous iceux deux costez, dont les sinus comprennent le rectangle.

Mais nos quatre termes de la premiere partie de la proposition au triangle A B C, sont egaux aux susdits quatre termes du triangle G F H, comme je diray tantost, & de là se conclura qu'ils sont aussi proportionaux. L'egalité d'iceux est telle :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins sous les sinus des deux moindres angles B A C, A C B, est egal au rectangle du premier terme comprins sous les sinus de H F, G H, par le 7 membre.

Et le quarré du sinus du rectangle au triangle A B C, est egal au quarré du sinus du rectangle au triangle G F H du second terme.

Puis la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B, l'autre versé de la difference du demi cercle & le troisiesme angle A B C, est egale à la difference au troisiesme terme des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre les deux costez H F, G H, l'autre versé du troisiesme costé G F, par le 8 membre.

Là dessus considerant que le nombre des degrez du costé A C, est egal au nombre des degrez de l'angle G H F par le 4 membre, il s'ensuit que le versé de A C, est egal au versé de l'angle G H F du quatriesme terme :

Pourtant

Comme le rectangle comprins sous les sinus des deux moindres angles B A C, A C B,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B, l'autre versé de la difference du demi cercle & le troisiesme angle A B C,
Au versé de la difference du demi cercle & le costé opposite A C du mesme troisiesme angle A B C.

Demonstration sur la deuxiesme partie de la proposition.

Il appert par la 30 proposition, que
Comme au triangle G F H, le rectangle comprins sous les sinus de G F, F H,
Au quarré du sinus de l'angle droit;
Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre iceux deux costez G F, F H, l'autre versé du troisiesme costé G H,
Au versé de l'angle G F H, comprins sous iceux deux costez, dont les sinus comprennent le triangle.

Mais nos quatre termes de la deuxiesme partie de la proposition au triangle A B C, sont egaux aux susdits quatre termes du triangle G F H, comme je diray tantost : Et de là se conclura qu'ils sont aussi proportionaux. L'egalité d'iceux est telle :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins sous les sinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, comme B A C, est egal au rectangle du premier terme comprins sous les sinus de G F, F H par le 9 membre :

Et le quarré du sinus de l'angle droit du triangle A B C, est egal au quarré du sinus de l'angle droit du triangle G F H, du second terme.

Puis la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, B A C ensemble; l'autre est versé du troisiesme angle A C B, est egale à la difference du troisiesme terme des deux versés, dont l'un versé de la difference entre les deux costez G F, F H, l'autre est versé du troisiesme costé G H, par le 10 membre.

Là dessus consideré que le nombre des degrez du costé A B, est egal au nombre des degrez de l'angle G F H, par le 5 membre, il s'ensuit que le versé de A B, est egal au versé de l'angle G F H du quatriesme terme :

Pour-

Pourtant

Comme le rectangle compris sous les sinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, comme C A B.

Au quarré du sinus de l'angle droit;

Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, C A B ensemble, l'autre versé du troisiesme angle A C B,

Au versé du costé opposite A B du mesme troisiesme angle A C B.

Et semblable sera aussi la demonstration au triangle avec trois angles aigus.

Conclusion. Estant donc un triangle spherique, &c.

Conseqvence.

Le triangle ADC avec trois angles obtus, a les nombres des degrez des differences du demi cercle & leurs trois angles & costez, egaux avec les nombres des degrés des angles & costez à eux correspondans au triangle G F H, comme il appert aux six premiers membres. Il est aussi manifeste que cela seroit ainsi, jaçoit que l'angle ADC fust aigu, & les autres deux seulement obtus, dont s'ensuit ceci:

Theoreme.

Estant un triangle spherique avec deux ou trois angles obtus: Comme le rectangle compris sous les sinus de deux angles, au quarré du sinus de l'angle droit; Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux angles, l'autre est versé de la difference du demi cercle & le troisiesme angle, au versé de la difference du demi cercle & le costé opposite d'icelui troisiesme angle.

Quant à ce que telle regle n'estoit pas si generale au triangle avec deux ou trois angles obtus, comme A B C mais qu'il y arrivoit deux diversitez, la cause en est notoire, parce que les nombres des degrez de leurs angles & costez, ne sont tous egaux avec leurs correspondans angles & costez du triangle G F H, car en partie correspondent leurs differences qu'ils ont avec le demi cercle, comme il appert és susdits six membres.

LA TROISIESME PARTIE DES PROBLEMES, CONTENANT L'INVENTION DES ANGLES ET COSTEZ REQVIS DES TRIANGLES SPHERIQVES DONNEZ.

Ayant descrit ci devant en la premiere & seconde partie, les theoremes necessaires aux demonstrations des problemes suivans, & hors desquels se tire la façon de leur operation, nous viendrons à la description d'iceux, traictant premierement des triangles avec un angle droit cognu donné au 1 article: Puis apres au 2 article, des triangles avec un costé de 90 deg. sans angle droit cognu donné: Finalement au 3 article, des triangles sans angle droit cognu donné, ou costé de 90 degr.

Mais veu qu'au lieu de beaucoup de paroles, nous nous voulons servir de petites marques, à telle fin que sera dit ci dessous, nous en ferons premierement quelque declaration, comme s'ensuit. Tout triangle spherique, comme aussi le nom le porte, à trois angles & trois costez, faisant ensemble six en nombre, qu'en general nous appellons termes: D'iceux se donnent tousjours trois cognus, pour trouver les autres trois incognus: Comme par deux angles & un costé cognus, on trouve le troisiesme angle incognu, & les autres deux costez: Derechef, par deux costez & un angle cognus, on trouve le troisiesme costé & les autres deux angles: Apres, par trois costez cognus, on trouve les trois angles: Et par trois angles cognus, on trouve les trois costez.

Or pour exprimer briefvement par signes commodes ces trois termes cognus donnés (comme nous avons fait semblablement aux triangles plats) il faut sçavoir que K (premiere lettre du mot *Kleender*, qui signifie moindre en langue Allemande, selon laquelle ces figures ont esté accommodées) mis sur le costé d'un triangle, signifie icelui estre plus petit que le quart d'un cercle, mais G premiere lettre du mot grand, plus grand: R premiere lettre du mot recte, mis en un angle, signifie icelui estre rectangle ou angle droit: K un angle plus petit que le quart d'un cercle, ou autrement angle aigu: G un angle plus grand que le quart d'un cercle, ou autrement angle obtus. Les arcs & angles poinctés sans les susdites lettres, sont ceux-là lesquels on tient bien pour cognus, mais seulement par le posé, qui est sans declaration s'ils sont grands ou petits, aigus ou obtus, aussi sans nombre de degrez de leur grandeur, tellement que ces poincts signifient des nombres indefinis. Par ceci nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui requereroit autrement beaucoup de paroles. Comme par exemple, pour exprimer ceste figure ci joincte, il se faudroit servir de toutes ces paroles:

Vn triangle spherique, avec deux angles cognus, l'un droit l'autre aigu, & un costé cognu de l'angle droit, plus grand que le quart d'un cercle, à l'opposite de l'angle aigu cognu.



Ceste briefveté entre autres, servira de beaucoup quand on veut trouver par les trois termes cognus d'un triangle, les autres trois, ou un d'iceux: Car tels triangles marquez, s'assembleront ci apres comme en une table appellée *Indice des Triangles*, d'autant que par icelui on a une adresse pour trouver facilement en ceste 3 partie un semblable exemple qu'on veut imiter, sans qu'il faille charger ou troubler l'esprit d'aucunes des precedentes reigles; Lequel *Indice des Triangles* sera plus amplement descrit & declaré à la fin de ce livre.

Notez.

Encore, que nous depescherons par tout l'invention des termes incognus d'un triangle avec un angle droit cognu, ou costé de 90 deg. par une multiplication sans division, comme la plus aisée operation qu'il y a entre diverses manieres, dont se fera encores plus ample declaration au premier exemple de la 32 proposition suivante.

Alb. Girard.

Ceux qui se voudront servir de ma Trigonometrie spherique, descrite derriere les Tables des sinus que i'ay mis en lumiere, trouveront de grandes facilitez, tant par les organes, que par la nouvelle invention que i'ay fait des Consorts & reciproques. I'ay aussi escrit un livret des superfices des triangles & polygones spheriques incognues auparavant, qui sert aussi pour la mesure des secteurs spheriques & des angles solides, où le Lecteur curieux pourra voir l'expedition succincte en la mesure d'iceux. Ie l'ay fait imprimer à Amsterdam en l'an 1629 en quarto.

PREMIER MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQUES AVEC RECTANGLES COGNUS DONNEZ.

Probleme I. Proposition XXXII.

Estant cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothenuse, & un costé de l'angle droit : Trouver le troisiesme costé & les autres deux angles.

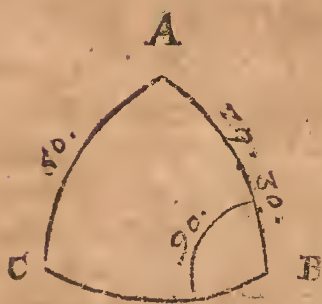
Les trois termes cognus se peuvent rencontrer de ces quatre diverses sortes :



Lesquels recevans quatre diverses façons d'operation, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & l'hypothenuse A C fait 50 degr. mais A B 29 deg. 30 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, avec les autres deux angles A, C.

Operation.

Invention du costé B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B	8704.
Combien la secante de A C	15557?
Vient la secante	13541.
Dont l'arc pour la requise B C	42 deg. 24.

Notez.

Au lieu de l'operation ci dessus on pourroit par la 25 proposition dire ainsi,

Le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B	8704.
Donne le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C	6428.
Combien le sinus de l'angle droit	10000?
Vient sinus	7385.
Dont l'arc	47 deg. 36.
Soustrait de	90 deg.
Reste pour la requise B C	42 deg. 24.

Ce qui estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoi on a prins la premiere operation au lieu de ceste seconde, ou au lieu de plusieurs autres operations, dont nous parlerons plus amplement en l'Appendice, par lesquelles le mesme costé requis B C se peut trouver? La raison est telle : En la premiere operation il y a multiplication du premier terme avec la troisiesme, à sçavoir 8704 avec 15557 : Et en la seconde operation, division, à sçavoir 64280000 par 8704 : Mais veu que multiplication n'est pas si difficile que division, pourtant la premiere operation a esté choisie au lieu de la seconde, ou aucune autre.

Et ce que nous avons dit ici du premier exemple, s'entendra aussi de tous les suivans, là où chacun terme incognu du triangle rectangle se trouvera par tout avec une multiplication : Et cela non seulement au triangle rectangle, mais aussi au triangle oblique avec un costé de 90 deg. Aussi à chacun des deux triangles rectangles, ausquels se partit le triangle oblique, pour en trouver les termes incognus.

Invention de l'angle A.

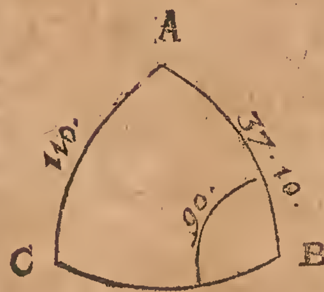
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuse A C	11918.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	17675?
Vient la secante	21065.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg. 39.

Invention de l'angle C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse A C	13054.
Combien le sinus de A B	4924?
Vient le sinus	6428.
L'arc d'icelui pour l'angle requis C	40 deg.

2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A C fait 110 deg. mais A B 37 deg. 10 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé C B avec les autres deux costez A, C.

Constrvction.

Invention du costé B C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B	7969.
Combien la secante de A C	29238?
Vient la secante	23300.
L'arc d'icelui	64 deg. 35.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis B C.	115 deg. 25.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuse	27475.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	13190?
Vient la secante	36240.
L'arc d'icelui	73 deg. 59.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	106 deg. 1.

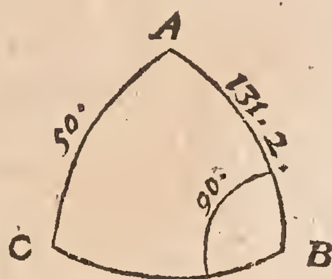
Inven-

Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C	10642.
Combien le ſinus de A B	6041?
Vient le ſinus	6429.
L'arc d'icelui pour l'angle requis C	40 deg. 1.

3. *Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*





Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & le coſté AC fait 50 degr. mais A B 131 deg. 2.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, avec les autres deux angles, A C.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit A B	6565.
Combien la ſecante de A C	15557?
Vient la ſecante	10213.
L'arc d'icelui	11 deg. 44.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis B C	168 deg. 16.

Invention de l'angle A.

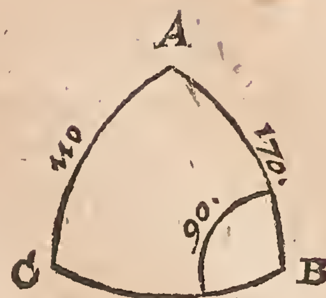
Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donné la tangente de l'hypothenuſe A C	11918.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	8703?
Vient la ſecante	10372.
L'arc d'icelui	15 deg. 23.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	164 deg. 37.

Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C	13054.
Combien le ſinus de A B	7543?
Vient le ſinus	9847.
L'arc d'icelui	79 deg. 58.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C	100 deg. 2.

4. *Exemple du 4 triangle de ceſte qualité.*





Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique de ceſte qualité, dont l'angle B eſt droit, & le coſté AC fait 110 deg. mais AB 170 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, & les autres deux angles A C.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit A B	9848.
Combien la ſecante de A C	29238?
Vient la ſecante	28794.
L'arc d'icelui pour le coſté requis B C	69 deg. 41.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuſe A C	27475.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	56713?
Vient la ſecante	155819.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	86 deg. 19.

Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C	10642.
Combien le ſinus de AB	1737?
Vient ſinus	1849.
L'arc d'icelui	10 deg. 39.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C	169 deg. 21.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention du coſté B C.

Il eſt notoire par la 25 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complemẽt de l'hypothenuſe.

Mais les deux derniers termes eſtans ſinus d'arcs de complement, ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition, qui eſt, comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe ; Ainſi la ſecante de l'hypothenuſe, à la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit: parquoi,
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la ſecante de l'hypothenuſe,
A la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté B C au 1 exemple, parquoi le quatrieſme terme 13541 eſt pour ſecante du requis B C: Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de B C aux autres trois exemples: Mais puis que le meſme 13541 ſert de ſecante à deux arcs , l'un plus

plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothenuse A C estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition: Mais A B est plus petit, il faut donc que B C soit aussi plus petit.

Touchant ce qu'au 2 exemple B C est mis plus grand que le quart d'un cercle, la cause est telle: L'hypothenuse A C estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais A B est plus petit, il faut donc que B C soit plus grand. Quant au 3 exemple, il a fallu que B C fust plus grand, car l'hypothenuse A C estant plus petite, il faut que les deux autres soient chacun plus petit ou chacun plus grand par la 3 proposition: Mais A B est plus grand, il faut donc que B C soit plus grand. Au 4 exemple il a fallu que B C fust plus petit, car l'hypothenuse A C estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, & l'autre plus grand par la 3 proposition: Mais A B est plus grand, il faut donc que B C soit plus petit.

II. Demonstration
Sur l'invention de l'angle A.

Article I.

Il est notoire par la 28 proposition, que
Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique,
A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

Article II.

Mais le troisiesme terme estant sinus de l'angle de complement, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre le mesme troisiesme terme & la secante de son posé, par la consequence de la 21 proposition; parquoi le rectangle comprins sous le troisiesme terme & la secante de son posé, est egal au quarré du sinus de l'angle droit.

Article III.

Apres, le quatriesme terme du 1 membre estant tangente du costé de l'angle droit, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre icelui quatriesme terme, & la tangente de son arc de complement, par la 19 proposition; parquoi le rectangle comprins sous le quatriesme terme & la tangente de son arc de complement, est egal au quarré du sinus de l'angle droit, parquoi le mesme rectangle est egal au rectangle comprins sous le troisiesme terme & la secante de son posé, car il est aussi egal, par le 2 article, au susdit quarré: Ce qui estant ainsi, leurs costez sont alternement proportionnels: qui est, comme le troisiesme terme au quatriesme terme, ainsi la tangente de l'arc de complement du quatriesme terme, à la secante du troisiesme terme: qui est, comme le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui, ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit, à la secante de l'angle oblique touchant icelui: parquoi,
Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit,
A la secante de l'angle oblique touchant icelui.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi le 4 terme 21065 est pour secante de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le mesme 21065 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothenuse A C estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition. Mais A B est plus petit, il faut donc que B C soit aussi plus petit, & pource son angle opposite aussi aigu, par la 2 proposition.

Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A a esté mis obtus, la raison est telle: L'hypothenuse A C estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition: mais A B est plus petit, il faut donc que B C soit plus grand, & pource son angle opposite A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que l'angle A fust obtus, car l'hypothenuse A C estant plus petite, il faut que les deux autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais A B est plus grand, il faut donc que B C soit aussi plus grand, & pource son angle opposite obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que l'angle A fust aigu, car l'hypothenuse A C estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais A B est plus grand, il faut donc que B C soit plus petit, & pource son angle opposite aigu, par la 2 proposition.

III. Demonstration
Sur l'invention de l'angle C.

Il est notoire par raison reverse de la 23 proposition, que
Comme le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,
Au sinus de son angle opposite.

Mais comme le sinus de l'hypothenuse, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse, par la 21 proposition: parquoi,
Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,
Au sinus de son angle opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle C au 1 exemple, parquoi le quatriesme terme 6428 est pour sinus de l'angle requis C: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention du sinus de l'angle C aux autres trois exemples. Mais puis que 6428 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que A B est plus petit, il faut que son angle opposite soit aussi plus petit ou aigu, par la 2 proposition: Au 2 exemple son costé opposite A B est aussi plus petit, parquoi C est aussi aigu: Mais au 3 & 4 exemple A B estant plus grand, il faut que C y soit obtus par la mesme 2 proposition.

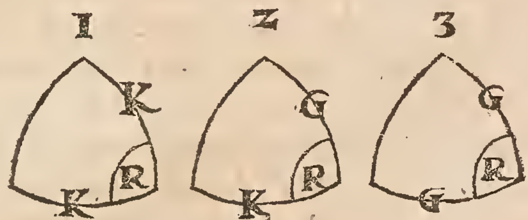
Con-

Conclusion. Estant doncques cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothenuse & un costé de l'angle droit, nous avons trouvé le troisiesme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

Probleme II. Proposition XXXIII.

Estant cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec deux costez le comprenant : Trouver l'hypothenuse, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus peuvent estre de ces trois diverses sortes :



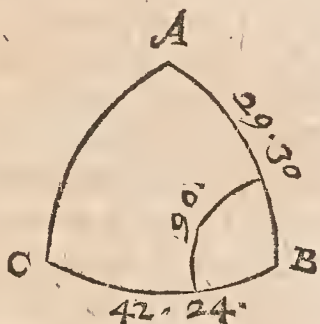
Lesquels recevans trois diverses manieres d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AB face 29 deg. 30 ①. Mais BC 42 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver l'hypothenuse A C, avec les autres deux angles A, C.



Constrvction.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, soit de B C	13542.
Combien la secante de l'autre costé de l'angle droit A B	11489?
Vient la secante	15558.
L'arc d'icelui pour la requise A C	50 deg.

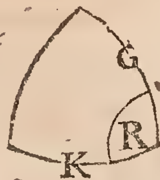
Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement du costé de l'angle droit cognu touchant l'ange droit A, qui est de A B	20308.
Combien la tangente de l'autre costé B C	9131?
Vient la tangente	18543.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg. 40.

Invention de l'angle C.

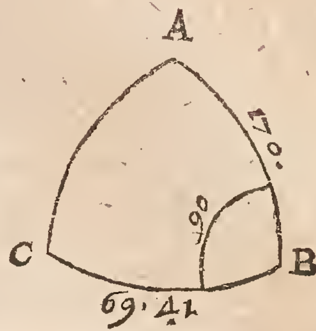
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu qui touche l'angle requis C, qui est de B C	14830.
Combien la tangente de l'autre costé A B	5658?
Vient la tangente	8391.
L'arc d'icelui pour l'angle requis C	40 deg.

2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AB face 170 deg. mais B C 69 deg. 41 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé A C, & les autres deux angles A, C.



Constrvction.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, soit de B C	28801.
Combien la tangente de l'autre costé de l'angle droit A B	10154?
Vient la secante	29245.
L'arc d'icelui	70 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour la requise A C	110 deg.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis A, qui est de A B	57588.
Combien la tangente de l'autre costé B C	27009?
Vient la tangente	155539.
L'arc d'icelui pour l'angle requis	86 deg. 19.

Invention de l'angle C.

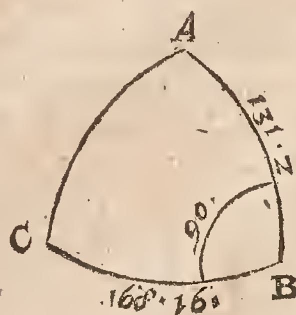
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis C, qui est de B C	10663.
Combien la tangente de l'autre costê A B	1763?
Vient la tangente	1880.
L'arc d'icelui	10 deg. 39.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis C	169 deg. 21.

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A B face 131 deg. 2 ①, mais B C 168 deg. 16 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles A, C.



Constrvction.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, je prens de B C	10213.
Combien la secante de l'autre costé de l'angle droit A B	15232?
Vient secante	15556.
L'arc d'icelui pour la requise A C	50 deg.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis A, qui est de A B	13254.
Combien la tangente de l'autre costé B C	2077?
Vient tangente	2753.
L'arc d'icelui	15 deg. 23.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	164 deg. 37.

Invention de l'angle C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu qui touche l'angle requis C, qui est de B C	49175.
Combien la tangente de l'autre costé A B	11490?
Vient tangente	56502.
L'arc d'icelui	79 deg. 58.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis C	100 deg. 2.

I. Demonstration

Sur l'invention de l'hypothenuse A C.

Il est notoire par la 25 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit,
Au sinus de l'hypothenuse.

Mais la secante du costé de l'angle droit du deuxiesme terme, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement du mesme costé de l'angle droit du deuxiesme terme, par la consequence de la 21 proposition: parquoi,

Comme la secante d'un costé de l'angle droit,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complemēt de l'hypothenuse.

Mais les deux derniers termes estant sinus d'arcs de complement, sont alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, par la consequence de la 22 proposition, qui est, comme le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse, ainsi la secante de l'hypothenuse, à la secante de l'autre costé de l'angle droit: parquoi,

Comme la secante d'un costé de l'angle droit,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi la secante de l'hypothenuse;
A la secante de l'autre costé de l'angle droit.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante d'un costé de l'angle droit;
Ainsi la secante de l'autre costé de l'angle droit,
A la secante de l'hypothenuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuse A C au 1 exemple, parquoi 15558 est pour la secante de l'hypothenuse requise A C: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'hypothenuse A C aux deux autres exemples. Mais puis que ce 15558, sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite, car puis que A B, B C, sont chacun plus petit, il faut que l'hypothenuse A C soit aussi plus petite par la 3 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple A C est mis plus grand, la raison est manifeste par la mesme 3 proposition; car l'un des deux costez de l'angle droit, comme B C, est plus petit, & A B plus grand: Et iceux deux costez au 3 exemple estant chacun plus grand, il a fallu par la mesme 3 proposition que l'hypothenuse A C y fust plus petite.

II. Demonstration.

Sur l'invention de l'angle A *&* C.

Il est notoire par la 27 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit;
Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant icelui costé de l'angle droit,
A la tangeñte de l'autre costé de l'angle droit.

Mais la secante de l'arc de complement du costé de l'angle droit du deuxiesme terme, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus du costé de l'angle droit d'icelui deuxiesme terme, par la 21 proposition: parquoi,

Comme la secante de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant icelui costé de l'angle droit,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit;
Ainsi la tangente de l'autre costé de l'angle droit,
A la tangente de l'angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 18543 est pour tangente de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente de l'angle A aux autres deux exemples: & aussi de l'angle C en tous les trois exemples. Toutesfois puis que le mesme 18543 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que B C costé opposite de l'angle A est plus petit, il faut que A soit aigu par la 2 proposition. Et pour semblable raison il falloit que C du premier exemple fust aigu. Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A est mis aigu, & C obtus, il falloit que cela fust, pource que le costé opposite de A est plus petit que le quart d'un cercle, mais le costé opposite de C plus grand. Et les costez A B, B C, du troisiesme exemple

ple estant chacun plus grand, il faut par le mesme 2 exemple de ceste proposition que leurs angles opposites A, C, soient obtus.

Conclusion. Estant doncques cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec deux costez le comprenant: Nous avons trouvé l'hypothenuse, & les autres deux angles, selon le requis.

PROBLEME III. PROPOSITION XXXIV.

Estant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothenuse: Trouver le troisiesme angle & les autres deux costez.

Les trois termes cognus peuvent estre de ces quatre diverses sortes:



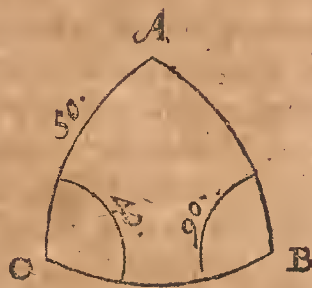
Lesquels recevans quatre diverses sortes d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 deg. & l'hypothenuse A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez A B, B C.



CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'hypothenuse A C	15557.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	11910?
Vient tangente	1854.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg. 40.

Invention du costé AB.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'hypothenuse A C	7660.
Combien le sinus de l'angle oblique C	6428?
Vient le sinus	4924.
L'arc d'icelui pour le costé requis A B	29 deg. 30.

Invention du costé B C.

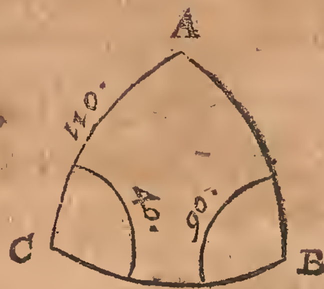
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle de complement de C	7660.
Combien la tangente de l'hypothenuse A C	11918?
Vient la tangente	9129.
L'arc d'icelui pour le costé requis B C	42 deg. 24.

2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 degr. l'hypothenuse A C 110 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.



CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'hypothenuse A C	29238.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	11918?
Vient tangente	34846.
L'arc d'icelui	73 deg. 59.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	106 deg. 1.

Invention du costé A B.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'hypothenuse A C	9397.
Combien le sinus de l'angle oblique C	6428?
Vient sinus	6040.
L'arc d'icelui pour le costé requis A B	37 deg. 10.

Invention du costé B C.

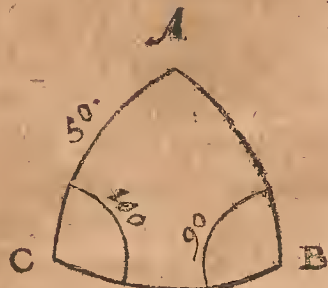
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle de complement de C	7660.
Combien la tangente de l'hypothenuse A C	27475?
Vient tangente	21046.
L'arc d'icelui	64 deg. 35.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis B C	115 deg. 25.

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 100 deg. & l'hypothenuse A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.



CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'hypothenuse A C	15557.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	1763?

Vient

Vient tangente	2743.
L'arc d'icelui	15 deg. 20.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	164 deg. 40.

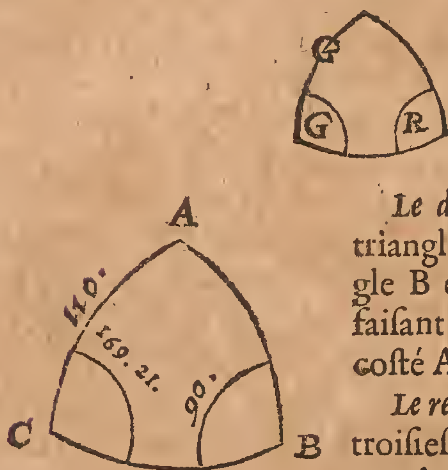
Invention du coſté A B.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'hypothenuſe A C	7660.
Combien le ſinus de l'angle oblique C	9848?
Vient ſinus	7544.
L'arc d'icelui	48 deg. 58.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis A B	131 deg. 2.

Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'angle de complement de C	1737.
Combien la tangente de l'hypothenuſe A C	11918?
Vient tangente	2070.
L'arc d'icelui	11 deg. 42.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis B C	168 deg. 18.

4. *Exemple du 4 triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 169 deg. 21 ①, & le coſté AC 110 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C	29238.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	53178?
Vient tangente	155482.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	86 deg. 19.

Invention du coſté AB.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'hypothenuſe A C	9397.
Combien le ſinus de l'angle oblique C	1848?
Vient le ſinus	1737.
L'arc d'icelui	10 deg.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis AB	170 deg.

Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'angle de complement de C	9828.
Combien la tangente de l'hypothenuſe A C	27475?
Vient tangente	27002.
L'arc d'icelui pour le coſté requis B C	69 deg. 41.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'angle A.

Il eſt notoire par la 29 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe;
Ainſi la tangente d'un angle oblique,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais la ſecante de l'hypothenuſe, eſt en telle raiſon au ſinus de l'angle droit, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, par la conſequence de la 21 propoſition: parquoi,
Comme la ſecante de l'hypothenuſe,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la tangente d'un angle oblique,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Et par raiſon reverſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'hypothenuſe;
Ainſi la tangente de l'angle de complement d'un angle oblique,
A la tangente de l'autre angle oblique.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 18541 eſt pour la tangente de l'angle requis A. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente de l'angle A des autres trois exemples. Mais puis que 18541 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des ſinus, maintenant on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite, pour ceſte cauſe: Veu que l'angle C eſt aigu, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus petit, par la 2 propoſition: Apres, veu que l'hypothenuſe A C eſt auſſi plus petite, il faut que les autres deux A B, B C, ſoient auſſi chacun plus petit ou plus grand, par la 3 propoſition; mais A B eſt plus petit, il faut donc que B C ſoit auſſi plus petit, & conſequemment ſon angle oppoſite A aigu, par la 2 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple A eſt mis obtus, la raiſon en eſt telle: Veu que l'angle C eſt aigu, il faut que A B ſoit plus petit, par la 2 propoſition: Apres, veu que l'hypothenuſe A C eſt plus grande, il faut que l'un des autres deux coſtez ſoit plus petit, l'autre plus grand, mais A B eſt plus petit, B C doncques eſt plus grand, & conſequemment ſon angle oppoſite A obtus, par la 2 propoſition. Au 3 exemple l'angle A eſtoit obtus pour ceſte cauſe: Veu que C eſt obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand que le quart d'un cercle: Apres, puis que A C eſt plus petit, il faut que les autres deux coſtez ſoient chacun plus petit, ou chacun plus grand, par la 3 propoſition: Mais A B eſt plus grand, B C doncques eſt auſſi plus grand, & conſequemment ſon angle oppoſite A eſt obtus, par la 2 propoſition. Au 4 exemple l'angle A eſt aigu pour ceſte cauſe: Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand que le quart d'un cercle par la 2 propoſition: Apres, puis que A C eſt plus grand, il faut que l'un des autres deux coſtez ſoit plus petit, l'autre plus grand par la conſequence de la 3 propoſition, mais A B eſt plus grand, il faut donc que B C ſoit plus petit, & conſequemment ſon angle oppoſite A aigu.

II. DE-

II. DEMONSTRATION

Sur l'invention du costé de l'angle droit AB.

Il est notoire par la 23 proposition, que
Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle oblique,
Au sinus de son costé opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé AB au 1 exemple, parquoi 4924 est pour sinus de AB requis: Et semblable sera la demonstration de l'invention du sinus du costé de l'angle droit AB des autres trois exemples. Mais puis que ce 4924 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 2 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car son angle opposite C estant aigu, il faut qu'il soit plus petit, par la 2 proposition. Quant à ce que AB au 2 exemple est mis plus petit, mais au 3 & 4 plus grand, c'est pource que l'angle d'icelui est aigu, & que les angles opposites de ceux-ci sont obtus.

III. DEMONSTRATION

Sur l'invention du costé de l'angle droit BC.

Il est notoire par la 28 proposition, que
Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique,
A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé de l'angle droit BC au 1 exemple, parquoi 9129 est pour tangente de BC. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente du costé BC des autres trois exemples. Mais puis que ce 9129 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des sinus; maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, pour ceste raison: Veu que l'hypothenuse AC est plus petite que le quart d'un cercle, il faut que les deux angles A, C, soient tous deux aigus ou obtus, par la consequence de la 5 proposition; mais C est aigu, il faut donc que A soit aussi aigu, & consequemment son costé opposite plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple BC a esté mis plus petit, la raison est telle: Veu que l'hypothenuse AC est plus grande que le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux angles A, C, soit aigu, l'autre obtus, par la consequence de la 5 proposition: mais C est aigu, il faut donc que A soit obtus, & pource son costé opposite BC plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que le costé BC fust plus grand, car l'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les deux angles A, C, soient tous deux aigus ou tous deux obtus, par la consequence de la 5 proposition: mais C est obtus, il faut donc que A soit aussi obtus, & pource son costé opposite est plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que le costé BC fust plus petit, car l'hypothenuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux angles A, C, soit aigu, l'autre obtus, par la consequence du 5 exemple: Mais C est obtus, il faut donc que A soit aigu, & pource son costé opposite BC est plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition.

Conclusion. Estant doncques cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothenuse: Nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION XXXV.

Estant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & son costé opposite: Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.

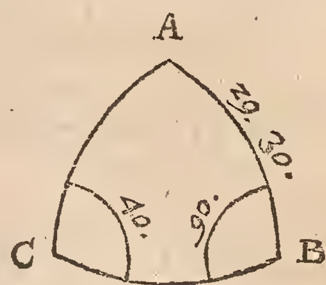
Les trois termes cognus peuvent estre en ces deux diverses sortes:



Desquels, ne recevans tous deux qu'une mesme operation, nous ne mettrons qu'un exemple.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 deg. & le costé AC 29 deg. 30.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AC, BC.



CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de AB	11489.
Combien le sinus de l'angle de complement de C	7660?
Vient sinus	8801.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere conclusion	61 deg. 40.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la deuxiesme conclusion	118 deg. 20.

Invention de l'hypothenuse AC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle de complement de C	15557.
Combien le sinus de AB	4924?
Vient sinus	7660.
L'arc d'icelui pour AC requis de la premiere conclusion	50 deg.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la deuxiesme conclusion	130 deg.

Invention du costé de l'angle droit BC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle de complement de C	11918.
Combien la tangente de AB	5658?
Vient le sinus	6743.
L'arc d'icelui pour BC requis de la premiere conclusion	42 deg. 24.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la deuxiesme conclusion	137 deg. 36.

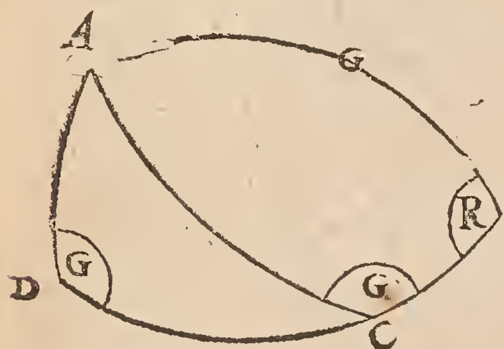
NOTE

NOTE SVR LA DOVBLE CONCLVSION.

Nous avons dit ci dessus que chacun terme requis a une double conclusion, l'un estant plus petit que 90 deg. l'autre plus grand, toutesfois il ne faut pas entendre qu'un mesme costé ou angle d'un triangle, puisse estre plus petit & plus grand, mais bien plus petit, ou plus grand: Et pour le declarer encores plus manifestement, il faut sçavoir que deux divers triangles avec termes egaux cognus, peuvent avoir des termes inegaux incognus. Soit par exemple A B C un triangle spherique, & A B D un autre, tellement que l'angle D estant



aigu, est egal à l'angle A C B; ce qui estant ainsi, les trois termes cognus d'un triangle, sont egaux à semblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs termes incognus sont inegaux: Par lequel on peut entendre, que les premieres conclusions sont pour le triangle ABC, & les deuxiesmes pour le triangle ABD. Or afin de mettre aussi un exemple avec l'angle C obtus; Soit derechef A B C un triangle spherique, & A B D un autre, tellement que l'angle D estant obtus, est egal à l'angle A C B: Ce qui estant ainsi, les trois termes cognus d'un triangle, sont egaux à semblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs termes incognus sont inegaux: Par lequel est à entendre, que la plus petite conclusion de A, & son costé opposite, avec la plus grande de l'hypothenuse, sont pour le triangle A B C: Mais la plus grande conclusion de A, & son costé opposite avec le plus petit de l'hypothenuse, sont pour le triangle ABD.



Ce que nous avons dit ici de ceste double conclusion, s'entendra aussi és autres lieux cy apres quand on parlera de double conclusion.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'angle A.

Il est notoire par raison alterne reverse de la 26 proposition, que

Comme le sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'opposite du susdit costé de l'angle droit,
Au sinus de l'autre angle oblique.

Mais comme le sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante du posé d'icelui costé de l'angle droit, par la consequence de la 2 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante du costé de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'opposite du susdit costé de l'angle droit,
Au sinus de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A, parquoi 8801 est pour sinus de l'angle requis A. Toutesfois puis que le mesme 8801 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles, chacun avec les termes donnez cognus, comme il est declaré plus amplement en la precedente note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez B C, A C, sont incognus, s'ensuit que A estant mis aigu, son costé opposite B C vient plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, lequel B C, avec l'autre costé de l'angle droit A B cognu donné, estant chacun plus petit, il faut donc que l'hypothenuse A C soit aussi plus petite, par la 3 proposition. Mais A estant mis obtus, son costé opposite B C vient plus grand par la consequence de la 2 proposition, & alors l'hypothenuse A C plus grande, par la 3 proposition.

II. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'hypothenuse A C.

Il est notoire par alterne raison de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'angle oblique;
Ainsi le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus du costé opposite de l'angle oblique.

Mais la secante de l'angle de complement de l'angle oblique, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'angle oblique, par la 21 proposition: parquoi,

Comme la secante de l'angle de complement de l'angle oblique,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus du costé opposite de l'angle oblique.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'angle de complement de l'angle oblique;
Ainsi le sinus du costé opposite de l'angle oblique,
Au sinus de l'hypothenuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuse A C, parquoi 7660 est pour sinus de l'hypothenuse requise AC; Mais puis que le mesme 7660 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles chacun avec les termes cognus donnez, comme il est declaré plus amplement en la precedente Note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez B C, A C, sont incognus, s'ensuit que l'hypothenuse A C estant mise plus petite, il faut par la consequence de la 3 proposition, que B C soit aussi plus petit, pource qu'alors A B & B C sont chacun plus petit: Mais l'hypothenuse AC estant mise plus grande, il faut que B C soit aussi plus grand, par la mesme

mesme consequence de la 3 proposition, pource que l'un, comme A B, est plus petit.

III. Demonstration

Sur l'invention du costé de l'angle droit B C.

Il est notoire par alterne raison de la 27 proposition, que

Comme la tangente de l'angle oblique,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi la tangente du costé opposite d'icelui angle oblique,
Au sinus de l'autre costé de l'angle droit.

Mais comme la tangente de l'angle oblique, au sinus de l'angle droit; ainsi le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'arc de complement de l'angle oblique, par la 19 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'angle de complement de l'angle oblique;
Ainsi la tangente du costé opposite d'icelui angle oblique,
Au sinus de l'autre costé de l'angle droit.

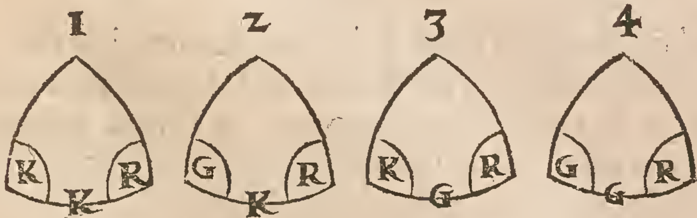
Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé de l'angle droit B C, parquoi 6743 est pour sinus de B C requis. Mais puis que le mesme 6743 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles chacun avec les termes cognus donnez, comme il est declaré plus amplement en la precedente Note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez B C, A C, sont incognus, s'ensuit que B C estant mis plus petit, il faut que son angle opposite A soit aigu, par la 2 proposition, & alors l'hypothenuse A C aussi plus petite, par la 3 proposition, pource que A B, B C, sont chacun plus petit: Mais B C estant mis plus grand que le quart d'un cercle, son angle opposite A vient obtus, par la 2 proposition, & alors A C plus grand, par la 3 proposition, pource que l'un costé de l'angle droit A B est plus petit, l'autre comme B C plus grand.

Conclusion. Estant doncques cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & son costé opposite: Nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

Probleme V. Proposition XXXVI.

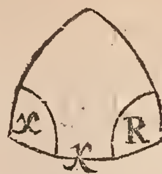
Estant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un costé entre deux: Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes cognus peuvent estre en ces quatre diverses façons:



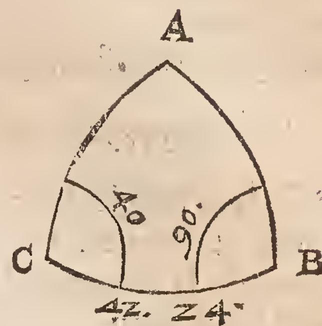
Lesquels recevant quatre diverses sortes d'operations, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C de 40 degr. & B C le costé entre deux face 42 deg. 24 (1).

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez A B, A C.



Constrvction.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle de complement de C	15557.
Combien la secante de B C	13542?
Vient la secante	21067.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg. 40.

Invention du costé de l'angle droit A B.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de B C	6743.
Combien la tangente de C	8391?
Vient la tangente	5658.
L'arc d'icelui pour le costé requis A B	29 deg. 30.

Invention de l'hypothenuse A C.

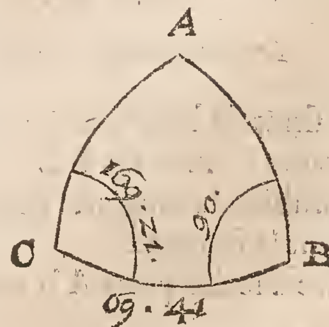
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de C	13054.
Combien la tangente de B C	9131?
Vient la tangente	11920.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuse requise de A C	50 deg.

2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C de 169 degr. 21 (1), & B C costé entre deux face 69 deg. 41.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.



Constrvction.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle de complement de C	54110.
Combien la secante de B C	28801?
Vient la secante	155842.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	86 deg. 19.

Invention du costé de l'angle droit AB.

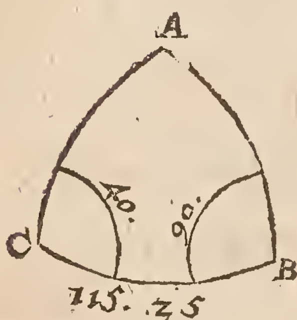
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de BC	9378.
Combien la tangente de C	1881?
Vient la tangente	1764.
L'arc d'icelui	10 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis AB	170 deg.

Invention de l'hypothenuse AC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de C	10175.
Combien la tangente de BC	27009?
Vient la tangente	27482.
L'arc d'icelui	70 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'hypothenuse requise AC	110 deg.

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & C de 40 deg. & BC le costé entre deux face 115 deg. 25 (1).

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle de complement de C	15557.
Combien la secante de BC	23299?
Vient la secante	36246.
L'arc d'icelui	73 deg. 59.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	106 deg.

Invention du costé de l'angle droit AB.

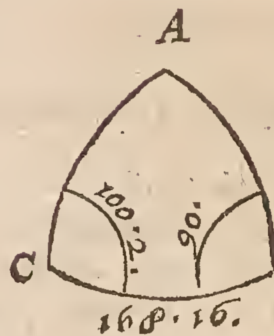
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de BC	9032.
Combien la tangente de C	8391?
Vient la tangente	7579.
L'arc d'icelui pour AB requis	37 deg. 9.

Invention de l'hypothenuse AC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de C	13054.
Combien la tangente de BC	21044?
Vient la tangente	27471.
L'arc d'icelui	70 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'hypothenuse requise AC	110 deg.

4. *Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C de 100 deg. 2 (1), & BC le costé entre deux face 168 degr. 16 (1).

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle de complement de C	10155.
Combien la tangente de BC	10214?
Vient secante	10372.
L'arc d'icelui	15 deg. 24.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	164 deg. 36.

Invention du costé de l'angle droit AB.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de BC	2034.
Combien la tangente de C	56521?
Vient tangente	11496.
L'arc d'icelui	48 deg. 59.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis AB	131 deg. 1.

Invention de l'hypothenuse AC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de C	57398.
Combien la tangente de BC	2077?
Vient la tangente	11922.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuse requise AC	50 deg. 1.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'angle A.

Il est notoire par la 26 proposition, que
Comme le sinus de l'un angle oblique,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite.

Mais comme le sinus de l'un arc de complement, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'angle de complement de l'angle oblique, par la 21 proposition : parquoi,
Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'angle de complement de l'un angle oblique;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,

Au

Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite.

Apres, le troiſieſme & quatrieſme terme ſont arcs de complement, dont les ſinus ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition : qui eſt, Comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite ; ainſi la ſecante du coſté oppoſite de l'autre angle oblique, à la ſecante de l'autre angle oblique : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle de complement de l'un angle oblique ;
Ainſi la ſecante du coſté oppoſite de l'autre angle oblique,
A la ſecante de l'autre angle oblique.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 21067 eſt pour ſecante de l'angle requis A. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 21067 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite, car B C eſtant plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit aigu par la 2 propoſition : Semblablement que B C au 2 exemple eſt auſſi plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit auſſi aigu : Mais au 3 & 4 exemple B C eſtant plus grand, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit obtus.

II. Demonstration.

Sur l'invention du coſté de l'angle droit A B.

Il eſt notoire par la 27 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit ;
Au ſinus de l'un coſté de l'angle droit ;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté A B au 1 exemple, parquoi 5658 eſt pour tangente du requis A B : Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente du coſté A B aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 5658 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis le plus petit, car puis que ſon angle oppoſite C eſt aigu, il faut qu'il ſoit plus petit, par la conſequence de la 2 propoſition. Quant à A B au 2 exemple il falloit qu'il fuſt plus grand, pource que ſon angle oppoſite C eſt obtus. Et A B au 3 exemple plus petit, pource que ſon angle oppoſite C eſt aigu. Et A B au 4 exemple plus grand, pource que ſon angle oppoſite C eſt obtus.

III. Demonstration.

Sur l'invention de l'hypothenuſe A C.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 28 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique ;
Ainſi la tangente de l hypothenuſe,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant le ſuſdit angle oblique.

Mais comme le deuxieſme terme, à ſçavoir le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'angle droit, à la ſecante de l'angle oblique, par la conſequence de la 21 propoſition ; & par raiſon reverſe, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, ainſi la ſecante de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit, parquoi

Comme la ſecante de l'angle oblique,
Au ſinus de l'angle droit ;
Ainſi la tangente de l'hypothenuſe,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant le ſuſdit angle oblique.

Et par raiſon reverſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle oblique ;
Ainſi la tangente du coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe.

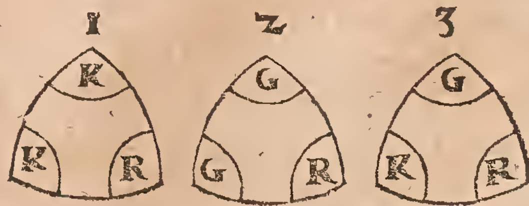
Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuſe A C au 1 exemple, parquoi 11920 eſt pour tangente de l'hypothenuſe requiſe A C. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente de l'hypothenuſe A C aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 11920 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite pour ces raiſons : Veu que l'angle C eſt aigu, il faut que A B ſoit plus petit, par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant auſſi plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit auſſi plus petite, par la 3 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple A C eſt plus grand, la raiſon en eſt telle : Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que A B ſoit plus grand par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus grande, par la 3 propoſition. Au 3 exemple l'hypothenuſe A C eſtoit plus grande, car l'angle C eſtant aigu, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus petit par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant plus grand, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus grande, par la 3 propoſition. Au 4 exemple l'hypothenuſe A C eſt plus petite, pour ces raiſons : Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand, par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant auſſi plus grand, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus petite, par la 3 propoſition.

Concluſion. Eſtant doncques cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un coſté entre deux, nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

Probleme VI. Proposition XXXVII.

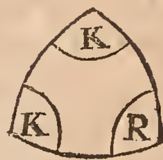
Estant cognus d'un triangle ſpherique rectangle les trois angles : Trouver les trois coſtez.

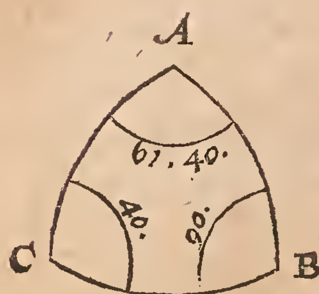
Les trois termes cognus peuvent eſtre de ces trois diverſes façons :



Lesquels recevans trois diverses sortes d'operation, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 61 deg. 40 ①, & C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

Constrvction.

Invention du costé de l'angle droit A B.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis AB qui est de l'angle A	8802.
Combien la secante de l'autre angle oblique C	13054?
Vient secante	11490.
L'arc d'icelui pour le costé requis AB	29 deg. 30.

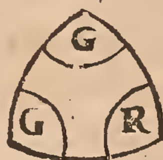
Invention du costé de l'angle droit B C.

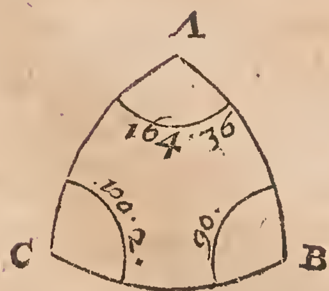
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C qui est de l'angle C	6428.
Combien la secante de l'autre angle oblique A	21070?
Vient la secante	13544.
L'arc d'icelui pour le costé requis B C	42 deg. 25.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A	18546.
Combien la tangente de l'autre angle oblique C	8391?
Vient la secante	15562.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuse requise AC	50 deg. 1.

2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 164 degr. 36 ①, & C de 100 deg. 2 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

Constrvction.

Invention du costé de l'angle droit AB.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis AB, ce qui est de l'angle A	2656.
Combien la secante de l'autre angle oblique C	57398?
Vient la secante	15245.
L'arc d'icelui	49 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le requis AB	131 deg.

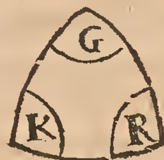
Invention du costé de l'angle droit B C.

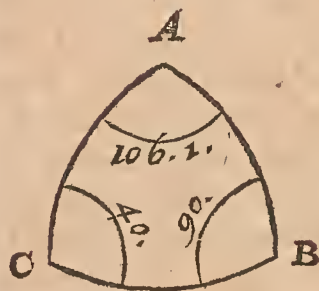
Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C, qui est de l'angle C	9847.
Combien la secante de l'autre angle oblique A	10372?
Vient la secante	10213.
L'arc d'icelui	11 deg. 15.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le requis BC	168 deg. 15.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A	2755.
Combien la tangente de l'autre angle oblique C	56521?
Vient la secante	15572.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuse donnée AC	50 deg. 2.

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 106 deg. 1 ①, & C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

Constrvction.

Invention du costé de l'angle droit AB.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis AB qui est de l'angle A	9612.
Combien la secante de l'autre angle oblique C	13054?
Vient la secante	12548.
L'arc d'icelui pour le costé requis AB	37 deg. 9.

Invention du costé de l'angle droit B C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C qui est de l'angle C	6428.

Com-

Combien la ſecante de l'autre angle oblique A — 36243?
Vient la ſecante — 23297.
L'arc d'icelui — 64 deg. 35.
Souſtrait de — 180 deg.
Reſte pour le requis B C — 115 deg. 25.

Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit — 10000.
Donne la tangente de l'un angle oblique, ſoit de A — 34836.
Combien la tangente de l'autre angle oblique C — 8391?
Vient la ſecante — 29231.
L'arc d'icelui — 70 deg.
Souſtrait de — 180 deg.
Reſte pour l'hypothenuſe requiſe A C — 110 deg.

I. Demonstration

Sur l'invention des deux coſtez de l'angle droit A B, B C.

Il eſt notoire par raiſon reverſe de la 26 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'un angle oblique;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement du coſté oppoſite de l'autre angle oblique,
Au ſinus de l'angle de complement du meſme autre angle oblique.

Mais les deux derniers termes eſtant ſinus d'arcs de complement, ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leurs poſez, par la conſequence de la 22 propoſition: parquoi,
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'un angle oblique;
Ainſi la ſecante de l'autre angle oblique,
A la ſecante de ſon coſté oppoſite.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté A B au 1 exemple, parquoi 11490 eſt pour ſecante du requis A B. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante du coſté A B du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 11490 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux? Je dis le plus petit, car ſon angle oppoſite C eſtant aigu, il faut qu'il ſoit plus petit par la conſequence de la 2 propoſition. Et C au 2 exemple eſtant obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand. Mais C aigu au 3 exemple, il faut qu'il à ſon coſté oppoſite A B plus petit. Semblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention du coſté B C des meſmes trois exemples.

II. Demonstration.

De l'hypothenuſe A C.

Article I.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 29 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'un angle oblique;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais le ſinus de l'angle droit, eſt moyen proportionnel entre le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe & la ſecante de ſon poſé, par la conſequence de la 21 propoſition; parquoi auſſi le rectangle comprins ſous le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe & la ſecante du poſé, eſt egal au quarré du ſinus de l'angle droit.

Article II.

Le ſinus de l'angle droit eſt auſſi moyen proportionnel entre la tangente de l'angle de complement de l'autre angle, & la tangente du poſé, par la 19 propoſition; parquoi auſſi le rectangle comprins ſous la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique, & la tangente du poſé, eſt egal au quarré du ſinus de l'angle droit: Partant ce rectangle eſt egal au rectangle du 1 article, & leurs coſtez ſont alternement proportionnels, qui eſt, comme le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, à la tangente de l'angle de complement de l'un angle oblique, ainſi la tangente de l'autre angle oblique, à la ſecante de l'hypothenuſe; tellement que
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'un angle oblique;
Ainſi la tangente de l'autre angle oblique,
A la ſecante de l'hypothenuſe.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuſe A C au 1 exemple, parquoi 15562 eſt pour ſecante de l'hypothenuſe requiſe A C. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'autre hypothenuſe du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 15562 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux? Je dis le plus petit, car les deux angles obliques A, C, eſtant aigus, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus petite, par la 5 propoſition. Et veu qu'au 2 exemple les angles A, C, ſont tous deux obtus, il falloit que l'hypothenuſe A C fuſt auſſi plus petite: Mais l'un des deux angles du 3 exemple, comme A, eſtant obtus, l'autre comme C aigu, il falloit que l'hypothenuſe A C fuſt plus grande, par le meſme 5 exemple.

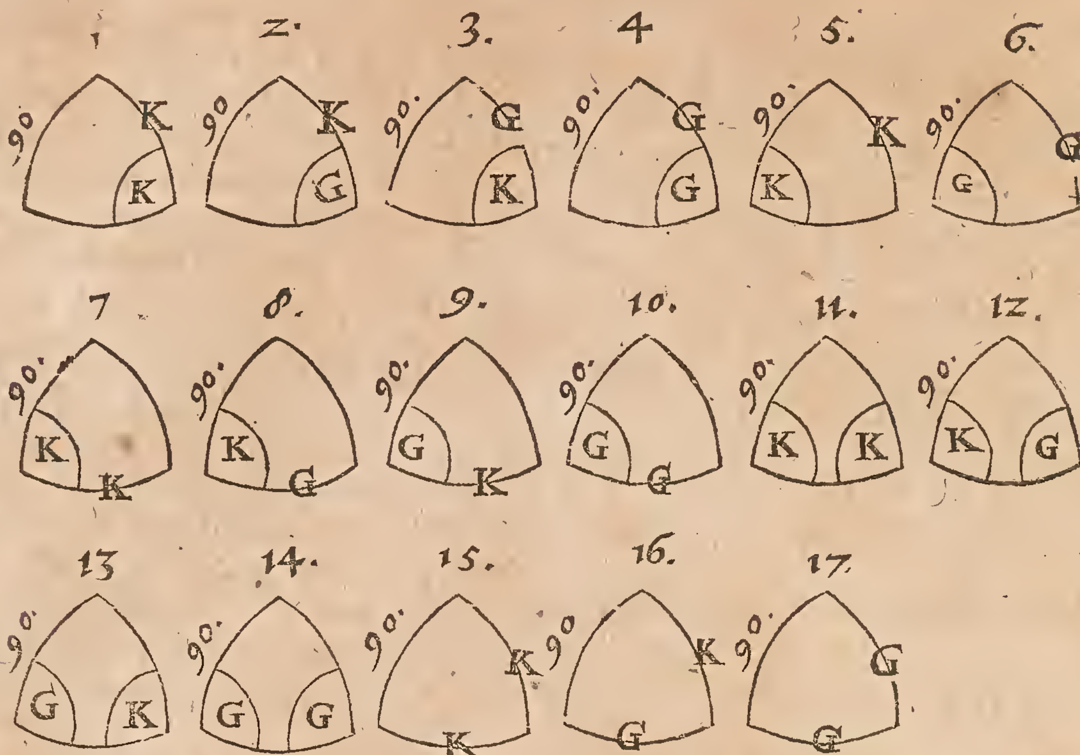
Concluſion. Eſtant doncques cognus d'un triangle ſpherique rectangle les trois angles, nous avons trouvé les trois coſtez, ſelon le requis.

SECOND MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES AVEC VN COSTE COGNV DONNE de 90 deg. ſans rectangle cognu, deſquels les termes incognus ſe peuvent trouver par une multiplication, comme ceux des triangles rectangles.

Probleme VII. Proposition XXXVIII.

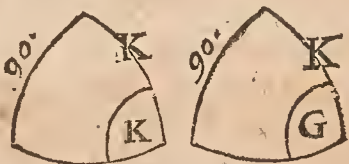
Estant cognu d'un triangle ſpherique le coſté de 90 deg. avec encores deux termes: Trouver les autres trois incognus.

Les trois termes incognus peuvent estre de ces 17 diverses sortes:



Lesquels recevans dix diverses manieres d'operation, nous en mettrons dix exemples.

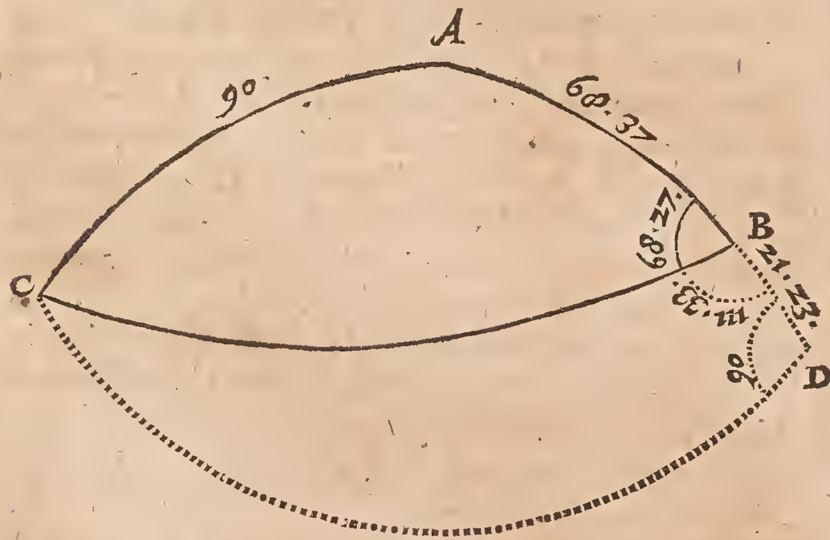
1. *Exemple du 1 & 2 triangle de ceste qualité.*



N o t e z.

Les arcs des triangles donnez seront ci apres marquez de lignes, mais les autres arcs qui servent seulement à la preparation de l'operation, seront pour distinction des autres, marquez par poincts.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé A C fait 90 deg. A B 68 deg. 37 ①, & l'angle A B C 68 deg. 27 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé BC, avec les autres deux angles A, A C B.

C o n s t r v c t i o n.

Invention du costé B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'angle A B C	27225.
Combien tangente de l'angle de complement de A B	3916?
Vient tangente	10661.
L'arc d'icelle	46 deg. 50.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le requis B C	133 deg. 10.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne sinus de l'arc de complement de A B	3646.
Combien tangente de l'angle A B C	25322?
Vient tangente	9232.
L'arc d'icelle	42 deg. 43.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	137 deg. 17.

Invention de l'angle A C B.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne secante de l'arc de complement de A B C	10752.
Combien la secante de l'arc de complement de A B	10739?
Vient secante	11546.
L'arc d'icelle	30 deg.
Soustrait de	90 deg.
Reste pour l'angle requis A C B	60 deg.

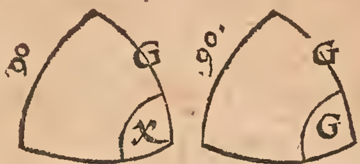
Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant la prolongée A B en D.

D e m o n s t r a t i o n.

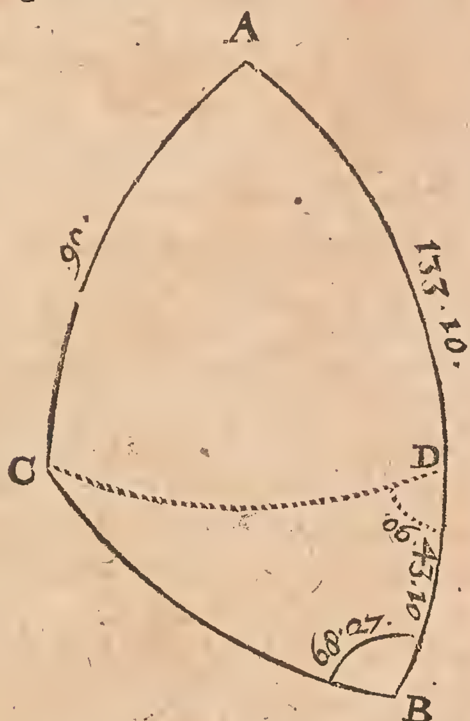
A B 86 deg. 37 ①, soustrait de A D 90 deg. reste pour B D 21 degr. 23 ①, puis apres 68 degr. 27 ① de l'angle A B C, soustrait de 180 deg. reste pour l'angle C B D 111 deg. 33 ①, & l'angle D est droit, tellement que nous avons un triangle rectangle C B D avec trois termes cognus, par lesquels estant trouvez les trois incognus, les trois requis sont cognus du triangle donné A B C (car l'hypothenuse B C du triangle rectangle C B D, est aussi le costé requis B C du triangle A B C. Secondement le costé CD du triangle rectangle CBD, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C B D, est angle de complement de A C B.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert au 2 exemple de la 36 proposition, parquoi les termes trouvez sont les requis.

2 Exem-

2. *Exemple du 3 & 4 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 degr. A B 133 degrez 10 ①, & l'angle B 68 degrez 27 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, avec les autres deux angles A, A C B.

Constrvction.

Invention du coſté B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de B	27225.
Combien tangente de l'arc de complement de AB	9380?
Vient tangente	25537.
L'arc d'icelle pour BC requis	68 deg. 37.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de l'arc de complement de A B	6841.
Combien tangente de l'angle B	25322?
Vient tangente	17322.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg.

Invention de l'angle A C B.

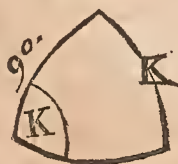
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'angle de complement de B	10752.
Combien ſecante de l'arc de complement de A B	13711?
Vient ſecante	14742.
L'arc d'icelle	47 deg. 17.
A cela adjouſté	90 deg.
Vient pour l'angle requis A C B	137 deg. 17.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant A B en D.

Demonstration.

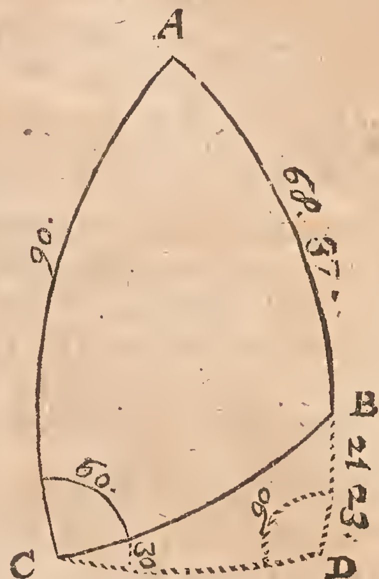
AD 90 degr. ſouſtrait de A B 133 degr. 10 ①, reſte pour D B 43 deg. 10 ①, & l'angle C D B eſt droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, par leſquels eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné A B C ſont cognus (car l'hypothenuſe du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le coſté requis du triangle ABC. Secondement le coſté CD du triangle rectangle CBD, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C B D, eſt angle de complement de A C B.) mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert au 1 exemple de la 36 propoſition, parquoi les nombres ſont les requis.

3. *Exemple du 5 triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 deg. A B 68 degr. 37 ①, & l'angle A C B 60 degrez.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, & les autres deux angles A, A B C.



Constrvction.

Invention du coſté B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'angle A C B	20000.
Combien ſinus de l'arc de complement de AB	3646?
Vient ſinus	7292.
L'arc d'icelui pour B C requis de la premiere concluſion	46 deg. 49.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la ſeconde concluſion	133 deg. 11.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente de l'angle C	17311.
Combien tangente de l'arc de complement de AB	3916?
Vient ſinus	6782.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere concluſion	42 deg. 43.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la ſeconde concluſion	137 deg. 17.

Invention de l'angle A B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de A B	10739.
Combien le ſinus de l'angle C	8660?
Vient ſinus	9299.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A B C de la premiere concluſion	68 deg. 26.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la ſeconde concluſion	111 deg. 34.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle

cercle A C, l'arc C D, rencontrant la prolongée A B en D.

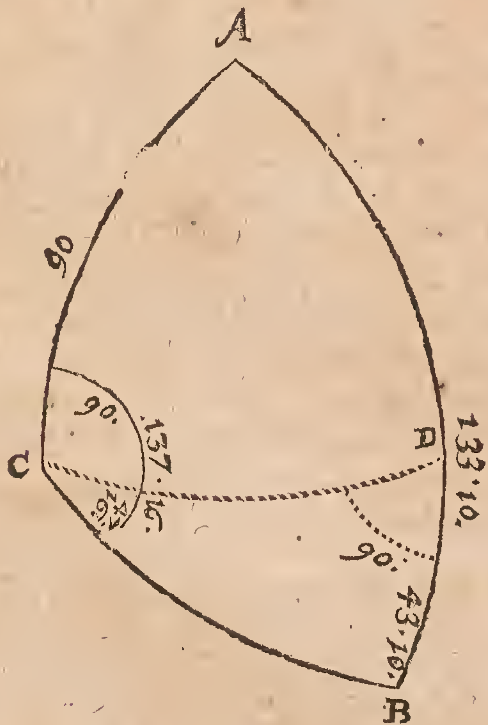
DEMONSTRATION.

De A D 90 deg. soustrait A B 68 deg. 37 ①, reste pour B D 21 deg. 23 ①; & l'angle A C B 60 deg. soustrait de A C D 90 degr. reste pour l'angle B C D 30 deg. Tellement que nous avons un triangle rectangle C B D avec trois termes cognus, par lesquels estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné A B C sont cognus, (car l'hypothenuse B C du triangle rectangle C D B, est aussi le costé requis B C, du triangle ABC. Secondement le costé C D du triangle rectangle C D B, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle C D B, est angle de complement de A B C.) mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert en la 35 proposition, parquoi les termes trouvez sont les requis.

4. *Exemple du 6 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé A C fait 90 deg. A B 133 deg. 10 ①, & l'angle A C B 137 deg. 16 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C & les autres deux angles A, B.

CONSTRVCTION.

Invention du costé B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne secante du complement de demi-cercle de l'angle A C B	13614.
Combien sinus de l'arc de complement de A B	6841?
Vient sinus	9313.
L'arc d'icelui pour A C requis de la premiere conclusion	68 deg. 39.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la deuxiesme conclusion	111 deg. 21.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente du complement de demi-cercle de A C B	9238.
Combien tangente de l'arc de complement de A B	8380?
Vient sinus	8665.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere conclusion	60 deg. 3.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la seconde conclusion	119 deg. 57.

Invention de l'angle B.

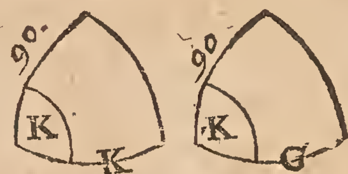
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne secante de l'arc de complement de A B	13711.
Combien sinus du complement de demi-cercle de C	6786?
Vient sinus	9304.
L'arc d'icelui pour l'angle B requis de la premiere conclusion	68 deg. 30.
Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la seconde conclusion	111 deg. 30.

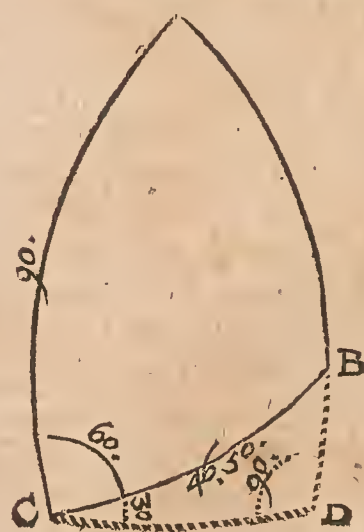
Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant A B en D.

DEMONSTRATION.

A D 90 deg. soustrait de A B 133 deg. 10 ①, reste pour D B 43 deg. 10 ①; Semblablement l'angle ACD 90 deg. soustrait de A C B 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle D C B 47 deg. 16 ①, & l'angle C D B est droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle A B C donné sont cognus (car le costé B C du triangle rectangle C D B, est aussi le costé requis du triangle ABC. Secondement le costé C D du triangle rectangle C D B, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Tiercement l'angle B du triangle rectangle C D B, est aussi l'angle requis du triangle rectangle A B C.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert en la 35 proposition, parquoi les termes trouvez sont les requis.

5. *Exemple du 7 & 8 triangle de ceste qualité.*





Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé A C fait 90 degr. C B 46 degr. 50 ①, & l'angle A C B 60 degr.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles A, A B C.

CON-

CONSTRVCTION.

Invention du costé AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne sinus de CB	7294.
Combien sinus de l'angle de complement de ACB	5000?
Vient sinus	3647.
L'arc d'icelui	21 deg. 23.
Soustrait de	90 deg.
Reste pour AB requis	68 deg. 37.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne sinus de C	8660.
Combien tangente de CB	10661?
Vient tangente	9232.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	42 deg. 43.

Invention de l'angle ABC.

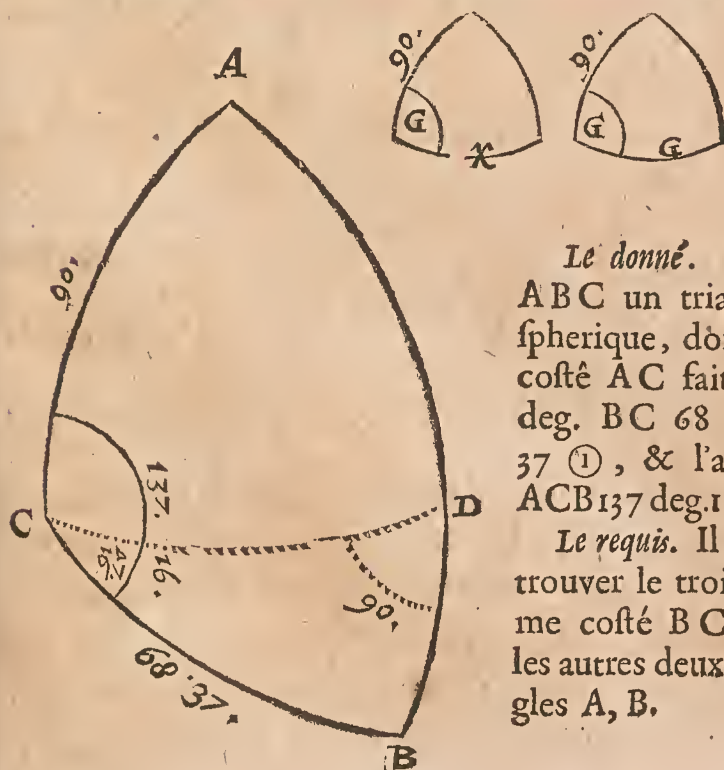
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne secante de BC	14617.
Combien tangente de ACB	17321?
Vient tangente	25318.
L'arc d'icelle	68 deg. 27.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis ABC	111 deg. 33.

Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACB 60 deg. soustrait de ACD 90 deg. reste pour l'angle BCD 30 deg. & l'angle D est droit, & le costé CB 46 degr. 50 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé BD du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Secondement le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle AB du triangle ABC. Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 1 exemple de la 34 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

6. *Exemple du* 9 & 10 *triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. BC 68 deg. 37 ①, & l'angle ACB 137 deg. 16 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé BC, & les autres deux angles A, B.

CONSTRVCTION.

Invention du costé AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de BC	9312.
Combien sinus de l'angle de complement de ACB	7345?
Vient sinus	6839.
L'arc d'icelui	43 deg. 9.
A iceux adjousté	90 deg.
Vient pour le costé requis AB	133 deg. 9.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de ACB	6786.
Combien tangente de CB	25539?
Vient tangente	17330.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg. 1.

Invention de l'angle B.

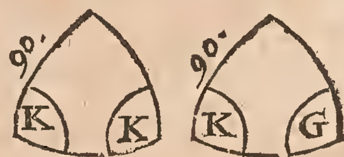
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne secante de CB	27427.
Combien la tangente de l'angle ACB	9239?
Vient tangente	25339.
L'arc d'icelle pour l'angle requis B	68 deg. 26.

Preparat. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

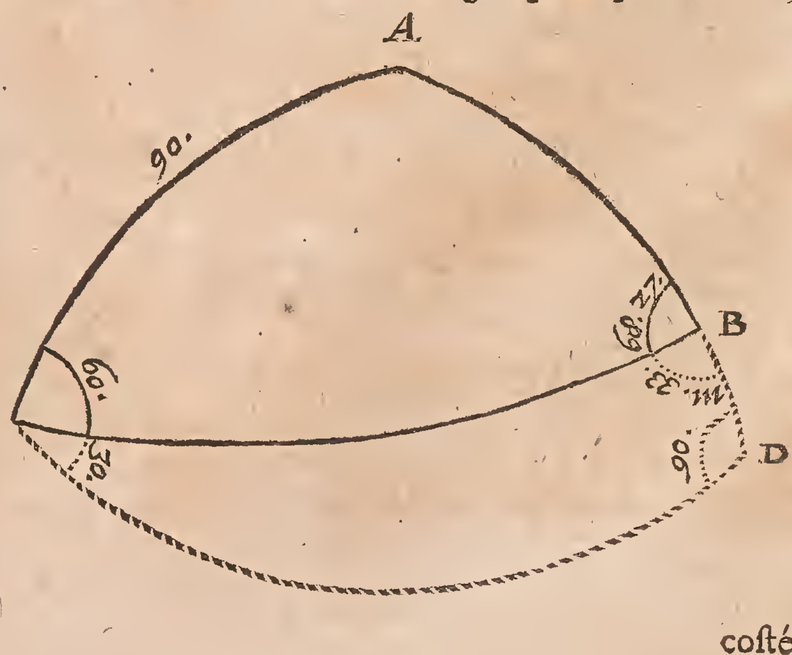
DEMONSTRATION.

L'angle ACD 90 deg. soustrait de ACB 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle BCD 47 deg. 16 ①, l'angle CDB est droit, & le costé CD fait 68 deg. 37 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC sont cognus, (car le costé DB du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB: Secondement le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC: Tiercement l'angle B du triangle rectangle CDB, est aussi l'angle requis B du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 34 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

7. *Exemple du* 11 & 12 *triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le



costé

costé AC fait 90 deg. l'angle ABC 68 deg. 27 ①, & l'angle ACB 60 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

Constrvction.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle de complement du plus petit angle donné qui est ici ACB	5000.
Combien secante de l'autre angle donné ABC	27225?
Vient secante	13612.
L'arc d'icelle	42 deg. 44.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	137 deg. 16.

Invention du costé AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne sinus du plus grand angle donné, qui est ici ABC	9301.
Combien secante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB	11547?
Vient secante	10739.
L'arc d'icelle	21 deg. 23.
Soustrait de	90 deg.
Reste pour AB requis	68 deg. 37.

Invention du costé BC.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'angle de complement de l'un angle donné, je prens de ACB	5774.
Combien tangente de l'autre angle donné ABC	25322?
Vient secante	14620.
L'arc d'icelle	46 deg. 51.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis BC	133 deg. 9.

Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

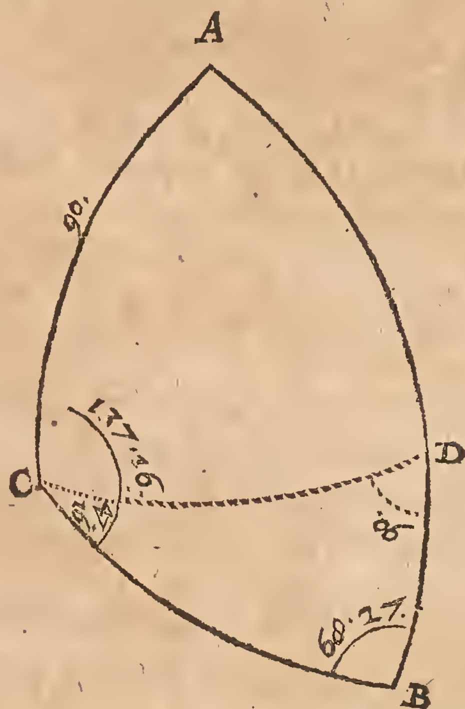
Demonstration.

L'angle ACB 60 deg. soustrait de ACD 90 deg. reste pour l'angle BCD 30 deg. Semblablement l'angle ABC 68 degr. 27 ①, de 180 deg. reste pour l'angle CBD 111 deg. 33 ①, & l'angle D est droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvez les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement le costé BD du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Tiercement le costé BC du triangle rectangle CDB, est aussi le requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 3 exemple de la 37 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

8. *Exemple du 13 & 14 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. l'angle B 68 deg. 27 ①, l'angle ACB 137 deg. 16 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

Constrvction.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne sinus de l'angle de complement du plus grand angle donné, qui est ici ACB	7345.
Combien secante de l'autre angle donné B	27228?
Vient secante	19996.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg.

Invention du costé AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne sinus du plus petit angle donné qui est ici B	9301.
Combien secante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB	14737?
Vient secante	13706.
L'arc d'icelle	43 deg. 9.
A cela tousiours	90 deg.
Vient pour le costé requis AB	133 deg. 9.

Invention du costé BC.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente du plus petit angle donné B	25322.
Combien tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique ACB	10894?
Vient secante	27408.
L'arc d'icelle pour le costé requis BC	68 deg. 36.

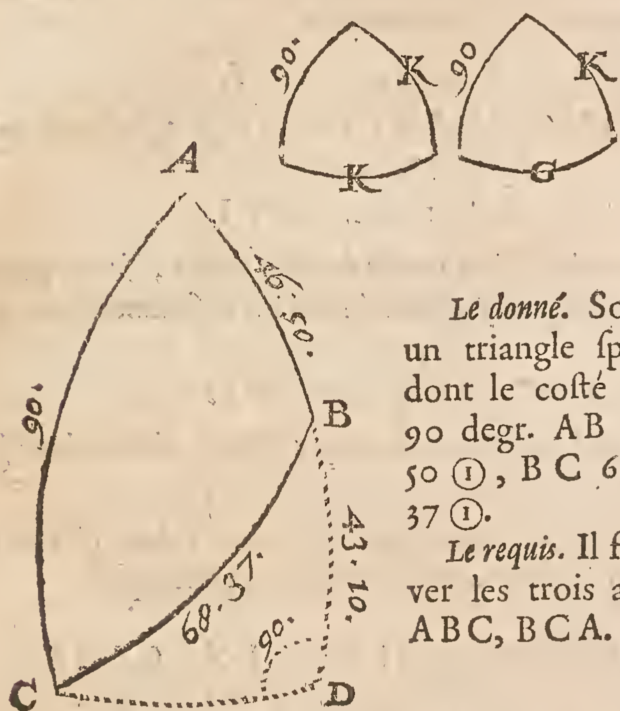
Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

Demonstration.

L'angle ACD 90 degr. soustrait de 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle DCB 47 deg. 16 ①, & l'angle CDB est

eſt droit : aprés, l'angle B fait 68 deg. 27 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné A B C ſont cognus, (car le coſté C D du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Secondement le coſté D B du triangle rectangle C D B, eſt arc de complement de A B. Tiercement le coſté B C du triangle rectangle C D B, eſt auſſi le coſté requis du triangle A B C.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C D B, comme il appert au 1 exemple de la 37 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

9. *Exemple du* 15 *&* 16 *triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 degr. A B 46 degr. 50 ①, B C 68 degrez 37 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois angles A, A B C, B C A.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus du coſté dextre A B	7294.
Combien ſecante de B C	27427?
Vient ſecante	20005.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg. 1.

Invention de l'angle A B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente de B C	25539.
Combien tangente de A B	10661?
Vient ſecante	27227.
L'arc d'icelle	68 deg. 27.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A B C	111 deg. 33.

Invention de l'angle B C A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'arc de complement de B C	10739.
Combien ſinus de l'arc de complement de A B	6841?
Vient ſinus	7346.
L'arc d'icelui	47 deg. 17.
Touſiours ſouſtrait de	90 deg.
Reſte pour l'angle requis B C A	42 deg. 43.

Preparat. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant la prolongée A B en D.

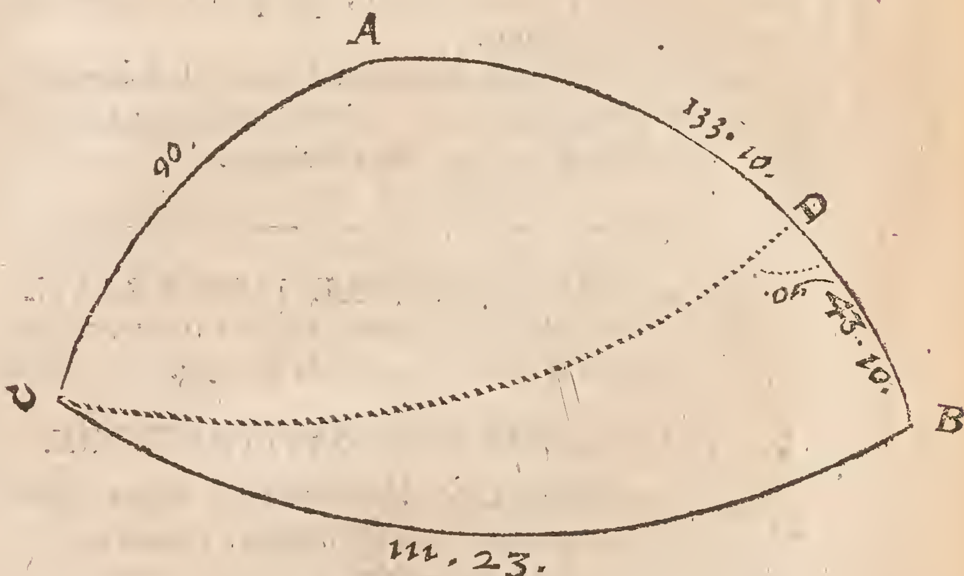
DEMONSTRATION.

A B 46 deg. 50 ①, ſouſtrait de A D 90 deg. reſte pour B D 43 deg. 10 ①, & l'angle D eſt droit, & C D fait 68 deg. 37 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle A B C donné ſont cognus, (car le coſté C D du triangle rectangle C D B, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle C B D du triangle rectangle C D B, eſt complement de demicercle de l'angle requis A B C du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle CDB, eſt angle de complement de A C B requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C D B, comme il appert au 1 exemple de la 32 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

10. *Exemple du* 17 *triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 degr. A B 133 degrez 10 ①, B C 111 degrez 23 ①.



Le requis. Il faut trouver les trois angles.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de A B	7194.
Combien ſecante de B C	27427?
Vient ſecante	20005.
L'arc d'icelle	60 deg. 1.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	119 deg. 59.

Invention de l'angle B.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente de C B	25539.
Combien tangente de A B	10661?
Vient ſecante	27227.
L'arc d'icelle	68 deg. 27.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis B	111 deg. 33.

Inven-

Invention de l'angle BCA.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne secante de l'arc de complement de BC	10739.
Combien sinus de l'arc de complement de AD	6841?
Vient sinus	7346.
L'arc d'icelui	47 deg. 17.
Tousiours adjousté à cela	90 deg.
Vient pour l'angle requis BCA	137 deg. 17.

Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

AD 90 deg. soustrait de AB 133 deg. 10 ①, reste pour DB 43 deg. 10 ①, & l'angle CDB est droit, & CB fait 111 degr. 23 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle B du triangle rectangle CDB, est aussi l'angle requis du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de l'angle requis ACB du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 2 exemple de la 32 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

Conclusion. Estant donc cognu du triangle spherique le costé de 90 deg. avec encore deux termes, nous avons trouvé les trois incognus, selon le requis.

TROISIESME MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES SANS ANGLE DROIT cognu donné, ou costé de 90 deg.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXXIX.

Estant cognu d'un triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez comprennant un angle incognu: Trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



En laquelle figure, selon plus ample declaration faite à la Note de la 32 proposition, l'arc poincté de l'angle C signifie l'angle oblique donné, les arcs poinctez AB, AC, signifient les deux costez cognus comprennant l'angle incognu A: Mais B est l'angle incognu qui touche le costé incognu BC: Et veu que ci apres il nous faudra souvent nommer ces quatre termes C, AB, AC, B, pour la briefveté nous les denoterons par les susdites lettres A, B, C.

DES SEPT REIGLES DE CESTE PROPOSITION.

Il faut sçavoir que quelques exemples de ceste espece ont deux solutions, les autres n'en ont qu'une: Pour lesquels discerner nous descrivons les sept reigles suivantes.

REIGLE I.

Si l'angle C *estoit aigu, &* AC *plus petit que* AB: *L'angle* B *sera seulement aigu.*

REIGLE II.

Si l'angle C *estoit obtus, &* AC *plus grand que* AB: *L'angle* B *sera seulement obtus.*

REIGLE III.

Si l'angle C *estoit aigu, &* AC *plus grand que le quart d'un cercle, &* AB *pas plus petit que la difference entre* AC *& le demicercle: L'angle* B *sera seulement obtus.*

REIGLE IV.

Si l'angle C *estoit obtus, &* AC *plus petit que le quart d'un cercle, &* AB *plus petit que la difference entre* AC *& le demicercle: L'angle* B *sera seulement aigu.*

REIGLE V.

Si AC *estoit egal à* AB: *L'angle* B *sera seulement egal avec* C.

REIGLE VI.

Si le triangle n'estoit pas un des cinq susdits, & que l'angle B *par la construction fut trouvé droit: il a seulement icelle solution.*

REIGLE VII.

Si le triangle n'estoit pas un des six susdits, il aura deux solutions.

Ces reigles, dont la demonstration suivra ci apres, estant ainsi mises, nous viendrons aux exemples.

ADVERTISSEMENT EN GENERAL POUR TROUVER UN EXEMple imitable du triangle donné.

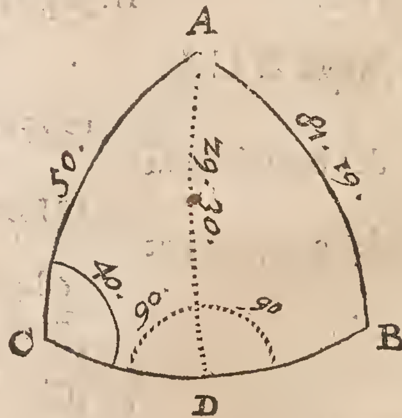
Si le triangle donné est de la	1 ou 2 reigle,	*on suit le*	1	exemple.
	3 ou 4 reigle,		2	
	5 reigle,		3	
	6 reigle,		4	
	7 reigle avec C aigu,		5	
	7 reigle avec C obtus,		6	

1. *Exemple du triangle de la 1 & 2 reigle.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. le costé AC 50 deg. & AB 81 deg. 19 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé BC, avec les autres deux angles CAB, B.

Preparation. Je voy premierement sous quelle reigle appartient ce triangle, & le trouvant de la 1 reigle, je tire l'arc AD dedans le triangle, à angle droit sur CB, & ainsi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois termes cognus, par iceux cerchés le costé de son angle droit AD par la 34 proposition, il se trouve de 29 deg. 30 ①. Tellement que ADB est maintenant aussi un triangle rectangle avec trois termes cognus.



CON-

CONSTRVCTION.

Invention du costé B C.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve le costé D C du triangle rectangle A D C, par la 32 proposition, de 42 deg. 24.
A iceux adjousté le costé DB du triangle rectangle A D B, qui se trouve, par la 32 proposition, de 80 deg. 1.
Font ensemble pour le costé requis B C 122 deg 25.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle A D C, par la 32 proposition, de 61 deg. 39.
A iceux adjousté l'angle D A B du triangle rectangle ADB, qui se trouve, par la 32 proposition, de 85 deg. 3.
Font ensemble pour l'angle requis ADC 146 deg. 42.

Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 proposition, qui est aussi l'angle requis, de 29 deg. 53.

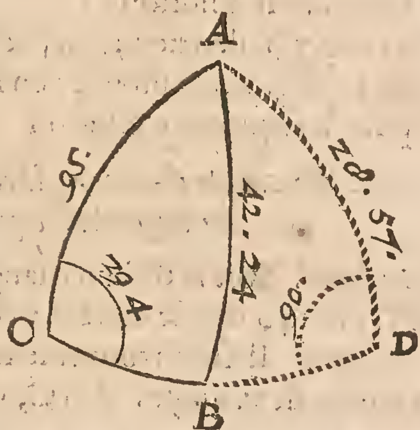
Et semblable sera aussi la procedure avec le triangle de la 2 reigle.

2. *Exemple du triangle de la 3 & 4 reigle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C fait 29 deg. 4 ①, le costé A C 95 deg. & A B 42 deg. 24.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, & les autres deux angles C A B, A B C.

Preparation. Je voy premierement de quelle reigle est ce triangle, & le trouvant de la 3, je tire l'arc AD hors du triangle, à angle droit sur le prolongé C B, & ainsi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois termes cognus, par iceux cerché son costé AD de l'angle droit, se trouve par la 34 proposition de 28 deg. 57 ①: Tellement que AD B est maintenant aussi un triangle rectangle avec trois termes cognus.



CONSTRVCTION.

Invention du costé B C.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve le costé D C du triangle rectangle A D C, par la 32 proposition, de 95 deg. 43.
D'iceux soustrait le costé B D du triangle rectangle A D B, qui par la 32 proposition se trouve de 32 deg. 27.
Reste pour le costé requis B C 63 deg. 16.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle A D C, par la 32 proposition, de 92 deg. 46.
D'iceux soustrait l'angle D A B du triangle rectangle A D B, qui se trouve par la 32 proposition, de 52 deg. 43.
Reste pour l'angle requis C A B 40 deg. 3.

Invention de l'angle A B C.

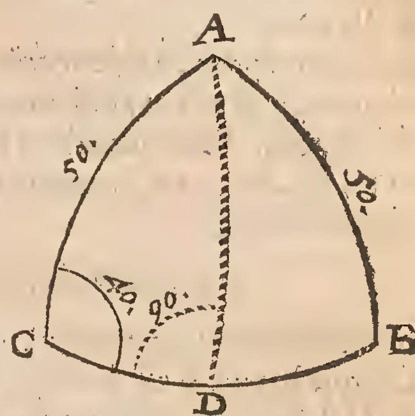
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle B du triangle rectangle A D B, par la 32 proposition, de 45 deg. 53.
Iceux soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis A B C 134 deg. 7.

Et semblable sera aussi la procedure avec le triangle de la 4 reigle.

3. *Exemple du triangle de la 5 reigle.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 degrez, le costé A C 50 degr. & A B aussi 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, & les autres deux angles B, & C A B.



CONSTRVCTION.

Je voy premierement de quelle reigle est ce triangle, & le trouve de la 5, par où je conclud premierement sans faire aucune operation, que l'angle B est egal à l'angle C faisant 40 deg. Tellement qu'il n'y a à trouver que le costé B C, & l'angle C A B. A celle fin je tire l'arc A D dedans le triangle à angle droit sur C B, par lequel j'ay deux triangles rectangles egaux & semblables A D C, A D B.

Invention du costé B C.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve le costé D C du triangle rectangle A D C, par la 34 proposition, de 42 deg. 24.
Et encores une fois autant pour DB, vient ensemble pour le requis B C 84 deg. 48.

Invention de l'angle C A B.

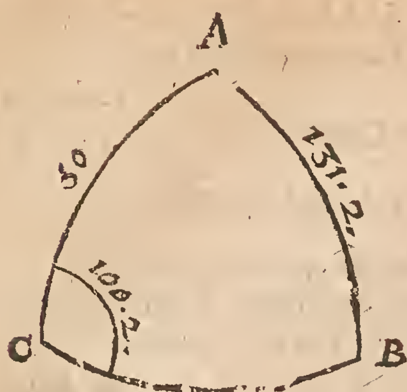
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle C A D du triangle rectangle A D C, par la 34 proposition, de 61 deg. 40.
Et encores une fois autant pour l'angle D A B, vient ensemble pour l'angle requis C A B 123 deg. 20.

4. *Exemple du triangle de la 6 reigle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C fait 100 deg. 2 ①, le costé A C 50 deg. & A B 131 deg. 2 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, & les autres deux angles B, C A B.

CONSTRVCTION.



Je voy premierement de quelle reigle est ce triangle, & trouvant qu'il n'est point des cinq premieres, il faut qu'il soit de la 6 ou 7. Pour sçavoir maintenant de laquelle des deux il sera, je ne puis trouver premierement un tel terme que je veux, mais il faut que je commence à l'angle B, comme s'ensuit.

Invention de l'angle B.

Le sinus du costé dextre AB	7543.
Donne le sinus du costé senestre A C	7660.
Combien le sinus de l'angle senestre C	9847?
Vient le sinus	10000.
L'arc d'icelui pour l'angle requis B	90 deg.

Cest angle B estant ainsi trouvé droit, le triangle est de la 6 reigle: Mais quand on le trouve oblique, il sera de la 7, & alors on y procedera selon la maniere du 5 exemple suivant.

Invention du costé B C.

Premierement ayant trouvé, comme dessus, que l'angle B est droit, je trouve le costé CB du triangle rectangle ABC, par la 32 proposition, de 168 deg. 16.

Invention de l'angle A.

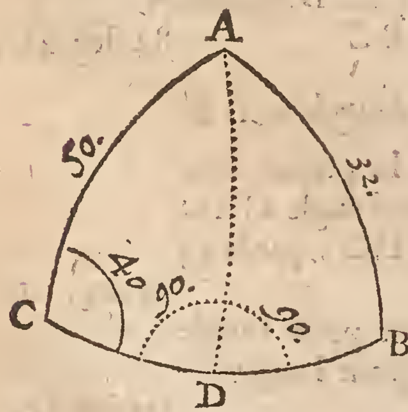
Premierement ayant trouvé, comme dessus, que l'angle B est droit, je trouve l'angle A du triangle rectangle ABC, par la 32 proposition, de 164 deg. 37.

5. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle cognu donné.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé C fait 40 deg. le costé A C 50 deg. & A B 32 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, & les autres deux angles B, C A B.

CONSTRVCTION.



Je voy premierement de quelle reigle est ce triãgle, & trouvant qu'il n'est point des cinq premieres, il faut qu'il soit de la 6 ou 7: Pour sçavoir maintenant de laquelle des deux il sera, je ne puis premierement trouver un tel terme que je veux, mais faut que je commence à l'angle B, comme s'ensuit.

Invention de l'angle B.

Le sinus du costé dextre AB	5299.
Donne le sinus du costé senestre A C	7660.
Combien le sinus de l'angle senestre C	6428?
Vient sinus	9292.

Lequel n'estant point le sinus de l'angle droit, le triangle est de la 7 reigle, à sçavoir de double solution, parquoi l'arc du mesme 9292 est pour l'angle requis B, comme 1 solution, de 68 deg. 19.

Iceux soustraits de	180 deg.
Reste pour la 2 solution	111 deg. 41.

Preparation de l'invention des autres deux termes.

Je tire l'arc AD dedans le triangle A B C à angle droit sur B C, & ainsi j'ay deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRVCTION.

Invention du costé B C.

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve le costé CD du triangle rectangle AD C, par la 34 proposition, de 42 deg. 24.

A iceux adjousté le costé D B du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 34 proposition, de 13 deg.

Font ensemble pour le costé requis B C de la premiere solution 55 deg. 24.

Et soustrait 13 deg. deuxiesme en l'ordre, de 42 deg. 24 ①, premier en l'ordre, reste pour la deuxiesme solution 29 deg. 24.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve l'angle C A D du triangle rectangle A D C, par la 34 proposition, de 61 deg. 40.

A iceux adjousté l'angle D A B du triangle rectangle A D B, qui se trouve par la 34 proposition, de 25 deg. 7.

Font ensemble pour l'angle requis C A B de la premiere solution 86 deg. 47.

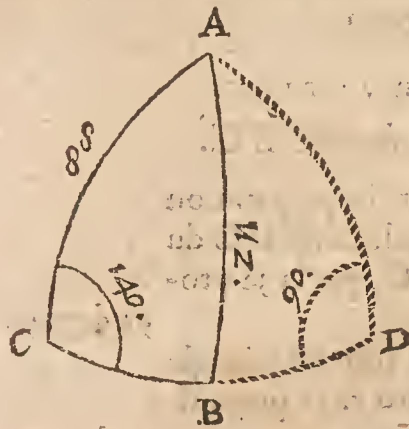
Et 25 deg. 7 ① deuxiesme en l'ordre, soustrait de 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, reste pour la deuxiesme solution 36 deg. 33.

6. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle obtus cognu donné.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C fait 140 deg. le costé A C 88 deg. & AB 112 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, & les autres deux angles A B C, C A B.

CONSTRVCTION.



Je voy premierement de quelle reigle est ce triangle, & trouvant qu'il n'est point d'une des cinq premieres, il faut qu'il soit de la 6 ou 7. Pour sçavoir maintenant de laquelle des deux il sera, je ne puis trouver premierement un tel terme que je veux, mais il faut que je commence à l'angle B, comme s'ensuit.

Invention de l'angle A B C.

Le sinus du costé dextre A B	9272.
Donne le sinus du costé senestre A C	9994.

Com-

Combien le sinus de l'angle senestre C 6428?
Vient sinus 6930.
Lequel n'estant point le sinus de l'angle droit, le triangle est de la 7 reigle, à sçavoir de double solution, parquoi l'arc du mesme 6930 est pour l'angle requis B, comme premiere solution, de 43 deg. 52.
Iceux soustraits de 180 deg.
Reste pour la deuxiesme solution 136 deg. 8.

Preparation de l'invention des autres deux termes.

Je tire l'arc A D hors du triangle ABC à angle droit sur le prolongé C B, & ainsi j'ay deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRVCTION.

Invention du costé B C.

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve le costé D C du triangle rectangle A D C, par la 34 proposition, de 92 deg. 37.
D'iceux soustrait le costé D B du triangle rectangle A D B, qui se trouve par la 34 proposition de 60 deg. 44.
Reste pour le costé requis B C de la premiere solution 31 deg. 53.
Et 60 deg. 44 (1) deuxiesme en l'ordre, adjousté à 92 deg. 37 (1) premier en l'ordre, vient pour la seconde solution 153 deg. 21.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve l'angle C A D du triangle rectangle A D C par la 34 proposition de 88 deg. 19.
D'iceux soustrait l'angle D A B du triangle rectangle A D B, qui se trouve par la 34 proposition de 70 deg. 12.
Reste pour l'angle requis C A B de la premiere solution 18 deg. 7.
Et adjoustez 70 deg. 12 (1) deuxiesme en l'ordre, à 88 deg. 19 (1) premier en l'ordre, vient pour la seconde solution 158 deg. 31.

DEMONSTRATION.

Que la perpendiculaire A D du 1, 3, & 5 exemple, tombe dedans le triangle, mais du 2 & 6 dehors, cela est notoire par la 6 proposition. Touchant l'angle B, trouvé au 4, 5, & 6 exemple, la demonstration en est manifeste par la 24 proposition, là où est demonstré que comme le sinus du costé dextre, au sinus du costé senestre, ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre. Quant à la demonstration de tout le reste, elle est assez notoire de soy mesme: Parquoi passant cela, nous ferons quelque demonstration sur les 7 reigles precede[illegible]s de ceste proposition, & premierement,

Demonstration sur la 1 reigle.

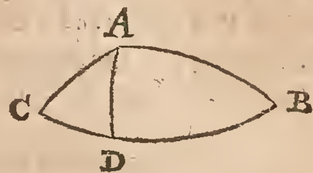
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 1 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & A C plus petit que A B.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle B seulement peut estre aigu.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A D C est aigu, il faut que son costé opposite A D soit plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle est aussi aigu, par la 2 proposition : Mais qu'il peut estre seulement aigu & point obtus, appert en cela, que sur l'autre costé de A D, à sçavoir depuis A jusques entre C & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B, pour y faire un angle obtus, veu que A B estant plus grand que A C, est plus long qu'aucun arc qui y peut estre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela de B un angle aigu.



Demonstration sur la 2 reigle.

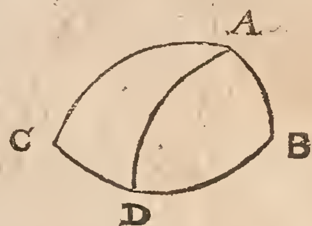
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 2 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & A C plus grand que A B.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle B peut estre obtus seulement.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle ADC est obtus, il faut que son costé opposite A D soit plus grãd que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle ADB est aussi obtus, par la 2 proposition: Mais qu'il peut estre obtus seulement & point aigu, appert en cela, que sur l'autre costé de A D, à sçavoir depuis A jusques entre A & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle aigu, veu que A B estant plus petit que A C, est plus court qu'aucun arc qui de A jusques à l'arc D C se peut estendre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela avec B un angle obtus.



Demonstration sur la 3 reigle.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 3 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle. Et pour avoir encores ici le reste de la reigle, soient C A, C B prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D : Ce qui estant ainsi, C A D, C B D, sont chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & A D est la difference entre A C & le demicercle. Apres ne soit A B plus petit que la difference A D.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle B du triangle A B C peut estre seulement obtus.

Preparation. Soit tiré l'arc A E à angle droit sur B D.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A E C est aigu, il faut que son costé opposite soit plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle A E B est aussi aigu,



 par

par la 2 proposition : Et pource l'angle A B C est obtus, par la 5 consequence de la 1 proposition: Mais qu'il peut estre obtus seulement, & point aigu, appert en cela que sur l'autre costé de A E, à sçavoir depuis A jusques entre E & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle obtus, veu que A B estant plus grand que A D, est plus long qu'aucun arc qui y puisse estre par la 16 proposition : Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela de B un angle obtus.

Demonstration sur la 4 reigle.

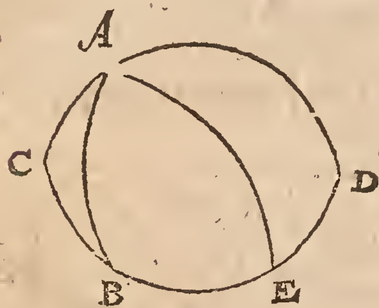
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 4 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle. Et pour y avoir encores le reste de la reigle, soient C A, C B, prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D: Ce qui estant ainsi, C A D, C B D font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & A D est la difference entre A C & le demicercle : Apres, soit A B plus petit que la mesme difference A D.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle B du triangle A B C, peut estre seulement aigu.

Preparation. Soit tiré l'arc A E à angle droit sur BD.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A E C est obtus, il faut que son costé opposite AE soit plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle AEB est aussi obtus, par la 2 proposition; & pource l'angle A B C est aigu, par la 5 consequence de la 1 proposition : Mais qu'il peut estre seulement aigu & point obtus, appert en cela que sur l'autre costé de A E, à sçavoir depuis A jusques entre E & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle aigu, veu que A B estant plus petit que A D est plus court qu'aucun arc qui de A jusques à l'arc E D se peut estendre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela avec B un angle aigu.



Demonstration sur la 5 & 6 reigle.

La 5 & 6 reigle sont assez manifestes sans demonstration, car un autre arc egal à A B de la 5 reigle, tiré de l'autre costé de la perpendiculaire A D, tomberoit en A C, & pource avec icelui ne sçauroit faire un triangle. En l'exemple de la 6 reigle, ne se peut tirer de l'autre costé de la perpendiculaire un autre arc egal à AB, pour y faire un autre triangle, veu qu'icelui A B tombe dedans la perpendiculaire, ou est la perpendiculaire mesme.

Demonstration sur la 7 reigle.

Jusques ici nous avons demonstré les six reigles avec simple solution : Pour demonstrer maintenant la 7, contenant que tous les autres triangles ont double solution, à celle fin nous mettrons encores les cinq reigles suivantes comprenant tous les autres triangles restans, lesquelles estant demonstrées, nous demonstrerons puis apres que tous triangles spheriques de ceste espece viennent au six precedentes, avec les mesmes 5 reigles: Dont s'ensuit que puis que les triangles des six premieres reigles sont de simple solution, il faut que tous les autres triangles de la 7 reigle soient de double solution.

REIGLE VIII.

Si A C faisoit le quart d'un cercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.

REIGLE IX.

Si l'angle C estoit aigu, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus petit que A C, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.

REIGLE X.

Si l'angle C estoit obtus, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus grand que A C, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.

REIGLE XI.

Si l'angle C estoit aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus petit que la difference entre A C & le demicercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.

REIGLE XII.

Si l'angle C estoit obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus grand que la difference entre A C & le demicercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.

Les demonstrations des cinq precedentes reigles sont comme s'ensuit.

Demonstration sur la 8 reigle.

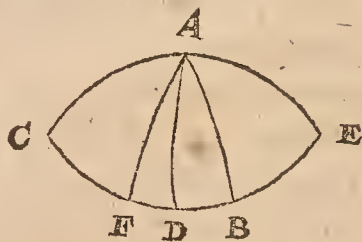
Le donné. Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 8 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu ou obtus, & A C fait le quart d'un cercle; apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

Le requis. Il faut demonstrer qu'il y a deux solutions.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans: Soient aussi prolongez CA, CB tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en E.

DEMONSTRATION.

C A E, C D E font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition, & comme C A est egal à A E, ainsi C D à D E; parquoi un tel arc ayant esté tiré depuis A jusques entre D E, à sçavoir l'arc A B, il se peut tirer aussi de l'autre costé de D comme A F, egal à A B. Tellement qu'il y a ici deux triangles A B C, A F C, ayant chacun les trois termes cognus de mesme grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle A B C est aigu ou obtus, & que le troisiesme angle & le troisiesme costé sont aussi incognus, le triangle AFC peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC: Tellement qu'il a deux solutions.



Demonstration sur la 9 reigle.

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 9 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, avec A C plus petit que le quart d'un cercle, & AB plus petit que A C: apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

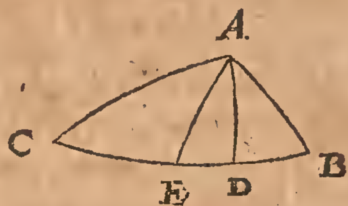
Le requis. Il faut demonstrer qu'il y a deux solutions.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit sur CB, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle A B C, soit dedans.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Veu que AB est plus petit que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est aigu) plus grand que AD, par la 16 proposition, dedans le triangle rectangle ADC depuis l'angle A jusques à DC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AE: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle B est aigu ou obtus, & que le troisiesme angle & troisiesme costé sont aussi incognus: Le triangle AEC avec l'angle obtus E, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux solutions.



Demonstration sur la 10 reigle.

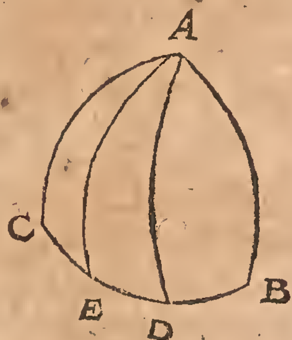
Le donné. Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 10 reigle, à sçavoir dont le costé C est obtus, avec AC plus grand que le quart d'un cercle, & AB plus grand que AC; apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

Le requis. Il faut demonstrer qu'il y a deux solutions.

Preparation. Soit tiré l'arc AD à angle droit sur CB, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que AB est plus grand que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est obtus) plus petit que la perpendiculaire AD, par la 16 proposition, dedans le triangle ADC depuis l'angle A jusques à DC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AE: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle B est aigu ou obtus, & que le troisiesme angle & troisiesme costé sont aussi incognus, le triangle AEC avec l'angle aigu E, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B. Tellement qu'il y a deux solutions.



Demonstration sur la 11 reigle.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 11 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & AC plus grand que le quart d'un cercle. Et pour y avoir encores maintenant le reste de la reigle, soient CA, CB prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D: Ce qui estant ainsi, CAD, CBD, font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & AD est la difference entre AC & le demicercle, & AB soit plus petit que la mesme difference AD: apres, l'angle ABC soit trouvé oblique par la construction.

Le requis. Il faut demonstrer qu'il y a deux conclusions.

Preparation. Soit tiré l'arc AE à angle droit sur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que AB est plus petit que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D est aigu) plus grand que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, il tombe dedans le triangle rectangle AED depuis A jusques au costé ED: Tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle. Apres, veu que AB est aussi plus petit que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est aigu) plus grand que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A jusques à EC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AF: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle ABC est aigu ou obtus, & que le troisiesme angle & troisiesme costé sont aussi incognus, le triangle AFC avec l'angle obtus F, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux solutions.



Demonstration sur la 12 reigle.

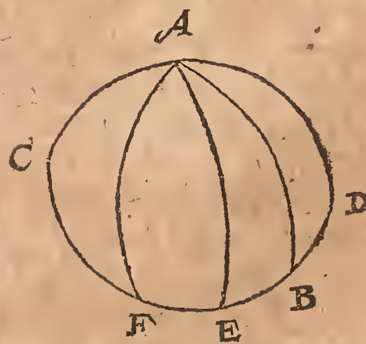
Le donné. Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 12 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & AC plus petit que le quart d'un cercle: Et pour y avoir encores maintenant le reste de la reigle, soient CA, CB prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D. Ce qui estant ainsi, CAD, CBD font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & AD est la difference entre AC & le demicercle, & AB soit plus grand que la mesme difference AD: apres, l'angle ABC soit trouvé oblique par la construction.

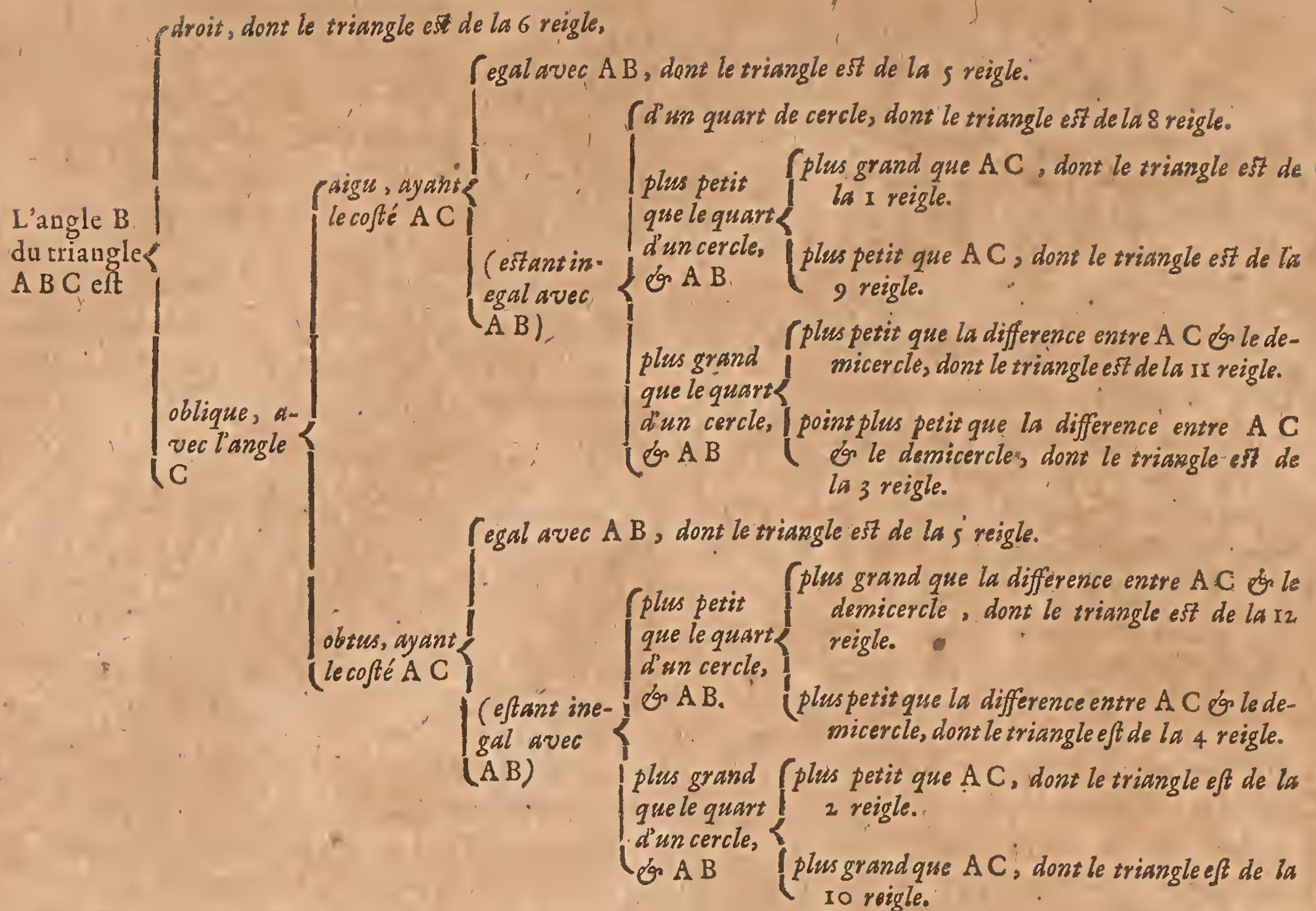
Le requis. Il faut demonstrer qu'il y a deux solutions.

Preparation. Soit tiré l'arc AE à angle droit sur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle ABC, soit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que AB est plus grand que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D est obtus) plus petit que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, il tombe dedans le triangle rectangle AED depuis A jusques au costé ED, tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle: Apres, veu que AB est aussi plus grand que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est obtus) plus petit que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A jusques à EC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AF: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle ABC est aigu ou obtus, & que le troisiesme angle & le troisiesme costé sont aussi incognus, le triangle AFC avec l'angle aigu F, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B: Tellement qu'il y a deux solutions. Mais d'autant que quelqu'un pourroit doubter maintenant si tous les triangles de ceste espece sont comprins aux 12 reigles susdites, nous en ferons demonstration par la table suivante.





Là où les parties estant par tout integrantes de leur entier, s'ensuit que ladite demonstration de la 7 reigle est veritable. *Conclusion.* Estant doncques cognu du triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez comprennant un angle incognu: Nous avons trouvé le troisiesme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

Probleme IX. Proposition XL.

Estant cognu du triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez le comprennant: Trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



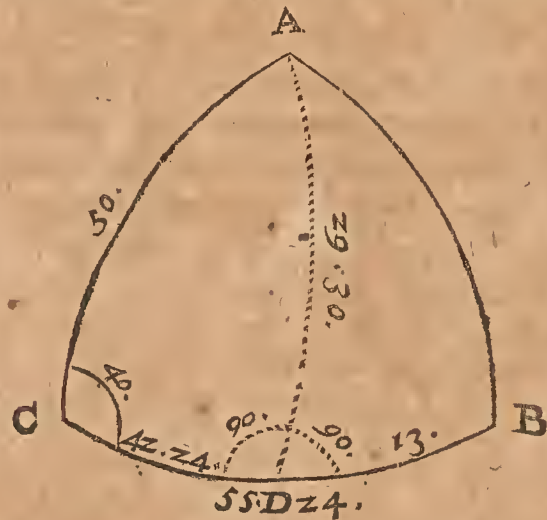
Nous ferons d'iceux trois diverses distinctions, d'autant qu'une certaine perpendiculaire qu'il y faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverses façons, à sçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le triangle donné.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. le costé AC 50 deg. & CB 55 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé AB, & les autres deux angles CAB, & B.

Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu, si la perpendiculaire d'un angle incognu comme A à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB: Je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux costez BC & l'hypothenuse AC, & l'angle C par iceux



cerché le costé de l'angle droit BC, se trouve par la 34 proposition de 42 deg. 24.

Or si le CB donné eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai AB, & ABC seroit un triangle rectangle droit en B: Mais CB est plus long, car il fait 55 deg. 24.

Parquoi d'icelui CB coupé l'arc CD, qui denote les 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, le reste est pour DB 13 deg.

Mais si le trouvé 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, eust esté plus grand que le donné CB, il eust fallu suivre alors le 2 exemple suivant: mais le 3 exemple, s'il eust esté egal. Maintenant doncques soit marquée la vraye perpendiculaire AD, comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC; je trouve sa longueur, par la 34 proposition, de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

Con-

CONSTRVCTION.

Invention du costé A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'hypothenuse A B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le costé requis A B, de 32 deg.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle C A D du triangle rectangle A D C, de 61 deg. 40.

A iceux adjousté l'angle D A B du triangle rectangle A D B, qui se trouve, par la 33 proposition, de 25 deg. 7.

Font ensemble pour l'angle requis CAB 86 deg. 47.

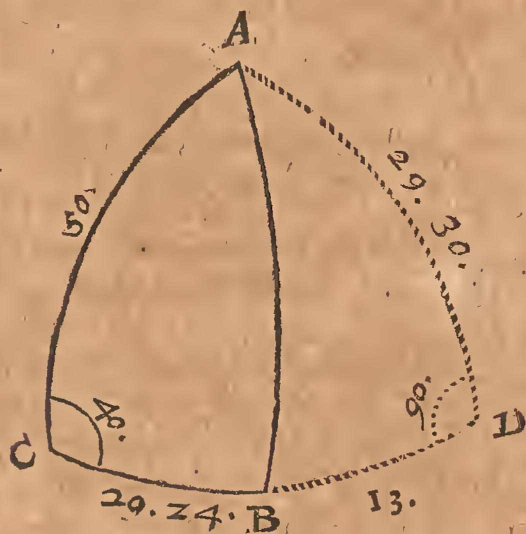
Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle B du triangle rectangle ADB, qui est aussi le requis, de 68 deg. 19.

2. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber hors le triangle donné.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 degr. le costé AC 50 degr. & CB 29 deg. 24.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé A B, & les autres deux angles CAB, ABC.



Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu, si la perpendiculaire d'un angle incognu jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB; Je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme pour droit, adonc iceluy triangle rectangle imaginé A B C a trois termes cognus, à sçavoir deux angles, & l'hypothenuse A C, par iceux cerché le costé de l'angle droit CB par la 34 proposition, se trouve de 42 deg. 24.

Or si le donné C B eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai A B, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B : Mais C B est plus court, car il fait 29 deg. 24.

Parquoi icelui C B prolongé jusques à D, tellement que C D fait 42 deg. 24 ①, la partie prolongée BD sera 13 deg.

Mais si les 42 deg. 24 ① trouvez premiers en l'ordre, eussent esté plus petits que le donné CB, il eust fallu suivre alors le premier exemple precedent : Mais le 3 exemple, s'il eust esté egal. Or donc soit marquée la vraye perpendiculaire AD comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve sa longueur par la 34 proposition, de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles AD C, AD B, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

Invention du costé AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition, l'hypothenuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis A B, de 32 deg.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40.

D'iceux soustrait l'angle BAD du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 33 proposition, de 25 deg. 7.

Reste pour l'angle requis CAB 36 deg. 33.

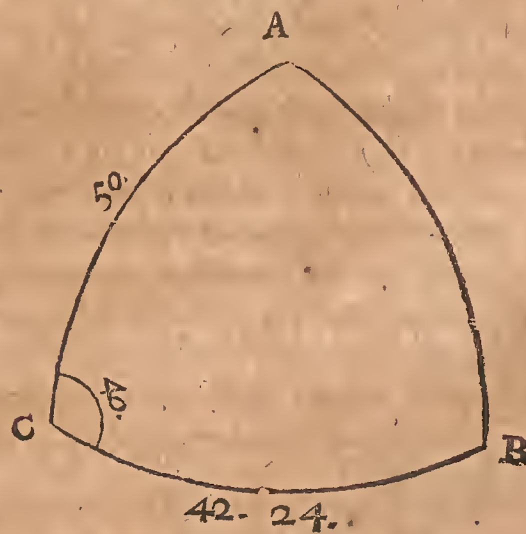
Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle ABC du triangle rectangle ACB, qui est aussi le requis, de 67 deg. 37.

3. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le costé incognu.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 degr. le costé AC 50 degr. & CB 42 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé AB, & les autres deux angles A & B.



Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu, si la perpendiculaire d'un angle incognu jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors ou dedans le costé incognu AB; je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme pour droit, adonc icelui triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles, & l'hypothenuse AC, par iceux cerché le costé de l'angle droit CB par la 34 proposition, se trouve de 42 deg. 24.

 Or

Or puis que le donné C B fait justement autant, il est notoire que l'imaginée perpendiculaire est aussi la vraye A B, & qu'il faut que ABC soit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B mesme est trouvé par ceste preparation. Mais si les trouvés 42 deg. 24 ①, eussent esté plus petits que le donné C B, il eust fallu suivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il eust esté plus grand.

CONSTRVCTION.

Invention du costé AB.

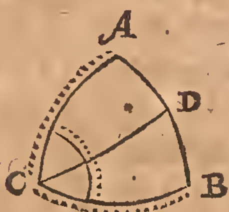
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition, le costé A B du triangle rectangle A B C comme le requis, de 29 deg. 30.

Invention de l'angle A.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition, l'angle A du triangle rectangle A B C comme le requis, de 61 deg. 40.

NOTEZ.

Si les deux costez cognus donnez, comme ici C A, C B, estoient egaux, alors les autres termes incognus se peuvent decouvrir par un plus court chemin que le precedent, car tiré CD à angle droit sur AB, il partit le triangle A B C en deux triangles rectangles egaux & semblables C D A, C D B, ayant chacun, joignant l'angle en D, une hypothenuse cognue, & un angle oblique cognu, à sçavoir chacun la moitié de l'angle cognu A C B: Parquoi d'un de ces deux triangles rectangles soit de DCA, trouvé par la 34 proposition l'angle requis A, & le costé DA, on a ensemble par mesme moyen l'angle requis B, & le costé DB, lequel adjousté au costé D A, on a le costé requis A B.



Quant à la demonstration des exemples de ceste proposition, elle est par tout notoire par la preparation & la construction mesme.

Conclusion. Estant doncques cognu du triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez le comprennant, nous avons trouvé le troisiesme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

PROBLEME X. PROPOSITION XLI.

Estant cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé à l'opposite d'un des cognus: Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de celte qualité.

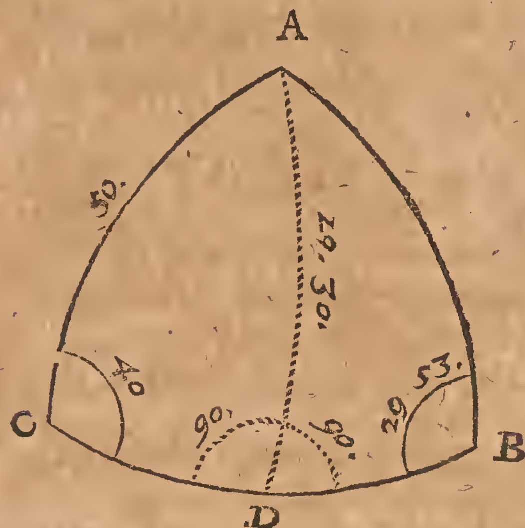


Et veu que la perpendiculaire de l'angle incognu sur son costé opposite tombe dedans ou hors le triangle, nous en mettrons deux exemples.

1. *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. l'angle B 29 deg. 53 ①, & le costé A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle C A B, & les autres deux costez B C, A B.



Preparation. Les deux angles cognus ayant semblable nom, qui est, tous deux aigus, ou obtus, la perpendiculaire du troisiesme angle sur son costé opposite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui n'ont point semblable nom, elle tombe dehors par la 6 proposition: Lequel consideré, & nos deux angles cognus ayant semblable nom, à sçavoir tous deux aigus, je tire de l'angle incognu A, l'arc A D dedans le triangle donné A B C, & à l'angle droit sur B C (comme il faut faire aussi quand les deux angles cognus sont tous deux obtus) avec lequel le triangle A B C se partit en deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellemēt que ADC a trois termes cognus: Par iceux trouvé son costé de l'angle droit A D par la 34 proposition se trouve de 29 deg. 30.

Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant aussi trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition l'angle C A D du triangle rectangle A D C, de 61 deg. 40.

Et par la 35 proposition l'angle D A B du triangle rectangle A D B pour premiere solution de 85 deg.

Et pour deuxiesme solution du mesme angle D A B 95 deg.

A l'angle C A D 61 degr. 40 ① premier en l'ordre, adjousté l'angle D A B 85 deg. deuxiesme en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB, comme premiere solution 146 deg. 41.

Pour voir maintenant s'il y a une deuxiesme solution, ou non, je dis ainsi: A l'angle C A D 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, adjousté l'angle D A B 95 deg. troisiesme en l'ordre, vient 156 deg. 40.

Lequel estant plus petit que 180 degr. je dis icelui estre pour la deuxiesme solution de l'angle requis CAB: Mais si la somme eust esté de 180 degr. ou davantage, il ne pourroit servir de conclusion, pource que tout angle est plus petit par la 1 definition de ces triangles spheriques, tellement qu'en tel cas il n'y auroit que la premiere solution.

Invention du costé opposite de l'angle incognu, qui est du costé B C.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé de l'angle droit C D du triangle rectangle A D C de 42 deg. 24.

Et

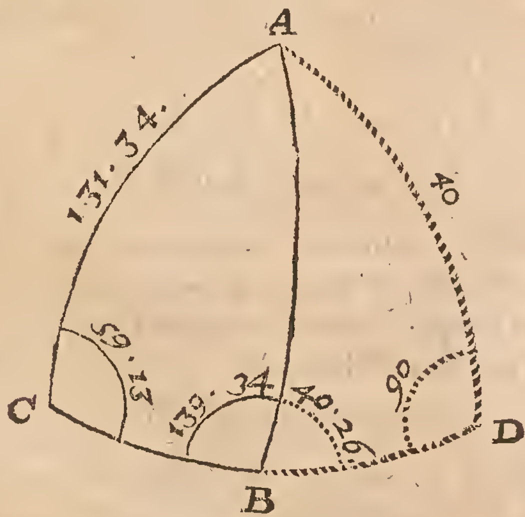
Et par la 35 propoſition le coſté de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere ſolution, de 79 deg. 55.
Et pour la deuxieſme ſolution d'icelui DB 100 deg. 5.
A CD 42 deg. 24 (1) premier en l'ordre, adjouſté BD 79 deg. 55 (1) deuxieſme en l'ordre, vient pour le requis CB comme 1 ſolution 122 deg. 19.
Pour voir maintenant s'il y a auſſi une ſeconde ſolution ou non, je dis ainſi: A CD 42 deg. 24 (1) premier en l'ordre, adjouſté DB 100 deg. 5 (1) troiſieſme en l'ordre, vient 142 deg. 29.
Lequel eſtant plus petit que 180 deg. je dis icelui eſtre pour la ſeconde ſolution du coſté requis CB. Mais ſi la ſomme euſt eſté de 180 deg. ou davantage, cela ne pourroit ſervir de ſolution, pource que tout coſté de triangle eſt plus petit, par la 1 definition de ces triangles ſpheriques. Tellemét qu'en tel cas il n'y auroit qu'une ſolution.

Invention du coſté oppoſite de l'angle cognu, qui eſt du coſté AB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, il eſt beſoin de ſçavoir ſi le triangle eſt de double ſolution ou non: Pour à quoi parvenir, il faut premierement trouver un des deux termes ſuſdits, ce qui eſt l'angle CAB, ou le coſté CB, lequel eſtant trouvé de double ſolution, ce coſté ſera auſſi de double ſolution, mais eſtant de ſimple, ceſtui-ci ſera auſſi de ſimple. Suivant lequel il faut que ceſt AB ait une double ſolution, car l'angle CAB, ou le coſté CB eſtoient de double ſolution, comme il appert. Parquoi cerchés l'hypotheſe AB du triangle rectangle ADB, par la 35 propoſition, ſe trouve de 81 deg. 14.
Et pour la ſeconde ſolution 98 deg. 46.

2. *Exemple où la perpendiculaire tombe dehors le triangle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 59 deg. 13 (1), l'angle ABC 139 deg. 34 (1), & le coſté AC 131 deg. 34 (1).
Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté CAB, & les autres deux coſtez AB, BC.



Preparation. Les deux angles cognus ayant ſemblables noms, ce qui eſt, eſtant tous deux aigus ou obtus, la perpendiculaire du troiſieſme angle ſur ſon coſté oppoſite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui ont les noms diſſemblables, elle tombe dehors, par la 6 propoſition. Lequel conſideré, & nos deux angles cognus ayant des noms diſſemblables, à ſçavoir l'un aigu, l'autre obtus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dehors le triangle donné ABC, & à angle droit ſur le prolongé BC, avec lequel nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellement que ADC a trois termes cognus: Par leſquels cerchés le coſté de ſon angle droit AD, par la 34 propoſition, ſe trouve de 41 deg.
Puis apres je ſouſtrais l'angle ABC 139 deg. 34.
De 180 deg.
Reſte pour l'angle ABD 40 deg. 26.
Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant auſſi trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 138 deg. 5.
Et par la 35 propoſition l'angle BAD du triangle rectangle ADB pour premiere ſolution de 83 deg. 32.
Et pour la ſeconde ſolution du meſme angle BAD 96 deg. 28.
De l'angle CAD 138 deg. 5 (1) premier en l'ordre, ſouſtrait l'angle BAD 83 deg. 32 (1) deuxieſme en l'ordre, reſte pour l'angle requis CAB, comme premiere ſolution, 54 deg. 33.
Pour ſçavoir maintenant s'il y a auſſi une ſeconde ſolution ou non, je voy ſi l'angle BAD 96 deg. 28 (1) troiſieſme en l'ordre, ſe peut ſouſtraire de l'angle CAD 138 deg. 5 (1) premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux ſouſtraits, reſte pour la ſeconde ſolution de l'angle requis CAB 41 deg. 37.
Mais ſi l'angle BAD euſt eſté plus grand que CAD, il eſt notoire qu'il n'y euſt point eu de double ſolution.

Invention du coſté oppoſite de l'angle incognu, qui eſt du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition le coſté de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 150 deg.
Et par la 35 propoſition le coſté de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere ſolution, de 79 deg. 59.
Et pour la deuxieſme ſolution du meſme coſté DB 100 deg. 1.
Du coſté CD 150 deg. premier en l'ordre, ſouſtrait le coſté DB 79 deg. 59 (1) deuxieſme en l'ordre, reſte pour le coſté requis BC, comme premiere ſolution, 70 deg. 1.
Pour ſçavoir maintenant s'il y a auſſi une ſeconde ſolution ou non, je regarde ſi le coſté DB 100 deg. 1 (1) troiſieſme en l'ordre, ſe peut ſouſtraire du coſté CD 150 deg. premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux ſouſtraits, reſte pour la ſeconde ſolution du coſté requis BC 49 deg. 59.
Mais ſi le coſté DB euſt eſté plus grand que CD, il eſt notoire qu'il n'y euſt point eu une ſeconde ſolution.

Invention du coſté oppoſite de l'angle cognu, qui eſt du coſté AB.

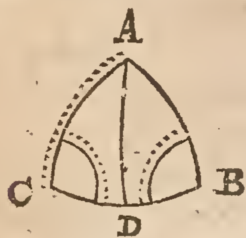
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, il eſt beſoing de ſçavoir ſi le triangle eſt de double ſolution ou non;

Pour

Pour à quoi parvenir il faut trouver premierement un des deux termes susdits, qui est l'angle C A B, ou le costé C B, lequel estant trouvé de double solution, ce costé sera aussi de double solution : mais estant de simple, ceste-ci sera aussi de simple. Suivant lequel il faut que cest A B ait une double solution, car l'angle C A B, ou le costé CB estoient de double solution, cōme il appert : Parquoi trouvé l'hypothenuse A B du triangle rectangle ADB par la 35 proposition, se trouve de 82 deg. 22.
Et pour la deuxiesme solution 97 deg. 38.

NOTEZ.

Si les deux angles cognus donnez, comme B, C, estoient egaux, l'invention des autres termes incognus sera plus courte que la precedente, car il faudroit que leurs costez opposites A B, A C, fussent aussi egaux: parquoi A D tiré à angle droit sur C B, elle partit le triangle A B C en deux triangles rectangles egaux & semblables A D B, A D C, ayant chacun deux angles cognus, & une hypothenuse cognuë: Parquoi d'un de ces triangles soit de ADB, trouvé par la 34 proposition le costé D B, & l'angle D A B, on a par mesme moyen le costé D C, & l'angle D A C; lequel adjousté à l'angle D A B, on a l'angle requis C A B: Et C D adjousté à DB, on a le costé requis CB: Quant à la double solution, elle ne vient point en l'espece de ce triangle, comme il appert en la 5 reigle de la 39 proposition. Touchant la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.



Conclusion. Estant donc cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé à l'opposite d'un des cognus, nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME XI. PROPOSITION XLII.

Estant cognus d'un triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux : Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



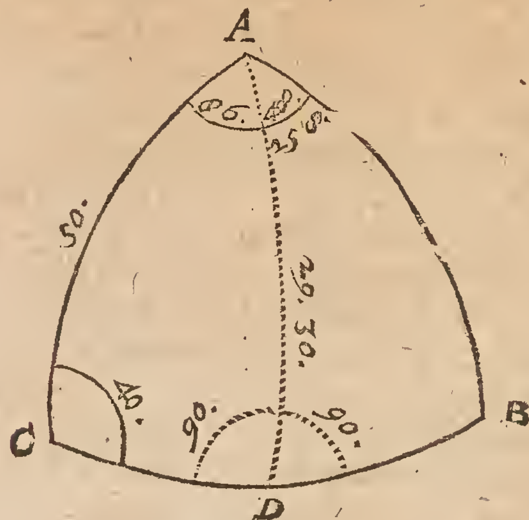
D'iceux nous ferons trois distinctions diverses, pource qu'une certaine perpendiculaire qu'il faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverses façons, à sçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le triangle donné.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C A B fait 86 deg. 48 ①, l'angle C 40 deg. & le costé entre deux A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle B, & les autres deux costez A B, B C.

Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu, comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu A B, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles A, C, & l'hypothenuse A C, par iceux cerchés l'angle C B A, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.



Or si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai A B, & que A B C seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle C A B est plus grand, car il fait 86 deg. 48.
Parquoi d'icelui angle C A B coupé l'angle C A D, qui me denote les 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, le reste est pour l'angle D A B 25 deg. 8.
Mais si les trouvez 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, eussent esté plus que l'angle donné C A B, il eust fallu suivre alors le 2 exemple, & le 3 exemple, s'ils eussent esté egaux. Or donc ainsi marqué la vraye perpendiculaire A D, comme costé de l'angle droit du triangle rectangle A D C, je trouve sa longueur par la 34 proposition de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, avec lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le requis, de 68 deg. 18.

Invention du costé A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothenuse A B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le costé requis A B, de 32 deg.

Invention du costé B C.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé C D du triangle rectangle A D C, de 42 deg. 24.
A iceux adjousté le costé D B du triangle re-

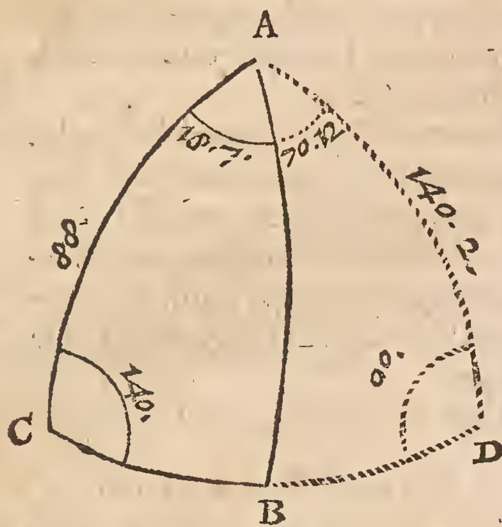
ctangle

ctangle ADC, qui se trouve par la 36 proposition, de 13 deg.
Font ensemble pour le costé requis BC 55 deg. 24.

2. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber hors le triangle donné.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle CAB fait 18 deg. 7 (1), l'angle C 140 deg. & le costé entre deux AC 88 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle ABC, & les autres deux costez AB, BC.



Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB; je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle ABC comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothenuse AC, par iceux cerchés l'angle CAD par la 34 proposition, se trouve de 88 deg 19.
Or si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vray AB, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle CAB est plus petit, car il fait seulement 18 deg. 7.
Parquoi à icelui angle CAB encores adjousté l'angle BAD, tellement que CAD me denote les 88 deg. 19 (1) premier en l'ordre, le reste d'icelui CAB par dessus 18 deg. 7 (1), est pour l'angle BAD 70 deg. 12.
Mais si le trouvé 88 deg. 19 (1) premier en l'ordre, eust esté plus petit que l'angle donné CAB, alors il eust fallu suivre le 1 exemple de ceste proposition, & le 3 exemple, s'il eust esté egal. Or donc ainsi marquée la vraye perpendiculaire AD comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve sa longueur par la 34 proposition, de 140 deg. 2.
Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle ABC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle ABD du triangle rectangle ADB, de 136 deg. 9.
Lesquels soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis ABC 43 deg. 51.

Invention du costé AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothenuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis de 112 deg.

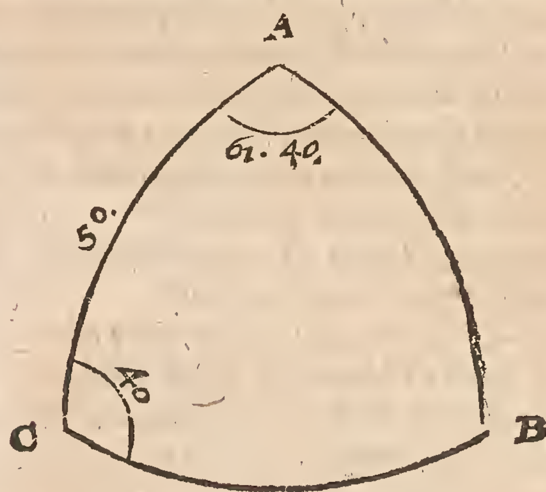
Invention du costé BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé CD du triangle rectangle ADC de 92 deg. 37.
D'iceux soustrait le costé DB du triangle rectangle ADB, qui par la 36 proposition se trouve de 60 deg. 44.
Reste pour le costé requis BC 31 deg. 53.

3. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le costé incognu.*

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle A 61 deg. 40 (1), l'angle C 40 deg. & le costé entre deux AC 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle B, & les autres deux costez AB, BC.



Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle ABC, comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothenuse AC, par iceux cerchés l'angle A, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.
Or puis que l'angle donné A fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée est aussi le vrai AB, & qu'il faut que ABC soit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B est trouvé par ceste preparation mesme. Mais si le trouvé 61 deg. 40 (1), eust esté plus petit que l'angle donné A, il eust fallu suivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il eust esté plus grand.

CONSTRVCTION.

Invention du costé AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 propositiõ le costé de l'angle droit AB du triangle rectangle ABC, comme le requis de 29 deg. 30.

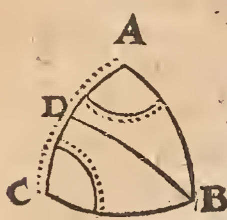
Invention du costé BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 propositiõ le costé de l'angle droit BC du triangle rectangle ABC comme le requis de 42 deg. 24.

NOTEZ

Notez I.

Si les deux angles cognus donnez, comme A & C, estoient egaux, les autres termes incognus se peuvent trouver par un plus court chemin que le precedent; car il faudroit que leurs costez opposites A B, B C, fussent aussi egaux, & B D tiré à angle droit sur A C, il partit le cognu A C en deux parties cognuës egales AD, DC, tellement que nous avons deux triangles rectãgles egaux & semblables B D A, B D C, ayant chacun deux angles cognus, & un costé cognu entre deux: Parquoi l'un de ces triangles, soit de B D A, trouvé par la 36 proposition l'hypothenuse A B, & l'angle A B D, on a le costé requis B C, aussi l'angle D B C, lequel adjousté à l'angle A B D, on a l'angle requis A B C.



Notez 2.

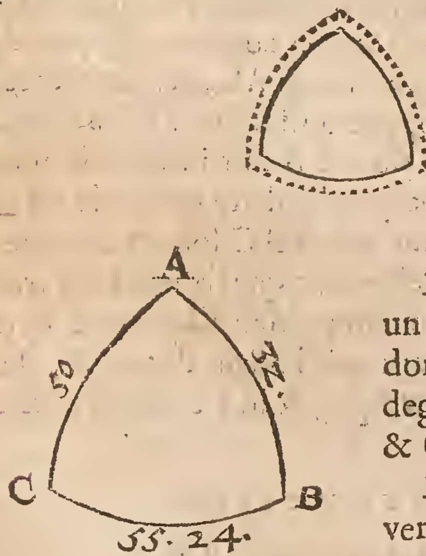
Nous avons dit ci devant au commencement des preparations estre incognu, si la perpendiculaire d'un angle cognu jusques à son costé opposite tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu: Toutesfois quand les deux angles cognus donnez ne font que 90 deg. ensemble, ou sont plus petits, alors nous sçavons où elle tombe, à sçavoir hors le triangle, à cause qu'il faut alors que le troisiesme angle incognu soit obtus, par la consequence de la 14 proposition, entre lequel & un des autres angles aigus ne tombe point de perpendiculaire, mais vient dehors le triangle par la 6 proposition. Quant à la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.

Conclusion. Estant doncques cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux: Nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

Probleme XII. Proposition XLIII.

Estant d'un triangle spherique donné trois costez cognus: Trouver les trois angles.

Les trois termes cognus sont, dit en general, de ceste qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont le costé AB fait 32 deg. B C 55 deg. 24 ①, & C A 50 degr.

Le requis. Il faut trouver les trois angles.

Operation.

Invention de l'angle A.

Multipliés l'un par l'autre les sinus des deux costez qui comprennent l'angle requis A, qui est 7660 avec 5299, vient 40590340: De cela soustrait par regle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir tousjours autant comme nostre sinus de l'angle droit a de principes ou nuls, reste 4059.

Soustrait le moindre costé des deux qui comprennent l'angle requis A du plus grand, reste 18 degr. duquel le versé par la 14 proposition de la construction des sinus 490.

Et le versé du costé opposite de l'angle requis A, fait 4322.

Difference entre les mesmes & 490 deuxiesme en l'ordre, est 3832.

Apres je dis, 4059 premier en l'ordre, donne sinus de l'angle droit 10000, combien 3832 quatriesme en l'ordre? vient versé 9449.

Duquel l'angle pour l'angle requis A, fait par la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus 86 gr. 48.

Et semblablement seront trouvez les angles en tous exemples, moyennant qu'és arcs & angles plus grands que 90 degrez, on se souvienne de prendre leur competent versé plus grand que 10000, selon qu'il appartient, & suivant ceci l'angle requis B se trouvera de 68 tr.

Et l'angle C de 40. tr. I.

Demonstration.

Premierement sur l'invention du costé B C.

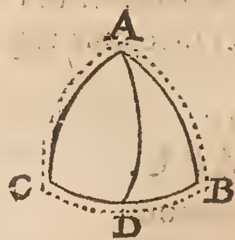
Il appert par la 30 proposition, que quand d'un triangle spherique sont fait trois termes, dont le premier est le rectangle plat compris sous les deux sinus de deux costez: Le deuxiesme terme le quarré du sinus de l'angle droit: Le troisiesme terme la difference des deux versés, dont l'un versé de la difference d'iceux deux costez, l'autre versé du troisiesme costé: Qu'alors leur quatriesme terme proportionnel est pour le versé de l'angle compris sous les deux premiers costez.

Mais du precedent triangle spherique A B C sont fait trois termes, dont le premier est le rectangle plat 40590340 compris sous les sinus 7660, 5299 des deux costez A C, A B: Le second terme le quarré de l'angle droit 100000000, (ou en leur place 4059, 10000, car l'un & l'autre donne un mesme quatriesme) Le troisiesme terme 3832 difference de deux versés, dont l'un 490 versé de la difference 18 deg. d'iceux deux costez A C, A B: L'autre 4322 versé du troisiesme costé B C: Et 9449 est par l'operation quatriesme terme proportionnel des susdits trois.

Pourtant 9449 est pour versé de l'angle A compris sous les deux premiers costez A C, A B: Mais l'angle de 9449 fait 86 deg. 48 ① par l'operation, pourtant fait autant l'angle requis A.

Notez.

Si de deux costez cognus deux estoient egaux, comme par exemple ici A B, A C, les autres termes incognus se peuvent trouver par voye plus courte que la precedente, car leurs angles opposites C, B, seroient aussi egaux: Pourtant tiré AD à angle droit sur C B, elle divise icelle C B en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec deux costez cognus, à sçavoir l'hypothenuse, & un costé de rectangle: Pourtant d'un de ces deux triangles, je prens de A D C, trouvé par la 32 proposition l'angle requis C, & l'angle C A D, on a aussi l'angle requis



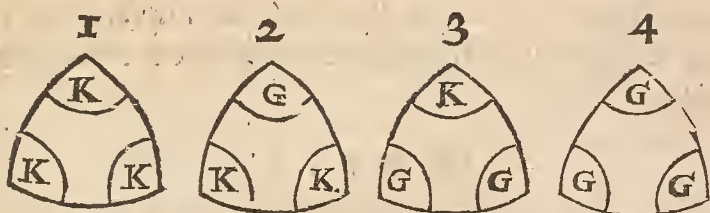
requis B, & l'angle BAD, lequel adjousté à l'angle CAD, on a l'angle requis CAB.

Conclusion. Estant donc d'un triangle spherique donné trois costez, nous avons trouvé les trois angles, selon le requis.

PROBLEME XIII. PROPOSITION XLIV.

Estant d'un triangle spherique donné trois angles : Trouver les trois costez.

Les trois termes cognus peuvent tomber en quatre diverses sortes ainsi :



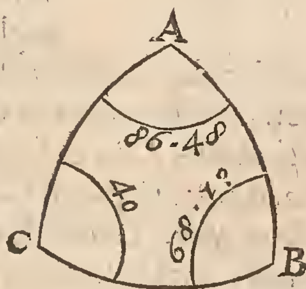
Lesquels recevant diverses manieres d'operation, nous en descrirons deux exemples.

1. *Exemple du 1 & 2 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, duquel l'angle A fait 86 degr. 48 ①, B 68 deg. 19 ①, C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.



CONSTRVCTION.

Invention du costé opposite au majeur angle, comme ici le costé BC.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé requis BC, qui est 6428 avec 9292 des angles B, C, vient 59728976, d'iceux coupées par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus de rectangle contient de o, demeure 5973.

Difference des deux angles qui touchent le costé BC requis 28 deg. 19 ①, dont le versé par la 14 proposition de la construction des sinus, 1197.

Le versé de la difference de demicercle de l'angle A à l'opposite du costé requis BC, fait 10558.

Difference entre iceux & 1197 deuxiesme en l'ordre, fait 9361.

Apres je dis 5973 premier en l'ordre, donne sinus d'angle droit 10000, combien 9361 quatriesme en l'ordre ? vient versé 15672.

Dont l'arc pour la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus 124 degr. 33 ①, duquel la difference du demicercle pour la requise BC 55 deg. 27.

Invention du costé opposite à l'angle n'estant point le majeur, comme ici AB *ou* AC, *soit* AB.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé AB requis, c'est 9984 par 9292 des angles A, B, vient 92771328, d'iceux soustrait par regle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus du rectangle contient de o, demeure 9277.

Adjoustez les deux angles qui touchent le costé AB requis, ce sont ici les deux angles A, B, font 155 degr. 7 ①, & iceux soustraits de 180 degr. reste 24 degr. 53 ①, dont le versé par la 14 proposition de la composition des sinus 928.

Le versé de l'angle C à l'opposite du costé AB requis, fait 2340.

La difference entre iceux & 928 deuxiesme en l'ordre, fait 1412.

Puis je dis 9277 premier en l'ordre, donne sinus de rectangle 10000, combien 1412 quatriesme en l'orde ? vient versé 1522.

Dont l'arc pour l'arc requis AB, par la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus, 32 deg. 2.

Invention du costé AC.

Qui comme AB est aussi à l'opposite d'un angle n'estant le majeur, est comme d'icelui AB, & suivant cela se trouvera de 50 deg.

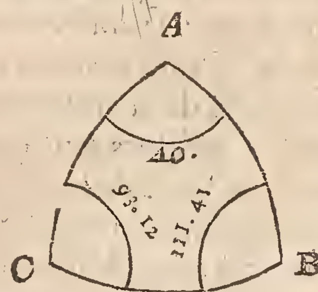
Et semblable sera aussi l'invention des trois costez du triangle de la deuxiesme sorte.

2. *Exemple du 3 & 4 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, duquel l'angle A fait 40 deg. B 111 degr. 41 ①, C 93 degr. 12 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.



CONSTRVCTION.

Invention d'un des trois costez comme il advient, soit BC.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé requis, c'est 9984 par 9292 des angles C, B, vient 92771328, d'iceux soustraites par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant comme nostre sinus de rectangle contient de o, reste 9277.

Difference des deux angles qui touchent le costé BC requis, est 18 deg. 29 ①, dont le versé par la 14 proposition de la construction des sinus, 516.

Le versé de la difference au demicercle de l'angle A à l'opposite du costé BC requis, fait par la 14 proposition de la construction des sinus, 17660.

La difference entre iceux & 516 deuxiesme en l'ordre, fait 17144.

Puis je dis, 9277 premier en l'ordre, donne sinus de rectangle 10000, combien 17144 quatriesme en l'ordre? vient versé 18480.

Dont l'arc par la 12 proposition de la construction des sinus 148 deg duquel la difference au demicercle pour le coste BC requis 32 deg.

Et de la mesme façon se trouveront les deux autres costez, à sçavoir AB de 130 deg.

Et AC de 124 deg. 36.

Semblablement se trouveront les trois costez de la quatriesme figure avec trois angles donnez obtus.

Notez.

La construction de l'invention de ce costé BC en ce deuxiesme exemple n'a, comme il se peut voir, nulle difference avec la construction de l'invention du costé BC à l'opposite de l'angle majeur au 1 exemple: Mais la construction de l'invention de ces deux costez AB, AC, estant comme celle de BC, a difference avec l'operation de l'invention d'iceux deux costez AB, AC du premier exemple, comme il appert. La raison pourquoy j'ay ici descrit au long l'invention de BC, est afin que quand on le veut imiter en effect, l'invention des trois termes soit en chacun exemple parfaitement.

Demonstration.

Au premier sur l'invention du costé BC *du premier exemple.*

Il appert par la 31 proposition, que quand d'un triangle spherique avec deux ou trois angles aigus, sont faits trois termes, dont le premier est le rectangle plat compris sous les sinus des deux moindres angles: Le second terme, le quarré du sinus du rectangle: Le troisiesme terme, la difference des deux versés, dont l'un versé de la difference d'iceux deux angles moindres, l'autre versé de la difference au demicercle du troisiesme angle, qu'alors leur quatriesme terme proportionel est pour le versé de la difference au demicercle du costé à l'opposite du mesme angle.

Mais du triangle spherique ABC avec trois angles du 1 exemple, sont faits trois termes, dont le premier est le rectangle plat 59728976 comprins sous les sinus 6428, 9292, des deux moindres angles B, C: Le second terme, le quarré du sinus du rectágle 100000000 (ou en leur place 5973, 10000; car l'un & l'autre donne un mesme quatriesme.) Le troisiesme terme 9361 la difference des deux versés, dont l'un 1197 verse de la difference d'iceux deux angles moindres B, C, l'autre 10558 versé de la difference au demicercle du troisiesme angle A: Et 15672 est par l'operation, quatriesme terme proportionnel des susdits trois.

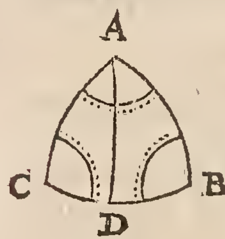
Pourtant 15672 est pour versé de la difference au demicercle du costé à l'opposite du mesme angle A: Mais l'arc de 15672 fait 124 deg. 33 (1), dont la difference au demicercle 55 deg. 27 (1) par l'operation, & pource fait autant le costé BC requis.

Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention des costez AB, AC à l'opposite des deux moindres angles, moyennant qu'à cela on se serve de la deuxiesme partie de la 31 proposition, comme au precedent on se servoit de la premiere partie d'icelle.

Ainsi est aussi notoire par la consequence de la 31 proposition, la demonstration de l'invention des trois costez d'un triangle avec deux ou trois angles obtus.

Notez.

Si de trois angles cognus deux estoient egaux, comme en ce triangle ABC, les deux angles egaux, par exemple B, C, les trois costez incognus se peuvent trouver par voye plus briefve que la precedente: Car tirés AD perpendiculaire sur BC entre les deux angles egaux B, C, elle partit l'angle cognu CAB en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois angles cognus, pourtant d'un de ces triangles, je prens ADC, trouvé par la 37 proposition le costé requis AC, & le costé DC, on a aussi le costé requis AB, ensemble DB, qui adjousté à CD, on a le costé requis BC.



Conclusion. Estant donc d'un triangle spherique donné trois angles, nous avons trouvé les trois costéz, selon le requis.

INDICE DES TRIANGLES SPHERIQVES.

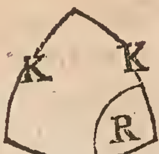
Lequel est une maniere de table, monstrant comment on trouvera des triangles au precedent, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle proposé, dont on veut trouver un terme, ou termes incognus.

Veu que les precedentes reigles des operations, par lesquelles on cerche les termes incognus des triangles, sont fort differentes, & qu'il seroit moleste de les retenir toutes par cœur, nous descrirons ici certaine maniere pour prevenir à telle peine, de sorte qu'à tout exemple occurrant, on trouve incontinent un semblable au precedent, dont on peut suivre l'operation de poinct en poinct, sans charger la memoire d'aucunes de ces differences. A icelle fin nous mettons ceste suivante description des triangles en forme de table distinguée en trois membres, dont nous declarerons ci apres l'usage par exemple.

TRIAN-

TRIANGLES SPHERIQVES DV PREMIER MEMBRE AVEC *rectangles cognus donnez.*

Page 52 le 1 exemple de la 32 proposition.



Page 52 le 2 exemple de la 32 proposition.



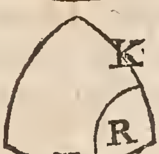
Page 53 le 3 exemple de la 32 proposition.



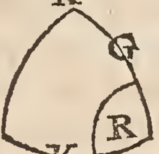
Page 53 le 4 exemple de la 32 proposition.



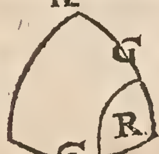
Page 55 le 1 exemple de la 33 proposition.



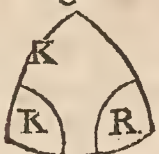
Page 55 le 2 exemple de la 33 proposition.



Page 55 le 3 exemple de la 33 proposition.



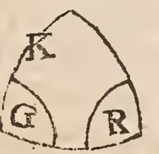
Page 57 le 1 exemple de la 34 proposition.



Page 57 le 2 exemple de la 34 proposition.



Page 57 le 3 exemple de la 34 proposition.



Page 58 le 4 exemple de la 34 proposition.



Page 59 le 1 exemple de la 35 proposition.



Page 59 le 1 exemple de la 35 proposition.



Page 61 le 1 exemple de la 36 proposition.



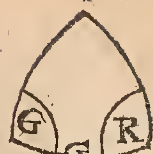
Page 61 le 2 exemple de la 36 proposition.



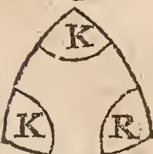
Page 62 le 3 exemple de la 36 proposition.



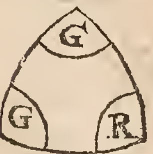
Page 62 le 4 exemple de la 36 proposition.



Page 64 le 1 exemple de la 37 proposition.



Page 64 le 2 exemple de la 37 proposition.



Page 64 le 3 exemple de la 37 proposition.



TRIANGLES SPHERIQVES DV DEUXIESME MEMBRE AVEC UN *costé cognu donné de 90 degr. sans angle droit cognu.*

Page 66 le 1 exemple de la 38 proposition.



Page 66 le 1 exemple de la 38 proposition.



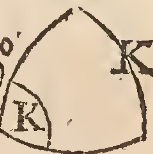
Page 67 le 2 exemple de la 38 proposition.



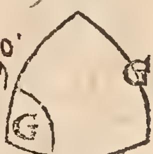
Page 67 le 2 exemple de la 38 proposition.



Page 67 le 3 exemple de la 38 proposition.



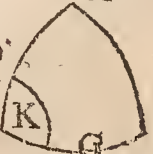
Page 68 le 4 exemple de la 38 proposition.



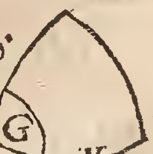
Page 68 le 5 exemple de la 38 proposition.



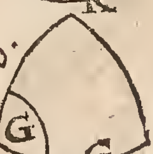
Page 68 le 5 exemple de la 38 proposition.



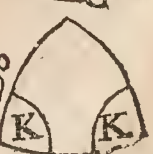
Page 69 le 6 exemple de la 38 proposition.



Page 69 le 6 exemple de la 38 proposition.



Page 69 le 7 exemple de la 38 proposition.

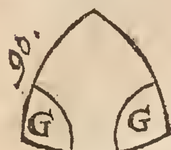




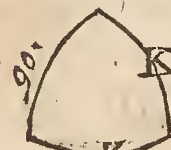
Page 69 le 7 exemple de la 38 proposition.



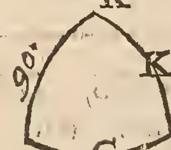
Page 70 le 8 exemple de la 38 proposition.



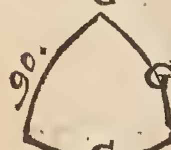
Page 70 le 8 exemple de la 38 proposition.



Page 71 le 9 exemple de la 38 proposition.



Page 71 le 9 exemple de la 38 proposition.

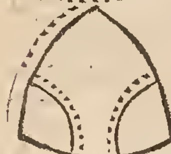


Page 71 le 10 exemple de la 38 proposition.

TRIANGLES SPHERIQVES DV TROISIESME MEMBRE SANS RECTANgle cognu donné ou costé de 90 deg.

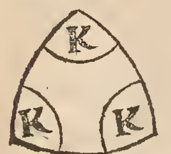

Page 72 à la 39 proposition, lisés premierement en la 72 page l'advertissement general declarant quel exemple il faut suivre.


Page 78 à la 40 proposition.

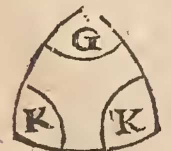

Page 80 à la 41 proposition.


Page 82 à la 42 proposition.

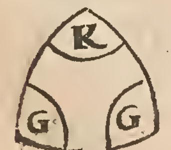

Page 84 à la 43 proposition.



Page 85 le 1 exemple de la 44 proposition.



Page 85 le 1 exemple de la 44 proposition.



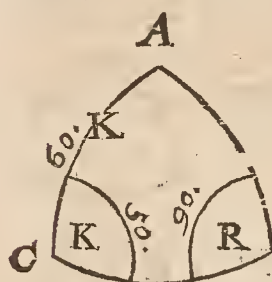
Page 85 le 2 exemple de la 44 proposition.



Page 85 le 2 exemple de la 44 proposition.

L'VSAGE DV PRECEDENT INDICE DES TRIANGLES SPHERIQVES.

Soient à trouver un ou plusieurs termes incognus de ce triangle ABC, dont l'angle B fait 90 deg. C 50 deg. A C 60 deg. Lequel B estant un angle droit, & A C un costé plus petit que le quart d'un cercle, & C un angle aigu, je mets à l'angle droit sa lettre signifiante R, sur A C la lettre K, & à l'autre angle aussi K (signifiant plus petit pour les raisons dites ailleurs) comme on voit. Or veu que ceci est un triangle rectangle, je cerche le semblable au 1 membre de l'indice des triangles, le trouvant là le 8 en l'ordre, où je voy qu'un semblable sera trouvé en la 57 page au 1 exemple de 34 proposition, parquoi icelle operation suivie, on vient au requis. Et ainsi avec tous autres. Notez encores qu'en tous les exemples des triangles rectangles, comme ceux du premier membre, nous avons denoté l'angle droit avec B, A C signifie par tout l'hypothenuse, AB & BC sont tousiours costez de l'angle droit : Mais s'il advenoit à quelqu'un qu'il fallut trouver les termes incognus d'un triangle marqué avec d'autres lettres, ou avec les mesmes autrement mises, il pourroit au lieu d'iceux (pour ne troubler l'esprit de diverses lettres d'une mesme signification) mettre B à l'angle droit, A en haut, C au troisiesme angle. Et si l'angle droit du triangle donné estoit à la main senestre, on le pourroit tourner jusques à ce qu'il vint à la main dextre. Ou bien marquer un autre triangle de telle disposition comme il est aux exemples.



Ce que nous avons dit ici du triangle rectangle, s'entendra aussi des autres triangles sans angle droit cognu, comme ceux du 2 & 3 membre, lesquels on pourra tousiours marquer avec des lettres, & remettre comme sont les exemples imitables dans le livre, & alors suivre l'operation non seulement de mot à mot, mais aussi de lettre à lettre.

Quant à ce que de la 40, & 41, & 42 proposition, toutes les diverses sortes qui s'y peuvent rencontrer, ne sont descrites chacune en particulier comme des autres propositions, cela a esté laissé comme n'estant point necessaire. Dequoi pour en parler par exemple, quelqu'un pourroit dire ainsi: Rencontrant un triangle de la qualité de la 40 proposition, en laquelle estant trois exemples, que sçay-je lequel des trois je suivrai premierement pour trouver les termes incognus ? Là dessus je dis que quel exemple des trois qu'on prenne, on vient au requis. Comme par similitude je suive le 1 exemple, avec lequel estant venu en la preparation au dernier de l'ordre, là il y a escrit s'il faut que je continuë l'operation avec icelui 1 exemple, ou avec le 2, ou 3. Parquoi le reste achevé avec tel exemple, comme il me sera demonstré, je viens au requis. Mais si je commençois à suivre premierement un des autres deux exemples, j'y trouve aussi à la fin de la preparation semblable advertissement. Le mesme faut-il aussi entendre de la 41 & 42 proposition, là où aux preparations il y a tels advertissemens.

APPLICATION DES POLYGONES SPHERIQVES.

Argument sur l'Application.

Jusques ici a esté descrite l'invention des termes incognus des triangles spheriques, & combien que par icelle se puissent trouver les termes incognus trouvables de tous angles spheriques, à cause qu'on les peut partir en triangles, ou bien y adjoustant en faire des triangles; toutesfois la chose requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceste suivante description que nous appellons APPLICATION.

CEste application des polygones spheriques, est fort semblable à l'application des polygones plats au livre des triangles plats: car deux telles definitions que là ont esté faites, la premiere d'angle revers, l'autre de quadrangle vulgaire, angle de quadrangle revers, & quadrilatere croisé; on peut aussi entendre semblables definitions des polygones spheriques. Apres, les operations des deux dernieres propositions des polygones plats, sont fort semblables aux operations des deux semblables propositions des polygones spheriques: Toutesfois les qualitez des angles spheriques, different en cela des plats, qu'ils n'ont point les impossibilitez de solutions, comme les autres; car trois costez incognus, qu'on ne peut trouver aux triangles & polygones plats, par tous les autres termes cognus, comme il appert en la 3 proposition de l'application des polygones plats, se peuvent trouver aux spheriques: Semblablement deux costez paralleles incognus, qu'on ne peut trouver aux polygones plats, comme il appert en la 4 proposition, de cela ne peut venir aucun empeschement aux angles spheriques, pource que deux costez paralleles n'y peuvent estre. Cependant il y a ici au contraire du desavantage des angles spheriques, à sçavoir que par tous les angles cognus moins un, icelui incognu ne se trouve, d'autant que tous les angles en superfice spherique, ne sont egaux à autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles moins deux, ainsi qu'il advient aux plans rectilignes, comme il appert en la 1 proposition de l'application des triangles plats.

Ceci consideré, nous descrirons deux propositions des polygones spheriques, comme les deux dernieres des polygones plats; toutesfois differentes en cela, que celles-ci (comme nous avons dit dessus) sont plus generales, à sçavoir qu'aux termes donnez des polygones spheriques il n'y a point d'exception comme aux autres de trois termes incognus n'estant point tous lignes: Ni aussi de deux costez paralleles incognus.

PROBLEME. I. PROPOSITION.

EStant donné un quadrangle spherique avec cinq termes cognus & trois incognus: Trouver les trois incognus.

Posons que les trois fois huict figures de la 6 proposition de l'application des polygones plats, soient quadrangles spheriques: Nous mettrons iceux en trois exemples comme s'ensuit.

1. *Exemple de la 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figure.*

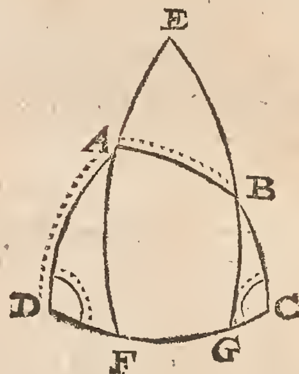
Cest exemple des susdites 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figures, n'a au donné, au requis, ny en la preparation ou construction aux quadrangles spheriques nulle difference des semblables en quadrangles plats, sinon qu'on trouve ici par tout en la construction les trois termes cognus des triangles selon la reigle des triangles spheriques, au lieu qu'on les trouve là, selon la reigle des triangles plats: Ce que considerant, nous tenons ceste invention des termes incognus par icelle pour cognuë.

2. *Exemple de la 8 figure.*

Le donné. Soit A B C D un quadrangle spherique de la qualité de la 8 figure, à sçavoir avec un costé incognu D C à l'opposite de deux angles incognus A, A B C, les autres cinq termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Preparation. Veu qu'en tirant l'arc D B, ou A C, comme en la 1, 2, 3, 4, & 6 figure, ni aussi par la production de deux costez, comme en la 7 figure, le quadrangle ne se peut former en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux susdites figures, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire par les deux angles incognus D A B, A B C, deux quarts du cercle E F, E G, tous deux à angle droit sur le costé incognu D C.



CONSTRVCTION.

Le triangle A F D a trois termes incognus, à sçavoir l'angle A F D droit par la preparation, & D avec A D cognu par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle D A F.
Le costé D F.
Et le costé A F.
Le triangle B C G a trois termes cognus, à sçavoir l'angle B G C droit par la preparation, & C avec B C cognus par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle G B C.
Le costé G C.
Et le costé B G.
Iceux soustraicts de E G 90 deg. reste E B.
Et A F troisiesme en l'ordre soustraict de E F 90 deg. reste A E.
Le triangle E A B a trois termes cognus, à sçavoir A E huictiesme en l'ordre, E B septiesme en l'ordre, & A B cognu par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 43 proposition des triangles sphe-

ſpheriques, à ſçavoir l'angle E, ce qui eſt auſſi pour FG.
L'angle EAB.
Et l'angle EBA.
Adjouſtez F G neufieſme en l'ordre, à D F deuxieſme en l'ordre, & G C quatrieſme en l'ordre, vient le requis DC.
EAB dixieſme en l'ordre, ſouſtraict de 180 deg. reſte BAF.
A icelui adjouſté D A F premier en l'ordre, vient l'angle requis DAB.
EAB onzieſme en l'ordre, ſouſtraict de 180 deg. reſte ABG.
A icelui adjouſté G B C quatrieſme en l'ordre, vient l'angle requis ABC.
Dont la demonſtration eſt notoire par la conſtruction.

3. *Exemple de la 5 figure.*

NOTEZ.

En deſcrivant ceſte propoſition, je n'eſtois encores parvenu à la cognoiſſance de l'invention des termes incognus de ceſte 5 figure, de ſorte que nous mettons ſeulement la ſuſcription de ce 3 exemple, comme par memoire pour ceux qui pourroient avoir envie de le cercher, afin d'avoir plus ample cognoiſſance du traicté des polygones ſpheriques.

ALB. GIRARD.

Voyés la ſolution de ceſt exemple en la page apres le K 7 de mes Sinus de la deuxieſme edition.

PROBLEME. II. PROPOSITION.

Estant donné un polygone ſpherique, avec tous les termes cognus, excepté trois: Trouver iceux trois termes incognus.

Le donné. Soit l'hexagone plat ABCDEF de la 7 propoſition en l'application des polygones plats, prins pour hexagone ſpherique, qui eſt que tous les coſtez ſoyent arcs de cercles majeurs, avec un coſté EF incognu, & deux angles E, AFE incognus, mais tout le reſte des termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Conſtruction. La maniere de l'operation de ceſt exemple n'a nulle autre difference de celle de la ſuſdite 7 propoſition des polygones plats, ſinon ce qui ſe trouve là au premier & quatrieſme en l'ordre, par la 6 propoſition des triangles plats, ſe doit ici trouver, par la 33 propoſition des triangles ſpheriques: Semblablement ce qui ſe trouve là au neufieſme en l'ordre par le premier exemple de la 6 propoſition de l'application des polygones plats, ſe doit ici trouver par le 1 exemple de la 1 propoſition de ceſte application des polygones ſpheriques. Et ſemblable ſera le ſuccés avec tous les autres polygones ſpheriques (excepté là où ſe rencontre la ſuſdite 5 figure, dont manque ici encore l'invention des termes incognus) car ils ſe peuvent partir en triangles ou quadrangles, pour par iceux trouver les termes requis comme deſſus, dont la demonſtration eſt notoire par l'operation.

Concluſion. Eſtant donc un polygone ſpherique, avec tous les termes cognus excepté trois, nous avons trouvé iceux trois termes incognus, ſelon le requis.

Fin des Triangles Spheriques.

APPENDICE DV

TRAICTE DES TRIANGLES.

Argument ſur l'Appendice.

Je ne parlerois pas volontiers des erreurs d'autrui, je laiſſe d'en eſcrire, dont le recit ne me ſembleroit neceſſaire & utile: En partie d'autant que quelques uns l'interpretent communement qu'il ſe fait au meſpris d'autrui: Et auſſi en partie parce que j'eſtime qu'on trouve tant de vrai ſubject pour s'en exercer, qu'il n'eſt point beſoing de s'amuſer & perdre ſon temps aux corrections des erreurs des autres. Parquoi combien qu'en ceſte Appendice entre autres choſes je touche quelques fautes que j'ay rencontré (je dis quelques unes, comme n'eſtant ici point toutes à beaucoup pres) c'eſt d'autant que je trouve utile de mettre par memoire tant pour ſon EXCELLENCE *& pour moy-meſmes, que pour d'autres qui pourroient eſtre deſireux de ſçavoir la cauſe de la difference entre quelques propoſitions de ce traicté & celles d'autres Autheurs. Quant à ce que quelques uns le pourront interpreter au contraire, il me ſuffit de croire qu'ils faillent, veu que je tiens ces Autheurs pour tels, auſquels je me trouve obligé, pource que j'ay apprins d'eux en ceſte matiere; & auſſi pour tels, que je ne ſerois honteux d'avoir fait en ce preſent traicté plus des fautes qu'eux: leſquelles ſi elles y ſont, ce me ſeroit autant de contentement de les voir corrigées, que d'eſcrire meſme ceſte correction: Car il nous doit eſtre plus agreable d'apprendre des choſes vrayes, que d'eſtre eſtimez hommes ſans erreur, ce que nous ne ſommes point.*

Or puis que je n'ay point mis au precedent, ce que par ci par là on peut accommoder entre les propoſitions, & cela pour telles raiſons qu'il y a en l'argument, nous les aſſemblerons ici par ordre en divers chapitres, comme s'enſuit.

CHAPITRE I.

DV nom arc de complement, & angle de complement de la 6 definition de la fabrique des ſinus.

On pourroit dire, que la trop grande curioſité au faict de definitions eſt vituperable, principalement quand

quand par l'usage on entend assez la signification: Il est vray,& à mon advis aussi ceci,à sçavoir que cest erreur, de vouloir suivre des definitions qui causent erreur, comme je me suis apperceu en ce traicté, là où suivant le nom complement, je voulois accomplir ou adjouster, où au contraire la chose requeroit soustraction, laquelle obscurité & embrouïllement je trouvay à la fin provenir des definitions impropres. Il est aussi à presumer que la mesme improprieté peut avoir aidé aux fautes de quelques Autheurs que nous toucherons ci apres; car ce ne seroit point estrange qu'une matiere subtile, laquelle nous est assez obscure avec ces noms propres, nous fust encores plus obscure par les impropres, principalement d'un tel mot dont ceste matiere est tellement entrelassée, comme il est apparu.

Chapitre II.

Sur la double conclusion des triangles plats.

Regiomontanus en la 51 proposition de son 1 livre dit ainsi:

Les deux costez cognus donnez du triangle avec un angle aigu à l'opposite d'un des cognus, ne sont point assez pour trouver le troisiesme costé, & les autres angles: Mais si nous sçavions de quelle façon tombe la perpendiculaire, tout sera notoire.

En quoy il erre pour ceste raison: Premierement le costé opposite de l'angle cognu, estant plus grand que l'autre cognu, il faut que l'angle opposite de l'autre costé cognu soit necessairement aigu, comme il appert par la demonstration de la 2 reigle de la 5 proposition des triangles plats, par lequel nous sçavons si la perpendiculaire tombe dehors ou dedans le triangle, car l'angle cognu donné estant obtus, elle y tombe dehors; mais estant aigu, dedans.

Secondement, les costez cognus estant d'egale grandeur, la perpendiculaire tombe appertement dedans.

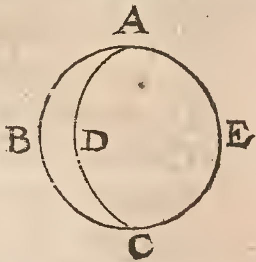
Tiercement, où le costé opposite de l'angle cognu est plus petit que l'autre cognu, & que son angle opposite fut trouvé droit par la construction, nous sçavons manifestement que la perpendiculaire tombe dedans le costé donné.

Ce qui a esté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend aussi ainsi de tous ses adherens sur la mesme proposition.

Chapitre III.

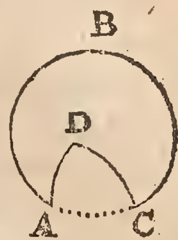
Sur la 1 definition des triangles spheriques, pourquoi le triangle spherique n'a besoing d'autre costé que plus petit qu'un demicercle.

Si chacun costé d'un triangle spherique n'estoit plus petit qu'un demicercle, il y en aura un ou plus qui feront un demicercle, ou seront plus grands. Soit premierement A B C un demicercle, je dis que là dessus ne se peut faire un triangle, à cause que si on tiroit deux autres arcs de cercles majeurs, jusques à ce qu'ils s'entretouchassent, je prens AD, CD, ou AE, CE, pour former avec iceux les autres deux costez du triãgle, les mesmes deux arcs, puis qu'ils tendent devers les poles l'un de l'autre, ne font point d'angle en D ou E, mais un demicercle sans angle: Tellement qu'alors ces deux demicercles ne comprennent un triangle, mais ou un deux-angle comme A B C D, ou un cercle entier accompli comme ABCE.

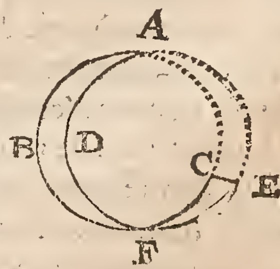


Parquoi dedans le triangle ne peut venir un costé d'un demicercle.

Mais si un costé du triangle, soit de cest A B C D, estoit plus long qu'un demicercle, comme le costé ABC, les autres deux AD, DC, plus courts, avec un angle revers A D C, & que quelqu'un voulust tenir cela pour un triangle, disant qu'il pourroit advenir que par trois termes cognus d'un tel triangle on desireroit trouver les incognus. On respond là dessus, que si cela se permettoit, beaucoup de theoremes sur lesquels sont fondez les problemes des triangles spheriques seroient faux. Comme par exemple le 2 theoreme de la 2 proposition, contenant que l'angle opposite du costé AB en la figure y joincte doit estre aigu: Mais si au lieu de l'arc C B on entendoit que son complement de cercle (qui doit estre plus grand qu'un demicercle) deust servir pour troisiesme costé, l'angle opposite de A B ne seroit alors point aigu, mais obtus, pource qu'il seroit complement de demicercle de l'angle aigu ACB. Il est bien certain si on vouloit, on pourroit tellement former les theoremes, que tout en general seroit ferme, prenant toutesfois des arcs plustost plus grands que plus petits qu'un demicercle pour costez d'un triangle. Neantmoins les Anciens ne l'ont point fait ainsi, comme n'estant point necessaire, car s'il y avoit à trouver le plus grand costé, avec l'angle d'un tel triangle comme de cest ABCD, cela se peut faire avec le triangle ADC par les precedentes reigles, d'autant que par tous les termes cognus donnez du triangle A B C D, sont cognus autant de semblables termes du triangle A D C, car les costez D A, D C, sont en l'un & en l'autre communs, & AC est complement de cercle de ABC: Apres, l'angle D A C est complement de demicercle de l'angle D A B C, & l'angle D C A est complement de demicercle de l'angle D C B A: Parquoi les termes incognus du triangle A D C estant trouvez, les termes incognus du triangle A B C D se trouvent aussi: Tellement qu'il n'est point necessaire de definir des triangles avec un costé plus grand qu'un demicercle.



Mais s'il y avoit deux arcs chacun plus long qu'un demicercle, je prens en ceste figure A B C, A D E, il faut qu'ils s'entrecoupent comme en F, tellement que A B F, A D F, font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition des triangles spheriques. Soit tiré maintenant CE comme troisiesme costé, icelui CE s'il fait un demicercle, ou s'il est plus grand, ou plus petit, il ne fait point de triangle avec les autres deux, mais une autre figure. Et en cas que quelqu'un desiroit de trouver quelques costez ou angles d'icelui, ils se peuvent trouver par le triangle defini ACE, comme il est à entendre clairement par ce qui a esté dit ci dessus du triangle avec un costé plus long. Il n'est point besoing doncques qu'au triangle spherique vienne un costé autrement que plus petit qu'un demicercle.

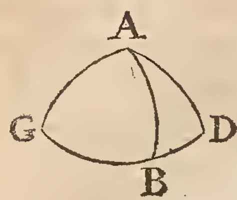


Chapitre IV.

Sur la 6 proposition des triangles spheriques.

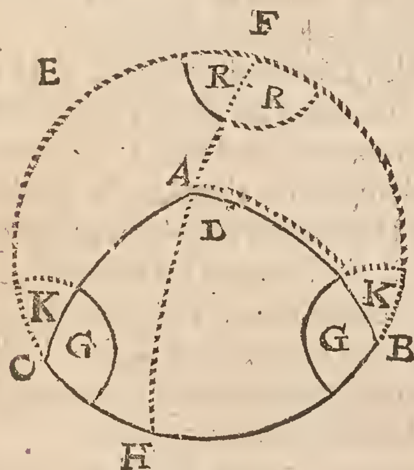
Regiomontanus en la 8 proposition de son 4 livre des triangles, dit, que quand un triangle a deux

angles aigus ou obtus, du troisiesme angle ne peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle sur son costé opposite prolongé. Par exemple A B G estant un triangle dont les deux angles B, G sont tous deux aigus ou obtus, de A ne peut tomber une perpendiculaire comme A D dehors le triangle A B G sur le prolongé GB costé opposite de l'angle GAB: Et se sert à cela d'une telle façon de demonstration: Premierement si AD tomboit à angle droit sur le prolongé GB, alors A D G seroit un triangle rectangle droit à D, dont le costé A D à l'opposite de l'angle aigu G, devroit estre plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Secondement, ADB seroit aussi un triangle rectangle droit à D, dont le costé A D à l'opposite de l'angle obtus A B D (qu'il faut qu'icelui soit obtus, appert en cela qu'il est complement de demicercle de l'angle aigu ABC) devroit estre plus grand que le quart d'un cercle: Mais que A D seroit plus grand & plus petit est impossible; A D doncques ne tombe pas hors le triangle.



Or combien que ceste demonstration ait grande apparence, toutesfois il a erré, d'autant que la perpendiculaire A D en tous semblables exemples y peut tomber dehors sur le prolongé G B, ce qui se demonstre ainsi.

Soit A B C un triangle spherique dont les deux angles A B C, A C B, sont aigus ou obtus, soit tous deux obtus: Avec ceci il nous faut demonstrer que de l'angle A peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle ABC sur le prolongé CB: A celle fin je mets le pole D de l'arc CB, & produis le mesme arc CB assez avant, descrivant le cercle entier CBE, puis apres l'arc de D par A, jusques à ce qu'il rencontre le prolongé CB en F. Ce qui estant ainsi, AF est manifestement perpendiculaire, ou à angle droit sur le prolongé CB, tombant hors du triangle donné ABC. Et pour le declarer encores plus amplement en un mot, je dis ainsi: Puis qu'en tel triangle tombe une perpendiculaire dedans le triangle comme AH, certes icelle prolongée de H par A, jusques à ce qu'elle face un demicercle, il faut que finalement elle rencontre le prolongé C B hors le triangle donné, comme en F. Ce qui estant ainsi, nous avons la demonstration de nostre 6 proposition des triangles spheriques accommodée à cela, ne niant point qu'une perpendiculaire y tombe dehors.



Notez encores qu'avec la perpendiculaire A F nous pouvons trouver les termes incognus du triangle ABC, comme avec la perpendiculaire AH dedans le triangle. Lequel pour declarer, soient cognus les deux angles obtus A B C, A C B, & le costé A B, & par iceux soit cerché le troisiesme angle C A B avec les deux costez AC, BC. Pour à quoi parvenir & trouver premierement l'angle CAB, j'ay à celle fin un triangle rectangle B F A avec trois termes cognus, à sçavoir l'angle droit à F l'hypothenuse AB, & l'angle aigu F B A, comme difference de demicercle de l'angle cognu A B C: Par iceux trouvé le costé A F, le triangle C F A a aussi trois termes cognus, par lesquels trouvé l'angle FAC en l'un triangle, & F A B en l'autre, & la somme de ces deux soustraite de 360 degr. le reste est pour l'angle requis C A B: Puis apres trouvé l'hypothenuse C A du triangle rectangle C F A, on a le costé requis C A: Apres trouvé le costé de l'angle droit F C du triangle C F A, & F B de l'autre triangle BFA, & leur somme soustraite de 360 deg. le reste est pour le requis CB.

Mais pour dire encores finalement pourquoi la susdite demonstration de *Regiomontanus* ne consiste point, la cause en est telle: Qu'il prend A C B F pour le triangle dont les trois costez sont A F, F B C, C A, mais veu que ce costé F B C (qui se denote avec son G B D) est plus grand qu'un demicercle (car F B H estant coupé de F D H fait seul un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition) cela n'est point un triangle spherique selon le contenu de la definition qui s'en fait, par laquelle il faut que chacun costé soit plus petit qu'un demicercle, comme il en a esté fait plus ample declaration au 3 chapitre de ceste Appendice, & consequemment, combien que A F en un tel triangle est costé opposite de l'angle obtus A C B F, pource il ne faut point qu'il soit plus grand que le quart d'un cercle, mais est ici plus petit, comme il appert.

Ce qui a esté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend ainsi aussi de tous ses adherans sur la mesme proposition.

CHAPITRE V.

De quelque briefveté en l'invention des termes incognus d'un triangle spherique, fondé sur la 7, 14, 17, & 18 proposition de ce livre.

Veu que les theoremes de la premiere partie de ce livre sont à celle fin pour s'en servir puis apres en effect, ce qui n'est point advenu avec la 14, 17, & 18 proposition, nous demonstrerons ici en bref leur usage avec 4 exemples, ensemble un 5, fondé sur la 7 proposition, comme s'ensuit.

Il advient qu'un triangle a quatre termes cognus, où il n'y a point d'angle droit ou costé de 90 deg. ce qui se peut rencontrer au regard de nostre dessein, de ces deux diverses façons.



Entre tels il y a quelquefois de plus courts chemins pour trouver les deux termes incognus, qu'au precedent, pource que chaque terme se peut trouver seulement avecques une operation: Ce qu'il faut entendre ainsi.

EXEMPLE I.

Si A C & C B ne sont ensemble pas plus grands que 90 deg. A B sera plus petit par la consequence de la 17 proposition, parquoi BC mis comme base, pour trouver A B par une operation, je puis dire ainsi:

Le sinus de l'angle dextre B,
Donne le sinus de l'angle senestre C,
Combien le sinus du costé senestre A C?
Vient le sinus dont l'arc moindre est pour le requis AB.

EXEMPLE II.

Si A C, C B ne sont ensemble pas plus petits que 127 deg. A B sera plus petit par la consequence de la 18 pro-

18 propoſition, parquoi B C mis comme baſe, pour trouver A B par une operation, je puis faire comme a eſté fait au 1 exemple.

Exemple III.

Si la difference entre A C & C B n'eſtoit pas plus petite que de 90 degr. A B ſera plus grand par la conſequence de la 17 propoſition, parquoi B C mis comme baſe, pour trouver A B par une operation, je puis dire:

Sinus de l'angle dextre B,
Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C,
Combien le ſinus du coſté ſeneſtre A C?
Vient le ſinus dont l'arc majeur eſt pour le requis A B.

Exemple IV.

Si C & B enſemble ne ſont pas plus grands que 90 degr. il faut que A ſoit plus grand par la conſequence de la 14 propoſition, parquoi A B mis comme baſe, alors pour trouver l'angle A par une operation, je puis dire ainſi:

Le ſinus du coſté dextre A C,
Donne le ſinus du coſté ſeneſtre B C,
Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre B?
Vient le ſinus dont l'arc majeur eſt pour le requis A.

Exemple V.

Si D, E, F, eſtoient tous trois aigus, il faut que chacun coſté ſoit plus petit que le quart d'un cercle par la 7 propoſition, parquoi F E mis comme baſe, alors pour trouver D E par une operation, je puis dire ainſi:

Le ſinus de l'angle dextre E,
Donne le ſinus de l'angle ſeneſtre F,
Combien le ſinus du coſté ſeneſtre D F?
Vient le ſinus dont le plus petit l'arc moindre eſt pour le requis D E.

Semblablement pour trouver le coſté F E, je mets D E comme baſe, & dis ainſi:

Le ſinus de l'angle ſeneſtre E,
Donne le ſinus de l'angle dextre D,
Combien le ſinus du coſté dextre F D?
Vient le ſinus dont l'arc moindre eſt pour le requis.

Notez.

Veu que ceſte ſeule unique operation ſe fait par une multiplication & une diviſion, & que les autres deux operations en l'invention d'un terme (à ſçavoir où on cerche la perpendiculaire) n'ont chacune qu'une multiplication: On pourroit eſtimer que ceſte abbreviation eſt de petite eſtime, toutesfois conſiderant qu'il faut que pour deux operations on aille deux fois à la table des ſinus, & cercher deux fois un exemple imitable: Auſſi qu'il faut aſſembler quelquesfois les deux parties trouvées, ou ſouſtraire; qu'apres cela il faut prendre ſur les doubles concluſions ſi elles y peuvent eſtre ou non, & ſemblables, l'unique operation ſemble la plus courte & facile.

Chapitre VI.

Sur la 39 propoſition.

Iohannes Regiomontanus lib. 4. prop. 29. dit ainſi:

Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppoſiti, inventioni reliqui lateris & reliquorum angulorum minimè ſufficere.

Ce qui ſe tranſlate ainſi:

La cognoiſſance de deux coſtez du triangle oblique, & un angle à l'oppoſite d'un des cognus, n'eſtre point aſſez à l'invention du troiſieſme coſté, & des autres angles.

Qu'il erre en ceci, comme n'eſtant point general, appert par la 39 propoſition de ce livre, où eſt demonſtré és 7 reigles, que joignant les triangles de double ſolution, aucunes ſont de ſimple, & quelques autres de ceux-là ſeront aigus ou obtus. Quant à la demonſtration de la ſuſdite 29 propoſition, où G H ſe met d'un demicercle, il eſt impoſſible d'avenir en un triangle, à cauſe qu'il faut que les autres deux coſtez AG, AH, faſſent enſemble un arc d'un demicercle, ſans angle, comme il en a eſté parlé plus amplement au chapitre 3. Mais poſé qu'il y a ici faute de l'Imprimeur (comme il ſemble, & qu'au lieu de *arcus* G H *ſit ſemicircumferentia*, doit eſtre *arcus* G H *ſit ſemicircumferentia minor*) & qu'il faut entendre que G H ſoit plus petit que le quart d'un cercle (comme *Breſſius* le prend en la 34 propoſition de ſon 4 livre) & qu'il fut demonſtré que AGH euſt deux ſolutions, il ne s'enſuit point pourtant qu'icelle demonſtration ſoit generale ſur tous triangles, car le contraire a eſté demonſtré aux ſept ſuſdites reigles.

Ce qui a eſté dit ici de *Regiomontanus*; s'entend auſſi ainſi de tous ces imitateurs ſur la meſme propoſition.

Notez encores que ſi au lieu des ſept ſuſdites reigles, on euſt voulu mettre des theoremes, & iceux avec leurs demonſtrations joindre auprés des autres en la 1 partie, pour en apres tirer d'iceux commme hors des autres, les operations, au lieu de la 1 reigle on euſt en forme de theoreme peu dire ainſi:

Si l'angle ſeneſtre du triangle eſtoit aigu, & le coſté ſeneſtre plus petit que le coſté dextre: L'angle droit ſera ſeulement aigu.

Et au lieu de la 3 reigle, ainſi:

Si l'angle ſeneſtre du triangle eſtoit aigu, & le coſté ſeneſtre plus grand que le quart d'un cercle, & le coſté dextre pas plus petit que le complement de demicercle du coſté ſeneſtre: L'angle droit ſera ſeulement obtus.

Et ainſi des autres.

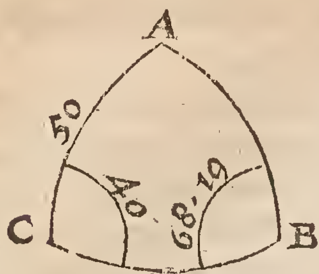
Mais ayant eſgard à l'uſage, nous avons trouvé plus facile & plus clair, au lieu des noms vulgaires, coſté ſeneſtre, coſté dextre, angle ſeneſtre, angle dextre, nous ſervir des lettres particulieres A B C, & les mettre en maniere de reigle, comme il a apparu. Toutesfois je ne le veux point fort contrarier à ceux qui le trouveront mieux autrement, mais j'ay ici ſeulement voulu declarer ce qui me ſembloit pour lors le plus commode.

Chapitre VII.

Sur la 41 propoſition.

Mauritius Breſſius dit à la fin de la 36 propoſition de ſon 4 livre, qu'au triangle ſpherique avec deux angles obliques cognus, & un coſté oppoſite de l'un d'iceux, il faut ſçavoir ſi l'autre coſté à l'oppoſite de l'angle cognu, eſt plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle, & dit là deſſus que *Regiomontanus* & *Copernicus* ont failli. Certes la remarque de *Breſſius* nous advertiſſant d'erreur, n'eſt point à meſpriſer, toutesfois ſon dire n'eſt point general, car aucuns de ces triangles ont une certaine unique ſolution. Pour lequel demonſtrer, ſoit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. B 68 deg. 19 ①, & le coſté A C 50 deg. Suivant avec ceci l'operation de la 41 propoſition, la premiere ſolu-

ſolution ſera telle, AB 32 deg. CB 55 deg. 24 ①, l'angle A 86 deg. 48 ①. Et ſi on vouloit donner icy lieu à la reigle de double ſolution, la deuxieſme ſeroit ainſi, AB 148 deg. CB 209 deg. 24 ①, l'angle A 216 deg. 32 ①. Mais veu que nuls coſtez ni angles peuvēt venir à 180 deg. beaucoup moins les outre paſſer, ſelon la definition d'icelle, & pour les raiſons declarées au 3 chap. de ceſte Appendice, ce dernier n'eſt point ſolution, & conſequemment il n'y en a qu'une. Et pource nous avons en noſtre 41 propoſition fait tel advertiſſement ſur l'invention des termes, comme il appert, par laquelle la qualité du triangle touchant double ou ſimple ſolution eſt cognuë.



Chapitre VIII.

Sur la diſtinction qu'on fait entre triangle rectangle, & triangle oblique.

Les Autheurs de ceſte matiere des triangles, font ordinairement diſtinction entre les triangles rectangles, & obliques, traictant premierement des rectangles, & puis apres des autres : Mais quant à moy, la diſtinction n'eſt à mon advis aſſez propre, à cauſe qu'ils entendent la droiture & obliquité des angles ſur le triangle en ſon entier, que je dis ne ſe devoir eſtendre que ſur les termes cognus donnez, comme nous en avons mis les ſuſcriptions devant la 32 propoſition ainſi:

Premier membre des triangles ſpheriques avec des rectangles cognus donnez.

Et à la 38 propoſition:

Second membre des triangles ſpheriques avec un coſté cognu donné de 90 deg. ſans rectangle cognu.

Derechef à la 39 propoſition:

Troiſieſme membre des triangles ſpheriques ſans rectangle cognu donné ou coſté de 90 deg.

Par lequel on peut entendre, que les triangles en leur entier pourront eſtre avec rectangles, ou avec angles obliques, comme il advient : Ma raiſon eſt celle-ci, que toutes eſpeces d'exemples de triangles que nous rencontrons, peuvent ainſi venir en la doctrine & eſtre deſcrites par ordre, ce qui n'advient point ſelon l'autre maniere : Pour le declarer par exemple: Soit un triangle avec trois coſtez cognus, l'un de 29 deg. 30 ①, l'autre de 42 deg. 24 ①, le troiſieſme 50 deg. dont on veut cognoiſtre les trois angles. Ce triangle eſt (combien que couvertement) rectangle, car les deux plus petits coſtez comprennent un rectangle; parquoi il n'appartient point ſous leur deuxieſme partie : Il n'appartient point auſſi ſous leur premiere, car il y a ici ſeulement cognoiſſance des trois coſtez ſans qu'on ſçache s'il eſt rectangle: Laquelle eſpece ne s'enſeigne point en la premiere partie : Elle ne s'enſeigne doncques nulle part, où s'il advient, il ſe fait ſans ordre, comme d'une eſpece ſans genre. Toutesfois veu que nous avons beſoing de la cognoiſſance generale de l'invention des trois termes d'un triangle par tous trois termes cognus donnez, tant des triangles où il y a un rectangle occulte, que pour l'invention de l'un, il nous faut faire telle maniere d'operation que pour l'autre; la raiſon veut que pour deſcrire toutes les eſpeces du genre propoſé, il y vienne auſſi bien le triangle rectangle, que le triangle oblique. Et à ceſte cauſe nous avons prins la ſuſdite autre façon de diſtribution des triangles, à ſçavoir que nous avons ſeulement eſgard à la droiture ou obliquité des angles des termes cognus, formant les propoſitions ſelon tel ſubject. De ſorte que par un ou deux angles obliques cognus donnez, nous pouvons finalement bien trouver les triangles rectangles, comme il ſe peut clairement voir par exemple à la 40 & 42 propoſition, à ſçavoir en chaque propoſition le troiſieſme exemple.

Chapitre IX.

Des briefvetez procedantes de l'uſage des tables des tangentes & ſecantes.

L'invention des termes incognus, tant des triangles plats que ſpheriques, ſe peut depeſcher par les tables des ſinus ſeulement : Mais veu que l'uſage de la table des tangentes & ſecantes, qu'on eſtime depuis n'agueres trouvé, cauſe beaucoup de facilitez à la recherche des termes incognus, par où gaignent beaucoup de temps ceux qui font ſouvent tels comptes, comme il advient en la fabrique de pluſieurs tables de l'Aſtronomie, j'ay trouvé bon & utile d'annoter & aſſembler en ce chapitre icelles facilitez, afin qu'on voye en quoi elles conſiſtent.

Au premier, eſtant un triangle plat avec un angle droit cognu, un angle oblique, & coſté rectangulaire, comme au 3 exemple de la 3 propoſition des triangles plats, on trouve l'autre coſté rectangulaire par l'aide de la table des tangentes & ſecantes avec une grande operation eſtant multiplication, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait deux grandes operations, à ſçavoir une multiplication, & une diviſion.

Au 2, eſtant un triangle plat avec un angle droit cognu, & deux coſtez rectangulaires cognus, comme au 1 exemple de la 6 propoſition des triangles plats, on trouve l'hypothenuſe par l'aide de la table des tangentes & ſecantes avec deux grandes operations, à ſçavoir une diviſion & une multiplication, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait trois grandes operations, à ſçavoir deux multiplications & une extraction de racine.

Au 3, pour trouver au ſuſdit triangle un des angles aigus incognus, on le trouve par l'aide de la table des tangentes, avec une grande operation, à ſçavoir une diviſion, comme il y appert : Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait quatre grandes operations, à ſçavoir deux multiplications, une extraction de racine, & une diviſion.

Au 4, tous les termes incognus des triangles ſpheriques avec un angle droit cognu, ſe trouvent touſiours par l'aide de la table des tangentes ou ſecantes avec une grande operation, à ſçavoir une multiplication, laquelle eſt plus aiſée que diviſion, qu'on fait ſouvent ſans l'aide d'icelles tables.

Au 5, les ſuſdites briefvetez tant aux triangles plats que ſpheriques avec un angle droit cognu, viennent auſſi aux triangles ſans angle droit cognu, d'autant qu'ils ſe reduiſent à deux triangles, chacun avec un angle droit cognu, & qu'alors en chacun d'iceux triangles viennent les ſuſdites briefvetez en cerchant les termes incognus.

No-

NOTEZ.

J'ay descrit un chapitre contenant la maniere de la fabrique & usage de la dixiesme progression aux parties des arcs avec leurs sinus, & declaré combien grande facilité en suit, comparée à la vulgaire soixantiesme progression, de 1 deg, en 60 (1), & 1 (1) en 60 (2), &c. laquelle matiere pourroit ici sembler requerir sa place: Mais veu que les principaux exemples d'icelle se prenent des cours moyens des Planetes & autres comptes communs avec iceux, qui jusques ici ne sont point encores descrits, nous avons appliqué le susdit chapitre derriere le traicté d'icelles Planetes, à sçavoir en *l'Appendice* du cours des Planetes.

ALB. GIRARD.

Ceste promesse ne se trouve pas avoir esté effectuée.

Fin du traicté des Triangles.

QVATRIESME LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE

Des Problemes spheriques celestes, operez par computations de Triangles spheriques.

ARGVMENT.

LEs problemes spheriques celestes se font en deux diverses manieres vulgaires; l'une mechanique avec des spheres corporelles, comme de la terre & du ciel, tournans en leur horizon & meridien, avec des autres instrumens servans à cela, comme arc vertical, cercle horaire, gnomon spherique, & semblables, dont les definitions suivront ci apres: L'autre mathematique par computations des triangles spheriques. La premiere, à sçavoir la maniere mechanique, est plus commode pour entendre facilement l'usage de la sphere celeste, & l'intention des propositions spheriques qui se traictent par les Astrologues, pource qu'on voit devant ses yeux un mouvement essentiel, & corporelle similitude de la chose, tellement qu'icelle doit preceder en la doctrine, d'autant que les propositions sont obscures quand on fait autrement. A ceste fin SON EXCELLENCE *a leu de poinct en poinct, & exactement entendu le livre intitulé* De usu Globi Astronomici Gemmæ Frisii, *lequel comme il luy sert pour memoire, nous ne faisons point de description particuliere de l'usage de la sphere celeste en ces memoires mathematiques. Toutesfois ceste maniere n'est pas si certaine en sa conclusion que la mathematique, à sçavoir operée par computations de triangles spheriques: Car encores qu'on eut une sphere, dont l'axe fut de cent pieds, avec tous ses instrumens appartenans, fort bien & artificiellement faits, si n'y a-il toutesfois parfaite certitude des petites partitions des degrez, desquelles se font les conclusions, & encores que les conclusions fussent veritables, il ne se peut demonstrer; les autres ne se veulent fier sur les escrits de ceux qui ont ainsi operé. Mais la maniere mathematique, comme aussi le nom le porte, va seurement, par laquelle on vient à aussi petites partitions de degrez que la chose le requiert, si ce n'est assez à (1), on peut venir à (2), ou plus bas. Or nostre dessein est de descrire ici tels problemes, prins la plus-part du 1 & 2 livre de* Ptolemée, *toutesfois operez selon nostre stile: Tellement que nous estimons que par cela (joignant que ceste matiere est necessaire pour l'intelligence de la Cosmographie) sera assez cognuë la generale regle de l'usage des triangles spheriques, qui se rencontrent vulgairement en d'autres propositions.*

DEFINITIONS.

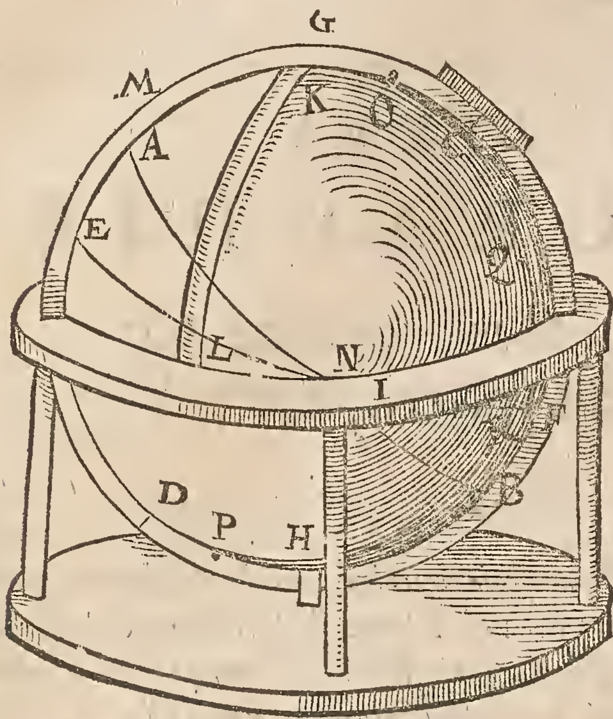
COmbien qu'il est notoire à aucuns Astronomes de ce temps, & à plusieurs du siecle sage passé, [*Siecle sage se definira au 6 livre de la Cosmographie.*] qu'à chaque année la terre fait une revolution alentour du Soleil, & joignant cela encores journellement un tour en son propre lieu, toutesfois il semble utile de commencer premierement par positions feintes, à sçavoir la terre se tenir ferme, comme centre du ciel des estoiles fixes, faisant journellement une revolution alentour de la terre, portant en soy les sept Planetes, lesquelles ont encores chacune leur cours particulier, pour entendre puis apres plus aisement le vrai mouvement susdit. Car si on vouloit par tout parler proprement, on ne pourroit point dire du lever des lumieres celestes par dessus l'horizon, mais en ce lieu de la descente de l'horizon au dessous des astres: Point du coucher des astres sous l'horizon, mais en ce lieu du lever de l'horizon au dessus des lumieres celestes: Point de la venuë des lumieres celestes au Meridien, mais en ce lieu de la venuë du Meridien aux lumieres celestes, & ainsi consequemmẽt de beaucoup d'autres. Tous lesquels mots propres causeroient du commencement plus d'obscurité que les impropres. Ce consideré, nous nous servirons pour le premier, comme il a esté dit, de positions feintes, & fournirons sur tel fondement les definitions suivantes, & puis apres en son lieu nous mettrons d'autres definitions propres. Car pour maintenant j'entens pouvoir declarer ainsi plus commodement mon intention.

DEFINITION I.

E*Quateur est le plus grand cercle du ciel des estoilles fixes, à angle droit sur l'axe sur lequel il fait sa revolution journelle.*

L'origine du nom Equateur est celle-ci; Le Soleil venant

venant apparemment en ce cercle, le jour & la nuict sont egaux par toute la terre; & pour l'equation ainsi causée par icelui cercle, il s'appelle Equateur. Mais afin que ceste definition & les autres suivantes, ensemble les problemes, s'entendent plus clairement, nous les declarerons par une sphere celeste contrefaite, reposant en son siege, comme la figure suivante le demonstre, quoy qu'il soit necessaire & utile d'avoir encores joignant cela une sphere celeste corporelle, avec toutes



ses appartenances, laquelle on peut tourner & disposer selon ce que les exemples requerent. En ceste figure doncques, A B signifie l'Equateur, estant un cercle à angle droit sur l'axe, qui s'imagine entre les deux poles C, D, sur lesquels la sphere, qui est le ciel des estoiles fixes, fait son cours journel. Desquels poles soit C le Septentrional, & D le Meridional.

Definition II.

Ecliptique est un plus grand cercle du ciel des estoiles fixes, que le Soleil veu du centre de la terre, descrit apparemment en icelui par son propre cours.

Le Soleil ne tournant point au ciel des estoiles fixes, mais au dessous, ne descrit point en icelui par son propre cours un cercle, mais bien apparemment, au regard de nous qui sommes ici sur la terre. Icelui cercle qui est ici denoté avec E F, s'appelle Ecliptique, à cause que le defect ou l'obscurcissement des Planetes advient tousiours apparemment, ou du tout, ou en partie au mesme cercle, ou environ. Notez encores que comme le cours du Soleil en l'ecliptique, se dit ici apparemment, ainsi nommerons-nous apparemment les cours des autres Planetes & poincts celestes : Car par le mot Ecliptique, nous n'entendons point le plan du cercle parti en degrez avec lignes de la circonference jusques au centre selon la maniere vulgaire, au regard dequoi tout ce qui est au monde se dit en l'Ecliptique, mais nous entendons par ecliptique seulement la circonference du cercle descrite en la superfice du ciel des estoiles fixes. La cause de ceci est pour eviter l'erreur qui en est suivi, & qui peut suivre encores, dont nous ferons plus ample declaration en l'Appendice de la Cosmographie.

Definition III.

Poinct vertical est le plus haut poinct du ciel, au dessus d'un poinct mis en terre: & son poinct opposite s'appelle Nadir.

Comme le poinct G estant en icelle disposition le plus haut poinct du ciel au dessus de quelque poinct en terre, s'appelle poinct vertical, en langue Arabique *Zenith*; Et son poinct opposite, comme H, s'appelle en langue Arabique *Nadir*, qui se pourroit dire poinct inferieur.

Definition IV.

Horizon est un plus grand cercle à angle droit sur l'axe du poinct vertical au nadir.

Comme le cercle I, estant à angle droit sur l'axe imaginé du poinct vertical G au nadir H, s'appelle Horizon, ou terminateur de veuë, à cause que nostre veuë au long de la terre ne peut voir plus avant, ains finit en icelui. Mais il faut sçavoir que l'horizon s'entend de deux façons; mathematiquement, comme à la precedente definition; & physiquement, à sçavoir le cercle qui separe la partie de la terre visible de l'invisible, lequel differe de l'horizon mathematique tellement, que d'une grande hauteur on peut sensiblement voir plus que la moitié du ciel. Or comme cela se trouve par experience, sera descrit en son lieu, ensemble la declaration des causes : Mais puis que nostre but tend aux speculations mathematiques, nous avons ici defini l'horizon mathematique.

Definition V.

Arc vertical est celui qui vient du poinct vertical jusques à l'horizon.

Pour voir par tout ces arcs verticaux és spheres celestes contrefaites, il se fait ordinairement un quart de cercle de cuivre avec ses 90 deg. comme K L, attaché au poinct vertical G, & tournant alentour de l'horizon, servant pour voir l'elevation des estoiles, ou poincts du ciel au dessus du mesme horizon, ou autrement de combien ils sont esloignez du poinct vertical.

Definition VI.

Meridien est le cercle qui tend par les poles de l'equateur & le poinct vertical.

Comme le cercle M G (qui aux spheres celestes contrefaites se fait ordinairement de cuivre) tendant par les poles de l'equateur C, D, & par le poinct vertical G, s'appelle meridien, pource qu'il est midi le Soleil estant en icelui au dessus de l'horizon.

Definition VII.

Cercles des heures sont douze cercles, qui demeurans immobiles sur l'horizon donné, tendent par les poles de l'equateur le divisant en 24 arcs egaux, desquels cercles des heures le meridien en est un.

Ces 12 cercles des heures ne se marquent, ni se font point ordinairement sur les spheres celestes, mais se prennent trestous, excepté le meridien, par imagination, ensemble aussi tous semblables cercles qui tombent sur parties d'heures.

Definition VIII.

Section vernale est une section commune de l'equateur & de l'ecliptique, en laquelle le Soleil estant apparemment, cause le commencement du printemps : l'autre s'appelle section automnale.

Comme la commune section N de l'equateur A B & de l'ecliptique E F s'appelle section vernale. Et semblable section qui comme poinct opposite de la section vernale vient de l'autre costé de la sphere, s'appelle section automnale.

DEFINITION IX.

Solstice septentrional est un poinct en l'ecliptique au milieu entre la section vernale & automnale vers le Septentrion: Son poinct opposite s'appelle Solstice Meridional.

Comme le poinct F (que je pose au milieu de la demie ecliptique, entre la section vernale N K, & la section automnale qui tend devers le Septentrion) s'appelle Solstice Septentrional, & son poinct opposite, comme E, Solstice Meridional. L'origine du nom est, que le Soleil estant apparemment en ces deux poincts, il semble (quant à son changement journel devers le Midy & Septentrion) qu'il ne bouge de sa place.

DEFINITION X.

Commencement de longitude d'une sphere, est quelque poinct prins au plus grand cercle de la sphere, auquel on se propose de vouloir compter les longitudes.

Soit le poinct N commune section de l'equateur & de l'ecliptique, un poinct au plus grand cercle de la sphere, je prends de l'ecliptique E F, auquel cercle on se propose de vouloir compter les longitudes des estoiles fixes, & l'apparente longitude des Planetes, & d'autres poincts qui se rencontrent: icelui poinct N s'appelle commencement de longitude.

DEFINITION XI.

Longitude d'un poinct sur la sphere, est l'arc selon le succés des degrez du cercle de longitude du commencement jusques à la commune section d'icelui cercle de longitude, & le demicercle de l'un pole jusques à l'autre par le poinct proposé.

Soit O le pole Septentrional de l'ecliptique, P le Meridional, & depuis l'un jusques à l'autre soit tiré le demicercle O Q R, tendant par un poinct donné Q, & coupant l'ecliptique en R: Ce qui estant ainsi N R est la longitude du poinct R: A sçavoir l'arc selon le succés des degrez du cercle de longitude (qui est ici de l'ecliptique) du commencement N jusques à la commune section R d'icelui cercle de longitude, & le demicercle, O Q R de l'un pole O, jusques à l'autre P par le poinct proposé Q.

Par cest exemple de la longitude au regard de l'ecliptique du poinct Q, l'on peut entendre que c'est longitude au regard de l'equateur d'icelui poinct; car soit N prins pour commencement de l'equateur E F, & soit imaginé un demicercle du pole de l'equateur C jusques à D, passant par Q, alors l'arc de l'equateur de N, commune section d'icelui demicercle & l'equateur, est la longitude au regard de l'equateur du poinct Q. Par ceci on entend aussi que c'est à dire longitude d'une estoile au regard de l'equateur, ou longitude au regard de l'ecliptique. Apres, que c'est longitude d'un poinct en l'equateur au regard de l'ecliptique, ou longitude d'un poinct en l'ecliptique au regard de l'equateur. Semblablement ce qu'on entendra par longitude des planetes ou des poincts de chacun en sa sphere.

La raison pourquoi ici au lieu de longitude des estoiles, au regard de l'equateur, ne se dit point selon la vieille coustume de l'ascension des estoiles en sphere droite, sera declarée en l'Appendice.

DEFINITION XII.

Latitude d'un poinct sur la sphere, est l'arc depuis le cercle de longitude jusques au poinct proposé, à angle droit sur le mesme cercle de longitude.

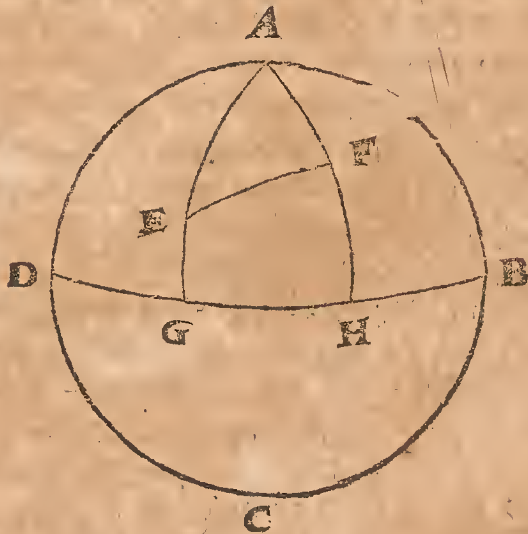
Comme la latitude du poinct ou estoile Q, à sçavoir latitude au regard de l'ecliptique, est l'arc R Q, depuis le cercle de longitude E F, jusques au poinct proposé Q, à angle droit sur le mesme cercle de longitude E F. Et si on tiroit ainsi un arc de Q à angle droit, sur l'equateur A B, l'arc depuis icelui attouchement en A B jusques à Q, seroit latitude au regard de l'equateur du mesme poinct Q. Par ceci s'entend que c'est latitude d'un poinct de l'ecliptique au regard de l'equateur, ou latitude d'un poinct de l'equateur au regard de l'ecliptique.

La raison pourquoi au lieu de latitude des estoiles au regard de l'equateur, ne se dit point selon l'ancienne coustume de la declinaison des estoiles de l'equateur, sera declarée en l'Appendice.

DE L'ORDRE GENERAL QVI SERA TENV EN CES PROBLEMES SPHERIQVES.

Considerant le grand advantage qui en la doctrine des arts procede par bon ordre, dont il est dit ci devant en general, j'ay trouvé bon & utile d'en parler en ceste matiere particulierement, & en declarer mon opinion, comme s'ensuit.

Il est commun entre beaucoup d'Autheurs renommez, qui pour trouver les termes incognus d'un triangle, recitent tout au long & au large les causes pourquoi, & d'où vient la proportion d'entre les sinus & lignes, par lesquelles les termes incognus se trouvent: Apres, de quels angles ou costez il faut assembler, soustraire, multiplier ou diviser les sinus, & combien montent leurs sommes, restes, produits & quotiens, avec d'autres semblables choses touchant l'operation. Dequoi mon opinion estant differente, j'en diray mon advis ainsi: Soit ABCD la terre, dont le pole A, & l'equateur D B, sur lequel il y a deux villes E & F de diverse latitude & longitude cognuë: Je prens que la latitude de E soit G E 30 deg. & de F soit H F 50 deg. & la difference de leur longitude soit G H 70 degr. Ce qui



estant ainsi, on desire de sçavoir combien ces deux villes sont loing l'une de l'autre, il faut trouver l'arc E F: Pour à quoi parvenir je dis ainsi: Puis que G E & H F sont 30 degr. & 50 degrez, leurs arcs de complement E A, F A sont 60 degrez & 40 degrez. Apres G H faisant 70 degr. comme grandeur de l'angle G A H, doncques le mesme angle G A H, ou E A F, fait 70 deg. Tellement que A E F est un triangle avec trois termes cognus, à sçavoir deux costez E A, F A, & l'angle A. Or si pour trouver E F (qui se cognoit par la 40 proposition des triangles spheriques) en operant on veut deduire la raison en laquelle ceste operation est fondée, avec les nombres susdits en la maniere de l'operation, voyez combien il faudroit de paroles, pour bien exprimer cela, veu tant de divers theoremes au

traicté des triangles precedent l'un engendrant l'autre, avant que finalement on aye un probleme à la ſuſdite 40 propoſition, qui declare la propre operation. Et poſé le cas que cela fut aſſez expres en chaque exemple, mais qu'eſt-il de beſoing? Qu'eſt-ce autre choſe qu'une narration ſans ordre, de ce qu'auparavant avec bon ordre & beaucoup meilleure diſtinction a eſté apprins en general, ou là où il pouvoit utilement avoir eſté apprins. Nous ne ferons point doncques ici telle narration, mais dirons ſeulement que puis que A E F eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir E A 60 deg. A F 40 deg. & l'angle E A F 70 deg. le coſté E F par la 40 propoſition des triangles ſpheriques fait 51 deg. 1 ①, tenant icelle concluſion pour certaine, & demonſtrée en la propoſition dont a eſté tirée l'operation, comme le ſemblable eſt auſſi commun ailleurs. Par exemple, quand à trois nombres donnez on veut un quatrieſme proportionnel, ſi à chaque fois on repetoit les nombres de l'operation, & comment on multiplie & diviſe, avec les demonſtrations d'iceux, ce ſeroit à la verité evidemment un long & faſcheux ouvrage ſans ordre, veu qu'il faut ſçavoir en general la multiplication & diviſion, devant qu'on vienne à ſon uſage particulier. Et ainſi auſſi de la matiere des triangles. Parquoi celuy qui ſe veut addonner à l'uſage d'icelui, doit premierement entendre comment il trouvera par trois termes cognus en quelque traicté des triangles, un exemple imitable; car faiſant au contraire, les choſes qui ſont notoires d'elles meſmes, & preſques entenduës avant que commencer l'operation, ſemblent avoir des difficultez incomprehenſibles.

Il eſt bien vray que *Ptolemée* par tout a eſté aucunement contraint à la ſuſdite longue narration, d'autant que ſon traicté des triangles eſtant fort briefvement deſcrit, n'eſtoit point diſtribué en propoſitions, auſquelles à chaque fois il eut peu renvoyer l'Operateur; mais cela ne nous ſemble point un ſtile Mathematique qu'on doive imiter, comme il n'a ſemblé auſſi à *Regiomontanus*, & à d'autres venus apres luy, qui ont deſcrit ceſte matiere avec un ordre *d'Euclides* (qu'on pourroit bien appeller, peut eſtre, l'ordre du temps ſage.) A ſçavoir apres des definitions neceſſaires avec propoſitions diſtinctes dont les precedentes ſervent d'inſtruction par membres aux ſuivantes. Quant à *Copernicus*, il ne fait point entierement par tout la ſuſdite longue narration, ains envoye aucunesfois l'Operateur à quelque certaine propoſition de ſon traicté des triangles. Mais ce long recit que luy & quelques autres delaiſſent aucunesfois, nous n'en uſerons cy apres nulle part, car nous avons formé noſtre traicté des triangles ſelon noſtre pouvoir, afin qu'on s'en puiſſe ſervir en telle façon.

Juſques ici eſt declaré l'ordre qui pour maintenant m'aggreoit le mieux: Et combien qu'il eſt raiſonnable, que qui en ſçait un meilleur, le ſuive, toutesfois il eſt equitable de bien declarer mon intention, de ce en quoi je veux eſtre entendu. Nous viendrons doncques à la choſe, là où les exemples de SON EXCELLENCE meſme, apres qu'il avoit exactement entendu le ſuſdit traicté des triangles, ont eſté calculez, & quelques uns inventez.

A ceci nous choiſirons des exemples du 1 & 2 livre de *Ptolemée*, commençant au 13 chapitre du premier.

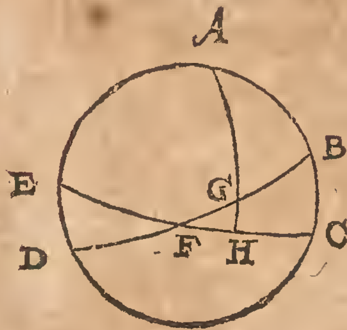
Quant aux autres douze precedens ils ſont des proprietez naturelles de la terre. Auſſi du traicté des triangles deſcrit briefvement ſelon la maniere qu'alors luy eſtoit cognuë, duquel traicté ayant premierement par les Arabes, & puis apres par les Allemans eſté donnée grande facilité & commodité, laquelle ſelon noſtre ſtile & pouvoir eſt deſcrite au precedent, nous paſſons outre leſdits 12 chapitres.

S'enſuivent les Problemes.

PROBLEME I.

Estant cognuë la longitude au regard de l'ecliptique, d'un poinct donné en l'ecliptique: Trouver ſa latitude au regard de l'equateur. [13 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit A B C D E le meridien, dont le pole eſt A, & B D ecliptique, C E equateur, F ſection vernale, F B, F C chacun 90 degr. G un poinct en l'ecliptique dont la longitude eſt l'arc F G de 30 degr. B C 23 degr. 51 ① 20 ②.



Le requis. Il faut trouver de quelle grandeur eſt l'arc G H.

CONSTRVCTION.

Veu que F G fait 30 deg. & que A H eſt le meridien ſur l'equateur C E, l'angle G H F eſt droit, & faiſant B C 23 degr. 51 ① 20 ②, l'angle B F C, ce G F H eſt auſſi autant, parquoi G H F eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux angles & l'hypothenuſe, par leſquels cerché le coſté de l'angle droit G H par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 11 deg. 39 ① 59 ② 21 ③.

Concluſion. Eſtant doncques cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique, nous avons trouvé ſa latitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Par ceci eſt notoire comment on fera la table de la latitude du Soleil au regard de l'equateur de degré en degré, que *Ptolemée* applique en ceſt endroit.

PROBLEME II.

Estant cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique: Trouver ſa longitude au regard de l'equateur. [14 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit en la figure du premier probleme le poinct G en l'ecliptique, dont la longitude au regard d'icelui ecliptique, qui eſt de la ſection vernale F juſques à G, fait 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la longitude au regard de l'equateur du poinct G, qui eſt l'arc F H.

CONSTRVCTION.

A cauſe des raiſons declarées en l'operation du premier probleme GHF eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir GHF droit, GFH 23 deg. 51 ① 20 ②, & GF 30 deg. Dequoi cerché le coſté de l'angle droit FH par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 27 deg. 50 ① 6 m.

Concluſion. Eſtant doncques cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique, nous avons trouvé ſa longitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Par ceci eſt notoire comment on fera la table de la longitude au regard de l'equateur de l'ecliptique, que *Ptolemée* applique à ceſt endroit.

PRO-

Probleme III.

E*Stant cognu le plus long jour: Trouver l'arc de l'horizon comprins entre l'equateur & l'ecliptique.* [2 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit A B C D un meridien, A, C, les deux poles, D B l'equateur, E F l'horizon, coupant l'equateur DB en G, apres HI est un cercle parallele avec l'equateur par le 90 degré de l'ecliptique, coupant E F en K, tellement que GK est l'arc donné de l'horizon cóprins entre l'equateur B D, & l'ecliptique HI: Le plus grand jour fait $14\frac{1}{2}$ heures, dont la moitié pour l'arc DL 108 deg. 45 (1).

Le requis. Il faut trouver l'arc G K.

Constrvction.

Veu que D L fait 108 deg. 45 (1), j'en soustrais D G 90 deg. reste pour G L 18 deg. 45 (1). Et K L, comme la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur, fait 23 deg. 51 (1) 20 (2), & l'angle KLG est droit. Tellement que K L G est un triangle avec trois termes cognus, à sçavoir deux costez comprennans un angle droit: Par iceux cerché le troisiesme costé K G, se trouve par la 33 proposition des triangles spheriques de 30 deg.

Conclusion. Estant doncques cognu le plus long jour: Nous avons trouvé l'arc de l'horizon comprins entre l'equateur & l'ecliptique, selon le requis.

Conseqvence.

L'arc G K se nomme aussi latitude du lever du Soleil, par où est notoire que de chaque poinct de l'ecliptique on pourra trouver la latitude du lever: car trouvé par le 1 probleme sa latitude, au regard de l'equateur plus petite que K L, & estant cognue la longueur d'icelui jour, on y procede comme avec la mesme KL. Par lequel est notoire comment on en peut faire des tables, servantes à tous degrez de l'ecliptique.

Il est aussi manifeste comment par la plus grande latitude du lever G K, on peut trouver le plus long jour, car alors seront cognus les deux angles L, G, du triangle rectangle K L G, avec l'hypothenuse K G, parquoi avec iceux cerché le costé LG par la 34 proposition des triangles spheriques, & adjousté à GD 90 deg. on a LD, duquel chaque 15 deg. font une heure.

Et par semblable raison on voit comment se peut trouver par le cognu D L & G K, la latitude du Soleil au regard de l'equateur, comme L K.

Probleme IV.

E*Stant cognu le plus long jour: Trouver l'elevation du pole.* [3 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit le donné du 3 probleme cy dessus le donné.

Constrvction.

Veu que le costé L G du triangle rectangle K L G, fait, comme y a esté dit, 18 deg. 45 (1), KL 23 deg. 51 (1) 20 (2), & l'angle K L G droit, c'est donc un triangle rectangle avec deux costez cognus, comprenans l'angle droit, par iceux cerché l'angle K G L, qui est aussi l'angle FGB, se trouve par le 1 exemple de la 33 proposition des triangle spheriques, de 53 deg. 59 (1): Mais FB est la grandeur de l'angle F G B, parquoi F B fait 53 deg. 59 (1), iceux soustraits de A B 90 deg. reste pour la requise elevation A F du pole A 36 deg: 1 (1).

Conclusion. Estant doncques cognu le plus long jour, nous avons trouvé l'elevation du pole, selon le requis.

Conseqvence.

Il est notoire comment on trouvera par l'elevation du pole A F, & la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur K L, la latitude du lever du Soleil G K, & autres semblables.

Le 4, 5, & 6 chapitre *d'Almageste* traictent de la grandeur des ombres meridionales, laquelle chose estant assez cognuë à ceux qui sont mediocrement versez en la mathematique, nous passons outre ces chapitres, & commencerons à ce 7.

Probleme V.

E*Stant donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon: Trouver l'arc de l'equateur entre la section vernale & l'horizon.* [7 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit A B C D un meridien, D B l'horizon, B E 36 degr. elevation du pole, A C equateur, F G ecliptique, H section vernale, H I 30 deg. pour l'arc de l'ecliptique entre la section vernale, & l'horizon, & H K l'arc de l'equateur entre la section vernale, & l'horizon.

Le requis. Il faut trouver de quelle longueur est H K.

Preparation. Soit tiré un cercle E L par le poinct I coupant A C en M.

Constrvction.

Le triangle H M I a trois termes cognus, à sçavoir l'angle H M I droit, M H I 23 deg. 51 (1) 20 (2), & l'hypothenuse H I 30 degr. par iceux cerché le costé de l'angle droit H M, se trouve par la 32 proposition des triangles spheriques, de 27 deg. 50 (1). Puis apres je cerche par le 1 probleme precedent l'arc M I latitude au regard de l'equateur du poinct I de l'equateur A C, & le trouve de 11 degr. 40 (1), apres du quart de cercle E C, soustrait E B 36 degr. reste B C 54 degr. pour la grandeur de l'angle BKC, qui est pour l'angle IKM du triangle K M I, dont l'angle M est droit. Tellement que K M I est maintenant un triangle avec trois termes cognus, à sçavoir M I, I K M, K M I, par iceux cerché le costé de l'angle droit K M par la 35 proposition des triangles spheriques se trouve de 8 degr. 38 (1), iceux soustraits de H M, trouvé ci dessus de 27 deg. 50 (1), reste pour le requis H K 19 deg. 12 (1).

Conclusion. Estant doncques donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon, nous avons trouvé l'arc de l'equateur, entre la section vernale & l'horizon, selon le requis.

Conseqvence.

Au premier il est notoire comment par E B & H K cognus, sera trouvé H I.

Au second, comment on trouvera par H K & H I cognus, l'elevation E B du pole E.

Au troisiesme, comment on trouvera par quelques termes cognus des susdites manieres, le plus long jour, car à MK 8 deg. 38 ①, adjousté KA 90 deg. font ensemble 98 deg. 38 ①, dont le double 197 deg. 16 ①, est un arc de 13 heures 9 ①.

Au quatriesme, on peut sçavoir à quelle heure vient en l'horizon un poinct proposé de l'ecliptique auquel le Soleil est apparemment; car KM 8 deg. 38 ①, & reduit en heures, font o heures 35 ①, & autant de matin devant six heures, qui est à cinq heures 25 ①, viendra le 30 degr. de l'ecliptique comme le poinct I, en l'horizon.

Au cinquiesme est notoire comment on pourra faire tables des precedentes manieres servantes à divers horizons, comme *Ptolemée* a fait en ce lieu.

Le 8 & 9 chapitre *d'Almageste* ne contenant point ce que nous avons proposé de descrire ici, nous les passerons outre, & viendrons au 10.

Probleme VI.

Estant donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & le meridien: Trouver l'angle comprins entre icelui ecliptique & meridien. [10 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCD un meridien, AC l'ecliptique, DB l'equateur, E la section vernale, AE, l'arc de l'ecliptique 30 deg.

Le requis. Il faut trouver l'angle EAB.

Constrvction.

Veu que ADE est un triangle avec trois termes cognus, comme ADE droit, AED 23 deg. 51 ① 20 ②, & AE 30 deg. je trouve avec cela par la 36 proposition des triangles spheriques, l'angle DAE de 69 deg. 3 ①, iceux soustraits de 180 degr. reste pour l'angle requis EAB 110 deg. 57 ①.

Conclusion. Estant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & le meridien, nous avons trouvé l'angle comprins entre icelui ecliptique & meridien, selon le requis.

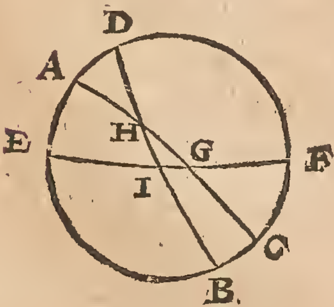
Probleme VII.

Estant donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur: Trouver l'angle comprins entre icelui ecliptique & l'horizon. [11 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCD un meridien, dont l'horizon EF, ecliptique AC coupant EF en G, & DB soit l'equateur coupant AC en H comme section vernale, & EF en I, & GH face 30 degr. & son elevation dessus l'horizon soit ED 54 deg.

Le requis. Il faut trouver l'angle AGE.

Constrvction.



Veu que HGI est un triangle avec trois termes cognus, comme GH 30 degr. GHI 23 deg. 51 ① 20 ②, HIG 126 degr. (car DI, EI font chacun 90 deg. & l'arc ED 54 deg. dont le complement de demicercle est 126 degr. parquoi l'angle DIF, qui est aussi HIG fait 126 deg.) je trouve avec iceux par la 41 proposition des triangles spheriques l'angle HGI, qui est aussi l'angle requis AGE de 32 deg. 10 ①.

Conclusion. Estant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur, nous avons trouvé l'angle comprins entre icelui ecliptique & l'horizon, selon le requis.

Probleme VIII.

Estant cognuë l'elevation du pole avec le lieu du Soleil apparemment en l'ecliptique, & l'heure du jour: Trouver la hauteur du Soleil dessus l'horizon: Aussi l'angle de l'arc & de l'ecliptique. [12 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCD un meridien, DB l'horizon, E le pole Septentrional, levé au dessus de B 36 deg. F le pole Meridional, AC l'equateur, coupant DB en G, & HI l'ecliptique coupant DB en K; apres, L est section automnale, M le Soleil, dont la longitude apparemment au regard de l'ecliptique soit 90 deg. & soit onze heures devant midi, à sçavoir le Soleil une heure distant du meridien, ce qui en la figure s'entend ainsi: soit tiré de l'un pole E jusques à l'autre F, l'arc EMF, il coupe l'equateur AC en N, tellement que AN fait une heure, qui est 15 deg. Apres, du poinct vertical O, tombe par M l'arc vertical OP.



Le requis. Il faut trouver l'arc MP, elevation du Soleil au dessus de l'horizon: Aussi l'angle HMO, fait de l'arc vertical MO, & de l'ecliptique MH.

Constrvction.

OME est un triangle avec trois termes cognus, car OE arc de complement de EB 36 deg. fait 54 deg. & ME arc de complement de 23 deg. 51 ① 20 ②, fait 66 deg. 8 ① 40 ②, & l'angle OEM 15 deg. (car AE, NE faisant chacun 90 deg. AN 15 deg. est la grandeur de l'angle AEN de 15 deg. mais AEN ou OEM est un mesme angle, pourtant comme il a esté dit, l'angle OEM fait 15 deg.) Parquoi de ce triangle OEM cerché par la 40 proposition des triangles spheriques le costé OM, se trouve de 17 degr. 46 ①, iceux soustraits de OP 90 degr. reste pour l'arc requis MP 72 deg. 14 ①.

Et d'icelui triangle OEM cerché l'angle OME, il se trouve de 43 deg. 21 ①, iceux soustraits de HME faisant en cest exemple 90 deg. reste pour l'angle requis HMO 46 deg. 39 ①.

Conclusion. Estant doncques cognuë l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique, & l'heure du jour, nous avons trouvé l'elevation du Soleil dessus l'horizon; Aussi l'angle de l'arc vertical & de l'ecliptique, selon le requis.

Conseqvence.

Premierement, si l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique & son elevation dessus l'horizon estoit cognuë; il est notoire comment on trouvera l'heure du jour, car alors seront cognus au triangle OME les trois termes OE, ME, OM, avec iceux trouvé l'angle OEM par la 43 proposition des triangles spheriques, les degrez d'icelui sont aussi pour l'arc AN, lesquels reduits à des heures, on sçait combien il y a du midi.

Secon-

Secondement, si l'elevation du pole, l'heure du jour, & hauteur du Soleil dessus l'horizon estoit cognuë, il est manifeste comment on trouvera le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique; car alors seront cognus au triangle O M E les trois termes O E, O M, O E M, avec iceux trouvé le costé E M par la 40 proposition des triangles spheriques, & iceux soustraits de E N 90 deg. le reste est pour M N declination du Soleil de l'equateur, laquelle estant cognuë, le triangle M L N a trois termes cognus, à sçavoir l'angle M N L droit, l'angle M L N 23 deg. 51 ① 20 ②, & le costé M N: Par ceci cerché le costé L M, se trouve par la 35 proposition des triangles spheriques pour le requis.

Au troisiesme, si en l'ecliptique estoit cognu le lieu du Soleil, l'heure du jour, & hauteur du Soleil, il est manifeste comment on trouvera l'elevation du pole, car alors seront cognus au triangle O M E les trois termes O M, M E, O E M, avec iceux trouvé le costé O E par la 40 proposition des triangles spheriques, & iceux soustraits de O B 90 deg. le reste est pour E B elevation requise du pole.

Au 4, si on vouloit sçavoir quel degré de l'equateur est au meridien, on adjouste A N à NL, & on parvient au requis.

Semblablement pour sçavoir quel degré de l'ecliptique est au meridien, on trouve le costé H L par les trois termes cognus du triangle H A L, à sçavoir A L, H A L droit; A L H angle automnal, & on parvient au requis.

Le degré de l'equateur en l'horizon au lieu de G est aussi cognu; car de A cognu jusques à G, il y a 90 deg. Semblablement se peut aussi cognoistre le degré de l'ecliptique K en l'horizon D B par le 5 probleme de ce livre.

Au 5, il est manifeste comment on trouvera la longueur ou durée du crepuscule sur un jour donné, & l'elevation du pole; Car estant mis le poinct opposite du Soleil autant dessus l'horizon que le Soleil y est dessous au commencement ou à la fin du crepuscule, ce qui se prend communement à 18 degr. puis trouvé combien de temps ou degrez ce poinct est de l'horizon, on a le requis.

NOTEZ.

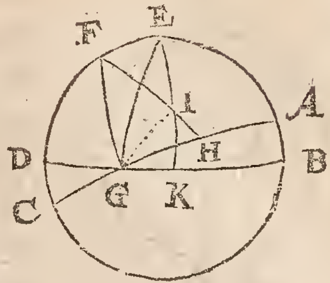
Comme SON EXCELLENCE estimoit que l'ordre naturel requeroit, que joignant l'invention de la hauteur du Soleil par l'heure du jour cognuë, aussi au contraire on devroit trouver l'heure du jour, par la cognuë hauteur du Soleil: Duquel par *Ptolemée* ni ses interpretes, nommement *Regiomontanus*, *Copernicus*, & *Osvvaldus*, n'estant fait mention, nous avons choisi une maniere d'operation comme dessus, consistante en l'assomption des arcs de complement des termes cognus, par la reprinse desquels chaque terme des quatre se cognoist si manifestement par les autres trois, que nous n'avons point estimé necessaire d'en faire de problemes particuliers, mais en ce lieu mettre les susdites consequences.

PROBLEME IX.

Estant cognuë la longitude & latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique: Trouver sa longitude & latitude au regard de l'equateur.

Le donné. Soit A B C D un cercle, tendant par les deux poles, comme E de l'equateur D B, & F de l'ecliptique A C, & soit G la section vernale: Apres y est tiré l'arc de F jusques à H en l'ecliptique, auquel arc F H est une estoile I, tellement que l'arc H I est sa latitude de 12 deg. & G H sa longitude au regard de l'ecliptique de 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la longitude & latitude de l'estoile I au regard de l'equateur.



Preparation. Je tire de E par le poinct I jusques en l'equateur l'arc E K, puis apres E G, tellement que I K est latitude de l'estoile I, & G K sa longitude au regard de l'equateur, lesquels deux arcs estant trouvez, on aura le requis.

CONSTRVCTION.

Le triangle E F I a trois termes cognus, F E 23 deg. 51 ① 20 ②; F I 78 deg. arc de complement de I H 12 deg. Apres l'angle E F I 60 deg. comme angle de complement de G F H 30 deg. Avec iceux cerché par la 40 proposition des triangles spheriques le costé E I, se trouve de 67 deg. 10 ①, iceux soustraits de E K 90 deg. reste pour la requise latitude I K, au regard de l'equateur 22 deg. 50 ①. Puis apres cerché l'angle F E I, se trouve de 113 deg. 13 ①, d'iceux soustrait l'angle droit F E 90 deg. reste pour l'angle G E K 23 deg. 13 ①, ce qui est aussi pour la requise longitude G K.

Conclusion. Estant doncques cognuë la longitude & latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé sa longitude & latitude au regard de l'equateur, selon le requis.

NOTEZ.

Copernicus au 4 chapitre de son 2 livre a fait une autre façon d'operation que la precedente. SON EXCELLENCE y a encore remarqué une autre maniere de ceste qualité. Estant tiré l'arc G I, alors I H G est un triangle avec trois termes cognus, comme I H 12 degr. H G 30 deg. & l'angle I H G droit. Avec iceux cerché l'hypothenuse I G, la trouvoit par la 33 proposition des triangles spheriques de 32 deg. 6 ①, & l'angle I G H de 23 deg. 2 ①, iceux adjoustés à l'angle H G K 23 degr. 51 ① 20 ②, font ensemble pour l'angle I G K 46 deg. 53 ① 20 ②: Tellement que I K G est un triangle rectangle avec trois termes cognus, à sçavoir I G 32 deg. 6 ①, I G K 46 deg. 53 ① 20 ②, & l'angle I K G droit, avec iceux cerché le costé I K par la 34 proposition des triangles spheriques, se trouve pour la requise latitude au regard de l'equateur de 22 deg. 50 ①. Et le costé G K pour la requise longitude au regard de l'equateur de 23 deg. 12 ①, comme dessus.

Toutesfois nous mettons au susdit probleme telle operation, pour suivre la commune reigle ci dessus mentionnée par un triangle qui se fait des arcs de complement des termes cognus.

PROBLEME X.

Estant cognuë la latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur: Trouver sa longitude au regard de l'ecliptique.

Copernicus lib 3. cap. 2. & autres depeschent ce probleme par sections communes du plan du meridien, & plans d'autres cercles à angle droit là dessus: Mais pour declarer ici plus amplement l'operation des triangles spheriques, & principalement la regle generale de l'assomption des arcs de complement des termes cognus, nous mettons ici cest exemple.

Le donné. Soit A B C D un cercle tendant par les deux poles comme E de l'equateur D B, & F de l'ecliptique A C, & ſoit G la ſection automnale, H une eſtoile, je prens l'eſpi de la Pucelle, par laquelle tend l'arc de F juſques à I en l'ecliptique, tellement que H I eſt la latitude de l'eſtoile au regard de l'ecliptique, faiſant 2 deg. Apres il y vient du pole de l'equateur E par le poinct H juſques en l'equateur l'arc E K. Tellement que H K eſt ſa latitude au regard de l'equateur, faiſant, comme le poſe *Copernique*, 8 deg. 40 ①.

Le requis. Il faut trouver l'arc de ſa ſection automnale G juſques à I, lequel eſtant cognu, la longitude requiſe eſt auſſi manifeſte.

Preparation. Soit tiré l'arc F G.

CONSTRVCTION.

Veu que H I fait 2 deg. ſon arc de complement H F fait 88 deg. apres, faiſant K H 8 deg. 40 ①, ſon arc de complement H E fait 81 deg. 21 ①, & F E egal à la declination ecliptique de l'equateur fait, comme *Copernique* l'a mis, 23 deg. 28 ① 30 ②; tellement que H F E eſt un triangle ayant trois coſtez cognus, avec iceux cerché l'angle HFE par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve de 72 deg. 37 ①, iceux ſouſtraits de l'angle droit G F E 90 deg. reſte pour l'angle G F I 17 deg. 23 ①, au lieu que *Copernicus* met 17 deg. 21 ①, à iceux adjouſtés 180 deg. pour le demicercle depuis la ſection vernale juſques à la ſection automnale G, vient pour la longitude requiſe 197 deg. 23 ①.

Concluſion. Eſtant doncques cognuë la latitude d'une eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, nous avons trouvé ſa longitude au regard de l'ecliptique, ſelon le requis.

CONSEQVENCE I.

Il eſt notoire que ſi on vouloit ſçavoir la longitude de l'eſtoile au regard de l'equateur, qu'il faudroit trouver l'angle HFE du triangle HEF, & d'icelui ſouſtrait l'angle droit G E F 90 deg. le reſte ſeroit le requis.

Les trois ſuivantes conſequences ont eſté inventées par SON EXCELLENCE.

CONSEQVENCE II.

Il eſt manifeſte, que ſi par la longitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa latitude au regard de l'ecliptique & de l'equateur, qu'alors il faudroit ſouſtraire de l'angle droit G F E, l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude donnée au regard de l'ecliptique G I, & avec cela ſera cognuë l'angle H F E du triangle H E F. Puis apres à l'angle droit F E G, adjouſté l'angle G E K, dont la grandeur eſt la longitude, au regard de l'equateur donnée G K, & par cela ſera auſſi cognu l'autre angle H E F du ſuſdit triangle H E F, & à cela encores le coſté cognu F E entre les deux poles; parquoi le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux cerché par la 42 propoſition des triangles ſpheriques, premierement le coſté F H, & icelui ſouſtrait de F I 90 degr. le reſte eſt pour H I latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'ecliptique.

Secondement trouvé le coſté E H, & icelui ſouſtrait de E K, le reſte eſt pour H K latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'equateur.

CONSEQVENCE III.

Il eſt manifeſte, que ſi par la longitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique, & latitude cognuë au regard de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa latitude au regard de l'ecliptique, & longitude au regard de l'equateur, qu'alors il faudroit du rectangle G F E ſouſtraire l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude donnée G I au regard de l'ecliptique, & avec cela ſera cognu l'angle HFE du triangle HEF: Puis apres la longitude cognuë donnée au regard de l'equateur H K, ſouſtraite de K E, le coſté HE demeure cognu, & à cela encores le coſté cognu F E entre les deux poles, alors le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux cerché par la 40 propoſition des triangles ſpheriques premierement le coſté F H, & icelui ſouſtrait de F I 90 degr. le reſte eſt pour H I latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'ecliptique. Secondement trouvé l'angle HEF, & d'icelui ſouſtrait G E F 90 deg. le reſte eſt pour l'angle G E K, dont la grandeur eſt la longitude requiſe au regard de l'equateur G K.

CONSEQVENCE IV.

Il eſt manifeſte, que ſi par la latitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique & longitude cognuë au regard de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa longitude au regard de l'ecliptique, & latitude au regard de l'equateur, qu'alors à l'angle cognu GEK (car ſa grandeur eſt la longitude cognuë au regard de l'equateur G K) adjouſté l'angle droit G E F, l'angle H E F du triangle H E F eſt cognu, comme auſſi eſt H F arc de complement de la latitude cognuë H I, au regard de l'ecliptique, & tiercement le coſté F E entre les deux poles: Tellement que le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux trouvé l'angle H F E, & icelui ſouſtrait de G F E 90 deg. le reſte eſt pour l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude requiſe G I au regard de l'ecliptique. Secondement trouvé le coſté H E, & icelui ſouſtrait de E K 90 deg. le reſte eſt pour la latitude requiſe au regard de l'equateur H K.

PROBLEME II.

Eſtant donnée la longitude & latitude de deux eſtoiles au regard de l'ecliptique: Trouver combien elles ſont diſtantes l'une de l'autre.

Le donné. Soit A B C D une ſphere celeſte dont l'ecliptique D B, la ſection vernale D, & pole A, apres ſoit E une eſtoile, dont la latitude G E 30 deg. & longitude D G 40 degr. Et F une autre eſtoile, dont la latitude H F 50 deg. & longitude D H 110 deg.

Le requis. Il faut trouver combien ces deux eſtoiles E, F, ſont diſtantes l'une de l'autre, à ſçavoir, la grandeur de l'arc E F. *Preparation.* Soient produits G E, H F, juſques au pole A.

CONSTRVCTION.

Veu que G E, H F, font 30 deg. & 50 deg. leurs arcs de complement E A, F A font 60 degr. & 40 degr. Apres D G 40 deg. ſouſtrait de D H 110 deg. reſte G H 70 deg. pour grandeur de l'angle G A H, ou E A F du trian-

triangle E A F. Tellement que E A F est un triangle avec trois termes cognus, à sçavoir deux costez E A, F A, comprennant l'angle cognu A. Avec iceux cerché le costé E F par la 46 proposition des triangles spheriques, se trouve pour le requis de 51 deg. 1 ①.

Conclusion. Estant doncques donnée la latitude & longitude de deux estoiles au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé combien elles sont distantes l'une de l'autre, selon le requis.

CONSEQVENCE I.

S'il estoit cognu combien les susdites estoiles E, F sont distantes l'une de l'autre avec leur latitude seulement, il est notoire que la difference de leur longitude, comme G H se peut trouver; car alors seront cognus les trois costez du triangle A E F, avec iceux cerché par la 43 proposition des triangles spheriques, l'angle A, on a le requis, car la grandeur d'icelui est pour l'arc requis G H.

CONSEQVENCE II.

Si la latitude de l'une estoile, comme par exemple de E estoit cognuë, & l'arc de l'une à l'autre comme E F, avec la difference de leur longitude G H: il est manifeste que la latitude de l'autre estoile se peut trouver, car le triangle A E F aura alors trois termes cognus, comme deux costez A E, E F, & l'angle E A F, avec iceux trouvé le costé A F par la 39 proposition des triangles spheriques, on a le requis.

CONSEQVENCE III.

Si la longitude & latitude estoit donnée de trois ou plusieurs estoiles, il est manifeste qu'on trouvera chaque arc de l'une à l'autre avec les autres qualitez semblables à celles de la 1 & 2 consequence.

PROBLEME XII.

Estant données deux paires d'estoiles de latitude & longitude cognuës, situées en deux divers plus grands cercles, & encores une cinquiesme estoile en la section commune de ces deux cercles: Trouver combien la cinquiesme estoile est distante d'une des quatre.

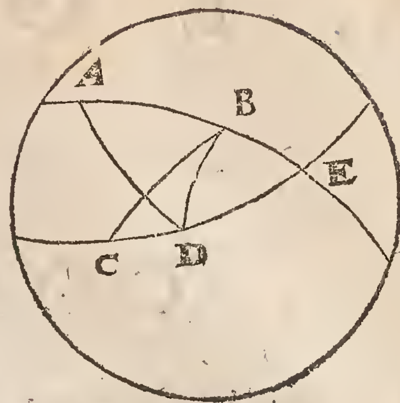
Le donné. Soient AB & CD deux paires d'estoiles de longitude & latitude cognuës, estant en deux divers grands cercles, & encores une cinquiesme estoile E en la commune section des deux cercles.

Le requis. Il faut trouver combien l'estoile E est distante de D.

CONSTRVCTION.

L'arc A D avec B D se cognoist par le 11 probleme, & B D par le donné, tellement que le triangle A B D a trois costez cognus, avec iceux trouvé l'angle A B D par la 43 proposition des triangles spheriques, & icelui soustrait de 180 deg. l'angle E B D demeure cognu: Et semblablement sera aussi cognu l'angle EDB, tellement que le triangle B D E aura trois termes cognus, avec iceux trouvé le costé D E par la 42 proposition des triangles spheriques, on aura le requis.

Conclusion. Estant donc données deux paires d'estoiles de latitude & longitude cognuës, situées en deux divers plus grãds cercles, & encore une cinquiesme estoile en la section cõmune de ces deux cercles, nous avons trouvé combien la cinquiesme est distante d'une des quatre, selon le requis.



NOTE.

Tels exemples peuvent venir à propos, quand on voit au ciel trois estoiles comme A B E accorder sur une droite ligne, & semblablement aussi les trois estoiles C D E, car alors l'estoile E est en la commune section de deux cercles, & l'arc entre elle & une des autres se peut trouver comme dessus.

PROBLEME XIII.

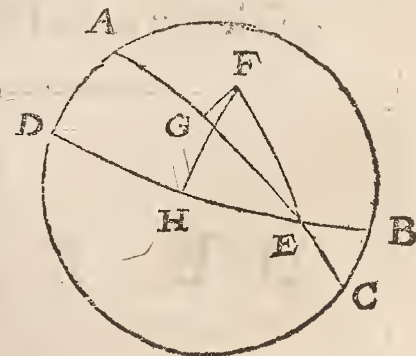
Trouver l'heure du jour par une estoile.

Le donné. Soit A B C D un meridien, A C l'ecliptique, D B l'equateur, E la section vernale, F une estoile, dont la latitude au regard de l'ecliptique F G, la longitude au regard de l'ecliptique E G.

Le requis. Il faut trouver l'heure du jour.

CONSTRVCTION.

Je trouve par le 9 probleme de ce livre, la latitude de l'estoile au regard de l'equateur F H, & la longitude au regard de l'equateur E H; Ce qui estant ainsi, FHE est un triangle rectangle, avec trois termes cognus, à sçavoir FH, EH, & l'angle FHE droit, avec cela je trouve par la 33 proposition des triãgles spheriques, l'angle FEH & le costé FE. Ce qui estant ainsi, je considere F E comme pour ecliptique, dont l'angle vernale F E H, & F comme pour Soleil, puis je trouve avec cela l'heure du jour par le 8 probleme de ce livre: Mais veu que la vraye heure est autant plus tempre, que celle-ci, que la longitude du Soleil au regard de l'equateur, est plus grande que la longitude de ceste estoile au regard de l'equateur, je soustrais tousiours la longitude de l'estoile au regard de l'equateur, de la longitude du Soleil au regard de l'equateur (laquelle si elle estoit plus petite j'y adjouste selon le commun usage 360 deg.) le reste des degrez me monstre la quantité des heures qu'il me faut soustraire des heures trouvées de l'estoile.



Conclusion. Nous avons donc trouvé l'heure du jour par une estoile, selon le requis.

Fin du quatriesme livre.

GEOGRAPHIE,

Qui est

La deuxiesme partie de la

COSMOGRAPHIE.

Traduicte avec les suivants, par ALBERT GIRARD Mathematicien, avec ses Annotations necessaires.

ARGUMENT de la GEOGRAPHIE.

Combien que la description de la Terre, selon le commun jugement de plusieurs, traicte principalement de la forme & diversité des Regions, Mers, Fleuves, Montagnes, Bois, Villes, Villages, & Fruicts d'un chacun d'iceux en particulier, du Bestial, des Marchandises, metaux, & choses semblables : Si est-ce que toutesfois nous n'en ferons aucune mention icy, puis que SON EXCELLENCE *à fueilleté plusieurs Autheurs sur ce subject, mais seulement de ce qui jusques à present n'a esté mis en lumiere, ou s'il y a esté, nous l'avons redigé selon nostre stile ; le tout comprins en six livres, desquelz*

Le premier contient les Definitions en general de la Geographie, ou description de la Terre.

Le second du changement & mouvement de sa matiere.

Le troisiesme de la hauteur des nuées & vapeurs.

Les livres suivans sont pour l'Hydrographie.

Le quatriesme des rombs.

Le cinquiesme de la maniere de trouver les havres & ports de mer.

Le sixiesme de la theorie du flux & reflux de la marée.

PREMIER LIVRE
DE LA GEOGRAPHIE.
De ses Definitions en general.

Argument de ce premier livre.

Veu que nostre opinion touchant la qualité de la Terre & du [equateur terrestre] *Metoyen, item du commencement de la longitude de la Terre, & du jour Geographique, a en soy quelque chose de propre qui requiert sa declaration particuliere, nous en escrirons les cinq definitions suivantes en ceste premiere partie, avec une sixiesme du Siecle sage ; pource qu'iceluy sera aucunesfois cité. Puis apres suivra une declaration, comment il semble que l'on pourroit projecter ou autant entreprendre, qu'avec le temps on puisse parvenir en telles sciences comme sont esté celles du Siecle sage, & en si haut degré.*

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

Terre est ceste lumiere mondaine mouvante que nous habitons, & la huictiesme Planete, conjoincte au nombre des autres sept.

Combien qu'il semble estre assez notoire à un chacun que c'est que la terre, toutesfois veu que la commune opinion d'une grande partie de ce temps, differe d'avec la commune opinion d'une moindre, laquelle toutesfois nous estimons mieux entendre la chose, dont avons definy la terre comme dessus. Pour en faire plus ample declaration d'icelle, & premierement, que c'est un astre. Posez le cas que quelqu'un estant sur le corps de la lune regarde devers la terre ; ainsi que nous estans sur la terre, regardons vers la lune ; Ce qu'estant ainsi les qualités de la terre luy apparoissantes, auront grande communauté avec les qualitez de la lune veuë de nous : Car ainsi comme environ la moitié de la lune, qui est esclairée du soleil, nous est reluisante, ainsi pareillement

lement faut qu'environ la moitié de la terre qui est esclairée du soleil, lui apparoisse reluisante, & encore plus claire que la lune; nommement és lieux de la terre où est l'eau, pource que la reflexion du soleil sur l'eau, est presque aussi claire que le soleil mesme. Secondement, comme la lune à nostre veuë, a des taches plus obscures que le reste, ainsi la terre auroit à sa veuë quelques taches là où est le sec, moins claires que le reste où est l'eau. Tiercement, tel changement que nous voyons de nouvelle lune, pleine lune, premier & dernier quartier de lune, tels changemens verra-il (afin que suivions les noms de la lune) nouvelle terre, pleine terre, premier & dernier quartier de la terre. En quatriesme lieu, comme nous voyons eclipse de lune & de soleil, ainsi verra-il eclipse de la terre & du soleil; car quand il fait eclipse de soleil à nous, il verra l'eclipse de terre; & ce qui nous est eclipse de lune, luy sera eclipse de soleil. Toutesfois il se trouve ceste difference; la lune se voit de la terre tousiours sur un mesme costé, comme tesmoignent ses taches obscures: mais la terre se demonstre au spectateur sur la lune, à chaque heure avec d'autres taches, pource qu'à toutes heures apparoissent devant luy autres regions & mers: tellement qu'il verroit de semblables changemens en la terre, comme quelqu'un estant sur le soleil verroit en la lune, laquelle tous les mois feroit un tour devant luy, tous les jours monstrant des autres taches, ce que nous voyons expressement alors que de jour à autre, une autre partie se tourne vers le soleil. Notez encor que ceste apparition de la terre à quelqu'un estant sur la lune, n'est la mesme à chaque 24 heures, mais surviennent des changemens desreiglez pour deux diverses raisons; l'une que le spectateur sur la lune verra aucunesfois la terre sur la partie Septentrionale, autrefois sur la Meridionale: l'autre que les nuées qui souvent couvrent la mer, aucunefois la terre ferme seule, quelquefois l'une & l'autre, ou ny l'une ny l'autre, toutes lesquelles choses doivent donner changement à la couleur de la terre à la veuë d'icelui spectateur.

Or touchant ce que quelqu'un pourroit remonstrer, que le dessus de l'eau de la mer estant une superfice spherique, & pour autant que l'image du soleil ne se monstreroit au spectateur sur la lune qu'un fort petit poinct, sans faire reluire toute l'eau entiere; Certes cela arriveroit ainsi quand l'eau se tiendroit calme & coye, comme l'on peut voir par exemple és miroirs spheriques là où le soleil luit dessus, dont les raisons seront enseignees cy apres aux Catoptriques: mais l'eau n'estant du tout coye, car par le vent elle est esmeuë, & fait les ondes, grandes ou petites; alors chaque onde & ondelette a sa particuliere image sur quelque costé, lesquelles toutes ensemble font une reluisance de tous costez, comme l'on peut voir par exemple és ondes là où le soleil luit dessus.

Jusqu'icy est declarée la definition, contenant que la terre est une splendeur ou lumiere mondaine: Mais l'occasion pourquoy elle est dite se mouvoir, & la huictiesme planete avec les autres sept, cela apparoistra en la suivante description du cours des planetes.

Definition II.

Axe de la terre est ceste partie de l'axe de la sphere des estoiles fixes, que nous prenons par hypothese estre comprise en la terre.

De l'axe de la sphere des estoiles fixes, laquelle nous prenons icy (par position de terre immobile pour les raisons deduites devant la premiere definition du 4 livre du traicté des triangles) devoir passer par le centre de la terre; & partant une partie comprise en la terre sera appellée son axe. De là s'ensuivra que les deux extremitez du mesme axe, seront les poles de la terre.

Definition III.

Cercle metoyen de la terre est un cercle majeur descrit au milieu, entre les deux poles.

Comme estans menez quelques semimeridiens d'un pole à l'autre, nous appellons metoyen le cercle passant par le milieu d'iceux, (lequel est aussi par le milieu d'entre les poles) or que nous ne l'appellons selon la maniere commune, equateur ou equinoctial, est pource que equateur est toute autre chose, comme il appert par la 1 definition du 4 livre de la Trigonometrie; le commencement duquel ne convient qu'une fois en 24 heures avec le commencement du metoyen. On peut bien dire ce qui est au metoyen, estre sous l'equateur; mais afin de parler par raisons fermes sans aucune doute, les cercles divers requierent noms divers.

Definition IV.

Nous prendrons le semimeridien passant par el Pico de Teide in Teneriffa, *pour commencement de longitude terrestre.*

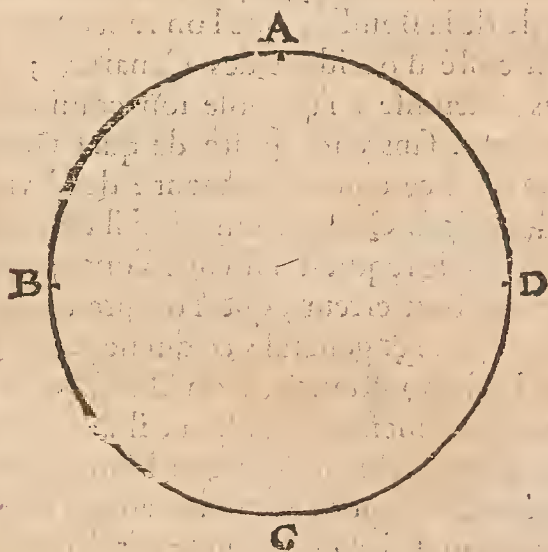
Les Geographes de ce temps ne s'accordent point, touchant la position du commencement de longitude, d'aucuns suivent *Ptolemée*, lequel le pose sur les Isles de Canaries: les autres ont esgard à la droite monstre septentrionale de la Boussole, que l'on rencontre premierement du costé d'occident des Canaries; dont ne convenans ensemble, l'un pose son commencement loing de l'autre, sans y adjoindre de quel Geographe il se sert quant à ce commencement; de là vient souvent des desordres. Ce qui estant ainsi il est certain que la raison naturelle requiert, afin que l'on s'entende l'un l'autre, & fuir tout erreur, que l'on prenne un commencement ferme & general; ce qui ne peut estre bien fondé sur la demonstrance de la Boussole. Car puis qu'elle ne suit un mesme meridien, il advient que par les observations faictes sur diverses latitudes, sont posés divers meridiens pour commencemens. D'autre costé, l'observation de l'esguille, faicte par divers observateurs en un mesme lieu, n'est si precise à pratiquer, ny si certaine qu'il n'y deffaille 1 ①, qui revient environ à 3000 pas. Et puis que l'esguille ne monstre rien à ceste fin qui soit assez ferme, la raison veut que l'on choisisse à cest effect, une place ferme & stable. Partant ce ne sera hors de propos de s'accorder en cela avec *Ptolemée*, lequel a prins une des 7 Isles de Canaries, qu'il appelle *Iuno*. Mais puis que le bout d'une Isle, differe en longitude à l'autre bout, il seroit bon de choisir une Isle où ce soit, & en icelle une perpetuelle place immobile, fort petite, & remarquable, qui ne nous cause erreur de 1 ①; car puis que les calculations des longitudes terrestres de villes & places sont faictes avec grand labeur jusques à 1 ①, certes ce sera raison que la position du commencement n'aye nulle 1 ① d'incertain. A ceste fin a esté posé le susdict *Pico de Teide*, estant une roche haute & fameuse, de la forme d'un pain de succre, & ce en *Teneriffa*, la plus grande, plus riche & meilleure Isle des 7 de Canaries comme le Seigneur *Melchior du Kerckhove* m'a dit de bouche, lequel est natif & nourry là mesme: Si quelqu'un sçavoit une autre place ferme, plus convenable, ce seroit raison de la choisir, mais il me semble qu'il est bon d'eviter la susdicte incertitude.

Defi-

DEFINITION V.

Iour Geographique est celuy qui prend son commencement, sur le commencement de longitude terrestre.

Quand les Geographes ne conviennent en un commun commencement de jour, qui soit entr'eux convenu, comme l'on peut sçavoir qu'ils n'ont jusques à present fait, alors il n'y aura nulle certitude de jour, és lieux qui different beaucoup en longitude. Par exemple, soit posé que quelqu'un en l'une des deux places qui different beaucoup en longitude, comme je prends *Hollande* & *China*, aye escrit quelques observations des astres, ou aye fait autres choses sur le 12 de May en l'an 1602: Je dis qu'il est incertain à ceux qui habitent en l'autre lieu en lisant le mesme, si c'estoit à eux le 12 ou 13 May. Et puis que de jour à autre les navigations sur la haute mer à l'entour de la terre ont grand accroissement par les Hollandois & Zelandois, il est notoire que d'icy peuvent survenir beaucoup d'incommodités, & nommément en matiere de Geographie & Astronomie, & que l'incertitude d'un jour pourroit emporter quant & soy beaucoup d'autres incertitudes, comme és observations des lieux des planetes faictes en diverses regions, differentes de beaucoup quant à la longitude, qui au parti de là, serviroit beaucoup à l'avencement de ces sciences, & à leur donner plus de stabilité; comme il en sera parlé plus amplement en son lieu. Mais pour venir à la declaration de la susdite incertitude de jour, soit donc A B C D un cercle du globe



terrestre parallel au meroyen, faisant chacun arc A B, B C, C D, D A, un quart de cercle: Là dessus que soyez par exemple en A: Ce qui estant ainsi posé, quand il est midy vers vous en A le 12 May, vous direz qu'il est au mesme instant 6 heures plus tard, à ceux qui habitent en B plus orientalement de vous, assavoir 6 heures du soir du 12 May; Et pour les mesmes raisons ceux-là en B diront qu'il est encore au mesme instant à ceux qui leurs sont plus orientaux, comme en C, 6 heures plus tard, assavoir minuict, comme commencement du 13 May: ce qu'accorderez estans en A. Ainsi donc estant venu sur l'un costé, de A orientalement par B jusques à C, nous viendrons maintenant par voye contraire de A occidentalement par D, vers C en ceste maniere: Quand il est midy chez vous, estant en A le 12 May, vous direz qu'il est 6 heures au mesme instant plus matin à ceux qui habitent plus vers l'occident en D; assavoir 6 heures de matin 12 de May, & pour semblables raisons ceux qui habitent en D, diront qu'à ceux qui sont en C, occidentalement au mesme moment, sera encor 6 autres heures plus matin, assavoir à minuict commencement du 12 May, ce qu'accorderez aussi estant en A. Mais vous avez concedé & affirmé qu'il est minuict en C, le commencement du 13 May: Pourtant ce ne sera de merveille si en vous contredisant, vous ne vous pouvez accorder avec les autres, aussi que les Portugais & Espagnols, les uns navigans orientalement, les autres occidentalement vers les Indes, sont en discord & different entr'eux d'un jour.

Les Geographes previendront cest accident en posant un commencement definy, lequel est prins raisonnablement au commencement de longitude du globe terrestre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser que telle chose ne seroit sans accident, pource qu'il se pourroit faire que deux lieux qui n'auroient qu'une heure de chemin de distance, & ce d'un costé & d'autre du commencement de longitude, differeroient incessamment d'un jour, ce qui en consideration politique apporteroit de l'incommodité; sur quoy on pourroit repliquer, que comme les Astronomes ont convenu entr'eux un ordre commun de 24 heures commençant à midy, laissant chacune nation en disposer comme il leur semble bon, les unes egales, les autres inegales, d'aucuns commençant à midy, d'autres au lever du soleil, les autres au coucher, & ainsi du reste, desquelles choses les Astronomes n'en sont empeschéz en matiere du cours des astres, & de mesme les Geographes en matiere de Geographie n'ont besoing de s'empescher, avec le commencement du jour de diverses nations, mais bien d'user en commun de leur jour defini propre: & ainsi que les Astronomes appellent leurs heures, heures Astronomiques, pour les diversifier des autres; de mesmes les Geographes pourront appeller ces jours en difference des autres, jours Geographiques.

DEFINITION VI.

Nous appellons siecle sage, celuy auquel les hommes ont eu une cognoissance admirable des sciences, ce que nous remarquons infailliblement par certains signes, toutesfois sans sçavoir qui se sont esté, où à quel lieu, ny quand.

Puis qu'assez souvent ne viendra mal à poinct de nommer ce mot inusité de *siecle sage*, & qu'aussi j'ay arresté de declarer en son lieu (assavoir au suivant renouvellement d'iceluy) comment selon mon advis l'on manieroit ceste affaire pour pouvoir parvenir jusques à une telle science, tant à l'Astronomie, comme à plusieurs autres matieres, ainsi que nous remarquons avoir esté autrefois entre les hommes, pourtant m'a-il semblé bon de definir ce temps là comme dessus.

Et pour amplifier la chose, voicy comment: c'est une chose venue en usage d'appeller *siecle barbare* ce temps là, qui depuis 900 ou mille ans en çà jusques à environ 150 ans passez, pource que les hommes avoient esté 7 ou 8 cens ans comme idiots, sans exercice des lettres & sciences: ce qui a pris son origine alors que les livres ont esté bruslez, par les troubles, guerres, & ruines; ce qui puis apres non sans grand travail, a esté remis en premier estat ou peu s'en faut; or ledit temps auparavant se pouvant nommer siecle sage au regard du susmentioné siecle barbare, toutesfois nous n'avons entendu à la definition d'un tel siecle sage, car les deux compris ensemble ne sont autres, que le vray siecle barbare, à comparaison de ce temps incogneu auquel nous remarquons iceluy avoir esté sans aucune doute; mais pour venir à la declaration de ces signes: Notez,

Premierement qu'entre les hommes il s'est trouvé une grande experience & cognoissance du cours du ciel, laquelle est presque venue à s'esteindre au temps d'*Hyparchus* & de *Ptolomée*, comme aussi ne se doivent tenir leurs

leurs escrits pour autres que reliques de ce qui avoit esté auparavant; car les premiers fondemens, par lesquels le contenu desdictes reliques fust inventé, (assavoir les Ephemerides) sont perdus, & depuis on n'en a point composé d'autres.

Quant au mouvement desreiglé des planetes, qui est appellé de *Ptolemée*, la seconde inegalité, laquelle (en son livre 5, chap. 4. & encore au chap. 2. du 9. livre,) il pretend avoir observé le premier; & ne peut remarquer icelle avoir esté touchée de ses devanciers, accusant souvent leur negligence, quant à l'observation du lieu & mouvement des lumieres celestes. Là dessus on respond, que les ancestres ont veu la mesme seconde inegalité, devant qu'il leur fust possible d'escrire si subtilement de la premiere inegalité, ou moyen mouvement des planetes, comme depuis iceluy *Ptolemée* les a receuës d'eux: & que pour parvenir à une tant belle invention, n'ont esté aucunement negligens, mais plus diligens qu'on n'a esté depuis le temps d'*Hyparchus*; & devant luy (quelque temps je ne sçay combien) jusques à present, l'on n'a conduit l'affaire d'un tel pied apres le siecle sage qu'alors on a fait, comme nous verrons cy apres.

Le precedent est confirmé en cela qu'on a trouvé quelques escrits en langue Arabique depuis le temps de *Ptolemée*, qui avoient esté en usage devant luy entre diverses nations, quant au faict des figures du globe celeste; qui estoient toutes autres, que celles qui sont communes aux Egyptiens; desquelles choses *Ptolemée*, ny *Hyparque* ne font aucune mention qui soit. De tels escrits, le noble & tresdocte Seigneur *Ioseph de la Scale* m'en a monstré quelques uns, en langue Arabique, ausquels estoient declarées ces figures, ou asterismes; & non pas seulement d'une façon, mais bien jusques à en pouvoir fournir 3 globes, toutes diverses. L'une maniere estoit appellée, asterisme selon les Indiens; desquels noms (combien que sans peinture) me souvient en avoir leu en un livre Latin de fort vieille impression, mais j'ay oublié le nom de l'Autheur, & aussi ne sçay-je où le livre est demeuré. J'ay veu une partie d'autres signes en peinture contre les parois d'une chambre, à la Court du Roy de Pologne en Craco, qui estoient de forme monstrueuse, dont les membres estoient composez de diverses especes d'animaux, & estoit escrit aupres *signa Hermetis*, c'est à dire les signes d'Hermes. Or comme j'ay dit, je n'ay pas trouvé, que *Ptolemée* aye fait mention d'aucuns des signes celestes dessusdits. D'où l'on pourroit conclure, qu'iceux ne luy sont venus entre les mains, & beaucoup moins les instructions du cours des astres que chaque nation avoit fondé là dessus, chacune selon sa maniere. Davantage les Astronomes ont bien sceu par cy devant, que la terre tournoit à l'entour du soleil, sans qu'aucune proposition d'iceux soient venuës entre les mains de *Ptolemée*; car s'il les avoit eu, c'est une chose certaine (selon que l'on peut juger de son entendement & raison quant au reste) qu'il auroit concedé le mouvement naturel descrit par les Astronomes experimentez, & avec cela auroit delaissé les premiers principes, ou seulement par maniere d'apprendre les auroit prins par hypothese. De ce mouvement du globe terrestre, se sont apperceu *Philolaus Pytagorien*, (comme dit *Plutarque*) & *Aristarque Samien* (comme tesmoigne *Archimedes* en son livre du nombre de l'Arene.) Mais que cela ne soit advenu au siecle sage, cela se remarque assez, comme il semble, par les mots d'*Archimedes* mesmes, qui contiennent comment *Aristarque* escrivist contre les Astronomes, qui disoient que le monde estoit un globe, le centre duquel & le centre de la terre, estoient un mesme poinct, & le raid, egal à la ligne, d'entre le centre du corps solaire & le centre de la terre; laquelle ligne (avec d'autres telles frivoles) en un temps seroit plus longue qu'en l'autre, il ne me semble pas y avoir eu grand science. Davantage si l'on regarde à la proportion qui est posée par *Aristarque*;

Comme le centre de la sphere,
A la superfice d'icelle,
Ainsi le cercle où la terre se meut,
A la distance des estoilles fixes.

Là où se voit (contre la reigle des Mathematiciens) une comparaison de choses heterogenes, assavoir du poinct avec la superfice; par ainsi comme nous avons dit cy dessus, on pourroit à bon droit conclurre que ce n'estoit du temps du siecle sage: Et touchant *Archimedes* qui explique la susdite proportion, disant qu'elle doit estre ainsi entendue,

Comme la sphere terrestre,
A ce qu'on appelle monde,
Ainsi la sphere de la voye, de la terre,
A la sphere des estoiles fixes.

Quoy que ce soit, les raisons Mathematiques requerent mots certains. En tout cela on ne voit point de trace du siecle sage.

Nous avons encor un autre tesmoignage d'un grand exercice en l'Astronomie, devant le temps de *Ptolemée*, par les diverses doctrines des triangles spheriques, & fondées sur divers principes; puis apres venuës en avant en langue Arabique, & de là en Latin. Car jadis lors que les hommes cognurent, combien il estoit necessaire à l'Astronomie de pouvoir resoudre, & calculer les triangles spheriques, ils se sont addonnez merveilleusement à ceste matiere. La maniere parvenuë és mains de *Ptolemée*, & par apres par luy descrite, est briefve & subtile; consistant en addition & soubstraction des raisons des lignes, qui sont imaginees estre en un plan, qu'on appelle section de sphere, mais l'usage en est difficile; car l'on ne trouve aucun probleme formé, qui serve d'exéple à l'instant pour calculer quelque triangle spherique qui se puisse rencontrer, pour le suivre avec facilité, comme il seroit requis; car au contraire on est tousiours en peine de quelle maniere d'addition ou substraction de raisons on choisira dans le plan de section spherique, pour servir à l'exemple proposé. Il y a aussi une autre maniere dont on use avec l'imagination des communes sections de plans de cercles qui sont marqués sur la sphere. Et encor une autre qui se trouve dans *Iean du Mont-royal.*

Touchant aucuns qui estiment, que l'invention de l'Astronomie n'est pas fort ancienne, mais que les plus grandes particularitez d'icelle sont venuës en cognoissance aux hommes par *Hyparque*. Et que *Timochares* 30 ans apres *Alexandre le Grand*, estoit le premier entre les hommes, qui fit la diligence de trouver, & d'escrire le lieu des estoilles fixes; cela n'est nullement de mon opinion. Je veux bien croire que si *Hyparque* n'eust tiré des livres de ses devanciers, ce qui est depuis venu entre les mains de *Ptolemée*, & de luy parvenu à nous, que la cognoissance du cours des astres que nous aurions, seroit bien maigre. Mais qu'il ait esté inventeur de ces admirables propositions, il ne le semble pas, & une raison entre autres est, que *Ptolemée* dit au chap. 11. du livre 4, que *Hyparque* rencontra une difficulté, en ce qu'il trouvoit les conclusions differentes, dont l'une venoit quand il prenoit par hypothese le cours de la lune en un epicycle, & l'autre quand il le prenoit en un cercle

cercle eccentrique. Il demonstre davantage que telle difference ne venoit pas, de la diversité qu'*Hyparque* rencontroit en ces deux positions, mais par mesconte, ou autre accident. Ce qu'estant ainsi, l'on ne concluroit pas mal à propos, qu'*Hyparque* entre autres inventions qu'on luy attribue, n'estoit pas inventeur de ce theoreme, qui demonstre que l'une & l'autre position n'ont qu'une mesme conclusion; mais plustost qu'il ne l'a compris, ny entendu (ce que je ne dis par mespris, mais pour demonstrer le proposé) ce qui autrement seroit, comme celuy qui auroit entendu la demonstration Geometrique de la 47 proposition du premier livre *d'Euclides*, toutesfois par experience actuelle douteroit si les deux quarrez des deux plus petits costez d'un triangle rectangle, seroient egaux ou non, au quarré du plus grand costé; pource qu'il les trouve inegaux à l'heure mesme de quelque operation, sans sçavoir que cela n'advient pas par la faute de la proposition, mais par la faute de la main, des yeux, par mesconte, ou par autre accident quelconque. D'autre part que *Ptolemée* en son 3 livre chap. 2. prise la maniere *d'Hyparque* par dessus celle des anciens, en matiere de trouver le lieu du soleil entre les estoiles fixes, pour calculer par là la longueur de l'année; laquelle chose il pense que les anciens avoient recerché par la declinaison du soleil, estant en son solstice d'esté, laquelle recerche *d'Hyparque* estoit plus certaine, que quand le soleil estoit en la section vernale. De dire, qu'iceux par une continuelle & admirable diligence, & exercice estoient parvenus en la cognoissance du moyen mouvement des planetes, lesquels dis-je n'eussent pas peu appercevoir qu'une telle observation faite au solstice estoit du tout mal propre à cest effect, je n'y void point d'apparence: Mais (comme *Hyparque* dit) s'ils ont fait leurs observations au solstice, il est à presumer que cela n'est advenu par la recherche de la declinaison du soleil, mais plustost pour plus grande certitude, par l'assomption de la longitude visuelle entre iceluy & quelque estoile fixe. Car elles peuvent estre apperceuës à l'entour du soleil, quand l'on y prend garde diligemment. Ce qui estant incognu à *Ptolemée*, il ne semble pas avoir beaucoup de fondement d'estimer l'invention *d'Hyparque* par dessus celle de ses devanciers. Et quant à *Timochares* qu'il dit estre le premier qui se diligenta à trouver & descrire les lieux des estoiles fixes, & qu'aussi ceux qui disent cela, & *Timochares* avec, semble qu'ils ont ignoré les figures & suscriptions des Globes; sur lesquels leurs anciens predecesseurs de diverses nations, ont compris les estoiles par d'autres figures, comme nous avons dit cy dessus; & par consequent *Timochares* ne peut estre autre que le premier observateur des estoiles fixes; & d'avantage que les moyens mouvemens des planetes, qui sont venus entre les mains *d'Hyparque*, sont inventés par plus seure description des estoiles fixes, que par celle de *Timochares*; laquelle, selon qu'il appert és tables de *Ptolemée*, ont 10 (1) pour leur moindre mesure.

La seconde marque, est la merveilleuse experience, que nous voyons avoir esté entre les hommes au faict de l'Arithmetique; de laquelle matiere on peut tenir l'Algebre pour l'une des plus estrange relique, laquelle depuis peu d'années est venuë en lumiere par quelques livres Arabiques, ce qu'on ne remarque aucunement par les livres qui nous restent, que les Chaldeens, Hebrieux, Grecs (car Diophante est moderne) ou Romains, ayent esté tels en l'Arithmetique, qu'on les puisse appeller par excellence Arithmeticiens. Comme aussi considerant qu'iceux avoient faute d'appareil necessaire, nommément de chiffres, avec une telle progression decuple, comme les nombres sont prononcez, il leur estoit impossible: Mais ils pouvoient estre tels Arithmeticiens, comme on en voit aujourd'huy avec les jets, ou avec des marques de croye. Quant à ces chiffres, ou notes d'Arithmetique, en progression decuple, ils sont encor tels, & en telle sorte, qu'en commençant à present par là, on peut apprendre que c'est de commencement ou poinct de nombre, lequel le siecle barbare (j'entens du commencement des Grecs jusques à present) a dit estre l'unité. Car le noble & docte Seigneur *Ioseph de la Scale* m'a monstré, qu'ils ont marqué un poinct ainsi (.) signifiant commencement de nombre, lequel ils appelloient aussi poinct; & estoient iceux poincts mis en usage entre leurs chiffres, au lieu de nostre (o) ce qui convenoit avec ce qu'en avons traicté en la deuxiesme definition de nostre Arithmetique (laquelle sera icy adjoincte.) J'estime que la raison pourquoy en la place de ce poinct, l'on use en l'Europe de (o) est, que ce poinct nous sert de closture és periodes des discours, lesquels en mesme maniere suivent souvent les nombres; ce qui seroit douteux, s'ils faisoient office de nombre, & aucunesfois office de closture és periodes du discours. Ce que prevoyans, ils ont pris o, pour mettre entre les nombres en la place de ce poinct Arabique; & puis que o est appellé au siecle sage (*poinct*) nous luy donnerons aussi ce nom *poinct de nombre*, en difference du *poinct Geometrien*, & delaisserons ce premier nom *commencement*, que nous avons eu en usage jusques à present. Quant à ce qu'aucuns suivent l'authorité de ceux qui en ont traicté, n'en pouvant bien juger par raisons naturelles, j'estime que ceux-là sont en bon chemin en suivant l'authorité de ces Arithmeticiens tres-experimentez du siecle sage; & en delaissant les Grecs, qui n'estoient pas Arithmeticiens, comme il a esté dit cy dessus qu'ils ne pouvoient estre parfaicts, ayant faute de notes d'Arithmetique, ou chiffre. Car combien qu'*Euclides* ait escrit de beaux theoremes qui luy estoient tombés és mains, estans du siecle sage, nonobstant il n'y a pas de problemes, ny practique d'Arithmetique, ce qui est n'agueres venu en avant en langue Arabique, comme dit est. Tellement que les theoremes *d'Euclides* donnoient tesmoignage du siecle sage d'auparavant, & qui n'estoit pas alors. La raison pourquoy nous parlons tant de ce poinct, est que la definition de l'unité, comme poinct en nombre entr'autre, donne tesmoignage du siecle sage, qui estoit alors, que l'on marquoit un poinct pour signifier, poinct en nombre: & aussi du siecle barbare qui a esté depuis, engendrant des Arithmeticiens si imparfaicts, comme la definition de la partie de quantité, pour le poinct de quantité, engendreroit des Geometriens imparfaicts. Encor peut-on remarquer qu'au mesme siecle sage, l'on solvoit avec grande facilité beaucoup d'operations d'Arithmetique avec des calculations fondées sur la progression decuple. Et pour plus ample raison de cela, comme ainsi soit que quelques années en ça j'eusse composé la Disme, m'imaginant alors pouvoir estre mise en usage avec grande facilité en la division des sinus & arcs qui seroient en progression decuple; & qu'ainsi par apres j'eusse descrit proprement la mesme maniere en telle sorte qu'il se traictera un chapitre d'icelle en son lieu, en l'Astronomie suivante avec telle briefveté comme il apparoistra. Or ai-je depuis remarqué cecy, comme si elle eust esté faicte devant moy, ou certes semble avoir esté faicte du vieil temps, lequel j'estime estre le siecle sage pour ces raisons: Les tables de

de *Iean du Mont-Royal*, dont le raid eſt diviſé en 10000000 contient en ſoy parfaictement ce que je cerchois: Car en prenant que le raid ſoit diviſé en 100 parties egales, au lieu des 60 des Egyptiens; & que je me preſuppoſois, eſtre la progreſſion decuple, au lieu de la ſoixantieſme des Egyptiens, je trouvois en ceſte table l'ouvrage tout fait touchant les ſinus: & penſois alors qu'iceluy *Regiomonte* eſtoit premier inventeur d'icelle; & davantage en ce qu'il dit au commencement de la compoſition des tables de ſinus, que ceux qui avoient eſté devant luy, diviſoient le raid en peu de parties, comme *Ptolemée* en 120, *Arzahel* en 300, & chacune derechef en 60 ①, & chaque 1 ① en 60 ②. Mais par apres, il m'a ſurvenu quelque choſe, qui m'a fait preſumer autrement; c'eſt que comme je voulus une fois recercher ſi par les tables de ſinus de *Regiomonte* ou non, je pourrois trouver la raiſon du diametre à la circonference auſſi pres, que les termes puiſſent eſtre entre les termes *d'Archimedes*; & à ceſt effect je regarday que le ſinus de 1 ① eſtoit 2909, de telles parties que le raid fait 10000000. Mais ce ſinus eſt preſques egal à ſon arc, à cauſe de la parvité d'icelui arc; & pourtant 5400 ① faiſant le quadrant, ſont preſque egales à 5400 fois 2909, c'eſt à 15708600; ce qui me ſignifioit que la proportion à peu pres de la quatrieſme partie de la circonference au raid, eſtoit de 15708600 à 10000000 & par conſequent toute la circonference au diametre; comme 62854400, à 20000000. Or je trouvay que ceſte raiſon eſtoit entre les termes de la raiſon deſcrite par *Archimedes*, aſſavoir plus petite que 22 à 7 & plus grande que 223 à 71. Il ſemble que les anciens ont eu tel deſſein que j'avois icy, pour les raiſons que je deduiray. Quelques eſcrits ſe trouvent entre les mains de *George Peurbache* (comme il dit en ſon traicté de la compoſition des tables des ſinus), contenans les opinions de pluſieurs nations, comme Indiens, Egyptiens, Arabes, touchant la raiſon du diametre à la circonference, & qu'aucuns la poſoient de 20000 à 62832 aſſez pres de ce que deſſus, mais plus pres de la vraye. Mais iceux en ce faiſant, poſoient le diametre de 2 & quelques poincts de nombres, qui n'eſtoient en quantité ſeulement 7, comme en la table de *Regiomonte*; mais comme il ſemble, eſtoient d'un poinct de nombre davantage, à cauſe que ce nombre 62832 eſt ferme juſques à la cinquieſme lettre, au lieu que la noſtre ne va que juſques à la quatrieſme. Ce qui appert quand l'on prend la raiſon plus pres, comme a fait le fameux Arithmeticien *M. Ludolff de Cologne*, aſſavoir quand le diametre eſt de 20000000000000000000.
alors la circonference eſt moindre que 62831853071795864769 4.
mais plus grande que 62831853071795864769 0.
Tellement qu'il ſemble qu'on peut conclurre que devant le temps de *Regiomonte* on a bien diviſé le raid en 10000000, ou un nombre d'un, o, davantage; lequel temps on peut preſumer eſtre le ſiecle ſage incognu, veu que l'on ne ſçait, & ſi ne peut-on remarquer, que cela ſoit advenu en quelque temps cognu.

Juſques icy a eſté dit de la diviſion du raid des anciens par la Diſme, mais qu'avec cela ils ayent auſſi diviſé le quadrant par meſme progreſſion (pour parvenir en ceſte maniere à la facilité, de laquelle nous parlerons en l'Appendice de l'Aſtronomie,) on le pourroit prejuger en la diviſion du cercle en 1600, ſelon ce qu'en dit *Ptolemée* en ſon 2 chapitre du 3 livre & que par cy devant on diviſoit ainſi les inſtrumens Mathematiques; d'où s'enſuit que comme le quadrant, ſelon les Egyptiens, eſt diviſé en 90 deg. & aux inſtrumens chaque degr. en 4. ſans contrevenir à la 60e progreſſion, qu'icy auſſi chaque quadrant en 100 deg. & aux inſtrumens chaque degré en 4. ſans contrevenir de ſuivre la Diſme. Car il ne ſemble pas que ceux qui ont compoſé les notes d'Arithmetique en progreſſion de Diſme, & qui ont fait les regles d'Arithmetique, ayant eſgard à ladite progreſſion, (comme nous dirons au livre des Meſlanges) n'ayent remarqué l'advantage de la Diſme en la diviſion du cercle, qui vient ſi ſouvent en uſage és calculations de l'Aſtronomie.

La troiſieſme marque, eſt la Geometrie, & quoy que les Grecs en ayent eu fort grande experience, toutesfois pluſieurs affirment qu'ils l'ont receuë d'autres. Certes c'eſt une admirable ſcience donnant bon teſmoignage detres-grand artifice à ceux qui l'ont ſceu amener en tel degré. De cecy nous eſt reſté *d'Euclide* ce que nous en pouvons dire, là où joignant la matiere de Geometrie ſe trouve quelque choſe d'admirable & fort neceſſaire à voir, & à lire, nommément l'ordre en methode d'eſcrire les Mathematiques en ce ſuſdit temps du ſiecle ſage, il ſera encor traité de ceſte matiere au renouvellement du ſiecle ſage ſuivant.

Pour quatrieſme marque, ſe pourroit amener le traité de la hauteur des vapeurs, n'agueres venuë en avant en langue Arabique, & cy apres declarée au 3 livre de la Geographie, denotant qu'icy devant, chez les Mathematiciens s'eſt trouvé une admirable recherche des choſes naturelles occultes, de la diſpoſition du monde, & de leurs proprietez.

La cinquieſme marque, eſt l'admirable & merveilleuſe Alchimie, incognuë aux Grecs, & qui n'agueres a recommencé à ſe monſtrer; par laquelle l'on recerche & recognoiſt bien autrement l'eſſence des matieres, au grand advantage des hommes, leſquels ſans icelle leur eſtoit impoſſible de comprendre. En cecy *Hermes Triſmegiſte* a eſté eſtimé pour le plus expert qu'aucun eſcrit qui ſoit, face mention; nonobſtant il eſt incertain qui il a eſté, de quelle nation, & en quel temps il a veſcu, combien qu'il ſoit tenu fort ancien.

Quant aux Grecs, & à ce qu'ils diſent (traictans de la nature, avec leurs ſectateurs, qui ſont appellés Philoſophes) que toute matiere eſt compriſe és 4. Elemens, comme terre, eau, air, & feu, avec les Corollaires & Conſequences qu'ils en tirent: Certes leur diligence eſt à louër, comme ayant fait tout leur poſſible: mais helas! c'eſtoit tout par ouir dire, avec peu de certaineté, & beaucoup d'erreurs, & ſans cognoiſſance des cauſes; car elles ſont tirées de la practique de l'Alchimie, laquelle ils ignoroyent.

Et quoy qu'elle ſoit meſpriſée de beaucoup de perſonnes, à cauſe qu'aucuns s'y exerçans, & comme trompeurs, faiſant grãds dommages à d'autres, leur promettant de faire de l'or d'une matiere qui n'eſtoit pas or; On reſpond là deſſus, que tel abus ſe devroit rapporter aux abuſeurs de ceſte ineſpuiſable ſcience, mais non pas à elle.

Nous deſcrirons generalement cy apres, en la Declaration ſuivante, en quelle ſorte l'on pourroit commencer la choſe, pour à la fin parvenir à ce ſiecle ſage; Quant à l'Aſtronomie, & comment cy devant elle a eſté cognuë, nous en deſcrirons quelque choſe de particulier en la deſcription d'icelle.

NOTEZ.

Comme je tennois un jour quelque propos du ſiecle ſage avec le tres-docte *Huych de Groot*, il me recita

avoir leu en divers lieux, aucuns teſmoignages d'une antiquité tres-notable: là deſſus je le priay de me les mettre par eſcrit; ce qu'ayant fait, je les ay inſerez à la precedente deduction, comme s'enſuit.

Teſmoignages d'une antiquité tres-notable, redigez en eſcrit par le tres-docte Huych de Groot.

Ioſeph, recite que *Beroſe* Preſtre Chaldeen, dit qu'en la dixieſme generation depuis le Deluge, eſtoit un homme juſte, fort renommé entre les Chaldeens, & experimenté en l'Aſtronomie, lequel *Ioſeph*, & entre les eſcrivains Payens, *Hecatée*, *Nicolas Damaſcene*, *Alexandre Polyhiſtor* & *Atrapane* opinent cela eſtre dit *d'Abraham*.

Diodore, *Herodote*, & *Strabon*, penſent que *Zoroaſtes* (du temps de *Ninus*, qui a eſté environ 200 ans apres le Deluge,) ait eſté le premier Aſtronome.

Mais les Egyptiens tiennent pour le premier *Hermes* ou *Mercure*, d'un temps incognu. Ils diſent auſſi qu'il y a eu un Roy *Necepſos*, qui ſe ſeroit fort exercé en ceſte ſcience.

Ceux qui rapportent à la verité les fables Poëtiques, veulent dire que *Phaëton*, *Endymion*, *Atlas*, *Hercules*, *Theban Phryge*, *Atrée*, & *Titan* ont eu cognoiſſance de l'Aſtronomie.

Simplice & autres eſcrivent d'une antiquité plus remarquable que les precedens, aſſavoir que *Calliſthenes*, (lequel fut preſenté par *Ariſtote* à *Alexandre* en la priſe de *Babylone*) a trouvé là des inſcriptions Aſtrologiques fort antiques, d'environ 1903 ans: Ce qui ſeroit quelques 60 ans apres le grand Deluge, ſuivant la commune ſupputation.

Platon en divers paſſages, eſcrivant d'une origine plus ancienne, & entr'autres au 3. livre des Loix, a opinion, que les ſciences eſtant peries par un grand Deluge, ont eſté puis apres redigées peu à peu, en un corps, par les uns & les autres; tellement que ce qui s'eſt veu ſçavoir en Grece, ſeroit venu en eſtre 1000, ou 2000 ans apres ce temps-la.

La plus ancienne relation qui ſe face de la diviſion des metaux, qu'on appelle Chymie, ſe trouve chez *Suide*, puis en *Cedrene*: Car auparavant tant la choſe que le nom ſemblent avoir eſté incognuës au Grecs & Romains. Quant à ce qu'on en dit (hors ce qui eſt eſcrit) de *Salomon*, eſt incertain, & de *Pythagore*, cela eſt fabuleux, nonobſtant il eſt notoire qu'elle a eſté cy devant en quelque lieu, non pas chez les Hebrieux ny les Grecs: Mais il eſt vray-ſemblable que les Egyptiens y ont entendu quelque choſe, pource que *Platon en ſon Timée* (le contenu duquel il dit avoir tiré de la doctrine des Egyptiens) parle de ſel & de ſalpetre, là où il traicte du commencement des matieres.

Plutarque auſſi dit en *Oriſide* que les Preſtres appellent hieroglyphiquement *l'Egypte*, *Chimie*: Tellement que l'on peut avoir appellé les *Chimiſtes* ainſi à cauſe du pais; comme par cy devant les *Aſtrologues* ont eſté appellez *Chaldeens*, à cauſe du pais.

Il appert auſſi que la cognoiſſance des arts qui eſtoit en Grece, eſtoit venuë d'autre pais, pource que *Laërtius* & *Athenée* diſent, que *Thales* (lequel a veſcu environ 80 Olympiades devant Alexandre) n'a pas ſeulement apporté la Geometrie d'Egypte en la Grece, mais auſſi quelque choſe de certain touchant les ſolſtices & equinoxes, & le cours de la petite Ourſe, (leſquelles choſes eſtoient auparavant incognuës aux Grecs, puis qu'ils ſe conduiſoient en la navigation par le cours de la grande Ourſe,) & a auſſi predit l'eclipſe du ſoleil. Pareillement que *Pythagoras*, qui eſtoit plus de 400 ans devant *Alexandre*, revenant d'Egypte & de Chaldée, mit en avant quelques predictions, aſſavoir du lever & coucher des aſtres, avec leurs dependances.

Pline raconte que *Anaximander* a eu le premier entre les Grecs la cognoiſſance du cours oblique du ſoleil, lequel eſtoit du temps de la 58 Olympiade, qui eſt 56 Olymp. devant Alexandre, & qu'aucuns noms des 12 ſignes ont eſté incognus chez les Grecs apres luy.

Du renouvellement du ſiecle ſage; où eſt declaré comment il ſemble que la choſe ſe pourroit tellement projecter, pour ainſi parvenir peu à peu en auſſi grande cognoiſſance des arts, comme il s'eſt veu au ſiecle ſage.

PVis qu'il eſt certain que l'homme en quelque temps a eu une auſſi grande cognoiſſance des arts & ſciences, comme il a eſté declaré à la 6 definition; & qu'il n'apparoiſt aucunement (à ce que je ſçache) que l'entendement d'iceluy ſoit amoindri ſi peu que ce puiſſe eſtre; ce qui donne à cognoiſtre avec raiſon la poſſibilité d'y pouvoir parvenir derechef, s'il y procede par un tel moyen qu'alors. C'eſt ce qui a eſté cauſe de me faire dire mon advis, ſur ce qui defaut à l'homme de ce qu'il obtenoit pour lors en ce temps là; comprenant le tout en 4 articles, dont le ſommaire eſt tel, comme je declareray plus amplement par apres, de chacun en particulier.

ARTICLE I.

Premierement nous avons defaut de beaucoup d'obſervations, ſur leſquelles on donne un ferme appuy aux ſciences. Et ſeroit neceſſaire que beaucoup de gens s'y adonnaſſent, pour parvenir à telles experiences.

ARTICLE II.

Et pour acquerir la pluralité de perſonnes, comme il ſeroit icy de beſoin, il faudroit que les ſuſdictes obſervations & exercices des ſciences fuſſent practiquées par une nation en ſa propre langue maternelle, laquelle pour faire quelque choſe d'exquis, devroit eſtre ſingulierement bonne; ce qui ne ſe remarque avoir eſté fait depuis le ſiecle ſage, excepté entre les Grecs, mais ce ſeulement quant au faict de la Geometrie, car quant au reſte il ne touche pas au but.

ARTICLE III.

Pource que les bons langages ſont neceſſaires, il faudroit devant toute choſe ſçavoir en quoy conſiſte la bonté d'une langue, afin que par telle voye on en puiſſe cercher une qui ſoit telle; car il ſemble qu'icelle ſoit perdue avec les autres ſciences d'alors, à cauſe que peu de gens en ont la vraye cognoiſſance preſentement.

ARTICLE IV.

Et d'autant que le bon ordre en la deſcription & inſtruction des arts, aide fort à l'avancement d'iceux, il ſeroit beſoing de l'obſerver diligemment, & d'en choiſir le meilleur avec bon jugement. Et à meſme fin je n'en remarque de meilleur pour le faict des Mathematiques, que celui du ſiecle ſage.

Declaration du 1 Article.

Donc pour donner raiſon plus ample ſur un chacun de ces 4 articles: & que pour le premier il nous manque beaucoup d'experience & de faict, ſur leſquels on puiſſe fonder aſſeurément les arts. Je commenceray ceſte declaration par un exemple de l'Aſtronomie, en la cognoiſ-

cognoissance de laquelle sont notoirement parvenus ceux du siecle sage par une abondance d'observations & experiences, comme il a esté dit plus amplement en la 6 definition, & sera dit encore davantage au livre suivant du cours du soleil en la 1 prop. Pareillement aux livres du cours des planetes, là où nous userons des ephemerides calculées, comme si elles estoient observées, & monstrerons que l'invention de leurs cours, est par icelles de plus facile commencement & progrés, que par autre moyen qui puisse avoir esté produict depuis le siecle sage en ça.

Ce qui estant ainsi, & qu'il est assés evident, comme j'estime, que le deffaut de beaucoup d'observations sont la cause que les hommes se travaillent & rompent la teste en vain, à cercher le cours des astres, dont la qualité ne se trouve ainsi en aucune façon. Tout ainsi que celuy qui faisant voile le long du rivage de la terre Australe incognuë (afin que j'esclarcisse cecy par un exemple en matiere de Geographie) conclurroit à la veuë de la bouche d'une grande riviere, que le long des grandes rivieres le terroir est fertile, que beaucoup de gens habitent és païs fertiles, le long des grandes rivieres: & là où sont beaucoup de gens, se trouvent de bonnes villes; partant qu'en ces rivieres-la il y a des villes bien florissantes; & qu'il vienne à mettre en carte telles villes, & pais, le tout appuyé sur ceste position-la (en concluant du tout par une seule partie veuë) je laisse à penser quelle certitude & convenance il y pourroit avoir là, & quelle similitude il y auroit entre lesdites cartes, avec ce que l'on y pourroit voir en effect puis apres; car par là on peut entendre quelle certitude il y auroit au cours entier d'une planete qu'on auroit arresté & conclu par une partie veuë, & comme telles regles & descriptions conviendroient avec ce que nous pourrions remarquer par apres en icelle mesme.

Or tout ainsi qu'il est icy parlé des observations necessaires en matiere d'Astronomie, de mesme s'entendra des autres, comme du flux & reflux de la mer, à la cognoissance dequoy nous defaillent des observations tres-necessaires, comme il en sera parlé au sixiesme livre suivant. Pareillement du changement des matieres terrestres descrites au 2 livre suivant. Davantage de l'Astrologie judiciaire, ou prognostication tirées du cours des astres: Aussi de l'Alchimie, & Medecine, là où (pour n'en dire avec *Hypocrates*) on dit que l'on y devroit avoir un autre sorte d'exercice, tant en l'Anatomie, comme en la recerche des qualitez des simples, & medicaments qui sont trouvez bien souvent par l'Alchimie. Mais puis que pour parler de chacune en particulier, il seroit besoing de plus grand loisir que je n'ay pour l'heure, & plus qu'il ne semble necessaire d'y admettre, nous passerons outre pour cause de la briefveté.

Je tiens donc pour tout manifeste, que comme il est dit au premier article, que nous avons grand defaut d'observations, sur lesquelles on puisse donner un fondement certain aux arts. Mais pour declarer icy, comme cy dessus, que pour y parvenir il seroit requis que beaucoup de gens s'y addonassent ensemble, je commenceray derechef par des exemples de l'Astronomie. Premierement une seule personne ne pourroit satisfaire continuellement de jour & de nuict, d'an en an, en l'observation des lieux des planetes & de leurs dependances: mais ce faisant par plusieurs peuples à la fois, ce qui defaudroit en l'un, se trouveroit en l'autre desia tout fait. Secondement, combien que les observations d'aucuns, leur semblassent certaines, elles ne seroient pas pourtant suffisantes aux autres pour fonder une theorie stable, sans aucune preuve; mais bien les observations de beaucoup de nations diverses, estantes confrontées teste à teste, on en pourroit recueillir un appuy si ferme, avec si peu de discrepance, qu'elle ne seroit de nulle estime; & pour particulier exemple de cecy, se pourroient amener les observations n'agueres faictes entre le tres-illustre *Guillaume Lantgrave de Hessen*, & du tres-fameux observateur *Tycho Brahe*, qui se trouvent imprimées Experiences certes, qui n'ont esté veuës depuis le siecle sage en ça. Tiercement, il se trouve en d'aucuns lieux que le Ciel est couvert, tellement que l'on ne voit par quelques sepmaines aucunes estoiles; en tel accident l'on pourroit avoir ce qui auroit esté observé des autres, és lieux, où l'air estoit plus serain. En quatriesme lieu, ce ne seroit pas un petit advancement, quand un chacun par ambition (combien que les hommes se mesprennent le plus souvent quant aux mœurs) feroit le mieux qu'il pourroit, pour monstrer la meliorité du sien au prix des autres: Ce qui n'est pas ainsi entre la paucité, car alors chacun garde son invention, & la tient cachée.

Il y en a qui disent que la matiere est trop noble pour le commun, & qu'elle n'appartient d'estre qu'entre les mains des Princes: mon advis est autrement, car puis que les Princes sur la terre sont en petit nombre, voire entre iceux il y en a peu, qui y soient adonnez naturellement: voyez ce qu'il en advint au Roy *Alfonse*, lequel pour faire les tables, mises en lumiere en son nom, luy cousta plus de quatre cens mille ducats. Certes son zele estoit loüable quant à ceste science, mais en fin que s'en est-il ensuivy? Rien de singulier; car ses Mathematiciens sans faire nouvelles observations, se sont mis en œuvre nuément sur la supposition de *Ptolemée*, d'où vient qu'avec ce grand thresor, rien ne se pouvoit attendre de certain, mais ceste science estant maniée du commun, on ne peut lors avoir rien de plus certain, ny avec plus grande cognoissance des causes.

Or ainsi comme j'ay amené ces exemples de l'Astronomie, pour declarer par là le dessein proposé, de mesme s'en pourroit-il amener d'autres tirés des autres sciences. Partant pour le faire court je viendray au reste, estimant qu'il est assés notoire que beaucoup de gens se doivent adonner à chacune d'icelles, si on veut avoir beaucoup d'observations.

Declaration du 2 Article.

Quant au 2 article, assavoir que pour parvenir en une telle pluralité de personnes, qu'il seroit requis, il faudroit que cest exercice des arts fust en une nation, & ce en son langage naturel, lequel pour y servir singulierement, devroit aussi estre singulier & bon: là dessus je dis que si une commune s'excerçoit en une science, il faudroit qu'ils entendissent la langue, en laquelle elle est redigée en escrit, ce qui devroit estre son propre langage. Car combien que d'aucuns font apprendre le Latin à leurs enfans, en laquelle langue se traictent les arts liberaux pour la plus part; maintenant iceux sont bien peu, au regard de la commune. Secondement on fait apprendre le Latin à la jeunesse, pour finalement les dresser en la Theologie, és Droicts, en la Medecine: entre lesquels il n'arrive guerres que quelqu'un s'addonne du tout aux Mathematiques puis apres, voire cecy n'arrive communement que contre la volonté des parens. Comme entre autres, ce fameux observateur *Tycho Brahe* dit luy estre advenu. Il y en a aussi une

une grand' partie d'iceux qui employent leur temps entierement en l'exercice du Latin, apprenant par cœur des vers, pour à celle fin de pouvoir accommoder & entrelasser quelques uns de ces vers Latins, en tous accidens qui arrivent és dialogues & discours ordinaires. Et qui cerchent aussi des fleurs de bien dire, pour les rapporter quand il vient à poinct és missives, & escrits. Et combien qu'un tel stile attiffé desplaise à d'aucuns; toutesfois il y en a beaucoup d'autres qui ne s'en peuvent pas acquerir à satisfaction. En somme on en trouve peu entre ceux-la qui s'addonnent aux Mathematiques totalement. Et partant il est besoin, comme nous avons dit, que ceste matiere soit traictée en langage commun; lequel toutesfois au bout de tout cela doit estre bon, pour pouvoir exprimer toutes les choses qui sont necessaires à ceste fin. Mais pource que c'est icy un poinct qui ne me fait gueres bien presumer de pouvoir quelque jour encor parvenir à ce siecle sage; pource, comme il a esté dit cy dessus, qu'avec la decadence des sciences dudit siecle sage, il semble aussi que la cognoissance ou jugement des hommes soit descheu, touchant ce en quoy gist la bonté d'un langage, & qu'il seroit difficile de leur faire entendre; parquoy je declareray mon advis plus amplement sur ce faict. Et pour commencer par un exemple du François, il est notoire qu'iceux escrivent les arts liberaux en leur langue plus que nulle autre nation; ce qui est une occasion pour laquelle beaucoup plus de gens de leur commune s'y exercent: mais pource qu'ils ont beaucoup de mots d'arts, en Grec & en Arabe, le vray progrés & la cognoissance des causes pour parvenir à la fin, en un siecle sage est empesché par là. Car alors qu'on n'entend pas le fondement des termes de l'art, comme par exemple, il est difficile de retenir continuellement ces mots à ceux d'entre le commun en langue Françoise, *Prostapherese*, *Parallaxe*, *Nadir*, *Almincantarat*, & beaucoup de semblables; lesquels, comme dit est, sont pesans, & ennuyeux, & l'usage de plus foible progrés; ils ne peuvent raccommoder les termes de l'art qui sont deffectueux, & qui bien souvent ont besoin de meilleure definition, ny remarquer les erreurs qui derivent de là: mais seulement se plaisent à dire des mots qui ne sont entendus de ceux de leur nation, afin d'estre estimez des mesmes pour grands Docteurs. Cy devant nous avons monstré par plusieurs fois, que beaucoup d'erreurs derivent des mauvais termes, mal entendus, & pourrions y adjoindre encor beaucoup davantage, mais nous nous contenterons de toucher seulement d'un erreur inveteré & par trop commun en la Musique, quant à la raison des tons, là où les termes de la quinte ou diapenté, sont posez estre de 3 à 2; & de là s'ensuit, apres quelques additions & soustractions des raisons qu'il y a deux sortes de semitons, l'un majeur, l'autre mineur, assavoir le mineur de 256 à 243; l'autre de 256 à 240 presque; c'est à dire, que si la corde d'un instrument est divisée en 256 parties egales, desquelles les 13 estant bouchées (c'est la difference entre 256 & 243) alors la corde ainsi bouchée sonnera un semiton mineur plus haut que non pas les 256 parties: mais si des 256 parties dessusdites, l'on bouche les 16 (qui sont difference entre 256 & 240) alors le son de la corde libre sera un semiton majeur plus bas que non pas le son des 240 parties. Et pour esclarcir cecy par exemple, les touches qui sont marquées és manches des instrumens, ne s'approcheront pas l'une de l'autre proportionnellement, comme ordinairement ceux qui touchent du Luth, les mettent au jugement de l'ouye, qui est bien mieux; car celles du semiton majeur seront plus au large, environ le $\frac{1}{4}$ de l'interval, qui est entre les deux autres. Mais puis que cecy ne convient pas avec les vrais semitons, que nous entonnons de nature tous egaux, ou avec les touches lesquelles sont adjancées es manches des instrumens, par l'ouye naturelle, cela a causé de grands erreurs aux Grecs qui ont traicté de la theorie de Musique, lesquels les ont fait parler de ceste matiere à tastons, & juger mauvais les bons sons, & escrire d'iceux sans fondement.

Pour esclarcir cecy encor davantage par briefs exemples, il faut sçavoir qu'en ostant la quinte (dont la raison est faussement posée, *Raison* $\frac{3}{2}$;) de l'octave (dont la vraye raison est *Raison* $\frac{2}{1}$) restera la quarte *Raison* $\frac{4}{3}$, laquelle ostée de la quinte (*Raison* $\frac{3}{2}$) restera le ton, ou seconde majeure *Raison* $\frac{9}{8}$, à laquelle adjoustée encore une telle, viendra le diton ou tierce majeure *Raison* $\frac{81}{64}$, laquelle autrefois soustraicte des deux tons & demy ou quarte mineure, c'est de *Raison* $\frac{4}{3}$, reste pour le semiton comme dessus *Raison* $\frac{256}{243}$ laquelle ostée de *Raison* $\frac{9}{8}$ qui est le ton, restera pour l'autre demiton *Raison* $\frac{2187}{2048}$, c'est quasi *Raison* $\frac{256}{240}$ (car si 2187 donne 2048 que donnera 256? vient assez pres 240:) Tellement que ceste position amene deux semitons inegaux, l'un plus grand que l'autre; ce qui ne se rencontre au chant, puis que comme nous avons dit, nous les entonnons egalement. Toutesfois ceux qui ont escrit de la theorie en sont (passé mille & plusieurs centaines d'annees) tousiours là, que la position de la raison de 3 à 2 est bien supposée pour la quinte. Ce qui donne tesmoignage qu'on n'a pas assez bien entendu que c'estoit de raison avec son addition & substraction, depuis le temps de *Pythagoras* jusques à present, combien que l'on pourroit douter s'il en a esté l'inventeur. Et pour en parler par exemple, soit posé que quelqu'un sçache, ou concede que 4 pintes facent 1 pot, & que neantmois 12 certaines mesures ne soient pas 3 pots justement; alors s'il ne juge là dessus, que ceste mesure est plus petite qu'une pinte, ce luy sera une reproche de ceux qui sçavent que c'est que pot & pinte, d'une grande rudesse, & ignorance; Et pareillement l'autre se trouvera estre une grande ignorance, par ceux qui sçavent que c'est que raison, avec l'addition & substraction d'icelle. Mais qu'est-ce qui en peut estre la cause? La principale semble estre que les hommes usent de termes d'art, non convenables: comme quand au lieu d'un mot qui nous soit cognu, [*even reden*] *raison egale*, on en a prins un estrange (*Proportion.*) Car à ceux qui usent du mot *raison egale*, leur viendra au devant de dire qu'il n'y a pas d'egalité de raisons és choses, là où on ne trouve nulle raison egale, ce qui n'arrive pas à ceux qui ont tousjours en la bouche un mot qui n'est pas entendu, comme *proportion*. Or touchant les vrayes raisons des tons, que l'on pourroit icy requerir, je les deduiray au dernier volume entre les meslanges, à cause que ce n'est pas icy son lieu. Et cependant ceux qui sçavent que c'est de *raison egale* avec l'addition & substraction d'icelle, pourront entendre, comment les escrivains anciens & modernes ont fait des grands volumes, se proposant traicter de la proportion de Musique, sans toutesfois y attaindre: voire comment la grande, moyenne & petite harmonie des Grecs, ne sont que des ravauderies & erreurs, qui font perdre le temps inutilement à beaucoup de personnes. Davantage comment c'est qu'ils trouvent des imperfections aux tons, comme qu'un ton entier soit plus grand que l'autre, & l'un semiton aussi plus grand que l'autre, & partant que l'un soit

soit d'une façon rapetacé, l'autre autrement raccommodé, ne vient pas de l'imperfection des tons, mais bien d'une mauvaise consequence provenant de la fausse hypothese & supposition de la raison de la quinte de 3 à 2.

ALB. GIRARD.

L'autheur n'a pas tenu sa promesse en cecy, je croy que la cause, est qu'il n'a pas eu le temps; pour à quoy remedier j'espere en faire un traité particulier au plustost: estant de la mesme opinion que luy en cela.

On voit au precedent combien les mots des arts qui sont bons & faciles, sont necessaires, & combien errent grandement ceux qui estiment que le meslange des langues estrangeres avec la Françoise, soit l'avancement & l'enrichissement d'icelle, ce qui est toutesfois son degast & appauvrissement. On pourroit objecter que puis que c'est une opinion retenuë de toute l'Europe, voire des doctes, ignorans, nobles, & ignobles, lesquels loüent de mesme accord, comme d'une bouche, la beauté & richesse que la mesme langue Françoise reçoit par un tel moyen, & partant que sera-ce d'une personne seule retenant une opinion toute contraire à tel amas? Je respondrois alors qu'il m'en prend tout de mesme, comme il se pourroit faire, peut estre à toy, quand lors que tu verrois & oyrois qu'en toute la Turquie, l'opinion qu'un chacun tient de la sainčteté de *Mahomet*, & de la certitude de sa religion: car tout ainsi que plusieurs cens milles ne suffiroient pour te faire croire à icelle; de mesme plusieurs centaines de mille ne me feroient pas croire, que la langue Françoise soit riche, pure & bonne. Et ainsi comme les plus experts au *Mahometan*, qui s'estiment estre bien entendus au faict de la sainčteté de *Mahomet*, ne sçavent rien moins que c'est que sainčteté à ton jugement; Pareillement les plus doctes de ceux qui s'estiment tres-bien entendre que c'est de la bonté de la langue Françoise, sont ceux que je crois sçavoir le moins que c'est de la bonté d'un langage. Et finalement comme il se pourroit faire, que tu ne te voudrois rompre la teste, à refuter de poinct en poinct les raisons des plus doctes *Mahometans*; pource que tu n'estimes pas leurs premieres positions, & les choses qui s'en ensuivent tant d'une façon que d'autre, que pour un tas de singeries; de mesme aussi je ne me romprois pas volontiers l'esprit, ny perdrois le temps, à rembarrer ceux qui me voudroyent persuader que le François soit bon, voire selon la maniere que l'on a usé jusques à present; pource que je tiens leur premiere supposition, & toute sa sequelle pour une chose malotruë, & qu'ils parlent d'une chose qu'ils n'entendent pas. Car de dire, que comme les fleurs de diverses couleurs ornent un jardin, ainsi les langages estrangers embellissent le François, c'est une similitude par trop maigre, indigne de refutation quelconque. De dire aussi qu'à Orleans *cha*, comme en *chandelle*, *chanter*, *chaleur*, est un son beaucoup plus beau, que le *ca* de Picardie, comme en *candelle*, *canter*, *caleur*; cela n'a nul fondement, car tu te contredis toy-mesme alors que tu dis qu'en Latin, (d'où elle procede) le mesme *ca* sonne bien, comme en *candela*, *cantare*, *calor*. Le mesme se peut entendre de beaucoup de vieux mots Picards & Liegeois, desquels ceux d'Orleans se mocquent par ignorance; car la bonté d'une langue se cognoist par toute autre chose, qu'on ne pense.

De dire que les vers François sont si agreables, qu'ils ne plaisent pas peu à un chacun: A la verité je confesse que la lecture d'aucun Poëte, ne m'a pas contenté petitement, mais que cela soit procedé de la bonté du langage, on le peut nier tout à plat; veu que la matiere en est la cause, à l'invention & forme de laquelle la France en est douëe singulierement, par tant d'admirables esprits, & doctes Poëtes: de mesme façon que tu dis qu'un vaisseau ne vaut rien, lequel neantmoins contient du bon vin; semblablement, dis-je, que le vers François sont plaisans, pleins de doctrine, de subtilité, & remplis de sçavoir, toutesfois le langage ne vaut rien. Davantage que comme le bon vin est bien contenu en un mauvais vaisseau, de mesme une invention subtile, & une bonne matiere, sera aucunesfois traictée en pauvre langage. Je dis finalement encor cecy; monstre moy une langue plus meslée de mots estrangers, que le commun ne peut entendre, que la langue Françoise? & je te monstreray, un langage plus deffectueux, & desolé que le François: monstre moy un plus pauvre langage, lequel en bonté & pureté, soit mis au plus haut degré, par les doctes & ignorans? & je te monstreray un plus malheureux jargon, où il y aura moins d'esperance d'amendement, & de plus grande indigence à attendre cy-apres.

Or ce que nous entendons avoir dit ici du François, le mesme s'entendra aussi de l'Italien, & Espagnol, lesquels sont aussi farcis d'autres barbarismes, combien que ce ne soit en telle abondance que le François, en beaucoup de sciences, & matieres diverses. Car de pareille ignorance, qu'en France ceux d'Orleans mesprisent les langues voisines, tout de mesme en font la Tuscane, & Castillane, chacun estimant la sienne, sans comprendre en quoy gist la bonté.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander de quoy je me mesle en matiere de Mathematique, de mespriser ainsi les langues; je responds que je ne pourrois autrement declarer mon dessein, comment il seroit possible de pouvoir atteindre au siecle sage; car par le defaut des langages malotrus, se cognoist la force des bons.

Declaration du 3 Article.

Ayant declaré jusques icy comment le mauvais langage est mal propre à descrire les arts & sciences, & comment au contraire le bon est grandement avantageux, nous viendrons à la declaration du troisiesme article; contenant en somme que puis que le bon langage est necessaire, qu'il seroit besoin de sçavoir en quoy gist la bonté, afin que par là on y puisse parvenir. Sur cela je dis; premierement que la preuve d'icelui se peut faire convenablement en la description des arts liberaux, & nommément des Mathematiques: car quant aux histoires, comme en quelle façon *Paris* ravit *Helene*, & quels coups furent donnez *d'Achilles*, & choses semblables, les Mimes le pourroient bien exprimer par gestes & grimaces sans dire mot; mais il n'en est pas ainsi des Mathematiques, car si elles ne se peuvent bien & deuëment exprimer (je laisse là les grimaces) par le François, Italien ou Espagnol, comme il a esté dit, mais empruntent à cest effect des mots Grecs, comme en fait aussi le Latin; par lequel defaut, ne s'est peu trouver des Mathematiciens entre les Romains, que l'on puisse nommer par excellence, Mathematiciens. Car ceux qui en sçavoient quelque eschantillon, pouvoient estre de ceux qui estoient envoyés de leurs parens en Athenes pour s'exercer és lettres. Donc le Grec estant tel, que par iceluy on apprend les Mathematiques, doit estre tenu pour un bon langage. Mais d'où procede

ceste bonté ? En quoy differe-elle des autres, qu'elle produict ce que les autres ne peuvent ? Sinon en la composition, en laquelle elle est abondante; car de là viennent les bons termes des arts, qui font que l'enonciation des proportions est aisée & succinte; voire esclarcissent les difficultez qui se rencontrent. Quoy donc n'y a-il pas d'autres bons langages que le Grec? Ouy vrayement il y en a encore un, mais bien meilleur, assavoir le bas-Alemand; pource qu'il fait sa composition plus briefve & plus certaine. Plus briefve, en ce que la langue est bastie à cest effect, sur des noms & verbes primitifs, qui sont en somme monosyllabes, en telle generalité, que les polysyllabes, sont ou noms propres d'hommes, ou de lieux, herbes, & fruicts estrangers, & semblables: ou bien sont enracinez par ignorance apres leur premiere institution, comme en la Hollande septentrionale on dit encor *Vaer*, *Moer*, *Sus*, *Broer*, mais les autres disent *Vader*, *Moeder*, *Suster*, *Broeder*, & d'aucuns y trainent un *e* apres, comme *Vadere*, *Moedere*, *Sustere*, *Broedere*: Ou bien ils sont composez, sans qu'on l'apperçoive. Exemple, en ce qu'aucuns pensent que [*nombril*] *Navel* soit un mot dissyllabe, lequel toutesfois pourroit deriver de *Na* & de *Vel*, c'est comme qui diroit *postpeau*. Mais pour demonstrer ceste elegance admirable de monosyllabes, j'ay rassemblé divers noms & verbes par ordre, & ay trouvé en bas-Alemand 742 verbes monosyllabes en la premiere personne: en Latin seulement 5; en Grec proprement point, mais des longs racourcis jusques à 45. Touchant les noms, pronoms, propositions &c. j'en trouve en bas-Alemand jusques au nombre de 1428. En Latin (toutesfois impropres à la composition) seulement 158; en Grec 220; lesquels j'ay rassemblé en haste, un chacun de son Dictionaire, comme s'ensuit.

742. *Verbes Flamans d'une syllabe.*

ACht. I'estime. Existimo.
Aes. I'apaste. Inesco.
BAck. Ie cuis. Pinso.
Baeck. Pono pharum.
Baen. Ie prepare le chemin. Præparo viam.
Ban. Ie banne. Proscribo.
Baer. I'enfante. Pario.
Bas. I'abbaye. Latro.
Baet. Ie proffite. Commodus sum.
Bel. Ie tire la clochette. Tintinno.
Ben. Ie suis. Sum.
Berst. Ie creve. Crepo.
Bey. I'attens. Expecto.
Bid. Ie prie. Precor.
Biecht. Ie confesse. Confiteor.
Bied. I'offre. Præsento.
Bies. Ie beze. Mugio.
Bijt. Ie mors. Mordeo.
Bind. Ie lie. Ligo.
Blaeck. Ie flamboye. Flammo.
Blaes. Ie souffle. Flo.
Blaeu. Ie coulore de bleu. Colore cæruleo pingo.
Ick Bleck. Ie couvre de lames. Bracteo.
Bleeck. Ie paslis. Palleo.
Bleet. Ie beele. Balo.
Bleyck. Ie blanchis du linge. Candefacio.
Blijf. Ie demeure. Maneo.
Blinck. Ie reluys. Resplendeo.
Block. Ie labeure assiduellement. Assiduè laboro.
Bloe. Ie saigne. Sanguino.
Bloey. Ie fleuronne. Floreo.
Bloot. Ie mets nud. Nudo.
Bloos. Ie vermeillonne. Rubeo.
Blusch. I'esteins. Extinguo.
Bluts. Ie froisse. Collido.
Boerd. Ie bourde. Nugor.
Boet. Ie remedie. Medeor.
Boey. Ie mets des pieges aux pieds. Compedio.
Boock. Ie bats. Cudo.
Bol. Ie boule. Volvo globum.
Boord. Ie borde. Fimbrio.
Boor. Ie fore. Perforo.
Borgh. Ie pleige. Fede jubeo.
Bot. Ie rebouche. Hebeto.
Bot. Ie boutonne. Gemmo.
Bou. I'edifie. Ædifico.
Bra. Ie rostis. Asso.
Braeck. Ie vomis. Evomo.
Brand. Ie brusle. Ardeo.
Bras. Ie bauffre. Epulor.
Bree. Ie fay large. Dilato.
Breeck. Ie romps. Rumpo.
Brey. I'entrelasse. Reticulo.
Briesch. Ie rugis. Rugio.
Bringh. I'apporte. Apporto.
Brock. Ie coupe des morceaux de pain. In frusta frango.
Brod. Ie radoube. Resarcio.
Broe. Ie couve. Incubo ovis.
Broey. Ie fourboulis. Subfervefacio.
Brou. Ie brasse. Coquo cerevisiam.
Brul. Ie murle. Mugio.
Bruyck. I'use. Fruor.
Buck. Ie plie le dos. Curvo.
Beut. Ie troque. Commuto.
Buygh. Ie plie. Flecto.
Buysch. Ie frappe. Pulso.
CAerd. Ie carde. Carmino.
Caert. Ie jouë aux cartes. Ludo chartis.
Caets. Ie jouë à la paume. Ludo pila.
Cap. Ie hache. Concido.
Cier. I'orne. Orno.
Claer. Ie fai clair. Clarifico.
Colf. Ie croche. Ludo clava.
Cop. Ie scarifie. Scarifico.
Cost. Ie conste. Consto.
Coot. Ie jouë aux os. Talis ludo.
Coock. Ie cuisine. Coquo.
Crab. Ie racle. Rado.
Craey. Ie crie. Cornicor.
Craeck. Ie craque. Crepito.
Croon. Ie courronne. Corono.
Cruys. Ie crucifie. Crucifigo.
Cuyp. Ie fai cuves. Vieo dolia.
DAb. Ie patrouïlle. Palpo.
Daegh. I'adjourne. Cito.
Dael. Ie descens. Descendo.
Danck. Ie remercie. Habeo gratiam.
Dans. Ie danse. Tripudio.
Dau. Ie fai rosée. Roro.
Deck. Ie couvre. Tego.
Delf. I'enfouïs. Fodio.
Denck. Ie pense. Cogito.
Derf. I'ose. Audeo.
Dersch. Ie bats en grange. Trituro.
Derf. I'ay besoing. Egeo.
Deys. Ie recule. Recedo.
Dicht. Ie compose en rime. Compono.
Dick. I'espessis. Denso.
Dien. Ie sers. Servio.
Diep. Ie fay profond. Profundum facio.
Dijck. Ie fay une digue. Iacio aggerem.
Ding. Ie barguine. Liceor.
Ding. Ie plaide. Litigo.
Doem. Ie condamne. Damno.
Doe. Ie fai. Facio.
Dool. I'erre. Erro.
Doo. Ie tue. Occido.
Doogh. Ie vaux. Valeo.
Doop. Ie baptize. Baptizo.
Dor. Ie deviens aride. Aresco.
Dorst. I'ay soif. Sitio.
Dou. Ie presse. Premo.
Draey. Ie tourne. Torno.
Draegh. Ie porte. Porto.
Drael. Ie tarde. Tardo.
Draef. Ie trotte. Succusso.
Ick Dreich. Ie menace. Minor.
Drijf. Ie chasse. Agito.
Drinck. Ie boy. Bibo.
Dring. Ie pousse. Penetro turbam.
Droog. Ie seiche. Sicco.
Droom. Ie songe. Somnio.
Droop. I'arrouse quelque chose de graisse. Conspergo pinguedine.
Druck. I'imprime. Imprimo.
Dub. Ie doubte. Dubito.
Ducht. I'ai doubte. Vereor.
Duer. Ie dure. Duro.
Duld. Ie souffre. Patior.
Dun. I'extenuë. Extenuo.
Dvvael. I'erre. Erro.
Dvving. Ie contrains. Cogo.
EEr. I'honnore. Honoro.
Egh. Ie herse. Occo.
Eind. Ie finis. Finio.
Eet. Ie mange. Edo.
Ets. Ie mors en cuivre de l'eau forte. Inedo cuprũ aqua forti.
Eysch. Ie demande. Peto.
FAel. Ie faille. Fallor.
Fluyt. Ie joue de la flute. Cano fistula.
Fryt. Ie fricasse. Frigo.
Frons. Ie fronse. Rugo.
GAe. Ie vay. Eo.
Gaep. Ie baye. Oscito.
Geck. Ie mocque. Lascivio.
Gheef. Ie donne. Do.
Gheel. je fay jaune. Ruso.
Gheeu. Ie baaille. Oscito.
Gheld. Ie vaux. Valeo.
Ghiet. Ie fonds. Fundo.
Ghisp. Ie foüette. Flagello.
Ghis. Ie souspçonne. Suspicor.
Glat. Ie polis. Polio.
Glie. Ie glisse. Labor.
Gloey. Ie deviens rouge. Candesco.
Gom. Ie gomme. Limo gummi.
Gord. Ie ceins. Cingo.
Graef. I'engrave. Sculpo.
Greys. Ie refrongne. Obduco frontem.
Grijp. Ie gripe. Capio.
Grim. Ie rugis. Rugio.
Groey. Ie verdoye. Verno.
Grou. I'ai en horreur. Abominor.
Groen. Ie peins verd. Virido.
Gruet. Ie saluë. Saluto.
Gun. Ie favorise. Faveo.
HAeck. Ie hache. Concido.
Haest. Ie haste. Festino.
Haeck. I'accroche. Iungo.
Hael. Ie porte. Adfero.
Hangh. Ie pends. Pendo.
Harp. Ie harpe. Lyram pulso.
Haet. Ie hay. Odio habeo.
Heb. I'ai. Habeo.
Hecht. I'attache. Figo.
Heel. Ie guarris. Sano.
Heet. Ie chauffe. Calefacio.
Heet. Ie nomme. Nomino.
Heet. Ie commande. Iubeo.
Hef. Ie leve. Levo.
Hel. Ie panche. Acclino.
Heel. Ie cele. Celo.
Help. I'aide. Iuvo.
Herd. Ie durcis. Duro.
Hey. Ie hie. Fistuco.
Hygh. I'ahanne. Anhelo.
Hinck. Ie cloche. Claudico.
His. I'incite. Instigo.
Hoed. Ie garde. Custodio.
Hoest. Ie tousse. Tussio.
Hol. Ie creuse. Cavo.

Hoop,

Hoop. Ie comble en mõceaux. Cumulo.
Hoor. I'oy. Audio.
Hoop. I'espere. Spero.
Houd. Ie tiens. Teneo.
Hou. Ie coupe. Seco.
Hou. Ie marie. Nubo.
Hoy. Ie fene du foin. Sicco fœnum sole.
Huc. Ie croupe. Sido.
Huer. Ie loue. Conduco.
Hul. Ie coëffe. Orno caput.
Huts. Ie hoche. Quatio.
Huyl. Ie heurle. Vlulo.
I Aech. Ie chasse. Venor.
Ianck. Ie glappe. Gannio.
Iock. Ie mocque. Iocor.
K Aeck. Ie cabasse. Suppilo.
Kan. Ie sçay. Scio.
Kan. Ie masche. Mando.
Keer. Ie tourne. Verto.
Keer. Ie balle. Scopo.
Kem. Ie peigne. Pecto.
Ken. Ie cognoy. Cognosco.
Kerm. Ie lamente. Lamentor.
Kern. Ie bats le beure. Butyrum pulso.
Keur. Ie visite. Censeo.
Kick. Ie gronde. Mussito.
Kies. I'elis. Eligo.
Kijck. Ie voy. Intueor.
Kijf. Ie tense. Litigo.
Kip. I'esclos poulsins. Pullulo.
Klack. Ie crevasse avec un son esclatant. Cum fragore rimas ago.
Klad. Ie crotte. Penicillo vestem à luto detergo.
Klaeg. Ie plains. Queror.
Klap. Ie babille. Fabulor.
Ick Klee. Ie vestis. Vestio.
Klem. Ie pince. Premo.
Klets. Ie frappe du foüet le faisant sonner. Scutica ferio.
Kleef. I'attache. Visco.
Klein. I'appetisse. Minuo.
Klief. Ie fends. Findo.
Klim. Ie monte. Scando.
Klinck. Ie sonne. Sono.
Kluen. Ie frappe. Pulso.
Kloot. Ie boule. Volvo globũ.
Klop. Ie heurte. Pulso.
Klos. Ie joue à la boule par travers d'un anneau. Ludo globo per annulum.
Klucht. Ie plaisante. Facetias narro
Knaegh. Ie ronge. Rodo.
Knau. Ie masche. Mando.
Kne. Ie pestris. Depso.
Kners. Ie grince les dens. Dentibus strideo.
Knick. Ie hoche la teste. Nuo.
Kniel. I'agenoüille. Geniculor.
Knip. Ie chiquenaude. Talitra infligo.
Knoop. Ie noüe. Necto.
Knor. Ie gronde. Grunnio.
Koel. Ie fai tiede. Tepido.
Kom. Ie viens. Venio.
Koop. I'achepte. Emo.
Kout. Ie devise. Fabulor.
Kraets. Ie gratte. Scabo.
Krau. Ie gratte. Scabo.
Kranck. Ie debilite. Debilito.
Kriel. Ie remue comme entre les fourmis. Mobilito per turbas.
Krijgh. I'acquiers. Acquiro.
Krijt. Ie pleure. Ejulo.
Krimp. Ie retrecis. Arcto.
Kroch. Ie geins. Queror.
Kroock. Ie fronce. Rugo.
Krol. Ie crespille. Crispo.
Krom. Ie courbe. Curvo.
Krop. I'emplis le govion. Ingluviem farcio avium.
Kruy. Ie pousse. Vi pello.
Kruy. I'espice. Aromatibus condio.
Kruyp. Ie rampe. Repo.
Kuch. Ie tousse. Tussito.
Kus. Ie baise. Osculor.
Kuysch. Ie nettoye. Nitido.
L Ach. Ie ris. Rideo.
La. Ie charge. Onero.
Laeck. Ie diminue. Diminuo.
Laeck. Ie desprise. Contemno.
Lang. I'allonge. Prolongo.
Lang. I'aveins. Porrigo.
Lap. Ie rapiece. Interpolo.
Laet. Ie laisse. Linquo.
Laef. Ie rafraischis. Foveo.
Laeu. Ie fai tiede. Tepido.
Leck. Ie lesche. Lambo.
Leegh. I'abbaisse. Humilio.
Leem. I'enduis d'argille. Luto.
Leen. Ie preste. Mutuo.
Leer. I'enseigne. Doceo.
Legh. Ie mets. Pono.
Leeck. Ie coule. Stillo.
Leen. I'appuis. Cubito.
Lees. Ie lis. Lego.
Lesch. I'esteins. Extinguo.
Let. I'empesche. Impedio.
Let. Ie considere. Considero.
Leef. Ie vis. Vivo.
Ley. Ie meine. Duco.
Licht. I'esclaircis. Luceo.
Licht. Ie leve. Levo.
Liegh. Ie mens. Mentior.
Ligh. Ie couche. Jaceo.
Lijd. I'endure. Fero.
Lisp. Ie begaye. Balbutio.
Lock. I'allesche. Allicеo.
Loer. Ie lorgne. Observo.
Lol. Ie grongnonne. Ejulo ad instar felis.
Lol. Ie me chauffe comme les vieilles qui usent d'un pot plein de feu le mettant sous elles.
Lonck. I'œillade. Oculo.
Loon. Ie baille le loyer. Remunero.
Loop. Ie cours. Curro.
Los. Ie delasche. Laxo.
Loot. Ie jette le sort. Sortior.
Loof. Ie loüe. Laudo.
Lub. Ie chastre. Castro.
Lul. Ie feins le son. Sonum imitor.
Luym. Ie lorgne. Insidiantibus oculis intueor.
Luys. I'espluche des pouls. Pediculos lego.
Lie. Ie passe. Transeo.
M Ach. Ie puis. Possum.
Maey. Ie fauche du foin. Deseco prata.
Maeck. Ie fay. Facio.
Mael. Ie peins. Pingo.
Mael. Ie mouls. Molo.
Maen. Ie stipule. Stipulor.
Maen. Ie conjure. Adjuro.
Melck. Ie traits le laict. Mulgeo.
Meng. Ie mesle. Misceo.
Men als peerden oft vvaghen. Ie mene. Duco.
Merck. Ie marque. Noto.
Mest. I'engraisse. Sagino.
Meet. Ie mesure. Metior.
Mets. Ie massonne. Extruo muros.
Mein. Ie cuide. Opinor.
Mick. I'ay l'œil à quelque chose. Collimo.
Mye. Ie contregarde. Caveo.
Min. I'ayme. Amo.
Moet. Il me faut. Debeo.
Moey. Ie moleste. Molesto.
Moord. Ie meurtris. Trucido.
Mor. Ie murmure. Murmuro.
Muf. Ie sens le relant. Situm redoleo.
Munt. Ie monnoye. Cudo nummos.
Muyl. Ie rechigne. Contraho vultum.
Muyt. Ie mutine. Seditionem facio.
N Aey. Ie cous. Suo.
Naec. I'approche. Propinquo.
Nau. Ie fay estroict. Angusto.
Neem. Ie prens. Accipio.
Nest. Ie niche. Nidifico.
Nygh. I'encline. Inclino.
Nies. I'esternue. Sternuo.
Nieu. Ie fay nouveau. Novo.
Nijp. Ie pince. Vellico.
Noem. Ie nomme. Nomino.
Noo. I'invite. Invito.
Noop. I'aiguillonne. Stimulo.
O Ogst. Ie moissonne. Messem facio.
Oos. Ie vuide l'eau. Exhaurio.
Ick P Ael. Ie borne. Termino.
Paer. Ie mets pair à pair. Binos pono.
Paert. Ie partis. Partior.
Paey, I'appayse. Paco.
Pand. Ie mets en gage. Pignero.
Pap. Ie colle. Glutino.
Pas. Ie le fais accorder. Apto.
Peck. Ie poisse. Pico.
Peel. Ie pele. Decortico.
Pers. Ie presse. Premo.
Pick. Ie bequette. Rostro.
Pijp. Ie pipe. Pipo.
Pis. Ie pisse. Meio.
Plaegh. Ie vexe. Vexo.
Plasch. Ie pateline en l'eau. In aqua palpo.
Pleck. Ie macule. Maculo.
Pleegh. Ie soulois. Soleo.
Pleyt. Ie plaide. Litigo.
Ploegh. Ie harse. Aro.
Plomp. Ie rebouche. Hebeto.
Plomp. Ie plonge en l'eau. Mergo.
Ploy. Ie plie. Plico.
Pluck. Ie cueille. Carpo.
Pluys. I'espluche. Polio.
Poch. Ie vante. Jacto.
Pomp. Ie vuide lossee. Sentinam expurgo.
Poogh. Ie tasche. Nitor.
Por. I'incite. Incito.
Pot. I'amasse en pot. In ollulis coacervo.
Poy. Ie boy. Indulgeo potationibus.
Praem. I'oppresse. Opprimo.
Prangh. I'oppresse. Opprimo.
Praet. Ie babille. Fabulor.
Prick. I'aiguillonne. Stimulo.
Preeu. Ie desrobbe finement. Surripio.
Pris. Ie prise. Laudo.
Print. I'imprime. Imprimo.
Proef. I'esprouve. Probo.
Proef. Gouste. Gusto.
Pronck. Ie tiens gravité comme une espousée.
Put. Ie puise. Haurio aquam.
Q Vel. Ie fasche. Molesto.
Quets. Ie blesse. Lædo.
Quist. Ie degaste. Dissipo.
Quijl. Ie bave. Stillo pituitam ex ore.
R A. I'adevinne. Divino.
Raeck. Ie touche. Tango.
Raep. I'amasse. Colligo.
Raes. Ie rage. Lascivio.
Reck. Ie tens. Tendo.
Ren. Ie cours. Cursito.
Reul. Ie troque. Commuto.
Rey. Ie danse. Duco choreas.
Reyck. Ie tends. Porrigo.
Reys. Ie chemine. Proficiscor.
Richt. I'erige. Erigo.
Rieck. Ie sens. Sentio.
Riem. Ie rame. Remigo.
Rie. Ie chevauche. Equito.
Rijm. Ie rhime. Versifico.
Ryp. Ie meuris. Præcoquo.
Rys. Ie me leve. Sublevo.
Rips. Ie route. Ructo.
Reck. I'estrique la quenoüille. Pensum struo.
Roem. Ie me vante. Iacto.
Roep. Ie crie. Clamo.
Roer. Ie remue. Moveo.
Roest. I'enroüille. Rubiginem traho.
Roey. Ie rame. Remigo.
Rol. Ie roule. Volvo.
Ronck. Ie ronffle. Sterto.
Rond. I'arondis. Rotundo.
Roof. Ie ravis. Spolio.
Rot. Ie pourris. Putreo.
Ruck. I'arrache. Avello.
Ruet. I'engraisse. Sebo.
Run. Ie coagule. Coagulo.
Run. Ie flotte. Fluo.
Rust. Ie repose. Quiesco.
Ruym. I'amplifie. Amplifico.
Ruysch. Ie bruys. Strepo.
S Aey. Ie seme. Semino.
Saegh. Ie sie. Serro.
Saelf. I'oings. Ungo.
Scha. I'endommage. Noceo.
Schaf. Ie traicte. Tracto.
Schaeck. Ie prens une fille par force. Rapio virginem.
Schaem. Ie rougis. Erubesco.
Schamp. Ie glisse. Labor.
Schants. Ie fortifie remparts. Munio valles.
Schat. I'estime. Æstimo.
Schaef. Ie rabotte. Dolo.
Scheer. Ie tonds. Tondeo.
Scheld. Ie tense. Objurgo.
Schel. I'escorche. Decortico.
Schenck. Ie verse. Infundo.
Schend. Ie gaste. Corrumpo.
Schep. Ie cree. Creo.
Scherm. I'escrime. Digladior.
Scharp. I'aiguise. Acuo.
Scherf. Ie hache. Concido.
Schuer. Ie deschire. Lacero.
Scheyd. Ie separe. Separo.
Schick. I'ordonne. Ordino.
Schiet. Ie tire. Sagitto.
Schijn. Ie luis. Luceo.
Schil. Ie differe. Differo.

Schim. Ie brocarde. Iocor.
Schock. Ie secouë. Succusso.
Schors. Ie trousse. Succingo.
Schau. Ie contemple. Contemplor.
Schrab. I'esgratigne. Unguibus scabo.
Screeu. Ie crie esclatant. Exclamo.
Screy. Ie pleure. Lachrymo.
Schick. Ie faillis. Dissilio.
Scroef. Ie vire. Torqueo cochleam.
Scroem. I'effraye. Horreo.
Schrie. I'ajambe. Facio gradum.
Schrijf. I'escris. Scribo.
Schud. Ie secouë. Quasso.
Schup. Ie houë. Palea levo.
Schur. I'escure. Tergo.
Schut. Ie contregarde. Assamentis occludo.
Schu. I'evite. Evito.
Schuil. Ie m'embusche. Lateo.
Schuyf. Ie coule. Trudo.
Seep. Ie savonne. Sapone linio.
Segh. Ie di. Dico.
Send. I'envoie. Mitto.
Seng. Ie brusle quelque peu. Suburo.
Set. I e mets. Pono.
Stel. Ie mets. Pono.
Seur. Ie trompe. Impono.
Seyl. Ie vogue. Velifico.
Sie. Ie bouïllis. Ferveo.
Sie. Ie voy. Video.
Sift. Ie crible. Cribro.
Sijp. Ie degoutte. Mano.
Sinck. I'enfonse. Mergo.
Ick Sing. Ie chante. Canto.
Sit. I'assieds. Sedeo.
Slab. Ie bave. Squaleo.
Sla. Ie frappe. Verbero.
Slacht. Ie ressemble de condition. Assimilor.
Slaep. Ie dors. Dormio.
Slap. Ie lasche. Laxo.
Slaef. Ie travaille comme esclave. Laboro.
Slem. Ie fais bonne chere. Cõmessor.
Sleur. Ie traisne. Traho.
Sleyp. Ie traisne. Traho.
Slicht. Ie fais uni. Plano.
Slijp. I'aiguise. Acuo.
Slijt. I'use. Tero.
Slis. I'appaise. Paco.
Slick. I'avalle. Gurgito.
Slof. Ie trousse. Replico.
Slorp. Ie hume. Sorbeo longo tractu.
Sluym. Ie sommeille. Dormito.
Sluyp. Ie vay en cachette. Clanculum ingredior.
Sluyt. Ie ferme. Claudo.
Smacht. Ie suffoque. Suffoco.
Smack. Ie rue de roideur. Projicio.
Smaeck. Ie gouste. Gusto.
Smal. I'attenuë. Extenuo.
Sme. Ie forge. Cudo.
Smeeck. I'amadouë. Adulor.
Smeer. I'oins. Linio.
Smelt. Ie fonds. Fundo.
Smet. Ie macule. Maculo.
Smets. Ie bauffre. Commessor.
Smoeck. Ie fume. Fumo.
Smoor. I'estouffe. Suffocor.
Smijt. Ie bats. Verbero.

Snap. Ie babille. Garrio.
Snau. Ie parle rudement. Duriter loquor.
Snie. Ie coupe. Scindo.
Snoep. Ie friande en cachette. Clam cupedias edo.
Snoer. I'enfile. Filo trajicio.
Snoey. I'esbranche. Frondo.
Snorck. Ie sanglotte. Sterto.
Snuyt. Ie mouche. Mungo.
Soeck. Ie cherche. Quæro.
Soen. Ie reconcilie. Reconcilio.
Soogh. I'allaicte. Lacto.
Sorgh. I'ay soing. Curo.
Sout. Ie salis. Salio.
Spa. Ie houë. Fodio.
Span. Ie tends. Tendo.
Spaer. I'espargne. Parco.
Speck. Ie larde. Lardo.
Speel. Ie joue. Ludo.
Spen. Ie sevre. Ablacto.
Speer. Ie tends. Tendo.
Speet. I'embroche. Figo veru.
Speur. Ie troche. Indago.
Spie. Ie cheville. Clavis ligneis figo.
Spie. I'espie. Insidior.
Spin. Ie file. Neo.
Spits. Ie fais pointu. Acuo.
Spit. Ie fouïs. Fodio.
Spoey. Ie me haste. Accelero.
Spoel. Ie devuide du fil pour tistre. Glomero.
Spoor. I'esperonne. Calcaribus concito.
Spot. Ie mocque. Derideo.
Spou. Ie crache. Spuo.
Spreeck. Ie parle. Loquor.
Sprey. I'estens. Tendo.
Spring. Ie saute. Salto.
Spruyt. Ie germe. Germino.
Spuel. Ie reinse. Eluo.
Spuyt. Ie jette l'eau par un eclissoire. Ejicio aquam syringe.
Staeck. Ie paissele. Palo.
Sta. Ie me tiens sur les pieds. Sto.
Staeck. Ie cesse. Desisto.
Stamp. Ie pile. Tundo.
Stap. I'enjambe. Pleno gradu incedo.
Steeck. Ie pique. Pungo.
Steel. Ie desrobbe. Furor.
Stel. Ie pose. Pono.
Stelp. I'estanche le sang. Sisto sanguinem.
Stem. Ie baille ma voix. Suffragium fero.
Steen. I'ahanne. Gemo.
Sterf. Ie meurs. Morior.
Steun. I'appuye. Fulcio.
Steyl. Ie dresse contremont. Erigo.
Sticht. Ie fonds. Fundo.
Stijgh. Ie monte. Scando.
Stijf. Ie roidis. Rigeo.
Stil. I'appaise. Paco.
Stinck. Ie sens mauvais. Oboleo.
Stoor. Ie trouble. Turbo.
Stoot. Ie heurte. Trudo.
Stop. I'estoupe. Obturo.
Stort. I'espans. Effundo.
Stoof. I'estuve. Foveo.
Stou. I'incite de faire ou d'aller. Propello.
Strael. Ie rayonne. Radio.
Straf. Ie punis. Punio.
Streck. Ie tens. Tendo.

Streel. Ie peigne. Pecto.
Strick. Ie nouë. Nodo.
Stroop. I'escorche. Deglubo.
Stroey. I'espars. Spargo.
Strijck. Ie frotte. Linio.
Strie. Ie combats. Pugno.
Stier. Ie conduits. Duco.
Stuyp. I'encline. Inclino.
Stuyt. Ie vante. Iacto.
Stuyt. Ie bondis. Resulto.
Stuyf. Ie pouldroye. Pulvero.
Sucht. Ie souspire. Suspiro.
Suf. Ie radotte. Deliro.
Suyg. Ie tette. Sugo.
Suym. Ie chome. Moror.
Suyp. Ie hume. Sorbeo.
Svvack. I'affoiblis. Infirmo.
Svvaer. I'appesantis. Gravo.
Svvalp. Ie flote. Affluo.
Svvert. Ie noircis. Nigro.
Svveet. Ie sue. Sudo.
Svvelgh. I'avalle. Glutio.
Svveel. I'enflle. Tumeo.
Svvem. Ie nage. Nato.
Svveer. Ie jure. Iuro.
Svverm. I'escheme. Examino.
Svvicht. Ie cesse. Cesso.
Svvijg. Ie tais. Taceo.
Tael. I'enquiers. Inquiro.
Tap. Ie tire. Promo.
Tas. I'entasse. Acerbo.
Tast. Ie taste. Palpo.
Tees. I'espluche. Carpo.
Tel. Ie nombre. Numero.
Tem. Ie dompte. Domo.
Tems. Ie tamise. Cribro.
Teer. Ie digere. Coquo cibum.
Tier. Ie tempeste. Tumultuo.
Ick Toef. I'attens. Expecto.
Tol. Ie donne gabelle. Tributum do.
Ton. I'entonne. Infundo in dolia.
Toogh. Ie monstre. Ostendo.
Toom. Ie bride. Fræno.
Toon. Ie tonne. Tono.
Top. Ie jouë de la toupie. Trocho ludo.
Tan. Ie tanne. Coria perficio.
Tracht. Ie delibere. Delibero.
Traen. Ie larmoye. Lachrymo.
Treck. Ie tire. Traho.
Terd. Ie marche. Gradior.
Tref. Ie touche. Tango.
Troost. Ie console. Consolor.
Trau. I'espouse. Duco uxorem.
Treur. Ie contriste. Mœreo.
Tuygh. Ie tesmoigne. Testor.
Tuyn. I'environne de hayes. Sepio.
Tuysch. Ie jouë aux dets. Alea ludo.
Tvvist. I'estrive. Alterco.
Tvvyn. Ie tors du fil. Torqueo filum.
Val. Ie tombe. Cado.
Valsch. Ie fausse. Falso.
Vang. Ie prens. Capio.
Vaer. Ie vay par chariot ou par navire. Meo.
Vast. Ie jeusne. Iejuno.
Vaet. I'entonne. Infundo modios.
Vaet. I'empoigne. Comprehendo.
Vecht. Ie combats. Pugno.
Vel. I'abbats. Prosterno.

Vergh. Ie mets au devant. Propono.
Vest. Ie confirme. Confirmo.
Veyl. Ie mets en vente. Venale propono.
Veins. Ie dissimule. Dissimulo.
Vier. Ie fai feu de joye. Celebro Vulcania.
Vijl. Ie lime. Limo.
Vijs. Ie vire. Verto cochleam.
Vil. I'escorche la peau. Deglubo.
Vind. Ie trouve. Invenio.
Visch. Ie pesche. Piscor.
Vlack. I'applanis. Planum facio.
Vlam. Ie flamboye. Flammo.
Vlecht. I'entrelasse. Vieo.
Vleck. Ie macule. Maculo.
Vley. Ie flatte. Adulor.
Vlie. Ie fuis. Aufugio.
Vliegh. Ie vole. Volo.
Vliem. Ie lance. Scalpello lancino.
Vliet. Ie flotte. Fluo.
Vloeck. Ie maudis. Execror.
Vloey. Ie flotte. Fluo.
Vlooy. I'espluche. Capto pulices.
Vlucht. Ie prens la fuite. Agito fugam.
Vocht. Ie ramoitis. Humecto.
Voed. Ie nourris. Nutrio.
Voel. Ie sens. Sentio.
Voer. Ie meine. Veho.
Volgh. Ie suis. Sequor.
Vau. Ie plie. Plico.
VVacht. Ie charge voicture. Onero vectura.
Vraegh. Ie demande. Interrogo.
Vrees. Ie crains. Timeo.
Vries. I'engele. Gelo.
Vroom. Ie corrobore. Corroboro.
Vrye. Ie fay l'amour. Procor.
Vul. I'emplis. Impleo.
VVacht. Ie garde. Custodio.
VVaegh. Ie hazarde. Aleam omnem jacio.
VVaeck. Ie fay le guet. Vigilo.
VVaey. Ie vente. Spiro.
VValgh. I'ay appetit de vomir. Nauseo.
VVal. Ie fourbouïllis. Subferveo.
VVaen. Ie presume. Præsumo.
VVan. Ie vanne. Vanno.
VVasch. Ie lave. Lavo.
VVas. Ie crois. Cresco.
VVas. Ie couvre de cire. Cero.
VVed. Ie gage. Certo.
VVeyck. I'amollis. Mollio.
VVeen. Ie pleure. Ploro.
VVeer. Ie defends. Defendo.
VVend. Ie tourne. Verto.
VVen. I'accoustume. Assuefacio.
VVerck. Ie besongne. Operor.
VVerm. Ie chauffe. Calefacio.
VVerp. Ie jette. Jacio.
VVer. I'empestre. Implico.
VVeet. Ie sçay. Scio.
VVet. I'aiguise. Acuo.
VVeef. Ie tis. Texo.
VVeyd. Ie pasture. Pasco.
VVie. Ie sarcle. Extirpo herbas.
VViegh. Ie berche. Ventico.
VVil. Ie veux. Volo.

VVinck,

Ick {
VVinck. Ie cille. Nuo.
VVind. I'envelope. Involvo.
VVin. Ie gagne. Lucror.
VVip. Ie bransle haut & bas. Sursum & deorsum mobilito.
VVisch. Ie torche. Tergo.
VVit. Ie blanchis. Albo.
VVoel. Ie fais tumulte. Tumultuo.
VVoest. Ie desole. Desolo.
VVond. Ie navre. Vulnero.
VVoon. Ie demeure. Moror.
VVreck. Ie venge. Vindico.
VVring. Ie tords. Torqueo.
VVroet. Ie foüille. Volutor.
VVrijf. Ie frotte. Frico.
VVurgh. I'estrangle. Strangulo.
VVyck. Ie fais place. Cedo.
VVyd. I'eslargis. Amplifico.
VVye. Ie dedie. Dedico.
VVys. Ie monstre. Monstro.

5. *Verbes Latins d'une syllabe, lesquels sont en Flaman aussi d'une syllabe.*

Do. Ie donne. ick gheef.
Flo. Ie souffle. ick blaes.
No. Ie nage. ick svvem.
Sto. Ie suis debout. ick stae.
Sum. Ie suis. ick ben.

45. *Verbes Grecs d'une syllabe, lesquels sont abbregés de longs.*

Βδῶ	pour	Βδέω ou Βδῆμι	Πνῶ	pour	Πνέω ou Πνεύω
Βλῶ		Βλῆμι	Πτῶ		Πτάω ou Πτῆμι
Βῶ		Βόω	Πῶ		Πάω ou Πῆμι
Γνῶ		Γνόω	Ῥῶ		Ῥέω, Ῥόω & Ἐρέω
Γρῶ		Γρόω	Σκλῶ		Κλέω
Γῶ		Γάω & Γόω	Σμῶ		Σμέω ou Σμώω
Δμῶ		Δμάω ou Δμέω	Σπῶ		Σπάω
Δρῶ		Δράω	Σχῶ		Σχίω
Δῶ		Δέω & Δίδωμι	Σῶ		Σάω & Τέω
Ζῶ		Ζάω & Ζέω	Τλῶ		Τλάω
Θλῶ		Θλάω	Τμῶ		Τέμνω
Θνῶ		Θνάω ou Θνήσκω	Τρῶ		Τρέω
Θῶ		Θέω	Τῶ		Τάω
Κλῶ		Κλάω, κλέω, κλείω	Φθῶ		Φθάω Φθέω Φθείω
Κνῶ		Κνάω ou κνῆμι	Φλῶ		Φλάω & Φλέω
Κρῶ		Κρέω & Κέρω	Φρῶ		Φρῆμι
Κτῶ		Κτάω & Κτέω	Φῶ		Φάω Φῆμι
Κῶ		Κάω & Κόω	Χρῶ		Χράω χρέω χρόω
Λῶ		Λάω	Χῶ		Χέω χένω
Μνῶ		Μνάω ou Μνέω	Ψῶ		Ψάω & Ψίω χρείω
Νῶ		Νάω ou Νέω	Ὦ		Ἕω
Ξῶ		Ξέω	Ὧ		Ἕω
Πλῶ		Πλέω ou Πλεόω			

D'autres sangle sons Flamans, comme de Noms, Surnoms, & autres Commencemens &c. comme il s'ensuit.

1428. *Noms, Surnoms Flamans d'une syllabe.*

Acht. Huict. Octo.
Ael. Anguille. Anguilla.
Aem. Caque. Cadus.
An. Aupres. Apud.
Aep. Singe. Simia.
Aer. Espi. Spica.
Aert. Complexion. Complexio.
Aes. Paste. Esca.
Aex. Hache. Ascia.
Af. Ius. De.
Al. Tout. Totus.
Alf. Fee. Fatifer.
Als. Quand. Cum.
Am. Nourrice. Nutrix.
Ampt. Office. Officium.
Angst. Anxieté. Anxietas.
Arm. Bras. Brachium.
As. Essieu. Axis.
Back. Auge. Linther.
Badt. Bain. Balneum.
Baeck. Machoire. Maxilla.
Baeck. Pharus.
Bael. Bale. Sarcina.
Baen. Parterre. Sphæristerium.
Baer. Biere. Feretrum.
Baer. Onde. Unda.
Baert. Barbe. Barba.
Baersch. Perche. Perca.
Baes. Hoste. Herus.
Baet. Gain. Commodum.
Baeg. Bague. Monile.
Bal. Esteuf. Pila.
Balch. Pance. Bestiarum venter.
Balck. Poultre. Trabs.
Bald. Incontinent. Brevi.
Ban. Excommunication. Excommunicatio.
Banck. Banc. Scamnum.
Bandt. Lien. Vinculum.
Bang. Angoisseux. Anxius.
Bar. Present. Præsens.
Bargh. Pourceau chastré. Majalis.
Bas. Abboy. Latratus.
Bast. Canepin. Scheda.
Bast. Hart. Laqueus.
Bat. Mieux. Melior.
Bay. Bayette. Badius color.
Beck. Bec. Rostrum.
Bed. Lict. Lectus.
Be. Petition. Petitio.
Beelt. Image. Imago.
Beemt. Pré. Pratum.
Been. Os. Os.
Been. Iambe. Crus.
Beer. Verrat. Verres.
Beer. Ours. Ursus.
Beest. Beste. Bestia.
Bel. Clochette. Tintinnabulum.
Ben. Banne. Sporta.
Berdt. Aix. Asser.
Bergh. Mont. Mons.
Best. Mieux. Melior.
Bey. Tous deux. Ambo.
Biecht. Confessio.
Bie. Mouche à miel. Apes.
Bier. Biere. Cerevisia.
Bies. Ionc. Iuncus.
Biest. Caille. Colostra.
Bladt. Fueille. Folium.
Blas. Soufflement. Flatus.
Blaes. Vessie. Vesica.
Blaeu. Bleu. Cærulus.
Bleck. Fueille ou lame de quelque metail. Lamina.
Bleeck. Palle. Pallidus.
Blein. Empoulle. Pustula.
Blie. Ioyeux. Hilaris.
Blindt. Aveugle. Cæcus.
Block. Tronc. Truncus.
Bloet. Sang. Sanguis.
Bloem. Fleur. Flos.
Blont. Blond. Flavus.
Bloo. Timide. Timidus.
Bloot. Nud. Nudus.
Bock. Bouc. Hircus.
Bo. Messager. Nuncius.
Boeck. Livre. Liber.
Boef. Ribaud. Nebulo.
Boel. Amoureuse. Amica.
Boer. Villageois. Rusticus.
Boerd. Bourde. Nugæ.
Boet. Penitence. Pœnitentia.
Boey. Piege. Pedica.
Boog. Arc. Arcus.
Bolck. Moluë. Molua.
Bol. Boule. Globus.
Bom. Bedon. Tympanum.
Bont. Fourrure. Pelles.
Boom. Arbre. Arbor.
Boon. Febve. Faba.
Boord. Bord. Margo.
Boos. Mauvais. Malus.
Boot. Bateau. Scapha.
Borg. Bourg. Castrum.
Boor. Vibrequin. Terebrum.
Bors. Bourse. Bursa.
Borst. Poictrine. Pectus.
Bosch. Bois. Sylva.
Bot. Petoncle. Passer.
Bot. Stolide. Stolidus.
Bot. Bouton de fleur. Gemma.
Bou. Hardi. Audax.
Bout. Bougeon. Sagitta capitata.
Brack. Sentant la marine. Marinum.
Brack. Bracque. Canis sagax.
Braey. Le gras de la jambe. Suta.
Braem. Ronce. Rubus.
Brand. Un grand feu brulant d'une maison ou semblable. Incendium.
Brau. Sourcil. Supercilium.
Breet. Large. Latus.
Breuck. Amande. Mulcta pecuniaria.
Brief. Lettre. Literæ.
Brijn. Saumure. Muria.
Bril. Lunette. Specillum.
Brim. Genest. Genista.
Brock. Un petit morceau de pain taillé ou rompu. Frustum.
Broeck. Marets. Palus.
Broeck. Brayette. Subligaculum.
Broer. Frere. Frater.
Broot. Pain. Panis.
Broosch. Fragile. Fragilis.
Brug. Pont. Pons.
Bruyck. Usage. Usus.
Bruydt. Espouse. Sponsa.
Bruyn. Brun. Beticus color.
Bry. Boullie de farine de pains. Puls.
Buel. Bourreau. Carnifex.
Buer. Voisin. Vicinus.
Buyt. Butin. Præda.
Bult. Bosse. Gibbus.
Burn. Fontaine. Fons.
Bus. Canon. Tormentum.
Bus. Boëte. Pyxis.
Buyck. Ventre. Venter.
Buil. Gibbeciere. Marsupium.
Buil. Bosse. Tuber.
Buis. Canal. Canalis.
By. Pres. Prope.
Cael. Chauve. Calvus.
Caen. Canissure. Canus.
Caerd. Chardon. Virga Pastoris.
Caets. Chasse. Meta.
Caf. Paille. Acus.
Calck. Chaux. Calx.
Cant. Bord. Extremitas.
Cap. Cappe. Cucullus.
Car. Chariot. Carrus.
Caes. Frommage. Caseus.
Cas. Casse. Capsa.
Cat. Chat. Felis.
Cau. Chucas. Monedula.
Cijs. Cens. Census.
Cier. Chere. Vultus lætus.
Claer. Clair. Clarus.
Clerck. Clerc. Clericus.
Cloof. Fente. Fissura.

Cluit.

Cluit. Farce. Facetiæ.
Cock. Cuiſinier. Coquus.
Colf. Maſſuë. Clava.
Com. Eſcueille. Scutella.
Comſt. Venuë. Adventus.
Cond. Notoire. Notus.
Coord. Corde. Chorda.
Cop. Chef. Caput.
Cop. Coupe. Calix.
Corf. Corbeille. Corbis.
Corſt. Crouſte. Cruſta.
Cort. Court. Curtus.
Coſt. Couſt. Sumptus.
Cot. Taniere. Cavus.
Coot. Oſſelet. Talus.
Cous. Chauſſe. Caliga.
Coy. Eſtable à brebis. Ovile.
Crab. Eſcreviſſe. Cammarus.
Craem. Boutique. Officina.
Craen. Robinet. Epiſtomium.
Craen. Grue. Grus.
Craey. Corneille. Cornix.
Crap. Garance. Erythrodanum.
Croon. Couronne. Corona.
Cruyn. Sommet de la teſte. Vertex capitis.
Cruys. Croix. Crux.
Cuyp. Cuve. Cupa.
Cuyt. Oeufs d'un poiſſon. Ova piſcium.
Dach. Jour. Dies.
Dack. Toict. Tectum.
Daet. Effect. Effectus.
Daer. Là. Ibi.
Dal. Val. Vallis.
Dam. Terrain. Agellus.
Damp. Vapeur. Vapor.
Dan. Donc. Tunc.
Danck. Gré. Gratia.
Dans. Danſe. Saltatio.
Darm. Boyau. Inteſtinum.
Das. Daim. Dama.
Dat. Ce. Hoc.
Dau. Roſee. Ros.
De. Le. Illa.
Deech. Paſte. Maſſa.
Deel. Part. Pars.
Deern. Servante. Ancilla.
Den. Le.
Des. Du.
Dees. Ceſtui. Hic.
Deucht. Vertu. Virtus.
Dicht. Solide. Solidus.
Dicht. Rime. Rithmus.
Dick. Eſpais. Denſus.
Die. Cuiſſe. Femur.
Die. Le. Ille.
Dief. Larron. Latro.
Diep. Profond. Profundus.
Dier. Animal.
Dier. Cher. Carus.
Dies. A telle condition. Sub conditione.
Dijck. Digue. Agger.
Dinck. Choſe. Res.
Diſch. Table. Menſa.
Dit. Ceci. Hoc.
Doch. Aumoins. Saltem.
Doe. Alors. Tunc.
Doec. Toile. Tela.
Doel. But. Scopus.
Door. Par. Per.
Door. Huis. Foris.
Donſt. Duvet. Plumulæ molliores.
Doot. Mort. Mors.
Doof. Sourd. Surdus.
Doop. Bapteſme. Baptiſmus.
Door. Fol. Stultus.
Doos. Boëte. Capſa.
Dop. Eſcaille entiere d'un œuf quand le dedans eſt oſté. Ovum exinanitum.
Dorp. Village. Pagus.
Dorſt. Soif. Sitis.
Doy. Deſgele. Regelatio.
Dra. Incontinent. Statim.
Draeck. Dragon. Draco.
Draet. Fil. Filum.
Draf. Bran. Furfur.
Draf. Trot. Succuſſatio equi.
Dranc. Breuvage. Potus.
Dreck. Bouë. Lutum.
Dreef. Une longue rangee d'arbres plantees. Series arborum.
Droef. Triſte. Triſtis.
Droes. Une enflure venant à la gorge derriere les aureilles ou és aiſnes. Panus.
Drom. Le fil de la treme du tiſſerant. Licium.
Dronck. Yvre. Ebrius.
Drooch. Sec. Siccus.
Droom. Songe. Somnium.
Druck. Triſteſſe. Triſtitia.
Drop. Goutte. Gutta.
Druyf. Grappe. Uva.
Drie. Trois. Tres.
Dul. Enragé. Furioſus.
Dun. Delié. Tenuis.
Duyſt. Mille. Mille.
Duym. Poulce. Pollex.
Duyn. Dune. Agger arenoſus.
Duyf. Colombe. Columba.
Dvvael. Toüaille. Mantile.
Dvvaes. Sot. Stultus.
Dvvanc. Contrainte. Vis.
Dvvee. Mol. Mollis.
Dvveers. De travers. Ex tranſverſo.
Dvverch. Nain. Nanus.
Dy. Toi. Tibi.
Dijn. Tien. Tuus.
Echt. Mariage. Matrimonium.
Eec. Vinaigre. Acetum.
Eedt. Serment. Juramentum.
Een. Un. Unus.
Eer. Avant. Prius.
Eer. Honneur. Honor.
Eerd. Terre. Terra.
Eerſt. Premier. Primus.
Eg. Herſe. Occa.
Elf. Onze. Undecim.
Elſt. Aloſe. Aloſa.
El. Aulne. Ulna.
Eint. Fin. Finis.
Eng. Eſtroict. Anguſtus.
Erch. Malin. Malignus.
Erm. Pauvre. Pauper.
Ernſt. A bon eſcient. Serio.
Erf. Heritage. Hæredium.
Eſch. Freſne. Fraxinus.
Ey. Oeuf. Ovum.
Eyc. Cheſne. Quercus.
Eyſch. Petition. Petitio.
Faal. Faute. Error.
Faem. Renom. Fama.
Feeſt. Feſte. Feſtum.
Fel. Felon. Crudelis.
Feil. Faute. Error.
Fielt. Gueux. Mendicus.
Fier. Fier. Ferus.
Fijn. Fin. Exilis.
Fleſch. Flacon. Lagena.
Fluc. Subit. Subito.
Fluym. Phlegme. Phlegma.
Fluyt. Flutte. Fiſtula.
Foc. Trinquet. Artemon.
Foy. Phi.
Form. Forme. Forma.
Fraey. Joli. Lepidus.
Fret. Foret. Viverra.
Friſch. Vigoureux. Vividus.
Fruit. Fruict. Fructus.
Gaef. Pur. Purus.
Gaer. Totalemẽt. Omnino.
Gay. Gai. Pſittacus.
Gal. Fiel. Fel.
Galgh. Gibbet. Patibulum.
Galm. Retentiſſement de la voix. Echo.
Ganc. Alleure. Inceſſus.
Ganc. Allee. Ambulacrum.
Gans. Oye. Anſer.
Gants Entier. Integer.
Garſt. Ranci. Rancidus.
Gaſt. Hoſte. Hoſpes.
Gat. Trou. Foramen.
Gaef. Don. Donum.
Gau. Prompt. Promptus.
Gec. Badin. Sannio.
Geel. Jaune. Rufus.
Gheen. Nul. Nullus.
Gheeſt. Eſprit. Spiritus.
Ghelt. Argent. Pecunia.
Ghelt. Pourceau chaſtré. Majalis.
Ghelt. Lot. Quatuor heminæ.
Ghent. Iar. Anſer mas.
Gent. Fonte. Fuſura.
Gheit. Chevre. Capra.
Ghy. Vous. Tu.
Ghier. Vaultour. Vultur.
Ghiſt. Don. Donum.
Ghild. Homme liberal. Prodigus.
Ghins. Vers là. Illuc.
Ghiſt. Lie. Fæx.
Glants. Reſplendeur. Splendor.
Glas. Verre. Vitrum.
Glat. Poli. Politus.
God. Dieu. Deus.
Goedt. Bon. Bonus.
Gom. Gomme. Gummi.
Gort. Horge ſeiche. Hordeum aridum.
Goot. Ruiſſeau. Aquæductus.
Goudt. Or. Aurum.
Gracht. Foſſe. Foſſa.
Graef. Comte. Comes.
Graen. Grain. Granum.
Graet. Areſte. Ariſta.
Graf. Sepulchre. Sepulchrum.
Gram. Courroucé. Iratus.
Gras. Herbe. Gramen.
Graeu. Gris. Glaucus.
Grents. Frontiere. Ora.
Greep. Poignee. Manipulus.
Griel. Gripaille.
Grijs. Gris. Canus.
Groef. Foſſe. Fovea.
Grof. Gros. Groſſus.
Grond. Fonds. Fundum.
Groot. Grand. Grandis.
Grou. Horreur. Horror.
Groen. Verd. Viridis.
Gruet. Salutation. Salutatio.
Gris. Moillon. Rudus.
Gunſt. Faveur. Favor.
Guit. Gueux. Mendicus.
Haec. Croc. Hama.
Haegh. Haye. Seps.
Haen. Coq. Gallus.
Haer. Poil. Pilus.
Haeſt. Haſte. Properatio.
Haet. Haine. Odium.
Half. Demi. Dimidius.
Hals. Col. Collum.
Ham. Jambon. Perna.
Handt. Main. Manus.
Harp. Harpe. Lyra.
Hars. Reſine. Reſina.
Haes. Lievre. Lepus.
Hecht. Manche. Capulus.
Hec. Claye. Vacerra.
Heel. Tout. Totus.
Heerdt. Foüier. Focus.
Heer. Seigneur. Herus.
Heeſch. Enroüé. Raucus.
Heet. Chaud. Calidus.
Hel. Clair. Clarus.
Held. Homme noble. Herus.
Hel. Enfer. Infernus.
Helm. Heaume. Galea.
Hem. Lui. Illi.
Hemd. Chemiſe. Induſium.
Hengſt. Eſtalon. Caballus.
Hert. Dur. Durus.
Herfſt. Automne. Autumnus.
Herſt. Eſchinée. Spina porci.
Hert. Cœur. Cor.
Heſp. Jambon. Perna.
Het. Ce. Id.
Heur. Sienne. Sua.
Heuſch. Courtois. Civilis.
Heus. Anſe. Anſa.
Hex. Sorciere. Venefica.
Hey. Lande. Campus ſterilis.
Hey. Hie. Fiſtuca.
Heyl. Salut. Salus.
Heir. Armée. Exercitus.
Hic. Hoquet. Singultus.
Hiel. Talon. Talus.
Hier. Ici. Hic.
Hind. Biche. Cerva.
Hin. Poulle. Gallina.
Hirs. Mil. Milium.
Hoe. Comment. Quomodo.
Hoeck. Coing. Angulus.
Hoen. Poulle. Gallina.
Hoer. Paillarde. Meretrix.
Hoeſt. Toux. Tuſſis.
Hoet. Chapeau. Pileus.
Hoef. Metairie. Villa.
Hof. Jardin. Hortus.
Hoir. Heritier. Hæres.
Hol. Cave. Cavus.
Hondt. Chien. Canis.
Hooch. Haut. Altus.
Hooft. Teſte. Caput.
Hoop. Monceau. Acervus.
Hoop. Eſpoir. Spes.
Hop. Houbelon. Lupulus.
Hop. Hupe. Upupa.
Hord. Claye. Crates.
Hoos. Chauſſe. Caliga.
Hout. Bois. Lignum.
Hou. Coup de taille. Ictus.
Hoy. Foin. Fœnum.
Hulp. Aide. Auxilium.
Hulſt. Houx. Aquifolia.
Hupſch. Elegant. Elegans.
Hut. Loge. Mapale.
Huych. Luete en la gorge. Angina.
Huyck. Hucque. Cucullus.
Huyl. Cheveche. Ulula.
Huys. Maiſon. Domus.
Hy. Il. Ille.
Ia. Ouy. Ita.
Iacht. Chaſſe. Venatus.
Iaer. An. Annus.
Ick. Je. Ego.
Iet. Quelque choſe. Aliquid.
Iuecht. Ieuneſſe. Iuventus.
Ys. Glace. Glacies.
In. En. In.
Inct. Encre. Atramentum.

Iock.

Iock. Ioug. Iugum.
Iock. Raillerie. Iocus.
Ionck. Ieune. Iuvenis.
Is. Eſt. Eſt.
Kaeck. Maſchoire. Maxilla.
Kaey. Cas. Acta.
Kaeck. Pilori. Numellæ verſatiles.
Kalf. Veau. Vitulus.
Kam. Peigne. Pecten.
Kan. Pot. Amphora.
Kans. Chance. Caſus aleæ.
Kant. als brood. Chanteau. Fruſtum.
Keel. Garderobbe. Supparum.
Keer. Tour. Circuitus.
Keers. Chandelle. Candela.
Kelck. Calice. Calix.
Keel. Gorge. Guttur.
Kees. Frommage. Caſeus.
Kemp. Chanvre. Cannabis.
Kerck. Egliſe. Templum.
Kerf. Crenne. Crena.
Kern. Pepin. Semen.
Kers. Guiſne. Ceraſa.
Kers. Creſſon. Naſturtium.
Kerr. Cren. Crena.
Keur. Choix. Optio.
Keurs. Corſet. Cyclas.
Key. Caillou. Cautes.
Kiel. Carine. Carina.
Kim. Cipeau d'un tonneau. Ora vaſis.
Kindt. Enfant. Puer.
Kin. Menton. Mentum.
Kiſt. Coffre. Ciſta.
Kit. Boiſſon. Brochus.
Klacht. Querelle. Querela.
Klack. Crevaſſe. Crepitatio.
Klad. Crotte. Macula luti.
Klamp. Membrure d'un huis. Membrum aſſeris.
Klanck. Tintement. Tinnementum.
Klap. Babil. Loquacitas.
Klau. Patte. Unguis.
Kleet. Veſtement. Veſtis.
Klef. Attachant comme glus. Tenax.
Kley. Argille. Argilla.
Klein. Petit. Parvus.
Klier. Apoſteume. Tonſilla.
Klinck. Clichet. Peſſulus.
Klis. Grateron. Aparine.
Klock. Cloche. Campana.
Kloeck. Hardi. Audax.
Kloet. Rable. Rutablum.
Klomp. Billot. Maſſa.
Kloot. Boule. Sphæra.
Klop. Coup. Ictus.
Kloof. Crevaſſe. Rima.
Klucht. Farce. Facetiæ.
Kluys. Heremitage. Sacellum.
Knaep. Serviteur. Servus.
Knecht. Garçon. Servus.
Knick. Hochement de la teſte. Nutus.
Knie. Genoüil. Genu.
Knip. Chiquenaude. Talitrum.
Knol. Naveau. Napus.
Knoop. Nœud. Nodus.
Knop. Bouton. Bulla.
Koe. Vache. Vacca.
Koeck. Gaſteau. Libum.
Koel. Tiede. Tepidus.
Koen. Hardi. Audax.
Koets. Couche. Cubile.
Kool. Charbon. Carbo.
Kool. Choux. Braſſica.
Koop. Achapt. Emptio.
Korck. Liege. Suber.
Koudt. Froid. Frigus.
Kout. Devis. Fabula.
Kracht. Force. Virtus.
Kraeck. Son eſclatant. Crepitus.
Kraegh. Gavion. Iugulus.
Kramp. Crampe. Spaſmus.
Kram. Crampon. Fibula.
Kranck. Debile. Debilis.
Krans. Chapeau de fleurs. Sertum.
Kreeft. Eſcreviſſe. Cancer.
Krib. Creche. Præſepium.
Krieck. Ceriſe. Ceraſum.
Krijch. Guerre. Bellum.
Krijt. Croie. Creta.
Krijt. Brayement. Ejulatio.
Kroes. Goblet. Scyphus.
Krom. Tortu. Tortus.
Krop. Cropion. Iugulum.
Kruyck. Cruche. Urna.
Kruym. Mie. Mica.
Kruyt. Herbe. Herba.
Kud. Troupeau de beſtes. Grex.
Kund. Notoire. Notus.
Kunſt. Art. Ars.
Kus. Un baiſer. Baſium.
Kuyl. Spelonque. Spelunca.
Kuyſch. Chaſte. Caſtus.
Kuyt. Le mol derrier de la jambe. Sura.
Kuyt. Petite. Biere.
Lach. Ris. Riſus.
Laey. Layette. Capſa.
Laet. Tard. Sero.
Laf. Fade. Flaccidus.
Laegh. Rang. Series.
Lam. Affoible. Paralyticus.
Lam. Agneau. Agnus.
Lamp. Lampe. Lampas.
Lanc. Flanc. Femen.
Lanc. Long. Longus.
Landt. Terre. Terra.
Lap. Piece de drap. Segmentum.
Laſt. Charge. Moles.
Lat. Late. Aſſula.
Laen. Tiede. Tepidus.
Lec als Lec ſchip.
Leer. Cuir. Corium.
Leech. Oiſif. Otioſus.
Let. Membre. Membrum.
Leech. Bas. Humilis.
Leec. Laïc. Laicus.
Leer. Eſchelle. Scala.
Leedt. Deſplaiſir. Luctus.
Leem. Argille. Argilla.
Leen. Fief. Prædium beneficiarium.
Leep. Caſſieux. Lippus.
Leep. Cauteleux. Aſtutus.
Leer. Doctrine. Doctrina.
Leeſt. Forme de cordonnier. Forma.
Leeu. Lion. Leo.
Lil. Le mollet du bout de l'aureille. Cartilago.
Leen. Appuy. Podium.
Leſt. Dernier. Ultimus.
Lets. Laiſſe. Lorum.
Leur. Ravauderie. Res nullius valoris.
Ley. Ardoiſe. Ardoſia.
Licht. Lumiere. Lux.
Licht. Leger. Levis.
Licht. Poulmon. Pulmo.
Liet. Chanſon. Cantio.
Lief. Cher. Charus.
Lief. Ami. Amicus.
Lier. Liere. Lyra.
Lijc. Funerailles. Exequiæ.
Lijf. Corps. Corpus.
Lijm. Colle. Colla.
Lijn. Lin. Linum.
Lijſt. Bordure. Limbus.
Lind. Tillet. Tilia.
Lint. Ruben. Vitta.
Lip. Levre. Labium.
Lis. Ranſe. Carex.
Liſt. Fineſſe. Aſtutia.
Loen. Lourdaut. Idiota.
Lof. Los. Laus.
Lont. Meiche.
Looc. Des aulx. Allium.
Loof. Fueille. Frons.
Loogh. Lexive. Lixivium.
Loon. Salaire. Salarium.
Loop. Cours. Curſus.
Loos. Subtil. Subtilis.
Loos. Poulmon. Pulmo.
Loot. Plomb. Plumbum.
Loof. Armier d'une maiſon. Umbraculum.
Loos. Mot de guet. Teſſera.
Los. Diſſie. Laxus.
Loſch. Louſche. Strabo.
Lot. Sort. Sors.
Lucht. Aïr. Aër.
Lul. Reſonance d'une chanſon.
Luſt. Volupté. Voluptas.
Luy. Pareſſeux. Ignavus.
Luys. Poulx. Pediculus.
Luyt. Luc. Teſtudo.
Macht. Puiſſance. Poteſtas.
Maech. Parent. Affinis.
Maecht. Vierge. Virgo.
Mael. Malle. Mantica.
Mael. Fois.
Maen. Lune. Luna.
Maent. Mois. Menſis.
Maer. Mais. Sed.
Maer. Bruict. Rumor.
Maet. Meſure. Menſura.
Maet. Compagnon. Socius.
Maegh. Eſtomach. Stomachus.
Mal. Fol. Stultus.
Mals. Tendre. Tener.
Mam. Mammelle. Mamma.
Man. Homme. Vir.
Manck. Boitteux. Claudus.
Maſt. Maſt. Malus.
Mat. Las. Defeſſus.
Me. Avec. Cum.
Mee. Garance. Rubia.
Meel. Farine. Farina.
Meeps. Fragile. Fragilis.
Meer. Mer. Mare.
Meers. Hune. Carcheſium.
Meer. Plus. Plus.
Meerſch. Marets. Palus.
Mees. Mauſangle. Parix.
Meeſt. Tout le plus. Plurimus.
Meeu. Oiſeau marin. Aquila maria.
Melck. Laict. Lac.
Mem. Nourrice. Nutrix.
Men. On.
Menſch. Homme. Homo.
Merch. Moüelle. Medulla.
Merck. Marque. Signum.
Merct. Marché. Forum.
Mes. Couſteau. Culter.
Met. Avec. Cum.
Mey. May. Frons feſta.
Mier. Fourmi. Formica.
Mijl. Lieuë. Milliare.
Mijn. Mon. Meus.
Mijne. Mine. Fodina.
Mijt. Mite. Mita.
Milt. Liberal. Liberalis.
Min. Moins. Minus.
Mis. Faute. Defectus.
Meſt. Fiente. Fimus.
Miſt. Bruyne. Bruma.
Moe. Las. Laſſus.
Moer. Mere. Mater.
Moes. Porée. Olus.
Moet. Courage. Animus.
Moey. Tante. Matertera.
Mol. Taulpe. Talpa.
Mondt. Bouche. Os.
Moort. Meurtre. Internecio.
Mos. Mouſſe. Muſcus.
Moſt. Mouſt. Muſtum.
Mot. Teigne. Tinea.
Mout. Grain appareillé pour braſſer de la biere. Polenta.
Mau. Manche. Manica.
Moy. Orné. Ornatus.
Muer. Mur. Murus.
Muf. Relant. Situs.
Mug. Moucheron. Culex.
Munt. Monnoye. Moneta.
Muts. Bonet. Pileus.
Muil. Mulet. Mulus.
Muyl. Muſeau. Roſtrum.
Muys. Souris. Sorex.
Muyt. Mue. Cavea.
Na. Apres. Poſt.
Nacht. Nuict. Nox.
Naeckt. Nud. Nudus.
Naem. Nom. Nomen.
Naen. Nain. Nanus.
Naeſt. Tout le plus prochain. Proximus.
Naet. Couſture. Sutura.
Nap. Plat creux. Catinus.
Nues. Nez. Naſus.
Nat. Moüillé. Madidus.
Nau. Eſtroict. Strictus.
Neck. Chainon. Cervix.
Neer. Bas. Inferus.
Neef. Nepveu. Nepos.
Neen. Non. Non.
Neep. Pinſure. Compreſſio.
Neſt. Nid. Nidus.
Net. Net. Nitidus.
Net. Retz. Rete.
Neet. Lende. Lens.
Nicht. Niepce. Neptis.
Nier. Rein. Ren.
Niet. Rien. Nihil.
Nieu. Nouveau. Novus.
Nijdt. Envie. Invidia.
Noch. Encore. Adhuc.
Noen. Midi. Meridies.
Noo. A regret. Invitus.
Noort. North. Septentrion.
Noot. Neceſſité. Neceſſitas.
Nop. Floc. Floccus.
Neut. Noix. Nux.
Noit. Iamais. Nunquam.
Nu. Maintenant. Nunc.
Nut. Utile. Utilis.
Och. Ah. Hei.
Oft. Ou. Vel.
Olm. Olme. Ulmus.
Om. Pour. Ob.
Ons. Noſtre. Noſter.
Oock. Auſſi. Etiam.
Oog. Oeil. Oculus.
Oogſt. Moiſſon. Meſſis.
Oom. Oncle. Patruus.
Oor. Aureille. Auris.
Oort. Lieu. Locus.
Ooſt. Orient. Oriens.
Op. Deſſus. Super.
Os. Bœuf. Bos.

Oudt.

Oudt. Vieil. Vetus.
Oyt. Onques. Unquam.
Pacht. Ferme. Vectigal.
Pack. Fardeau. Sarcina.
Pael. Pau. Palus.
Paer. Paire. Par.
Paert. Part. Pars.
Palm. Paulme. Palma.
Pand. Hypotheque. Pignus.
Pandt. Pand. Lacinia.
Pan. Paelle. Sartago.
Pap. Papin. Pappa.
Pas. En poinct. Commodum.
Pat. Sentier. Semita.
Paeu. Paon. Pavo.
Paeis. Paix. Pax.
Peck. Poix. Pix.
Peert. Cheval. Equus.
Peersch. Pers. Cœruleus.
Pels. Peau. Pellis.
Pen. Plume. Calamus.
Pens. Trippe. Inteſtina.
Perck. Parc. Septum.
Peer. Poire. Pirum.
Pers. Preſſe. Torcular.
Peez. Corde d'arc. Chorda arcus.
Pijp. Tuyau. Tubus.
Pier. Vers de terre. Lumbricus.
Pijck. Pique. Haſta.
Pie. Manteau à marinier, Nauticapenula.
Pijl. Fleſche. Sagitta.
Pijn. Douleur. Dolor.
Pin. Baſton poinctu. Veruculum.
Pips. Pepie. Pituita.
Plack. Ferule. Ferula.
Plaet. Planche. Syrtes.
Plaets. Place. Locus.
Plaegh. Vexation. Vexatio.
Planck. Planche. Planca.
Plas. Marée. Lacuna.
Plat. Plat. Planus.
Pleck. Tache. Macula.
Pleit. Bateau large & plat. Stlata.
Plicht. Office. Officium.
Ploech. Charruë. Aratrum.
Plom. Rebouché. Hebes.
Ploy. Plis. Plica.
Pluym. Plume. Pluma.
Pock. Verolle. Lues venerea.
Poer. Pouldre. Pulvis.
Poel. Lac. Lacuna.
Pol. Concubinaire. Concubinus.
Pols. Pouls. Pulſus.
Pomp. Oſſée. Sentina.
Pondt. Livre. Pondo.
Poort. Porte. Porta.
Poos. Petit eſpace de temps. Momentum.
Poot. Patte. Palma pedis.
Pop. Pouppée. Puppa.
Poſt. Poſteau. Poſtis.
Poſt. La poſte. Curſor.
Poot. Sion. Talea.
Pot. Pot. Olla.
Pracht. Magnificence. Magnificentia.
Prat. Fier. Arrogans.
Prick. Lampreie. Muſtula.
Priem. Poinçon. Pugiunculus.
Prijs. Prix. Laus.
Proef. Preuve. Proba.
Pruym. Prune. Prunum.
Pruts. Superbe. Superbus.
Prye. Charogne. Cadaver.
Punt. Poinct. Punctum.
Put. Puits. Puteus.
Puyſt. Empoule. Puſtula.
Quaet. Mauvais. Malus.
Quael. Langueur. Languor.
Quant. Gallant. Scitus homo.
Quijt. Quicte.
Radt. Rouë. Rota.
Raedt. Conſeil. Conſilium.
Raem. Chaſſis. Fulcrum feneſtræ quadratum.
Raep. Naveau. Rapum.
Ram. Belier. Aries.
Ramp. Malheur. Infelicitas.
Ranck. Branche. Ramus.
Ranck. Fineſſe. Aſtutia.
Ranck. Greſle. Gracilis.
Randt. Bord. Ora.
Raſch. Soudain. Cito.
Raſp. Rape. Scalprum.
Rat. Rat. Glis.
Raef. Corbeau Corvus.
Raeu. Crud. Crudus.
Recht. Droict. Rectus.
Ree. Biche. Cerva.
Reep. Cercle. Circulus.
Reſt. Reſte. Reſiduum.
Reuck. Odeur. Odor.
Reu. Chien maſle. Canis mas.
Reus. Geant. Gigas.
Rey. Danſe. Chorea.
Reyn. Pur. Purus.
Reys. Fois.
Reys. Voyage. Profectio.
Reb. Coſte. Coſta.
Riet. Canne. Arundo.
Riem. Ceinture. Cingulum.
Riem. Rame. Remus.
Rijck. Riche. Dives.
Rijm. Gelée. Pruina.
Rijm. Rhime. Rhitmus.
Rijp. Meur. Maturus.
Rijs. Riz. Oriza.
Rijs. Branche. Ramus.
Rinck. Anneau. Annulus.
Rindt. Bœuf. Bos.
Ring. Viſte. Velox.
Rin. Cage. Cavea.
Rinſch. Aucunement ſur. Subacidus.
Roch. Raye. Raia.
Rock. Saye. Toga.
Rock. Quenoüille. Colus.
Roe. Verge. Virga.
Roedt. Suie de cheminee. Fuligo.
Roef. Pouppe. Puppis.
Roem. Vanterie. Jactantia.
Roep. Cri. Clamor.
Roer. Gouvernail. Gubernaculum.
Roeſt. Enroüillure. Rubigo.
Roogh. Oeuf de poiſſon. Ova piſcium.
Rog. Seigle. Siligo.
Rol. Roulle. Phalanga.
Rondt. Rond. Rotundus.
Roock. Fumée. Fumus.
Root. Rouge. Ruber.
Roof. Butin. Præda.
Room. Creme. Cremor.
Roos. Roſe. Roſa.
Ros. Roux. Rufus.
Ros. Cheval. Equus.
Rot. Pourri. Putris.
Rot. Bande de gens. Claſſis.
Rou. Rude. Rudis.
Ruet. Suif. Sevum.
Rug. Dos. Dorſum.
Rups. Chenille. Bruchus.
Ruim. Ample. Amplus.
Ruyn. Hongre. Cantherius.
Ruyt. Ruë. Ruta.
Ruyt. Lozenge. Teſſera.
Rie. Rang. Series.
Sacht. Mol. Mollis.
Sack. Sac. Saccus.
Sael. Selle. Ephippium.
Sael. Salle. Atrium.
Saen. Toſt. Statim.
Saen. Creme. Cremor.
Saet. Semence. Semen.
Saey. Saiette.
Saeg. Sie. Serra.
Saec. Cauſe. Cauſa.
Salf. Onguent. Unguentum.
Salm. Saulmon. Salmo.
Sandt. Arene. Arena.
Sap. Suc. Succus.
Sarck. Tombe. Cippus.
Sadt. Saoul. Satur.
Saus. Saulſe. Condimentum.
Saut. Sel. Sal.
Schacht. Fleſche. Sagitta.
Scha. Dommage. Damnum.
Schaeu. Ombre. Umbra.
Schaeck. Eſchetz. Alveus.
Schael. Taſſe. Patera.
Schaep. Brebis. Ovis.
Schaerd. Teſt. Ruma.
Schaers. A peine. Vix.
Schaets. Eſchaſſe. Gralla.
Schalck. Caut. Cautus.
Schamp. Brocard. Scomma.
Scand. Deſhonneur. Ignominia.
Schants. Rempart. Vallum.
Schaer. Grande multitude de gens. Caterva.
Schat. Threſor. Theſaurus.
Schaef. Rabot. Dolabra.
Schee. Gaine. Vagina.
Scheef. De bihay. Obliquus.
Scheel. Louche. Luſcus.
Scheel. Greve de la teſte. Separatio comæ.
Scheel. Couvercle. Operculum.
Scheer. Force. Forfex.
Schel. Sonnette. Tintinnabulum.
Schel. Eſcorce. Cortex.
Schelm. Meſchant. Nequam.
Schelp. Coquille. Calix.
Schenck. Don. Donum.
Scheen. Creve de la jambe. Tibia.
Scherf. Teſte. Teſta.
Scherp. Aigu. Acutus.
Scheur. Fente. Fiſſura.
Scheut. Scion. Surculus.
Schicht. Dard. Jaculum.
Schier. Tantoſt. Mox.
Schijn. Lueur. Splendor.
Schijf. Tableau. Menſa.
Schil. Difference. Differentia.
Schilt. Eſcu. Scutum.
Scimp. Brocard. Iocus.
Schip. Navire. Navis.
Schoe. Soulier. Calceus.
School. Eſcole. Schola.
Schol. Sole. Solea.
Schoof. Gerbe. Faſcis ſpicarum.
Schoon. Beau. Pulcher.
Schoot. Giron. Gremium.
Schors. Eſcorce. Cortex.
Schout. Preteur. Prætor.
Schrab. Eſgrattigneure. Laceratio unguium.
Schraegh. Treſteau. Fulcrum menſarium.
Schram. Berlaffe. Vibex.
Schre. Adjambée. Paſſus.
Schreeu. Cri. Clamor.
Schreef. Traict. Tractus lineæ.
Schrift. Eſcriture. Scriptura.
Scroef. Eſcrouve. Cochlea.
Schub. Eſcaille de poiſſon. Squamma.
Schud. Vautneant. Scurra.
Schult. Debte. Debitum.
Schup. Pelle. Pala.
Schuer. Grange. Granarium.
Schurft. Rongneux. Scabioſus.
Schu. Sauvage. Agreſtis.
Schuym. Eſcume. Spuma.
Schuyt. Naſſelle. Navicula.
Se. Couſtume. Mos.
See. Mer. Mare.
Seel. Groſſe corde. Funis.
Seem. Sameau. Corium hœdinum.
Seep. Savon. Sapo.
Seer. Ulcere. Ulcus.
Seer. Fort. Valde.
Self. Meſme. Ipſum.
Ses. Six. Sex.
Seyl. Voile. Velum.
Seys. Faulx. Falx.
Sich. Soy. Se.
Sieck. Malade. Ægrotus.
Siel. Ame. Anima.
Sift. Crible. Cribrum.
Sijn. Son. Suus.
Sim. Singe. Simia.
Sin. Sens. Senſus.
Sint. Depuis. Poſt illa.
Slab. Bavette. Faſcia pituitaria.
Slach. Coup. Ictus.
Slaep. Tempes de la teſte. Tempora.
Slaep. Somne. Somnus.
Slang. Couleuvre. Coluber.
Slap. Laſche. Laxus.
Slaef. Eſclave. Servus emptitius.
Slecht. Simple. Simplex.
Sleck. Limaçon. Limax.
Sle. Traineau. Traha.
Slee. Prune. Acatium.
Slet. Torchon. Peniculamentum.
Sleyp. Longue queuë de veſtement. Syrma.
Slijck. Bouë. Lutum.
Slijm. Limon. Limus.
Slim. De bihay. Obliquus.
Slincx. Gauche. Siniſter.
Slip. Pand. Peniculamentum.
Slot. Serrure. Serra.
Sluys. Eſcluſe. Cataracta.
Smaet. Calomnie. Calumnia.
Smaeck. Gouſt. Guſtus.
Smal. Eſtroit. Arctus.
Smeer. Graiſſe. Abdomen.
Smert. Douleur. Dolor.
Smet. Macule. Macula.
Smis. Forge. Fabrica ferraria.
Smit. Mareſchal. Faber ferrarius.
Smout. Graiſſe. Pinguedo.
Snap. Babil. Garrulitas.
Snaer. Corde de lut. Fides.
Snau. Mot dit avec deſpit. Iracunda locutio.
Sne. Coupure. Sciſſura.
Snee. Neige. Nix.

Snel,

Snel. Viste. Celer.
Snip. Beccasse. Gallinago.
Snick. Souspir. Suspirium.
Snoeck. Brochet. Lupus.
Snoer. Cordon. Chorda.
Snuf. Rhume. Rheuma.
Snoo. Meschant. Vilis.
Snot. Morve. Pituita.
Soo. Ainsi. Sic.
Soch. Laict. Succus.
Sock. Chausson. Soccus.
Soch. Truye. Porca.
Soet. Doux. Dulcis.
Sool. Semelle. Solea.
Soon. Fils. Filius.
Son. Soleil. Sol.
Soom. Bord. Limbus.
Sop. Feste. Fastigium.
Sop. Ius. Ius.
Sorg. Soing. Cura.
Sot. Fol. Stultus.
Spa. Houë. Ligo.
Spaey. Tard. Tardus.
Spaen. Esclat. Assula.
Span. Extension de la paulme. Spithama.
Specht. Piemar. Picus.
Speck. Lard. Lardum.
Spel. Ieu. Lusus.
Speer. Lance. Lancea.
Speur. Trace du pas qui demeure apres avoir marché. Vestigium.
Spie. Cheville. Impages.
Spie. Espieur. Insidiator.
Spier. La chair blanche qui est à la poictrine d'un oiseau. Pulpa.
Spies. Pique. Hasta.
Spil. Fuseau. Fusus.
Spind. Huche. Penarium.
Spin. Araigne. Aranea.
Spint. Picotin. Corbula.
Spit. Broche. Veru.
Spits. Haultain.
Spoet. Haste. Properatio.
Spoel. Navette. Glomus textorius.
Spond. Chassis. Sponda.
Spoor. Esperon. Calcar.
Sport. Eschellon. Climacter.
Spot. Mocquerie. Irrisio.
Spraeck. Langage. Lingua.
Spreuck. Dicton. Sententia.
Spreeu. Estourneau. Sturnus.
Spriet. Iavelot. Venabulum.
Sproet. Lentille. Lentigo.
Spronck. Sault. Saltus.
Sprot. Harangade. Membras.
Sprau. Pepie des poulles. Pituita in gallinis.
Spruyt. Ietton d'arbre. Germen.
Speu. Escluse. Cataracta.
Speut. Esclissoire. Syrinx.
Spijs. Viande. Cibus.
Spijt. Despit. Contumelia.
Stadt. Ville. Urbs.
Staeck. Pali. Palus.
Stael. Acier. Chalybs.
Staet. Estat. Status.
Staey. Loisir. Otium.
Staf. Baston. Baculus.
Stal. Estable. Stabulum.
Stam. Lignage. Genus.
Stanck. Puanteur. Fœtor.
Standt. Cuve. Cupa.
Stang. Perche. Pertica.
Stand. Estat. Status.
Stap. Pas. Passus.

Steck. Baston. Baculus.
Steeds. Assiduellement. Assiduè.
Steech. Obstiné. Obstinatus.
Steeck. Coup. Ictus.
Steel. Tige. Caulis.
Steen. Pierre. Lapis.
Steert. Queüe. Cauda.
Stel. (als stel bier) Estale. Vetus.
Stelt. Eschasse. Gralla.
Sem. Voix. Vox.
Sterck. Fort. Fortis.
Steur. Estougeon. Tursio.
Steyl. Contremont. Sursum.
Stier. Taureau. Taurus.
Stijf. Roide. Rigidus.
Stijl. Posteau. Postis.
Stil. Quoy. Quietus.
Stock. Baston. Baculus.
Stoel. Selle. Sedes.
Stof. Poudre. Pulvis.
Stom. Muet. Mutus.
Stompt. Rebouché. Obtusus.
Stoop. Lot. Gelta.
Stoot. Poussement. Concussus.
Storm. Tempeste. Tempestas.
Stoof. Estuve. Hypocaustum.
Stout. Hardi. Audax.
Stracx. Incontinent. Quamprimum.
Strael. Raid. Radius.
Straet. Rue. Platea.
Straf. Rigoureux. Durus.
Strang. Rivage de la mer. Littus.
Streeck. Traict. Tractus.
Streng. Aspre. Severus.
Streep. Traict. Stria.
Strick. Laqs. Laqueus.
String. Ridelle. Restis.
Stronck. Tronchet. Truncus.
Stroo. Estrain. Stramen.
Stroom. Cours de l'eau. Fluxus aquæ.
Strop. Hart. Vinculum.
Struyck. Plançon. Frutex.
Struys. Austruche. Struthiocamelus.
Struys. Crepet. Laganum.
Strijt. Bataille. Prœlium.
Stuck. Piece. Frustum.
Stuer. Severe. Severus.
Suer. Aigre. Acer.
Sulck. Tel. Talis.
Sus. Ainsi. Sic.
Sus. Tout quoy. Silentium.
Suydt. Midi. Meridies.
Suyl. Pilier. Columna.
Svvack. Debile. Debilis.
Svvaer. Pesant. Gravis.
Svvart. Noir. Niger.
Svveem. Beccasson. Rusticula minor.
Svveep. Fouët. Flagrum.
Svveert. Espee. Ensis.
Svveer. Ulcere. Ulcus.
Svveet. Sueur. Sudor.
Svverm. Iecton de mouches. Examen apum.
Svvijn. Pourceau. Porcus.
Sy. Elle. Illa.
Tack. Rameau. Ramus.
Taeck. Certain œuvre par jour. Pensum.
Tael. Langue. Lingua.
Taert. Tarte. Scriolita.
Taey. Coriace. Lentus.
Tal. Nombre. Numerus.

Tam. Dompté. Mansuetus.
Tang. Tenaille. Forceps.
Tant. Dent. Dens.
Tap. Broche d'un tonneau. Embolum vasis.
Tas (als hoy-tas) Fenil. Fenile.
Teen. Ozier. Vimen.
Teen. Orteil. Digitus pedis.
Teer. Tendre. Tener.
Tel. Haquenee. Gradarius equus.
Tempst. Tamis. Cribrum.
Teuch. Traict. Haustus.
Teyl. Un plat creux de terre. Gabata figlina.
Thien. Dix. Decem.
Tob. Cuve. Cupa.
Toch. Certes. Verè.
Tocht (als tocht des heyrs) Le marcher de l'armée. Agmen.
Toe (als tot daer toe) A. Ad.
Tol. Gabelle. Vectigal.
Tong. Langue. Lingua.
Ton. Tonneau. Dolium.
Toom. Reine d'une bride. Habena.
Toon. Monstre. Demonstratio.
Toon. Son. Tonus.
Top. Toupie. Trochus.
Toorn. Ire. Ira.
Torsch. Grappe. Racemus.
Torts. Torche. Fax.
Tot. Iusques. Usque.
Tau. Corde. Funis.
Traech. Lente. Lentus.
Traen. Larme. Lachryma.
Trap. Degré. Gradus.
Treck. Traict. Tractus.
Treest. Trepied. Tripes.
Troch. Auge. Linter.
Tromp. Trompe.
Tronck. Tronc. Truncus.
Troost. Soulas. Solatium.
Tros. Bagage qu'on porte à la guerre. Impedimenta exercitus.
Trau. Fidele. Fidelis.
Trijp. Tripe.
Tucht. Modestie. Modestia.
Turf. Tourbe. Cespes.
Tuych. Hardes. Arma.
Tuygh. Tesmoing. Testis.
Tuyn. Jardin. Hortus.
Tvvaelf. Douze. Duodecim.
Tvvee Deux. Duo.
Tvvist. Discord. Discordia.
Tvvijn. Fil tors. Filum retortum.
Tijck. Coutil. Culcitra.
Tijt. Temps. Tempus.
Vaem. Toise. Hexappus.
Vaer. Pere. Pater.
Vaeck. Sommeil. Sopor.
Vael. Baillet. Gilvus.
Vaen. Baniere. Vexillum.
Vaer. Peril. Periculum.
Vaert. Fosse navigable. Fossa.
Vaert. Allure. Profectio.
Valck. Faucon. Falco.
Val. Cheute. Casus.
Val. Trebuchet. Decipulum.
Valsch. Faux. Falsus.
Van. De. A.
Vast. Ferme. Firmus.
Vat. Vaisseau. Vas.
Vee. Bestial. Pecus.
Veel. Beaucoup. Multus.

Veer. Passage. Trajectus.
Veers. Vers. Versus.
Veldt. Champ. Campus.
Vel. Peau. Pellis.
Veint. Garçon. Infans.
Versch. Frais. Recens.
Vest. Muraille d'une ville. Mœnia.
Vet. Graisse. Pinguedo.
Veul. Poulain. Pullus equinus.
Veych. Qui est prochain de sa mort.
Veyl. Exposé en vente. Vænalis.
Vier. Quatre. Quatuor.
Vier. Feu. Ignis.
Vies. Fascheux. Morosus.
Vijf. Cinq. Quinque.
Vijg. Figue. Ficus.
Vijl. Lime. Lima.
Vijs. Vis. Cochlea.
Vilt. Feultre. Cento.
Vinck. Becfigue. Frigilla.
Vin. Lopin de chair. Offa.
Vin. Aisle de poisson. Pinna.
Visch. Poisson. Piscis.
Vlack. Plain. Planus.
Vlaey. Flan. Scriblita.
Vlaegh. Ondée de pluye. Nimbus.
Vlam. Flamme. Flamma.
Vlas. Lin. Linum.
Vleck. Village. Pagus.
Vleesch. Chair. Caro.
Vlieg. Mouche. Musca.
Vliem. Lancette à chirurgien. Scalprum.
Vlier. Sureau. Sambucus.
Vlies. Toison. Vellus.
Vliet. Rive. Ripa.
Vlijt. Diligence. Deligentia.
Vlock. Floc. Floccus.
Vloeck. Maudisson. Imprecatio.
Vloet. Flot. Fluctus.
Vloer. Aire. Area.
Vloi. Pulce. Pulex.
Vlucht. Fuite. Fuga.
Vocht. Humide. Humidus.
Voet. Pied. Pes.
Voor. Devant. Ante.
Volck. Peuple. Populus.
Vol. Plein. Plenus.
Vonck. Estincelle. Scintilla.
Vondt. Invention. Inventio.
Voocht. Tuteur. Tutor.
Voort. Avant. Ultra.
Voos. Corrompu. Insipidus.
Vorck. Fourche. Furca.
Vorsch. Grenoüille. Rana.
Vorst. Gelée. Gelu.
Vort. Pourri. Putridus.
Vos. Renard. Vulpes.
Vau. Plis. Plicatura.
Vracht. Voicture. Vectura.
Vraegh. Demande. Interrogatio.
Vranck. Franc. Liber.
Vreck. Chiche. Parcus.
Vre. Paix. Pax.
Vrees. Crainte. Timor.
Vreemt. Estranger. Extraneus.
Vreucht. Ioye. Gaudium.
Vriendt. Ami. Amicus.
Vroech. Tempre. Mane.
Vroet. Sage. Prudens.
Vroet. Eschars. Parcus.
Vro. Ioyeux. Hilaris.
Vroom. Preux. Probus.

Vrau. Femme. Fœmina.
Vrucht. Fruict. Fructus.
Vry. Libre. Liber.
Vyr. Heure. Hora.
Vyt. Hors. Ex.
Vyl. Chathuant. Bubo.
V. Vous. Tibi.
Vurst. Prince. Princeps.
Vuyl. Ord. Sordidus.
Vuyst. Poing. Pugnus.
VVacht. Garde. Custodia.
VVaeck. Veille. Vigilia.
VVaen. Presomption. Præsumptio.
VVaer. Où. Ubi.
VVaer. Marchandise. Merx.
VVaer. Vray. Verus.
VVaegh. Balance. Libra.
VVal. Remparts. Vallum.
VVandt. Parois. Paries.
VVang. Ioüe. Mala.
VVan. Van. Vannus.
VVant. Car. Nam.
VVant. Gand. Manica.
VVas. Cire. Cera.
VVat. Quoi. Quid.
VVeb. Fil pour tistre. Textura.
VVech. Chemin. Iter.
VVeer. Belier. Aries.
VVeer. Temps. Tempus.
VVeer. Derechef. Iterum.
VVee. Malheur. Væ.
VVeech. Parois. Paries.
VVeyck. Mol. Mollis.
VVeet. Guesde. Glastum.
VVeeld. Delice. Delitiæ.
VVeer. Toutes armes de defence. Arma.
VVeert. Hoste. Hospes.
VVees. Orphelin. Pupillus.
VVeeck. Sepmaine. Septimana.
VVelck. Quel. Quis.
VVel. Bien. Bene.
VVensch. Souhait. Optio.
VVerck. Estoupe. Stupa.
VVerck. Oeuvre. Opus.
VVerf. Cas. Acta.
VVerm. Chaud. Calidus.
VVerp. Iect. Iactus.
VVesp. Guespe. Vespa.
VVest. Occident. Occidens.
VVet. Loy. Lex.
VVey. Mesgue. Serum.
VVicht. Enfant. Puer.
VVicht. Pois. Pondus.
VVie. Qui. Quis.
VVieck. Tente. Pannus.
VViegh. Berceau. Cunæ.
VViel. Voile de Nonnain. Velum.
VViel. Roue. Rota.
VVilt. Sauvage. Silvester.
VVil. Volonté. Voluntas.
VVinck. Cil d'œil. Nictus oculi.
VVint. Vent. Ventus.
VVinst. Gain. Quæstus.
VVip. Bascule. Tollenon.
VVisch. Torchon. Penicillus.
VVis. Viorne d'osier. Vimen.
VVis. Certain. Certe.
VVit. Blanc. Albus.
VVoest. Desert. Desertus.
VVolck. Nuée. Nubes.
VVolf. Loup. Lupus.
VVol. Laine. Lana.
VVond. Playe. Plaga.
VVoort. Mot. Verbum.
VVorst. Saucisse. Botulus intestinarius.
VVout. Forest. Silva.
VVraeck. Vengeance. Vindicta.
VVrat. Verrue. Verruca.
VVreet. Cruel. Crudelis.
VVronck. Torsement. Torsio.
VVelp. Ieune chien. Catulus.
VVulps. Folastre. Lascivus.
VVurm. Ver. Vermis.
VVy. Nous. Nos.
VVydt. Large. Amplus.
VVyf. Femme. Mulier.
VVyl. Temps vacant. Spatium.
VVyn. Vin. Vinum.
VVys. Sage. Sapiens.
Zier. Ciron. Chiron.

---

158. *Noms & Surnoms Latins d'une syllabe.*

Ab. Abs. De. Van.
Ac. Et. Ende.
Ad. A. Tot.
Æs. Cuivre. Coper.
Ah. Ach. Ach.
An. Adverbium interrogantis.
Ars. Art. Const.
Arx. Chasteau. Borch.
As. Livre. Pont.
Ast. Mais. Maer.
At. Mais. Maer.
Au. Interjectio consternati animi.
Aut. Ou. Oft.
Bis. Deux fois. Tvveemael.
Bos. Bœuf. Os.
Calx. Chaulx. Kalck.
Cis. Deça. Op dees sijde.
Clam. En cachette. Heymelick.
Cor. Cœur. Hert.
Cos. Queuë. VVetsteen.
Cras. Demain. Morghen.
Crus. Iambe. Been.
Crux. Croix. Cruxs.
Cum. Avec. Met.
Cur. Pourquoy. VVaerom.
De. De. Van.
Dos. Dost. Houvvelicke gift.
Dux. Duc. Leydtsman.
E. De. Uyt.
En. Voici. Siet hier.
Et. Et. Ende.
Ex. De. Uyt.
Fœx. Lie. Ghist.
Falx. Faulx. Sickel.
Fas. Licite. Toeghelaten.
Fax. Fallot. Torts.
Fel. Fiel. Gal.
Flos. Fleur. Bloem.
Fons. Fontaine. Born.
Frons. Fueille. Blat.
Frons. Front. Stirn.
Fur. Larron. Dief.
Git. Genus seminis.
Glans. Gland. Eeckel.
Glos. Sœur de mon mari. Mijns mans suster.
Grex. Troupeau de bestes. Kud.
Grus. Grue. Craen.
Ha. A. A.
Hac. Par ci. Lancx hier.
Heu. Helas. Eylas.
Heus. He. Hau.
Hic, Hæc, Hoc, Hunc, Hanc, Hi, Hæ, Hos, Has, His.
Hinc. D'ici. Hier af.
Huc. Ici. Hervvaert.
Hyems. Hyver. VVinter.
Iam. Ia. Nu.
Id. Cela. Dat.
In. En. In.
Is. Ea. Id.
Ius. Ius. Sop.
Ius. Droict. Recht.
Lac. Laict. Melck.
Lanx. Bassin. Schael.
Lar. Fouyer. Heerdt.
Laus. Los. Lof.
Lex. Loy. VVet.
Lis. Noise. Tvvist.
Lux. Lumiere. Licht.
Me.
Mel. Miel. Honich.
Mens. Sens. Sin.
Merx. Marchandise. VVaer.
Mons. Montaigne. Berch.
Mors. Mort. Doot.
Mox. Tantost. Terstont.
Mus. Souris. Muys.
Næ. Certainement. VVaerlick.
Nam. Car. VVant.
Ne. Non. Niet.
Nil. Rien. Niet.
Nix. Neige. Sneeu.
Non. Non. Neen.
Nos. Nous. VVy.
Nox. Nuict. Nacht.
Num. Adverb.
Nunc. Maintenant. Nu.
Nux. Noix. Neut.
O. O. O.
Ob. Pour. Om.
Oh. Interject.
Os. Bouche. Mont.
Os. Os. Been.
Par. Paire. Paer.
Pax. Paix. Paeys.
Per. Par. Door.
Pes. Pied. Voet.
Phy. Interject.
Pix. Poix. Pec.
Plebs. Peuple. Ghemeinte.
Plus. Plus. Meer.
Pons. Pons. Brug.
Post. Depuis. Nae.
Præ. Devant. Voor.
Pro. Pour. Voor.
Proh. Interject.
Puls. Papin. Pap.
Pus. Boue. Etter.
Quis, Qui, Quæ, Quod, Quid.
Quin. Que ne. Dat niet.
Quot. Combien. Hoe veel.
Quum. Quand. Als.
Res. Chose. Dinck.
Ros. Rosée. Dau.
Rus. Les champs. Velt.
Sal. Sel. Saut.
Sat. Assez. Ghenouch.
Scobs. Sciure. Saeghmeel.
Scrobs. Fosse. Gracht.
Se. Accus.
Sed. Mais. Maer.
Seps. Haye. Tuyn.
Seps. Serpens.
Seu. Ou. Oft.
Sex. Six. Ses.
Si. Si. Ist dat.
Sic. Ainsi. Soo.
Sin. Mais si. Maer ist dat.
Sol. Soleil. Son.
Sons. Coupable. Misdadich.
Sors. Fortune. Fortune.
Spes. Esperance. Hoop.
Splen. Rate. Milt.
Stips. Denier. Penninck.
Stirps. Racine. Struyck.
Sub. Sous. Onder.
Sus. Porc. Soch.
Tam. Tant. Soo seer.
Tax. Son de fouet. Clets.
Ter. Trois fois. Driemael.
Thus. Encens. VVieroock.
Tot. Autant. Soo veel.
Trabs. Poultre. Balc.
Tres. Trois. Drie.
Trux. Cruel. VVreet.
Tu. Toy. Ghy.
Tunc. Adonc. Dan.
Væ. VVee.
Vas. Vaisseau. Vat.
Ve. Ou. Oft.
Vel. Ou. Oft.
Ver. Printemps. Lenten.
Vir. Homme. Man.
Vis. Force. Stercte.
Vix. A grand' peine. Naulicx.
Vos. Vous. Ghylien.
Vox. Voix. Stem.
Urbs. Ville. Stadt.
Ut. Afin. Op dat.

220. *Noms & Surnoms Grecs d'une syllabe.*

Ἄϐ, mensis September.
Αἴξ. Capra.
Ἅλς. Sal, mare.
Ἄλξ. Potentia.
Ἄν. Si.
Ἄς. ἕως. Usquequò.
Αὖ. Autem.
Ἄψ. Adverbium & conjunct.
Βεκ. Panis.
Βήξ. Tussis.
Βλάξ. Mollis.
Βλῆρ. Musca.
Βλίξ. Assiduè.
Βοῦς. Bos.
Βρίξ. Lactuca.
Βύξ. Profunditas.
Βώξ. Genus piscis.
Βῶς. Tergus bubulum.
Γάρ. Nam.
Γῆ. Terra.
Γλάξ. Herbæ genus.
Γλαύς. Noctua.
Γνύξ. Genu.
Γοῦν sive γῶν pro γ' οὖν. Igitur.
Γραῦς. Anus.
Γρύξ. Sordes unguium.
Γύψ. Vultur.
Δαὶ, vel Δὲ. Autem.
Δαίς. Convivium.
Δᾶς. Fax.
Δεῖ. Oportet.
Δὲν. Corpus.
Δή. Sanè.
Δήν. Diu.
Δήξ. Vermis lignum corrodens.
Δίς. Bis.
Δμώς. Servus.
Δόρξ. Caprea.
Δράξ. Manipulus.
Δρίς. Virtus.
Δρῦς. Quercus.
Δῶ pro δῶμα. Domus.
Δώς. Dos.
Εἰ sive ἤν. Si.
Εἶρ. Procella.
Εἷς. Unus.
Ἐκ sive Ἐξ. Ex.
Ἐν sive Ἐν, Εἰς, Ἐς, In.
Ἕξ. Sex.
Εὖ. Bene.
Ζάψ. Marc.
Ζεῖρ. Genus vestis.
Ζεὺς sive Δεὺς, Ζὰν, Ζήν. Iupiter.
Ζώς. Vivus.
Ζῶν. Animal.
Θήν. Cumulus.
Θής. Debitor.
Θήρ. Fera.
Θής. Mercenarius.
Θίν. Littus.
Θίς. Nomen piscis.
Θράξ. Nomen avis.
Θρίς. Capillus.
Θρίψ. Vermiculus.
Θρίψ. Parcus.
Θώθ. September apud Ægyptios.
Θώς. Genus lupi.
Θώψ. Adulator.
Ἴν sive ἴς. Genus mensuræ.
Ἴξ. Vermis.
Ἴς. Nervus.
Ἴψ. Vermis.
Καί. Nam.
Κἄν quamvis, pro καὶ ἐάν.
Κάρ. Caput.
Κήξ. Genus avis.
Κῆρ. Cor.
Κίς. Vermis.
Κλάξ. Clavis.
Κλών. Ramus.
Κλώψ. Fur.
Κνίψ. Culex.
Κνώψ. Cæcus.
Κοίξ. Plantæ genus.
Κοῦ. Ubi.
Κρέας. Caro.
Κρᾶς. Caput.
Κρῖ pro Κριθή. Hordeum.
Κτείς. Pecten.
Κτῆρ. Possessio.
Κτίς. Viverra.
Λάξ. Adverbium, cum calcibus.
Λᾶς. Lapis.
Λίς. Leo.
Λῖς. Pannus lineus.
Λύγξ. Inanis singultus.
Λύγξ. Feræ genus.
Λύξ. Lux.
Λώψ. Chlamys.
Μά. Adverbium jurandi.
Μάν. Quidem.
Μάψ. Frustrà.
Μεὶς pro Μήν mensis.
Μὲν. Tamen, quidem.
Μή. adverb. Ne.
Μήν. Mensis & adverbium tamen.
Μνᾶ. Mina.
Μνοῦς. Lana tenerrima cum qua nascuntur agni.
Μῦς. Mus.
Μῶν. An.
Μώψ. Cui hebes acies oculorum.
Ναί. Certè.
Ναῦς. Navis.
Νοῦς. Mens.
Νῦν. Nunc.
Νύξ. Nox.
Νῶψ. Lusciosus.
Ξὺν pro σὺν. Cum.
Ὁ. Hic.
Ὅ pro ὅπου. Ubi.
Ὅς. Qui.
Οὐκ. Non.
Οὖν. Ergo.
Οὖς. Auris.
Ὄψ. Vox.
Πᾶ. Qua, Quò, Ubi.
Παῖ. Idem.
Παῖς. Puer.
Πᾶς. Omnis.
Πάξ. Genus calceamenti.
Πὰρ pro Παρά. A, Ab, Ex.
Παῦ pro Παῦσαι. Pausa.
Πῆ. Qui.
Πλάξ. Tabula.
Πλήν. Præter.
Πλήξ. Stimuli genus.
Πλίξ. Gressus.
Πλοῦς. Navigatio.
Πνίξ. Suffocatio.
Ποῖ. Quodammodo.
Ποῦ. Ubi, Partim, Alibi.
Ποῦς. Pes.
Πρὶν pro πρώην. Dudum.
Πρίν. Prius.
Πρό. Ante.
Πρόξ. Animal cervo simile.
Πρός. Per, Ad.
Πρών. Eminentia montis.
Πρώξ. Ros.
Πτύγξ. Genus avis.
Πτύξ. Plicatura.
Πτώξ. Timidus.
Πύξ. Adverb. pugnis.
Πῦρ. Ignis.
Πῦς. Quò.
Πῶ ubi, pro πόθεν.
Πῶς. Quomodò.
Ῥᾶ. Genus radicis.
Ῥάξ. Acinus uvæ.
Ῥήν. Ovis.
Ῥίν. Naris.
Ῥίς. Nasus.
Ῥίψ. Vimen flexile.
Ῥοῦς. Fluxus.
Ῥώξ. Rupes.
Ῥώψ. Virgultum.
Σᾶ. Incolumia.
Σάρξ. Caro.
Σεὶρ. Sol.
Σεὺς. Vermis.
Σής. Tinea.
Σήψ. Serpens.
Σκῶρ. Merda.
Σκώψ. Avis loquax.
Σός. Tuus.
Σπλήν. Splen.
Σταίς. Farina.
Στίξ. Turma continens viros trecentos.
Στρίγξ. Avis.
Στροῦς, id est, Στρουθός. Passer avis.
Σύ. Tu.
Σῦς. Sus.
Σφήν. Cuneus quo ligna scinduntur.
Σφήξ. Vespa.
Σφίγξ. Sphinx animal.
Σῶς. Salvus.
Τάρ. Autem.
Τίς. Quis, Aliquis.
Τρεῖς. Tres.
Τρίς. Ter.
Τρύξ. Fæx.
Τρώξ. Gurgulio.
Τύ. Tu.
Τώς. Sic.
Ὗς. Sus, & piscis nomen.
Φάψ. Avis genus.
Φεῦ. Heu.
Φὴρ pro θήρ. Fera.
Φθεὶρ. Pedunculus, etiam medium clavi.
Φθοῖς. Genus placentæ.
Φλόξ. Flamma.
Φρήν. Præcordia.
Φρίξ. Maris vel fluctuum fremitus.
Φύξ. Adverbialiter cũ fuga.
Φώρ. Fur.
Φώρ. Genus apum.
Φώς. Inustio ab igne facta in cruribus.
Φώς. Vir.
Φῶς. Lux.
Χείρ. Manus.
Χρή. Oportet.
Χλοῦς. Herba.
Χνοῦς. Lanugo.
Χοῦς. Agger.
Χοῦς. Congius.
Χρῆς, & χρώς. Corpus.
Ψίξ. Mica.
Ὦλξ. Sulcus.
Ὡς. Ut.
Ὤψ. Facies.

Juſqu'icy ſont deſcrits les noms, & verbes primitifs ſelon noſtre deſſein ; mais qu'en la compoſition avec ce qu'ils ſont plus courts, qu'ils ſoient auſſi plus certains que les Grecs, comme il eſt dit cy deſſus, cela ſe void en ce que le commun peuple bas-Alemand, ignorant, & qui ne ſçait ny A ny B, fait la compoſition ſans y penſer, ou qu'il en ſçache rien ; la cauſe de cecy eſtant la proprieté de la langue, & de la fermeté des reigles ſi bien ordonnées.

Comme par exemple, ſi quelqu'un pour couper du liege uſe d'un certain couteau propre à cela, il appellera iceluy ſans premeditation quelconque *corck-mes*, combien que jamais il n'ayt ouy ce mot ainſi compoſé, voire meſme eſt entendu des autres, comme ſi le mot euſt eſté pieça en uſage, aſſavoir que c'eſt un couteau qu'on veut dire avec lequel on eſt accouſtumé de couper du liege : & un chacun d'iceux l'euſt appellé avec les meſmes ſyllabes & de meſme ordre, à cauſe de la proprieté de la langue nul ne dit *meſ-corck*, ny n'uſe en cela d'autre accident ny de ſyllabe. L'on pourroit amener icy pluſieurs autres exemples de la compoſition du bas-Alemand, mais tout ainſi qu'il ne ſeroit de beſoin de demonſtrer par pluſieurs raiſons, où c'eſt qu'on peut recouvrir de l'air, veu que nous ne ſortons hors d'iceluy, tout ainſi eſt-il inutile de ramaſſer plus d'exemple que le precedent de *corck-mes*, pource qu'au meſme langage ſe fait compoſition de tout ce qui ſe peut rencontrer.

On pourroit icy mettre en avant beaucoup de particularitez de ceſte langue ; mais puis que cela ſeroit ſuffiſant d'une Grammaire expreſſe, à ceſt effect nous paſſerons outre, horſmis trois certains vieux termes tirés de la veuë, qui font penſer plus avant en ceſte langue : aſſavoir *Sterooghen*, *Sprietooghen*, & *Aenſchauvven*. Il eſt notoire qu'avec *Sterooghen* nous entendons, voir bien attentivement, ou jetter la veuë ſur quelque choſe à bon eſcient ; mais entre les objects qui requerent d'eſtre ainſi veus, je n'en trouve point, où il faille uſer d'une plus grande acieté & diligence qu'és eſtoiles, alors que le Soleil eſt levé ; car ſi on n'y regarde de bien pres, & continuellement, ou ſi on n'exhibe des inſtrumens propres à ceſt effect, il eſt à craindre que s'en deſtournant tant ſoit peu, qu'on ne les perde de veuë pour ceſte fois là, comme je l'ay trouvé par experience. Si donc l'object des eſtoilles eſt le plus aigu qui ſe puiſſe preſenter à nos yeux, ce ne ſera ſans raiſon que ce mot de *Sterooghen* derive de là, & par conſequent d'ici ſe pourroit conclurre que les bas-Alemands, ont eſté autrefois des excellens *Sterooghers* (ou ſpectateurs des eſtoiles) voire en ceſte partie d'aſpection dont *Hyparchus* ny *Ptolomée* ne ſe ſont apperceus aucunement, comme il a eſté dit cy deſſus plus amplement.

Touchant le mot *Sprietooghen*, lequel ſignifie ou ne voir pas bien, ou voir deux choſes pour une, il convient ſçavoir qu'avec ce mot *ſpriet* l'on veut dire, *croix*, comme l'antenne d'un navire qui croiſe le maſt : Il y en a qui diſent *ſprietvvech* pour *cruyſvvech* carrefour. Tellement que *ſprietooghen* vaut autant que *yeux croiſans* ; ce ſont yeux dont les raids ne ſe produiſent parallels, comme d'un bien voyant, mais ſe croiſent devant que parvenir à l'object, comme les louches voyent deux choſes pour une à cauſe de cela ; partant ce mot eſt tiré des circonſtances de la veuë, comme de croiſement des raids.

Quant au mot *Aenſchauvven*, il eſt notoire que l'on ne voit nulle choſe eſſentiellement ; mais ſeulement ſon ombre, comme il ſe verra plus amplement en la premiere poſtulation du premier livre de la Scenographie ſuivante : Tellement que tout ce que nous voyons n'eſtant que l'ombre de la choſe ; *ſchauvven*, & partant *regarder*, *aenſchauvven* & *aenſien* ſont uſurpez en une meſme ſignification par les bas-Alemans. D'où ſe peut remarquer qu'iceux ont eu bonne cognoiſſance des proprietez de telles ombres.

En ſomme ceux qui conſiderent droictement avec intelligence ceſte langue, ont autant de ſubject de s'eſmerveiller, que des autres marques deſcrites à la ſixieſme Definition ; car qu'entre une meſme nation, s'ayent peu trouver tant de perſonnes ſçavantes, qui ayent cognu la force des mots monoſyllabes, tellement qu'ils en ayent formé, & parfaict un langage de monoſyllabes, & auſſi ne m'en puis-je aſſez eſmerveiller. Le monde n'eſt maintenant pourveu de tels hommes ; ny n'a eſté trouvé, par quelque relique ny monument que ce ſoit, en quel temps ils ayent eſté. Tant ſeulement j'oſe bien affirmer franchement par le teſmoignage qui nous reſte de ceſte langue monoſyllabe, & par ſon artificielle facture, comme des mots qui ſont en icelle cy-deſſus dits, qu'elle a eſté formée de ceux du ſiecle ſage incognu. Ce qui me fait preſumer que ſi elle vient à eſtre recognuë en ſon eſſence primitive, & ſoit remiſe deſſus, comme il appartient, qu'elle ne donnera pas petit avantage à la maturité d'un ſiecle ſage.

Mais pour parvenir à une telle cognoiſſance fondamentale, il ſeroit beſoing de ſçavoir en quel quartier eſt le meilleur bas-Alemand, afin que ceux qui le barbariſent, puiſſent ramander leur langage. S'il m'en falloit dire mon opinion, je ne cognois nul lieu en toute la Germanie, où l'on obſerve plus parfaictement les monoſyllabes, & parle plus purement qu'en la Noort-hollande, c'eſt à dire en la Hollande Septentrionale. Un fort docte perſonage m'a envoyé une grande quantité de mots monoſyllabes de la ſuſdicte Noorthollande, qui ne ſont pas compris és precedens ; ce que j'euſſe fait auſſi, veu que je ne les ay pas recognus avec petit contentement ; mais eſtimant que la matiere requeroit d'eſtre pluſtoſt formée d'un eſcrivain du meſme idiome, que par moy, j'ay eſtimé eſtre plus utile d'exhorter un chacun des plus experimentés d'iceux à tel effect. A cela j'adjouſte qu'il me deſplaiſt grandement de voir le grand degaſt qui eſt appareillé à ceſte plus excellente relique de ce langage bas-Alemand, voire qui a jà commencé ; pource que beaucoup d'entre ceux de Noort-hollande, ne cognoiſſant pas la bonté d'iceluy, diſent qu'elle eſt trop claire, & en la deſchirant la meſlangent avec le bas-Alemand des eſtrangers, qui y habitent à cauſe du traffique ; mais puis que l'on n'y peut remedier par force, on laiſſera tout avoir ſon cours.

Juſques icy a eſté declaré ce qui eſtoit propoſé au troiſieſme Article, aſſavoir où giſt la bonté du langage là où j'ay pris le bas-Alemand pour exemple : toutefois s'il ſe trouvoit (outre mon ſçeu) un meilleur langage, on en pourroit donner meilleur exemple.

Declaration du 4 Article.

Quelqu'un ignorant l'ordre & methode du ſiecle ſage, pourroit dire que l'apprentiſſage, & la retention de tant de diverſes matieres ſubtiles que les arts liberaux contiennent, ne ſe peut faire ſans amener quant & ſoy une vie penible, & une negligence des choſes plus neceſſaires à l'œconomie, & qui font, comme on dit, fumer la cheminée ; voire il s'en trouve de tels qui ne peuvent croire comment ceſt exercice de SON EXCELLENCE, (au milieu d'un Gouvernement dont la renommée

nommée circuit toute la terre) se puisse faire sans le detriment d'autres affaires de plus grande importance. Or cecy sonne aux oreilles de ceux qui entendent que c'est que de la methode du siecle sage, ne plus ne moins que si un idiot des lettres, s'esmerveilloit comment il seroit possible que lon retienne continuellement le nom & forme des characteres, la maniere de lire & prononcer, & autres circonstances que la Grammaire apporte quant & soy, sans negliger ses autres affaires? Mais tout ainsi qu'on respondroit là dessus, que telle exercice, & rememoration du lire & escrire n'est penible, qu'au contraire elle apporte un soulagement & facilité; voire qu'il seroit plus esmerveillable que quelqu'un puisse manier de grandes affaires, sans avoir cognoissance des lettres: Pareillement on leur respondroit que l'apprentissage & excercice des sciences liberales, par une methode du siecle sage, n'est nullement penible, & difficile, ny n'apporte detriment en d'autres affaires, qu'au contraire elle ameine un esclarcissement en toute façon; & qu'il seroit plus esmerveillable comment quelqu'un seroit propre & capable de grandes choses sans la cognoissance d'icelles.

Mon dessein a esté de descrire ceste methode, sans laquelle il semble estre impossible que les anciens du siecle sage ayent peu parvenir en si grande cognoissance, & de ce, autant qu'il m'est notoire, la divisant en 5 parties:

En premier lieu, des membres des propositions Mathematiques.

2. Des Definitions.
3. De la Dichotomie.
4. De l'Anaphore.
5. De la Conjonction de la Theorie & Practique.

DES MEMBRES DE LA PROPOSITION MATHEMATIQUE.

ON juge par des argumens assez bastans, que les *Elemens d'Euclides*, sont encor des reliques du siecle sage, comme il a esté dit plus amplement en la sixiesme definition cy-dessus, desquels les propositions sont divisées en deux genres, problemes & theoremes, lesquels ont plusieurs membres. En premier lieu la commune proposition a *Le donné*, *Le requis*, *la Construction* & *Demonstration*, ce qui est puis apres prouvé par plusieurs exemples; combien que quelques Commentateurs *d'Euclides* n'y ayent fait nulle distinction, demonstrant, en faisant la cõstruction; mais ce n'est pas suivre l'ordre du siecle sage (ce qui soit dit non pas par mespris, mais pour declarer le proposé:) car puis que les propositions des anciens estoient departies en membres, il les falloit distinguer, autrement ce ne seroient membres; comme si on fondoit une image de cire qui aye plusieurs membres, teste, bras & jambes, alors ils ne seront plus membres, combien que ce soit encor la mesme matiere.

Or l'utilité de la distinction des membres est telle: SON EXCELLENCE lisant quelque traicté, où les membres sont distinguez, comme j'ay fait en ces Memoirescy, tant qu'il m'a esté possible, premierement il les lisoit bien attentivement, en sondant interieurement le contenu des Propositions, tant Problemes, que Theoremes. Ce qu'ayant bien entendu & remarqué, en practiquant les mesmes, il s'est contenté des constructions simplement, (delaissant les propositions en arriere, comme aussi les demonstrations qu'il avoit une fois approuvées auparavant) pour les suivre par effect. Or on n'en peut pas faire de mesme, là où les membres sont confusement entrelassez l'un dans l'autre; pource qu'on est contraint d'entendre la demonstration quant & quant la construction; ce qui ne se peut faire, sans faire de longues meditations, avec les citations d'autres livres, qui sont cause d'interrompre le fil du chemin qu'on s'avoit proposé de tenir, ce qui fait que les apprentifs des disciplines Mathematiques se lassent, en les trouvant si obscures.

Quant à ce que quelqu'un objecteroit qu'on pourroit, en lisant laisser la demonstration és susdicts meslanges, & seulement voir l'operation ou construction. Je respons que cela ne se peut bien faire, parce que l'on ne sçait pas en lisant, si ce qui appartient à la seule demonstration, est necessaire ou non, à l'intelligence de la construction; veu que l'escrivain ou l'inventeur mesme, quelque temps apres en pourroit douter: mais la construction estant separée, & succinctement couchée par escrit, sans estre aggravée de choses qui ne luy appartiennent pas, est mieux suivie de poinct en poinct, tenant la conclusion d'icelle pour chose infaillible, sans rencontrer les difficultés susmentionnées. Et combien qu'aucuns traictans des choses de Mathematique, meslent non seulement les membres des propositions, comme la construction avec la demonstration, mais aussi meslent des problemes entiers avec des theoremes, en faisant de cela ce qu'ils appellent communement *Elemens*; toutesfois j'estime pour les raisons deduites cy dessus que l'ordre naturel qui estoit en vogue au siecle sage, n'y est nullement suivy, ny que la pretenduë briefveté y apporte briefveté quelconque proprement. Tout ainsi comme si en multipliant, divisant, ou extrayant la racine quarrée, on soit tenu d'en comprendre à chaque fois la raison pourquoi & comment une telle façon de faire, ameine à fin une veritable conclusion, je laisse à penser comment cela causeroit un rompement de teste inutile, devant qu'on parvienne au produict, quotient, ou racine requise; aussi pareillement s'entendra comment les propositions en Mathematique causeront des difficultez, quand elles seront ainsi basties.

Or afin de seulement declarer plus amplement la methode, je mettray encor en avant les escrits de *Ptolomée*, (sans toutesfois le mespriser en façon quelconque) & encore bien qu'iceux, à raison de leur bonne consequence, semblent estre tirés des livres qui avoient esté escrits auparavant en vraye methode Mathematique au siecle sage, toutesfois ils ne sont escrits d'un stile Mathematique, mais bien historique, sans que les definitions & les propositions soient distinguees; tellement que pour l'intelligence de quelque chose l'on puisse estre renvoyé, là où la chose soit plus clairement specifiée; mais seulement que ce qui y est une fois dit, il faut necessairement qu'il soit entendu, & retenu, sans s'attendre d'estre renvoyé desormais en ce passage-la, laquelle defectuosité ayant esté remarquée de *Purbache*, *Regiomonte*, & *Copernique*, & autres commentateurs d'icelui *Ptolomée*; ont reduit ses escrits en methode *d'Euclides*, ou du siecle sage, avec des definitions, theoremes & problemes bien redigés en ordre.

DES DEFINITIONS.

A Ceste distinction de la construction d'avec les autres membres se trouve conjoinctement encor une particularité en *Euclides*, touchant la methode aussi; assavoir que les termes de l'art sont definis, devant que d'entrer en la matiere, & és propositions, qui usent de ces termes-la. Ce que la raison naturelle mesme requiert, veu que les sciences ayant besoin de termes qui

leur sont propres, & qui ne sont pas en usage és propos familiers, & au partir de là sont necessaires d'estre entendus pour l'intelligence de la chose qu'ils declarent; ce n'est pas donc sans raison de les apprendre devant les autres parties d'icelles. Partant elles sont assez commodément mises ensemble par ordre au commencement d'un livre, tant pour l'aide de l'inventeur que de l'apprentif; car l'Autheur en la composition de ses propositions pourra plus aisément corriger lesdits termes qui ne sont pas à son jugement assez clairs, alors qu'ils sont redigez en un, que non pas quand ils sont dispersés çà & là, és lieux où ils ont esté mis de necessité; pareillement le disciple ou apprentif y trouvera son avantage, en partie pource que la doctrine & apprentissage des mots estant d'une autre nature que non pas la matiere mesme, & ainsi y procede plus aisément : & qui plus est, les mots estans bien enchainez, se declarent d'autant plus facilement: En partie que le disciple estant desja parvenu aux propositions, retrouve plus aisément leurs definitions, si en cas quelqu'une luy est eschappée de la memoire.

Il ne conviendra pas mal à ce que dessus, si je deduis icy comment j'ay experimenté que ceste reigle est naturelle, à mon jugement : comme ainsi soit, que j'aye eu plus besoing de sçavoir quelque chose des ouvrages, en Terrains, Ozieres, Charpenteries, Maçonneries, & de fer (& autres qui seront plus amplement redigées en l'Architecture) que je n'en eusse peu apprendre par les livres, ou des Mathematiciens ; à ceste fin, m'ayant servi d'un chacun mannouvrier d'icelles en particulier ; & pour aussi tant mieux avancer en ceste affaire, voulant suivre l'ordre du siecle sage, je m'enquerrois de la signification de leurs termes d'art que j'ignorois, autant que je pouvois remarquer m'estre necessaire, & les ayant mis en escrit par ordre comme definitions , apres les avoir retenu par cœur, je parlois si proprement à eux, que nous nous entr'entendions l'un l'autre , comme si j'eusse esté tousiours avec eux, estant par ce moyen parvenu facilement en la cognoissance de ce qui autrement eust requis un plus long temps. Or ainsi que ce ramas & apprentissage des definitions des sciences mechaniques, a esté necessaire devant que de venir à la chose, ainsi en est-il aux arts liberaux.

Il faut encor remarquer qu'en mon Arithmetique Françoise , j'avois ramassé toutes les Definitions au commencement du livre theoric , lesquelles ont esté appellées la premiere partie : la cause de cela estoit à celle fin de garder l'ordre de la Dichotomie en tout & par tout, selon le contenu de la Table d'iceluy, mise au commencement derrier l'Argument. Mais si c'estoit encor à refaire j'eusse mis devant chaque partie, ou livre de diverse qualité , leurs propres Definitions à l'exemple *d'Euclides* , comme j'ay fait en ces presens memoires; car la Dichotomie n'en est pas moins suivie.

DE LA DICHOTOMIE.

ET d'autant qu'aucuns estiment, que la Dichotomie n'est qu'une chose imaginaire , tenans que la Division en 10 , 12 , ou davantage de parties , fait tout autant en la chose comme icelle. J'en diray icy plus amplement mon opinion : quant à ce que *Platon* en son livre politique , & *Aristote* au 1. livre des parties des animaux , en parlent bien apertement , sans toutesfois qu'ils ayent beaucoup suivi ceste regle en leur stile, cela semble estre advenu à cause qu'ils en pouvoient avoir leu quelques reliques du Siecle sage, & par consequent qu'en iceluy siecle la Dichotomie a esté en usage ; & ce d'autant davantage qu'icelle se remarque clairement és escrits *d'Euclides*, esquels les demonstrations posterieures dependent des prieures, estans tenus pour reliquaires dudict Siecle sage ; & partant puis que ceste Dichotomie n'est une chose vaine ou frivole , je declareray l'opinion que j'ay de ses proprietez ; & nommement que par icelle se peuvent expliquer avec grande certitude toutes les parties d'un tout, ou les especes d'un genre que l'on veut descrire ; qui plus est , que ce qui est premier en la nature , se peut commodement approprier en son lieu , & ce qui suit , apres ; tellement que ce qui se dit , n'est pas demonstré par une chose suivante ignorée , mais par un precedent cognu : comme il appert pour exemple en la Table de l'argument des triangles plats, & en beaucoup d'autres. L'on peut aussi par ceste regle de Dichotomie , rechercher & demonstrer si toutes les especes sont descrites sans en obmettre quelques unes , en quelque traicté que l'occasion puisse presenter, comme il est manifeste en la Table qui est à la fin de la 39. proposition des triangles Spheriques, là où se rencontre une telle trisection.

Le costé A C *(estant inegal à* A B*) est*
- *un quadrant.*
- *moindre qu'un quadrant.*
- *plus qu'un quadrant.*

On eust peu au lieu d'icelle mettre par Dichotomie :

Le costé A C *(estant inegal à* A B*) est*
- *precisement un quadrant.*
- *ou non precisement , mais*
  - *plus petit.*
  - *ou plus grand.*

Tellement que par semblable trisection faicte, ayant eu esgard à la Dichotomie, on vient en pareille consequence quant au principal. Et si les parties de quelque division estoient de 12 , ou 20 , ou davantage de parties, estant faictes avec un tel egard , sans doute on acquereroit la mesme chose , en la consequence de la matiere; mais d'autant que telle multisection estant construicte sans esgard , ny l'aide de la Dichotomie , seroit plus difficile à inventer à l'escrivain , & aussi sans la forme de Dichotomie , difficile au lecteur pour la bien comprendre ; il s'ensuivra que telle Dichotomie est une chose necessaire pour tenir un bon ordre , & partant de bon usage.

Je n'estime pas qu'il soit necessaire , de parsemer & mesler les mots de Division tout du long du livre, comme font aucuns ; mais bien qu'il suffit avoir comprins l'ordre de l'œuvre suivante , en l'argument au commencement du livre , ou bien en une table une fois pour tout. Et combien que ce faire , ou non , n'apporte nul erreur , toutesfois j'ay voulu declarer ce qui m'en a fait prendre l'usage.

Aussi il advient que d'aucuns escrivent des Definitions , & Propositions , seulement pour parfaire la Dichotomie, combien qu'elles soient inutiles à l'affaire, mesme cela ne semble estre necessaire : puis que la matiere n'est pas escrite , afin qu'il y ait une Dichotomie, mais on a esgard à la Dichotomie, à celle fin de parvenir en une description methodique de la matiere.

Tellement que si quelqu'un pour parfaire la Dichotomie y auroit colloqué des choses inutiles, ou cognues, l'on pourroit dire là dessus par bonne raison , que les mesmes n'estantes necessaires, ny incognues, n'auront

besoing d'estre escrites, ny declarees consequemment.

Il y en a qui ont pensé qu'és escrits *d Euclides*, n'y avoit nulle forme de Dichotomie, pource que les livres d'Arithmetique sont entrejettez aux livres de Geometrie, & aussi qu'ils ne remarquent la susdicte Dichotomie és Propositions, telle qu'ils s'imaginent estre bien requise. On leur pourroit respondre qu'*Euclides* ne reçeut pas ces livres-la (comme estans des reliquaires du Siecle sage) tout à un coup, & que ce qu'il a reçeu le premier, pourroit estre descrit aussi le premier.

Secondement je ne veux affirmer, ny nier, qu'*Euclides* n'ayt esté expert en la Dichotomie, mais j'oserois bien asseurer qu'il apparoist en ses livres des marques fort signalées de la Dichotomie, comme on le pourroit plus precisement demonstrer avec ce que dessus; mais cela a esté delaissé afin d'eviter la prolixité.

DE L'ANAPHORE.

ON pourra facilement remarquer que j'ay tasché à bon escient, de descrire les propositions qui ont affinité de mots pareils, autant que la ressemblance des choses, ou des propositions le requeroit, (comme il appert és 19 & 21 propositions des triangles spheriques & en plusieurs autres) afin que ce qui est quasi une mesme chose, ne semblast estre diversifié par l'inconvenance des mots, comme si c'estoit tout une autre matiere, ce qui pourroit souvent causer des difficultés non petites à l'apprentif.

Il est bien vray que le contraire se pratique communement, & qu'on cerche autant que faire se peut divers mots d'une mesme signification, un chacun estimant, comme bon Rhetoricien, suivre les reigles de Rhetorique en ceste façon, voulant par là demonstrer qu'il [*copia verborum*] abonde en mots & verbes: mais estant d'autre opinion, puis qu'en la Rhetorique, c'est une reigle des reigles, que l'Orateur doit tascher que les auditeurs ou lecteurs, croyent ou concedent son desseing final: d'où procede aussi que celuy qui use de mots plus convenables, ensuit d'autant mieux la science: tellement qu'il faut tascher d'user de l'Anaphore quand c'est qu'il vient à poinct, comme aux Mathematiques où elle se rencontre souvent. Et qu'aussi qu'il ne faut estimer que son usage soit faute d'abondance de mots, puis que comme a esté dit, je l'ay ainsi fait de guet à pend, ny aussi que ce soit contre les regles de Rhetorique, puis que je fais cas de les avoir suivies: & où elle ne se trouvera avoir esté pratiquée, comme l'on eust bien peu faire, cela est advenu ou bien par haste, ou par inadvertance.

Mais puis que ceste figure d'Anaphore n'apparoistra, peut estre en la translation de ceste œuvre en d'autres langues, où chaque translateur ensuit sa propre fantasie; je l'ay bien voulu annoter en passant, pour donner à entendre aux lecteurs comme il en est par effect en bas-Alemand; aussi pour ceste cause, laissant un chacun en son opinion, ce m'est assez d'avoir donné raison suffisante de mon faict.

DE LA THEORIE MESLEE AVEC LA PRACTIQUE.

PVis qu'il y a encor une question (touchant la methode) de la confusion de la theorie avec la practique, j'en diray icy mon opinion, declarant prealablement leur signification pour les plus rudes & ignares. Theorie est un traicté qui est par l'idée fait sans subject materiel, comme entr'autres theories, se voyent celles *d'Euclides*, traictant par hypothese des grandeurs, & nombres, & ce separées de toute matiere naturelle. La Practique, est un traicté qui se fait essentiellement de matiere naturelle, comme de mesurer terres, & circuits de villes, & de computer la pluralité de verges qui y sont comprises, & autres choses semblables. La conclusion des propositions theoriques sont parfaictes, mais celle de la practique imparfaictes: comme par exemple la theorie trouve & demonstre que le rectangle de la demi perpendiculaire, & de la base d'un triangle Mathematique, est egal à la superfice d'icelui triangle parfaictement, sans excés ny defaut; mais si on mesure par effect un essentiel triangle, sur la terre, ou de matiere plus polie, la conclusion en sera imparfaicte, en partie pource que nous ne sçaurions mesurer aucune longitude si precisement, qu'il ne differe bien la milliesme partie de la largeur d'un cheveu, voire que si par accident il se trouvoit de l'avoir mesuré correctement, cela ne se pourroit demonstrer, d'autre part pource que nulle ligne naturelle n'est si droite, ny nulle superfice plaine, si platte comme les definitions Mathematiques requerent; ou soit qu'elles soient si droites, ou si plattes, cela n'est pourtant probable. La proprieté & la fin de la theorie, c'est qu'elle ameine un fondement certain, de la maniere d'operer en la practique, là où on suit aussi pres la theorie, que la fin d'icelle requiert, pour l'usage humain.

D'où s'ensuit, que quand on redargue d'imperfection les Mathematiques, pource que quelques experiences ne reüssissent pas du tout si bien: que la cognoissance de la difference entre theorie & practique est mancque entre la maniere Mathematique & Mechanique: car la practique, ou bien la maniere Mechanique est tousiours imparfaicte pour les raisons que dessus.

Ces deux parties, theorie & practique, sont tellement diverses, que plusieurs personnes s'addonnent totalement à l'une, sans avoir aucune cognoissance de l'autre; comme il se void en plusieurs professeurs & en leurs auditeurs és Universitez, lesquels s'excerçans continuellement en la theorie, comme aux elemens de Geometrie *d'Euclides*, sans mesurer en effect, terres, rampart, ou vaisseaux, ou quelque autre chose où la practique est requise: au contraire l'on voit des Arpenteurs (ou mesureurs de terres) lesquels concedent & croyent toutes les regles qu'ils mettent en œuvre, sans recercher en la theorie la raison ny la demonstration: voire il y'en a, qui ne sçavent pas qu'il s'en trouve la cause & la demonstration.

Et que d'aucuns condamnent la theorie sans la practique, il semble qu'on pourroit donner meilleur jugement sur cela, avec plus de discretion. Comme par exemple, si l'on condamnoit le travail d'un artisan d'abatre tant seulement des arbres en la forest; pource que luy mesme n'en fait des maisons, navires, moulins, escluses, tonneaux, coffres, images relevées en bosse, & choses semblables, ce qui seroit du tout absurde; car combien que tel travail soit penible, & ne semble estre de prime face si necessaire & loüable aux passans, toutesfois veu qu'il fournit de matiere à beaucoup d'autres, afin d'exercer par icelle un chacun en son art, son labeur n'est à reprouver en aucune façon; mais s'il les coupoit à celle fin de les laisser pourrir, sans en esperer utilité quelconque, cela seroit du tout inepte. Semblable jugement se doit apporter pour ceux qui exercent la theorie des arts liberaux, car iceux peuvent donner matiere aux practiciens, & les avantager, sans qu'ils soient practiciens eux mesmes. Ainsi *Euclides*,

duquel il n'est fait aucune mention qu'il ait jamais esté practicien, neantmoins les propositions qu'il a laissé à la posterité, sont en grand usage aux Arpenteurs, Architectes, & à plusieurs autres. Pareillement le Theoricien *Ptolomée* entre autre, qui n'estoit non plus exercé en la navigation, à toutesfois descrit des regles qui sont fort utiles aux Pilotes & à ceux qui font estat de traverser la grand' mer, voire ils s'estiment bien sçavans, lors qu'ils peuvẽt entendre les regles d'iceluy, combien qu'il n'ait esté nautonnier. Parquoy les contemplations des Theoriciens, qui viennent à proffit aux Practiciens, ne sont à blasmer, combien que l'Autheur ne soit aucunement practicien. On remarque que bien souvent ceux qui mesprisent les Theoriciens, n'ont esté de leur vie grands Practiciens, n'ayans esprouvé l'aide qu'on reçoit d'eux.

Combien que jusques icy nous ayons declaré la signification de theorie & practique par quelques circonstances; il est à noter que les anciens Mathematiciens, comme aussi quelques modernes, traictent des deux particulierement sans meslange, ce que nous suivrons aussi, là où il en sera de besoing: Mais puis que d'aucuns sont d'autre opinion, en meslant la Theorie avec la practique, pour les apprendre ensemble, je deduiray icy mon opinion là dessus.

Premierement l'inclination naturelle des hommes quant à la practique est fort diverse, avec ce encore que les uns rencontrent des occasions tres-differentes des autres, qui les forcent, ou convient à icelle; car les uns ont un desir naturel avec une occasion pregnante à la fortification, & aux choses qui sont de la guerre; d'aucuns à l'Arpenterie, d'autres à la gaujerie; il y en a qui s'estudient aux choses qui concernent la navigation; & d'aucuns en l'Architecture; & d'autres en la Theorie seulement; voire beaucoup s'excercent en plusieurs des choses susmentionnees, ou en tout; & ainsi consequemment les uns en cecy, & les autres en cela. Or puis que la principale fin de la description des arts liberaux, est que par icelles les hommes puissent aisement parvenir és choses en quoy ils s'addonnent pour le proffit public, il faut voir maintenant si cela adviendra par l'apprentissage de la Theorie & Practique, meslee l'une avec l'autre. Quand l'on entremet quelques exemples en practique entre des propositions Theoriques, d'une certaine espece, tirée d'une infinité de genres qu'on en pourroit descrire, peut estre qu'iceux ne seront de ceste espece, à laquelle le disciple tend; comme si en la Geometrie, entre des propositions Theoriques l'on y entremesloit aucunes de la practique, où il se trouve des exemples entre autres de la maniere de mesurer avec le raid, appellé Astronomiquedes distances, comme depuis une fenestre inaccessible jusques à certains piliers de quelque edifice; sur quoy il pourroit advenir que le Disciple ne prendroit goust à telle espece de practique de Geometrie, en pensant peut estre que cela n'est gueres en usage en la practique, ny d'une certitude assez suffisante, pour venir mettre en œuvre puis apres ceste mesure, à l'edification de quelque autre bastiment, ou en pensant quelque chose de telle façon, qui luy viendroit pour lors en l'entendement: sur quoy il ne trouvera ceste espece qu'il a pour but: Tellement que s'il veut apprendre la Geometrie dans ce livre-la, il faudra qu'il apprenne ce qu'il ne veut pas: Mais si la Theorie estoit escrite, comme une œuvre enchaisnée, en un traicté à part, & que le Disciple la comprenne bien; cela luy servira d'un fondement commun, pour puis apres entendre & comprendre telle partie de practique, qu'il en pourra choisir entre plusieurs sortes qui seront mises en lumiere.

Et pour conclurre, j'ay declaré mon opinion comment c'est qu'on pourroit remettre sus, une telle abondance de science, comme il est manifeste jadis avoir esté au siecle sage, ainsi que j'avois entreprins de faire. Et ayant esgard sur tel fondement, je descriray là dessus les traictés subsequens.

Fin du premier livre de la Geographie.

DEUXIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De la Hylocinesie du Globe terrestre, ou du changement de lieu en autre de sa matiere.

OCCASION DE LA DESCRIPTION DE CE DEUXIESME LIVRE.

APres que le PRINCE TRES-ILLUSTRE eust veu l'Architecture, avec ce qu'il s'exerçoit en la Fortification; il luy est advenu en telle occasion, de recercher les causes de ceste incommodité, touchant la ruine & decadence des edifices mal fondés, & comment le cours des Rivieres qui les abordent, les rongent & dissipent, par leur debordement, remplissent les fossez de sable, & de limon. Et qu'aussi en certains lieux où l'on ne pouvoit pas vuider les fossés, jusques à une profondeur suffisante, à cause de la redondance du sable qui rejaillit du fond, comme aussi lors que les pilotis ne se pouvoient pas ficher assez avant dedans le mesme fond. Davantage que plusieurs havres & ports de mer se remplissoient de sable, ou de bourbier; que souventesfois avec grand frais, quand on taschoit d'y remedier, ce n'estoit le plus souvent que de mal en pire, & que les conseils des uns & des autres estoient fort divers là dessus, sans avoir esgard à quelque certain fondement & commun: ce qui estoit non seulement argent & peine perdue, mais causoit aussi une incertitude & peu de seureté au pais.

Or

Or comme je me trouvois empesché dans des semblables difficultés, il y a quelque temps passé; je m'addonnay à la recerche des causes, & prenois l'occasion quand elle se presentoit, touchant ceste matiere, annotant ce qui me sembloit estre le plus certain. Ce que SON EXCELLENCE ayant leu, conjoinctement avec l'Architecture susmentionnée, & recognu par effect, que la cognoissance d'icelle pouvoit aider à prevenir la susdite difficulté, tant en evitant les conseils inutils qui contrarient les regles generales, que pour poursuivre d'effectuer ce qui est bien fondé en raison: tellement que je les ay introduicts entre ses Memoires Mathematiques, non pas toutesfois en l'Architecture, mais en la generale Geographie, comme traitans des grands mouvemens qui ne se peuvent effectuer par la puissance des hommes, mais qui sont ordonnez naturellement en l'essence de la terre, d'où procedent des maximes qui peuvent servir davantage qu'en ladite Architecture seulement: parquoy en ce 2 livre sera traité d'iceux & des circonstances qui sont de la mesme matiere, dont le contenu se verra en l'Argument subsequent.

ARGUMENT DE CE DEUXIESME LIVRE.

Apres les Definitions necessaires des termes de l'art, suivra la premiere proposition du mouvement de la terre en general, les autres suivantes de la continuelle separation & rejonction de sa matiere, comme de sable, argile, terre sulphurée, pierres, & metaux des païs plats & montagneux. Davantage du changement des bords des rivieres tant de ceux qui sont cavez à plomb, qu'en pente, & des bancs qui sont au sueil des havres, que de leur accroissement continuel. Puis de la cause du rejaillissement de l'eau, & sable hors la terre. Finalement que la mer sera & a esté, où est à present la terre ferme; & qu'au contraire ce sera terre ferme, & a esté, où la mer est presentement.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

Hylocinese terrestre, est le changement de lieu des diverses matieres, dont la terre est composée, sans changer sa figure spherique, ny de lieu.

Ce qui est icy dit sans changer de lieu, est pour distinguer le mouvement de la matiere dont la terre est composée, (comme de l'eau, sable, & air compris en icelle, lesquels ayant roulé de costé & d'autre, sont tantost en haut, puis en bas, changeans incessamment) d'avec le mouvement local du tout, comme il en sera parlé plus à plain au traité suivant du cours des astres.

DEFINITION II.

Cours à sable rapide, est lors que le cours de l'eau est tel, que non seulement il esmeut le sable, mais aussi l'emporte. Au contraire cours à lent sable, qui laisse couler le sable au fond, n'ayant aussi la force d'esmouvoir le sable.

De mesme qu'és horloges, il y a des poids si pesants qu'ils feroyent mouvoir toutes les rouës; & d'autres si legers qui n'auroyent pas la force de les esmouvoir. Aussi y a-il des cours de riviere qui peuvent esmouvoir & emporter le sable, d'autres non.

DEFINITION III.

Cours d'argile rapide, est lors que le cours de l'eau est tel, que non seulement il esmeut l'argile, mais aussi l'emporte: au contraire cours d'argile lent, qui laisse couler l'argile à fond, sans avoir aussi la force de l'esmouvoir.

La chose est facile à comprendre par la precedente; on pourroit y en adjoindre encore d'autres comme les cours rapides & lents des cailloux, pierres, metaux & autres matieres terrestres; mais d'autant que les deux precedens suffisent à la declaration des choses suivantes, celles là n'auront icy leur particuliere declaration.

LES PROPOSITIONS.

PROPOSITION I.

Declarer en general, la qualité du mouvement du globe terrestre.

Il semble que le premier moteur, vueille que toute autre chose aye mouvement de luy, tant au regard des parties que du total: car la terre ne fait pas seulement son circuit annuel alentour du soleil, & tous les jours sa superfice alentour de son axe, mais aussi la matiere de laquelle elle est composée, change, & vire de lieu en lieu, par entrelassemens, separations, & rejonctions des parties, la terre acquiert deux divers mouvemens de l'air & de l'eau; car par le mouvement de l'eau, les pais sont rompus & d'autres en sont faits, assavoir pays plats & au niveau, qu'on pourroit appeller pays croissans, comme on le verra cy apres à la 4 proposition & suivantes. Par le mouvement de l'air, c'est à dire par le vent, sont faits les païs hauts & montagneux, ce qu'on verra en la cinquiesme proposition plus amplement, comme aussi aux autres suivantes. Mais puis qu'on pourroit demander la cause du mouvement de l'air & l'eau, il faut sçavoir que l'eau, comme grande partie du globe terrestre, reçoit trois divers mouvemens notables: l'un du soleil; l'autre de la lune; l'autre de l'air. Car par la chaleur du soleil elle est attirée en vapeur, qui environne la terre comme un autre globe, est appellé Globe des vapeurs, des qualités duquel & de sa hauteur dessus la terre sera traité cy apres en un traité à part, au troisieme livre suivant. Ceste vapeur, comme on en voit de semblable és distillations communes, se change en goute, d'où procede la pluye, mais se congelant devient gresle: que si la vapeur se vient à geler, devant que de changer en goute, ce sera neige. Ceste pluye, gresle & nege, ne laisse de couvrir la terre, par le moyen du vent, nonobstant qu'elles se soient faites sur le dessus de la mer, & ainsi en tombant sur la terre, causent les susdits changemens és diverses matieres terrestres. Touchant le mouvement que l'eau acquiert par la lune, qui est le flux & reflux de la marée, nous en traiterons particulierement au sixiesme livre de la Geographie. Et quant au troisiesme mouvement que l'eau acquiert par l'air, c'est le vent, lequel tient l'eau en continuelle esmotion, comme chacun sçait. *Conclusion.* Nous avons donc declaré en general la qualité du mouvement du globe de la terre selon le requis.

ALB.

Alb. Girard.

L'Autheur parle de l'eslevation & depreßion des vapeurs, selon la maniere ordinaire, c'est à dire sans autre demonstration, de laquelle chose il est bien à excuser, pour eviter prolixité, & aussi puis que ça esté une chose incognuë jusques à present. La raison est telle: c'est que le soleil par sa chaleur, tient l'eau liquide, c'est à dire qu'il la contregarde de s'engeler: or l'eau non gelée, evapore continuellement, & ceste vapeur n'est rien autre chose, qu'un amas de tres-petites bouteilles, ou vescies, comme je l'ay veu de mes yeux, enfermant un air plus chaud que celuy qui est à l'entour, lequel ne se meslant pas avec celuy de dehors, retient mieux la chaleur du soleil, qui l'eschauffe de plus en plus; & l'air tant plus il est chaut, & tant plus il s'esleve plus viste, & prend plus grande dimension, fait encor enfler davantage ces vescies (si la chaleur est vehemente) jusques à les crever avec le temps; que si devant de crever, elles passent par un air plus agité, ou plus froid, alors l'air qui est dedans se refroidissant peu à peu, la dimension diminue, assavoir chacune bouteillette devient si petite, qu'elle devient maßive, & de telle grandeur que celles qui sont propres à l'arc en ciel; c'est à dire tres-pres l'une de l'autre sans se mesler, qu'avec longue agitation de vent; ce meslange se fait d'autant plus viste qu'elles sont plus pres, & que le nombre est grand; or venant à se conjoindre (ce qui n'arrive pas si tost, pource que les petites goutes menées du vent, demeurent egalement distantes, le vent poussant l'une aussi bien que l'autre) tant plus la nuée est maßive, & tant plustost peut elle tomber. Il faut aussi noter que la chaleur de l'esté, (de jour) se termine tousiours environ une mesme distance, (cause que les nues ne vont plus haut) & non pas loing de la superfice de la terre, encor moins en hyver; car la chaleur du soleil est beaucoup augmentée de la reflexion des raids sur icelle superfice; & principalement, lors que les angles, incidens sont plus pres de la droiture, veu que vers le pole le soleil luit un demy an de long, & si ne peut pas eschauffer, à cause que lesdits angles sont fort obliques: parquoy si la chaleur du soleil est tant aidée de la reverberation des raids incidens sur la surface de la terre, telle chaleur se termine bien pres, puis que celle qui est sur l'Equinoctial, ne se peut estendre à eschauffer l'air si avant, que ceux qui sont vers le pole en puissent estre eschauffez, tellement qu'entre nous & le soleil, és plus grandes chaleurs, il gele, d'autant que la chaleur du soleil ne se monstre que là où les raids trouvent plus de resistance, & quand on sent de la difference de chaleur en deux jours suivans, c'est lors que l'air d'entre deux estant plus coy, la chaleur se rend plus vehemente.

Proposition II.

Declarer que de la matiere des pays hauts, (laquelle est emportée par la pluye & neige,) sont faits d'autres terroirs, jouxte les rivieres, & aussi où elles font leur entrée dans la mer.

On remarque qu'és pays montagneux, lors que la neige fond, & courant vers le bas elle emporte quant & quant, sable, argile, cailloux, & choses semblables: laquelle roule incessamment jusques aux rivieres, en grande quantité, ce qui ne vient pas seulement des hauteurs prochaines, mais de plusieurs lieux quelques journées de chemin de distance, aussi de part & d'autre des rivieres, l'on remarque que grand' partie des montagnes avec les bois, & tout ce qui est dessus, vient à renverser: tellement que les hauts pays plats, sont maintefois rongez, que ce qui reste semble estre des montagnes hautes. Ceste eau venant donc à se desborder pour la grande quantité de ce qui y vient descendre, s'espard par les champs voisins, & principalement és plus bas lieux, & marets d'alentour se mettant au large, ce qui luy fait perdre la force de son cours, & partant laisse couler au fond ce qu'elle contenoit de plus espais, faisant ainsi un rehaussement tel quel sur ces terres là. Mais le reste estant encor au milieu du fil de la riviere, elle l'emporte jusques à son entrée dans la mer, où semblablement entrant au large n'est plus si rapide, laisse couler au fonds ce sable & matiere, dont elle estoit chargée. *Conclusion.* Nous avons donc, &c.

Proposition III.

Declarer pourquoy une mesme riviere amene en d'aucuns endroits des terroirs nouvellement crus, du sable maigre, & en d'autres de l'argile grasse.

On pourroit trouver estrange de ce que le sable & l'argile estant meslez dans les rivieres, neantmoins d'aucuns endroits des terroirs de nouvelle crue, sont rehaussés de sable maigre, d'autres de bonne terre grasse: mais c'est pource que l'eau espaisse (comme à la 2 proposition) laisse tomber premierement ce qui est le plus pesant, comme les pierres & cailloux, puis apres le sable à la fin du cours à sable rapide; apres cela le sable ne pouvant venir plus avant, l'argile tombe peu à peu, laquelle est emportée plus loing, comme l'experience le tesmoigne, puis l'eau claire retournant en son lieu par laps de temps laisse toute sa voiture là. *Conclusion.* Nous avons donc declaré, pourquoy une mesme riviere, &c.

Proposition IV.

Declarer comme les terres horizontales croissent.

Les terroirs du globe terrestre, ont deux diversitez notables, les uns horizontaux, gisans fort plats, & au niveau, voire en d'aucuns lieux quelques journees de chemin en longueur. Les autres sont montagneux; mais la maniere comment les horizontaux sont jadis venus à estre tels, sera deduite en ceste proposition, delaissant l'exposition des terroirs montagneux à la suivante 5 proposition.

Les pays horizontaux, sont de trois principales especes; les uns gras, & argilleux: les autres sont des bruyeres aquatiques maigres & sablonneuses; la troisieme espece sulphureuse (appellée *Veen* en Flamand, c'est dequoi on fait les tourbes pour le chauffage en Hollande) or ces trois prennent leur croissance egale, comme s'ensuit.

Combien que les pays sous l'eau puissent bien estre de profondeurs inegales, ceste inegalité devient peu à peu en egalité, pource que les plus profonds lieux prennent plus d'accroissement que les moins profonds; car le vent faisant mouvoir l'eau, à laquelle l'argile & sable est suspendu, c'est une chose notoire que là où il y a plus d'eau, comme és lieux plus profonds, là il y a plus de matiere suspendue; lors aussi que l'argile se rasseoit sur les moins profonds elle est encor molle, & se renverse tant plus facilement aux concavités d'alentour, tellement que là tout cerche l'egalité; or l'accroissement estant si haut, que l'eau basse, il est à decouvert, il se trouve de la diversité entre l'accroissement fait de sable & celuy d'argile; car de celuy de sable sont faits les pays montagneux, comme nous dirons en la prop. 5. mais de celui d'argile sont faits les pays horizontaux, comme il sera declaré cy apres plus amplement.

Les terres horizontales d'argile ou de limon croissent ainsi; apres que l'eau est decoulée de la terre, & qu'elle se seche, elle s'endurcit fort & ferme ensemble, sans pouvoir recevoir aucun changement par le vent: ainsi que l'une crouste vient sur l'autre, comme l'on voit és bords des rivieres où la terre du bord est à plomb, & telles incrustations espaisses d'un poulce ou deux ou environ, lesquelles sont ainsi distinguées par

l'herbe

l'herbe qui croist à chaque fois sur icelles. Or ceux qui n'ont jamais veu telles choses pourroyent trouver ce que dessus contraire à leur opinion, mais afin de les en asseurer davantage, c'est une chose notoire qu'en Hollande, & semblable pays croissant, que souventesfois les proprietaires sont en doute, & en discord s'ils arresteront tel accroissement, par des digues & chaussées, ou bien s'ils laisseront quelques années accroistre le tout plus haut par telles incrustations, pource qu'en plusieurs lieux on trouve tous les ans beaucoup de changement.

Les bruyeres sablonneuses, & plates, ne se sont emmoncelées par le vent en montagnes ou dunes, à cause qu'en hyver & esté, elles sont tousiours humides, estant arrosées de quelques torrens, & autres eaux courantes, tellement qu'elles ne peuvent estre eslevées du vent, comme il fait le sable sec, & cependant les bruyeres croissent dessus, qui contregarde le sable davantage. Il advient aucunefois qu'on y voit des collines, à cause qu'il a fait plus sec là qu'en autre lieu.

Touchant les terroirs horizontaux sulphureux ou bitumineux (en Flamand *Veen*) leur accroissement se fait comme il a esté dit de l'argile par le remplissement des bas terroirs de ceste sorte de terre là, de la maniere & comment elle croist, il en sera parlé en son lieu (proposition 7) plus amplement.

Notez que par les choses susdites, qui se sont faites, & se feront encor cy apres, que la terre emplit la mer, la rendant estroite de plus en plus, & au contraire la mer submerge & inonde la terre peu à peu, ainsi que ces deux se changent de l'un en l'autre.

Corollaire.

D'icy s'ensuit qu'il est impossible que les terroirs horizontaux puissent croistre aussi haut que les plus hautes inondations, veu qu'iceux doivent tousiours estre sous l'eau pour pouvoir recevoir augmentation, si ce n'est que lesdites eaux decroissent, ou se devoyent, comme il advient souvent, ainsi qu'il sera dit en son lieu.

Proposition V.

Exposer comment les terroirs inegaux & montagneux croissent.

Les pays montagneux croissent principalement en deux façons, par les rivieres ou par la mer: par les rivieres, lors que les accroissemens de sable estans faits, comme il a esté exposé en la 3 proposition, & si haut qu'ils sont à descouvert, l'eau estant basse, & qu'ils ne sont tenus humides par des torrens, ou ruisseaux, le sable devenant sec, alors par un fort vent (devant que l'herbe croisse dessus, laquelle requiert beaucoup de temps) sont faites par cy par là des fosses & bosses.

Mais ceux qui n'ont jamais veu telle chose peuvent voir le mesme en la neige, laquelle en temps doux & coy s'espard egalement par la plaine, mais par le vent s'emmoncelle çà & là, & en aucuns lieux, elle est du tout envahie par la force du vent; de mesme en est-il du sable; finalement apres ceste creüe une autre venant, remplit les lieux bas, puis l'eau s'abaissant le sable seche, & puis du vent est derechef emmoncellé vers le haut; ce qui advenant par des grands flux, alors le païs devient montagneux & plus haut de beaucoup que les plus hautes eauës ne peuvent parvenir, ce qui n'advient pas és creües horizontales, par le corr. de la 4 prop.

Notez qu'il arrive souvent qu'en des terroirs gras & feconds, là où le sable ne souloit s'amasser qu'il s'y amasse puis apres, & ce par l'eau qui vient à passer par dessus les digues, ce qui arrive par deux moyens principaux, dont l'un est par des inondations extraordinaires, lesquelles adviennent à peine dans 30 ou 40 ans une fois; l'autre quand apres une longue & forte gelée, suit un degel avec grand' pluye; ainsi que la glace descendant en abondance, s'amasse l'une sur l'autre & bouche la riviere, laquelle pour ceste raison s'enfle & vient à passer par dessus les digues. Or l'eau tombant de haut en bas fait des creux dans terre, penetrant non seulement la crouste d'argille de dessus, mais aussi quelques brasses de profondeur dans le sable, tellement qu'il s'espard au dessus des terroirs gras d'alentour: D'aucuns pourroient penser (ne sçachant rien de cela par experience) que ce sont des opinions & speculations pourpensées, mais il y en a aussi d'autres qui en sont si certains à leur dam, qu'ils n'y peuvent penser sans doleance.

Notez aussi qu'il arrive bien apres telles creües de sable, que l'argille vient encor dessus, & derechef encor du sable. Ce qui se voit bien lors qu'en fossoyant profondement l'on trouve argile, sable, puis argile, terre noire, & ainsi consequemment.

Mais pour parler des montuositez, qui sont causées de la mer, il faut sçavoir que l'arene du rivage reçoit divers changemens, comme des grands vents qui viennent du costé de la terre & qui suivent apres la tempeste de la mer, par lesquels accidens, il arrive qu'on descouvre encor la maison de *Britten* pres *Catvvick*: mais ces vens venans de la mer en temps de tempeste, le sable est ramené abondamment sur le rivage, lequel se sechant au soleil au decroist & en basse marée, le vent le chasse en haut & en rehausse les dunes.

La raison pourquoy il y a des dunes beaucoup plus hautes en un pays qu'en l'autre au rivage de la mer, vient de ce que d'aucuns rivages sont plus hauts & larges, & par consequent il y a plus de sable qui se seche à la fois, ainsi que la tempeste de la mer survenant est chassé en haut en grande quantité.

Touchant ce qu'on pourroit mettre en doute de ce que les dunes demeurent en estre, nonobstant que les vens de la terre les diminuent & les vens de la mer les augmentent: c'est pource qu'és lieux où les dunes croissent qu'il y a beaucoup plus de vens de mer que de terre; & aussi que sur les dunes avec le temps, l'herbe croist, comme aussi plusieurs arbrisseaux qui aprofondissent leurs racines de plus en plus, ce qui retient beaucoup le sable qu'il ne s'envolle par le vent dans la mer: d'où vient que ceux de Hollande remarquant ces choses, les parsement d'une herbe appellée *Helm* ou *Heaume*, pour retenir le sable és lieux les plus necessaires: A *Goere* on fait venir des dunes, où il n'y en avoit auparavant, par le moyen des joncs & roseaux qu'ils fichent dans le sable.

Notez encore, qu'ainsi comme les creües sur les terroirs horizontaux, se font crouste sur crouste, par le moyen des hautes eauës, comme il a esté dit à la 4 proposition: qu'aussi les creües montagneuses, se font de mesme tant par la mer, que par les rivieres; ce qu'on remarque advenir és dunes, & montagnes de sable, là où la grãde pluye en a fait escouler une bonne partie, car illec se peut voir que l'herbe fait distinction entre chacune creüe, d'autant que l'herbe n'estoit pas si tost levée qu'une nouvelle crouste la venoit couvrir. Toutesfois ces creües different en cela que les montagneuses sont plus tortues & moins unies que les autres. Davantage il sera dit en la neufiesme proposition suivante, que ceste distinction se remarque és rochers, laquelle demeure

demeure encor lors que les dunes se viennent à petrifier & que la distinction demeure notoirement.

Jusqu'icy a esté dit comment les dunes croissent sur les montagnes de sable : mais d'autant qu'on pourroit penser qu'il y a icy manque d'explication touchant les creuës des montagnes par le moyen d'autre matiere que de sable, comme de terre noire & grasse, argile, rochers, metaux, & choses semblables; veu que le titre de ceste proposition semble devoir parler des creuës des montagnes en general. On doit sçavoir que toutes les montagnes ont esté premierement sable, excepté celles qui pourroient estre faites de main d'homme, ou par quelque estrange & extraordinaire accident, comme par les tremblemens de terre : desquelles choses la suivante proposition restituera ce qui sembloit avoir esté oublié.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment les montagnes & pays mal unis croissent, selon le requis.

Proposition VI.

Declarer comment les terroirs sablonneux & les dunes se changent en terre grasse & noire.

On voit par effect qu'avec le temps, tant sur le sable des dunes de mer, que de riviere, il vient à croistre plusieurs sortes de plantes, desquelles les fueilles & fruicts tombans se changent en terre grasse & noire par la putrefaction, qui fait ce qu'on appelle terre, laquelle descend si profondement que la longueur du temps le donne : & qu'aussi il y a des choses les unes plus grasses que les autres, qui causent en cela le plus & le moins, comme les semences de lin, de naveaux, choux ; & d'aucuns fruicts, comme noix, amandes, olives, &c. desquels on tire de l'huile à grande abondance, & par consequent engraissent plus la terre que non pas d'autres semences & fruicts plus maigres : Item des autres plus noires les unes que les autres, comme noix de gale, noix communes, glans, &c. Or que la terre noire soit sable engraissé & ainsi meslé, c'est une chose notoire, comme là où la pluye a passé ayant descouvert une partie de sable, roule & coule avec la terre grasse en quelque lieu plus bas. Mais si on veut voir le mesme par d'autres exemples (comme je l'ay esprouvé en diverses fois, & en diverses matieres) prenant un verre ou vaisseau plein de terre noire, & jettant de l'eau claire là dessus, puis les remuer ensemble, & jetter l'eau noire, l'arrestant en sorte que le plus pesant aille au fonds, dans autant de temps qu'on feroit 5 ou 6 pas, & puis reiterant le mesme souventefois jusques à ce que la noirceur soit separée, on trouvera le restant estre du maigre sable, blanc, jaune ou gris, ou selon que la nature le diversifie.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment, &c. selon le requis.

Proposition VII.

Declarer comment la tourbe (ou veen *selon les Flamans) vient en la terre.*

Tourbe est une certaine terre de laquelle les Hollandois se servent au lieu de bois pour le chauffage. Or il est advenu, comme il a esté dit en la proposition precedente, qu'en demeslant la terre noire du sable, qu'elle estoit aussi noire que de l'encre, excepté qu'elle ne valloit rien pour escrire, estant trop rousse sur le papier, laquelle estant sechée dans un verre, estoit de mesme matiere que les tourbes, veu qu'elle brusloit comme de la mesche, laquelle est de nature sulphureuse; ainsi que la noire graisse de la terre separée de son sable, peut estre tenuë pour tourbe. Ce qui estant ainsi il appert comment la tourbe se trouve en beaucoup de pays plats, souvent de 20 pieds de profondeur en terre; car les rivieres estant enflées, passant par dessus les terroirs gras, se noircissent en emportant ceste terre noire quant & soy, comme est l'eau (pres de la mer appellée *Zuyrzee*) qui tombe dans la riviere de *l'Issel*; emportant donc la noirceur avec le sable ensemble, & venant au large laisse tomber son sable, & transporte la noirceur plus loing, là où se fait une creuë de tourbe.

Il y a aussi beaucoup de terre de tourbe avec des fueilles, des racines des bruyeres, le tout selon que les terres sont, sur lesquelles les rivieres desbordées passent.

Proposition VIII.

Declarer comment le voarre, les pierres, les metaux, & autres matieres solides viennent à estre fluides en l'eau.

On trouve que plusieurs fontaines sortant des rochers ont quelque couleur verte ou bleuë, comme l'eau forte ou royale là où on a mis de l'or ou de l'argent, ce qu'aussi l'eau de pluye acquiert, passant par des lieux mineraux : Or l'eau de la mer est de tout costé de telle couleur, parquoy on peut conclurre qu'elle l'acquiert par mesme maniere, assavoir par la continuelle rencontre de ladite eau avec les rochers qui contiennent des especes metalliques, tant au fonds, qu'au rivage de la mer : tellement que ces matieres viennent à estre fluides en l'eau, nonobstant qu'elles ayent esté auparavant fermes & solides. De mesme en est-il des pierres, voarre, & autres matieres, lesquelles l'eau ronge par laps de temps, & ainsi deviennent fluides, & se meslent avec l'eau; & ce d'autant plus que les Chimistes tesmoignent, que cuisant de l'eau (assavoir de l'eau marine laquelle a en soy ces matieres) fort long-temps, & remplissant continuellement ce qui s'evapore, que finalement on trouve du voarre dans le pot, lequel ne viendroit pas là, s'il n'estoit premierement en l'eau. Ce voarre fluide meslé avec matiere pierreuse, se trouve souvent aussi dans les canaux & tuyaux des conduits & fontaines qui ont esté long temps sous terre, lesquels sont bouchez de ce meslange, ce qui est cause qu'ils crevent ; veu que telle matiere de voarre petrifié se trouve en iceux, lors qu'on les raccommode : Pareillement on en trouve és piliers & stiles des ponts de bois, où les rivieres passent dessous, ce qui n'adviendroit, s'il n'y avoit telle matiere en l'eau : Il est donc manifeste qu'elle y doit estre, puis qu'on l'y trouve.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment le voarre, les pierres, les metaux, & autres matieres solides viennent à estre fluides en l'eau, selon le requis.

Proposition IX.

Declarer la maniere comment l'argile, voarre, pierre, & le metail croissent.

Nous avons dit à la deuxiesme Proposition comment l'argile & la tourbe viennent des pays hauts sur les terroirs horizontaux, puis apres en la septiesme Proposition, comment la tourbe vient sur lesdits hauts terroirs, qui n'estoyent que sable, par la cinquiesme Proposition. Maintenant il nous faut dire comment l'argile, (d'autre espece que la tourbe, car bruslée devient pierre ou voarre, & la tourbe se reduit en cendre) vient sur les hauts terroirs, comme aussi le voarre, pierre, & metail. Il faut donc sçavoir preallablement qu'en fossoyant profondement au fonds des montagnes, ou en leurs

leurs vaux, l'on trouve de l'argile, tourbe; cailloux & pierres, leſquelles n'y ſont pas creuës apres la conſtruction des montagnes, mais y ayant eſté auparavant: comme ſous les dunes d'Hollande y a des pierres, de l'argile, tourbe & choſes ſemblables, comme ſous la campagne raſe qui eſt pres de là, ce qu'on apperçoit en d'aucuns lieux au bord de la mer, au pied des dunes, comme de la terre noire entremeſlée: la raiſon eſt que la mer eſt preſentement, où autrefois la terre a eſté, aſſavoir lors que la maiſon de *Bretten* eſtoit eſloignée de la mer quelques lieuës (& maintenant bien avant dans la mer) par le moyen des creues que le Rhin cauſoit en ſon entrée dans le mer; mais depuis que le Rhin s'eſt deſtourné dans la Meuſe, la mer a emporté & ravagé ces creuës, & les dunes ſe ſont venuës rendre (ſelon la cinquieſme Propoſition) ſur le plat terroir d'argile, & pour ſemblables raiſons l'on trouve de l'argile, tourbe, & cailloux, ſous pluſieurs montagnes, & bien haut, illec parvenus par les grands flux des rivieres, comme il a eſté dit en la 4. & 5. Propoſition. Toutesfois de parler comment l'argile, tourbe, & pierres viennent és montagnes par telles ſemblables raiſons, ce n'en eſt pas icy le lieu, mais du meſlange des terroirs ſablonneux, avec l'argile, apres avoir eſté formés, & de leur changement en grands rochers mineraux, leſquels ne ſont ſubjects à l'impetuoſité des vagues.

Et pour venir à la choſe meſme, je dis premierement que c'eſt une choſe certaine que telle cruë de pierre tant és pays plats que montagneux (és montagneux davantage) advient apres eſtre formés & achevez, dequoy il a eſté dit à la precedente, pour ces raiſons: Il arrive qu'en des pays plats, y ayant foſſoyé un pied ou deux, (comme l'experience le monſtre és ſieges des villes où nous nous ſommes trouvé) on y remarque un pavé de pierres, lequel eſt eſpais d'un pied ou environ, qu'il faut rompre avec des picqs & hoyaux; apres quoy on trouve derechef de la terre molle, comme on a veu en un fort au dehors de la ville de Hulſt en Flandre, & encore en d'autres ouvrages de terre vers là; le pays eſt plat & entouré de digues, & eſt croyable que ce lict de pierre n'eſt pas venu en une fois. Et de meſme en eſt-il de la petrification & metallification des montagnes; meſme j'ay veu les commencemens de ces choſes ſous terre, devant Grolle comme il me ſemble, & ce en forme de mine de fer, & en autre lieu d'autre façon. La raiſon de ces choſes eſt, pource qu'en l'eau de pluye y a du verre & de la pierre fluide, qu'on trouve dans le vaiſſeau apres avoir long-temps bouïlli, & auſſi dans les tuyaux des fontaines & conduits; ce qui ſe congele par laps de temps, comme a eſté dit cy deſſus, ce ne ſera de merveille ſi l'eau paſſant par le ſable y laiſſe ces matieres là, veu que l'eau marine y laiſſe bien ſon ſel & devient douce. On remarque auſſi que le grais (qui eſt une pierre pour aiguiſer les utenſilles de fer) n'eſt autre choſe que ſable ramaſſé & petrifié, ou vitrifié enſemble: ce qui ſe voit ſi aiſement, qu'és rochers il y a aucunefois du ſable lequel ſans le toucher, fait douter s'il eſt petrifié ou non, pource qu'on y remarque le ſable & ſa couleur fort naifvement. Les diſtinctions qui ſont és pierres des montagnes, teſmoignent encore de la petrification des dunes, dont la cauſe a eſté dite à la cinquieſme Propoſition, nommement qu'elles aviennent de diverſes tempeſtes marines avec l'accroiſſement des herbes entredeux, où l'on peut recognoiſtre que les pierres plus eſpeſſes, ſont telles par les plus vehementes tempeſtes, ou de plus grande conjonction de ſable ſans croiſſance d'herbe entredeux. Davantage comme l'argent apres eſtre fluide dans l'eau forte, eſt rendu ſolide par la practique des Orfevres, il ne ſera pas eſmerveillable, que le metail eſtant fluide par la pluye és montagnes, vienne à eſtre ſolide dans terre par laps de temps, & puis apres fluide. En ſomme il appert que non ſeulement l'eau de la mer eſt eſlevée en vapeur par l'Archée du globe terreſtre, mais auſſi les metaux, pierres, & autres matieres qu'on trouve és dunes & aux pays horizontaux. Il ſemble auſſi que le meſme avient des autres matieres tant animées qu'inanimées: Peut eſtre que pour ceſte cauſe les anciens ont tant parlé de l'eſprit du monde, duquel les ames des brutes viennent & retournent, comme l'eau vient & retourne en la mer. Or il y a cela de difference entre telle Alchimie & la ſuſdite, de l'eau, ſable, cailloux, argile & tourbe, dont la maniere de la conjonction de chaque matiere avec ſon eſpece eſt cognue, par la cauſe, mais l'autre non: car comment l'or ſe joinct dans terre avec l'or, comment les matieres de meſmes eſpeces ſe conjoignent en ſemence, tant animale que vegetable, je n'en ſçay du tout rien. Si on ſçavoit par la cauſe comment l'argent fluide en l'eau forte, eſt amaſſé par le cuivre, & le cuivre fluide par le fer, & le fer fluide par l'aimant, peut eſtre qu'on auroit un commencement pour parvenir à la cognoiſſance de la conjonction des metaux ſous terre, & par conſequent de la Chryſopée des ſages, laquelle eſt tant recerchée des Lachrymiſtes de ce temps: mais nous eſtant incognuë telle conjonction des metaux, laquelle nous faiſons bien nous-meſmes; ce n'eſt pas merveille ſi la conjonction des metaux ſouſterrains, & auſſi des autres eſpeces, nous eſt du tout incognuë, & c'eſt pour cela qu'en ceſte propoſition nous n'avons pas peu promettre de declarer la cauſe de la generation de ces matieres là, mais bien d'en parler en quelque façon, recommandant la recerche aux autres.

Concluſion. Nous avons donc declaré la maniere comment l'argile, voarre, pierre & le metail croiſſent, ſelon le requis.

NOTEZ.

Les choſes eſtant ainſi comme dit eſt, & comme je croy qu'elles ſont, de la ſolution & congelation generale des matieres terreſtres, la cognoiſſance des meſmes pourroit donner avantage à la recerche de la cauſe & proprieté des matieres; car quelqu'un ſe propoſant que la montagne pierreuſe où il eſt, a eſté autrefois quelque dune ſablonneuſe, & qu'elle a eſté changée du depuis, & ſe change encor continuellement par l'eau de pluye qui paſſe au travers, laquelle y laiſſe ſon ſel, ſoulphre, voarre, pierre, & metail, ce qui donne occaſion de recercher & de croire que la congelation ſe fait par quelque ordre, que quelque choſe y doit preceder & d'autre doit ſuivre, & comment les matieres de meſme eſpece ſe conjoignent, & choſes ſemblables. Comme par exemple pour recercher comme l'argile croiſt, il me ſemble que le limon (plus gras que ſable, & plus maigre que l'argile) eſt le commencement d'argile, ou eſt argile imparfaite, & l'argile le commencement de roche: car l'argile des montagnes n'eſt pas emportée de la pluye ny de la neige, comme les matieres propres à faire les terroirs horizontaux, ſelon la quatrieſme Propoſition, & ainſi peut s'endurcir avec le temps & ſe petrifier.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que ſi la petrification des montagnes venoit de ce que l'eau de pluye paſſe au travers, que ladite petrification commence-

m roit

roit au dessus de la superfice de la terre ; ce qui est contre l'experience, veu qui c'est environ à un ou deux pieds de profondeur, comme il a esté dit cy dessus.

Mais à cela il faut respondre qu'en effect ceste petrification commenceroit sur le dessus de la superfice de la terre, n'estoit que les vens, pluyes, neiges, gresles, gelées & telles choses, y sont contraires : ce qu'on peut bien voir en ce que les maçonneries engelées ne tiennent pas bien, & qu'ordinairement le devant des murailles est facile à desrompre, mais tant plus profondement qu'on parvient, & d'autant plus elle est dure; mesme la terre sur laquelle elle est appuyée (comme aux terranes de fortifications) est d'autant plus dure qu'on y approfondist, si elle est construite long-temps auparavant, se tenant ensemble comme une seule pierre. Parquoy si en recerchant par experience la cause de tout cela, estant fondé sur des choses certaines, & que cognoissant ce qui est tres-certain & ce qui l'est moins, il se pourroit faire qu'on atteindroit en une tres-parfaite cognoissance de ceste matiere.

Proposition X.

Declarer comment il n'y a pas de matiere terrestre qui ne soit meslée de diverses especes.

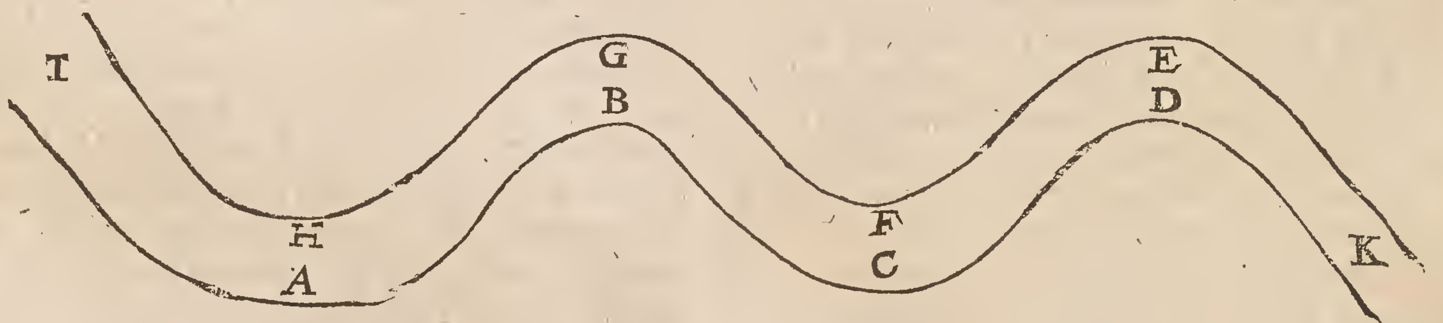
Les Grecs disent bien qu'il n'y a rien qui ne soit meslé, comme nulle eau sans aïr & plusieurs matieres terrestres : & nulle matiere terrestre sans eau, air & plusieurs autres especes. Ce qui pourroit estre encor un Aphorisme du siecle sage ; mais il ne semble pas qu'ils ayent peu par cela parvenir à la cognoissance des causes, ny à la maniere en general comment il en est : ce que je pense apparoistre en ce que dessus, nommément (pour le redire en bref) que la pluye passant par les montagnes metalliques & sulphureuses rend fluides les mesmes metaux, & soulphre, comme il se peut remarquer en la couleur, & odeur de l'eau, & consequemment rend fluides d'autres matieres, lesquelles ne se peuvent remarquer, ny par couleur, ny odeur, comme pierre, voarre, & ce que ce soit : Ainsi que l'eau de riviere est meslée de plusieurs materiaux des montagnes d'ou elle vient. Ces rivieres courantes en la mer, laquelle a de semblables meslanges par son perpetuel mouvement contre le rivage & le fond; parquoy l'eau de mer a en soy un meslange de diverses matieres terrestres : ceste eau s'evapore continuellement, entretenant le Globe des vapeurs, qui pour mesme raison a aussi un meslange de toute matiere : Ceste vapeur se tourne incessamment en rosée, pluye, neige, gresle, qui contient aussi pour mesme raison un meslange desdites matieres, & venant à tomber sur terre y laisse la pluspart de son meslange pour l'assemblage & facture de renovation, puis passant par les vieilles compositions remporte en la mer les mesmes en forme fluide comme devant. Et ainsi les matieres terrestres ont un continuel mouvement de meslange les unes avec les autres.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment il n'y a pas de matiere terrestre sans estre meslée de diverses especes.

Proposition XI.

Declarer la cause pourquoy les bords des rivieres sont ou plats, ou en pente; & pourquoy les rivieres deviennent courbées de plus en plus.

Il advient encor un grand mouvement à la terre, de plat, ou en pente, dont la cognoissance est profitable à plusieurs choses, comme entre autres choses à achepter, & vendre les terres, y faire des desdasnes, contreforts, & digues, aussi à la situation des Villes, Forteresses, & ramelioration d'icelles, afin aussi de prejuger où il y aura alluvion & eluvion future. Il faut sçavoir que les bords des rivieres sont aucuns comme coupez à plomb, c'est à dire fort en pente, tellement que l'eau est comme à sa profondeur, mesme au bord, & alors la terre est rongée de l'eau de plus en plus, ce qu'on appelle en Flandre *schoor* ou bien *schoorkant* ; & si c'est contre une digue *schoordijge*, c'est à dire digue qui est coupée de l'eau fort à pente. D'autres bords sont tout au rebours, car ils sont tout plats, quasi à niveau, non profonds, croissans (c'est à dire que l'eau y apporte de la terre) en Flamand *aenvvas*, ou *grint*, ou *strant* ; ce dernier mot est dit par la similitude de tel bord croissant, au bord de la mer qui est tousiours de telle façon. Or pour declarer la proprieté des bords plats & en pente, Soit ABCD une riviere à quatre curvitez dont le cours soit de I vers K ; alors l'eau qui vient de I, rencontre la terre rudement en A, de sorte que



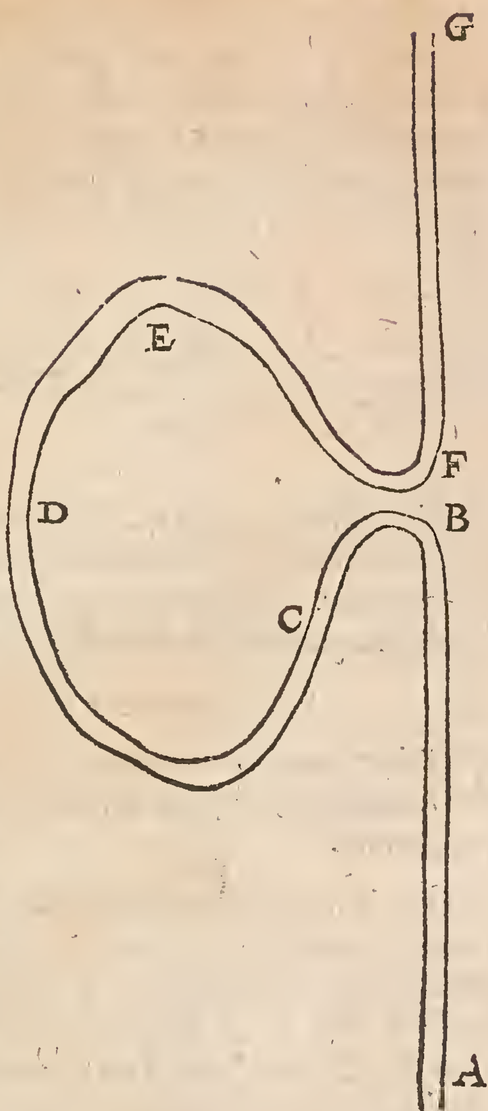
si ceste terre, estant emportée par l'eau, de plus en plus fait audit bord une grande profondeur ; & de mesme de A en G, de l'autre costé de la riviere ; & alors le cours est plus foible en B, d'autant plus qu'il est plus fort en G, & ainsi l'eau ne pouvant porter son sable, le laisse tomber en B, faisant illec une nouvelle creuë : & tout ainsi que les bords en A, & G sont en pente & profonds, le mesme en est-il des autres C, E ; au contraire tout ainsi qu'en B la terre croist, & le bord est plat, de mesme en est-il de H, F, D.

Laquelle chose continuée, la riviere devient courbe de plus en plus, tous les ans davantage, & ce d'autant plus que la terre est molle. Il est evident aussi que quand une riviere seroit droite quelque journees de chemin de long, qu'avec le temps elle deviendroit courbe; car là où elle commence, là elle continuera de plus en plus.

Toutefois il arrive qu'elles deviennent droites, mais c'est par accident, comme icy la riviere ABCDEFG avec une curvité BCDEF, là où les deux pentes B, F s'approchent de plus en plus, alors la riviere se joindra en BF, & coulera A en B tout droit dans F jusques à G, delaissant BCDE sans cours, laquelle se vient puis apres à remplir.

Notez encor, que les bonnes villes qui sont pres des rivieres (comme Anvers, Londres, Coulogne, Nimeghe, Rotterdam, &c.) sont ordinairement du costé que la riviere a son bord en pente, afin que les navires y trou-

y trouvent assez de profondeur, & qu'on les puisse bien charger & descharger commodement. Et quant au debris cõtinuel que l'eau y fait, cela se repare, & se pourvoit par main d'hõme, en y faisant des bords convenables, & des retinacles de pierre ou bois, selon la commodité du lieu; mais nous remettrons cecy en l'Architecture suivãte. Ceste reigle semble avoir quelque exception, d'autant qu'il arrive bien que les deux costez de la riviere sont tous deux en pente, ou tous deux plats, ce qui advient pour des raisons evidentes, comme quand l'eau passe par un lieu estroit entre deux roches, les bords pourront bien estre en pente tous deux, & semblablement quand il y a une Isle au milieu de la riviere, ou s'il y a quelque banc au fond. Il advient aussi qu'une riviere estant fort large en d'aucuns lieux, que les lieux plus profonds d'icelle, font ce qu'avons dit avenir à veuë d'œil sur les terroirs horizontaux, & qu'alors les deux costez de la riviere sont plats, mais quand les curvitez du fond parviennent jusques aux bords, ils se font en pente alors, par longueur de temps.

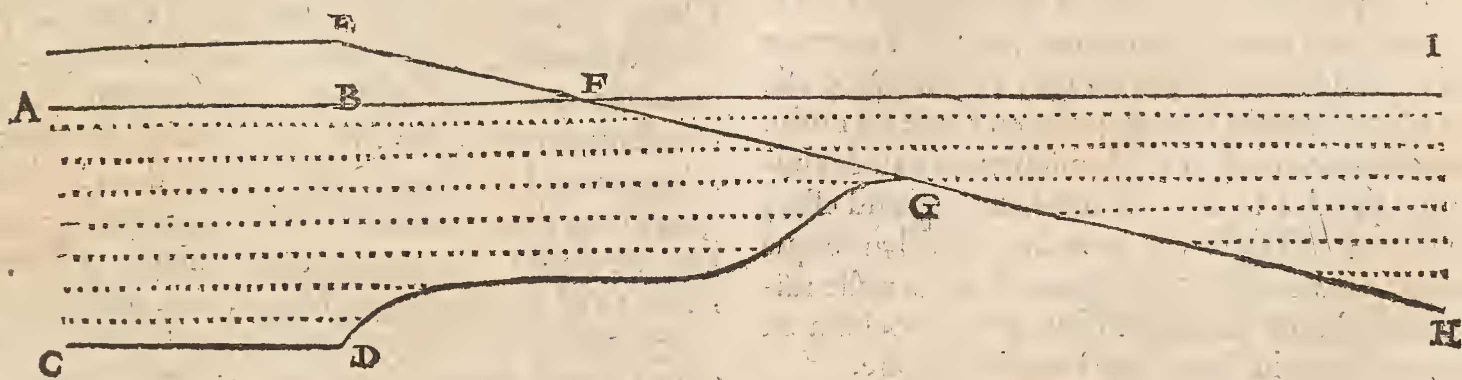


Conclusion. Nous avons donc declaré la cause pourquoy les bords des rivieres sont plats, ou en pente, &c. ce qu'il falloit faire.

Proposition XII.

Declarer la cause pourquoy devant les havres à la fin des rivieres il y a des bancs sous l'eau, qu'on appelle sueils.

La raison pourquoy l'on sçait qu'il y a des bancs devant les havres à la fin des rivieres, c'est qu'on sonde le fond bien precisement, pour trouver les lieux plus profonds & y mettre des enseignes; & qu'un peu loing devant les rivieres, on trouve qu'elles y sont moins profondes que plus pres, ou plus loing, combien qu'en d'aucuns lieux, cela n'y face rien pour la grande profondeur des rivieres, & partant qu'il n'est besoing de sonder là le fond, nonobstant la reigle generale, qui veut qu'il y aye un banc, dont il y a deux raisons; la premiere, si la riviere est estroite & plus haute que la mer, alors l'eau venant tomber dans la profondeur large, coule encor quelque peu, emportant quant & soy son sable & sa charge, jusques à ce que le cours venant plus lent, elle le laisse tomber, & ainsi se fait un banc devant les rivieres. L'autre raison est la cause aidante à la construction desdits bancs, c'est que le rivage de la mer va en glassis, c'est à dire un bien peu en pente. Par exemple soit une description orthographique, c'est à dire un profil à angle droit sur l'horizon, le long de la riviere ABCD, & GH le glassis du rivage de la mer, les poincts signifient l'eau, & B la bouche de ladite riviere, BFI le fil superieur de la mer, G le sueil; la riviere est profonde de A en B, c'est à dire de C en D, pour son cours rapide, causé de son canal estroit: Et l'eau venant à sortir du canal, elle rinsse le sable, premierement assez fort, puis apres tousiours plus foiblement, à cause de la grande largeur où elle entre; & partant quand elle n'apporteroit aucune charge de sable de la riviere, il y viendroit toutesfois un sueil au devant de la riviere, à raison de ce rinssement de sable du rivage: & G estant le lieu où le cours est fort foible, elle y laisse tomber son sable, faisant illec le sueil G, qui est plus profond en D & en H, plus pres ou plus loing de l'embouchеure de la riviere.



Conclusion. Nous avons donc declaré pourquoy il y a des sueils devant les havres à l'embouchеure des rivieres, selon le requis.

Corollaire.

Il appert que tant plus l'embouchеure de la riviere croist vers la mer, d'autant plus le sueil s'avance dans la mer.

Touchant la maniere d'approfondir le sueil ce qui se fait plus aisement par la cognoissance de la cause, cela sera remis au traité de l'Architecture cy-apres.

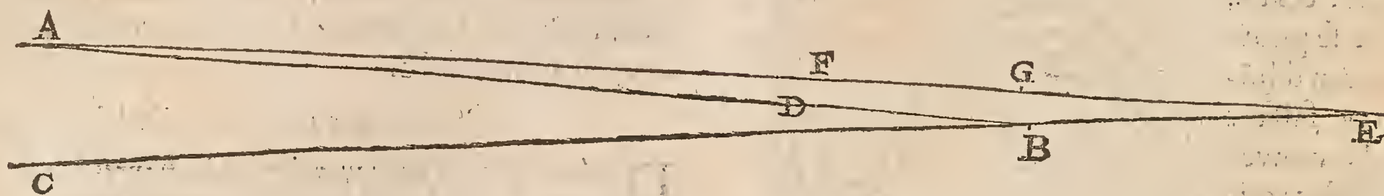
Proposition XIII.

Declarer la raison pourquoy l'eau des rivieres devient haute de plus en plus.

Il arrive en plusieurs lieux que les rivieres se departissent en deux, comme le Rhin à *s'Gravenvveert*, l'une partie vers Nimeghe, l'autre vers Arnhem & lieux semblables. Or quand le cours de l'une partie ramoindrit, l'autre croist d'autant plus. Or on apperçoit cest accroissement beaucoup mieux és lieux qui sont entourez de digues, comme en Hollande; car lors qu'on faisoit les digues, le pays estoit d'autant plus haut que l'eau, qu'on se pouvoit servir d'escluses, pour se desfaire de l'eau du pays; mais 50 ou 60 ans apres, cela ne se pouvoit plus faire, pource que l'eau est plus haute que le terroir; & partant il se faut servir de moulins, autrement la terre demeureroit infructueuse sous l'eau.

J'ay ouy tesmoigner le mesme par des vieux naturels du pays digué de Melving en Prusse, declarans que l'eau du Nagats illec, estoit plus de trois pieds plus haute, qu'elle n'estoit en leur jeune temps, de sorte qu'il se falloit aussi servir de moulins.

Ce grand rehaussement apparoist plus fort, en la fin des rivieres, où elles entrent dans la mer. L'opinion commune est, qu'il y vient plus d'eau qu'auparavant & journellement davantage; ce qui est contraire à la verité; veu que l'eau passe aussi en d'autres lieux plus loing de la mer & plus hauts, là où on ne remarque aucun accroissement. Mais voicy comment cela advient és pays pres l'emboucheure de la mer, où il y a des digues; Soit A B, le profil du fond sablonneux d'une riviere, B l'emboucheure de la riviere venant dans la mer B E, du temps qu'on faisoit les digues; & quelques annees apres, le fond A B vient à croistre plus loing dans la mer en E, en sorte que A B le vieil fond se remplist de sable, & au lieu de A B E, devient A E, & tousiours ainsi de plus haut en plus haut jusques à estre au niveau: parquoy B G est la hauteur creuë au fond de l'eau depuis qu'on faisoit les digues, & cependant le terroir habité au delà des digues ne croist pas, ce qui monstre la difference, plus que non pas où il n'y a point de digues, à cause que l'eau feroit aussi croistre le terroir.



Conclusion. Nous avons donc declaré comment les rivieres viennent hautes de plus en plus, selon le requis.

PROPOSITION XIV.

D*Eclarer la cause pourquoy l'eau surgeonne.*

Lors qu'on fait un puits dans terre, aussi profondement qu'on voit sourdre l'eau, d'aucuns sont esmerveillez pourquoy l'eau estant creuë jusques à certaine hauteur cesse de sourdre davantage, & pourquoy elle ne vient point à emplir le puits jusqu'en haut: La raison est manifeste que creusant profondement, l'eau & l'humidité qui pend à la terre d'alentour descend illec, jusques à ce que la fosse soit remplie, aussi haute que l'eau qui est dans la terre d'alentour; & n'y a nulle raison que l'eau d'un fossé remplisse un puits prochain en consistance d'eau plus haute que l'eau dudit fossé.

Conclusion. Nous avons donc declaré pourquoy l'eau sourd hors de terre selon le requis; ce qu'on appelle en Flaman *quelmvvater.*

PROPOSITION XV.

D*Eclarer la cause pourquoy le sable surgeonne.*

Cela advient pour la mesme raison de la proposition quatorsiesme precedente, car la terre est spongieuse & retient l'eau egalement haute dedans soy; Or donc quand on fossoye bien profondement dans le sable, on parvient à une profondeur qui semble inespuisable; car ostant le sable du fonds, il y en revient continuellement d'autre; dont la raison est que ledit sable est fort maigre, & que l'eau penetre au travers, comme elle feroit au travers des globes qui sont amassez l'un sur l'autre, lors qu'ils sont seuls, sans terre entredeux: & puis l'eau sourdant de terre emporte quant & soy ce sable mouvant jusques à consistance egale à la hauteur de l'humidité d'alentour. Tel sable s'appelle en Flamand, *vvelsant, quelmsant*; & *zeesant* d'aucuns, d'autres *drijf-sant.* Finalement cecy n'advient pas à cause du sable maigre seulement, comme plusieurs ont opinion; mais pource qu'estant maigre, il est aussi bas, voire davantage que l'eau de dedans terre.

Conclusion. Nous avons donc rendu raison pourquoy le sable surgeonne, comme il estoit requis.

PROPOSITION XVI.

D*Eclarer comment la mer sera, & a esté, où la terre est maintenant; & que la terre sera, & a esté, où la mer est presentement.*

Que la mer devienne terre (assavoir le lieu) aux emboucheures des rivieres, appert en effect par les terroirs qui y croissent, & les Isles qui s'y amassent: Comme les Isles de Zeelande devant la riviere de l'Escaut, celles de Hollande devant la Meuse, lequel accroissement est tel presentement qu'on y a fait depuis n'agueres des digues, là où de memoire d'homme les navires chargez souloyent passer. Et comme ces deux creuës se font maintenant, ainsi ont elles fait du temps jadis, d'où s'ensuit qu'Hollande a esté autrefois mer, lors que l'extreme accroissement du Rhin, & rivage de la mer estoit en Gueldres, l'un plat au *Betuvve*, l'autre montagneux au *Veluvve.* Auparavant Gueldres estoit mer, & l'extremité de l'accroissement en Cleves, & ainsi consequemment des autres terres vers le haut, où l'on voit dans les montagnes encor des coquilles de mer, tesmoignant qu'elles ont esté dunes. Davantage tout ainsi que cest accroissement s'est fait jusques à present, ainsi accroistra-il au temps futur, c'est assavoir autant qu'il viendra de matiere à suffisance des montagnes & terroirs pour entretenir l'accroissement: ce qui peut encor durer longtemps au Rhin (si on en pouvoit juger selon la forme que l'orbe de la terre tient maintenant:) car combien que les Alpes pierreuses d'où le Rhin procede (qui ont esté auparavant montagnes fecondes & fructueuses, & encor par devant ont esté dunes) ne donnassent rien pour l'accroissement, & que les autres montagnes y contribuassent de moins en moins, si est-ce peut estre que l'accroissement present, est aussi grand que la matiere rinssée comporte, assavoir que le bas est d'autant creu que le haut est amoindri.

Par ce qui a esté dit de l'accroissement d'Hollande, le mesme faut-il entendre de celuy de Prusse, d'Egypte, & de tous autres accroissemens de la terre totale, d'où il faut conclurre que ce qui est mer, doit estre terre: Mais au contraire, que ce qui est terre maintenant, devienne mer cy-apres, apparoist lors que la terre grasse & sablonneuse est tout rincée, & que les rivieres ne contribuent plus de matiere dans la mer; car alors la mer commence à battre contre les rochers qui resistent long-temps, comme on voit maintenant à Norvvege, & en autres lieux, là où les rochers qui souloyent estre une terre ferme, sont parsemez & entrecoupez dans

dans la mer, & separez de grande concavitez & profondeurs, pource que les rochers ne donnent point de matiere pour faire un rivage, comme ils faisoyent lors qu'ils estoyent tant terre grasse, que sablonneuse. Joint qu'auparavant c'estoient des dunes, & devant mer, comme ils seront encor cy apres, pource qu'ils diminuent continuellement par la rigueur des ondes; car les goutes d'eau peuvent bien creuser les plus dures pierres avec le temps.

Conclusion. Nous avons donc declaré, comment ce qui est terre, sera mer; & ce qui est mer, sera terre, & a esté.

Fin du deuxiesme livre de la Geographie.

TROISIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De l'Atmeorie terrestre, ou hauteur des vapeurs.

ARGUMENT DE L'ATMEORIE TERRESTRE.

LE Soleil par sa chaleur, eschauffant la terre & l'eau, esleve leur humidité en vapeur (la maniere comme on le peut appercevoir sera declarée cy apres) laquelle vapeur, comme un orbe, enferme le globe terrestre pour telle fin, comme il a esté dit en l'Hylocinesie, assavoir pour conjoindre & separer les matieres que la terre contient. Mais comme les anciens, desireux d'en sçavoir les proprietez & circonstances, (lesquels j'estime estre de ceux du siecle sage) y ayant travaillé, ont recognu que cest orbe cause les crepuscules, & ont aussi mesuré sa hauteur au dessus de la terre par voye Mathematique; ce qui est venu és mains d'Alhazen, *qui l'ayant escrit en langue Arabique, a depuis esté traduit en Latin par* Gerard de Cremone, *& amplifié par* Petrus Nonius, *duquel nous avons tiré le present traité, selon nostre stile.*

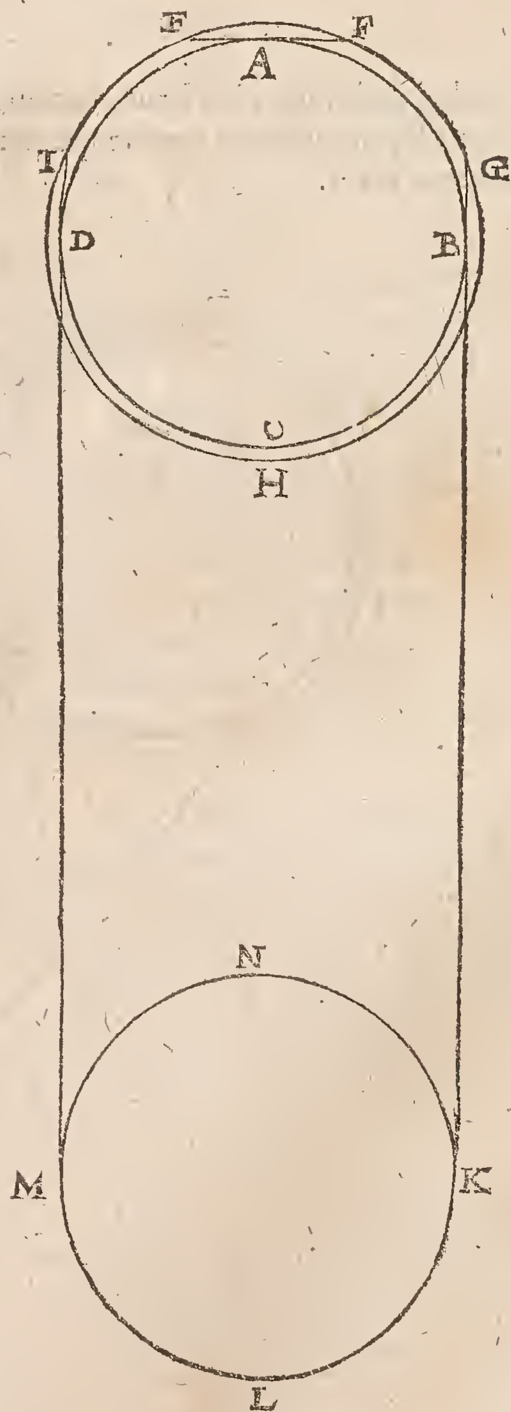
PROPOSITION I.

DEclarer par quel moyen on voit l'orbe des vapeurs, & comment il cause le crepuscule.

Devant que venir à la maniere de trouver la hauteur des vapeurs, il est premierement necessaire de declarer qu'elles sont en effect, comment on les void, & sur quoy les Mathematiciens se fondent: Or c'est une chose notoire que le Soleil estant 16 degrez sous l'horizon devant son lever, on voit une blancheur qui se leve en l'air qu'on appelle l'Aurore ou Crepuscule, & s'augmente de plus en plus, se dilatant par le zenith jusques à l'occident.

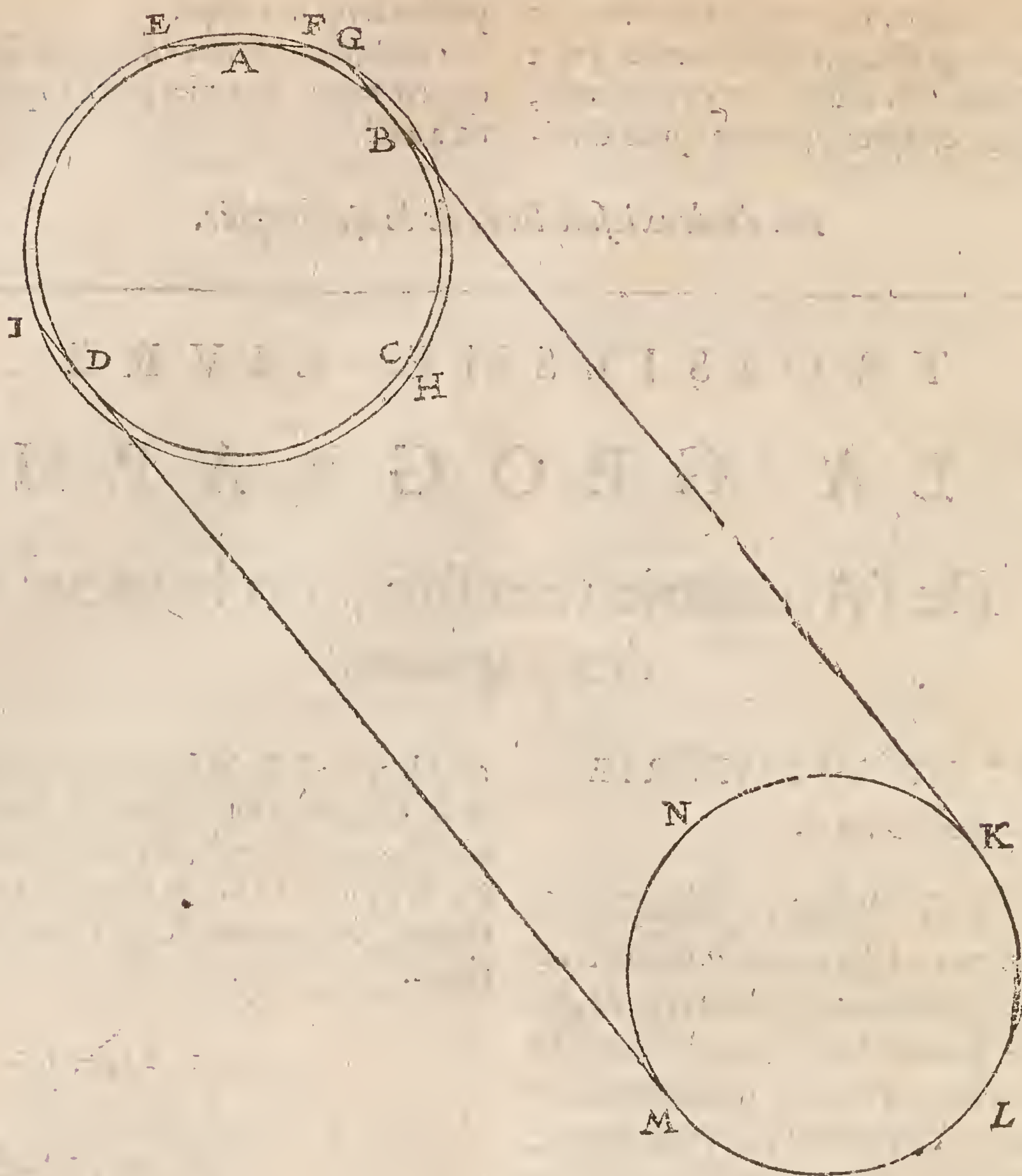
Par exemple, soit ABCD la terre, & EFGHI, l'orbe des nuës à l'entour d'iceluy; & le poinct A l'œil du spectateur sur terre, duquel EF est son horizon naturel, se terminant de part & d'autre en la circonference dudit orbe en E, & F: Davantage du soleil KLMN soyent menees des tangentes communes avec la terre KG, MI, touchant la terre és poincts B,D, & la circonference de l'orbe des nuës en G, I. Qui monstre comment l'orbe est esclairé du soleil, depuis I, par H, jusques à G, & non pas le reste GFEI, qui est obscur, & par ainsi le spectateur en A ne void nulle clarté.

1. FIGVRE.



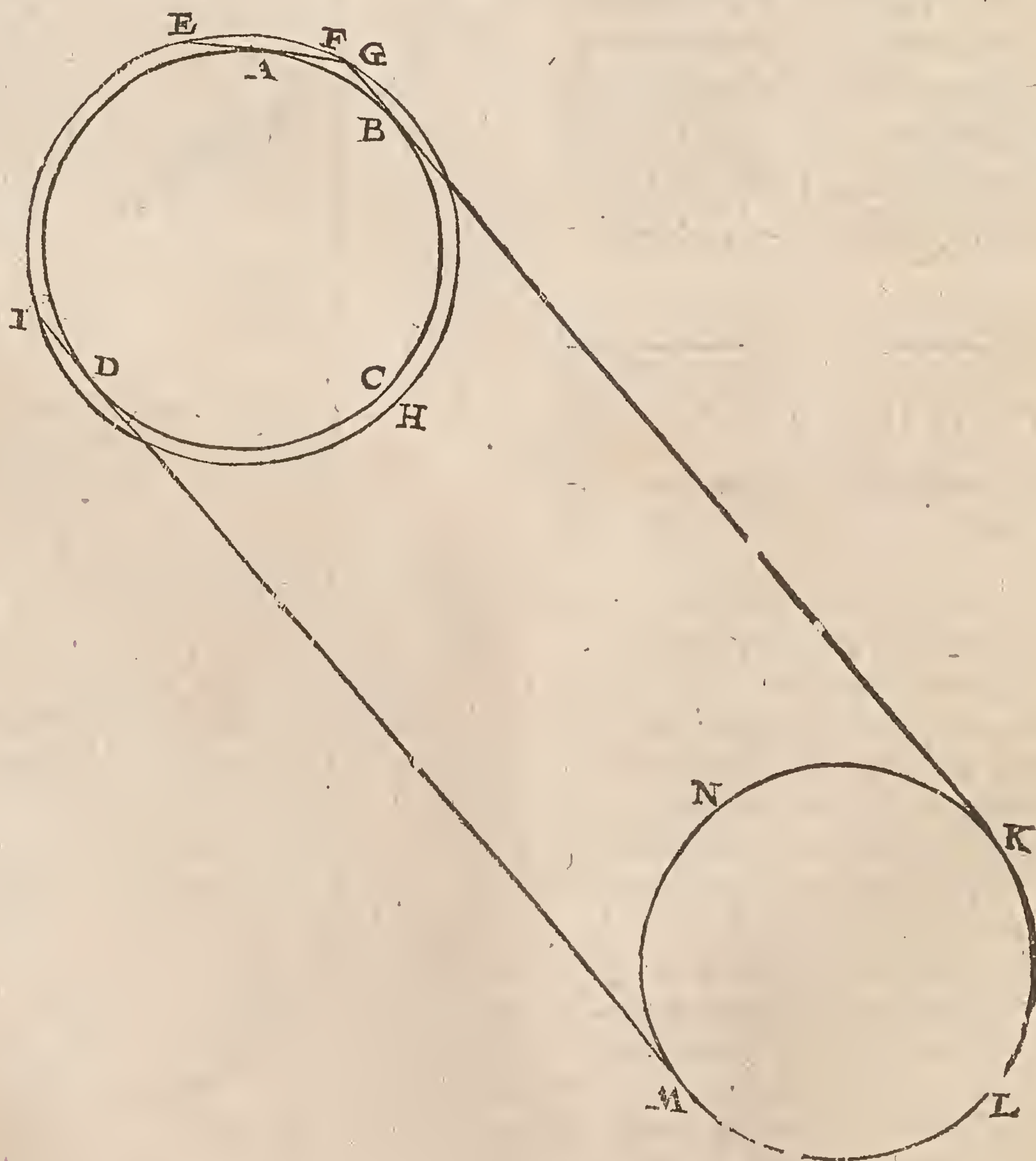
2. FIGVRE.

2. FIGVRE.



Mais le Soleil s'eslevant plus haut, comme en la deuxiesme figure, de laquelle les lettres sont comme devant, alors la clarté est plus avancée vers le spectateur : toutefois ladite clarté se terminant en G, n'esclaire nullement iceluy spectateur en A.

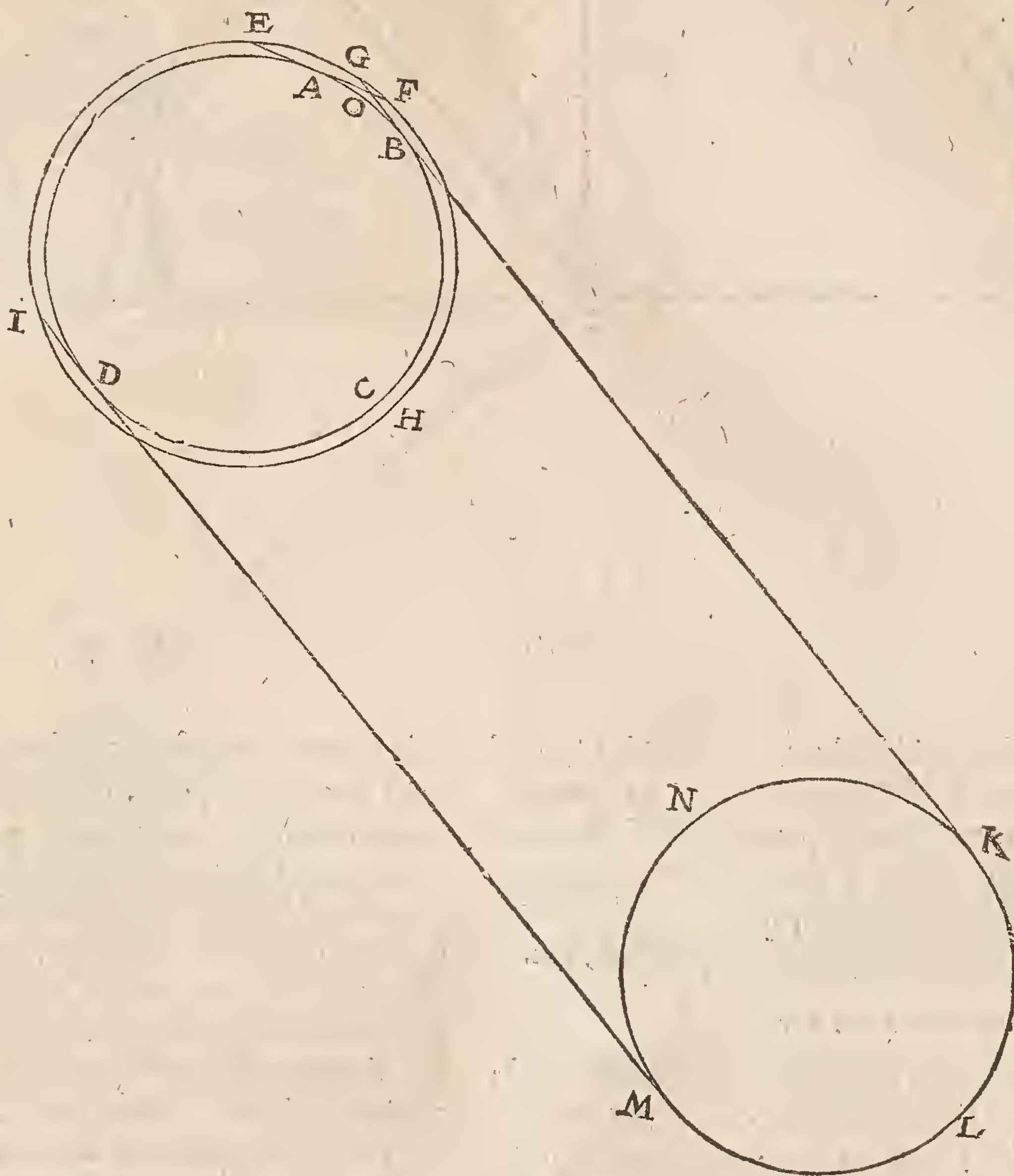
3. FIGVRE.



Or le

Or le Soleil s'eslevant davantage, comme en la troisiesme figure, (là où les lettres sont comme és deux premieres figures) le spectateur en A, verra en F la clarté G; & s'eslevant encor d'avantage, comme en la quatriesme figure, alors tout ce qui est en F G E sera esclairé, dont la demonstration est manifeste.

4. FIGVRE.



Conclusion. Nous avons donc declaré comment l'orbe des vapeurs est apperceu, & comment il est cause du Crepuscule, selon le requis.

ALB. GIRARD.

Ie tiens pour certain qu'il n'y a pas de hauteur de vapeur determinée, mais fort vague, & commence depuis la superfice de la terre, jusques à telle longueur, qui n'est pas tousiours de mesme, mais bien 100 *fois plus haute l'une des fois que l'autre; & que ledit orbe est tousiours plus espais és deux poles de la terre, que non pas vers l'equinoctial, le plus souvent, & qu'il est fort interrompu. Davantage que les reflections y font beaucoup; par exemple en la troisiesme figure le raid* K G *reflechit en* E, *&* E *plus avant, le tout irregulierement selon l'irregularité des nuës.*

PROPOSITION II.

E*Stant donnée la depression du bord superieur du soleil sous l'horizon, au temps que le Crepuscule commence, trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs, en parties telles que le raid du globe terrestre en contient* 10000000.

Le donné. Soit A B C D la terre, son centre E, & A D l'horizon, l'orbe des vapeurs alentour d'iceluy soit F G H I, B l'œil du spectateur sur terre, duquel l'horizon naturel soit G H se terminant de part & d'autre en l'orbe és poincts G, H: puis soit menée une ligne du bord superieur du soleil K H au temps que le Crepuscule commence, & partant touchera la terre en C, par les raisons de la troisiesme figure de la premiere proposition: Alors (pour suivre l'exemple *d'Albacen*) le centre du soleil sera 19 degrez deprimé sous l'horizon: & supposé que le diametre visuel du soleil soit 33 ①, à l'ordinaire; alors le bord superieur du soleil sera distant de son centre $16\frac{1}{2}$ ① (c'est à dire le semidiametre visuel) & partant ledit bord sera deprimé de 18 degr. $43\frac{1}{2}$ ① sous l'horizon. En apres soit menée E B, jusques en L, ainsi que E B est le raid de la terre, & B L la hauteur de l'orbe.

Le requis. Il faut trouver la hauteur de l'orbe susdit en telles parties que le raid de la terre en contient 10000000.

OPERATION.

Je mene la ligne E H, alors le triangle B E H a trois termes cognus, assavoir E B 10000000, l'angle B droit, & l'angle B E H 9 degr. 21 ① 45 ② (moitié de 18 degr. 43 ① 30 ② donnez par la demonstration suivante) par lesquels on trouvera E H de 10135006, duquel osté E M 10000000, restera 135006 pour M H hauteur de l'orbe des nuës.

DEMONSTRATION.

Ayant mené E C, & E N parallele à H K, alors d'autant que le bord superieur du soleil est deprimé sous l'horizon Mathematique A D de 18 degr. 43, 30, selon le donné, l'angle D E N sera autant, & aussi B E C; car B E D & C E N sont deux angles egaux, chacun droit, veu que E C K est droit, & partant aussi C E N, ostant le commun C E D, alors B E C sera

egal à D E N ; mais B E H est moitié de B E C, aussi sera-il moitié de D E N, d'autant que les triangles B E H & H E G sont pareils, parquoy D E N estant 18 degr. 43, 30 : B E H sera 9. 21, 45 sa moitié, comme il avoit esté anticipé en l'operation.

Conclusion. Estant donc donnée la depression, &c.

COROLLAIRE I.

Il appert comment on pourra trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs par la precedente, chacun selon la mesure qu'il voudra ; veu que posant qu'un degré de la circonference de la terre soit 18 lieuës, ou 18 heures de chemin, & la raison du diametre à la circonference, comme 7 à 22, alors disant 10000000 raid terrestre donne 135006 parties, hauteur susdite combien 2062 lieuës ? (car autant seroit le raid terrestre) viendra $27\frac{4}{5}$ lieuës pour la hauteur de l'orbe des vapeurs, dont chacune contient 1500 verges de Rinlande en Hollande.

Que si quelqu'un ayant leu *Alhazen*, & son commentateur *Petrus Nonius*, trouvoit difference entre leur solution & la nostre, (combien que petite) ce ne sera pour autre raison, sinon qu'ils comptent la clarté du crepuscule par le centre du soleil, & nous par le bord, estant aussi en effect meilleur; car il est comme contraint apres, de se servir de ceste partie de la terre qui est de surplus que l'hemisphere terrestre, illuminée du soleil, à cause que le soleil est plus grand que la terre, & par consequent en esclaire plus de la moitié, ce qui ne sert de rien en cecy : toutesfois je diray encore,

Comment on pourroit parvenir en une cognoissance plus exacte de ceste matiere.

Les vapeurs susdites sont tenuës pour cause des refractions que les lumieres celestes patissent : & tant plus que c'est du costé du pole, & tant plus sont remarquables : Parquoy seroit de besoing, afin de parvenir à plus grande cognoissance, que plusieurs observateurs s'y exerçassent chacun en sa region, en observant les refractions & les hauteurs des vapeurs ensemble. Car posant que le soleil soit au lieu là où il doit estre, selon que les reigles spheriques le demonstrent, on trouveroit autant de defaut que les refractions causent ; lequel seroit apparant, & d'autant plus grand és pays Septentrionaux. Davantage par telle pluralité d'observations, on pourroit cognoistre si les refractions majeures qui se font vers le Septentrion sont causées par la hauteur grande ou petite, ou pour estre les vapeurs plus humides, ou choses semblables. Mais d'autant que cela ne se fera de long-temps, pour le peu de gens qui s'y entendent, & qui escrivent en leur propre langage les sciences, ainsi qu'en avons plus amplement parlé au premier livre de la Cosmographie, il nous suffit d'avoir monstré comment on y pourroit parvenir.

PROPOSITION III.

D*Eclarer comment l'on peut quelquefois mesurer la hauteur des nues.*

Puis que nous sommes au traité de la hauteur des vapeurs, & que les nuës sont aussi des vapeurs, dont la hauteur se trouve estre diverse quelque fois, nous dirons comment il peut venir à propos de les mesurer.

Il advient donc qu'en temps serein, que d'aucunefois on verra un seul nuage obscur sous le bleu celestin, qui se meut fort lentement, & donne ombrage sur une campagne rase, dont la grandeur estant mesurée sur terre, avec l'angle visuel, & par ainsi on peut mesurer sa hauteur, dont l'exemple s'ensuit.

1. Exemple le soleil estant au Zenith.

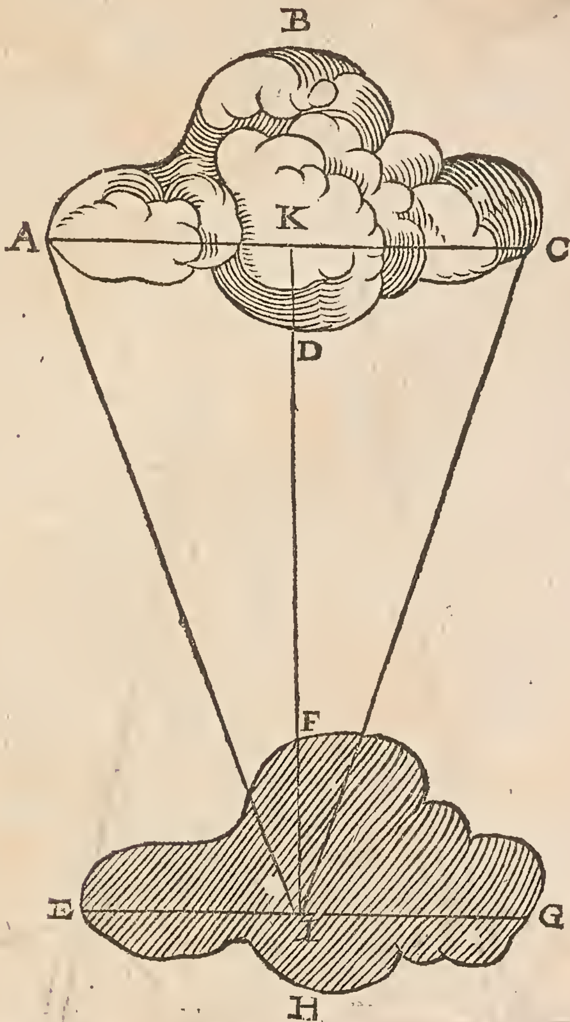
Le donné. Soit A B C D un nuage de telle qualité que dit est, assavoir d'une figure competante, separé d'autres, d'un mouvement lent, donnant ombrage sur un terroir applany, comme pourroit estre E F G H, qui sera en apparence plus grande que le nuage mesme, nonobstant qu'elle soit en effect plus petite : & que le soleil soit premierement au Zenith.

Le requis. Il faut trouver la hauteur de la nuë.

CONSTRVCTION.

Il est evident que l'ombrage sera semblable en figure plane, à la nuë A B C D, seulement autant moindre que le diametre visuel du soleil y comporte, dequoy nous ferons la supputation cy apres. Donc me tenant environ

environ le milieu de l'ombre en I, prenant garde aux extremitez E, G, comme ombres de A, C, puis obſervant l'angle A I C, lequel ſoit par exemple de 4 degrez, & la ligne E G de 100 verges, ce qu'on peut faire



commodement par l'aide de deux perſonnes qui ſuivront l'ombre de la nue.

Des 4 degrez ſouſtrait le diametre viſuel du ſoleil 33 Ⓘ. reſtera 3 degrez 27 Ⓘ.

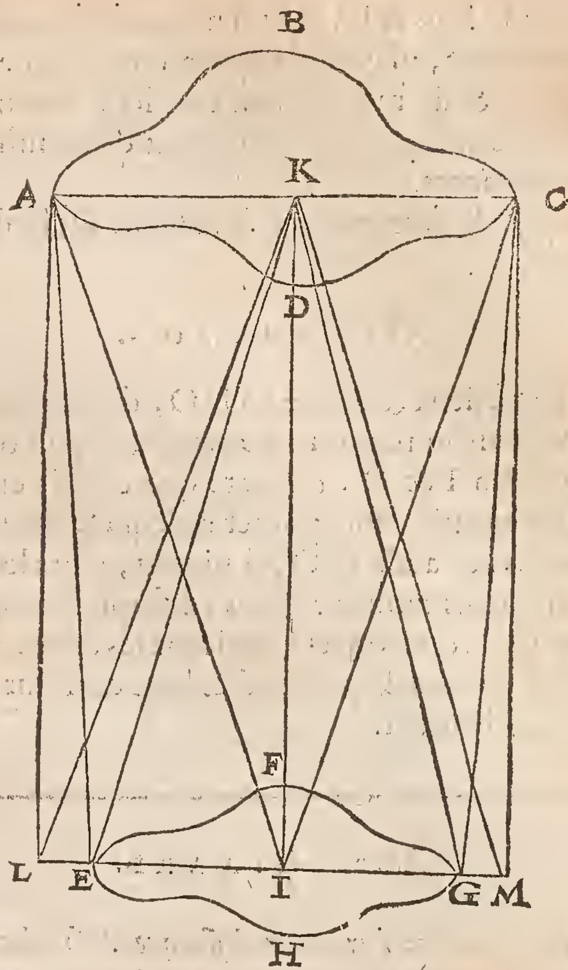
Puis diſant ſi 3 degr. 27 Ⓘ. donnent le diametre viſuel 33 Ⓘ, combien E G 100 verges? viendra aſſez pres de 16 verges, leſquelles adjouſtées à 100, feront 116 verges pour la longueur de A C.

Davantage ayant mené I K perpendiculaire à A C, alors A K I aura trois termes cognus, aſſavoir A K 58 verges (moitié de A C 116 verges) l'angle A I K 2 degrez (moitié de l'angle A I C 4 degrez) & l'angle K droit; par leſquels on trouvera la ligne I K de 1661 verges à peu pres.

Preparation. Pour ne point obſcurcir la precedente figure, ſoit encore autrement tracée ABCDEFGHIK, comme devant, & menées K E, K G, A E, C G, & prolongée E G de part & d'autre en L, M, ainſi que A L, C M ſoyent perpendiculaires à L M.

DEMONSTRATION.

Comme les angles L K I à L K E ainſi fort pres (à cauſe de la parvité des angles) L I à L E, par la .... propoſition de l'Aſtronomie. Mais L A E eſt egal à peu pres à L K E; donc comme L K I à L A E, ainſi L I à L E : Mais L K I eſt egal à A I K 2 degrez, (comme moitié de 4 degrez A I C) & L A E egal à la moitié du diametre viſuel du ſoleil qui ſera donc $16\frac{1}{2}$ Ⓘ; parquoy comme 2 degr. à $16\frac{1}{2}$, ainſi L I à L E : & par raiſon diviſée, comme 2 degr. moins $16\frac{1}{2}$ Ⓘ (c'eſt 1 degr. $43\frac{1}{2}$ Ⓘ) à $16\frac{1}{2}$ Ⓘ, ainſi L I moins L E (c'eſt E I) à E L : Mais leur double ſont encor en meſme raiſon : parquoy comme 3 degr. 27 Ⓘ à 33 Ⓘ, ainſi E G (double de E I) à L E avec G M (double de E L.) Et ainſi quand nous avons dit en l'operation 3 degr. 27 Ⓘ donnent 33 Ⓘ, combien 100

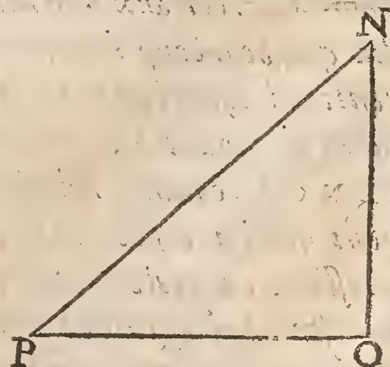


verges E G? ce qui venoit, aſſavoir 16 verges, eſtoit pour L E & G M, leſquelles adjouſtées avec E G 100, vienent 116 verges pour L M; mais A C eſt egale à L M, donc A C fait auſſi 116 verges, comme cy deſſus. Touchant la demonſtration du reſte, elle eſt aſſez manifeſte.

2. *Exemple, le ſoleil n'eſtant au Zenith.*

Que ſi le ſoleil n'eſtoit pas au zenith, comme au 1. exemple, mais bien plus bas, comme il advient le plus ſouvent, l'operation ſera telle. Soit imaginé un plan paſſant par le centre du ſoleil & par le milieu du nuage, & une ligne le long de l'horizon perpendiculaire deſſus, dont les extremitez au circuit ſe terminent en lieux convenables, (ce qui ſe peut facilement faire à veuë d'œil, autant qu'il en eſt de beſoing) ceſte ligne aura telle raiſon à ſon homologue en la nue, comme E G à A C, au 1 exemple, & ainſi pourſuivant le reſte comme deſſus, on viendra au requis. Mais les autres lignes de l'ombrage n'ont pas de certitude en cecy, comme tombant plus loing qu'il ne faut, & telle incertitude eſt d'autant plus que le ſoleil eſt bas, ſelon les reigles de l'Optique.

Or ayant trouvé la diſtance entre la nuë & l'obſervateur, on pourra bien trouver ſa hauteur perpendiculaire ſur la terre, en ayant ſon eſlevation ſur l'horizon, laquelle eſtant par exemple de 45 degrez N P O, alors le triangle aura 3 termes cognus, aſſavoir N P, ladite diſtance entre la nuë N & l'obſervateur P; l'angle P 45 degrez: & l'angle O droit, eſtant P O ligne ſur la terre, alors on cognoiſtra N O la hauteur requiſe.



3. *Exem-*

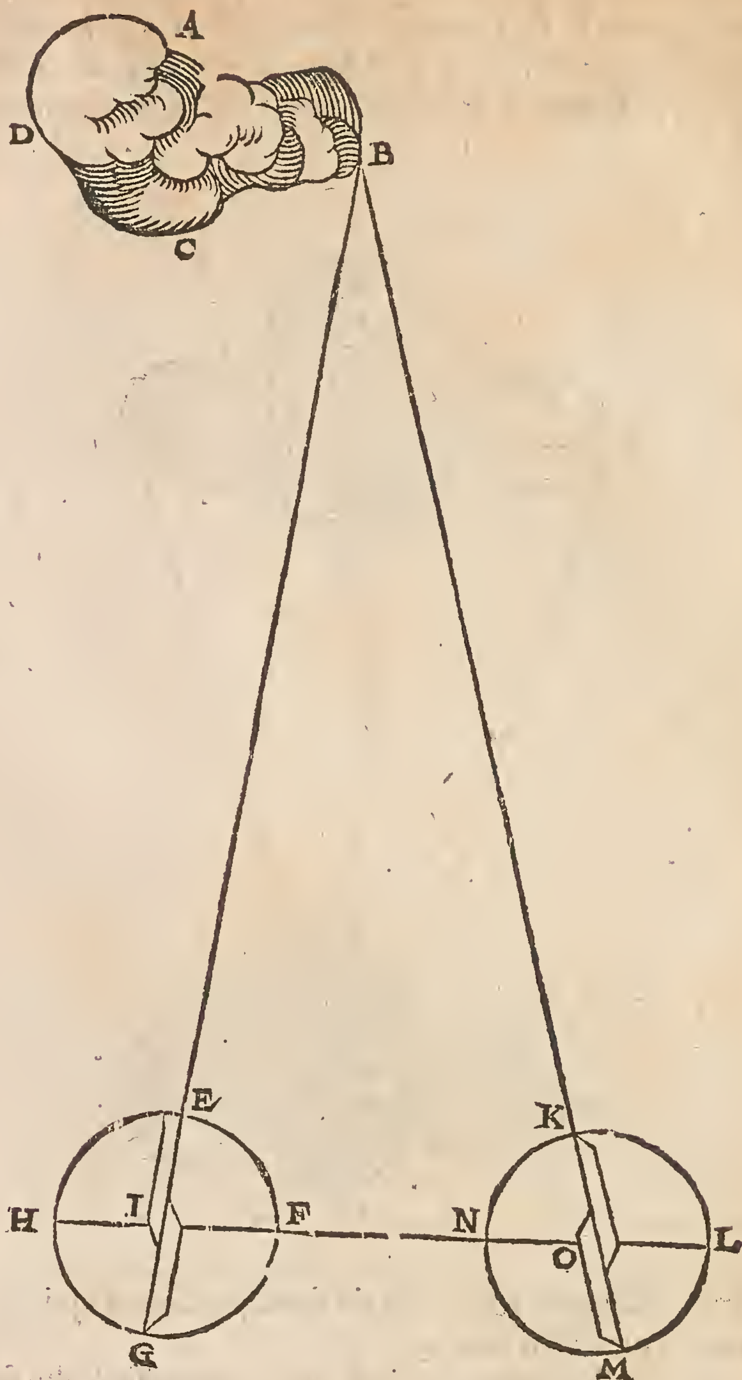
3. *Exemple sans soleil.*

Le donné. Soit A B C D un nuage de la mesme qualité que devant, assavoir de figure convenable, separé des autres, & de mouvement fort lent venant vers le zenith, ou s'esloignant directement du zenith pour les raisons suivantes.

Le requis. Il faut trouver sa hauteur sur le dessus de la terre.

OPERATION.

On sera à deux, comme en I, O, d'une distance suffisante d'environ 100 ou 200 verges, & puis observant les angles en I & O, en sorte que ce soit en mesme temps & vers un mesme poinct B, lequel soit en la ligne des zeniths, & aussi I, O, à niveau, alors le triangle B O I aura trois termes cognus, assavoir les angles & la distance O, I, on trouvera par iceux les lignes B I, B O, & aussi si on veut la perpendiculaire de B sur O I, qui est la vraye hauteur.



ALB. GIRARD.

On voit pourquoy j'ay dit cy dessus que B soit dans la ligne des zeniths, combien que Stevin n'en parle point; car ainsi le plan du triangle sera perpendiculaire sur le niveau; que si le nuage estoit bien distant de telle ligne des zeniths, il faudroit prendre sa hauteur par l'ayde de trois personnes, faisant un triangle, & non une ligne droite.

Fin de la hauteur des vapeurs.

QUATRIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De l'Histiodromie, ou cours des Navires.

ARGUMENT DE L'HISTIODROMIE.

L'Hydrographie est une des causes principales qui a meu SON EXCELLENCE *à s'exercer aux Mathematiques, & ce d'autant plus que beaucoup s'addonnans à recercher des inventions concernantes la Navigation venoyent quant & quant à en parler à* SON EXCELLENCE, *comme Admiral pour en juger: Tellement qu'il a visité tout ce qui est de plus subtil & necessaire en ceste matiere; comme j'estime. Or de ceste Hydrographie nous en avons compris une partie en ce quatrieme livre traitant de l'Histiodromie; en apres suivront le Trouve-port, & un traité du flux & reflux de la mer, d'autant que nous y avons quelque chose de particulier; touchant le reste de l'Hydrographie, les traitez des meilleurs Autheurs luy suffisoyent, sans en faire icy autre mention.*

Apres 5 definitions suivront 11 propositions, dont les deux premieres sont des cours droits, & les autres des cours obliques: puis finalement y sera adjoint une Appendice des cours obliques, ou des Rombs.

DEFINITION I.

Cours, ne sont rien autre chose que les traces & lignes qui sont descrites par les navires.

Quand un navire va de l'Oost vers le West, la ligne imaginaire par où il a passé s'appelle en general *Cours*, mais particulierement Cours d'Oost-en-West, & ainsi des autres.

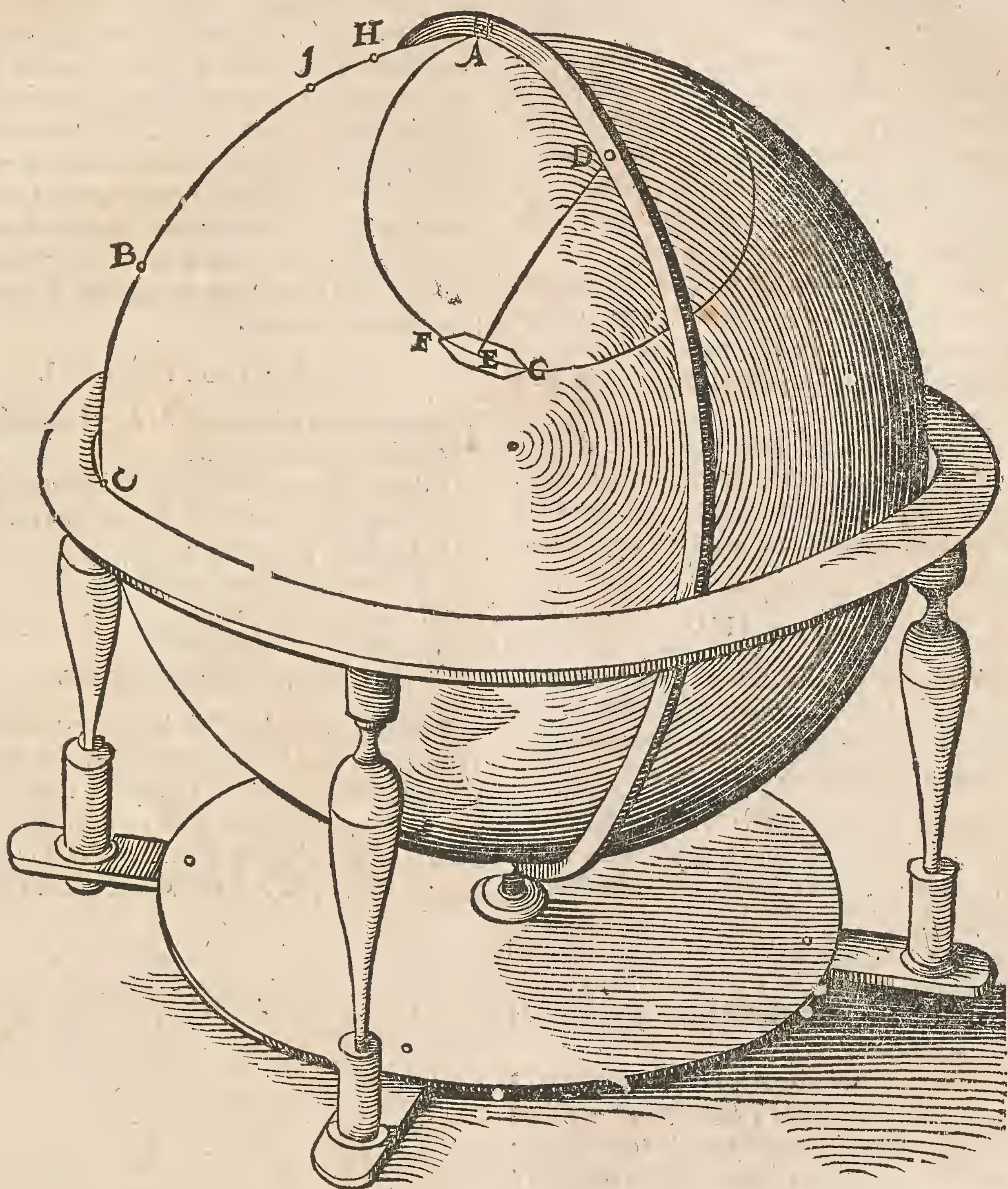
DEFI-

DEFINITION II.

Cours droit, est l'arc descrit sur le globe terrestre, le plus court entre deux poincts.

Soit A B C la terre, sur laquelle soit mené entre les poincts A, B, l'arc A B, lequel soit le plus court entre iceux, alors l'arc A B sera un arc majeur : & de tels on en marque 32 en la boussole, lesquels sont produits par imagination jusques en l'horizon, & sont appellés les 32 vents ou cours. *(Voyez leurs noms à la fin de ce traité.)*

Touchant ce que quelqu'un pourroit dire qu'un arc majeur n'est pas droit, comme en effect il n'est pas, il est ainsi appellé, pource qu'il ne se destourne ny à droit, ny à gauche, comme font les cours obliques, dont la definition suit.



DEFINITION III.

Romb, ou cours oblique, est une ligne qui fait tousiours des mesmes angles à tous les meridiens, & n'est ny l'equateur, ny un meridien.

Soit à la figure de la deuxiesme definition, D le pole de la terre, & E un navire, lequel de A est venu en E, tellement que l'arc E D mené du pole sur la carine du navire F E G, a fait tousiours un angle egal à F E D; ce qui advient ainsi lors que le navire tient tousiours un mesme cours de la boussole, supposé que la fleur de lis monstrast tousiours le vray Nort. Et alors la ligne, ou arc A F E, que le navire a fait, s'appelle Romb, ou Cours oblique. Que si l'angle F E D est droit, le navire aura tousiours allé vers l'Orient, ou vers l'Occident, & l'arc A F E sera partie du cercle mineur : ainsi que s'il poursuivoit de mesme il reviendroit où il auroit commencé, achevant le cercle. D'ou l'on peut conclurre que le droit cours oriental A B, & l'oblique A E different de beaucoup : car posé que C soit le vray poinct d'Orient de ceux qui sont en A (lequel sera l'intersection de l'horizon & l'equinoctial terrestre) & A soit le poinct vertical ou zenith de la position oblique du globe terrestre, comme en la figure, alors A B C sera un arc de cercle majeur; Soit A B egal à l'arc A F E, & prenant qu'un navire navige le long de A B C, il ira tousiours vers l'Orient au jugement de ceux qui sont en A, (s'ils ne le perdoyent pas de veuë) mas non pas au jugement de ceux qui seront dans le navire mesme, lesquels trouveront que la difference croist de plus en plus, voire si grande, que prenant le poinct A estre en la latitude de 50 degrez, le pilote arrivant environ C, se trouvera naviger aussi environ les 50 degrez d'Orient vers midy : (*Car notez que venant en C, qui est en l'equinoctial; il le croisera faisant un angle d'autant de degrez qu'est la latitude du poinct A.*) Derechef, combien que B soit droit Orient de A, toutesfois un navire navigant de A incessamment vers l'Orient, au juge-

jugement de ceux qui sont dedans, il n'arrivera pas en B, mais bien loing de là en E : Prenant, comme il a esté dit, que A B & A F E soyent arcs egaux.

Remarquez aussi, que combien que B soit oriental de A, toutesfois A n'est pas occidental de B; ce qui differe beaucoup és grands arcs. Par exemple que A soit de 45 degrez de latitude, & allant vers l'orient directement 90 degrez de voyage, il arrivera à C; alors C ne trouvera pas que A soit à son occident, mais d'autant plus septentrional qu'emporte la latitude de A, c'est 45 degrez d'occident vers le nort, qu'on appelle Nortvvest. Tellement qu'estant en A pour aller en C, il faut commencer directement vers l'Oost, mais estant en C pour rebrousser le chemin, il faut commencer directement vers le Nordvvest, si on veut aller le droit chemin : & si A eust esté en la latitude de 57 degrez, la difference eust aussi esté (pour rebrousser chemin) de 57 degrez, c'est plus que 5 Rombs communs.

Et tant plus on navige pres le pole, d'autant plus y a-il de difference, au faict de grands voyages, ce qui est tres-necessaire d'estre sceu de ceux qui vont faire de recerche par là, autrement ils se trouveront bien loing de leur but.

Jusqu'icy a esté parlé des Cours d'orient & d'occident, qui sont tousiours cercles, mais les autres cours sont des spirales, (excepté les meridiens & l'equateur) desquels la figure & qualité sera deduite és propositions suivantes.

Definition IV.

Premier Romb, est celuy qui à chacun quart de l'horizon est prochain du meridien : les autres suivans sont dits estre second, troisieme, &c. jusques au huictiesme qui est le dernier, & ou l'equinoctial, ou un de ses parallels.

Comme au quart de l'horizon du Nord, vers l'Oost, le Romb pres le meridien (qui est le nord là) est le premier Romb appellé Nord à l'oost, le second Romb Nord-nord-oost, le tiers Romb Nord-oost à nord, & ainsi consecutivement jusqu'au huictiesme Romb, qui est l'Oost, tousiours cercle, ou l'equateur, ou un parallel à iceluy, de mesme des autres trois quartiers de l'horizon.

La raison pourquoy les cours obliques, outre ce qu'ils ont leurs noms des vents, sont encor appellez premiers, seconds, &c. est pource que les 8 d'un quartier sont semblables aux 8 d'un autre, tellement qu'il y en a tousiours 4 semblables premiers Rombs, comme Nord ten oosten, Nord ten vvesten, Zud ten oosten, Zud ten vvesten, & ainsi 4 semblables Rombs seconds, &c.

De sorte que si l'on vouloit parler du premier Romb, par le nom des vens, il en faudroit nommer 4 comme dessus.

Definition V.

Angle de position d'un lieu, est un angle fait du meridien, & de la ligne qui passe par ledit lieu, ayant son sommet où se fait l'observation.

Alb. Girard.

Comme en la figure de la premiere proposition suivante A *pole,* F *le lieu de l'observateur, alors* A F E *est angle de position de* E. *Stevin ne met ceste definition, neantmoins elle est necessaire pour entendre les choses suivantes.*

S'ensuivent les Propositions.

Ainsi comme Son Excellence en la lecture de la *Cosmographie de Pierre Appian & Gemma Frison*, estoit parvenu au chap. 13 de la premiere partie : & en apres au 7 chap. au livre de la maniere de faire la description des lieux; là où il y avoit comment par le moyen des nombres on pouvoit recognoistre l'angle de position, c'est à dire de quel costé & Romb, un lieu estoit au regard de l'autre; il passa ces choses sans les lire, pour deux raisons : l'une que le fondement, duquel l'operation estoit tirée n'y estoit pas; & l'autre, qu'il ne s'estoit pas encor exercé en la Trigonometrie. Ce qu'ayant fait puis apres, & se ressouvenant de ce qu'il avoit obmis és chapitres mentionnez, il les a voulu revoir, & à mesme fin voulu operer par d'autres manieres, faites par la cognoissance des causes; & ce non seulement touchant l'invention de l'angle de position, mais aussi de tous les termes incognus, & necessaires à la proposition suivante.

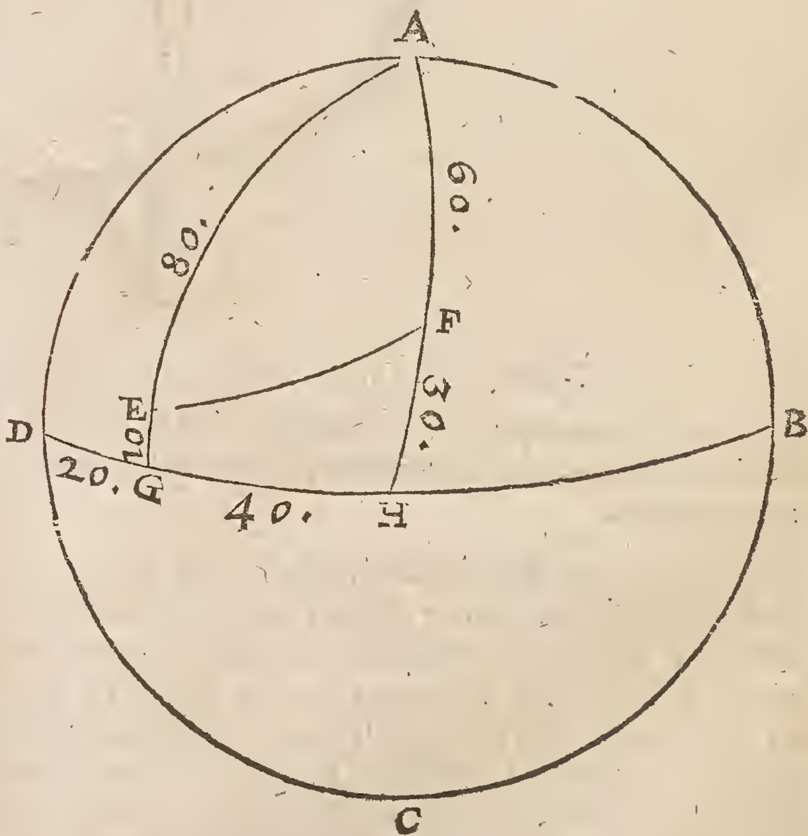
Proposition I.

Estans donnez trois termes de deux lieux, assavoir trois termes des 6 suivans : comme,

I. *Angle de position direct du premier lieu, au second.*
II. *Angle de position direct du second lieu, au premier.*
III. *Difference des longitudes.*
IV. *Latitude du premier lieu.*
V. *Latitude du second lieu.*
VI. *Distance des deux lieux.*

Trouver les trois autres termes.

Le donné. Soit A B C D le globe terrestre, & B D l'equateur, & D commencement des longitudes, A pole, E premier lieu, F second, E F arc de cercle majeur, comme distance : E G 10 degrez, & F H 30 degrez, les latitudes des deux lieux, dont les complemens seront A E 80, & A F 60 degrez, & G H la difference



des longitudes pour l'angle G A H, 40 degrez; tellement que des 6 termes, trois sont donnez, assavoir E A, A F, complemens des latitudes, & l'angle E A F, difference des longitudes.

Le requis. Il faut trouver les trois autres termes incognus, comme l'angle de position direct du premier lieu,

lieu A E F, du second lieu A F E, & la distance des lieux, c'est la grandeur de l'arc E F.

Notez que les 6 termes susdits, sont les 6 termes d'un triangle spherique, ou d'iceux on les peut inferer.

Construction. Le triangle E A F a trois termes donnez, E A, A F, & l'angle E A F; par lesquels on trouvera les trois autres, selon la 40 proposition des triangles spheriques; assavoir les angles de position A E F 55 deg. 51 ①, du Nort vers l'Orient, & A F E 109 deg. 44 ① du Nort par l'Occident vers le Zud: ou bien 19 deg. 44 ① d'Occident vers le Zud, & la distance E F 42 degr. 15 ①.

COROLLAIRE.

D'icy s'ensuit que trois termes donnez, on trouvera les trois autres; tellement qu'il ne sera besoing d'en faire une particuliere description.

Conclusion. Estant donc donnez trois termes, &c.

PROPOSITION II.

Naviger à cours droit.

Apres que SON EXCELLENCE eust entendu la navigation par rombs, comme on les verra cy apres, & comparant les cours droicts à iceux, comme plus courts, il luy a semblé bon que j'en escrive quelque chose, puis que l'ordre mesme le requerroit, si on s'en vouloit servir, & ainsi j'en ay fait ces deux descriptions suivantes, l'une Mechanique, l'autre Mathematique.

1 *Exemple, Mechaniquement.*

Le donné. Soyent à la fig. de la 1 definition, A & B deux lieux sur la terre, A où est le navire, & B où il doit naviger.

Le requis. On veut naviger à cours droict de A jusques à B.

Construction. On marquera un arc de cercle majeur depuis A jusques à B, tel qu'il se puisse effacer, denotant le chemin que le navire doit tenir, puis A estant posé au Zenith, posant en apres le quadrant vertical (qui est ordinairement attaché au meridien du globe) sur B, & monstrant sur l'horizon que B est (je prens) occidental de A directement. Ce qui monstre qu'il faut commencer à faire voile vers l'occident, ce qu'on fera aussi 3 ou 4 degrez, comme de A en H, & marquant le poinct H, on le fera venir au Zenith (en le posant premierement sous le meridien, & abbaissant le pole) puis adaptant le quadrant vertical sur B, comme devant, je prens qu'il monstre que B est 3 degrez d'Occident vers midy à l'esgard de H; parquoy l'on prendra tel cours de nouveau 4 ou 5 degrez de long, & soit en I, d'où l'on procedera comme dessus, & trouvera-on qu'il faudra encor changer de cours tirant plus vers le midy pour venir vers B, & faisant tousiours ainsi jusques à ce qu'on y soit parvenu, on aura fait le cours A B droit; car combien que de A en H on ayt fait un cours oblique, neantmoins tant plus on prend tels arcs, comme A H, H I fort petits, & tant plus pres du droit sera le cours entier, ce qui ne peut alors beaucoup differer, combien qu'au lieu de A H, arc de cercle majeur, on ayt navigé une partie du cercle mineur, avançant trop d'Occident vers le Nort; & que H I soit partie d'une spirale, avançant pareillement trop de l'Occident vers le Nort, qui fait que la faute tournera de ce costé là.

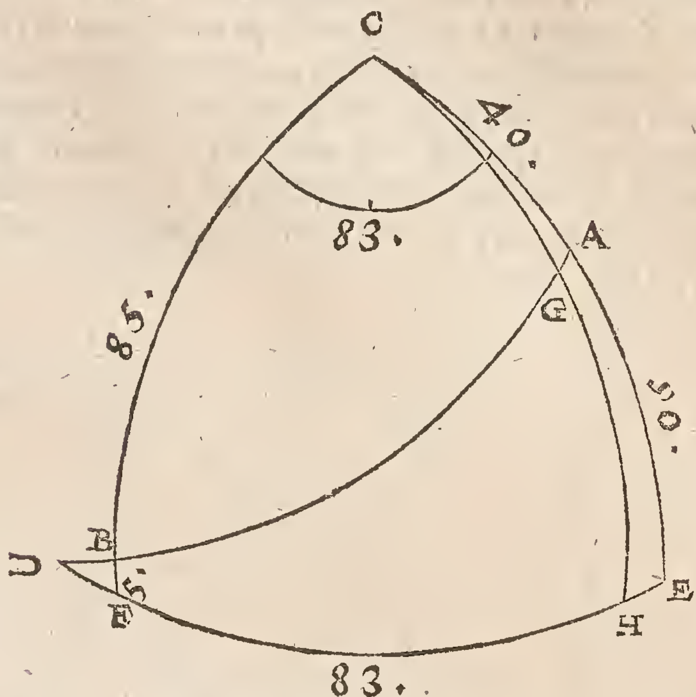
On fait bien quelque preuve; car estant en H, on verra si la latitude du lieu où l'on est, s'accorde avec celle de H, ce qu'estant ainsi ce sera signe qu'on a bien acheminé le tout, ce qui s'en ensuit, si on a bien conjecturé.

COROLLAIRE.

Si la navigation se fait sur l'equateur, c'est une chose notoire qu'il faut tousiours diriger le navire vers l'Orient ou l'Occident; & sur le Meridien, vers le Nord ou le Zud.

2 *Exemple, Mathematiquement.*

Le donné. Soyent A & B deux lieux sur la terre, C pole, F E l'equateur, B F latitude de B, 5 degrez, A E 50 deg. latitude de A; & iceux produits se rencontreront



au pole C, ainsi que B C, C A seront les complemens des latitudes, & F E 83 deg. difference des longitudes, pour l'angle B C A.

Le requis. On veut faire un cours droit de A jusques en B, par voye Mathematique, assavoir par le moyen des triangles spheriques.

1 *Preparation.*

Je tire A B arc de cercle majeur, le produisant jusques à l'equateur en D.

1 *Partie de l'operation.*

Au triangle B C A, lequel a trois termes cognus, B C, C A, & l'angle B C A 83 deg. par lesquels on trouvera les 3 termes incognus, selon la 40 prop. des triangles spheriques, comme C A B 92 deg. 8 ① angle de position directe, & d'autant faut-il s'esloigner du Nort par l'Occident vers le Zud, c'est à dire 87 deg. 52 ① de Zud vers VVest, ce qu'on fera aussi environ 4 degrez de long, comme de A en G; & touchant les autres deux termes, l'angle C B A 39 deg. 45 ①, & A B la distance requise 81 deg. 41 ①.

2 *Preparation.*

D'autant que les triangles rectangles sont plus faciles, il seroit bon de calculer D B F, lequel ayant trois termes cognus, l'angle D B F egal à C B A 39 deg. 45 ① F droit, & B F 5 deg. par l'hypothese; alors cerchant l'angle D, qui se trouvera 50 deg. 26 ①, & D B 6 deg. 27 ①, lesquels adjoustez à B A 81, 41 ① viendra D A 88 deg. 8 ①.

2 *Partie de l'operation.*

Pour cognoistre quel cours on prendra de G vers B; je mene de C par G jusques à l'equateur E F, l'arc C G H, cõme meridien; puis par le moyen du triangle rectangle D G H, lequel a 3 termes cognus le costé D G 84 deg. 8 ① (ayant fait A G 4 deg.) l'angle D 50, 26 ①, & H droit, on cognoistra l'angle D G H 87, 45 ①, par la 34 prop.

des triangles ſpheriques, pour le cours requis qui eſt 7 ① plus Meridional que tantoſt en A ; & touſiours ainſi juſques à B.

Notez premierement, que combien que les 7 ① cy deſſus, ſoit une difference ſi petite, qu'elle ne puiſſe eſtre pratiquée avec un navire, toutefois on entend par là qu'on peut faire un plus grand arc, que n'eſt A G 4 deg. mais ſi on en euſt pris une plus grande, ainſi que la difference euſt eſté plus remarquable, meſme qu'on en euſt peu practiquer de moindre, c'euſt eſté un argument manifeſte d'avoir pris A G trop grand pour la calculation. D'avantage il faut ſçavoir qu'en arcs egaux, y a plus grande difference vers B, que non pas plus loing d'iceluy; car venant pres B, on doit prendre le cours ſeulement 39, 45 ① de Zud vers West (d'autant que l'angle D B F eſt autant) lequel eſt 48, 7 ① plus meridional, que non pas en A, car l'angle B A E eſtoit 87, 52 ①.

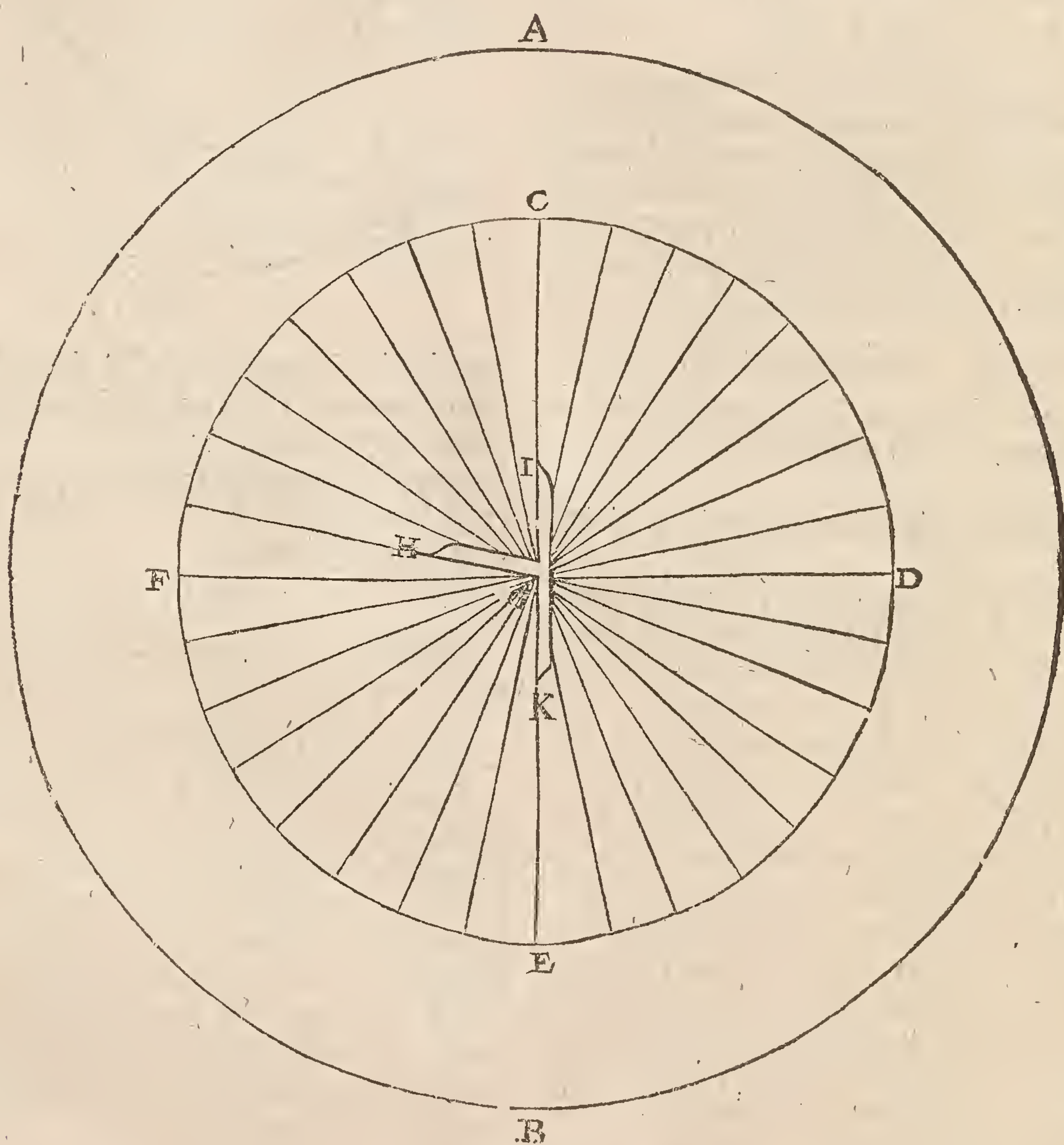
Notez ſecondement que ſi on requerroit d'avoir la latitude de G, pour eſprouver ſi le navire, & le calcul s'accordent, il ne fraudroit que cercher G H, qui eſt la vraye latitude de G.

Concluſion. Nous avons donc navigé directement, ſelon le requis.

Proposition III.

Marquer les rombs Mechaniquement.

Ceux qui font les Globes terreſtres, uſent de divers moyens pour tracer les Rombs, un chacun ſelon la maniere qu'il eſtime la meilleure. Nous en declarerons icy une, non pas pour la ſuivre, mais pource qu'elle explique d'autant mieux le fondement de ce qu'on requiert, & qui doit eſtre mieux fait par apres. Soit A B un Globe, ſur lequel ſoit un cercle mineur C D E F, dont G ſoit le centre, iceluy cercle diviſé en 32 parties

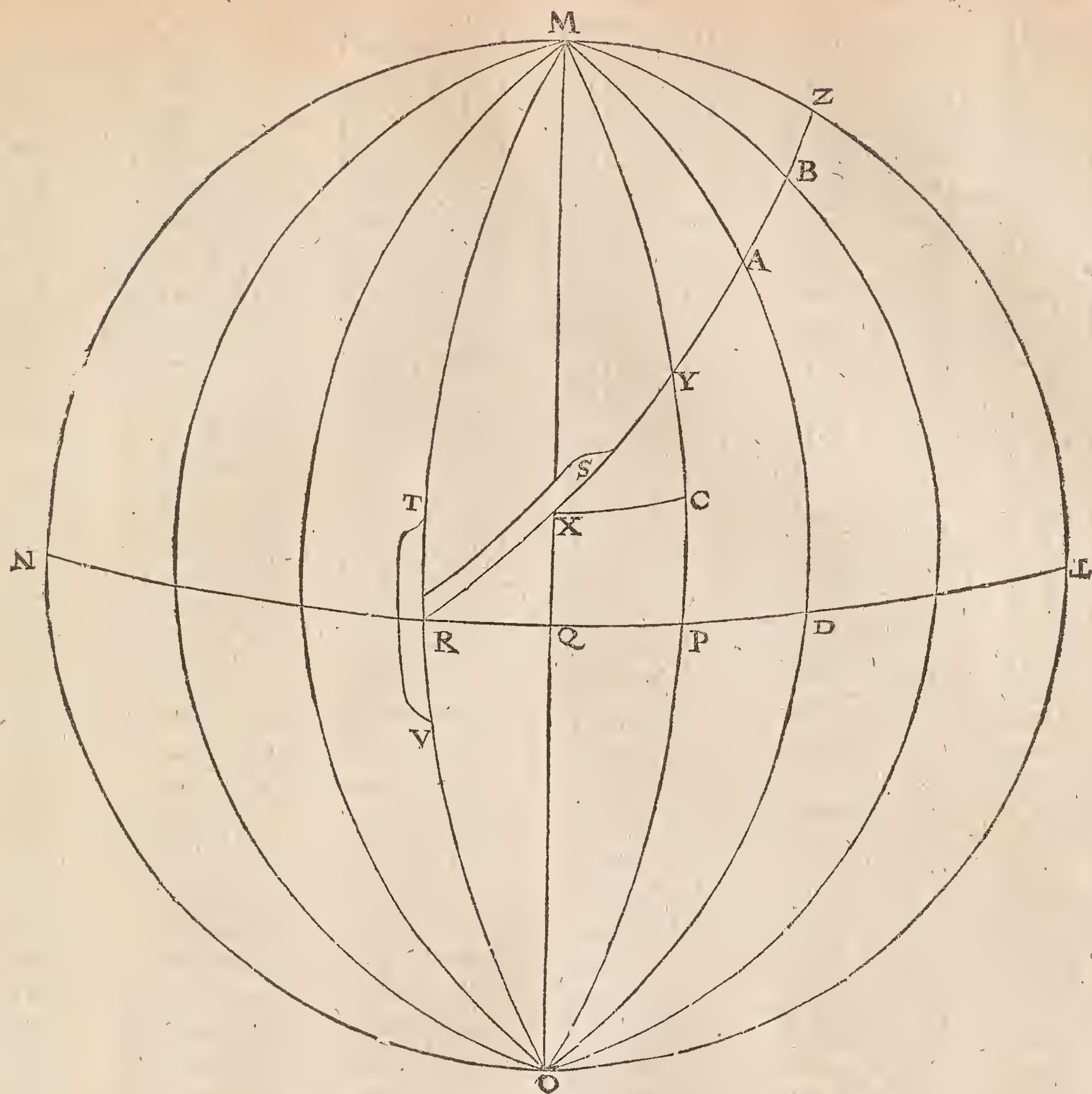


egales par des arcs paſſans par G, qui denotent les 32 vents communs, & ſoit C Nort, B Zud; FGD de West vers l'Ooſt, & fais un angle oblique de cuivre, comme H G I K, qui convienne ſur la ſuperfice du Globe, & ainſi des autres rombs; tellement qu'on en fera 7 de tels, pour les rombs d'entre F C; puis ayant achevé, on prend un autre Globe de meſme grandeur, comme L M N O, dont L N l'equateur, M pole arctique, O l'antarctique, puis marquant des meridiens M R O, M Q O, M P O, &c. de degrez en degrez, on vient à marquer les rombs deſſus, poſant un angle de cuivre ſuſdit ſur les meridiens. Par exemple on requiert le romb de Nordooſt, je prens l'angle de cuivre qui a eſté fait tel qu'a eſté dit R S T V, poſant T V ſur l'un des meridiens M R O, & ſe ſur l'equateur marquant une ligne au long de R S, juſques au meridien prochain, juſques à X : remettant donc l'angle de cuivre ſur M Q O, au poinct X, comme on a fait ſur R, & marqué X Y, puis Y A, &c. & ainſi tant qu'on voudra de degré en degré, voire juſques à venir aſſez pres du pole; or ces lignes ſpirales ne peuvent jamais parvenir dans le pole & ſe peuvent produire infiniment de part & d'autre à l'entour des poles, à parler de telle ſpirale Mathematiquement, mais mechaniquement un pole viſible peut eſtre atteint.

D'icy ſe peut appercevoir comment on pourra faire les autres rombs, voire en commençant où l'on voudra en lieu quelconque ſur le Globe.

Concluſion. Nous avons donc marqué Mechaniquement les rombs, ſelon le requis.

De



De l'incertitude de la precedente description.

Veu que par la pluralité des positions de l'angle de cuivre, il y a des defauts ; il y a aussi de l'incertitude, si la chose est bien ou non, & de combien est la faute ; mais nous l'avons descrit, pource que ceste maniere declare suffisamment la maniere d'y proceder par nombres, afin d'avoir le tout un peu mieux reglé, comme s'ensuit.

Proposition IV.

Faire une Table des Rombs.

Le sommaire de ceste proposition est que nous devons trouver par nombres, de quelle longueur sont les arcs (de la fig. precedente) QX, PY, & autres de mesme ; car tels nombres estant cognus, & les poincts X, Y, A, B, Z, marquez, puis conduisant une ligne de poinct en poinct, on aura le Romb requis ; or la maniere de trouver tels arcs pourroit estre comme s'ensuit.

PREMIERE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Soit RZ encor le quatriesme Romb, on veut trouver les arcs QX, PY : à ceste fin, dis-je, que le triangle XQR a trois termes cognus XRQ 45 degrez, XQR droit, le costé RQ 1 degré : soit cerché QX, par la 36 prop. sera trouvée de 59 ①, 59 ②, puis pour avoir PY, je mene l'arc XC parallele à QP, alors PC sera aussi 59 ① 59 ②, comme QX : ainsi donc que du triangle YCX on doit avoir CY, pour l'adjouster à PC, afin d'avoir PY : lequel a aussi 3 termes cognus, l'angle YXC 45 deg. l'angle YCX droit, & le costé XC 59 ① 58 ② autant fait-il par les Tables communes, qui seront aussi icy : parquoy cerchant CY, sera trouvée de 59 ① 57 ②, lesquels adjoustez à PC 59 ① 59 ②, viendra pour PY 1 deg. 59 ① 56 ②, & ainsi des autres.

SECONDE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Veu que la maniere precedente seroit plus longue que le loisir que je pourrois avoir, je me serviray en sa place d'une autre jà faite par *Edvvart VVright* ; & combien qu'elles ayent quelques imperfections, dequoy sera parlé en l'Appendice, toutefois elles pourront servir à la declaration de nostre dessein.

Pour la construction des tables des rombs, on doit premierement faire une table de la somme des secantes, de 10 ① à 10 ①, ou moins, comme s'ensuit :

Secante de 10 ① fait	10000042.
A laquelle adjoustée la secante de 20 ①, 10000168, fait	20000210.
A laquelle somme adjoustée la secante de 30 ①, 10000381, fait	30000591.

Et ainsi consecutivement, puis ayant achevé, on coupera 5 lettres en queüe, & sera une table comme s'ensuit.

Alb. Girard.

De ces Tables-cy le docte Snellius *en a fait, avec d'autres, au livre intitulé* Tiphys Batavus, *en l'an 1624. & vont de minute en minute jusques à 70 degrez.*

deg	(I)	secant.	deg	(I)	secant.	deg	(I)	secant.	deg	(I)	secant.	deg	(I)	secant.	deg	(I)	secant.
0	10	100	10	10	6132	20	10	12358	30	10	18999	40	10	26358	50	10	34902
0	20	200	10	20	6234	20	20	12464	30	20	19115	40	20	26489	50	20	35058
0	30	300	10	30	6335	20	30	12571	30	30	19231	40	30	26621	50	30	35215
0	40	400	10	40	6437	20	40	12678	30	40	19347	40	40	26752	50	40	35373
0	50	500	10	50	6539	20	50	12785	30	50	19464	40	50	26884	50	50	35531
1	0	600	11	0	6641	21	0	12892	31	0	19580	41	0	27017	51	0	35690
1	10	700	11	10	6743	21	10	12999	31	10	19697	41	10	27149	51	10	35849
1	20	800	11	20	6845	21	20	13106	31	20	19814	41	20	27282	51	20	36009
1	30	900	11	30	6947	21	30	13213	31	30	19931	41	30	27416	51	30	36169
1	40	1000	11	40	7049	21	40	13321	31	40	20048	41	40	27549	51	40	36330
1	50	1100	11	50	7151	21	50	13429	31	50	20166	41	50	27683	51	50	36491
2	0	1200	12	0	7253	22	0	13537	32	0	20284	42	0	27818	52	0	36654
2	10	1300	12	10	7355	22	10	13645	32	10	20402	42	10	27953	52	10	36816
2	20	1400	12	20	7458	22	20	13753	32	20	20520	42	20	28088	52	20	36980
2	30	1500	12	30	7560	22	30	13861	32	30	20639	42	30	28223	52	30	37144
2	40	1601	12	40	7662	22	40	13969	32	40	20757	42	40	28359	52	40	37308
2	50	1701	12	50	7765	22	50	14078	32	50	20876	42	50	28495	52	50	37473
3	0	1801	13	0	7868	23	0	14186	33	0	20995	43	0	28632	53	0	37639
3	10	1901	13	10	7970	23	10	14295	33	10	21115	43	10	28769	53	10	37806
3	20	2001	13	20	8073	23	20	14404	33	20	21234	43	20	28906	53	20	37973
3	30	2101	13	30	8176	23	30	14513	33	30	21354	43	30	29044	53	30	38141
3	40	2201	13	40	8279	23	40	14622	33	40	21474	43	40	29182	53	40	38309
3	50	2302	13	50	8382	23	50	14731	33	50	21594	43	50	29320	53	50	38478
4	0	2402	14	0	8485	24	0	14840	34	0	21715	44	0	29459	54	0	38648
4	10	2502	14	10	8588	24	10	14950	34	10	21836	44	10	29598	54	10	38819
4	20	2602	14	20	8691	24	20	15060	34	20	21957	44	20	29738	54	20	38990
4	30	2703	14	30	8794	24	30	15170	34	30	22078	44	30	29878	54	30	39162
4	40	2803	14	40	8897	24	40	15280	34	40	22199	44	40	30018	54	40	39334
4	50	2903	14	50	9001	24	50	15390	34	50	22321	44	50	30159	54	50	39508
5	0	3004	15	0	9104	25	0	15500	35	0	22443	45	0	30300	55	0	39682
5	10	31	15	10	9208	25	10	15610	35	10	22565	45	10	30442	55	10	39857
5	20	3205	15	20	9312	25	20	15721	35	20	22688	45	20	30584	55	20	40032
5	30	3305	15	30	9415	25	30	15832	35	30	22811	45	30	30726	55	30	40208
5	40	3405	15	40	9519	25	40	15942	35	40	22934	45	40	30869	55	40	40385
5	50	3506	15	50	9623	25	50	16053	35	50	23057	45	50	31013	55	50	40563
6	0	3606	16	0	9727	26	0	16165	36	0	23180	46	0	31156	56	0	40741
6	10	3707	16	10	9831	26	10	16276	36	10	23304	46	10	31301	56	10	40921
6	20	3808	16	20	9935	26	20	16388	36	20	23428	46	20	31445	56	20	41101
6	30	3908	16	30	10039	26	30	16499	36	30	23552	46	30	31590	56	30	41282
6	40	4009	16	40	10144	26	40	16611	36	40	23677	46	40	31736	56	40	41463
6	50	4110	16	50	10248	26	50	16723	36	50	23802	46	50	31882	56	50	41646
7	0	4210	17	0	10353	27	0	16835	37	0	23927	47	0	32028	57	0	41829
7	10	4311	17	10	10457	27	10	16947	37	10	24052	47	10	32175	57	10	42013
7	20	4412	17	20	10562	27	20	17060	37	20	24178	47	20	32322	57	20	42198
7	30	4513	17	30	10667	27	30	17173	37	30	24304	47	30	32470	57	30	42384
7	40	4614	17	40	10772	27	40	17285	37	40	24430	47	40	32618	57	40	42570
7	50	4715	17	50	10877	27	50	17398	37	50	24556	47	50	32767	57	50	42758
8	0	4815	18	0	10982	28	0	17512	38	0	24683	48	0	32916	58	0	42946
8	10	4916	18	10	11087	28	10	17625	38	10	24810	48	10	33066	58	10	43135
8	20	5018	18	20	11192	28	20	17738	38	20	24938	48	20	33216	58	20	43325
8	30	5119	18	30	11298	28	30	27852	38	30	25065	48	30	33367	58	30	43516
8	40	5220	18	40	11403	28	40	17966	38	40	25193	48	40	33518	58	40	43708
8	50	5321	18	50	11509	28	50	18080	38	50	25321	48	50	33670	58	50	43901
9	0	5422	19	0	11615	29	0	18194	39	0	25450	49	0	33822	59	0	44095
9	10	5523	19	10	11720	29	10	18309	39	10	25579	49	10	33975	59	10	44289
9	20	5625	19	20	11826	29	20	18423	39	20	25708	49	20	34128	59	20	44485
9	30	5726	19	30	11932	29	30	18538	39	30	25837	49	30	34282	59	30	44681
9	40	5827	19	40	12038	29	40	18653	39	40	25967	49	40	34436	59	40	44879
9	50	5929	19	50	12145	29	50	18768	39	50	26097	49	50	34591	59	50	45078
10	0	6030	20	0	12251	30	0	18884	40	0	26228	50	0	34746	60	0	45277

deg	①	ſecant.	deg	①	ſecant.	deg	①	ſecant.
60	10	45478	70	10	59960	80	10	84354
60	20	45679	70	20	60257	80	20	84945
60	30	45882	7c	30	60555	80	30	85546
60	40	46085	70	40	60856	80	40	86158
60	50	46290	70	50	61159	80	50	86781
61	0	46496	71	0	61465	81	0	87415
61	10	46703	71	10	61774	81	10	88061
61	20	46911	71	20	62085	81	20	88719
61	30	47120	71	30	62399	81	30	89389
61	40	47330	71	40	62716	81	40	90073
61	50	47541	71	50	63035	81	50	90771
62	0	47754	72	0	63357	82	0	91483
62	10	47967	72	10	63682	82	10	92210
62	20	48182	72	20	64011	82	20	92952
62	30	48398	72	30	64342	82	30	93711
62	40	48616	72	40	64676	82	40	94486
62	50	48834	72	50	65014	82	50	95280
63	0	49054	73	0	65354	83	0	96091
63	10	49275	73	10	65698	83	10	96923
63	20	49497	73	20	66045	83	20	97775
63	30	49720	73	30	66396	83	30	98648
63	40	49945	73	40	66750	83	40	99544
63	50	50171	73	50	67107	83	50	100464
64	0	50399	74	0	67468	84	0	101409
64	10	50628	74	10	67833	84	10	102380
64	20	50858	74	20	68202	84	20	103380
64	30	51090	74	30	68574	84	30	104409
64	40	51323	74	40	68950	84	40	105471
64	50	51557	74	50	69331	84	50	106565
65	0	51793	75	0	69715	85	0	107696
65	10	52030	75	10	70104	85	10	108865
65	20	52269	75	20	70497	85	20	110075
65	30	52510	75	30	70894	85	30	111328
65	40	52752	75	40	71296	85	40	112630
65	50	52995	75	50	71703	85	50	113982
66	0	53241	76	0	72114	86	0	115389
66	10	53487	76	10	72530	86	10	116856
66	20	53736	76	20	72951	86	20	118389
66	30	53986	76	30	73377	86	30	119993
66	40	54237	76	40	73808	86	40	121675
66	50	54491	76	50	74245	86	50	123444
67	0	54746	77	0	74687	87	0	125209
67	10	55003	77	10	75134	87	10	127180
67	20	55262	77	20	75588	87	20	129272
67	30	55522	77	30	76047	87	30	131498
67	40	55784	77	40	76512	87	40	133879
67	50	56049	77	50	76984	87	50	136437
68	0	56315	78	0	77462	88	0	139200
68	10	56583	78	10	77947	88	10	142205
68	20	56853	78	20	78438	88	20	145497
68	30	57124	78	30	78937	88	30	149139
68	40	57398	78	40	79442	88	40	153213
68	50	57674	78	50	79955	88	50	157834
69	0	57953	79	0	80476	89	0	163176
69	10	58233	79	10	81004	89	10	169501
69	20	58515	79	20	81541	89	20	177259
69	30	58800	79	30	82085	89	30	187284
69	40	59086	79	40	82639	89	40	201513
69	50	59375	79	50	83201	89	50	226223
70	0	59667	80	0	83773	90	0	000000

Ceſte preparation de table des ſecantes ſommées, eſtant faite, nous viendrons à la conſtruction des tables des rombs, & ſoit à la figure precedente RZ le premier romb, ainſi que l'angle XRQ du triangle XRQ fait 78 deg. 45 ①; or pour trouver l'arc QX, je prens que le triangle XRQ ſoit plat, pour ſa petiteſſe, & trouve iceluy avoir trois termes cognus, XQR droit, XRQ 78, 45①, & le coſté QR 1 degré, par leſquels on trouvera que QX eſt 5 deg. 1①, lequel je mets à la table des rombs, au premier alendroit de 1 degré de longitude dans la colomne de latitude. Maintenant pour trouver les latitudes de ceſte table par quelque briefveté, je cerche dans la ſomme des tables des ſecantes, quel nombre eſt alendroit des ſuſdits 5 deg. 1①, & trouve 3014, car les 5 degrez ont 3004, auquel adjouſté 10 pour la partie proportionnelle de 1① viendra 3014, lequel me ſervira communement pour trouver les nombres de PY, DA, & autres ſemblables: ainſi, A 3014 adjouſté encor 3014, vient 6028, qui dans les tables des ſommes des ſecantes eſt alendroit de 10 deg. qu'il faut mettre dans la table ſuivante du premier romb, dans les latitudes alendroit de la longitude de 2 degrez, comme pour PY. De meſme à 6028 j'adjouſte 3014, vient 9042, qui ſe rapporte dans la table precedente à 14 deg. 54①, lequel il faut poſer à la table ſuivante joignant les 3 degr. de longitude, comme pour DA. Et ainſi des autres rombs.

Aux ſuſdites longitudes & latitudes des rombs j'y ay adjoinct les diſtances, pour les arcs RX, RY, RA, &c. afin que ſans Globe terreſtre, ou carte plane, on puiſſe par les nombres reſpondre & reſoudre ce qui concerne les rombs, comme on verra és propoſitions ſuivantes; on trouve RX au triangle XQR comme plat, de 5 deg. 6① 54②, qu'il faut mettre joignant la latitude alendroit de 1 degr. de longitude; on trouvera RY ainſi comme la precedente ligne RX, car au triangle rectangle XCY comme plat, l'angle XYC eſt le nombre du premier romb, aſſavoir de 78 deg. 45① & le coſté CY 4 deg. 59①, comme on peut inferer de la table ſuivante; car oſtant PC 5, 1① (egale à QX) de PY 10 deg. reſtera pour CY, comme dit eſt: donc on trouvera XY 5, 12① 54② qu'il faut adjouſter avec RX 5, 6① 54② viendra pour RY 10 deg. 19① 48②, lequel je mets dans la colomne des diſtances alendroit des 2 degrez de longitude dans la table du premier romb, & ainſi de RA, & tout le reſte, combien qu'elles ne ſoyent és tables, à cauſe du peu de loiſir, & de l'imperfection deſdites tables.

PREMIER ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①
1	5 1	5 7	31	82 27		61	89 27		91	87 31		121	89 17		152	89 48	
2	10 0	10 20	32	83 5		62	89 29		92	87 37		122	89 19		154	89 49	
3	14 54		33	83 39		63	89 32		93	87 43		123	89 21		156	89 49	
4	19 42		34	84 11		64	89 34		94	87 48		124	89 22		158	89 50	
5	24 22		35	84 40		65	89 36		95	87 54		125	89 24		160	89 51	
6	28 51		36	85 7		66	89 38		96	87 59		126	89 25		162	89 52	
7	33 10		37	85 32		67	89 40		97	88 4		127	89 27		164	89 52	
8	37 16		38	85 54		68	89 41		98	88 9		128	89 28		166	89 53	
9	41 9		39	86 15		69	89 43		99	88 13		129	89 29		168	89 53	
10	44 50		40	86 33		70	89 44		100	88 18		130	89 30		170	89 54	
11	48 17		41	86 51		71	89 46		101	88 22		131	89 32		172	89 54	
12	51 31		42	87 7		72	89 47		102	88 26		132	89 33		174	89 55	
13	54 32		43	87 21		73	89 48		103	88 30		133	89 34		176	89 55	
14	57 21		44	87 35		74	89 49		104	88 33		134	89 35		178	89 55	
15	59 58		45	87 47		75	89 50		105	88 37		135	89 36		180	89 56	
16	62 23		46	87 58		77	89 51		106	88 40		136	89 37		183	89 56	
17	64 38		47	88 8		79	89 52		107	88 44		137	89 38		186	89 56	
18	66 42		48	88 17		81	89 52		108	88 47		138	89 39		189	89 57	
19	68 36		49	88 26		83	89 54		109	88 50		139	89 39		192	89 57	
20	70 22		50	88 34		85	89 55		110	88 52		140	89 40		195	89 57	
21	71 59		51	88 41		87	89 56		111	88 55		141	89 41		198	89 57	
22	73 29		52	88 47		90	89 56		112	88 58		142	89 42		201	89 58	
23	74 51		53	88 53		93	89 57		113	89 0		143	89 42		204	89 58	
24	76 6		54	88 59		96	89 58		114	89 3		144	89 43		207	89 58	
25	77 16		55	89 4		99	89 58		115	89 5		145	89 44		210	89 58	
26	78 19		56	89 9		102	89 58		116	89 7		146	89 44		213	89 58	
27	79 18		57	89 13		105	89 58		117	89 9		147	89 45		216	89 58	
28	80 11		58	89 17		108	89 59		118	89 12		148	89 46		219	89 58	
29	81 0		59	89 20		111	89 59		119	89 13		149	89 46		222	89 58	
30	81 46		60	89 24		114	89 59		120	89 15		150	89 47		225	89 59	

DEUXIESME ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①
1	2 24		31	59 41		61	81 14	
2	4 49		32	60 53		62	81 36	
3	7 13		33	62 2		63	81 56	
4	9 36		34	63 8		64	82 16	
5	11 58		35	64 13		65	82 35	
6	14 20		36	65 14		66	82 54	
7	16 39		37	66 14		67	83 11	
8	18 57		38	67 11		68	83 28	
9	21 13		39	68 6		69	83 44	
10	23 27		40	68 59		70	83 59	
11	25 39		41	69 50		71	84 14	
12	27 48		42	70 39		72	84 28	
13	29 55		43	71 26		73	84 42	
14	31 59		44	72 11		74	84 55	
15	34 1		45	72 55		75	85 8	
16	35 59		46	73 36		76	85 20	
17	37 55		47	74 16		77	85 31	
18	39 48		48	74 55		78	85 42	
19	41 37		49	75 32		79	85 53	
20	43 24		50	76 7		80	86 3	
21	45 8		51	76 41		81	86 13	
22	46 49		52	77 14		82	86 22	
23	48 26		53	77 45		83	86 31	
24	50 1		54	78 15		84	86 40	
25	51 32		55	78 44		85	86 48	
26	53 1		56	79 12		86	86 56	
27	54 27		57	79 38		87	87 4	
28	55 49		58	80 4		88	87 11	
29	57 9		59	80 28		89	87 18	
30	58 26		60	80 52		90	87 25	

TROISIESME ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①
1	1 29		31	42 1		61	67 1	
2	2 59		32	43 7		62	67 35	
3	4 29		33	44 12		63	68 9	
4	5 58		34	45 16		64	68 42	
5	7 27		35	46 18		65	69 14	
6	8 56		36	47 20		66	69 46	
7	10 25		37	48 20		67	70 16	
8	11 53		38	49 17		68	70 46	
9	13 20		39	50 17		69	71 15	
10	14 47		40	51 14		70	71 44	
11	16 14		41	52 10		71	72 12	
12	17 40		42	53 4		72	72 30	
13	19 5		43	53 57		73	73 5	
14	20 30		44	54 50		74	73 31	
15	21 53		45	55 41		75	73 56	
16	23 16		46	56 31		76	74 21	
17	43 38		47	57 20		77	74 45	
18	25 59		48	58 8		78	75 8	
19	27 20		49	58 55		79	75 31	
20	28 39		50	59 40		80	75 53	
21	29 57		51	60 25		81	76 14	
22	31 14		52	61 9		82	76 35	
23	32 31		53	61 52		83	76 56	
24	33 46		54	62 34		84	77 16	
25	35 0		55	63 15		85	77 36	
26	36 13		56	63 55		86	77 55	
27	37 25		57	64 34		87	78 13	
28	38 36		58	65 12		88	78 31	
29	39 45		59	65 49		89	78 49	
30	40 55		60	66 25		90	79 6	

QUATRIESME ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①
91	79 23		151	87 46		212	89 32		1	0 59	1 25	61	51 56		121	76 11	
92	79 39		152	87 50		214	89 33		2	1 59	2 50	62	52 33		122	76 25	
93	79 55		153	87 53		216	89 35		3	2 59	4 15	63	53 8		123	76 39	
94	80 10		154	87 56		218	89 36		4	3 59	5 39	64	53 45		124	76 53	
95	80 26		155	87 59		220	89 37		5	4 59	7 4	65	54 20		125	77 7	
96	80 40		156	88 3		222	89 38		6	5 59	8 29	66	54 55		126	77 20	
97	80 55		157	88 6		224	89 39		7	6 58	9 53	67	55 29		127	77 33	
98	81 9		158	88 8		226	89 40		8	7 58	11 17	68	56 3		128	77 46	
99	81 22		159	88 11		228	89 41		9	8 57	12 41	69	56 36		129	77 58	
100	81 35		160	88 14		230	89 42		10	9 56	14 4	70	57 9		130	78 11	
101	81 48		161	88 17		232	89 43		11	10 55	15 28	71	57 41		131	78 23	
102	82 1		162	88 19		234	89 44		12	11 54	16 51	72	58 13		132	78 35	
103	82 13		163	88 22		236	89 45		13	12 53	18 15	73	58 44		133	78 46	
104	82 25		164	88 24		238	89 45		14	13 51	19 37	74	59 15		134	78 58	
105	82 37		165	88 27		240	89 46		15	14 49	20 59	75	59 46		135	79 9	
106	82 48		166	88 29		242	89 47		16	15 47	22 21	76	60 16		136	79 21	
107	82 59		167	88 32		244	89 47		17	16 45	23 43	77	60 45		137	79 32	
108	83 10		168	88 34		246	89 48		18	17 42	25 3	78	61 14		138	79 42	
109	83 21		169	88 36		248	89 48		19	18 39	26 24	79	61 43		139	79 53	
110	83 31		170	88 38		250	89 49		20	19 36	27 44	80	62 11		140	80 3	
111	83 41		171	88 40		252	89 50		21	20 32	29 4	81	62 39		141	80 14	
112	83 51		172	88 42		254	89 50		22	21 28	30 23	82	63 6		142	80 24	
113	84 0		173	88 44		256	89 50		23	22 24	31 42	83	63 33		143	80 34	
114	84 9		174	88 46		258	89 51		24	23 19	33 0	84	64 0		144	80 43	
115	84 18		175	88 48		260	89 51		25	24 14	34 18	85	64 26		145	80 53	
116	84 27		176	88 50		262	89 52		26	25 9	35 35	86	64 51		146	81 2	
117	84 36		177	88 52		264	89 52		27	26 3	36 52	87	65 17		147	81 12	
118	84 44		178	88 53		266	89 52		28	26 56	38 7	88	65 41		148	81 21	
119	84 52		179	88 55		268	89 53		29	27 50	39 23	89	66 6		149	81 30	
120	85 0		180	88 57		270	89 53		30	28 42	40 37	90	66 30		150	81 38	
121	85 8		181	88 58		273	89 54		31	29 35		91	66 55		151	81 47	
122	85 15		182	89 0		276	89 54		32	30 27		92	67 17		152	81 56	
123	85 23		183	89 1		279	89 54		33	31 18		93	67 40		153	82 4	
124	85 30		184	89 3		282	89 55		34	32 9		94	68 3		154	82 12	
125	85 37		185	89 4		285	89 55		35	33 0		95	68 25		155	82 20	
126	85 43		186	89 6		288	89 55		36	33 50		96	68 47		156	82 28	
127	85 50		187	89 7		291	89 56		37	34 40		97	69 8		157	82 36	
128	85 56		188	89 9		294	89 56		38	35 29		98	69 30		158	82 43	
129	86 1		189	89 10		297	89 56		39	36 17		99	69 50		159	82 51	
130	86 9		190	89 11		300	89 56		40	37 5		100	70 11		160	82 58	
131	86 15		191	89 12		303	89 57		41	37 53		101	70 31		161	83 6	
132	86 20		192	89 14		306	89 57		42	38 40		102	70 51		162	83 13	
133	86 26		193	89 15		309	89 57		43	39 27		103	71 10		163	83 20	
134	86 32		194	89 16		312	89 57		44	40 13		104	71 30		164	83 27	
135	86 37		195	89 17		315	89 57		45	40 58		105	71 48		165	83 33	
136	86 42		196	89 18		318	89 57		46	41 43		106	72 7		166	83 40	
137	86 47		197	89 19		321	89 57		47	42 28		107	72 25		167	83 47	
138	86 52		198	89 20		324	89 58		48	43 17		108	72 43		168	83 53	
139	86 57		199	89 21		327	89 58		49	43 38		109	73 1		169	83 59	
140	87 2		200	89 22		330	89 58		50	44 21		110	73 18		170	84 6	
141	87 7		201	89 23		333	89 58		51	45 21		111	73 35		171	84 12	
142	87 11		202	89 24		336	89 58		52	46 3		112	73 52		172	84 18	
143	87 15		203	89 25		339	89 58		53	46 44		113	74 9		173	84 24	
144	87 20		204	89 26		342	89 58		54	47 25		114	74 25		174	84 29	
145	87 24		205	89 27		345	89 58		55	48 5		115	74 41		175	84 35	
146	87 28		206	89 27		348	89 58		56	48 45		116	74 57		176	84 41	
147	87 32		207	89 28		351	89 58		57	49 24		117	75 12		177	84 46	
148	87 35		208	89 29		354	89 58		58	50 3		118	75 27		178	84 52	
149	87 39		209	89 30		357	89 58		59	50 41		119	75 42		179	84 57	
150	87 43		210	89 31		360	89 59		60	51 49		120	75 57		180	85 2	

CINQUIESME ROMB.

long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance. deg. (1)
181	85 7		241	88 17		302	89 24		1	0 40		61	37 42		121	62 35	
182	85 12		242	88 19		304	89 25		2	1 20		62	38 13		122	62 53	
183	85 17		243	88 20		306	89 26		3	2 0		63	38 44		123	63 11	
184	85 22		244	88 22		308	89 27		4	2 40		64	39 16		124	63 29	
185	85 27		245	88 24		310	89 28		5	3 20		65	39 47		125	63 47	
186	85 32		246	88 25		312	89 29		6	4 0		66	40 17		126	64 5	
187	85 36		247	88 27		314	89 30		7	4 40		67	40 48		127	64 22	
188	85 41		248	88 29		316	89 31		8	5 20		68	41 18		128	64 39	
189	85 45		249	88 30		318	89 32		9	6 0		69	41 48		129	64 56	
190	85 50		250	88 32		320	89 33		10	6 40		70	42 18		130	65 13	
191	85 54		251	88 33		322	89 34		11	7 19		71	42 57		131	65 30	
192	85 58		252	88 35		324	89 35		12	7 59		72	43 17		132	65 46	
193	86 2		253	88 36		326	89 36		13	8 39		73	43 46		133	66 3	
194	86 6		254	88 38		328	89 37		14	9 18		74	44 14		134	66 19	
195	86 10		255	88 39		330	89 37		15	9 58		75	44 43		135	66 35	
196	86 14		256	88 40		332	89 38		16	10 37		76	45 11		136	66 51	
197	86 18		257	88 42		334	89 39		17	11 17		77	45 40		137	67 6	
198	86 22		258	88 43		336	89 40		18	11 56		78	46 7		138	67 22	
199	86 26		259	88 44		338	89 40		19	12 35		79	46 35		139	67 37	
200	86 30		260	88 46		340	89 41		20	13 14		80	47 3		140	67 52	
201	86 33		261	88 47		342	89 41		21	13 53		81	47 30		141	68 7	
202	86 37		262	88 48		344	89 42		22	14 32		82	47 57		142	68 22	
203	86 40		263	88 49		346	89 43		23	15 11		83	48 23		143	68 37	
204	86 44		264	88 51		348	89 43		24	15 49		84	48 50		144	68 52	
205	86 47		265	88 52		350	89 44		25	16 28		85	49 16		145	69 6	
206	86 50		266	88 53		352	89 44		26	17 6		86	49 42		146	69 20	
207	86 54		267	88 54		354	89 45		27	17 45		87	50 8		147	69 34	
208	86 57		268	88 55		356	89 45		28	18 23		88	50 34		148	69 48	
209	87 0		269	88 56		358	89 46		29	19 1		89	50 59		149	70 2	
210	87 4		270	88 57		360	89 46		30	19 38		90	51 24		150	70 15	
211	87 7		271	88 58		6	89 47		31	20 16		91	51 49		151	70 29	
212	87 10		272	89 0		12	89 49		32	20 54		92	52 14		152	70 42	
213	87 13		273	89 1		18	89 50		33	21 31		93	52 38		153	70 55	
214	87 15		274	89 2		24	89 51		34	22 8		94	53 2		154	71 8	
215	87 18		275	89 3		30	89 51		35	22 45		95	53 26		155	71 21	
216	87 21		276	89 4		36	89 52		36	23 22		96	53 50		156	71 34	
217	87 24		277	89 5		42	89 53		37	23 59		97	54 14		157	71 47	
218	87 26		278	89 5		48	89 53		38	24 35		98	54 37		158	71 59	
219	87 29		279	89 6		54	89 54		39	25 12		99	55 0		159	72 11	
220	87 32		280	89 7		60	89 55		40	25 48		100	55 23		160	72 24	
221	87 34		281	89 8		66	89 55		41	26 24		101	55 45		161	72 36	
222	87 37		282	89 9		72	89 55		42	27 0		102	56 8		162	72 48	
223	87 39		283	89 10		78	89 56		43	27 35		103	56 30		163	72 59	
224	87 42		284	89 11		84	89 56		44	28 11		104	56 52		164	73 11	
225	87 44		285	89 12		90	89 56		45	28 46		105	57 14		165	73 22	
226	87 46		286	89 12		96	89 57		46	29 21		106	57 36		166	73 34	
227	87 49		287	89 13		102	89 57		47	29 56		107	57 57		167	73 45	
228	87 51		288	89 14		108	89 57		48	30 31		108	58 18		168	73 56	
229	87 53		289	89 15		114	89 57		49	31 5		109	58 39		169	74 7	
230	87 55		290	89 16		120	89 57		50	31 39		110	59 0		170	74 18	
231	87 57		291	89 16		126	89 58		51	32 13		111	59 20		171	74 29	
232	88 0		292	89 17		132	89 58		52	32 47		112	59 41		172	74 40	
233	88 2		293	89 18		138	89 58		53	33 21		113	60 1		173	74 50	
234	88 4		294	89 19		144	89 58		54	33 54		114	60 21		174	75 1	
235	88 6		295	89 19		150	89 58		55	34 27		115	60 40		175	75 11	
236	88 8		296	89 20		156	89 58		56	35 0		116	61 0		176	75 21	
237	88 9		297	89 21		162	89 58		57	35 33		117	61 19		177	75 31	
238	88 11		298	89 21		168	89 58		58	36 5		118	61 38		178	75 41	
239	88 13		299	89 22		174	89 58		59	36 38		119	61 57		179	75 51	
240	88 15		300	89 23		180	89 59		60	37 10		120	62 16		180	76 1	

long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance. deg. ☉
181	76 10		241	83 6		301	86 34		1	88 17		61	89 8		155	89 42	
182	76 20		242	83 11		302	86 36		2	88 18		62	89 9		160	89 43	
183	76 29		243	83 15		303	86 38		3	88 20		63	89 10		165	89 44	
184	76 39		244	83 20		304	86 41		4	88 21		64	89 10		170	89 45	
185	76 48		245	83 25		305	86 43		5	88 22		65	89 11		175	89 46	
186	76 57		246	83 29		306	86 45		6	88 23		66	89 11		180	89 46	
187	77 6		247	83 34		307	86 47		7	88 24		67	89 12		185	89 47	
188	77 15		248	83 38		308	86 50		8	88 25		68	89 12		190	89 48	
189	77 24		249	83 43		309	86 52		9	88 26		69	89 13		195	89 48	
190	77 32		250	83 47		310	86 55		10	88 27		70	89 13		200	89 49	
191	77 41		251	83 51		311	86 57		11	88 28		71	89 14		205	89 50	
192	77 49		252	84 56		312	86 59		12	88 29		72	89 15		210	89 50	
193	77 58		253	84 0		313	87 1		13	88 31		73	89 15		215	89 51	
194	78 6		254	84 4		314	87 3		14	88 32		74	89 16		220	89 51	
195	78 14		255	84 8		315	87 5		15	88 33		75	89 16		225	89 52	
196	78 22		256	84 12		316	87 7		16	88 34		76	89 17		230	89 52	
197	78 30		257	84 16		317	87 9		17	88 35		77	89 17		235	89 52	
198	78 38		258	84 20		318	87 11		18	88 36		78	89 18		240	89 53	
199	78 46		259	84 24		319	87 13		19	88 37		79	89 18		245	89 53	
200	78 54		260	84 28		320	87 15		20	88 37		80	89 18		250	89 53	
201	79 2		261	84 32		321	87 17		21	88 38		81	89 19		255	89 54	
202	79 9		262	84 35		322	87 19		22	88 39		82	89 19		260	89 54	
203	79 17		263	84 39		323	87 21		23	88 40		83	89 20		265	89 54	
204	79 24		264	84 43		324	87 22		24	88 41		84	89 20		270	89 55	
205	79 31		265	84 47		325	87 24		25	88 42		85	89 21		275	89 55	
206	79 39		266	84 50		326	87 26		26	88 43		86	89 21		280	89 55	
207	79 46		267	84 54		327	87 28		27	88 44		87	89 22		285	89 55	
208	79 53		268	84 57		328	87 29		28	88 45		88	89 22		290	89 55	
209	80 0		269	85 1		329	87 31		29	88 46		89	89 23		295	89 56	
210	80 7		270	85 4		330	87 33		30	88 46		90	89 23		300	89 56	
211	80 14		271	85 8		331	87 35		31	88 47		92	89 24		310	89 56	
212	80 20		272	85 11		332	87 36		32	88 48		94	89 25		320	89 57	
213	80 27		273	85 14		333	87 38		33	88 49		96	89 25		330	89 57	
214	80 34		274	85 18		334	87 40		34	88 50		98	89 26		340	89 57	
215	80 40		275	85 21		335	87 41		35	88 51		100	89 27		350	89 57	
216	80 47		276	85 24		336	87 43		36	88 51		102	89 28		360	89 57	
217	80 53		277	85 27		337	87 44		37	88 52		104	89 28		10	89 58	
218	80 59		278	85 30		338	87 46		38	88 53		106	89 29		20	89 58	
219	81 5		279	85 34		339	87 47		39	88 54		108	89 30		30	89 58	
220	81 12		280	85 37		340	87 49		40	88 54		110	89 30		40	89 58	
221	81 18		281	85 40		341	87 51		41	88 55		112	89 31		50	89 58	
222	81 24		282	85 43		342	87 52		42	88 56		114	89 32		60	89 58	
223	81 30		283	85 46		343	87 55		43	88 57		116	89 32		70	89 58	
224	81 36		284	85 49		344	87 53		44	88 57		118	89 33		80	89 58	
225	81 41		285	85 51		345	87 56		45	88 58		120	89 34		90	89 59	
226	81 47		286	85 54		346	87 58		46	88 59		122	89 34		100	89 59	
227	81 53		287	85 57		347	87 59		47	88 59		124	89 35		110	89 59	
228	81 58		288	86 0		348	88 1		48	89 0		126	89 35		120	89 59	
229	82 4		289	86 3		349	88 2		49	89 1		128	89 36		130	89 59	
230	82 9		290	86 6		350	88 3		50	89 2		130	89 36		140	89 59	
231	82 15		291	86 8		351	88 5		51	89 2		132	89 37		150	89 59	
232	82 20		292	86 11		352	88 6		52	89 3		134	89 37		160	89 59	
233	82 26		293	86 14		353	88 7		53	89 4		136	89 38		170	89 59	
234	82 31		294	86 16		354	88 9		54	89 4		138	89 38		180	89 59	
235	82 36		295	86 19		355	88 10		55	89 5		140	89 39		190	89 59	
236	82 41		296	86 21		356	88 11		56	89 5		142	89 39		200	89 59	
237	82 46		297	86 24		357	88 12		57	89 6		144	89 40		210	89 59	
238	82 51		298	86 26		358	88 14		58	89 7		146	89 40		220	89 59	
239	82 56		299	86 29		359	88 15		59	89 7		148	89 41		230	89 59	
240	83 1		300	86 31		360	88 16		60	89 8		150	89 41		240	89 59	

SIXIESME ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance deg ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	0 24		61	24 29		121	44 43		181	59 45		241	70 7		301	77 2	
2	0 49		62	24 51		122	45 1		182	59 57		242	70 16		302	77 8	
3	1 14		63	25 14		123	45 18		183	60 10		243	70 24		303	77 13	
4	1 39		64	25 36		124	45 36		184	60 22		244	70 32		304	77 19	
5	2 4		65	25 59		125	45 53		185	60 34		245	70 41		305	77 24	
6	2 29		66	26 21		126	46 10		186	60 46		246	70 49		306	77 30	
7	2 53		67	26 43		127	46 28		187	60 58		247	70 57		307	77 35	
8	3 18		68	27 5		128	46 45		188	61 10		248	71 5		308	77 40	
9	3 43		69	27 27		129	47 2		189	61 22		249	71 13		309	77 46	
10	4 8		70	27 49		130	47 19		190	61 34		250	71 21		310	77 51	
11	4 33		71	28 11		131	47 35		191	61 46		251	71 29		311	77 56	
12	4 57		72	28 33		132	47 52		192	61 58		252	71 37		312	78 1	
13	5 22		73	28 55		133	48 9		193	62 9		253	71 45		313	78 6	
14	5 47		74	29 17		134	48 25		194	62 21		254	71 52		314	78 11	
15	6 12		75	29 38		135	48 42		195	62 32		255	72 0		315	78 16	
16	6 36		76	30 0		136	48 58		196	62 44		256	72 8		316	78 21	
17	7 1		77	30 21		137	49 14		197	62 55		257	72 15		317	78 26	
18	7 26		78	30 43		138	49 30		198	63 7		258	72 23		318	78 31	
19	7 50		79	31 4		139	49 47		199	63 18		259	72 30		319	78 36	
20	8 15		80	31 25		140	50 3		200	63 29		260	72 38		320	78 41	
21	8 39		81	31 46		141	50 18		201	63 40		261	72 45		321	78 46	
22	9 4		82	32 8		142	50 34		202	63 51		262	72 52		322	78 51	
23	9 29		83	32 29		143	50 50		203	64 2		263	73 0		323	78 56	
24	9 53		84	32 50		144	51 6		204	64 13		264	73 7		324	79 0	
25	10 17		85	33 10		145	51 21		205	64 23		265	73 14		325	79 5	
26	10 42		86	33 31		146	51 37		206	64 34		266	73 21		326	79 10	
27	11 6		87	33 52		147	51 52		207	64 45		267	73 28		327	79 14	
28	11 31		88	34 12		148	52 7		208	64 55		268	73 35		328	79 19	
29	11 55		89	34 33		149	52 23		209	65 6		269	73 42		329	79 24	
30	12 19		90	34 53		150	52 38		210	65 16		270	73 49		330	79 28	
31	12 44		91	35 14		151	52 53		211	65 27		271	73 56		331	79 33	
32	13 8		92	35 34		152	53 8		212	65 37		272	74 3		332	79 37	
33	13 32		93	35 54		153	53 23		213	65 47		273	74 10		333	79 42	
34	13 56		94	36 14		154	53 37		214	65 57		274	74 17		334	79 46	
35	14 20		95	36 34		155	53 52		215	66 7		275	74 23		335	79 50	
36	14 44		96	36 54		156	54 7		216	66 17		276	74 30		336	79 55	
37	15 8		97	37 14		157	54 21		217	66 27		277	74 37		337	79 59	
38	15 32		98	37 34		158	54 36		218	66 37		278	74 43		338	80 3	
39	15 56		99	37 53		159	54 50		219	66 47		279	74 50		339	80 8	
40	16 20		100	38 13		160	55 4		220	66 57		280	74 56		340	80 12	
41	16 44		101	38 32		161	55 18		221	67 6		281	75 3		341	80 16	
42	17 8		102	38 52		162	55 33		222	67 16		282	75 9		342	80 20	
43	17 31		103	39 11		163	55 47		223	67 26		283	75 15		343	80 25	
44	17 55		104	39 30		164	56 0		224	67 35		284	75 22		344	80 29	
45	18 19		105	39 49		165	56 14		225	67 45		285	75 28		345	80 33	
46	18 42		106	40 8		166	56 28		226	67 54		286	75 34		346	80 37	
47	19 6		107	40 27		167	56 42		227	68 3		287	75 40		347	80 41	
48	19 29		108	40 46		168	56 55		228	68 13		288	75 46		348	80 45	
49	19 53		109	41 5		169	57 9		229	68 22		289	75 52		349	80 49	
50	20 16		110	41 24		170	57 22		230	68 31		290	75 59		350	80 53	
51	20 39		111	41 42		171	57 36		231	68 40		291	76 5		351	80 57	
52	21 2		112	42 1		172	57 49		232	68 49		292	76 10		352	81 1	
53	21 26		113	42 19		173	58 2		233	68 58		293	76 16		353	81 4	
54	21 49		114	42 38		174	58 15		234	69 7		294	76 22		354	81 8	
55	22 12		115	42 56		175	58 28		235	69 16		295	76 28		355	81 12	
56	22 35		116	43 14		176	58 41		236	69 24		296	76 34		356	81 16	
57	22 58		117	43 32		177	58 54		237	69 33		297	76 40		357	81 20	
58	23 20		118	43 50		178	59 7		238	69 42		298	76 45		358	81 23	
59	23 43		119	44 8		179	59 20		239	69 50		299	76 51		359	81 27	
60	24 6		120	44 26		180	59 32		240	69 59		300	76 57		360	81 31	

long. deg.	latit. deg. ①	distanc. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	81 34		61	84 32		121	86 27		182	87 43		302	89 2		128	89 44	
2	81 38		62	84 34		122	86 28		184	87 45		304	89 3		136	89 45	
3	81 42		63	84 36		123	86 30		186	87 47		306	89 3		144	89 46	
4	81 45		64	84 39		124	86 31		188	87 49		308	89 4		152	89 46	
5	81 49		65	84 41		125	86 33		190	87 50		310	89 5		160	89 47	
6	81 52		66	84 43		126	86 34		192	87 52		312	89 6		168	89 48	
7	81 56		67	84 45		127	86 36		194	87 54		314	89 7		176	89 48	
8	81 59		68	84 48		128	86 37		196	87 56		316	89 7		184	89 49	
9	82 3		69	84 50		129	86 39		198	87 58		318	89 8		192	89 50	
10	82 6		70	84 52		130	86 40		200	87 59		320	89 9		200	89 50	
11	82 9		71	84 54		131	86 42		202	88 1		322	8 99		208	89 51	
12	82 13		72	84 57		132	86 43		204	88 3		324	89 10		216	89 51	
13	82 16		73	84 59		133	86 44		206	88 4		326	89 11		224	89 52	
14	82 19		74	85 1		134	86 46		208	88 6		328	89 12		232	89 52	
15	82 23		75	85 3		135	86 47		210	88 8		330	89 12		240	89 52	
16	82 26		76	85 5		136	86 49		212	88 9		332	89 13		248	89 53	
17	82 29		77	85 7		137	86 50		214	88 11		334	89 14		256	89 53	
18	82 33		78	85 9		138	86 51		216	88 12		336	89 14		264	89 53	
19	82 36		79	85 12		139	86 53		218	88 14		338	89 15		272	89 54	
20	82 39		80	85 14		140	86 55		220	88 16		340	89 16		280	89 54	
21	82 42		81	85 16		141	86 56		222	88 17		342	89 16		288	89 54	
22	82 45		82	85 18		142	86 57		224	88 18		344	89 17		296	89 55	
23	82 48		83	85 20		143	86 58		226	88 20		346	89 17		304	89 55	
24	82 51		84	85 22		144	87 0		228	88 21		348	89 18		312	89 55	
25	82 55		85	85 24		145	87 1		230	88 23		350	89 19		320	89 55	
26	82 58		86	85 26		146	87 2		232	88 24		352	89 19		328	89 56	
27	83 1		87	85 28		147	87 4		234	88 25		354	89 20		336	89 56	
28	83 4		88	85 30		148	87 5		236	88 27		356	89 20		344	89 56	
29	83 7		89	85 32		149	87 6		238	88 28		358	89 21		352	89 56	
30	83 10		90	85 33		150	87 7		240	88 29		360	89 21		360	89 56	
31	83 12		91	85 35		151	87 9		242	88 31		4	89 22		10	89 56	
32	83 15		92	85 37		152	87 10		244	88 32		8	89 23		20	89 57	
33	83 18		93	85 39		153	87 11		246	88 33		12	89 25		30	89 57	
34	83 21		94	85 41		154	87 12		248	88 34		16	89 26		40	89 57	
35	83 24		95	85 43		155	87 13		250	88 36		20	89 26		50	89 57	
36	83 27		96	85 45		156	87 15		252	88 37		24	89 27		60	89 57	
37	83 30		97	85 47		157	87 16		254	88 38		28	89 28		70	89 57	
38	83 32		98	85 48		158	87 17		256	88 39		32	89 29		80	89 57	
39	83 35		99	85 50		159	87 18		258	88 40		36	89 30		90	89 58	
40	83 38		100	85 52		160	87 19		260	88 41		40	89 31		100	89 58	
41	83 41		101	85 54		161	87 20		262	88 43		44	89 32		110	89 58	
42	83 43		102	85 56		162	87 22		264	88 44		48	89 32		120	89 58	
43	83 46		103	85 57		163	87 23		266	88 45		52	89 33		130	89 58	
44	83 49		104	85 59		164	87 24		268	88 46		56	89 34		140	89 58	
45	83 52		105	86 1		165	87 25		270	88 47		60	89 35		150	89 58	
46	83 54		106	86 2		166	87 26		272	88 48		64	89 35		160	89 58	
47	83 57		107	86 4		167	87 27		274	88 49		68	89 36		170	89 58	
48	83 59		108	86 6		168	87 28		276	88 50		72	89 37		180	89 58	
49	84 2		109	86 8		169	87 29		278	88 51		76	89 37		190	89 58	
50	84 5		110	86 9		170	87 30		280	88 52		80	89 38		200	89 58	
51	84 7		111	86 11		171	87 32		282	88 53		84	89 39		210	89 58	
52	84 10		112	86 12		172	87 33		284	88 54		88	89 39		220	89 58	
53	84 12		113	86 14		173	87 34		286	88 55		92	89 40		230	89 59	
54	84 15		114	86 16		174	87 35		288	88 56		96	89 40		240	89 59	
55	84 17		115	86 17		175	87 36		290	88 57		100	89 41		250	89 59	
56	84 20		116	86 19		176	87 37		292	88 58		104	89 41		260	89 59	
57	84 22		117	86 21		177	87 38		294	88 58		108	89 42		270	89 59	
58	84 24		118	86 22		178	87 39		296	88 59		112	89 42		280	89 59	
59	84 27		119	86 24		179	87 40		298	89 0		116	89 43		290	89 59	
60	84 29		120	86 25		180	87 41		300	89 1		120	89 43		300	89 59	

SEPTIESME ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	0 11		61	12 2		121	23 23		181	33 50		241	43 9		301	51 14	
2	0 23		62	12 14		122	23 34		182	34 0		242	43 18		302	51 22	
3	0 35		63	12 25		123	23 45		183	34 10		243	43 26		303	51 29	
4	0 47		64	12 37		124	23 56		184	34 20		244	43 35		304	51 37	
5	1 0		65	12 49		125	24 7		185	34 30		245	43 44		305	51 44	
6	1 12		66	13 0		126	24 18		186	34 39		246	43 52		306	51 51	
7	1 23		67	13 12		127	24 28		187	34 49		247	44 1		307	51 59	
8	1 35		68	13 24		128	24 30		188	34 59		248	44 9		308	52 6	
9	1 47		69	13 35		129	24 50		189	35 9		249	44 18		309	52 13	
10	1 59		70	13 47		130	25 1		190	35 19		250	44 27		310	52 21	
11	2 11		71	13 58		131	25 12		191	35 28		251	44 35		311	52 28	
12	2 23		72	14 10		132	25 22		192	35 38		252	44 44		312	52 35	
13	2 35		73	14 22		133	25 33		193	35 48		253	44 52		313	52 42	
14	2 47		74	14 33		134	25 44		194	35 57		254	45 0		314	52 50	
15	2 59		75	14 45		135	25 55		195	36 7		255	45 9		315	52 57	
16	3 11		76	14 56		136	26 5		196	36 17		256	45 17		316	53 4	
17	3 22		77	15 8		137	26 16		197	36 26		257	45 26		317	53 11	
18	3 34		78	15 19		138	26 27		198	36 36		258	45 34		318	53 18	
19	3 46		79	15 31		139	26 38		199	36 45		259	45 42		319	53 25	
20	3 58		80	15 42		140	26 48		200	36 55		260	45 51		320	53 32	
21	4 10		81	15 54		141	26 59		201	37 4		261	45 59		321	53 40	
22	4 22		82	16 5		142	27 9		202	37 14		262	46 7		322	53 47	
23	4 34		83	16 17		143	27 20		203	37 23		263	46 16		323	53 54	
24	4 46		84	16 28		144	27 31		204	37 33		264	46 24		324	54 1	
25	4 58		85	16 40		145	27 41		205	37 42		265	46 32		325	54 8	
26	5 9		86	16 51		146	27 52		206	37 52		266	46 40		326	54 15	
27	5 21		87	17 2		147	28 2		207	38 1		267	46 48		327	54 22	
28	5 33		88	17 14		148	28 13		208	38 11		268	46 57		328	54 29	
29	5 45		89	17 25		149	28 23		209	38 20		269	47 5		329	54 36	
30	5 57		90	17 37		150	28 34		210	38 29		270	47 13		330	54 42	
31	6 9		91	17 48		151	28 44		211	38 39		271	47 21		331	54 49	
32	6 21		92	17 59		152	28 55		212	38 48		272	47 29		332	54 56	
33	6 33		93	18 11		153	29 5		213	38 57		273	47 37		333	55 3	
34	6 44		94	18 22		154	29 16		214	39 7		274	47 45		334	55 10	
35	6 56		95	18 33		155	29 26		215	39 16		275	47 53		335	55 17	
36	7 8		96	18 44		156	29 36		216	39 25		276	48 1		336	55 23	
37	7 20		97	18 56		157	29 47		217	39 34		277	48 9		337	55 30	
38	7 32		98	19 7		158	29 57		218	39 43		278	48 17		338	55 37	
39	7 44		99	19 19		159	30 8		219	39 53		279	48 25		339	55 44	
40	7 55		100	19 30		160	30 18		220	40 2		280	48 33		340	55 50	
41	8 7		101	19 41		161	30 28		221	40 11		281	48 41		341	55 57	
42	8 19		102	19 52		162	30 38		222	40 20		282	48 49		342	56 4	
43	8 31		103	20 3		163	30 49		223	40 29		283	48 56		343	56 10	
44	8 43		104	20 15		164	30 59		224	40 38		284	49 4		344	56 17	
45	8 54		105	20 26		165	31 9		225	40 47		285	49 12		345	56 24	
46	9 6		106	20 37		166	31 19		226	40 56		286	49 20		346	56 30	
47	9 18		107	20 48		167	31 29		227	41 5		287	49 28		347	56 37	
48	9 30		108	20 59		168	31 40		228	41 14		288	49 35		348	56 43	
49	9 42		109	21 10		169	31 50		229	41 23		289	49 43		349	56 50	
50	9 53		110	21 22		170	32 0		230	41 32		290	49 51		350	56 56	
51	10 5		111	21 33		171	32 10		231	41 41		291	49 58		351	57 3	
52	10 17		112	21 44		172	32 20		232	41 50		292	50 6		352	57 9	
53	10 29		113	21 55		173	32 30		233	41 59		293	50 14		353	57 16	
54	10 40		114	22 6		174	32 40		234	42 8		294	50 21		354	57 22	
55	10 52		115	22 17		175	32 50		235	42 16		295	50 29		355	57 29	
56	11 4		116	22 28		176	33 0		236	42 25		296	50 37		356	57 35	
57	11 15		117	22 39		177	33 10		237	42 34		297	50 44		357	57 41	
58	11 27		118	22 50		178	33 20		238	42 43		298	50 52		358	57 48	
59	11 37		119	23 1		179	33 30		239	42 52		299	50 59		359	57 54	
60	11 50		120	23 12		180	33 40		240	43 0		300	51 7		360	58 1	

long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	58 7		61	63 53		121	68 40		182	72 36		241	75 50		301	78 29	
2	58 13		62	63 58		122	68 44		182	72 40		242	75 53		302	78 31	
3	58 19		63	64 3		123	68 48		183	72 43		243	75 56		303	78 33	
4	58 26		64	64 8		124	68 53		184	72 47		244	75 59		304	78 36	
5	58 32		65	64 14		125	68 57		185	72 50		245	76 2		305	78 38	
6	58 38		66	64 19		126	69 1		186	72 54		246	76 5		306	78 40	
7	58 44		67	64 24		127	69 6		187	72 57		247	76 7		307	78 43	
8	58 50		68	64 29		128	69 10		188	73 1		248	76 10		308	78 45	
9	58 57		69	64 34		129	69 14		189	73 4		249	76 13		309	78 47	
10	59 3		70	64 39		130	69 18		190	73 8		250	76 16		310	78 50	
11	59 9		71	64 44		131	69 22		191	73 11		251	76 19		311	78 52	
12	59 15		72	64 50		132	69 27		192	73 15		252	76 22		312	78 54	
13	59 21		73	64 55		133	69 31		193	73 18		253	76 24		313	78 57	
14	59 27		74	65 0		134	69 35		194	73 22		254	76 27		314	78 59	
15	59 33		75	65 5		135	69 39		195	73 25		255	76 30		315	79 1	
16	59 39		76	65 10		136	69 43		196	73 28		256	76 33		316	79 3	
17	59 45		77	65 15		137	69 47		197	73 32		257	76 36		317	79 6	
18	59 51		78	65 20		138	69 52		198	73 35		258	76 38		318	79 8	
19	59 57		79	65 25		139	69 56		199	73 39		259	76 41		319	79 10	
20	60 3		80	65 30		140	70 0		200	73 42		260	76 44		320	79 12	
21	60 9		81	65 35		141	70 4		201	73 45		261	76 47		321	79 15	
22	60 15		82	65 39		142	70 8		202	73 49		262	76 49		322	79 17	
23	60 21		83	65 44		143	70 12		203	73 52		263	76 52		323	79 19	
24	60 27		84	65 49		144	70 16		204	73 55		264	76 55		324	79 21	
25	60 33		85	65 54		145	70 20		205	73 58		265	76 57		325	79 23	
26	60 39		86	65 59		146	70 24		206	74 2		266	77 0		326	79 26	
27	60 44		87	66 4		147	70 28		207	74 5		267	77 3		327	79 28	
28	60 50		88	66 9		148	70 32		208	74 8		268	77 5		328	79 30	
29	60 56		89	66 14		149	70 36		209	74 12		269	77 8		329	79 32	
30	61 2		90	66 18		150	70 40		210	74 15		270	77 11		330	79 34	
31	61 8		91	66 23		151	70 44		211	74 18		271	77 13		331	79 36	
32	61 13		92	66 28		152	70 48		212	74 21		272	77 16		332	79 39	
33	61 19		93	66 33		153	70 52		213	74 24		273	77 19		333	79 41	
34	61 25		94	66 37		154	70 56		214	74 28		274	77 21		334	79 43	
35	61 31		95	66 42		155	70 59		215	74 31		275	77 24		335	79 45	
36	61 36		96	66 47		156	71 3		216	74 34		276	77 26		336	79 47	
37	61 42		97	66 52		157	71 7		217	74 37		277	77 29		337	79 49	
38	61 48		98	66 56		158	71 11		218	74 40		278	77 32		338	79 51	
39	61 53		99	67 1		159	71 15		219	74 44		279	77 34		339	79 53	
40	61 59		100	67 5		160	71 19		220	74 47		280	77 37		340	79 55	
41	62 4		101	67 10		161	71 23		221	74 50		281	77 39		341	79 58	
42	62 10		102	67 15		162	71 26		222	74 53		282	77 42		342	80 0	
43	62 16		103	67 19		163	71 30		223	74 56		283	77 44		343	80 2	
44	62 21		104	67 24		164	71 34		224	74 59		284	77 47		344	80 4	
45	62 27		105	67 29		165	71 38		225	75 2		285	77 49		345	80 6	
46	62 32		106	67 33		166	71 41		226	75 5		286	77 52		346	80 8	
47	62 38		107	67 38		167	71 45		227	75 8		287	77 54		347	80 10	
48	62 43		108	67 42		168	71 49		228	75 11		288	77 57		348	80 12	
49	62 49		109	67 47		169	71 53		229	75 14		289	77 59		349	80 14	
50	62 54		110	67 51		170	71 56		230	75 17		290	78 2		350	80 16	
51	62 59		111	67 56		171	72 0		231	75 20		291	78 4		351	80 18	
52	63 5		112	68 0		172	72 4		232	75 23		292	78 7		352	80 20	
53	63 10		113	68 5		173	72 7		233	75 26		293	78 9		353	80 22	
54	63 16		114	68 9		174	72 11		234	75 29		294	78 12		354	80 24	
55	63 21		115	68 13		175	72 15		235	75 32		295	78 14		355	80 26	
56	63 26		116	68 18		176	72 18		236	75 35		296	78 17		356	80 28	
57	63 32		117	68 22		177	72 22		237	75 38		297	78 19		357	80 30	
58	63 37		118	68 27		178	72 25		238	75 41		298	78 21		358	80 32	
59	63 42		119	68 31		179	72 29		239	75 44		299	78 24		359	80 34	
60	63 47		120	68 35		180	72 33		240	75 47		300	78 26		360	80 36	

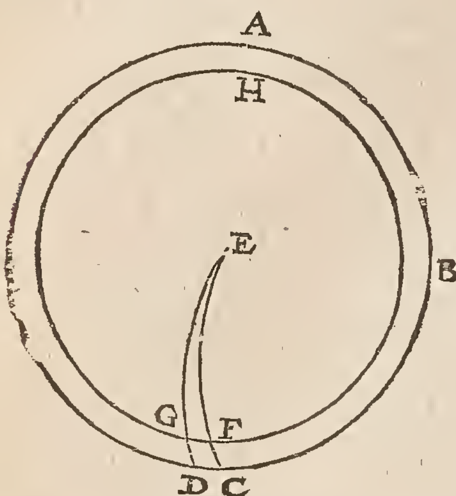
long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	80 38		61	82 23		121	83 49		181	84 58		241	85 55		301	86 41	
2	80 40		62	82 25		122	83 50		182	84 59		242	85 55		302	86 41	
3	80 42		63	82 26		123	83 51		183	85 0		243	85 56		303	86 42	
4	80 44		64	82 28		124	83 52		184	85 1		244	85 57		304	86 43	
5	80 45		65	82 29		125	83 54		185	85 2		245	85 58		305	86 43	
6	80 47		66	82 31		126	83 55		186	85 3		246	85 59		306	86 44	
7	80 49		67	82 32		127	83 56		187	85 4		247	86 0		307	86 45	
8	80 51		68	82 34		128	83 57		188	85 5		248	86 0		308	86 45	
9	80 53		69	82 35		129	83 59		189	85 6		249	86 1		309	86 46	
10	80 55		70	82 37		130	84 0		190	85 7		250	86 2		310	86 47	
11	80 57		71	82 38		131	84 1		191	85 8		251	86 3		311	86 47	
12	80 59		72	82 40		132	84 2		192	85 9		252	86 4		312	86 48	
13	81 1		73	82 41		133	84 4		193	85 10		253	86 5		313	86 49	
14	81 2		74	82 43		134	84 5		194	85 11		254	86 5		314	86 49	
15	81 4		75	82 45		135	84 6		195	85 12		255	86 6		315	86 50	
16	81 6		76	82 46		136	84 7		196	85 13		256	86 7		316	86 51	
17	81 8		77	82 48		137	84 8		197	85 14		257	86 8		317	86 51	
18	81 10		78	82 49		138	84 10		198	85 15		258	86 9		318	86 52	
19	81 12		79	82 50		139	84 11		199	85 16		259	86 9		319	86 53	
20	81 13		80	82 52		140	84 12		200	85 17		260	86 10		320	86 54	
21	81 15		81	82 53		141	84 13		201	85 18		261	86 11		321	86 54	
22	81 17		82	82 55		142	84 15		202	85 19		262	86 12		322	86 55	
23	81 19		83	82 56		143	84 16		203	85 20		263	86 13		323	86 56	
24	81 21		84	82 58		144	84 17		204	85 21		264	86 13		324	86 56	
25	81 22		85	82 59		145	84 18		205	85 22		265	86 14		325	86 57	
26	81 24		86	83 1		146	84 19		206	85 23		266	86 15		326	86 58	
27	81 26		87	83 2		147	84 20		207	85 24		267	86 16		327	86 58	
28	81 28		88	83 4		148	84 22		208	85 25		268	86 16		328	86 59	
29	81 30		89	83 5		149	84 23		209	85 26		269	86 17		329	86 59	
30	81 31		90	83 6		150	84 24		210	85 27		270	86 18		330	87 0	
31	81 33		91	83 8		151	84 25		211	85 28		271	86 19		331	87 1	
32	81 35		92	83 9		152	84 26		212	85 29		272	86 20		332	87 1	
33	81 37		93	83 11		153	84 27		213	85 30		273	86 20		333	87 2	
34	81 38		94	83 12		154	84 29		214	85 31		274	86 21		334	87 3	
35	81 40		95	83 14		155	84 30		215	85 32		275	86 22		335	87 3	
36	81 42		96	83 15		156	84 31		216	85 32		276	86 23		336	87 4	
37	81 43		97	83 16		157	84 32		217	85 33		277	86 24		337	87 4	
38	81 45		98	83 18		158	84 33		218	85 34		278	86 24		338	87 5	
39	81 47		99	83 19		159	84 34		219	85 35		279	86 25		339	87 6	
40	81 49		100	83 21		160	84 35		220	85 36		280	86 26		340	87 6	
41	81 50		101	83 22		161	84 36		221	85 37		281	86 26		341	87 7	
42	81 52		102	83 23		162	84 38		222	85 38		282	86 27		342	87 7	
43	81 54		103	83 25		163	84 39		223	85 39		283	86 28		343	87 8	
44	81 55		104	83 26		164	84 40		224	85 40		284	86 28		344	87 9	
45	81 57		105	83 27		165	84 41		225	85 41		285	86 29		345	87 9	
46	81 59		106	83 29		166	84 42		226	85 42		286	86 30		346	87 10	
47	82 0		107	83 30		167	84 43		227	85 42		287	86 31		347	87 10	
48	82 2		108	83 31		168	84 44		228	85 43		288	86 31		348	87 11	
49	82 4		109	83 33		169	84 45		229	85 44		289	86 32		349	87 11	
50	82 5		110	83 34		170	84 46		230	85 45		290	86 33		350	87 12	
51	82 7		111	83 35		171	84 47		231	85 46		291	86 34		351	87 13	
52	82 8		112	83 37		172	84 49		232	85 47		292	86 34		352	87 13	
53	82 10		113	83 38		173	84 50		233	85 48		293	86 35		353	87 14	
54	82 12		114	83 39		174	84 51		234	85 49		294	86 36		354	87 14	
55	82 13		115	83 41		175	84 52		235	85 49		295	86 36		355	87 15	
56	82 15		116	83 42		176	84 53		236	85 50		296	86 37		356	87 15	
57	82 17		117	83 43		177	84 54		237	85 51		297	86 38		357	87 16	
58	82 18		118	83 45		178	84 55		238	85 52		298	86 38		358	87 17	
59	82 20		119	83 46		179	84 56		239	85 53		299	86 39		359	87 17	
60	82 21		120	83 47		180	84 57		240	85 54		300	86 40		360	87 18	

long. deg.	latit. deg. ①	distance. deg. ①	long deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	87 18		62	87 49		183	88 34		3	89 13		215	89 37		190	89 52	
2	87 19		64	87 50		186	88 34		6	89 14		220	89 37		200	89 52	
3	87 19		66	87 51		189	88 35		9	89 14		225	89 38		210	89 53	
4	87 20		68	87 52		192	88 36		12	89 15		230	89 38		220	89 53	
5	87 21		70	87 53		195	88 37		15	89 15		235	89 39		230	89 53	
6	87 21		72	87 53		198	88 38		18	89 16		240	89 39		240	89 53	
7	87 22		74	87 54		201	88 39		21	89 16		245	89 39		250	89 53	
8	87 22		76	87 55		204	88 40		24	89 16		250	89 40		260	89 54	
9	87 23		78	87 56		207	88 40		27	89 17		255	89 40		270	89 54	
10	87 23		80	87 57		210	88 41		30	89 17		260	89 40		280	89 54	
11	87 24		82	87 58		213	88 42		33	89 18		265	89 41		290	89 54	
12	87 24		84	87 59		216	88 43		36	89 18		270	89 41		300	89 54	
13	87 25		86	87 59		219	88 44		39	89 19		275	89 41		310	89 54	
14	87 25		88	88 0		222	88 44		42	89 19		280	89 42		320	89 55	
15	87 26		90	88 1		225	88 45		45	89 19		285	89 42		330	89 55	
16	87 26		92	88 2		228	88 46		48	89 20		290	89 42		340	89 55	
17	87 27		94	88 3		231	88 47		51	89 20		295	89 42		350	89 55	
18	87 28		96	88 3		234	88 47		54	89 21		300	89 43		360	89 55	
19	87 28		98	88 4		237	88 48		57	89 21		305	89 43		15	89 55	
20	87 29		100	88 5		240	88 49		60	89 21		310	89 43		30	89 56	
21	87 29		102	88 6		243	88 50		63	89 22		315	89 44		45	89 56	
22	87 30		104	88 7		246	88 50		66	89 22		320	89 44		60	89 56	
23	87 30		106	88 7		249	88 51		69	89 23		325	89 44		75	89 56	
24	87 31		108	88 8		252	88 52		72	89 2[?]		330	89 44		90	89 56	
25	87 31		110	88 9		255	88 52		75	89 23		335	89 45		105	89 56	
26	87 32		112	88 10		258	88 53		78	89 24		340	89 45		120	89 57	
27	87 32		114	88 10		261	88 54		81	89 24		345	89 45		135	89 57	
28	87 33		116	88 11		264	88 55		84	89 24		350	89 45		150	89 57	
29	87 33		118	88 12		267	88 55		87	89 25		355	89 46		165	89 57	
30	87 34		120	88 13		270	88 56		90	89 25		360	89 46		180	89 57	
31	87 34		122	88 13		273	88 56		94	89 26		6	89 46		195	89 57	
32	87 35		124	88 14		276	88 57		98	89 26		12	89 46		210	89 57	
33	87 35		126	88 15		279	88 58		102	89 27		18	89 47		225	89 57	
34	87 36		128	88 16		282	88 58		106	89 27		24	89 47		240	89 57	
35	87 36		130	88 16		285	88 59		110	89 27		30	89 47		255	89 57	
36	87 37		132	88 17		288	89 0		114	89 28		36	89 47		270	89 58	
37	87 37		134	88 18		291	89 0		118	89 28		42	89 48		285	89 58	
38	87 38		136	88 18		294	89 1		122	89 29		48	89 48		300	89 58	
39	87 38		138	88 19		297	89 1		126	89 29		54	89 48		315	89 58	
40	87 39		140	88 20		300	89 2		130	89 30		60	89 48		330	89 58	
41	87 39		142	88 20		303	89 3		134	89 30		66	89 48		345	89 58	
42	87 40		144	88 21		306	89 3		138	89 30		72	89 49		360	89 58	
43	87 40		146	88 22		309	89 4		142	89 31		78	89 49		20	89 58	
44	87 41		148	88 23		312	89 4		146	89 31		84	89 49		40	89 58	
45	87 41		150	88 23		315	89 5		150	89 32		90	89 49		60	89 58	
46	87 42		152	88 24		318	89 6		154	89 32		96	89 50		80	89 58	
47	87 42		154	88 25		321	89 6		158	89 32		102	89 50		100	89 58	
48	87 42		156	88 25		324	89 7		162	89 33		108	89 50		120	89 58	
49	87 43		158	88 26		327	89 7		166	89 33		114	89 50		140	89 58	
50	87 43		160	88 26		330	89 8		170	89 33		120	89 50		160	89 58	
51	87 44		162	88 27		333	89 8		174	89 34		126	89 50		180	89 58	
52	87 44		164	88 28		336	89 9		178	89 34		132	89 51		200	89 59	
53	87 45		166	88 28		339	89 9		182	89 34		138	89 51		220	89 59	
54	87 45		168	88 29		342	89 10		186	89 35		144	89 51		224	89 59	
55	87 46		170	88 30		345	89 10		190	89 35		150	89 51		260	89 59	
56	87 46		172	88 30		348	89 11		194	89 35		156	89 51		280	89 59	
57	87 47		174	88 31		351	89 11		198	89 36		162	89 51		300	89 59	
58	87 47		176	88 31		354	89 12		202	89 36		168	89 52		320	89 59	
59	87 48		178	88 32		357	89 12		206	89 36		174	89 52		340	89 59	
60	87 48		180	88 33		360	89 13		210	89 37		180	89 52		360	89 59	

Jusques icy sont descrits les sept rombs, & non le huictiesme, d'autant qu'il est cercle parfait, parallel, ou l'equateur mesme; desquels il n'est besoing que de la distance, à quoy la table suivante servira.

DE LA CONSTRUCTION DE LA table du huictiesme romb, ou bien des parallels.

Soit A B C D une sphere, A B C D equateur, E pole F G H parallel, CD un degré comme difference de longitude entre les poincts D, C: soyent menez les quadrans E D, E C, & soit G D; je prens 10 degrez pour la latitude du parallel, parquoy G F sera moindre à D C, cõbien que G F soit 1 degré de son cercle; mais le tout est de pouvoir reduire les arcs des parallels en degrez, & ①, ② de l'equateur, assavoir que les parties de l'equateur soyent mesures des autres, comme si on les vouloit tous remettre sur iceluy pour les mesurer.



Le donné. Soit donc 1 degré de longitude en un parallel qui a 10 degrez de latitude.

Le requis. Il faut trouver combien de ① & ② d'equateur, fait ce degré de parallel.

CONSTRVCTION.

Le raid	10000000.
Donne sinus de complement des 10 degrez	9848078.
Combien 1 degré de l'equateur faisant	60 ①?
Viendra pour le requis	59 ① 5 ②.

Comme il est en la table suivante, & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

Comme le raid de l'equateur, au raid du parallel, ainsi la grandeur d'un arc de l'equateur à la grandeur d'un arc semblable sur le parallel; soit de quelle mesure qu'on les vueille mesurer. Or on compare les arcs du parallel à l'arc mesuré de l'equateur, donc le nombre de solution sera la grandeur de l'arc requis: quant au sinus de G E, complement de D G 10 deg. c'est le raid du parallel.

La construction des tables ainsi declarée, nous y avons adjoinct les tables descrites en la Cosmographie de *Pierre Appian*, premiere partie, chap. 13. comme s'ensuit.

TABLE DU HUICTIESME ROMB, MONSTRANT combien fait 1 degré de chacun parallel, mesuré par ① & ② de l'equateur.

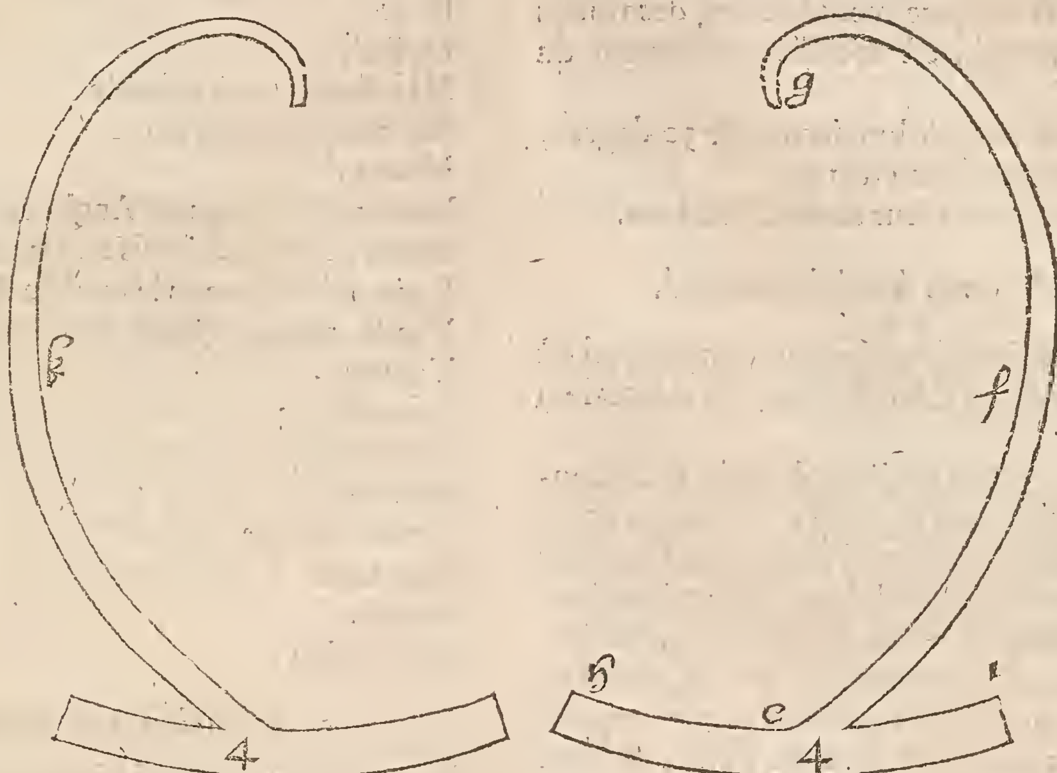
latitude du parallel, deg. ①	1 degré de longit. fait ① ②		latitude du parallel, deg. ①	1 degré de longit. fait ① ②		latitude du parallel, deg. ①	1 degré de longit. fait ① ②		latitude du parallel, deg. ①	1 degré de longit. fait ① ②		latitude du parallel, deg. ①	1 degré de longit. fait ① ②		latitude du parallel, deg. ①	1 degré de longit. fait ① ②	
0 30	59 59	0	16 0	57 40	9	31 0	51 25	16	46 0	41 40	23	61 0	29 5	28	76 0	14 30	30
1 0	59 59	1	16 30	57 31	9	31 30	51 9	17	46 30	41 18	23	61 30	28 37	28	76 30	14 0	31
1 30	59 58	1	17 0	57 22	9	32 0	50 52	17	47 0	40 55	23	62 0	28 10	28	77 0	13 29	31
2 0	59 57	1	17 30	57 13	10	32 30	50 36	17	47 30	40 32	23	62 30	27 42	28	77 30	12 59	31
2 30	59 56	1	18 0	57 3	10	33 0	50 19	17	48 0	40 8	23	63 0	27 14	28	78 0	12 28	31
3 0	59 55	2	18 30	56 53	10	33 30	50 2	18	48 30	39 43	24	63 30	26 46	28	78 30	11 57	31
3 30	59 53	2	19 0	56 43	10	34 0	49 44	18	49 0	39 21	24	64 0	26 18	28	79 0	11 26	31
4 0	59 51	2	19 30	56 33	11	34 30	49 6	18	49 30	38 58	24	64 30	25 49	28	79 30	10 56	31
4 30	59 48	2	20 0	56 22	11	35 0	49 8	18	50 0	38 34	24	65 0	25 21	29	80 0	10 25	31
5 0	59 46	3	20 30	56 11	11	35 30	48 50	18	50 30	38 9	24	65 30	24 52	29	80 30	9 54	31
5 30	59 43	3	21 0	56 0	11	36 0	48 32	18	51 0	37 45	24	66 0	24 24	29	81 0	9 23	31
6 0	59 40	3	21 30	55 49	12	36 30	48 14	19	51 30	37 21	25	66 30	23 55	29	81 30	8 52	31
6 30	59 36	3	22 0	55 37	12	37 0	47 55	19	52 0	36 56	25	67 0	23 26	29	82 0	8 21	31
7 0	59 33	4	22 30	55 25	12	37 30	47 36	19	52 30	36 31	25	67 30	22 57	29	82 30	7 49	31
7 30	59 29	4	23 0	55 13	12	38 0	47 16	19	53 0	36 6	25	68 0	22 28	29	83 0	7 18	31
8 0	59 24	4	23 30	55 1	13	38 30	46 57	20	53 30	35 41	25	68 30	21 59	29	83 30	6 47	31
8 30	59 20	5	24 0	54 48	13	39 0	46 37	20	54 0	35 16	26	69 0	21 30	29	84 0	6 16	31
9 0	59 15	5	24 30	54 35	13	39 30	46 17	20	54 30	34 50	26	69 30	21 30	30	84 30	5 45	31
9 30	59 10	5	25 0	54 22	13	40 0	45 57	20	55 0	34 24	26	70 0	20 31	30	85 0	5 13	31
10 0	59 5	6	25 30	54 9	14	40 30	45 37	21	55 30	34 59	26	70 30	20 1	30	85 30	4 42	31
10 30	58 59	6	26 0	53 55	14	41 0	45 16	21	56 0	33 33	26	71 0	19 32	30	86 0	4 11	31
11 0	58 53	6	26 30	53 41	14	41 30	44 56	21	56 30	33 6	26	71 30	19 2	30	86 30	3 39	31
11 30	58 47	6	27 0	53 27	14	42 0	44 35	21	57 0	32 40	26	72 0	18 32	30	87 0	3 8	31
12 0	58 41	7	27 30	53 13	15	42 30	44 14	22	57 30	32 14	27	72 30	18 2	30	87 30	2 37	31
12 30	58 34	7	28 0	52 58	15	43 0	43 52	22	58 0	31 47	27	73 0	17 32	30	88 0	2 5	31
13 0	58 27	7	28 30	52 43	15	43 30	43 31	22	58 30	31 21	27	73 30	17 2	30	88 30	1 34	31
13 30	58 20	7	29 0	52 28	15	44 0	43 9	22	59 0	30 54	27	74 0	16 32	30	89 0	1 2	31
14 0	58 13	8	29 30	52 13	16	44 30	42 47	22	59 30	30 27	27	74 30	16 2	30	89 30	0 31	31
14 30	58 5	8	30 0	51 57	16	45 0	42 25	22	60 0	30 0	27	75 0	15 31	30	90 0	0 0	31
15 0	57 57	8	30 30	51 41	16	45 30	42 3	23	60 30	29 32	27	75 30	15 1	30			
15 30	57 49																

Ayant

Ayant ainsi descrit les 7 rombs, de degré en degré de longitude, combien ils ont de latitude, d'où appert comment on les pourra descrire sur les Globes terrestres avec grand' certitude, avec des poincts, puis des lignes de l'un à l'autre, pour chacun romb : Les tables servent aussi pour esprouver si les rombs desia faicts sur les Globes qu'on rencontre sont bien ou non.

DE LA FABRIQVE DES ROMBS DE CUIVRE.

Ce ne seroit pas chose mal à propos de faire 7 Rombs de cuivre à droit, & 7 à gauche, avec un reglet H I pour poser sur l'equateur, afin que le romb soit bien posé sur le Globe, qu'ils soient aussi concaves pour convenir sur



la superfice du Globe; & les marquer 1, 1, 2, 2, &c. comme cy dessous, pour denoter le quantiesme romb est un chacun, & s'il y a beaucoup de tours, qu'ils soyent retenus comme le suivant, d'autant qu'estant autrement trop foible, il seroit inutile; mais ceux qui ne font pas de tours de suffisante longueur, pourront estre faits un peu plus



larges sans retinacle, comme les quatriesmes icy de Noord-oost & Zud-west, ils pourroyent apporter beaucoup de facilité; car de tracer sur les Globes à tous momens, cela est fascheux, ils seront propres pour les choses suivantes aussi; touchant les parallels on n'a que faire d'en faire de cuivre.

Conclusion. Nous avons donc marqué des rombs, selon le requis.

PROPOSITION V.

Estant donnée la difference des longitudes, de deux lieux de mesme latitude, aussi leur latitude; trouver leur romb & distance.

NOTEZ.

Nous resoudrons les propositions suivantes en trois manieres, assavoir par les rombs de cuivre, & par le Globe où les rombs sont marquez, ce qui est Mechaniquement, puis Mathematiquement par les nombres.

Or ceste-cy ny la suivante n'ont besoing des rombs de cuivre, d'autant qu'il est necessaire seulement du huictiesme.

Le donné. La difference de longitude soit 30 degrez, & la latitude commune soit 24 degrez.

Le requis. Il faut trouver leur romb & distance.

1 *Operation, avec le Globe marqué.*

Puis que les deux lieux sont de mesme latitude, il est certain que leur romb est le huictiesme, Occidental ou Oriental.

Pour la distance, si les deux lieux donnés, se rencontroyent sur un parallel marqué, il ne faudroit que prendre la longueur dudit parallel avec le compas, l'ouvrant si peu que la difference entre la ligne droite imaginée entre ses deux pointes & la courbe du Globe, soit imperceptible, comme l'ouverture soit de 1 degré de l'equateur, alors on auroit assez pres la distance requise: toutefois tant plus que c'est pres du pole, & tant moins y auroit-il de certitude ainsi, au contraire le plus pres de l'equateur, seroit avec moindre erreur: & finalement on trouvera que la distance requise sera 27 deg. 24 ①.

Que si le parallel n'est marqué sur le Globe, on ensuivra par discretion son arc le mieux qu'on pourra: ce qui pourra servir de guide, maniant le cours du compas parallel au prochain cercle parallel.

NOTEZ.

On pourroit requerir combien de lieuës feroyent les susdits 27 deg. 24 ①, ce qui ne pourroit pas bien estre defini en general, veu que chaque pays fait les lieuës selon que bon luy semble. Et partant doresenavant nous conterons les distances par degrez seulement, laissant les lieuës à la volonté de ceux qui les voudront adapter, chacun à la maniere de son pays. On conte ordinairement qu'un degré est 18 heures de chemin, comme on marche communement: Et chacune heure de 8000 pas, ou 1500 verges de Rinlande, tellement que le pas revient à $2\frac{1}{4}$ pieds de Rinlande. Mais toutefos il seroit à desirer que les Mariniers usassent de degrez & ① pour s'entendre l'un l'autre d'autant mieux.

ALB. GIRARD.

Le docte Snellius *a mesuré la grandeur d'un degré, & l'a trouvé estre de* 28500 *verges de Rinlande, & en a fait un traité particulier, intitulé* Eratosthenes Batavus: *Or chacune verge contient* 12 *pieds de Rinlande, lesquels s'accordent avec les pieds Romains; le mesme Autheur prend* 19 *heures de chemin pour un degré; chacune de* 18000 *pieds de Rinlande; mais on souloit tousiours conter* 15 *lieuës d'Alemaigne pour un degré, tellement qu'au mesme compte chacune feroit* 22800 *pieds. Touchant les Tables des Rombs il en a fait aussi un livre particulier, intitulé* Tiphys Batavus, *duquel il me souvient m'avoir dit autrefois que la maniere de calculation qu'il monstre là, est plus facile & plus exacte de beaucoup que l'ordinaire: finalement à ce compte-la seroit, comme* Snellius *escrit,*

Le diametre de la terre 3265860 verges de Rinlande.
Le circuit d'icelle 10260000 verges.
La superfice 33507717774840 verges quarrees.
Et la solidité 18238592203779153264 verges cubiques:

Le pied de Rinlande, ou de Rome, estant de 1000 *parties.*

Le pied d'Amsterdam sera de	904.
Dort	1050.
La Brille	1060.
Midelbourg en Zeelande	960.
Anvers, aussi Louvain	909.
Malines	890.
Londres & par toute l'Angleterre	968.
Breme, aussi Hafniensis en Danemarc	934.
Paris, selon Buteon le pied de Roy, environ	1055.
Venise, environ (selon Bonaj. Lorini.)	1120.
Tolette	867.
Noremberg	974.
Straesburg	891.
Bavierre	924.
Grece antique	1042.
Babylone	1172.
Samien	1200.
Antiochien	1360.

2 *Operation, par les nombres.*

Pource que les deux latitudes sont egales, le romb sera le huictiesme: Et alors cerchant dans la table d'iceluy en la quatriesme proposition, la latitude donnée 24 deg. on trouvera qu'un degré de longitude sera 54①, 48 ②: Disant donc, si 1 degré de longitude fait 54①, 48②, combien les 30 degrez donnés de longitude? viendra 27 deg. 24① pour la distance requise, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc données les differences de longitude, &c.

PROPOSITION VI.

Estant donnée la distance, aussi la latitude de deux poincts sur la terre, de mesme latitude: trouver leur romb, & la difference de longitude.

Le donné. Soyent deux poincts distans de 27 deg. 24①, & leur latitude 24 degrez.

Le requis. Il faut trouver leur romb, & la difference de longitude.

1 *Operation, par le Globe marqué.*

Premierement le romb sera le huictiesme, à cause qu'ils sont de mesme latitude.

Puis il ne faut que marquer les deux poincts sur le Globe, prenant 1 degré de l'equateur avec le compas, & faire une distance de 27 deg. 24① sur le Globe, faisant tourner les extremitez sous le meridien, alors on aura sur l'equateur la difference de longitude, assavoir de 30 deg.

2 *Operation, par les nombres.*

D'autant que les deux latitudes données sont egales, le romb requis sera le huictiesme.

Pour trouver la difference des longitudes, il faut cercher (en la table du huictiesme Romb descrite à la quatriesme proposition) la latitude de 24 degrez, où se rencontre 54① 48② pour la difference de longitude de 1 degré; disant puis apres 54① 48② donne

1 degré, combiem 27 deg. 24①? viendra 30 degrez pour la difference de longitude requiſe.

Concluſion. Eſtant donc donnée la diſtance, auſſi la latitude, nous avons trouvé leur romb, & la difference des longitudes, ſelon le requis.

Proposition VII.

Le romb & latitudes de deux poincts eſtant donnés: Trouver la difference des longitudes & leurs diſtances (lors que les latitudes ſont inegales.)

On ſçait que ſi les latitudes eſtoyent inegales, que le romb requis ſeroit le huictieſme; & ſi c'eſtoit le huictieſme que les latitudes ſeroyent egales; & puis que la difference des longitudes, & la diſtance, ſe trouvent icy par diverſes latitudes, & qu'à ce que deſſus il n'y en a point; on ne pourroit par ce moyen trouver la difference des latitudes, ny la diſtance: c'eſt donc à ceſte fin que la parentheſe eſt inſerée en la propoſition, d'où s'enſuit que quand les latitudes ſont preſques egales, asſçavoir que le romb eſt fort pres du huictieſme, qu'alors la ſolution en ſera d'autant moins exacte.

Le donné. Soit des deux poincts propoſés l'une latitude Occidentale 5 deg. 59①, & l'autre latitude 28 deg. 42①, & leur romb ſoit le quatrieſme.

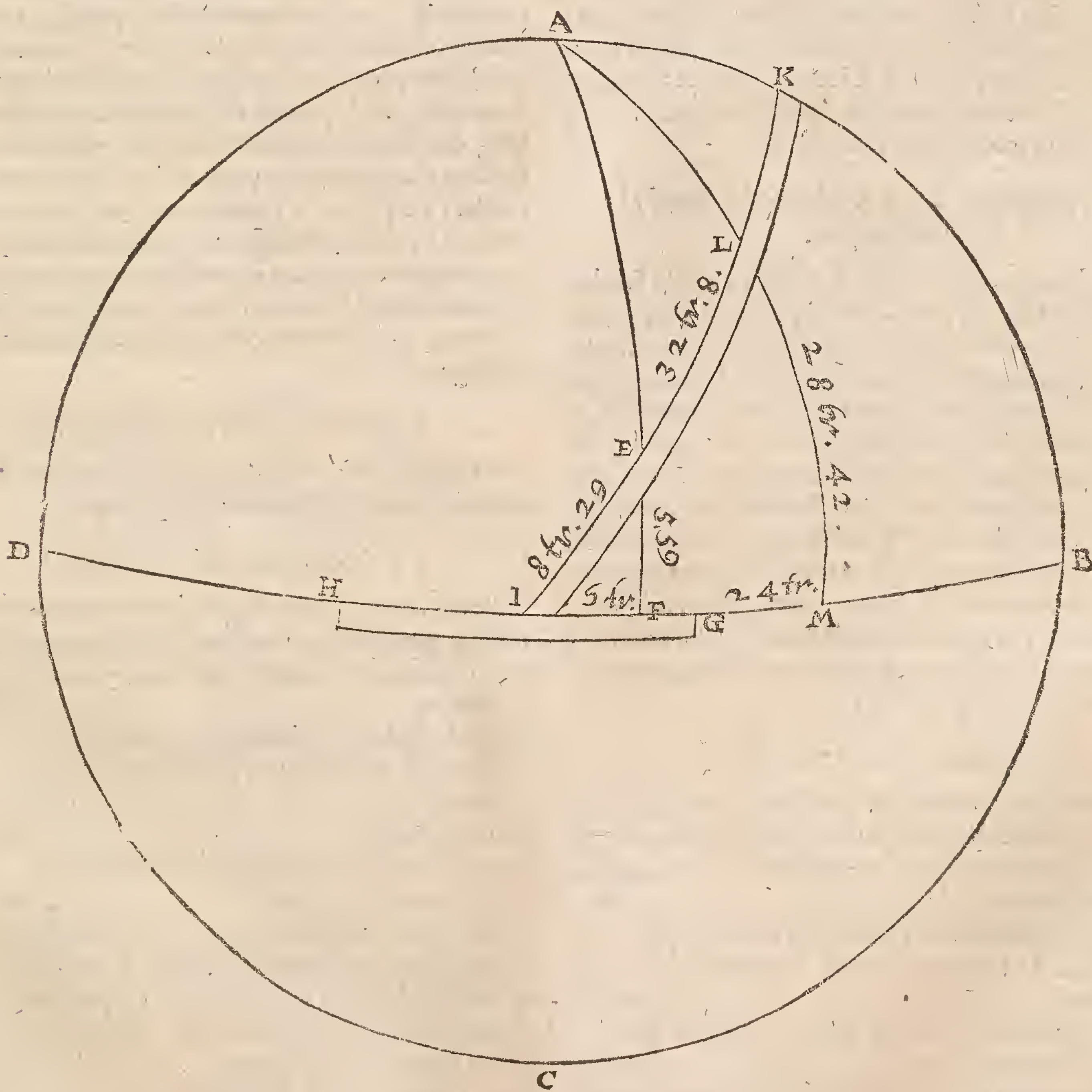
Le requis. Il faut trouver la difference de leurs longitudes, & leur diſtance.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit A B C D un Globe terreſtre, A pole, B D l'equateur, ſur lequel ſoit marqué un poinct occulte E, ainſi que ſa latitude F E ſoit 5 deg. 59① pour celle du poinct Occidental; & adapte le quatrieſme romb de cuivre H G I K (ſelon l'hypotheſe) ſur le Globe, tellement que ſa reigle H G ſoit ſur l'equateur, & le romb I K paſſe par le poinct E: D'avantage tournant le Globe vers l'Occident (pource que l'autre poinct eſt vers l'Orient) juſques à ce que le romb coupe le meridien en la latitude donnée de 28 deg. 42①, comme en L, alors on trouvera que F M la difference des longitudes ſera 24 degrez; & E L la diſtance de 32 deg. 8①, laquelle on meſurera ſelon qu'il a eſté monſtré en la premiere operation de la cinquieſme propoſition.

2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marquez.*

Ayant trouvé le quatrieſme Romb marqué ſur le Globe, je le tourne ſous le meridien juſques à ce qu'il coupe le romb en la latitude de 5 deg. 59①, pour le poinct E Occidental, & tournant le Globe ſous le meridien vers l'occident (pource que l'autre poinct eſt Oriental) juſques à ce que le meridien coupe le romb en la latitude de 28 deg. 42①, puis meſurant la diſtance E L ſelon la premiere operation de la cinquieſme propoſition, qu'on trouvera de 32 deg. 8①; quant à la difference des longitudes F M, on la trouvera marquée ſur le Globe de 24 degrez.



3 *Operation, par les nombres.*

Cherchant à la table de la quatrieſme propoſition, le quatrieſme romb donné, regarde quelle longitude & diſtan-

& distance se rencontrent alendroit des deux latitudes données, & trouve alendroit de la moindre latitude de 5, 59 ① longit. 6 deg. dist. 8, 29 ①.
Et de l'autre, qui est de 28, 42 ① longit. 30 deg. dist. 40, 37 ①.
Desquels soustraits les premiers en l'ordre, restera pour le requis longit. 24 deg. dist. 32, 8 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Le romb donc & latitudes de deux poincts estant donnez; nous avons trouvé la difference des longitudes, & leur distance (lors que leurs latitudes sont inegales) selon le requis.

Proposition VIII.

Estant données les latitudes, & la difference des longitudes de deux poincts: trouver leur romb, & leur distance.

Le donné. Soit la latitude du poinct occidental de 5 deg. 59 ①; l'autre de 28 deg. 42 ①; la difference des longitudes 24 deg.

Le requis. Il faut trouver leur romb, & leur distance.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Si ces poincts n'estoyent marqués sur le Globe, on les y marquera, suivant l'hypothese, & soyent E, L en la figure precedente, puis on choisira un romb, d'entre les 7 de cuivre, lequel estant adapté sur l'equateur, quant à sa regle HG, puisse d'autre costé passer par E, L, on trouvera que c'est le quatriesme romb; dont la distance se mesurera le long d'iceluy entre les poincts E, L, selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, & se trouvera de 32 deg. 8 ①.

2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.*

Si les deux poincts estoyent marqués sur le Globe, & qui plus est sur un mesme romb, il s'ensuit qu'on auroit les requis; autrement on choisira un romb, sur lequel on fera un poinct, ayant la latitude donnée (par le moyen du meridien) & soit l'occidental; puis faisant tourner le Globe vers l'occident, en sorte que 24 degrez de l'equateur passent sous le meridien, alors si l'intersection du romb choisi, & du meridien, est selon l'autre latitude donnée, le romb choisi sera le requis: sinon, il en faut prendre un autre, jusques à ce qu'on aye ce qu'on cerche, & on trouvera que c'est le quatriesme romb; & pour avoir la distance, on la mesurera selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, qui sera de 32 deg. 8 ①.

3 *Operation, par les nombres.*

Cerchant en la table de la quatriesme proposition la moindre latitude donnée de 5 deg. 59 ①, en quelque romb, comme choisissant le quatriesme, & annotant la longitude trouvée de 6 deg.
De mesme cerchant dans le mesme romb la longitude de la latitude donnée, 28 deg. 42 ①, trouvant 30 deg.
La difference des deux longitudes de dedans les tables sera donc 24 deg.

Que si ce reste n'estoit egal, ou fort pres de la difference de longitude donnée, il faudroit choisir un autre romb, jusques à ce qu'on ayt ce qu'on cerche: parquoy le romb requis sera le quatriesme.

Et pour avoir la distance, on aura les deux distances dans le mesme quatriesme romb, alendroit des deux latitudes, assavoir 8 deg. 29 ①; & l'autre de 40 deg. 37 ①, dont leur difference est 32 deg. 8 ① pour la distance desirée, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc données les latitudes, &c.

Proposition IX.

Estant données les latitudes, & distance de deux poincts: Trouver leur romb, & la difference des longitudes.

Notez.

S'il advient que cognoissant les latitudes, & la distance de deux poincts, assavoir la distance par conjecture, en faisant le voyage, & desirant sçavoir le romb, & la difference des longitudes pour regler le second voyage mieux que le premier, ou pour les marquer sur le Globe; ou y estant marquez recognoistre si son compte revient à iceluy, ceste proposition servira à cela mesme.

Le donné. Soit la latitude du poinct occidental 5 deg. 59 ①, & de l'autre 28, 42 ①, & leur distance 32 deg. 8 ①.

Le requis. Il faut trouver leur romb & la difference des longitudes.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit un Globe terrestre, (voyez la figure de la septiesme proposition precedente) & pour trouver le romb, je marque E, le poinct occidental, qui est 5, 59 ① de latitude, (ou l'autre poinct n'importe) & ayant choisi l'un des rombs, & adapté, assavoir sa regle sur l'equateur, & la monstre par le poinct E, je mesure avec le compas le long d'iceluy ma distance cognuë, (selon la maniere descrite à la cinquiesme proposition en la premiere operation) de 32 deg. 8 ①, terminant en L; que si la latitude de L, est de 28 deg. 42 ①, le romb choisi sera le requis, autrement on en prendra un autre, & on fera comme dessus: finalement on trouvera que c'est le quatriesme, & la difference des longitudes sera FM de 24 degrez.

2 *Operation, par le Globe marqué.*

Choisissant un romb marqué on fera tout de mesme qu'en la premiere operation precedente.

3 *Operation, par les nombres.*

Pour trouver le romb, cerchez en la table de la quatriesme proposition l'une latitude 5 deg. 59 ①, en l'un des rombs qu'on choisira, & soit le quatriesme, trouve la distance 8 deg. 29 ①.
Auquel adjousté la distance cognuë (je dis adjousté, pource que j'ay pris la moindre latitude) 32 deg. 8 ①.
Viendra distance 40 deg. 37 ①.
Lequel (dans le mesme romb) se rapporte à la latitude 28 deg. 42 ①.

Et d'autant qu'elle se rapporte à la latitude donnée, on conclura que le romb choisi sera le requis: puis pour avoir la difference des longitudes, je cerche dans le mesme romb, la longitude alendroit d'une des latitudes 28 deg. 42 ①, & trouve 30 degrez.
Et de l'autre donnée de 5, 59 ① 6 degrez.
La difference des longitudes requise sera donc 24 degrez.
Dont la demonstration est notoire.

Conclusion. Estant donc données les latitudes & distance, &c.

Propo-

PROPOSITION X.

Ayant le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & latitude de l'un: Trouver l'autre latitude, & la distance.

Le donné. Soit le quatriesme romb, la difference des longitudes 24 deg. & la latitude mineure 5 deg. 59 (I), pour le poinct occidental.

Le requis. Il faut trouver la distance & la latitude de l'autre poinct.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la septiesme proposition marqué le poinct E, de la latitude donnée 5, 59 (I) pour le poinct occidental, & ayant adapté le romb par iceluy, & sa regle sur l'equateur G H, marquant aussi par le moyen du meridien la diff. des longitudes, on trouvera l'autre latitude (du poinct oriental) de 28 deg. 42 (I), & la distance de 32 deg. 8 (I), selon la maniere descrite à la cinquiesme proposition, premiere operation.

2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marqués.*

On fera de mesme qu'en la premiere operation.

3 *Operation, par les nombres.*

Je cerche la latitude donnée 5 deg. 59 (I) en la table de la quatriesme proposition au quatriesme romb donné, & trouve y convenir la distance 8 deg. 29.
La longitude 6 deg.
A laquelle adjoustée la difference des longitudes donnée (je dis adjoustée, d'autant que c'est la moindre latitude, si c'estoit la majeure, il faudroit soustraire) faisant 24 deg.
Viendra longitude 30 deg.
A laquelle correspond dans les tables pour l'autre latitude requise 28 deg. 42.
Aussi la distance 40 deg. 37.
Laquelle differe du 8, 29 premier en l'ordre de 32 deg. 8 (I).
Pour la distance requise, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Ayant donc le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & la latitude de l'un, nous avons trouvé l'autre latitude, & la distance, selon le requis.

PROPOSITION XI.

Cognoissant le romb de deux poincts, & la distance, aussi la latitude de l'un: Trouver la latitude de l'autre.

Le donné. Soit donné le quatriesme romb; & la latitude du poinct occidental & la moindre, 5 deg. 59 (I), & la distance 32 deg. 8 (I).

Le requis. Il faut trouver la latitude de l'autre, & la difference des longitudes.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la septiesme proposition, marqué le poinct E sur un Globe, de la latitude donnée, par lequel faisant passer un romb, adapté comme il faut, & mesurant la distance le long d'iceluy vers l'orient, trouve le poinct L, & sa latitude 28 deg. 42 (I), & la diff. des longitudes 24 degrez.

2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.*

Ceste operation n'a quasi rien de different avec la precedente, qui ne soit tres-facile.

3 *Operation, par les nombres.*

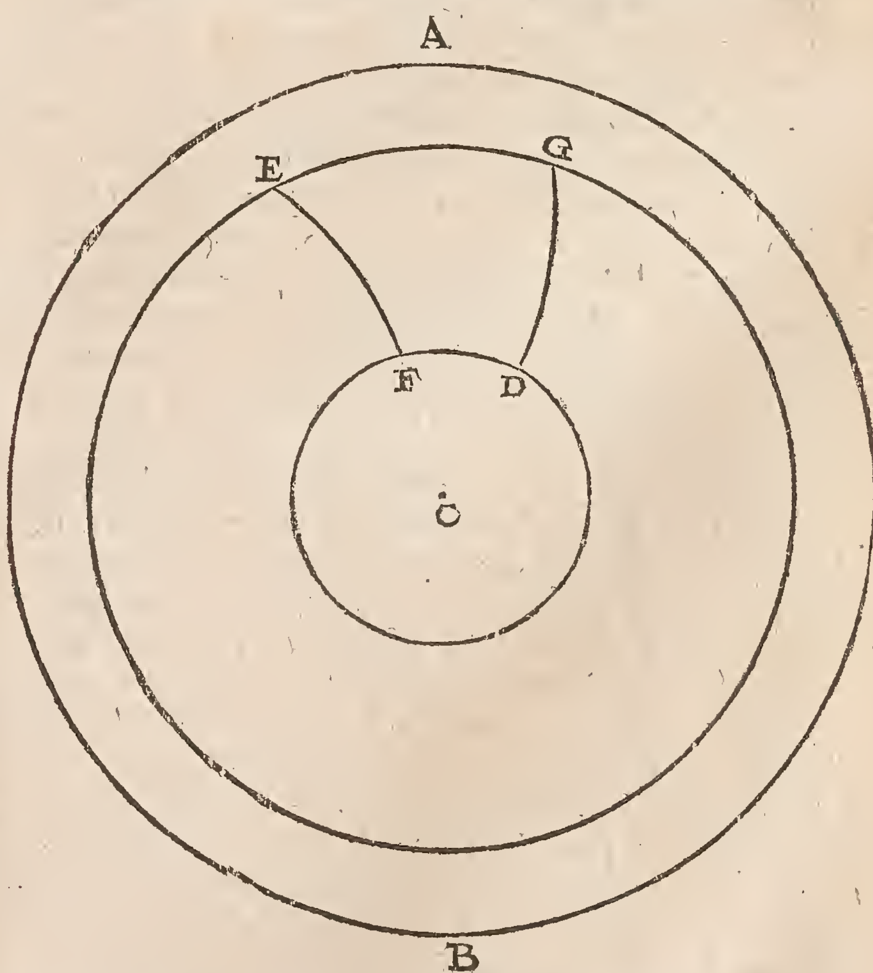
Je cerche dans la table du quatriesme romb, & trouve convenir à la latitude donnée, la longitude de 6 deg.
Et la distance 8 deg. 29 (I).
A laquelle adjoustée la distance donnée (je dis adjoustée, parce que la latitude donnée est la moindre, autrement si elle estoit la majeure, il faudroit soustraire) faisant 32 deg. 8 (I).
Viendra distance 40 deg. 37 (I).
Icelle cerchée dans la susdite table du quatriesme romb, on trouvera qu'elle convient avec la latitude requise du deuxiesme poinct 28 deg. 42 (I).
Et tont joignant y a la longitude de 30 deg.
Dont la difference d'avec 6 degrez premier en l'ordre, pour la difference de longitude requise, 24 deg.
Dequoy la demonstration est manifeste.

Conclusion. Cognoissant donc le romb de deux poincts, & la distance aussi la latitude de l'un; nous avons trouvé la latitude de l'autre, selon le requis.

NOTEZ.

Nous avons parlé cy-dessus du cours droit & oblique; mais és grands voyages maritimes, on se sert (lors qu'il vient à poinct) d'un autre, qui est composé d'iceux, assavoir du huictiesme romb, & d'un meridien, duquel nous parlerons maintenant. Soit à la figure suivante A B le Globe terrestre, A B l'equateur, C le pole arctique, & D, E, sont deux poincts de diverses longitudes & latitudes, par lesquels passent les parallels D F, E G; Or pour naviguer de E vers D, non en cours droit ny oblique, comme dessus, mais bien le long d'un meridien, & huictiesme romb; On va premierement de E droit vers le Nort, sur le meridien E, F, jusques à ce qu'on vienne dans la latitude de D, c'est jusqu'à F, puis on tourne vers l'occident, demeurant tousiours sur la mesme latitude, c'est à dire sur le huctiesme romb, tant qu'on parvienne à D.

Notez qu'on pourroit bien premierement aller de E



vers l'occident, jusques à G, assavoir jusques à ce qu'on ayt la longitude de D, puis de G droit vers le nort en D; toutes-

toutesfois il ſeroit meilleur de tirer premierement vers F, & de F vers D, s'il n'avient qu'on ſoit empeſché du vent, ou du courant de l'eau, pource qu'on eſt plus certain de F juſques à D meſme latitude, que de G vers D, meſme longitude; joinct que faillant alors on pourroit arriver trop orientalement ou trop occidentalement de D; voire D eſtant une petite Iſle, il pourroit arriver (comme de fait il arrive ſouvent) qu'on ne ſçauroit ſi D eſt vers l'orient ou l'occident, nonobſtant qu'on ayt la vraye latitude. Mais venant de E vers F, ſoit qu'on faille quelque peu en ſe deſtournant vers l'orient, ou l'occident, il n'importe, car on ne laiſſe d'aller vers l'occident eſtant en F, pour recontrer D.

En ceſte maniere on va bien ſeurement, & ſans les calculations precedentes, mais c'eſt un plus long chemin, comme on l'apperçoit en la figure.

Alb. Girard.

C'eſt encor le plus long, & moins certain, d'aller par E G D, *que par* E F D, *d'autant que combien que* E F *ſoit egale à* G D, *neantmoins ſi* F D *eſt plus pres du pole, que* E G, *(ou ce qui eſt tout un, ſi* F D *eſt de moindre cercle, que non pas* E G *) alors* F D *ſera plus courte que* E G.

APPENDICE des Rombs.

Chapitre I.

Sur l'ordre des rombs.

Aucuns, comme *Robert Hues*, comptent les rombs depuis le meridien vers l'equateur; prenant celuy de Nord à l'Ooſt le premier, puis Nord-nord-ooſt le ſecond, &c. Autres, comme *Edvvart VVright*, les comptent de l'equateur vers le meridien: prenant celuy de Ooſt à Nord le premier; puis Ooſt-nord-ooſt le ſecond, &c. Mais afin d'eviter confuſion, il ſeroit bon que tous les appellaſſent de meſme, & le meſme ordre: & quant à la maniere de *Robert Hues*, elle me ſemble meilleure, d'autant qu'ainſi les paralleles ſeront rombs, aſſavoir les huictieſmes; mais ſelon l'autre ils ne ſeroyent rombs, & toutefois ils ne ſont directs, comme les cercles majeurs; auſſi qu'il faudroit trop diſtinguer, diſant le premier romb eſtre apres l'equateur, & autrefois apres un parallele.

Chapitre II.

Des fautes és nombres des rombs, faits par Petrus Nonius.

Apres que les Portugais & Eſpagnols, eurent entrepris de naviger ſur la haute mer, & ayant fait grande diligence à remarquer pluſieurs choſes ils ont mis en memoire quelques qualitez & proprietez des rombs, deſquels le fameux *Pierre Nugnez* voulant traiter, a eſcrit des nombres, pour deſcrire leur figure, mais non pas bien ſelon mon jugement: ce que je ne dis pas, pour le diffamer, car le fondement ſur lequel il avoit baſti ſon calcul, ſembloit ſi certain d'abord, que les plus experimentez euſſent peu faillir par l'apparence exterieure, tellement que s'il euſt eu occaſion de l'eſprouver, comme il eſt arrivé aux autres, ſans doute il euſt auſſi trouvé le defaut.

Donc au vingt-troiſieſme chapitre de ſon deuxieſme livre *de Reg. & inſtr.* il conclud que les ſinus des arcs entre le pole & le romb, ſont en continuelle proportion: comme en la figure precedente de la troiſieſme propoſition, (où nous prenons R Z eſtre le quatrieſme romb) que comme le ſinus de M R au ſinus de M X, ainſi le ſinus du meſme M X au ſinus de M Y, & de meſme des autres; aſſavoir, ainſi le ſinus dudit M Y au ſinus de M A, & de M A à celuy de M B, & de M B à celuy de M Z, &c. Et par conſequent comme le ſinus de M R au ſinus de M X, ainſi ſinus de M B au ſinus de M Z: Or que cela ſoit faux il appert clairement que le triangle MRX, a trois termes cognus, comme M R 90 degrez, l'angle MRX 45 degrez, & l'angle RMX 1 deg. par leſquels on trouvera le coſté M X de 89 degrés, ſon ſinus 9998: ainſi que le ſinus de M R a telle raiſon au ſinus de M X, que comme 10000 à 9998. Soit maintenant le romb de R juſqu'à B, produit ſi pres du pole que M B face 10 degrez, ſon ſinus eſt 1736. Cela ainſi poſé, le ſinus de M Z devroit faire 1736, car diſant, ſinus de M R 10000, donne ſinus de M X 9998, combien ſinus de M B 1736? viendra un ſinus lequel devroit eſtre pour M Z, comme il a eſté dit, de 1736: mais qu'iceluy ne le puiſſe pas eſtre, ſe peut demonſtrer ainſi: Le triangle M B Z a 3 termes cognus, M B 10 degr. l'angle M B Z 45 deg. & l'angle B M Z 1 degré: par leſquels on trouvera le coſté M Z (par la 42 propoſition des triangles ſpheriques) de 8 degrez 33 ①, dont le ſinus eſt 1487 bien differant du precedent 1736, lequel devroit eſtre ainſi, s'ils eſtoyent proportionnaux, comme il dit. Tellement qu'au lieu que l'arc n'eſt que 8 degrez 33 ①, elle ſeroit 10 degrez: qui differe 1 deg. 27 ①, & d'autant eſt elle trop. D'avantage telle faute ſe trouvant jà ſi grande ſur une regle de trois, combien ſeroit-elle augmentée, ſi on euſt fait toutes les regles de trois depuis un bout qui eſt quadrant, juſques à l'autre, qui approche de 10 degrez le pole.

Chapitre III.

Des fautes qui ſont dans les tables des Rombs d'Edwart Wright.

Les Anglois ſuivent les Portugais, & Eſpagnols, au faict de la Navigation, leſquels regardans de pres la qualité des rombs, ont recogneu la faute de *Nonius*, & pour ramelioration ont eſté nagueres miſes en lumiere les tables des Rombs d'*Edvvart VVright*, comme celles qui ſont en la quatrieſme propoſition precedente, leſquelles approchent plus pres de la choſe meſme: La preuve par où j'ay remarqué ceſte proximité, eſt qu'en cerchant les latitudes du quatrieſme romb ſelon la premiere maniere de la quatrieſme propoſition (en laquelle l'operation eſt facile par continuelles additions, ſans multiplications ny diviſions, d'autant que la tangente de 45 degrez & le ſinus total ſont egaux) juſques à la longitude de 78 degrez, là où je trouvay convenir 61 deg. 26 ①: Mais dans les tables de *VVright* on trouve 61 deg. 14 ①, ſeulement 12 ① de difference en ſi long interval: Et qui plus eſt que j'eſtois certain que le vray nombre devoit eſtre moindre que leſdits 61 deg. 26 ①, en fin je preſumay pour lors que les tables approchoyent fort pres du vray: mais je n'ay pas recerché la meſme preuve des autres rombs, à cauſe d'autres empeſchements. Toutefois le vray fondement n'y eſt pas, comme je declareray preſentement.

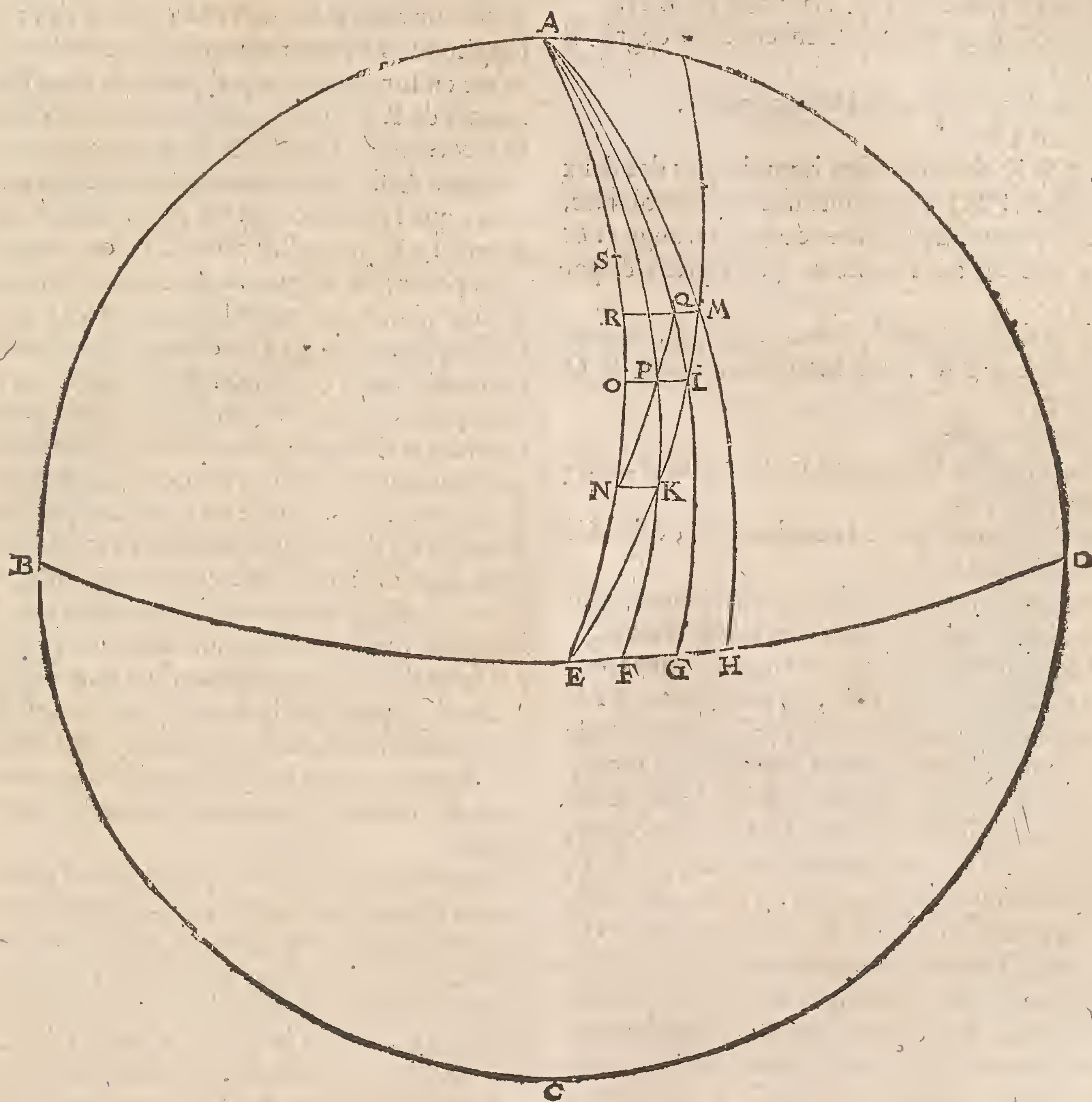
Theo-

THEOREME.

Comme la declinaiſon du romb de l'equateur progrediant d'un degré de longitude ; à la declinaiſon ſuivante, d'un degré en longitude ; ainſi fort pres la ſecante par le commencement du dernier progrés, à la ſecante par le commencement du premier progrés.

Le donné. Soit A B C D le Globe terreſtre, A ſon pole, B E D l'equateur, où ſont marquez les 4 poincts E, F, G, H, diſtans 1 degré l'un de l'autre, & par où paſſent 4 meridiens, A E, &c. puis ſoit E I un romb (comme par exemple, le premier) coupant les meridiens és poincts K, L, M, par où l'on fait paſſer des paralleles N K, L O, M R coupans les meridiens en P, Q, puis ſoit un premier Romb, paſſant par les 3 poincts N, P, Q, qui doit eſtre de meſme, & egal à K L M.

Ce qu'eſtant ainſi, F K eſt la declinaiſon du romb, depuis l'equateur juſques à ſa progreſſion d'un degré de longitude : c'eſt aſſavoir que le romb ayant fait ſon progrés de E juſques à K, recevant du changement en ſa longitude d'un degré E F, ſa declinaiſon de l'equinoctial (qui eſt icy latitude) ſera F K, ou bien E N de meſme en dira-on de N O, qui eſt declinaiſon du romb, ayant fait ſon progres de K en L d'un degré de ſurplus en longitude. Semblablement O R ſera la declinaiſon d'un degré de ſurplus en longitude, faiſant



progrez de L en M. Tellement que N Q, eſt la declinaiſon d'un degré de longitude, & O R declinaiſon d'un degré de progrés de ſurplus en longitude.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme N O à O R, ainſi fort pres la ſecante du centre du Globe par le poinct L commencement du dernier progrez L M, à la ſecante par K, commencement du premier progrés K L : mais la ſecante par N, eſt egale à celle de par K : & celle de par O egale à celle de par L, parquoy faut demonſtrer que comme N O à O R, ainſi la ſecante par O, à la ſecante par N.

Pour dire à quelle fin cecy eſt fait, & declarer le deſſeing ſommairement, c'eſt que les ſuſdits nombres des tables ſeront demonſtrez n'avoir ceſte proprieté, & partant ne ſont pas fort precis. D'avantage comment par tel fondement on pourroit faire des tables certaines, combien que ce ſoit par un moyen plus difficile.

DEMONSTRATION.

Soit à la premiere figure de la premiere definition de la conſtruction des tables de ſinus : là où le triangle A B I eſt ſemblable au triangle A F C, & partant,

Comme I A à A B ainſi, C A à A F ;

Mais A B, A C ſont egales, auſſi G C, A F ;

Donc, comme I A à A B, ainſi A B à G C.

Or I A eſt ſecante de B C ; A B eſt le raid, & G C eſt ſinus de complement : parquoy,

Comme la ſecante d'un arc, au raid ;

Ainſi le raid, au ſinus de complement.

Ce qu'eſtant ainſi, nous viendrons à la figure de ce Theoreme, & par ce qui a eſté dit,

Comme la ſecante par N, (de l'arc N E) au raid :

Ainſi le raid, au ſinus de complement de N E qui eſt ſinus de A N, & pour le dire plus briefvement :

Com-

Comme la secante par N, au raid:
Ainsi le raid, au sinus de A N.

Puis derechef,

Comme secante par O, au raid:
Ainsi le raid, au sinus de A O.

Et d'autant qu'à chaque fois le raid est moyen proportionel, il s'ensuit, que,

Comme la secante par N, à la secante par O;
Ainsi le sinus de A O, au sinus de A N.

Mais comme ce sinus de A O à celuy de A N, ainsi la circonf. sur le raid du sinus de A O, (c'est la circonf. d'où L P est partie) à la circonf. sur le raid de A N (c'est la circonf. d'où K N est partie) parquoy,

Comme secante par N, à secante par O, ainsi la circonf. totale de L P, à la totale de K N.

Et puis que L P & K N sont chacune un degré, il s'ensuit que,

Comme secante par N, à secante par O,
Ainsi L P à K N.

Mais L P & K N sont costez homologues des deux triangles Q L P, P K N, qui sont assez prés semblables, à cause de la parvité des costez & egalité d'angles: & pourtant a esté dit au Theoreme (fort pres) & par consequent:

Comme secante par N, à secante par O,
Ainsi Q L à P K: ou bien leurs egales R O à O N:

Et par raison renversée,

Comme N O à O R, ainsi secante par O, à secante par N.

Conclusion. Comme donc la declinaison, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

Ceste proportion estant ainsi demonstrée, nous viendrons à la manifestation des fautes des tables susdites.

Soit E I le premier romb, duquel nous devons trouver les deux latitudes F K, G L: Et pour trouver F K premierement: le triangle K F E (pris pour triangle plan, comme il a esté pris pour tel és tables) a 3 termes cognus, l'angle K E F, 78 deg. 45 ①, K F E droit, & F E 1 degré: cerchant donc K F, (selon le raid de 10000000, jusques aux ②) on le trouvera estre de 5, 1 ①, 38 ②; mais E N & F K sont egales, partant E N fait aussi 5 deg. 1 ①, 38 ②; cognoissant donc E N, & cognoistre N O par le moyen du Theoreme precedent. Secante par N, (c'est de N E 5, 1 ①, 38 ②) faisant 10038616 donne secante par E faisant 10000000 (que nous appellons secante pour la generalité du nom) combien N E arc de 5 deg. 1 ①, 38 ②? viendra pour l'arc N O 5 deg. 0 ①, 28 ②: lesquels adjoustez à N E 5, 1, 38 ② viendra E O, ou pour la requise G L 10 degr. 2 ①, 6 ②: Et autant vient-il suivant la premiere maniere de la construction des tables des rombs, en la quatriesme proposition, car N K comme base du triangle rectangle P K N fait 59 ①, 46 ②, par lesquels, suivant la regle de la Trigonometrie plane, on trouve K P, ou N O, 5 deg. 0 ①, 28 ②, & par consequent E O, en la perfection susdite. Mais non pas par la deuxiesme maniere, car tout compté jusques aux ②, G L sera 10 deg. 1 ①. Or pour declarer ceste seconde maniere; cerchant aux tables des secantes adjoustées ce qui se rapporte à 5 deg. 1 ①, 38 ② de E N, on trouve 3020, où adjousté encor 3020, vient 6040, auquel convient és mesmes tables pour G L de E O, 10 deg. 1 ①, lesquels different de 1 ①, 6 ②, de 10, 2 ①, 6 ②, & partant n'est pas tant parfait, car peu à peu progrediant on aura la difference aussi plus grande.

Notez encor que la raison requiert, qu'à la recerche de K F du triangle K F E, que ce triangle ne doit pas estre pris pour plat, veu que les deux costez avec lesquels se fait la calculation E F, F K, sont arcs, ainsi que F K cerché par les triangles spheriques, se trouve estre 5 degrés 0 ①, 51 ②, differant des 5 deg. 1 ①, 38 ② de 47 ②: car combien qu'ils soyent petits d'eux-mesmes, neantmoins la faute devient grande estant produite.

CHAPITRE IV.

Comment on pourroit faire des tables de rombs, certaines selon l'opinion de l'Autheur.

Comme N O, est trouvée, selon le Theoreme du troisiesme chapitre de cest Appendice, ainsi trouvera-on O R; disant, secante de C E donne secante de N E, combien l'arc N O? viendra l'arc O R, lequel adjousté à O E, on aura E R, ou H M latitude des 3 degrez de longitude. Et pour trouver la latitude d'un degré plus avant en longitude, lequel je prens estre R S; je dis, secante de R E, donne secante de O E, combien l'arc O R? viendra l'arc R S, & ainsi des autres.

Notez aussi qu'en prenant les arcs de longitude moindres, que l'operation en est plus certaine, que par les grands: Or pour estre asseuré qu'on prenne les arcs assez petits, on le pourra esprouver par une operation double ainsi: joignant l'invention des latitudes par l'assomption de degrez en degrez de longitude, on fera encor une autre operation de $\frac{1}{2}$ degré en $\frac{1}{2}$ degré, tant qu'ils n'auront de difference perceptible: Mais trouvant la difference perceptible, on delaissera la premiere operation de degré en degré, retenant celle des $\frac{1}{2}$ degrez, avec laquelle on en prendra un autre de $\frac{1}{4}$ de degré en $\frac{1}{4}$ de degré, assavoir de 15 ①, & si en poursuivant on trouve de difference perceptible, on delaissera le $\frac{1}{2}$ degré en retenant l'operation avec les 15 ①; à laquelle on y adjoindra une autre de 10 ① en 10 ①; par lesquelles choses on pourra parvenir en plus grande certitude, quoy que je confesse qu'elle soit beaucoup plus difficile: & tousiours procedant ainsi, commençant par degrez, puis par $\frac{1}{2}$ degrez, & poursuivant par moindre nombre pour eviter beaucoup de peine sans fruict.

Notez aussi que si on vouloit faire l'operation à la premiere maniere deduite à la quatriesme proposition, il seroit necessaire de faire une table de ce que 1 degré de difference de longitude fait hors l'equateur, en ①, ②, ③, comme en la table du huictiesme romb, & non pas de 30 à 30 ① de latitude, calculées jusques au ②, mais de ① à ① de latitude, & calculées jusqu'au ③.

Ayant achevé ce travail, il appert que de là en avant on n'auroit besoing que de multiplication seulement, sans division, là où en la maniere precedente, par les secantes, il falloit multiplier & diviser, toutefois il n'estoit pas necessaire de faire une autre table pour lors.

Voila la maniere plus certaine qui me soit en main presentement; & combien que l'operation seroit difficile, toutefois estant unefois bien faite, on s'y pourroit fier. Nonobstant si quelqu'un trouvoit une maniere plus facile, il la faudroit plustost suivre.

ALB. GIRARD.

La maniere parfaite est plus facile que celle que Stevin *a fait, & qu'on n'a trouvé jusques à present, mais où sont ceux qui payeroyent la peine de celuy qui feroit quelque chose d'excellent? Tout va d'un si bon ordre entre les hommes, & la science si bien estimée, que c'est merveilles si on ne revient en un siecle plus barbare que celuy mesme de fer: là dessus je feray ceste question à la veuë d'un chacun;*

Un

Un romb faisant 89 degrez sur chacun meridien, iceluy commençant en un poinct de l'equateur (soit au commencement des longitudes) & progrediant du costé de septentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un poinct dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de latitude; & combien de circuit un tel romb a fait; finalement combien il y a de distance d'un poinct à l'autre, le tout sans tables.

On peut bien penser que celuy qui fera cela en fera bien d'autres plus faciles: la solution se fera en temps opportun, si Dieu plaist. Or selon la maniere ordinaire, qui est difficile, & tres-imparfaite, la vie d'un homme n'y suffiroit pas.

Chapitre V.

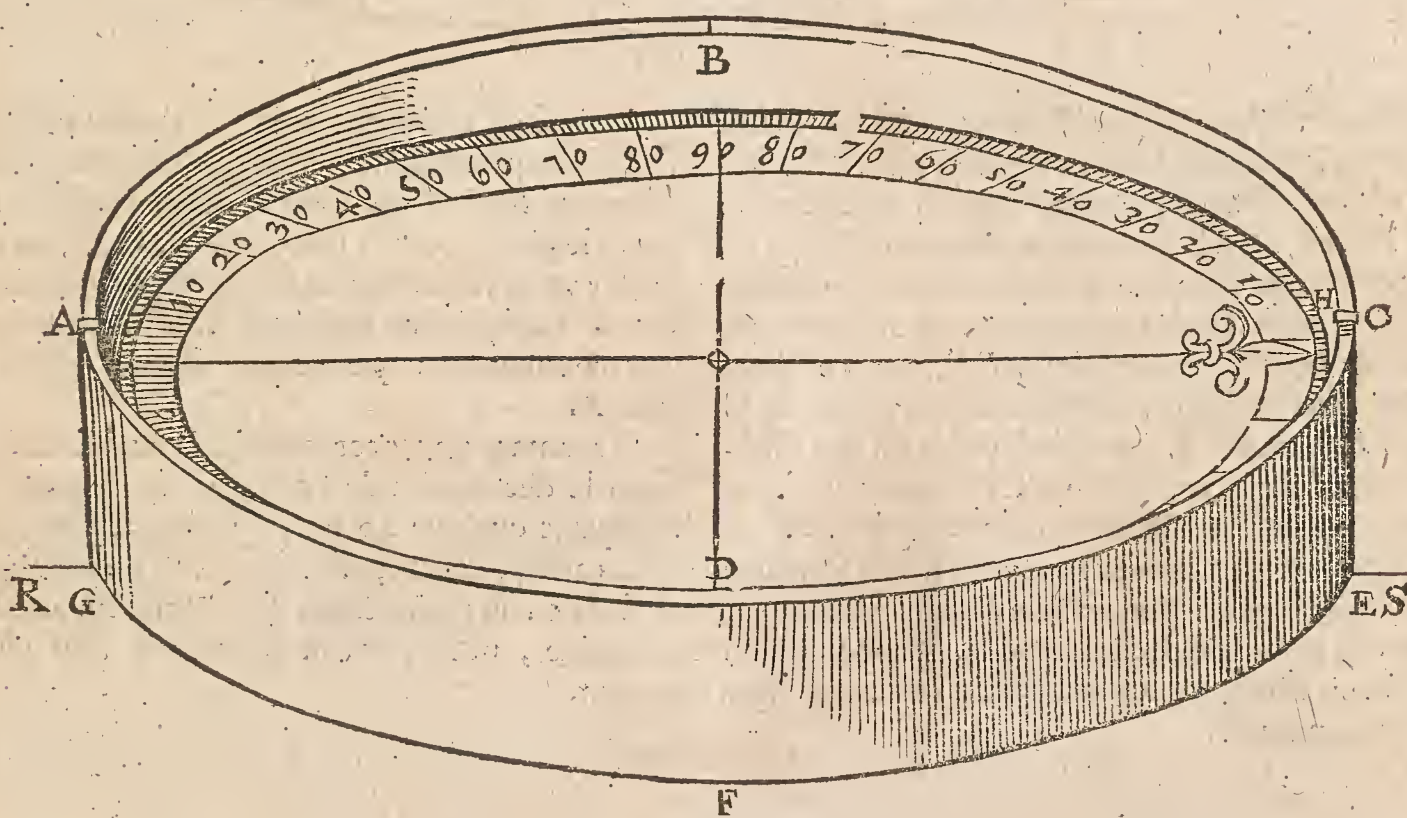
Comment c'est qu'on pourroit naviguer avec la Boussole plus correctement, que par la maniere ordinaire.

La Boussole, ne souloit estre divisée qu'en 8 parties egales, & puis apres, lors qu'on a fait des plus grands voyages en 32: Et d'autres les coupant en 2, en 64; ce qu'aucuns estiment pour impossible, disant que sur un navire vogant, elles ne se pourroyent pas bien distinguer: Mais *Son Excellence*, y ayant recogneu la possibilité, non pas seulement en 64, mais de degré en degré en 360 parties egales, voire en plus, selon que la grandeur & la bonté de l'instrument le permettra: Joignant ceste matiere dans l'Appendice present pour la convenance du subject, declarée par les deux exemples suivans.

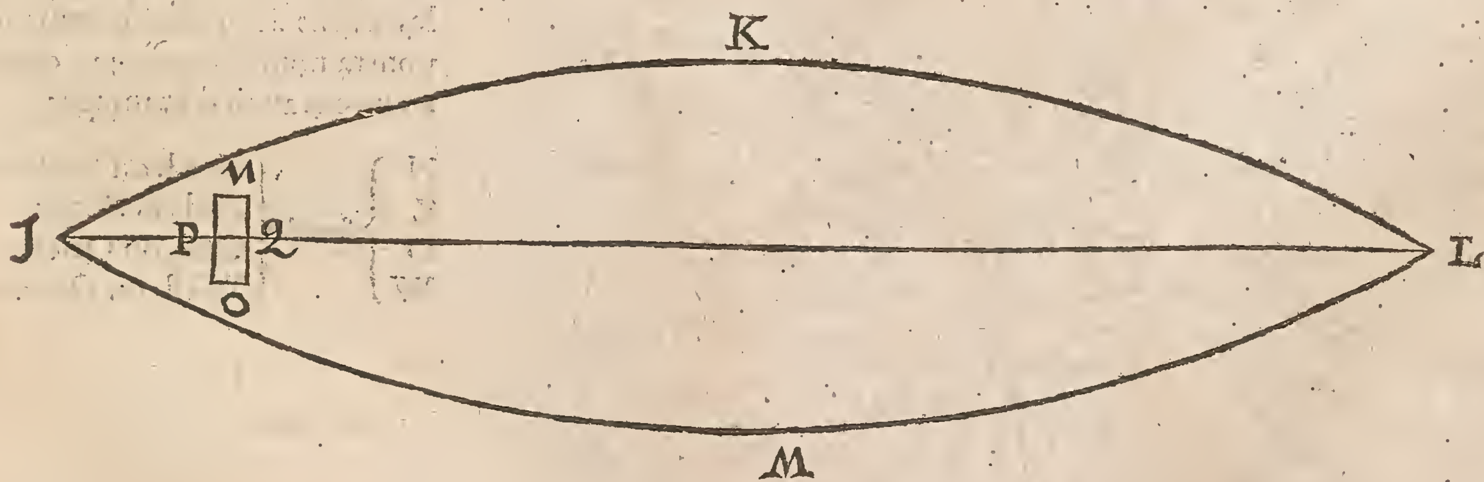
1 *Exemple, d'une boussolle avec la fleur de lis sur un carton.*

Soit A B C D E F G une boussole, ayant un cercle de carton, non divisé en 32 selon l'accoustumé, mais en 360 parties egales, commençant le compte à chacun quartier depuis le meridien jusques à 90: Et au dessous un autre rond de carton, où l'esguille se puisse mettre, la pouvant remettre lors qu'il en sera besoing, à cause de la declinaison de l'esguille.

Et sur l'exterieur de la quaisse, soit menée une ligne droite CE, perpendicle à l'horizon, puis CH, de C vers



le centre de la boussole, & une autre de H vers le bas parallele à C E, puis A tellement que la ligne imaginée de C en A passe par le centre: puis A G, comme C E, ainsi que E G passe sous le centre de la boussole: & soit I K L M la description du fond d'un navire; N O le lieu de la boussole, ou soit P Q, parallele à la carine I L,

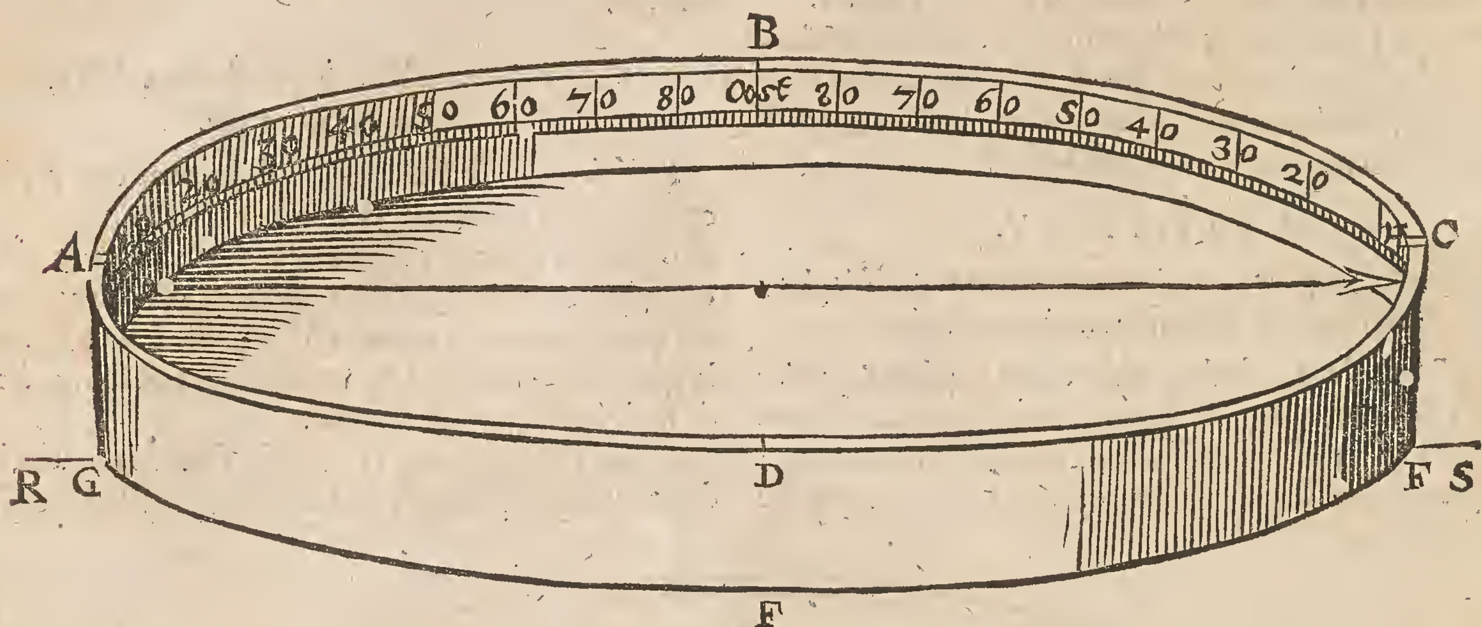


laquelle est une ligne d'un bout à l'autre du navire selon sa droiture & longueur: & d'autant que P Q seroit icy trop petite, soit une autre plus longue R S, laquelle j'appelleray la carine, sur laquelle soit posée la boussole, en sorte que les 2 poincts E, G soyent dessus.

Pour donc naviger avec certitude de degré en degré ou bien de moindres parties; comme par exemple, voulant naviguer sur le dixseptiesme deg. d'occident vers midy; on gouvernera le navire tellement, que ledit dixseptiesme degré soit convenant avec ladite ligne de H parallele à C E, car tant qu'ils conviennent, peut-on dire qu'on va droitement, & s'il s'en faut $\frac{1}{2}$ degré, ou autrement, tous jugeront comme d'une bouche, qu'on ne va pas le droit chemin.

2 *Exemple, avec une bouſſole qui a une eſguille.*

Mais d'autant qu'une eſguille ſans carton, eſt plus preciſe qu'autrement, & plus naturelle, que non pas deux fers recourbez à l'ordinaire en figure de rombe, & collez avec le carton : On pourra donc faire une eſguille ſimplement, avec plus de certitude ainſi Que ABCD, FGHRS ſoit de meſme que deſſus, marquant le bord interieur avec ſes 360, commençant en la ligne à plomb H, le diviſant en 4 quadrans, chacun de 90 degrez, & les nombres de H vers B ; & de H vers D ; puis de A vers B & vers D, eſcrivant au poinct H Nord ; à A Zud : B qui devroit eſtre marqué



West (ou Occident) ſelon l'accouſtumé, & D, Ooſt (ou Orient) on y eſcrira le contraire, aſſavoir en B Ooſt, & en D Weſt : Puis autant que l'eſguille decline en ce lieu où l'on eſt, en tel lieu ſe mettra le poinct E (qui eſt icy pres de S, car le poinct E eſt mal imprimé comme un F) le declinant d'autant de la carine RS. Exemple, la declinaiſon de l'eſguille eſtant 10 degrez de Nord vers Ooſt, on fera convenir le dixieſme degré de C vers B ſur la carine RS, car alors le poinct E ſera different d'autant de ladite carine. Cela eſtant ainſi, & voulant naviguer vers le dixſeptieſme degré, d'Weſt vers le Zud, on gouvernera le navire en telle ſorte que la poincte de l'eſguille vienne ſur le dixſeptieſme degré, d'Weſt vers le Zud de dedãs la quaiſſe, & appert qu'on aura le requis ainſi, avec plus grande certitude qu'en la premiere maniere.

Mais ſi on craint que ceſte inſcription contraire de dedans la quaiſſe puiſſe cauſer quelque erreur aux matelots qui ſont au gouvernail, & qui n'y ſont accouſtumez ; le pilote pourra mettre A, B, C, D, au lieu des quatre vents ; & au lieu de dire qu'ils dirigent le navire vers le dixſeptieſme degré de Weſt vers le Zud, il leur commandera que ce ſoit dixſept degrez de D vers A.

D'avantage pour accommoder la quaiſſe ſur la carine ſelon la declinaiſon de l'eſguille, cela ſe peut faire en marquant quelque 40 ou 50 degrez de part & d'autre de la carine, & au centre une petite poincte qui conviendra en un petit pertuis fait à ceſte fin au centre de la quaiſſe, pour pouvoir adapter le tout plus facilement.



Les noms des vents ſont mieux exprimez par les Flamens que par aucune nation qui ſoit, parquoy nous les avons icy poſez comme on les pourra nommer tous 32, quand on n'en veut avoir d'avantage :

N, Z, O, W ſignifie Nord, ou Septentrion, Zud, ou Midy, Ooſt, ou Orient, Weſt, ou Occident.

Fin du quatrieſme livre de la Geographie.

CINQUIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

Du Trouve-port, ou la maniere de trouver les Havres.

ARGVMENT.

C'Est une chose assez cognue, que dés il y a long temps, principalement depuis que commencerent les grandes navigations aux Indes & Amerique, on a cerché le moyen, par lequel le Pilote en mer, pourroit sçavoir la longitude terrestre de la place, où presentement est son navire, pour par ce moyen recouvrir les ports & havres qu'on desire de trouver, sans que jusques à maintenant on ayt sceu parvenir à quelque cognoissance certaine de longitude. Car quelques uns l'esperant trouver par les diverses monstrances, & regards de l'aiguille marine, ont aux mesmes monstrances attribué un pole, qu'ils nommoyent pole de l'aimant; mais depuis, apres plus amples observations, on a trouvé que les declinaisons d'aiguille, ne tiennent point de regle sur ce pole: Aussi la maniere de trouver les longitudes par tel moyen n'est pas assez certainement fondée, dont toutesfois s'en sont ensuivies des observations telles, par lesquelles on peut à present recouvrir tels ports que l'on voudra, combien que la vraye longitude tant du navire, que des ports soit incognue. Et de ceste invention des ports, que nous appellons Trouve-port, *(& non pas invention des longitudes, ce qui pourroit estre d'avantage, comme estant chose de plus grande consequence) avons entrepris de traicter en ce cinquiesme livre.*

DEFINITIONS.

Definition I.

LA declinaison de l'aiguille du nord vers l'orient, s'appelle declinaison orientale; mais vers l'occident, occidentale, & en general declinaison. Mais declinaison, & aussi monstrement vers le vray nord, s'appelle en general direction.

Un chacun sçait par effect que l'aiguille a telle proprieté, qu'en mesme lieu elle monstre tousiours le mesme costé, mais non pas le mesme costé, en tout lieu; car en quelques lieux elle decline vers l'orient, & en d'autres vers l'occident; ce que nous appellons suivant la definition, direction en general. Et quant à la cause de ceste declinaison desreglée, cela se reservera en son lieu, en l'Astronomie, assavoir au cours de la terre comme estant planete. Or afin de mieux expliquer tant ceste definition que les suivantes, je descriray premierement la table qui s'ensuit des directions de l'aiguille, comme elles ont esté trouvées par effect sur les lieux mesmes, lesquelles on esté recueillies en un, par le tres-docte Geographe Monsieur *Pierre Plancius*, non sans grands despens, & trauvail continuel, & ce de divers quartiers & coins de la terre, tant de ceux qui sont pres, que des loingtains, tellement que quand les Pilotes en general, trouveront par ceste maniere les havres & les pays; comme aussi aucuns en particulier les ont desja trouvez, le mesme *Plancius* sera à bon droit tenu, pour le premier de ceste invention.

Toutesfois devant que de venir à la description d'icelle, je diray en passant, que si par cy apres, par des experiences plus exactes, l'on trouvoit les directions, latitudes, & longitudes des lieux, autrement qu'elles ne sont en ceste table, & qu'alors on ayt besoing d'autres declarations, & definitions de mots que les subsequentes, qu'en tel cas, cela ne doit apporter detriment à nostre desseing present, mais plustost nous y pousser d'avantage, à celle fin de parvenir peu à peu à plus parfaicte cognoissance d'un traicté bien fondé. Ce qu'estant ainsi, & ensuivant ceste opinion, je poursuivray par ce qui m'est le plus vray-semblable, comme s'il estoit vray, car chacun faisant ainsi en son temps, on pourra parvenir avec le temps à la verité de la nature de ceste matiere.

TABLE

De la monstrance ou direction de l'aiguille.

			declinaison orientale.		latitude.		longitude.	
			deg.	①.	degr.	①.	degr.	①.
Du premier parc vers le nort	Declinaison orientale augmentant	Corvo une des Isles de Flandres	0.	0.	S. 37.		0.	0.
		Sancta Maria une des Isles de Flandres	3.	20.	S. 37.		8.	20.
		Joignant l'Isle de Majo	4.	55.	S. 15.		11.	20.
		Joignant Palma Isle de Canarie	6.	10.	S. 28.	30.	16.	20.
		Pres Cabo de Roca pres de Lisbona	10.		S. 38.	55.	24.	30.
		Le plus occidental d'Yrlande	11.	0.	S. 52.	8.	24.	12.
		Au bout d'Angleterre	12.	40.	S. 50.	21.	28.	
	declinaison orientale diminuant	Une lieuë de Pleymouth vers orient	13.	24.	S. 50.	18.	30.	0.
		Pres de Timout en mer	12.	40.	S. 55.	0.	33.	0.
		Londres en Angleterre	11.	30.	S. 51.	24.	34.	6.
		La coste d'Angleterre dit Voorlant	11.	0.	S. 51.	8.	35.	40.
		Amsterdam	9.	30.	S. 52.	20.	39.	30.
			declinaison occidentale					
Du deuxiesme parc vers le nort	declinaison occidentale augmentant	Helmshuy pres de Noortcaep vers occident en Finmarque	0.	0.	S.		60.	0.
		Noortcaep en Finmarque	0.	55.	S. 71.	25.	61.	30.
		Noortkin	2.		S. 71.	10.	63.	30.
		St. Michel en Russie nommé Archangel	12.	30.	S. 64.	54.	83.	30.
		L'estroict meridional de Waygats	24.	30.	S. 69.	30.	103.	0.
		Langenes en nova Zembla	25.	0.	S. 73.	20.	100.	30.
	declinaison occidentale diminuant	Willems Eylant pres de nova Zembla	33.	0.	S. 75.	55.	110.	0.
		Yshouck en nova Zembla	27.	0.	S. 77.	12.	120.	30.
		Het Winterhuys ou maison hyvernale en nova Zembla	26.	0.	S. 76.	0.	120.	30.
			declinaison orientale.					
			degr.	①.	degr.	①.	degr.	①.
Du premier parc vers le midi	declinaison orientale augmentant	105 lieuës d'Espagne vers occident de Cabo sainct Augustin en Bresil	0.	0.	M.		0.	0.
		Pres Cabo sainct Augustin en Bresil	3.	10.	M. 8.	30.	6.	0.
		Sur midi & nort avec Cabo das Almas en Guinea	12.	15.	M. 0.	0.	29.	0.
		Noort-west avec un peu plus de nort des Isles de Tristan da Cuncha.	19.	0.	M. 31.	30.	30.	
	declinaison orientale diminuant	Nort-west avec un peu plus du west des susdictes Isles	15.	0.	M. 31.	30.	36.	0.
		Sur midi & nort avec Cabo de Bonne esperance	2.	30.	M. 35.	30.	57.	
			declinaison occidentale					
Du deuxiesme parc vers midi (excepté Goa, Cochin & Cantan.)	declinaison occidentale augmentant	17 lieuës d'Allemagne de Cabo das Aguillas vers orient	0.	0.	M.		60.	
		Environ 5 lieuës en mer du pais Natal	4	30.	M. 33.		66.	
		Pres les Baixos da India	11.	0.	M. 22.		79.	30.
		Mosambique	11.		M. 14.	50.	81.	40.
		En la Baye St. Augustin en Madagascar	13.		M. 23.	30.	83.	0.
		Vers le midi de Cabo sainct Roman	16.		M. 28.		86.	20.
		En la Baye d'Anton Gil en Madagascar	15.		M. 16.	20.	91.	0.
		34 lieuës d'Allemagne Zudoost de St. Brandaon	22.	0.	M. 19.	20.	110.	0.
	declinaison occidentale diminuant	Goa ville marchande & renommée des Indes	15.	10.	S. 15.	30.	120.	
		Cochin	15.		S. 9.	45.	121.	
		25 lieuës west au nort du coing de Samatra	6.		M. 5.	28.	147.	
		Bantan ville marchande aux Indes	4.	45	M. 6.	0.	150.	
		l'Isle Luboc	2.	25	M. 6.	10.	155.	
		Le coing sud-west de l'Isle Baly	1.	30.	M. 8.	40.	157.	
		L'emboucheure de la riviere de Cantan en China	0.	0.	S. 23.		160.	
		Bunam 46 lieuës du bout orientale de Java vers orient	0	0.	M.		160.	

Ceste

Ceste table estant ainsi descrite, où l'on voit trois colomnes; la premiere touchant la declinaison de l'aiguille d'un chacun lieu: la seconde, leur latitude, à laquelle est encore adjoustée une troisiesme colomne des longitudes si pres que l'on estime, afin qu'on puisse trouver les mesmes lieux sur les Globes terrestres, pour aussi cy apres declarer plus manifestement les qualitez des directions de l'aiguille. La lettre S à la deuxiesme colomne signifie latitude septentrionale; mais M, meridionale.

Definition II.

Declinaison orientale ou occidentale augmentante est celle qui s'augmente, l'aiguille estant portée d'occident vers l'orient: & diminuante, celle qui alors se diminue.

Cecy est assez intelligible dans la precedente table; mais pour le declarer plus amplement, je diray cest exemple: on voit en icelle que l'aiguille en *Corvo*, monstre le vray nort, mais de là vers l'orient, on voit qu'elle decline de plus en plus vers l'orient, jusques à une lieuë pres de Plemouth orientalement, là où la declinaison est en son extreme, de 13 deg. 24 ①; & de là en avant elle se diminue jusques à Helmshuy pres de Nortcap en Finmarck devers l'occident, là où elle monstre derechef le vray nort. D'avantage la difference de longitude entre Corvo & Helmshuy, est de 60 deg. ce qui estant ainsi, il appert que ladite extreme declinaison de 13 deg. 24 ① pres de Pleymouth, ayant sa longitude de 30 deg. advient au milieu des deux places où l'aiguille monstre le droit nort, car le 30 deg. est au milieu entre le commencement & le 60 deg.

Ce que nous avons dit du changement de la direction sur le costé septentrional de la terre, le mesme se trouve aussi par experience au costé meridional. Car 105 lieuës Espagnoles de Cabo sainct Augustin vers occident, sur le commencement de longitude, l'aiguille monstre le vray nort, comme elle fait aussi au lieu en la table nommé 17 lieuës d'Allemagne. Du Cabo das Aquillas, estant au 60 degré de longitude, & au milieu entre les deux, (ce qui est au 30 degré) vient le mesme comme au costé septentrional, assavoir l'extreme declinaison orientale, ce qui est au lieu en la table nommé, nortwest un peu plus vers le nort des Isles de Tristan da Cuncha, faisant icelle declinaison 19 degrez.

De cecy, on a opinion, que l'aiguille monstre le vray nort, en tous les lieux situez sous les deux semi-meridiens de Corvo & Helmshuy, d'un pole jusques à l'autre. Et aussi que l'extreme declinaison orientale, est en tous les lieux sous le semi-meridien qui passe sur la susdite place qui est une lieuë de distance de Pleymouth vers l'orient.

Tellement que la partie terrestre comprise entre ces deux semi-meridiens distans 60 deg. en longitude l'un de l'autre, pourroit estre dite un parc, dans lequel la declinaison est de tous costez orientale, & qu'en la moitié de ce parc (qui est la partie de la terre comprise en deux certains semi-meridiens, assavoir l'un par le commencement de longitude, l'autre par le 30 deg.) seroit par tout declinaison orientale augmentante: Et en l'autre moitié, declinaison orientale diminuante: assavoir lors qu'on va de l'occident vers l'orient, ce qui est selon la consequence des degrez de longitude.

Et tout ainsi qu'il a esté dit du parc, de declinaison orientale, & de ses deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante, de mesme se pourra facilement entendre une semblable qualité d'un autre parc de declinaison occidentale & de ses deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante: Car en l'embouchenre de la riviere de Cantan en China, qui a 160 degrez de longitude depuis Corvo, la direction est pour la troisiesme fois vray nort. Partant si par le mesme lieu est tiré un troisiesme semi-meridien, la partie terrestre comprise entre iceluy & le deuxiesme, 100 degrez l'un de l'autre est un parc, auquel la declinaison est de tout costé occidentale; & au milieu de ces deux, qui est au semi-meridien qui mipartissant ce parc passe par les 50 degrez depuis le second semi-meridien & 110 deg. du premier par Corvo, se trouve aussi l'extreme declinaison occidentale, comme il se peut voir en la table en deux lieux, assavoir en l'Isle de Willem pres la Nova Zembla, où la plus grande declinaison sur icelle latitude, est 33 deg. l'autre 34 lieuës d'Allemagne Zudwest de S.Brandaon, où la plus grande declinaison est de 22 degrez, estans les mesmes lieux un chacun 110 degrez de longitude; tellement qu'en la moitié de ce deuxiesme parc, qui est la partie terrestre comprise entre les deux semi meridiens, dont l'un a de longitude 60 deg. l'autre 110 deg. feroit de tout costé declinaison occidentale augmentante, & en l'autre moitié diminuante.

Jusques icy des 160 degrez de longitude, à 20 degrez pres de la moitie de la longitude totale, desquels le susdit Sieur *Plancius* à recouvert les directions cy-dessus descrites; mais les observations du reste, assavoir de Cantan vers orient, ou de Corvo vers occident, n'ont esté bien faites, d'autant que ce qu'il a eu des Espagnols, Anglois, & des nostres ne s'accordent pas bien les unes aux autres, comme estant faictes sans instruments propres à cest effect, & avec peu d'experience. Mais il en attend de plus seures nouvelles.

Definition III.

Les semi-meridiens qui passent là où l'aiguille monstre le vray nort, nous les nommons premier, second semi-meridien, & ainsi des autres, selon l'ordre des degrez de longitude, autant qu'il y en a, en commençant au semi-meridien qui passe par Corvo.

Comme le semi-meridien, dont l'une partie septentrionale passe par Corvo; & l'australe par le lieu qui est nommé en la table 150 lieuës Espagnoles du Cap S. Augustin en Bresil vers l'occident, s'appelle premier semi-meridien. Et celuy qui passe septentrionalement par Helmshuy, & meridionnellement par le lieu denommé en la table 17 lieuës d'Allemagne du Cabo das Aguillas vers orient, s'appelle second: Et celuy qui passe par l'emboucheure de la riviere de Cantan en la Chine, le troisiesme.

Definition IV.

La superfice comprise entre le premier & second semi-meridien s'appelle premier parc; & les autres par ordre, deuxiesme, troisiesme parc, jusques au dernier.

S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

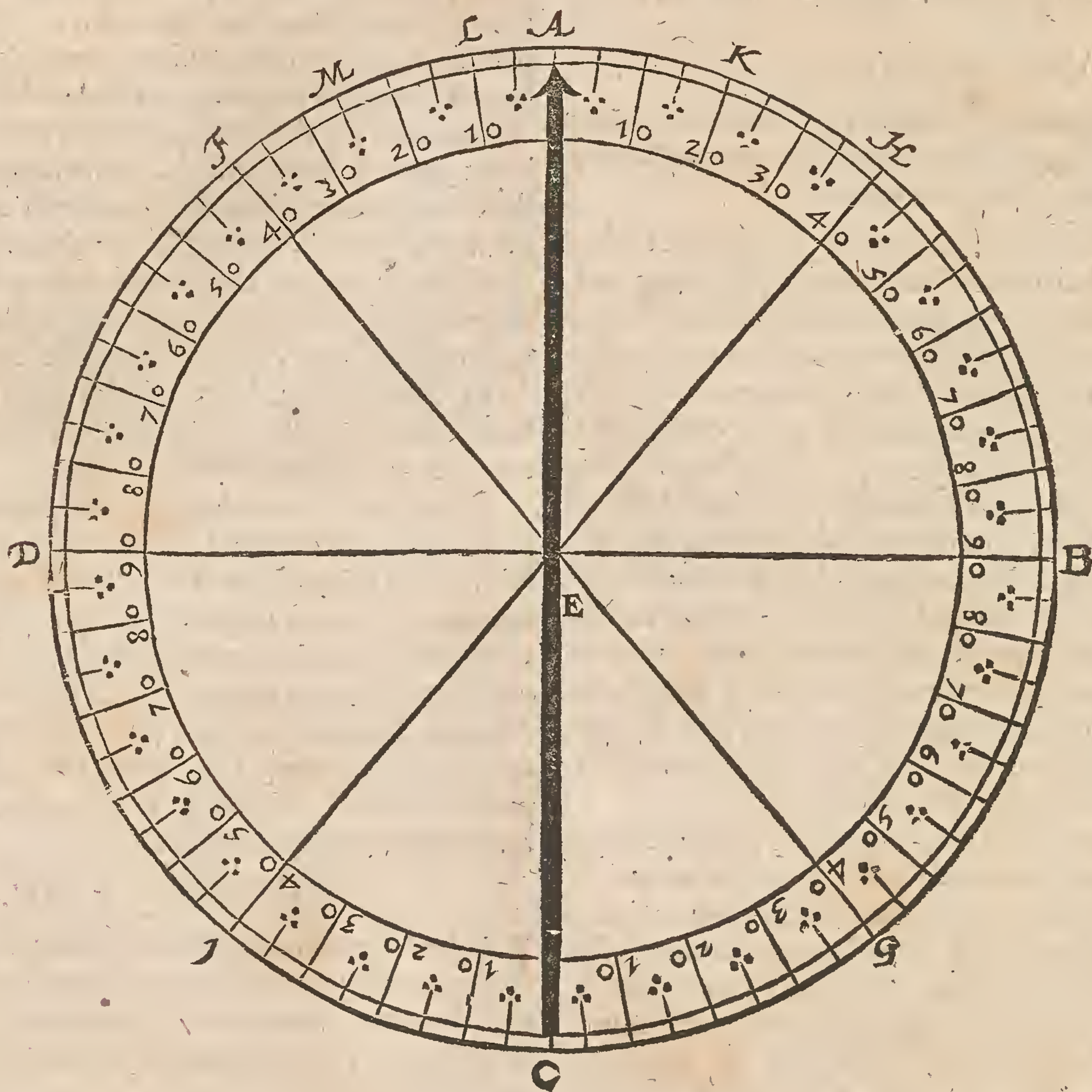
Proposition I.

Trouver la direction de l'aiguille sur mer.

Pour parvenir en un port requis par l'aide de ceste maniere premise, il est besoing de sçavoir preallablement comment l'on trouve la direction sur mer; ce que nous declarerons cy dessous pour ceux qui ne le sçavent pas.

Puis que l'on veut icy trouver la declinaiſon de l'aiguille du nort, on cerche premieremẽt le poinct du nort pour comparer à iceluy la direction: la maniere de trouver ce poinct du nort en une nef mobile ſur mer a grande cõmunauté à celle qui ſe fait ſur terre ferme, comme il s'enſuit. En la bouſſole on fait convenir la fleur de lis ſur le bout ſeptentrional de l'acier ou de l'aiguille qui eſt deſſous : Ou bien au lieu de la fleur de lis, on met l'aiguille meſme deſſus la carte, en diviſant le cercle de la meſme carte en 360 deg. en commençant au poinct du nort, comme cy deſſous le cercle A B C D, là où l'aiguille A C, eſt fixe ſur la meſme carte ; & E le centre ; l'uſage eſt tel.

Tout ainſi que le Pilote en cerchant la latitude, attend juſques à ce que le midi ſoit venu, aſſavoir quand l'ombre du filet d'un plomb pendant convient droitement avec la ligne, laquelle en ſon compas il tient pour meridienne, ainſi fera-il icy le ſemblable, excepté qu'il commence 3, 4, ou 5 heures ou plus, devant midy, prenant alors garde ſur quel degré, l'ombre de la perpendiculaire ſera ; & ſoit par exemple ſur le 40 deg. en F, tellement que G E F, ſignifie l'ombre, & prenant alors la hauteur du ſoleil, la trouve (par exemple) de 25 degrez, leſquels il tiendra en la memoire auſſi bien que les 40 deg. puis attendant apres midy, juſques à ce que le Soleil ſoit deſcendu à la meſme hauteur precedente, 25 deg. & verra encore où l'ombre de la perpendicle tombera ſur le papier, laquelle, par exemple, tombe ſur le 40 de l'autre coſté, comme en H, tellement que IEH denote l'ombre : ceci eſtant ainſi, le milieu de l'arc FH, comme A, eſt le poinct du vray nort requis, & pource que l'aiguille monſtre directement ſur le meſme, elle n'a en ceſt exemple aucune declinaiſon, ains monſtre le vray nort.



Mais ſi à la ſuſdite obſervation apres midy, l'ombre de la perpendicle n'euſt pas monſtré 40 deg. de l'autre coſté de A, mais, par exemple, ſeulement 20 degrez, juſques à K, alors on euſt diviſé l'arc F K, faiſant 60 deg. en deux egalement au poinct L, ainſi que L F, & L K font chacun 30 degrez. Ce qui eſtant ainſi, L eſt le poinct du nort, & telle declinaiſon eſt orientale de L à A 10 deg. pour la requiſe.

Pareillement, ſi à la ſuſdite obſervation apres midy, l'ombre du filet euſt monſtré le poinct L, ce qui eſt 30 deg. de F, alors on diviſe l'arc F L faiſant 30 deg. au poinct M en deux egalement, aſſavoir que M F & M L ſoient chacun 15 deg. Alors M ſera le vray nort, & la declinaiſon requiſe ſera de M à A 25 degrez, qui eſt orientale ; & ainſi de tout autre exemple. Or ſi l'aiguille tournoit ſans eſtre attachée ſur la carte, comme cy-deſſus, & que les degrez fuſſent marquez ſur le bord de la caſſe, comme il ſe fait bien ; l'uſage en ſera comme cy-deſſus, moyennant qu'au temps de l'obſervation on tourne la caſſe juſques à ce que l'aiguille monſtre le commencement des degrez.

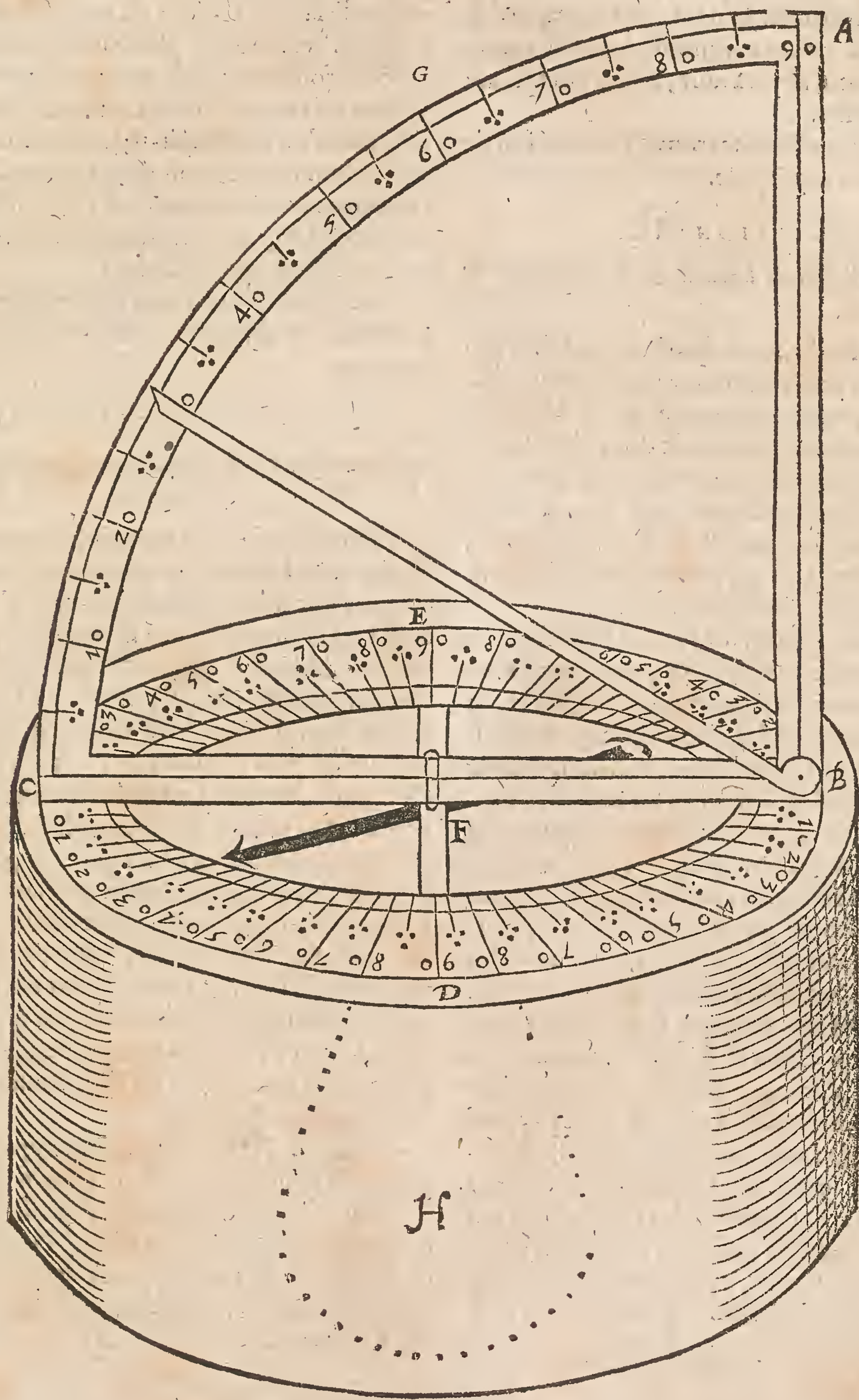
Il y en a qui prennent un quadrant vertical, dont le plan horizontal demeure touſiours au niveau, nonobſtant la variation du navire ; car par iceluy ſe trouvent la hauteur du Soleil, & l'arc vertical enſemble. La forme eſt telle, A B C ſignifie un quadrant qui eſt perpendiculaire ſur le cercle B D C E, diviſé en ſes 360 deg. pour l'horizon ; F centre, ſur lequel tourne le quadrant ; & afin qu'il demeure touſiours perpendiculairement ſur ledit cercle B D C E, il y a un appuy d'un coſté & d'autre, comme de G juſques à D & E fiché audit quadrant qui tourne avec iceluy: Puis il y a une vitre au cercle B D C E, qui couvre l'aiguille auſſi grande que la caſſe le permet, où ſont auſſi 360 deg. que l'aiguille monſtre de ſa poincte, qui conviennent avec les 360 degrez de l'horizon. L'inventeur de ceſt inſtrument eſt *Regnier Pieterſzoon*, & eſt fait pendant ſur deux eſſieux, comme les bouſſoles marines, afin que le cercle

cle B D C E demeure tousiours au niveau, combien que le navire soit vacillant : Et afin que la chose soit plus certaine, au dessous est appliqué un pois H, de 25 ou 30 livres, ou autant que requiert l'instrument.

Notez aussi qu'il est convenable que le quadrant soit d'un & d'autre costé egalement pesant, afin d'estre bien à plomb sur le cercle horizontal ; c'est à dire que le costé de F vers C, soit aussi pesant comme de F vers B ; ce qui se peut parfaire en pendant le quadrant seul par le poinct G, & pres de F, & en limant le costé plus pesant, autant que la reigle B C pende en equilibre.

A cela on objecteroit que le mouvement de l'alidade causeroit changement au niveau de B C ; je responds que la faute ne peut estre sensible, veu que H estant un pois fort pesant, d'autre costé l'alidade est fort legere.

Quant à l'usage d'iceluy pour trouver la declinaison de l'aiguille, on commence comme en la premiere maniere, quelques heures devant midy, tournant l'instrument jusques à ce que l'aiguille monstre le commencement des degrez, puis on tourne le quadrant çà & là, tant que le Soleil passe par les pinnules : Ce qui estant



ainsi, je pose que l'Indice du quadrant sur l'horizon, monstre 40 deg. & la hauteur du Soleil que l'alidade monstre, soit 25 deg. lesquels je retiens en memoire, jusques à ce que le Soleil apres midy soit descendu à la mesme hauteur de 25 deg. alors on tourne la boussole tant que l'aiguille monstre le commencement des degrez ; cela fait, on divise l'arc de l'horizon entre les deux observations susdictes, dont le milieu denote le vray meridien : alors la declinaison se verra, si l'aiguille ne monstre justement ledit poinct.

Or comme nous avons dit avec le Soleil, le mesme se peut faire avec toute sorte d'estoile de nuit, horsmis la lune, à cause de sa vitesse & de la parallaxe d'icelle, pour sa proximité.

Notez encore qu'on peut faire devant midy 2, 3, 4, observations & d'avantage : comme par exemple, le Soleil estant eslevé 10 deg. en la premiere ; puis 15 deg. en la seconde ; puis 20 deg. en la troisiesme ; & alors apres midy faisant aussi trois autres telles observations à telle hauteur, on trouvera comment les unes s'accordent

 dent

dent avec les autres, ce qui donnera alors d'autant plus de certitude à l'obſervateur.

Il peut advenir que le Pilote navigant 10, ou 12, heures entre les premieres & dernieres operations, d'orient vers l'occident, ou au contraire, trouveroit 1 deg. ou plus de difference, de la direction; de ſorte que le nort qui ſe trouveroit entre la premiere obſervation devant midy, & la derniere apres midy, ne conviendroit avec le nort entre la derniere obſervation devant midy, & la premiere apres midy, nonobſtant qu'il ait bien fait. En tel accident, il pourra bien juger combien la declinaiſon aura changé en autant d'heures, & eſtimer par cela, où que pourroit eſtre le nort avec tant plus de certitude. Ce qui ſe peut recognoiſtre par les precedentes directions faites auparavant, en les comparant avec la direction preſente.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la direction de l'aiguille ſur mer ſelon le propoſé.

PROPOSITION II.

Trouver un port duquel la latitude & la direction ſont cognuës.

Par la latitude & la direction d'un lieu, qui ſont notoires par experience, ou peut trouver iceluy, ſans ſçavoir la longitude. Comme par exemple, ſi le Pilote ſçait que la latitude d'Amſterdam eſt de 52 deg. 20 ①, avec la declinaiſon orientale de 9 deg. 30 ①, & qu'il ſe trouve en mer à la meſme latitude de 52 degr. 20 ① avec la ſuſdite declinaiſon orientale de 9 degr. 30 ①, il cognoiſt par cela qu'il eſt és environs d'Amſterdam, quelle longitude qu'elle puiſſe avoir.

On objectera peut eſtre, qu'il y a encor bien d'autres lieux de pareille latitude & direction que non pas Amſterdam: il eſt bien vray, mais c'eſt fort loing de là, & peuvent eſtre recognuës par les circonſtances, deſquelles nous parlerons à la troiſieſme propoſition. Notez que combien que les Pilotes puiſſent bien trouver Amſterdam par autre voye ſans declinaiſon, comme par les lieux circonvoiſins, par conjectures, profondeurs, ſables, & par d'autres ſignes; toutesfois nous avons pris pour exemple, ceſte place cognuë pour par là mieux declarer la generalité de la regle és voyages loingtains, là où en beaucoup de temps l'on ne voit aucunefois point de terre. Comme ſi quelqu'un voulant naviger d'icy vers Cabo S. Auguſtin, & ſçachant que la declinaiſon eſt (comme on dit) 3 deg. 10 ① orientale, & la latitude meridionale de 8 deg. 30 ①; quand donc en navigant vers icelle, il ſera venu à telle declinaiſon & latitude, il ſçaura qu'il eſt en Breſil environ le Cabo S. Auguſtin: & delaiſſera les conjectures qui pourroyent contrarier à cela; comme s'il s'eſtoit abuſé par les cours occultes des eaux, ou comme s'il avoit mal conjecturé. Car que la direction qui jadis eſtoit 3 deg. 10 ① en ce lieu là, ſoit changée maintenant, la raiſon ne veut pas qu'en penſant cela, on ſe vueille fonder puis apres là deſſus, pour le mettre en practique: Ou bien ſi quelqu'un trouvoit en mer une autre declinaiſon que celle-là, qu'il confeſſe eſtre bonne, & toutesfois voulant delaiſſer l'experience, & ſuivre la conjecture, diſant qu'il eſt pres de Cabo S. Auguſtin, qui eſt-ce qui n'entendroit qu'il parle contre ſoy meſme, diſant qu'icelle declinaiſon eſt de 3 degr. 10 ① & qu'elle n'y eſt point.

D'avantage il eſt bien advenu qu'un Pilote navigant vers l'Iſle de ſaincte Helene, & eſtant venu à ceſte latitude, & ne l'y trouvant pas, ne ſçachant auſſi ſi elle eſtoit de là vers l'orient ou vers l'occident, il a cerché à taſtons vers orient, pluſieurs ſepmaines, voire aucunefois il tournoit a l'entour avant que d'y entrer, ce qui eſtoit vers l'occident; & tant plus il alloit avant, d'autant plus s'en eſloignoit-il; je demande maintenant s'il euſt cognu la direction de S. Helene, & la maniere de la trouver, ſçavoir-mon s'il euſt obſtinément navigé vers une plus grande declinaiſon, s'il euſt ſceu que ceſte place en avoit une moindre?

Concluſion. Nous avons donc trouvé un havre dont la latitude & direction eſtoyent cognuës: ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III.

Trouver ſur la mer, en quel parc la preſente direction eſt.

Veu que ſur la terre ſont pluſieurs parcs, d'egale declinaiſon & latitude, on pourroit douter ſur lequel on eſt: car ſoit qu'un navire prenne ſon cours d'Amſterdam vers le Breſil à Cabo S. Auguſtin, dont la latitude eſt en la table de 8 deg. 30 ①, & la direction, d'occident augmentant du premier parc, 3 deg. 10 ①: & en paſſant pres d'Angleterre trouve que ſa direction augmente de plus en plus vers l'orient, juſques aupres de Plemouth, eſtant là en ſon extremité de 13 deg. 24 ①, ce qui le fait certain que juſques là il a navigé en l'orientale diminution du premier parc, & que de là en avant il navigera en l'orientale augmentation, & que s'il la trouve de 10 deg. en la latitude de 38 deg. 55 ①, il cognoiſtra qu'il eſt environ Cabo de Roca pres de Liſbone: & de là tirant vers le Zudweſt, trouvera de jour à autre diminution de latitude, & que l'aiguille ſe dirige de plus en plus vers le nort; ce qu'eſtant ainſi continuellement practiqué, on ſçait touſiours en quel parc eſt la preſente direction.

Concluſion. Nous avons donc trouvé ſur mer en quel parc eſt la preſente direction, ſelon le requis.

Juſques icy ſont deſcrits les qualitez des directions, ſuivant le recueil dans la table; s'il ſe trouve d'autres obſervations plus certaines cy apres, on pourra conclurre autrement, ſe ſoubmettant touſiours à la meilleure maniere.

Fin du cinquieſme livre de la Geographie.

SIXESME

SIXIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De la Theorie des Marées.

ARGUMENT.

Veu que l'experience est le fondement plus certain pour tirer de là les regles generales, afin de parvenir à la cognoissance des choses, & qu'aussi les grandes navigations que font maintenant ceux de ces pays, fournissent des moyens suffisans plus qu'auparavant, pour pouvoir descrire une Theorie des Marées, laquelle nous descrirons presentement, fondée tant sur l'experience, que conduite, par la conformité des jugemens qu'on doit donner aux choses semblables; afin de donner occasion à ceux qui par l'abondance d'observations auront meilleur moyen d'escrire, conviez de la perfectionner en toutes ses parties.

Quant à ce qu'on me pourroit objecter, que je devois moy-mesme faire recerche certaine de ces choses, ou la faire faire par d'autres, devant que de divulguer ce traicté; sur cela donc ma response est telle, que puis que ce ne peut estre l'ouvrage d'un homme, ou de peu de personnes, que ceste voye m'a semblé la plus propre, pour acquerir en peu de temps beaucoup de choses de ceste matiere, & grande certitude; car plusieurs estant advertis des observations susdites, il pourra advenir qu'à ceux-cy, un grand nombre d'autres s'y adjoindront, plus que mon seul advancement ne pourroit faire à d'autres particuliers.

PETITIONS.

Petition I.

Qu'on nous concede de dire que la lune & son poinct opposite tirent & succent continuellement l'eau du Globe terrestre.

Declaration.

On trouve par experience journalieres, que les marées sont regies de la lune, que les plus hautes marées aussi se font en nouvelle & pleine lune, (qu'on appelle en bas-Alemand *springvloet*) mais les moins hautes se font és quartiers de lune: cognoissant mesme l'heure des marées au grand avantage de la navigation, desquelles choses on n'a besoing d'en faire des petitions particulieres, puis que cela est hors de dispute. Mais d'autant qu'à chaque circuit que la lune fait alentour de la terre (d'environ 25 heures de temps) se font deux flux, & deux reflux, il advient que plusieurs ont estimé que la lune & son poinct opposite ont une mesme proprieté, qu'ils attirent & succent l'eau en haut vers eux: toutefois il est incertain si en la nature la chose soit telle, car par leur pressement ou repoussement (qui est le contraire d'attirer) il adviendroit aussi deux flux & deux reflux. Mais lequel des deux est la cause de ce, ou bien si une troisieme proprieté en est la cause, je pense que cela est incognu, faute d'experience. J'ay bien fait quelques enquestes à nos mariniers du flux & reflux des lieux où ils ont esté, sans pouvoir apprendre d'eux ce que je cerchois: Et d'autant que quelques uns des plus avisez ont esté de mon opinion touchant l'attirement ou succement, cela me donne occasion de faire petition que cela me soit concedé, afin de donner un fondement à la Theorie; & sera finalement fait mention à la penultieme proposition, quel changement il adviendroit par repoussement.

Petition II.

Et que la terre soit couverte d'eau, sans que le vent donne empeschement à la marée.

Declaration.

L'ordre naturel de la marée, est empesché par vents & par les pays haut eslevez, tellement qu'en tout lieu où la lune ou son opposite se trouvent au meridien, la marée n'est pas haute selon que la regle generale le requiert, & suivant la premiere petition: mais peut estre basse, ou autrement: Secondement que le flux ne viendra point d'orient vers l'occident, mais bien de l'occident, ou de quelque autre endroit. Tiercement qu'en certains lieux, desquels le zenith est loing de la lune, le flux journalier aura esté plus haut que ceux qui auront eu la lune pour zenith, ce qui toutefois devoit avenir au contraire suivant l'hypothese.

Et afin que ces desreglemens ne nous empeschassent de comprendre la grande proprieté generale de la marée, laquelle nous descrirons en forme Theorique, nous demandons que les choses mentionnées en la presente petition soyent concedées; afin de pouvoir puis apres traicter à part de la qualité des empeschemens, distingant le regulier de l'irregulier, comme on fait en la Geometrie; car combien que l'Arpentage n'ayt pas un subject Mathematique qui convienne à la perfection des figures Geometriques, neantmoins ne laisse d'estre estimé pour chose belle & utile, de mesme faut-il entendre de ce present traicté, qui peut estre utile à la navigation, combien que la mer n'aye la perfection posée en ceste petition.

DEFINITIONS.

Definition I.

Si on mene une ligne du centre de la terre jusques à celuy de la lune: le poinct où elle passe en la superfice de l'eau, est appellé sommet du flux; & son poinct opposite, contresommet du flux.

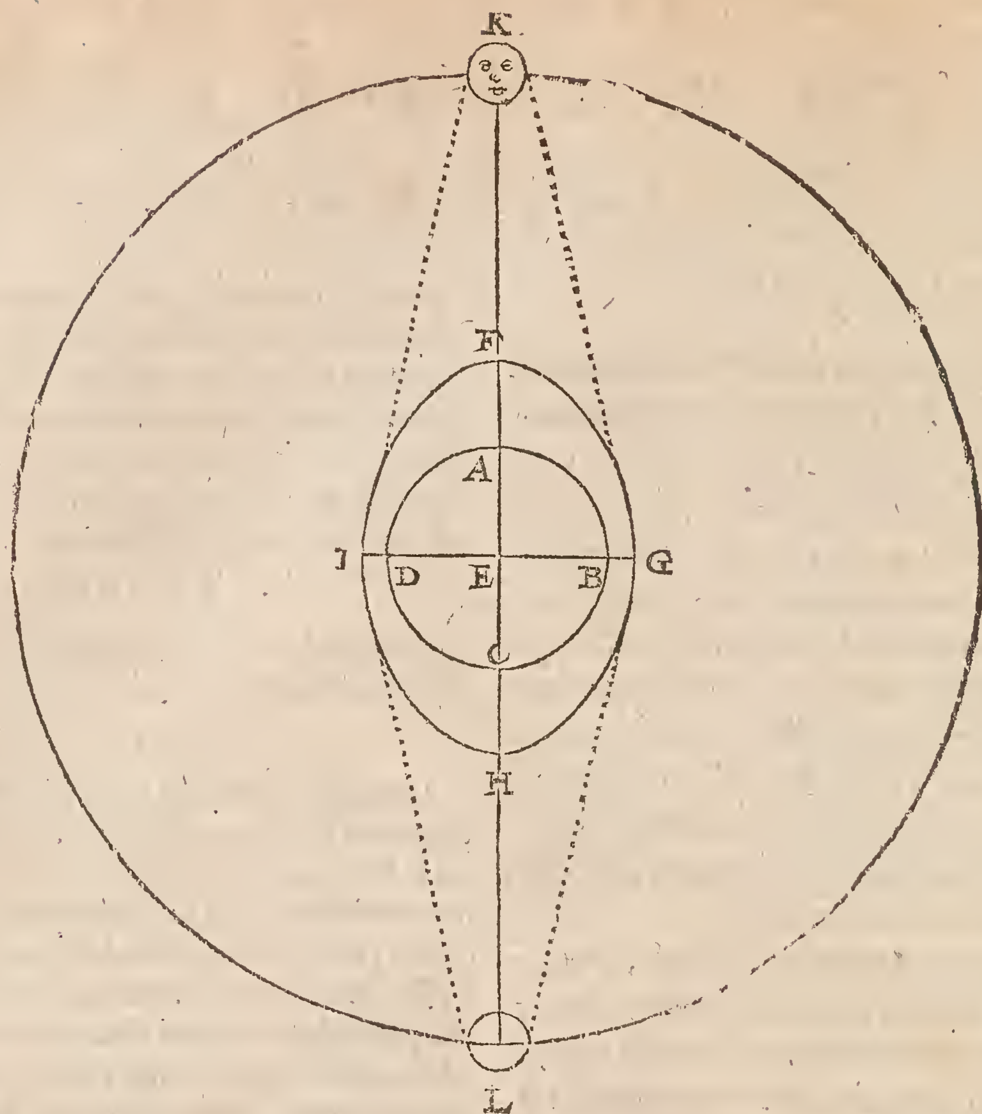
Declaration.

Soit I F G H l'eau alentour de la terre A B C D, & du centre d'icelle E soit menée une ligne vers la lune en sa voye K, coupant la superfice de l'eau en F, lequel nous appellons sommet du flux, & H contresommet du flux: & puis que F & H sont tirez de K & L, il s'ensuit que l'eau aura une figure ovale solide ou d'elipsoide; soit menée I G à angles droits sur F H pour servir à la suivante definition.

Definition II.

Le cercle alentour de la terre, duquel le plan est à angles droits, & coupe en deux egalement la ligne entre les deux sommets des flux; ce cercle donc soit appellé cercle de reflux.

Decla-



Declaration.

Ce cercle a pour diametre I G, & son plan est à angles droits sur la ligne des sommets F, H: & c'est en la circonference d'iceluy cercle de reflux que la marée est la plus basse, car E I est la ligne plus courte vers l'eau.

S'ensuivent les Propositions.

Proposition I.

R*Ecercher les qualitez generales des Marées.*

Pour avoir une chose propre à bien demonstrer la qualité des Marées, il ne seroit pas mauvais de faire faire une demie figure de Marée, comme une moitié d'œuf coupé par le flanc, ainsi que I F G cy-dessus, tellement que le diametre I G soit egal au diametre d'un Globe terrestre, comme *Son Excellence* en fit faire de catton, lors qu'il s'exerçoit en la Theorie. Mais d'autant qu'au Globe celeste il y a deux cercles & 4 poincts propres pour fournir d'exemples à ceste matiere, les cercles pour cercles de reflux, & les poincts pour sommets des flux, cela nous suffira.

1 Exemple, la lune estant en la section vernale, assavoir en l'equinoctial.

Les sections vernales & automnales d'un Globe celeste me denoteront les sommets des flux, & le colure des solstices pour le cercle de reflux: parquoy cependant que la lune court au dessus de l'equateur, ceux qui l'auront pour zenith, auront aussi le flux, & $6\frac{1}{4}$ heures apres (qui est environ le temps que la lune a fait le $\frac{1}{4}$ du circuit alentour de la terre) le cercle du reflux sera parvenu au mesme lieu, & auront alors basse marée. Et derechef dans $6\frac{1}{4}$ heures encore haute marée, & tousiours ainsi.

2 Exemple, la lune estant au 90 degré de l'ecliptique.

Ayant pris un Globe celeste, les 90 & 270 degrez sur l'ecliptique denoteront les sommets des flux, & le cercle qui passe par les equinoxes & les poles de l'ecliptique, sera le cercle du reflux. Or les temps entre flux & reflux ne seront pas egaux, comme au premier exemple; & en un lieu plus de difference qu'en l'autre, selon la difference de leur latitude. Soit qu'on vueille trouver le mesme sur la latitude de 50 degrez; j'esleve le pole sur l'horizon de 50 deg. & amene le 90 deg. de l'ecliptique sous le meridien, puis tourne le Globe jusques à ce que le cercle du reflux vienne à couper le meridien en la latitude de 50 deg. c'est au zenith: & considere combien de degrez de l'equinoctial sont passez, & trouve (je prens) 121 deg. 13 Ⓘ; & puis que 15 degrez de l'equinoctial se passent en une heure, le susdit nombre, vaudra 8 heures 5 Ⓘ, pour le temps entre la haute & basse marée, & de là jusques au flux consequent (du contresommet) y aura 3 heures 55 Ⓘ pour faire ensemble 12 heures, sans y comprendre le propre mouvement de la lune, que je delaisse pour eviter prolixité.

Notez.

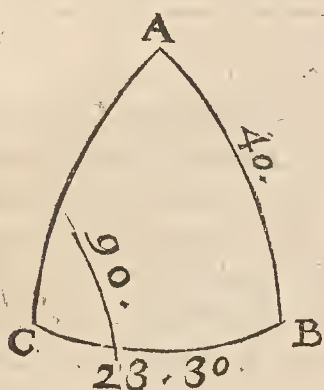
Son Excellence recerchant le susdit deuxiesme exemple avec le Globe celeste, & poursuivant le proposé de plusieurs flux & reflux l'un apres l'autre, y a trouvé l'ordre suivant.

Le temps depuis le premier flux mentionné jusques au reflux, est de 3 heures 55 Ⓘ, comme a esté dit, puis jusques au flux suivant, on trouve 8 heures 5 Ⓘ: tellement que si la lune estoit incessamment au 90 degré de l'ecliptique (ce qui se peut poser pour apprendre les choses faciles premierement) l'ordre des marées s'entresuivroit comme icy dessous:

Flux	8 heures	5 ①.
Reflux	3	55 ①.
Flux	3	55 ①.
Reflux	8	5 ①.
Flux	8	5 ①.
Reflux	3	55 ①.
Flux	3	55 ①.
Reflux	8	5 ①.
Flux	8	5 ①.

Et ainsi consequemment : toutefois il advient tel changement en cecy, autant que le cours de la lune emporte.

Mais pour trouver le susdit temps par les triangles spheriques, je remarque la fin de l'operation susmentionnée sur le Globe celeste, la forme du triangle compris des trois poincts ; assavoir du pole de l'equinoctial B, du pole de l'ecliptique C, & du zenith A; & notez que l'angle au pole de l'ecliptique C, est droit : & que CB, costé entre les deux poles, est 23 degr. 30 ①: Et le costé AB entre le zenith A & le pole de l'equinoctial, est 40 deg. (complement de la latitude 50.) donc tel triangle ayant trois termes cognus, on doit cercher l'angle B, par la 32 proposition des triangles spheriques, qui sera de 58 degrez 47 ① : lesquels ostez de 180, restera son adjoinct 121 deg. 13 ①, & autant fait l'arc passé de l'equinoctial, qui vaut 8 heures 5 ① pour le requis.



Demonstration.

AB, BC, prolongez jusques à l'equinoctial, comprenent un arc d'iceluy, qui est la grandeur de l'angle B, c'est 58 deg. 47 ①: mais le prolongé de BC passe aussi par le 270 degr. de l'ecliptique, entre lequel & le 90 deg. de l'ecliptique y a 180 deg. lesquels au temps depuis la haute marée jusques à la basse, sont passez moins l'angle B 58 deg. 47 ①, qui est 121 degr. 13 ①, comme en l'operation.

Corollaire I.

L'eau est au plus bas, és poles de la terre, lors que la lune est en l'equinoctial, comme il a esté dit au premier Exemple; & est au plus haut là mesme, lors que la lune est aux tropiques, & avec cela encor en son extreme latitude boreale ou australe ; d'où s'ensuit que de 7 jours en 7 jours, arrivent flux & reflux. Toutefois il y a quelque changement là, comme ailleurs, en ce que les flux sont plus hauts en nouvelle & pleine lune, qu'au temps des quartiers.

Corollaire II.

Mais en l'equateur ils se suivent tousiours (assavoir flux & reflux) de $6\frac{1}{4}$ heures environ, où que la lune puisse estre. Soit, par exemple, la lune au 90 deg. de l'ecliptique : alors le cercle de reflux passera par les equinoxes & par les poles de l'ecliptique, qui est appertement 6 heures du cours de l'equinoctial, assavoir entre l'equinoxe & les 90 degrez de l'ecliptique: & tout de mesme des autres lieux où la lune puisse estre : comme il se peut voir plus clairement par ces sommets des flux en carton sur le Globe, comme il a esté dit au commencement de la 1 proportion.

Corollaire III.

Il appert que sur la terre, que les lieux plus pres du pole, que la lune de l'equinoctial, qu'ils ne sont touchez par le cercle de reflux : tellement qu'ils n'ont le reflux si bas, que quand ledit cercle passe par iceux.

Notez.

Comme *Son Excellence* eust veu le contenu de ce troisiesme corollaire, il voulust aussi quant & quant voir quel temps il y a entre le plus bas reflux jusques au plus haut flux : & trouva que c'estoit 12 heures (comme feront ceux qui cercheront le mesme) & conclud là dessus, que tel accident devoit avenir à ceux qui ont la latitude au dessus de 61 deg. 30 ①, car autant est le complement de la grande declinaison de la lune, assavoir 28 deg. 30 ①.

Il me souvient avoir ouy dire à quelque Matelot expert, qu'il avoit esté en des lieux, où la haute & basse marée s'entresuivoyent de 12 en 12 heures ; mais que cela ne duroit pas long temps, voire qu'il s'en ensuivoit par apres un ordre desreglé. Mais si cela arrive pour ceste raison, on en pourroit avoir la decision, lors qu'on mettroit en œuvre la neufiesme proposition suivante.

Corollaire IV.

Il est notoire que l'un des sommets de flux, cause plus haute marée que l'autre, tantost le sommet, tantost son contresommet, assavoir celuy qui vient plus pres du lieu requis.

Notez.

Que de ce qu'est dit, se conclud, qu'en terre il y a 4 notables diversitez de marées, touchant leur ordre alternatif.

Premierement, que sur l'equateur se suivent tousiours de $6\frac{1}{4}$ d'heures l'une l'autre, comme au 1 exemple, & 2 corollaire.

Secondement, hors l'equateur jusques à la latitude d'environ 61 deg. 30 ①, là où elles different, selon le contenu du deuxiesme exemple.

Tiercement, depuis le 61, 30 ① jusques aupres du pole, là où en d'aucuns temps elles s'entresuivent de 12 en 12 heures, comme à la note du troisiesme exemple.

Quartement sous le pole, où elles s'entresuivent d'environ 7 jours, comme au premier corollaire.

Corollaire V.

Il appert que par les deux exemples & corollaires susdits, ausquels les deux sommets de flux & le cercle de reflux estoyent marquez sur le Globe celeste : on peut entendre aisement les regles des autres exemples, qui n'ont leurs sommets de flux & cercles de reflux marquez sur le Globe, mais peuvent bien estre marqués par un instrument de marée, duquel a esté parlé au commencement de ceste proposition.

Conclusion. Nous avons donc recerché les qualitez generales des marées, selon le requis.

Proposition II.

Declarer la cause pourquoy apres le haut flux, suit un reflux plus bas, qu'apres le flux bas.

On trouve par experience, qu'apres le haut flux, suit un reflux plus bas, que non pas le reflux qui suit apres un flux du temps des quarts aspects lunaires : tellement qu'és ouvrages de mer, lesquels doivent estre faits dans des lieux profonds, & au temps qu'ils sont secs, il faut attendre le reflux qui suit un haut flux, comme nagueres entre autres lieux devant Ostende, sur la greve de la mer. La raison est telle, comme en la figure de la premiere definition, l'eau és plus hauts flux (qui arrivent en nou-

en nouvelle & pleine lune) est attirée en plus grande quantité, & plus haut en F & H, qu'au temps des quartiers de lune; donc le cercle de reflux a plus de defaut d'eau, & est l'eau plus basse, que non pas au temps des quartiers de lune.

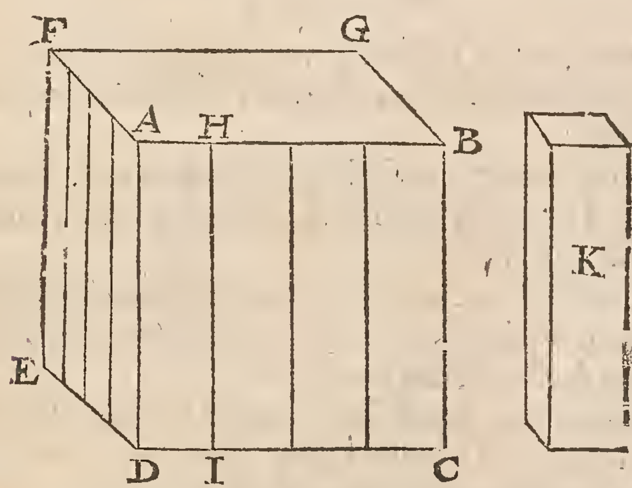
Conclusion. Nous avons donc declaré la cause pourquoy, &c. selon le requis.

Jusques icy les propositions ont servy à declarer la qualité generale des marées : les suivantes seront particulieres, assavoir des causes pourquoy en d'aucuns lieux de la terre, la regle generale n'a point de lieu.

Proposition III.

Declarer pourquoy les petites eauës ne sont pas attirées si haut de la lune & de son poinct opposite, que les grandes.

On ne remarque pas que les petites eauës, comme les petits canaux, rivieres, fontaines, ou l'eau dedans un seau, ou un verre, &c. soyent attirées de la lune: toutefois on pourroit dire qu'elles devroyent aussi bien estre attirées de la lune, que les grandes, & plus facilement. Pour en declarer la raison: Soit A B C D E F G un vaisseau plein d'eau, & les costez, comme A B C D soyent quarrez, 4 pieds de haut, & 4 pieds de large; parquoy sur ce quarré il y aura un poids qui pressera à l'encontre autant que feroit 32 pieds d'eau par la 15 prop. des elemens ponderaux de l'eau : & toute l'eau



contient 64 pieds. Soit aussi posé que chaque quarré soit divisé en 4 planches, comme est la planche AHID, haute de 4 pieds, & large d'un pied : alors contre une chacune d'icelle, y aura un poids qui pressera à l'encontre, egal au poids de 8 pieds d'eau, (qui est le $\frac{1}{4}$ de 32) & y aura 16 telles planches. Et posant qu'en dehors il faille soustenir les planches pour les tenir en telle forme que dessus, & poussant egalement par dehors que l'eau pousse en dedans, c'est à dire 8 pieds d'eau; & qu'à ceste fin on prenne 64 forces distinctes, comme seroyent 64 hommes, assavoir autant comme il y a de pieds d'eau dedans le vaisseau ; alors il y aura 4 hommes à chacune planche. Soit maintenant K un autre petit vaisseau plein d'eau ayant 4 telles planches à l'entour, ce vaisseau contiendra 4 pieds d'eau, estant 4 pieds de haut; cela estant ainsi, si quelqu'un vouloit dire, que puis qu'il ne faut que 64 hommes pour retenir 64 pieds d'eau, de 4 pieds de haut, qu'aussi il ne faudroit que 4 hommes à l'entour du petit vaisseau K, pour retenir 4 pieds d'eau, 4 pieds de haut, & ainsi ne mettre qu'un homme pour soustenir une planche, au lieu qu'il y en a 4 à une chacune planche du grand vaisseau; il y auroit de l'erreur, d'autant qu'à chaque planche de K, il y a autant de pesanteur qui pousse à l'encontre qu'à chaque planche du grand vaisseau par la 11 prop. des elements ponderaux de l'eau : tellement qu'il ne faudroit pas seulement 4 hommes à l'entour de K, mais 16. Et par consequent 4 hommes ne pourront pas si bien eslever 4 pieds d'eau aussi haut au petit vaisseau K, que feroyent 64 hommes, 64 pieds d'eau au grand vaisseau. D'où s'ensuit aussi, qu'un commandant sur ces gens-là, les ordonnant tellement que le nombre de ceux qui seroyent au grand vaisseau auroit telle raison au nombre de ceux qui seroyent au petit, comme l'eau du grand au petit, qu'alors ceux qui seroyent au petit, n'esleveroient pas si haut l'eau, que ceux qui sont au grand; le mesme faut-il entendre de la lune & de son poinct opposite, lesquels combien qu'ils attirent l'eau, neantmoins n'attirent pas tant les petites comme les grandes, voire non pas si haut; & ne se peut pas remarquer.

Conclusion. Nous avons donc declaré pourquoy les petites eauës ne sont pas attirées si haut par la lune & son poinct opposite que les grandes, selon le requis.

Alb. Girard.

On pourroit dire que la lune n'attire pas, mais qu'il y a de la matiere lunaire esparse dans la mer, laquelle ne demande qu'à retourner en son lieu; & que ceste matiere-la n'est pas en l'eau douce, ce qu'on presumeroit estre ce qui est enclos dans la saumure & amertume de la mer : & qu'il y a une autre chose aussi dans la mer qui a antipathie à la lune, comme le feu qu'on fait sur la terre a une antipathie au centre de la terre, car il s'en destourne tant qu'il est possible.

Proposition IV.

Declarer pourquoy le flux ne vient pas en plusieurs lieux d'orient vers l'occident, comme la regle generale de la Theorie le requiert.

S'ensuit de la proposition precedente que les petites eauës ne sont attirées si haut que les grandes : & partant que les rivieres qui sont des petites eauës n'ont point de flux, voire que les flux qu'on y remarque, viennent de la mer; & partant si l'emboucheure de la riviere, est disposée en telle sorte que le flux y entre d'occident vers l'orient, que par accident cela se fait contre la regle generale de la Theorie, & la riviere estant d'un autre costé le flux y viendra aussi, combien que ce ne soit d'orient vers occident : comme le flux qui vient de la mer dans la riviere de l'Escaut, court de Bergues sur le Zom vers Anvers, qui est vers le midy, & de là vers Bastro, car comme le conduit de la riviere est, ainsi court-elle. Or tout ainsi que cela se fait de la mer en une riviere, ainsi en advient-il d'une grand' mer en une petite : & par exemple on voit le flux venir d'occident vers orient le long des costes de France, Flandre & Hollande; pource que la grande large mer d'Espagne, qui s'estend jusques à l'Amerique, est separée de la petite mer Germanique par l'Angleterre & l'Escosse : laquelle moindre mer estant plus basse que l'autre grande, le grand flux y vient descouler d'occident vers l'orient entre France & Angleterre, comme nous avons dit de la riviere cy-dessus : & combien que cela semble du commencement estre contre la nature, toutefois on voit que pour bonne raison cela doit estre ainsi.

Conclusion. Nous avons donc declaré pourquoy le flux ne vient pas en plusieurs lieux d'orient vers l'occident, &c.

Proposition V.

Declarer pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'est pas haute, estant la lune ou son poinct opposite au meridien, comme la regle generale de la Theorie le requiert.

Veu

Veu que le flux des petites mers, eſt cauſé du flux des grandes, comme il a eſté dit en la quatrieſme propoſition : il s'enſuit que les petites mers qui ſont pres des grandes, doivent avoir le flux pluſtoſt que celles qui en ſont plus eſloignées. Comme on voit en noſtre petite mer Germanique, où les lieux orientaux reçoivent la haute marée plus tard que les lieux occidentaux.

Concluſion. Nous avons donc declaré, ſelon la propoſition, pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'eſt pas haute, eſtant la lune ou ſon poinct oppoſite au meridien, comme la regle de la Theorie le requiert.

Proposition VI.

Declarer la cauſe pourquoy en pluſieurs lieux la plus haute marée n'y advient que quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune.

Il a eſté dit en la cinquieſme propoſition que le flux n'arrive en pluſieurs lieux, que quelques heures apres que la lune, ou ſon poinct oppoſite ſe trouvent au meridien, d'où l'on ne trouvera eſtrange que les plus hauts flux n'y arrivent auſſi ſinon que quelques heures apres : mais quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune, de cela on en pourroit douter (comme il advient en effect, ainſi que j'ay oui dire à des gens de mer, que devant Hollande, il y a difference de deux jours, plus devers l'occident moins, & plus devers l'orient d'avantage.) Pour donc en declarer la cauſe, ſuivant ce qui a eſté dit en la quatrieſme propoſition, que les flux des petites mers, & rivieres, ne viennent pas d'eux meſmes, mais des grandes mers; or le flux qui entre dans les rivieres, ne peut couler ſi viſte, à cauſe que l'eau de la riviere qui eſt derriere, eſt bien plus haute que celle de la mer, mais le flux qui entre és petites mers y paſſe plus aiſément, d'autant que l'eau de derriere n'eſt pas plus haute. Comme ſoit A B C D E F G la ſuperfice ſuperieure de quelque petite mer, A le grand flux, qui



vient par l'emboucheure de la grand' mer, laquelle 6 heures apres ſera baſſe, & 6 heures apres ſera derechef haute, la petite mer eſt tenuë ainſi en continuel mouvement, avec divers flux & reflux entre deux, l'un apres l'autre, tous cauſez du premier & haut flux A, devenant peu à peu plus petit, de ſorte que finalement on ne remarque plus de flux & reflux. Mais puis que quelques jours ſe paſſent, devant que le premier-haut flux A parvienne juſques au dernier haut flux G, d'autant qu'il doit paſſer par les flux B, C, D, E, F, & ce ſelon qu'ils ſont eſloignez; comme par exemple, à Calais la marée eſt haute en nouvelle & pleine lune à 10 heures : à Nieuport à 11 : à Oſtende à $11\frac{1}{2}$: à Blankebergue à 1 heure : à Fliſſingues à 2 heures : à Bergues ſur le Zom à 4 heures : à Anvers à 6 heures : à Baſtrode à 8 heures : tellement que le flux eſt 1 heure en chemin pour parvenir de Calais à Nieuport : $\frac{1}{2}$ heure de Nieuport à Oſtende : 2 heures d'Oſtende à Blankebergue : $\frac{1}{2}$ heure de Blankebergue à Fliſſingue : 2 heures de Fliſſingue à Bergues ſur le Zom : 2 heures de Bergues ſur le Zom à Anvers : 2 heures d'Anvers à Baſtrode : c'eſt aſſavoir de Calais à Baſtrode 10 heures : d'ou s'enſuit que lors qu'à Calais il fait haute marée : qu'à Baſtrode il fera haute marée 10 heures apres. Et les meſmes calculées d'un lieu plus loing de Baſtrode que n'eſt Calais, voire plus vers l'occident que n'eſt Calais, on auroit au lieu de 10 heures quelques jours : parquoy combien que le haut flux advienne avec la nouvelle & pleine lune és lieux qui n'ont nul empeſchement, ſi eſt-ce qu'és lieux où il y en a, comme les terroirs hauts & les promontoires qu'il y a difference, de quelques jours devant qu'ils ayent le flux apres la nouvelle & pleine lune.

Concluſion. Nous avons donc declaré la cauſe pourquoy en pluſieurs lieux la plus haute marée qui arrive en nouvelle & pleine lune autrement, n'y advient que quelques jours apres, ſelon le propoſé.

Proposition VII.

Declarer comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus eſloignez des ſommets des flux que d'autres, & neantmoins ont leurs marées plus hautes.

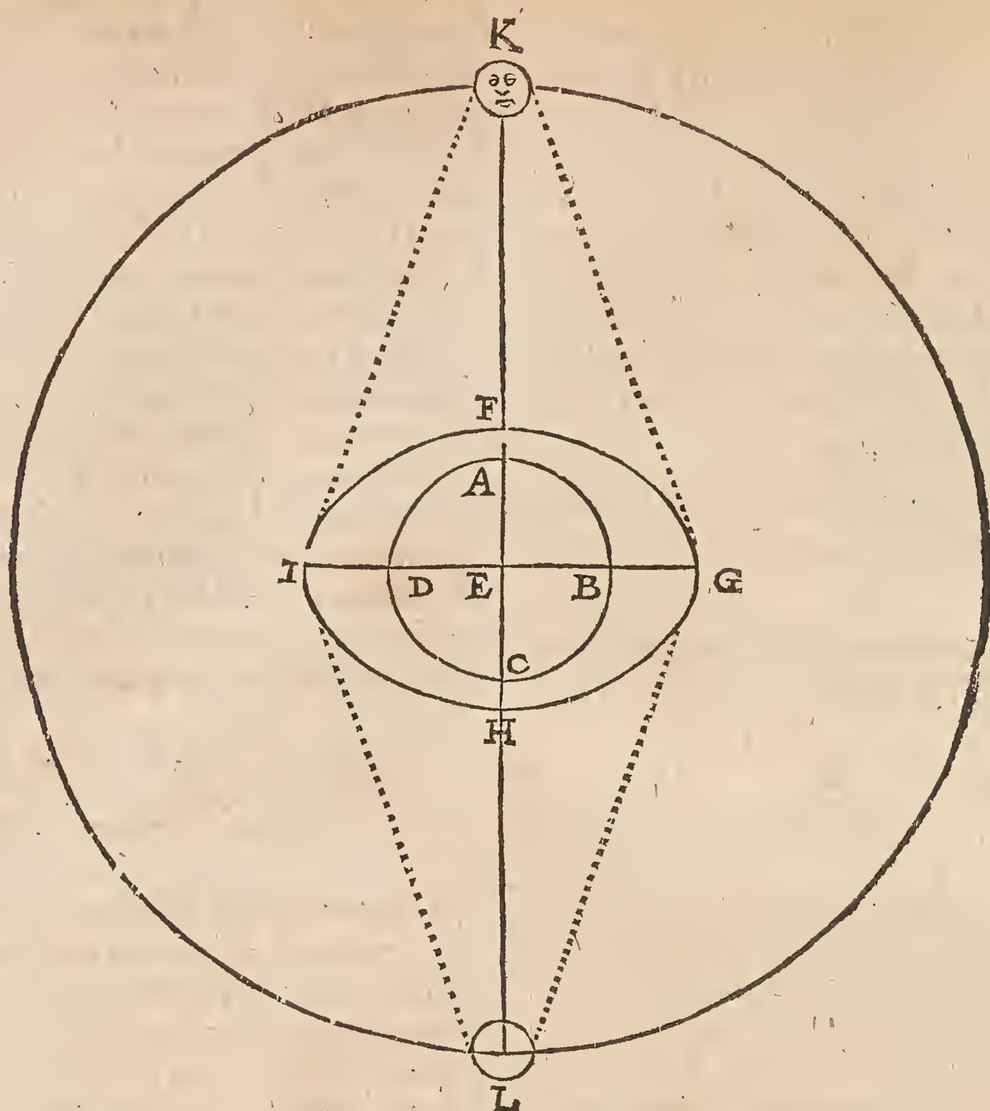
Selon la regle generale, la marée devroit eſtre plus haute és ſommets des flux qu'autrement, & tant plus pres d'iceux, & tant plus haute marée, ce que toutefois on voit advenir autrement en d'aucuns lieux. Car veu que les ondes qui viennent à heurter quelque promontoire, amaſſent là plus d'eau que ne font les autres ondes en mer : ce qui ſe fait, pource qu'apres l'une ſuit une autre, autrement elle reculeroit apres avoir choqué contre le rivage, mais celle qui eſt plus derriere entretient en hauteur, & empeſche le recul de celle qui eſt plus devant, faiſant un amoncelement plus haut que ce qui pourroit eſtre en pleine mer : cela eſtant ainſi, prenant toute l'eau eſlevée d'un flux comme une onde, laquelle eſt longue de quelques lieuës; ce n'eſt pas merveille qu'en pluſieurs lieux où elle pouſſe directement, que l'eau ſoit plus haute qu'en pleine mer, où il n'y avoit de reſiſtance : comme le flux de la grand' mer d'Eſpagne, roulant vers la petite mer Germanique, comme il a eſté dit cy-devant, & venant à choquer contre les coſtes d'Angleterre en ce deſtroit qui eſt appellé mer Britanique, & Germanique, s'enfle quelques 10 ou 11 braſſes au deſſus la hauteur de la baſſe marée, qui eſt plus haut que le flux en d'aucuns lieux plus pres du ſommet de flux, voire plus haut que ledit ſommet meſme, & cela pour des raiſons notoires.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus eſloignez des ſommets des flux que d'autres, ayent neantmoins leurs marées plus hautes, comme il eſtoit propoſé.

Proposition VIII.

Declarer la proprieté que les marées auroyent, ſi elles eſtoyent cauſées par le repouſſement de la lune & de ſon poinct oppoſite.

Nous avons poſé juſques icy, comme ſi la lune & ſon poinct oppoſite, attiroyent l'eau de la mer ſuivant le contenu de la premiere petition : mais ſi cela advenoit par repouſſement, il y auroit des regles qui ſeroyent au rebours. Car ſoit en la figure ſuivante les lettres de renvoy de meſme qu'en celle de la premiere definition, excepté que la lune K & ſon poinct oppoſite L n'attirent pas l'eau, mais la repouſſent, tellement que la ligne F H, eſt plus courte que I G, & ainſi F, H ſeroyent ſommets des reflux, I G cercle de



flux, & de mesme plusieurs qualitez seront contraires aux precedentes; comme aux 1, & 2 exemples, & 1, 2, 3, & 4 corollaire, de la 1 proposition.

Premierement, les lieux où la lune est au zenith auront basse marée, comme la premiere position.

Secondement, la lune estant au 90 deg. de l'ecliptique, ce qui est au deuxiesme exemple de la 1 proposition, compté estre de 8 heures 5 (1), sera de 3 heures 55 (1); & derechef ce qui estoit là 3 heures 55 (1), sera 8 heures 5 (1).

Tiercement, la lune parcourant l'equinoctial, les poles de la terre auront haute marée, & la plus basse, lors qu'elle est en ses latitudes extremes, tant septentrionale que meridionale, contre la regle du 1 corollaire de la 1 proposition.

En quatriesme lieu, l'un des sommets de reflux qui vient le plus pres de quelque lieu causera plus basse marée que l'autre; ce qui est different du 4 corollaire de la 1 proposition.

En cinquiesme lieu, les lieux plus pres des poles que la lune de l'equinoctial, ne seront point attaints du cercle de flux; ainsi qu'en ce temps-la ils n'ont le flux si grand que là où le cercle de flux passe, contre le 3 corollaire de la 1 proposition.

Or laquelle des deux est la vraye position, ou s'il y en a une autre troisiesme en nature, j'estime que nous avons defaut d'experience pour en juger; mais comment on y pourroit parvenir la suivante proposition servira pour la deduction de ce qu'il m'en semble.

Conclusion. Nous avons donc declaré, &c.

Proposition IX.

Declarer comment il semble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoissance de la nature des marées qu'on n'a presentement.

Lors que le reflux, le flux commun & le plus haut flux ne convienent en temps & quantité avec la commune computation des marées, selon laquelle les gens de mer se comportent, comme plus tost ou plus tard, ou qu'il advient un bas flux, avec un vent qui en cause un grand; ou au contraire, grand flux avec vent qui amene quant & soy un moindre flux, on dit ordinairement qu'il y doit avoir d'autres vents sur mer, ou qu'ils y ont esté, qui sont peut estre advenus pour les raisons de la regle generale cy-dessus, ou qui sont, ou seront deduites par d'autres Autheurs. Mais d'autant que d'icy il arrive aucunefois perte de vies & biens, il me semble n'estre pas inutile de tascher de venir en cognoissance parfaite de ceste matiere. Et à ceste fin seroit bon qu'un grand nombre d'hommes fissent des observations par toute la terre, où il vient à poinct, afin d'en tirer des regles certaines & generales, mettant par escrit ce qui advient de jour à autre: comme à quelle heure flux, & reflux: de quelle hauteur & profondeur ils sont; quels vents, s'il y en a, ou s'il fait calme: finalement tels escrits mis entre les mains d'un Theoricien, si l'observateur ne l'estoit pas mesme, on pourroit trouver la difference ou la convenance qu'il y a avec la Theorie commune, ayant regard de considerer les empeschements qui causent des effects contraires à la generalité des regles. Il faut aussi noter que la recerche des qualitez generales, desquelles a esté parlé en la deuxiesme proposition, se feroyent bien proprement sur quelque petite Isle, dans une grande mer, & fort loing de terre ferme, pour n'avoir pas tant d'empeschement, comme est l'Isle de Saincte Helene & autres semblables. De là on pourroit bien voir s'il y a deux sommets de flux sous la lune & son poinct opposite & un cercle de reflux, suivant la premiere position: ou deux sommets de reflux & un cercle de flux, suivant la deuxiesme position de la huictiesme proposition.

En second lieu, si la lune parcourant l'equinoctial, si les flux & reflux se suivent dans $6\frac{1}{4}$ heures, comme la Theo-

la Theorie le requiert en la 1 proposition au 1 exemple.

En troisiesme lieu, la lune declinant au plus de l'equinoctial, si les marées se font selon le deuxiesme exemple de la 1 proposition, touchant la difference des temps entre flux & reflux; car cela nous rendroit certain d'attraction ou de repoussement.

En quatriesme lieu, si l'eau est basse au plus qu'il est possible, environ sous le pole, lors que la lune est sous l'equinoctial, suivant la premiere position, comme au 1 corollaire de la 1 proposition; ou au plus haut, suivant la 2 position, comme en la huictiesme proposition au troisiesme article : ce qui nous pourroit acertainer d'attirement, ou de repoussement d'humeurs par la lune & son poinct opposite.

En cinquiesme lieu, si le flux advient au plus haut, lors que la vertu d'attraction de la lune, ou de son poinct opposite, assavoir lors que l'une des deux est plus pres du zenith de l'observateur: ou s'ils sont egalement hauts, & que la difference soit aux reflux, ce qui adviendroit par repoussement. Lesquelles choses si on trouvoit convenir avec l'une des deux suppositions; mais y ayant difference, on pourroit tascher d'amender les fautes.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment il semble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoissance de la nature des marées qu'on n'a pas presentement, suivant le contenu de la proposition.

Fin du sixiesme livre de la Geographie.

ASTRONOMIE,

Qui est

La troisiesme partie de la

COSMOGRAPHIE.

Argument de l'Astronomie.

DU commencement je descriray l'Astronomie, comme si auparavant il n'en avoit esté parlé en aucune façon; ce qui se poursuivra, & avec tel ordre & progrés, comme il semble qu'elle a augmenté de temps en temps, comprenant le tout en trois livres.

Le premier, sera de l'invention du cours des Planetes, & des estoiles fixes, par les Ephemerides observées; le tout fondé sur la supposition que la terre est stable ou fixe; c'est en un mot, sur l'hypothese de terre immobile.

Le second, de l'invention du cours des Planetes par voye Mathematique, avec l'hypothese de terre immobile, & de la premiere inegalité.

Le troisiesme, de la seconde inegalité, où se trouve l'hypothese de terre mobile de Copernique.

PREMIER LIVRE

DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, & des estoiles fixes, par les Ephemerides observées, selon l'hypothese impropre de terre fixe.

Sommaire du premier livre.

APres les definitions, ce livre sera departy en huict dissections touchant l'invention du cours du Soleil, de la Lune, de Mercure, Venus, Mars, Iupiter, Saturne, & des estoiles fixes, par le moyen des ephemerides observées, supposant que la terre soit fixe, & centre du Monde; car combien qu'elle se mouve circulairement, comme les autres Planetes, toutefois on apprend plus facilement les commencemens de ceste science, par le mouvement apparant, que par le propre, comme on verra plus amplement au troisiesme livre, proposition septiesme; auquel sera aussi declaré, pourquoy la propre hypothese de terre mobile, est plus commode à la Theorie.

DEFINITIONS.

Les cercles, arcs, & poincts qui ont esté definis au 4 livre de la Trigonometrie, seront icy tenus pour cognus : les autres definitions necessaires s'ensuivent.

Definition I.

Iour naturel, est le temps que le centre du corps du Soleil met à faire un tour, en commençant & finissant au meridien. Et les jours naturels sont dits inegaux. Aussi ce temps-là est appellé, temps inegal.

Le temps d'un jour naturel, est terminé par un tour que fait l'equateur, & avec ce encor un petit arc d'iceluy, autant que le propre mouvement du Soleil cause, tousiours contre le cours du premier mobile. Que si ces petits arcs estoient egaux, les jours naturels seroient aussi egaux, ce qui n'est pas pour deux raisons : l'une, à cause de l'excentricité de la voye du Soleil ; l'autre, à cause de l'obliquité, ou declinaison de l'ecliptique: & combien que ceste difference soit imperceptible en un jour, neantmoins en beaucoup de jours, elle se peut facilement recognoistre.

Definition II.

An naturel, est le temps que le Soleil met à circuir l'ecliptique, commençant & finissant en un poinct pris, lequel demeure tousiours egalement distant de la section vernale, ce qui se fait en 365 jours, 5 heures, & encore une partie incertaine.

Ptolemée a posé ceste partie incertaine de 55 ① & 12②: *Albategne* de 46①, 24② : d'autres ont trouvé quelque changement.

Alb. Girard.

Touchant ceste partie incertaine, cela vient que les mouvemens celestes pour la pluspart sont incommensurables entr'eux, selon le temps, assavoir les jours naturels, aux revolutions des planetes; aussi les revolutions entr'elles, item selon les distances, comme de nos degrez, aux declinaisons, & latitudes, &c.

Definition III.

L'An Egyptien comprend 365 jours.

Cest an comparé au naturel, est moindre quasi de la quatriesme partie d'un jour.

Definition IV.

Ans Iuliens comprennent 365 jours, trois fois de suite; mais le quatriesme est de 366 jours, appellé bissexte, faisant le mois de Fevrier de 29 jours, là où autrement n'en auroit que 28.

Pour remedier à la defectuosité des ans Egyptiens & approcher plus pres de l'an naturel, Jules Cæsar a introduit ce jour de surplus en Fevrier, & ce de 4 en 4 ans, voila pourquoy ils sont appellez ans Juliens.

Alb. Girard.

Ces ans Iuliens pour leurs excés ont esté abolis & changez, par l'Evesque de Rome Gregoire XIII. environ l'an 1582. retranchant 10 jours, qui s'estoyent escoulez insensiblement, ordonnant la mesme chose au reste que Iules Cæsar, horsmis que dans chaque terme de 400 ans on ne tiendroit compte de trois années bissextes, lesquelles au lieu d'avoir 366 jours, n'en auroyent que 365, ainsi que l'an 1700, (qui devroit estre bissexte en son ordre) n'en aura qui 365.

Definition V.

Si l'on presuppose qu'il y ait autant de jours egaux, & d'heures egales, avec leurs parties, comme il y a de jours & d'heures inegales, avec leurs parties; iceux sont appellez jours egaux, ou jours moyens; & un tel temps est dit en general Temps egal, ou moyen.

Jours egaux ou moyens, sont ainsi appellez, pource qu'ils sont entre les jours naturels longs & courts de la 1 definition.

Definition VI.

Planetes, sont 7 corps mondains lumineux, lesquels semblent errer çà & là sans regle, comme Saturne, Iupiter, Mars, Soleil, Venus, Mercure, Lune.

Combien que la terre soit aussi à proprement parler une planete, toutesfois l'ayant supposée estre fixe, suivant les raisons deduites en l'Argument cy-devant, c'est cela qu'elle n'est icy placée & mise au rang des planetes.

Alb. Girard.

Il ne faut pas penser que le nombre des planetes ne soit bien d'avantage, car ces 8 ont seulement esté apperceuës des anciens : mais de ce temps on a descouvert par des yeux artificiels, (qu'on appelle lunettes, ou lynx) que non seulement la voye lactée n'est autre chose qu'un amas d'estoiles fort pres l'une de l'autre, chacune desquelles est invisible à nos yeux sans ce lynx; mais aussi qu'il y a 4 autres planetes subalternes à l'entour de Iupiter, appellées Medicées par Galilee de Galileis, *tousiours en mesme plan avec iceluy, comme un second zodiaque; qui seroyent en tout 12 planetes ne contant Saturne que pour une, combien qu'il soit trouvé estre composé de 3 globes contingens, dont celuy du milieu est le majeur; mais il est aisé à conjecturer, qu'il y en a beaucoup, que nous ne pouvons pas voir, pour leur grand esloignement de la terre, pour leur petitesse, pour la grande proximité d'iceux au soleil (ce qu'on pourroit remarquer és grandes eclipses de soleil) & pour le defaut d'instruments optiques, ou de meilleurs lynx que nous n'avons; aussi pour la paucité d'observateurs, & le peu de temps qu'on s'y adonne. Il ne faut pas aussi penser, que* Copernique *soit le premier qui ayt posé que la terre soit mobile & le soleil fixe; veu qu'*Archimedes *en son livre du nombre de l'arene au commencement, fait mention d'un ancien nommé* Aristarque Samien *(duquel il nous reste encor quelque chose, comme le livre de la distance du soleil & de la lune) lequel tenoit les mesmes hypotheses. Il ne faut pas aussi penser que ces choses soyent contre la saincte Escriture, veu qu'elle est escrite comme begayant avec les hommes, lesquels ont perdu, & sont destituez de ceste vivacité naturelle de l'entendement, de laquelle Dieu avoit orné le premier homme; & ce d'autant moins que l'office de la saincte Escriture, n'est pas pour nous monstrer l'Astronomie, ny autre chose qui ne touche en rien nostre Salut; mais se contente de nous interpreter simplement, & d'une maniere intelligible, mesme aux plus grossiers, comment c'est que la terre nous doit apparoir à tousiours, comment le soleil, la lune, & les estoiles, quels leurs mouvemens apparants, le tout sans paradoxe estrange quant à nous, qui eust peu sembler si peu que rien contrarier à nos yeux: car Dieu parle à nous qui habitons la terre, comme à ceux à qui la terre doit sembler estre fixe, & est vrayement fixe quant à nous, mais non pas quant au tout. De mesme du temps de Iosué, le soleil s'arrestoit vrayement selon le jugement de la veuë, mais ce pouvoit estre la terre qui ne tournoit pas si viste sur son axe d'occident vers orient, comme elle avoit de coustume, il suffisoit à Iosué d'avoir receu ceste faveur de Dieu; il n'avoit aussi besoing d'entendre l'Astronomie, pour requerir l'aide de Dieu, qui entend mesmes nos souspirs : ce n'est pas Dieu, qui a fait cognoistre à nos premiers parens qu'ils estoyent nuds, mais ceste necessité, à laquelle l'homme ayant peché a esté reduit, assavoir d'apprendre*

par

par experience. Il y a plusieurs arguments que la terre tourne sur son axe; comme, pource qu'elle peut plustost circuire iceluy, & plus aisement avec toutes les mesmes apparences, que non pas tous les corps mondains tourner à l'entour de la terre; que si celuy qui tourne est de moindre qualité & moins noble, que celuy qui se tient coy, attendant le service d'un chacun, pourquoy voudrions-nous faire servir tous les astres & les cometes, pour faire faire une chose difficile, & servir un plus vile, lors qu'il se pourroit faire plus aisement? Et que le centre de la terre soit fixe, il y deux argumens; assavoir l'œil de ceux qui sont sur la terre, & celuy qui pourroit estre sur la lune, (car la terre luy apparoist fixe, comme nous feroit le pole, s'il estoit visible) quant aux autres arguments que l'on a fait jusques à present, que la terre soit fixe, c'est une pitié de voir qu'ils en parlent, comme les aveugles des couleurs: ils disent que la terre est pesante, & partant qu'elle tend vers le bas. Cela est bien dit pour les apprentifs, mais il y a bien autre chose: venons un peu à parler de pesanteur, les hommes n'y ont rien entendu jusques à present, je seray bref. Pesanteur naturelle en general, est l'appetit qu'un corps a de retourner en son lieu, n'y estant point.

Il y a autant de sortes de corps primitifs, qu'il y a d'astres.

On sçayt qu'un primitif a plusieurs derivatifs; & que l'homme, & les autres animaux, & aussi les metaux, les plantes, & les pierres que nous voyons, sont pris de la terre; or combien que les Astres soyent tous primitifs, neantmoins je ne voudrois contredire qu'ils ne soyent tous engendrez (non pas composez) d'une ou deux matieres premieres: mais pource qu'elles ne se peuvent trouver simplement, je n'entens pas en parler icy: Notez qu'il y en a qui sont subalternes, ou moins primitifs, que j'appelle extraits par distinction.

La diversité des corps primitifs, requiert divers lieux: & de telles distances que la sympathie ou antipathie le trouve necessaire, & selon qu'ils ont plus de besoing l'un de l'autre ils seront d'autant plus pres, & au contraire.

Touchant finalement leur mouvement, grandeur, extraction, & vertu magnetique; il est certain que le moindre, & l'extrait (qui est moins primitif) & le plus ignoble, doit tourner à l'entour de son majeur, d'où il prend son origine, & d'autant plus viste, qu'il est moins noble, comme cerchant continuellement tout ce qui luy est necessaire par le moyen des apparences, aspects, proximité & esloignement, figure & harmonie: pour les vertus magnetiques, cela sert à plusieurs choses, & sont diverses en un mesme corps; car les unes servent pour tenir en bride leurs superfices (veu qu'il n'y a rien plus aisé à faire mouvoir par le moindre moteur qu'on pourroit donner, qu'une grande superfice spherique, lors que la sphere ne repose que sur son centre) comme le meslange que Dieu a mis dans l'aimant, est pris des poles arctique, ou antarctique; comme aussi le meslange que Dieu a fait, meslant de la terre en la superfice de la lune, à commencer depuis son centre comme dans des rochers, & finissant en figure de pyramide jusques à l'hemisphere de la lune qui nous apparoit tousiours, toutesfois si peu, que cela ne suffit à emporter quant & soy une portion de la matiere dont est composée la lune, pour retourner en terre, en son lieu, & aussi tant qu'il suffise à resister aux plus grands vents (car l'air est commun) & autres accidens, qui pourroyent changer les climats & l'ordre des saisons qu'il y peut avoir. Les autres vertus magnetiques sont pour faire tourner les corps, & les faire approcher & reculer selon leur mutuelle necessité; (car celle qui attire les corps en leur lieu, & que chacune partie demande d'estre au centre qui est ce lieu-là, & pressans egalement sont reduits en forme spherique par leurs liqueurs propres: or ceste vertu magnetique qui ramasse les corps, & cause qu'ils figurent une figure spherique, c'est la pesanteur naturelle susdite, laquelle j'ay definy premierement, d'autant que ceste vertu magnetique est la premiere & principale) je dis selon leur necessité; car par exemple, si le soleil estoit plus loing en son apogée qu'il ne faut, ou beaucoup plus pres que son perigée, il n'y auroit pas d'eau sur la terre; sans la lune ceste eau s'en iroit amonceler tout au centre de la terre, & n'y en auroit plus en la superfice; les fontaines & rivieres seroyent taries: la raison est, que le trop grand esloignement du soleil nous petrifieroit l'eau, & toute l'humidité des nuées terrestres tomberoyent & deviendroyent pierres de cristal; & puis rien ne pourroit estre engendré sur la terre, &c. Au contraire la trop grande proximité du soleil, brusleroit la terre, & la desecheroit; de la mer il ne nous resteroit que le sel, la douceur de l'eau se retireroit és nuées, les metaux seroyent tous liquides, puis s'esvanoüyroient apres; il n'y resteroit que l'or, & toute la terre ne seroit qu'un fourneau d'Alchimie, car par la nuit, les vapeurs retomberoyent en terre, & les metaux se fixeroyent par l'espace des temps, à cause de la circulation continuelle.

Devant que de finir ce discours je diray qu'en la lune la terre apparoist comme son pole plus que l hemisphere lunaire, & n'apparoist jamais à la moindre; la superfice de la terre luy apparoist plus que 9 fois plus grande, qu'icy la lune ne fait, c'est à dire le diametre visuel 1 degré & demy plus que triple à celuy de la lune: les eclipses de soleil sont là, cum mora, *& non pas les eclipses de terre: la terre luit, & a des taches, qui changent tousiours, combien que la figure de croissant, ou pleine, ne change; car c'est comme icy la lune, (autant en fait Venus, car elle croit & descroit, & on dit qu'elle vient à estre pleine, comme estant lors plus esloignée d'icy que le soleil) tous les mois, la lune decouvre les deux poles de la terre l'un apres l'autre, les jours y sont du moins 29 fois plus grands qu'icy, & aussi les nuicts de mesme; & en un jour & une nuict de là, la terre apparoist nouvelle, croissant, pleine, decroissant, & toutesfois en mesme espace de temps, qu'à nous la lune en fait de mesme, mais en ordre contraire, assavoir (au regard de ce que dessus) pleine, decroissant, nouvelle & croissant: les estoiles fixes apparoissent faire le circuit autour de la lune environ en 27 jours.*

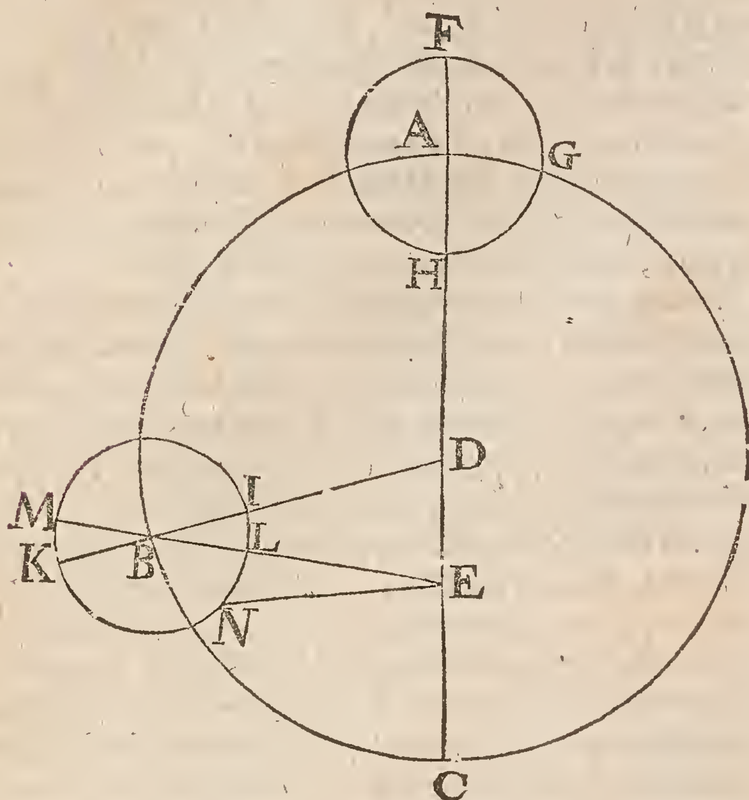
Touchant le corps de la lune mesme, en la partie meridionale, dans l'hemisphere qui se tourne vers la terre, on y remarque d'icy une extremement grande fosse & ronde, de laquelle procedent plusieurs lignes claires, quasi comme les meridiens passent par les poles és cartes, on y remarque aussi aisement les fosses & les bosses; car és concavitez, l'ombre est du costé du soleil, & és convexités des montagnes la clarté est du mesme costé que le soleil.

Les taches noires sont plus solides, & raboteuses; mais les plus luisantes, sont d'une matiere plus liquide, ou plus blanche; & plus polie, & l'air circuit tous les corps, contre l'opinion de nos Physiciens, qui n'ont jamais rien apporté d'eux-mesmes que ce qu'ils avoyent leu, ou ouy dire, depuis Ptolemée, ou Aristote, jusques à present mesmes, n'ont pas encor seulement resout combien il y avoit d'Elemens; ils en sont tres-esloignez, & ne sçavent pas que c'est du vuide, dont on a fait tant de disputes jusques à maintenant, sans une seule resolution: cependant qu'ils ayent encor temps pour y penser, je laisseray ces choses-la pour un autre fois, puis que cela requiert plus de temps à expliquer, que je n'ay de loisir: seulement je parleray en passant des cometes, que ce sont des corps qui changent de lieu, comme estant denués de force, & gastez de vieillesse, ayant esté retenus en un lieu, & ayant du depuis changé de qualité, ils viennent à tomber en un autre, qui est propre à recevoir telle sorte de matiere, & en y tombant les plus massives vont devant, puis les moins solides (comme est l'eau, & le sable) suivent apres, ce que nous appellons la queuë de la comete, &c. Ordinairement elles viennent de la voye lactée, qui sont des estoiles bien plus distantes d'icy que les estoiles fixes plus visibles, (car il faut sçavoir que les fixes ne sont en une superfice spherique, mais bien l'une est pres, l'autre est plus loing de nous, & ainsi jusques où ils peuvent parvenir) & pourroit avenir que la terre sera quelque jour une comete, c'est à dire (je n'en ose rien definir, car il n'appartient qu'à Dieu) abysmera & changera de place, lors que nostre Seigneur la viendra juger, & la transporter en autre lieu; mais je laisseray cecy pour une autre fois.

Definition VII.

Cercle excentrique est celuy dont le centre est autre que celuy de la terre ; mais cercle concentrique, ou homocentre, est celuy qui avec la terre a mesme centre.

Soit le cercle A B C, son centre D, la terre E ; iceluy



cercle A B C est excentrique, or il eust esté concentrique, si D eust esté la terre.

Definition VIII.

La ligne du centre de l'excentrique, au centre de la terre, s'appelle ligne de l'excentricité.

Telle est la ligne D E de la septiesme definition.

Definition IX.

Apogée de l'excentrique, est un poinct le plus distant de la terre : Perigée, le plus pres.

Si on produit l'excentricité D E de la precedente figure, jusques à la circonference en A & C, alors A est dit Apogée, & C perigée.

Definition X.

Deferant est un cercle excentrique, où la planete est portée.

Definition XI.

Si en l'excentrique on prend un poinct comme centre, descrivant un petit cercle, à l'entour duquel la planete se meut ; iceluy cercle mineur s'appelle Epicycle : & le grand s'appelle Deferant l'epicycle.

Soit d'un poinct A pris en la circonference de l'excentrique en la figure de la septiesme definition, & comme centre soit fait un cercle mineur FGH, où l'on suppose qu'une planete se meut, iceluy s'appelle epicycle, & A B C deferant l'epicycle.

Definition XII.

Apogée d'epicycle, est le poinct dans l'epicycle qui est le plus esloigné de la terre ; & Perigée, qui est le plus pres : mais moyen apogée d'epicycle, est le poinct d'iceluy le plus esloigné du centre de l'excentrique ; & moyen perigée qui est le plus pres.

Soit à la figure de la septiesme definition produit le diametre C A jusques en F, en la circonference de l'epicycle : lequel poinct estant le plus esloigné que nul autre poinct de l'epicycle, de la terre E, sera ledit F appellé apogée de l'epicycle, & aussi H perigée de l'epicycle : mais si l'epicycle estoit en B, M seroit encor l'apogée d'iceluy, & L le perigée ; & non pas K, I, sinon qu'à l'esgard du poinct D centre du cercle ; parquoy K est dit moyen apogée, & I moyen perigée : ces deux apogées se joignent & unissent quand l'epicycle est dans la production de D E, comme en A, ou en C ; & autrement sont tousiours separez. Or K a son cours uniforme, estant veu de D centre, au contraire M a son cours difforme de quel poinct qu'il soit veu, soit de D, ou de E, tantost allant viste, tantost lentement, entre lesquels mouvemens K se meut mediocrement.

Definition XIII.

L'Arc dans l'epicycle entre les apogées, est appellé arc d'apogées (les autres l'appellent equation du centre en l'epicycle) & l'autre entre les perigées, est appellé arc des perigées.

Comme à la figure de la septiesme definition, MK est l'arc des apogées (ou selon les autres Autheurs equation du centre de l'epicycle) & I L arc des perigées.

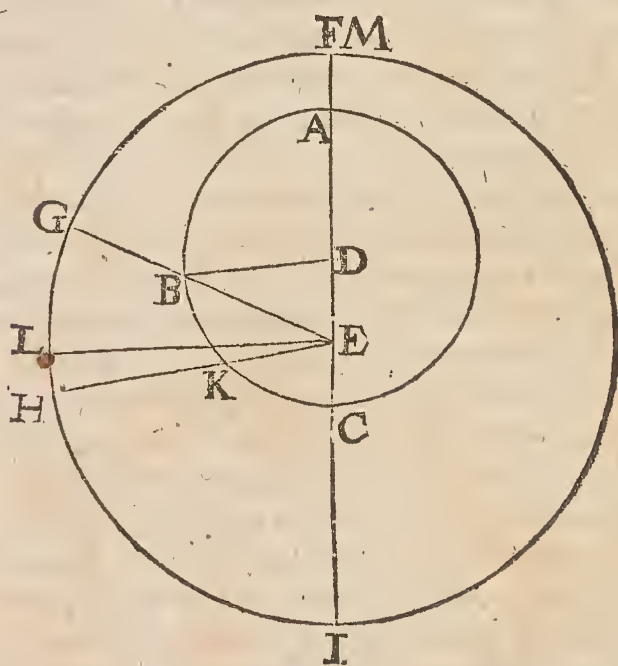
Definition XIV.

Premier hemicercle, est celuy qui selon l'ordre des degrez, est compris entre l'apogée, & perigée, contenant 180 degrez, le restant est appellé dernier ou second hemicercle.

Definition XV.

Planete apparente, est le lieu auquel elle semble estre, & toutesfois n'y est pas. Et l'arc de mouvement apparant, est celuy qu'elle semble parcourir, combien qu'en effect cela ne soit pas.

Soit A B C le deferant de planete, D centre, E la terre, duquel l'ecliptique soit descrite F G H, dont le diametre F I, passant par les poincts E, D, coupe le deferant en l'apogée A, & perigée C : le lieu de la planete au deferant B, par lequel menée E B, soit produite en G : Or B est le vray & propre lieu de la planete, toutesfois de la terre E, elle semble estre entre les estoiles



fixes en G, & partant G est le lieu apparant d'icelle : si de B elle parvient en K, & menée E K H, la planete estant veuë de la terre ; semblera parcourir l'arc G H (dissemblable à l'arc B K) alors cest arc G H, ou bien l'angle G E H, ou B E K, est le mouvement apparant.

Corollaire.

Par cest exemple de planete apparante, par la supposition d'un deferant, ou cercle excentrique, se pourra aussi entendre le semblable par la supposition d'un epicycle.

Aussi

Auſſi par ce qui a eſté dit, on cognoiſtra que c'eſt d'un arc apparant, apogée apparant F, &c.

DEFINITION XVI.

Planete moyenne eſt un poinct imaginé dans l'ecliptique, qui ſe meut uniformement, & touſiours en l'apogée apparant, quand la vraye planete n'ayant point d'epicycle, eſt en ſon apogée au deferant : mais ayant un epicycle, quand le centre du meſme epicycle eſt en l'apogée : & ſon mouvement s'appelle mouvement moyen, à compter touſiours depuis la ſection vernale.

Par exemple, quand la planete (en la figure de la 15 definition) eſt en l'apogée A, alors il y a au meſme temps un poinct imaginé eſtre à l'apogée apparant F, qui ſe meut touſiours uniformement ; comme quand la vraye planete ayant fait un tour, rentre au poinct A, alors la planete moyenne revient auſſi en l'apogée apparant, ayant pareillement fait un tour entier, & d'avantage, tant que l'apogée apparant s'eſt eſcoulé cependant : un tel poinct s'appelle planete moyenne, & ſon cours, ou mouvement, s'appelle mouvement moyen : ce qu'eſtant declaré touchant le temps d'un tour entier, ſera encor repeté pour expliquer la partie d'un tour ainſi. La vraye planete eſtant parvenuë de A vers B, cependant la moyenne planete aura fait un arc ſemblable à A B, ſoit icelle F L (ayant fait E L parallele à D B) & encor autant plus, qu'importe le cours de l'apogée apparant, lequel ſoit de M juſqu'à F, tellement que M L eſt le mouvement moyen, s'accordant en temps avec le cours de la vraye planete A B, il s'appelle mouvement moyen, à cauſe qu'il eſt moyen entre les mouvents agile & tardif.

Par ceſt exemple de planete moyenne & mouvement moyen, en ſuppoſant un deferant, on cognoiſt facilement le pareil en ſuppoſant un epicycle ; car prenant le centre de l'epicycle pour planete, tout ce qui a eſté dit cy-deſſus luy conviendra.

DEFINITION XVII.

Addition, ou proſtheſe, eſt ce en quoy la vraye planete eſt plus avancée en apparence dans le zodiaque, que la planete moyenne : diminution, ou apheréſe, eſt ce en quoy la vraye planete ſemble eſtre moins avancée en apparence que la moyenne. Et le nom commun de ces choſes eſt dit Proſtapheréſe.

Comme par exemple la vraye planete en la figure de la 15 definition, eſtant parvenue de A en B, & eſt en apparence en G, cependant la planete moyenne aura fait l'arc F L ſemblable à AB ; où l'on voit que la planete apparante eſt moins avancée, que la moyenne planete L, de la grandeur de l'arc G L, lequel à ceſte cauſe s'appelle diminution, ou apheréſe, & advient touſiours au premier hemicercle du deferant. Mais quand telle choſe ſe fait par addition, cela advient au dernier hemicercle, & s'appelle, comme dit eſt, addition ou proſtheſe ; & en general tant l'addition que la diminution s'appellent proſtapheréſe.

Il faut ſçavoir que l'angle D B E, auſſi bien que l'arc G L, s'appelle diminution de la planete : à cauſe qu'ils ſe rapportent en nombre de degrez, puis que les angles D B E & G E L ſont egaux.

Juſques icy ſont deſcrits les exemples avec des deferants, mais touchant les epicycles, les planetes y ont les proſtapheréſes en deux manieres, l'une de par le centre de l'epicycle, laquelle eſt de meſme qualité que celle qui a eſté dite cy-deſſus, des planetes, és deferans ; l'autre de par le mouvement de la planete en l'epicycle ; & la proſtapheréſe cauſée de ces deux dites proſtapheréſes, ſe dit en general proſtapheréſe des planetes.

Soit pour plus ample declaration, en la figure de la ſeptieſme definition, la planete en l'epicycle au poinct N, où joinct la dimunition qu'il reçoit de par le centre de l'epicycle, acquiert d'autre part addition de l'angle B E N, lequel avec D B E (aſſavoir adjouſté, quand ils ſont de meſme nom ; & ſouſtrait l'un de l'autre, quand ils ſont de differens noms, comme icy) ce qui en viendra, s'appelle la proſtapheréſe des planetes.

Notez auſſi que le nombre des degrez de l'arc d'apogée M K, ou du perigée I L, s'accorde touſiours avec le nombre de la proſtapheréſe du centre de l'epicycle, comme D B E, pource que I L eſt un arc deſcrit ſur le centre B.

DEFINITION XVIII.

Premiere proſtapheréſe, eſt celle du centre de l'epicycle. Deuxieſme proſtapheréſe, celle de la planete en l'epicycle : finalement egalée, celle qui eſt faite du meſlange de la premiere & ſeconde.

La planete ſans epicycle n'a qu'une proſtapheréſe, aſſavoir que celle qu'elle reçoit par l'excentricité du deferant, & ainſi n'a beſoing de diſtinction de proſtapheréſe premiere, deuxieſme, ou egalée, de ceſte definition ; mais ſeulement appartient aux planetes qui ont epicycles, dont la premiere & la ſeconde eſtant chacune proſtheſe, leur ſomme ſera proſtheſe egalée ; & chacune eſtant diminution (ou apheréſe) leur ſomme ſera dite apheréſe egalée : finalement l'une eſtant proſtheſe, l'autre apheréſe, alors la difference avec le nom du majeur nombre des deux, ſera la ſpecification de la proſtapheréſe egalée.

DEFINITION XIX.

Ce qu'une planete en un temps donné, eſt plus avancée qu'une autre, ou gaigne ſur une autre, eſt dit Gain de planete.

Ce temps eſt ſouvent entendu commencer en la conjonction de deux planetes, tellement qu'on prend l'arc apparant, qui eſt entre icelles, à conter ſelon l'ordre des ſignes, depuis le tardif juſques à l'agile, pour le Gain de planete en general ; ce qui ſe peut auſſi bien calculer par planetes moyennes, que vrayes.

DEFINITION XX.

Deux corps lumineux du monde, ayant une meſme longitude au zodiaque, ſont dits eſtre en conjonction : mais differens d'un demicercle apparant, en oppoſition.

DEFINITION XXI.

Les conjonctions & oppoſitions des planetes moyennes, ſont dites conjonctions moyennes, & oppoſitions moyennes.

DEFINITION XXII.

Ephemerides obſervées des planetes, ſont celles qui contiennent un journal, ou la deſcription des lieux des planetes, jour pour jour, ainſi qu'on les a obſervées par inſtruments à ce idoines, avec le temps de leurs conjonctions, oppoſitions, trine, quadrin, ou autres aſpects, tant avec les eſtoiles fixes, qu'avec les autres planetes ; & autres tels accidens, comme ſont les eclipſes, grandeur de la partie eclipſée, & quelle, vers où, quand elles commencent & finiſſent, & choſes ſemblables.

DEFINITION XXIII.

Ephemerides ſupputées des planetes, ſont celles qui par la cognoiſſance de l'Aſtronomie ſont calculées, & redigées en ordre en forme de journal, aſſavoir où les planetes ſeront au temps à venir, jour pour jour : item des eclipſes de ſoleil, & de lune, & de tous leurs accidens.

Telles Eph. supputées sont en abondance, & mises en lumiere, comme de *Iean Stoflerus*, *Erasme Renoldus*, *Leovitius*, *Stadius*, *Maginus*, *Martin Everart*, & d'autres.

DEFINITION XXIV.

Temps periodique d'une planete, est la restitution d'icelle, au mesme terme de son orbe, trouvée par beaucoup d'observations exactes, par où l'on peut trouver la celerité de son mouvement au temps donné.

NOTEZ.

Le zodiaque, comme aussi l'equinoctial, & autres cercles seront divisés en 360 degrez, simplement, & non pas en douze signes à l'antique, afin d'eviter superfluité, combien que le tout revienne au mesme but, veu qu'ils sont divisez aussi en 30 degrez signe pour signe.

PREMIERE DISTINCTION DU PREMIER LIVRE,

Touchant la maniere de trouver le mouvement du Soleil par les Ephemerides observées.

Devant que de traiter du mouvement du Soleil en particulier, sera parlé en general de l'invention du cours des planetes en la 1 proposition suivante.

PROPOSITION I.

Declarer comment il semble que les hommes ont premierement commencé à avoir la cognoissance du cours des planetes; ou comment ils pourroyent commencer pour y parvenir, s'il n'y en avoit du tout.

On sçait bien qu'il est necessaire à la description d'une science, de commencer par les premiers fondemens, si on veut faire quelque chose intelligible, & bien ordonnée; c'est pourquoy il m'a semblé bon de dire icy mon opinion, comment peuvent avoir fait, ceux qui ont jadis commencé à apprendre l'Astronomie, ou bien en quelle maniere on pourroit commencer pour parvenir à quelque chose, s'il n'y avoit eu auparavant aucune trace, ou relique d'icelle entre les monumens des devanciers. Pour donc entrer en matiere, & declarer ceste celeste, par un exemple terrestre, je dis, que tout ainsi que voulant mettre en carte un paysage, lequel auparavant n'y eust esté redigé, il faudroit l'avoir veu, si on ne se veut contenter du rapport d'autruy, si paraventure il y en a: de mesme aussi voulant entendre le cours des Astres, lequel auparavant n'auroit esté descrit de personne, il est necessaire d'en estre le spectateur, ou bien recevoir l'instruction de ceux qui y ont observé quelque chose: Nos ancestres ont fait de mesme, & remarquant diligemment le lieu des lumieres celestes, ont veu qu'entre la multitude des estoiles fixes, il y en avoit d'autres mobiles, en nombre de 7 (avec le soleil & la lune) & d'un mouvement tres-irregulier quant à l'apparence, tantost viste, puis lent, & puis apres estre immobiles, voire jusques à rebrousser & reculer: recerchant donc la raison de choses si esmerveillables, ils ont remarqué les lieux d'icelles entre les estoiles fixes, aussi les eclipses de soleil & de lune avec toutes leurs circonstances, comme leurs durées, quand elles commençoyent, la quantité de la partie eclipsée, & vers quel costé, sous quel poinct en l'ecliptique, & partant la longitude & latitude d'icelle au temps que le milieu de l'eclipse se faisoit, en quel lieu sur la terre ils faisoyent telles observations. Cela n'apporte pas peu de certitude en ce subject, que de remarquer les eclipses des autres planetes, & aussi des estoiles fixes, lors qu'elles sont cachées à nos yeux par l'entremise des planetes comme plus pres de nous; apres plusieurs & semblables observations on remarque qu'elles changent de longitude & latitude les unes plus, les autres moins, annotant toutes ces choses en forme d'Ephemerides, lesquelles venant entre les mains de leurs successeurs long temps apres, qui en font autant d'eux-mesmes, peuvent par ce moyen parvenir à une plus grande cognoissance que les premiers du propre mouvement, des periodes, & accidents du cours des Astres, comme ont fait *Hyparchus*, *Ptolemée*, & ceux qui leur ont succedé, & qui ont eu leurs escrits.

Mais telles ephemerides & escrits estant perdus, & depuis nuls autres n'ayant esté faits comme la chose le requiert, je prendray au defaut d'iceux, quelques Ephemerides supputées qui sont presentement en lumiere, comme celles de *Stadius*, lesquelles combien qu'elles soyent calculées sur temps egal, & que les Ephemerides d'experience quotidienne se facent en temps inegal & naturel, avec ce qu'elles ne s'accordent pas bien comme il faut avec la chose mesme, en partie à cause des erreurs des supputations, comme aussi que le cours des Astres n'est pas bien cognu en ce temps; toutesfois elles pourront servir d'exemples pour declarer mon dessein, assavoir comment on peut appercevoir que les planetes sont dans des cercles excentriques, & qui plus est dans des epicycles. Aussi comment par les Ephemerides on vient à cognoistre le mouvement moyen des planetes; & les longitudes apparentes des apogées & perigées, tant des deferants que des epicycles.

Les mouvemens des planetes estant ainsi esbauchés, & les commencemens plus grossiers esclarcis, je me mettray puis apres au deuxiesme livre, & aux suivans, à poursuivre la chose, comme à l'investigation de ceste matiere, par voye Mathematique, selon l'ordre declaré cy-dessus, en l'argument de l'Astronomie. Car de vouloir cercher du commencement les choses susdites selon la maniere d'*Hyparchus* & de *Ptolemée*, & comme ils les ont receuës, & nous aussi d'eux (ausquels nous sommes redevables, & tenus de leur en sçavoir bon gré) assavoir par operation Mathematique, fondée sur 3 observations de l'apparante longitude d'une planete, il n'est pas vray-semblable que les premiers recercheurs, ayent commencé par là, mais que plusieurs choses devoyent preceder, par lesquelles on apprenoit que telles observations, pourroyent servir puis apres à tel certain fondement pour la cognoissance de l'Astronomie; aussi que les operations mathematiques ont esté adjoinctes aux autres pour plus grande amplification & certitude. Et ainsi les escriray-je aussi, selon que la chose aura esté entendue preallablement par les Ephemerides observées: Notez aussi, que tout ainsi que la terre semble estre fixe en apparence exterieure, & que les commencemens de l'apprentissage de l'Astronomie ont esté avec telle supposition; & qu'ainsi elle est plus intelligible & plus commode au commencement, aussi nous suivrons icy ceste supposition tant au premier qu'au second livre, mais au troisiesme de l'Astronomie, avec la naturelle supposition de la terre mobile.

Selon que *Ptolemée* affirme, la cognoissance des astres chez les anciens, estoit tres-simple comme il la receut d'eux; car la lune, ainsi que le soleil, avoit un seul eccentrique, & les autres planetes, un eccentrique avec un epicycle, mais comme *Ptolemée* ne trouvant la concordance assez exacte avec les observations, y joignit d'autres

d'autres hypotheses de son invention : *Copernic* à usurpé aussi tels meslanges, avec le mouvement de la terre. Or ma deliberation n'estãt d'insister sur ces vestiges meslez, mais seulement d'expliquer la maniere des premieres hypotheses, afin que nous les ayons devant les yeux, selon la simplicité en laquelle *Ptolemée* les a receus. Quant aux anomaux feints puis apres, (obscurs, & esloignez de la verité, & de la nature) il en sera parlé particulierement puis apres, afin qu'il conste aux apprentifs, quelles choses sont celles qui requierent amandement par meilleure Theorie, en la restauration de l'Astronomie. Car ce chemin m'a semblé estre le plus commode pour expliquer à *Son Excellence* les mouvements des planetes qui me sont cognus, au plus brief, & le plus clairement; & que je demonstre combien sont necessaires les observateurs & les Eph. observées, & de quel usage elles sont, afin que nous puissions parvenir où les hommes ont jadis atteint du siecle sage.

NOTEZ.

Devant que d'aller plus outre, il sera bon d'avertir, que je n'entreprens pas de designer avec grande exactitude les vrays lieux des planetes pour le temps futur; mais seulement la maniere de leurs cours, prenant pour exemple ce qui vient mieux à propos, soit certain, ou non; pource que ceste science en general n'a pas, selon mon opinion, encor de fondement assez ferme, à cause des anomaux, ou mouvemens irreguliers incognus, & en requiert un plus precis, qui ne peut pas estre si tost adapté : en partie d'autant qu'il n'y a point de gens, ny nation qui s'y excerce en commun, & en son propre langage, & par consequent pas tant d'experience ny d'observateurs, comme la chose le requiert, comme il a esté plus amplement deduit à la *6* defin. du premier livre de la Geographie : & d'autre part qu'avec cela mesme il faut aussi du temps. Voila donc comment il semble, que les anciens ont commencé à recognoistre aucunement le cours des astres, & aussi comment il faudroit faire, si nous n'eussions rien herité d'eux de ce costé-la.

PROPOSITION II.

Trouver la grandeur de l'an naturel par les Eph. observées.

D'autant qu'on a besoing d'un temps determiné & definy, il est necessaire de cõmencer par l'investigation de la grandeur de l'an naturel, par lequel on puisse mesurer le cours des astres. Et afin d'entrer en ceste perquisition, il ne seroit pas mauvais d'avoir les Eph. de *Stadius*, ou autres au deffaut d'icelles, lesquelles nous supposons estre ainsi observées, car sans cela tout seroit d'autant plus obscur : les ayant donc, je cerche en quel an, (je prens le premier qui est l'an 1554,) le soleil estoit au plus pres en la section vernale sur un midy; & trouve l'onziesme Mars, car alors il estoit au 359 deg. 59 ①, n'y ayant que 1 ① de difference jusques à ladite section vernale. Puis cerchant en l'année suivante 1555, quand le soleil estoit derechef au mesme 359 deg. 59 ①, & trouve l'onziesme Mars apres midy à 5 heures & 36 ①, car sur le midy il estoit comme aux Eph. au 359 deg. 45 ①, ainsi qu'il y reste encor le temps de parcourir 14 ① : pour à quoy parvenir je considere là mesme que le soleil faisoit 1 deg. par jour, c'est *60* ①, parquoy je dis, si *60* ① donnent 24 heures, combien donneront les susdites 14 ① ? font, comme dit est, 5 heures 36 ① : mais depuis le 11 Mars 1554 jusques au 11 Mars 1555, il y a 365 jours, donc selon ce compte-la l'an seroit de 365 jours 5 heures & 36 ①.

Cecy est fait en forme d'exemple d'une seule circuition solaire, afin d'entendre plus clairement le requis: mais d'autant qu'il y a beaucoup plus de certitude par le moyen de plusieurs circuits que par un seul, ou par un peu, veu qu'ayant failli en 1000 ans une seule heure, la faute ne seroit que $\frac{1}{1000}$ d'heure en un an : là où que faillant d'une heure en un an, la faute seroit 1000 fois plus grande, 1000 heures en 1000 ans, qui sont presque *6* sepmaines d'erreur, ce qui est cause que nous prendrons autant d'années que les Eph. s'estendẽt; je cerche donc en l'année 1606 quand c'est que le soleil obtient 359 deg. 59 ①, & trouve que c'est au 10 Mars apres midy 11 heures 47 ① 48 ②, car sur le midy il estoit au 359 deg. 30 ①, de sorte qu'il manquoit encor le temps du cours de 29 ① : pour quelle chose trouver, je regarde aux tables, combien c'est que le soleil faisoit par jour alors, & trouve 29 ①, je dis donc 59 ① donnent 24 heures, combien les susdites 29 ① ? vient comme dessus 11 heures 47 ①, 48 ②. Et puis que depuis le 11 Mars 1554 & le 10 Mars 1606 à 11 heures 47 ① 48 ② apres midy sont faits 52 circuits, ausquels le soleil a mis 18992 jours 11 heures 47 ① 48 ②, (assavoir 52 fois 365 duquel produit faut oster 1, à cause que c'est du 11 Mars au 10 Mars, viendra 18979, auquel adjousté 13 jours, des 13 années bissextes, qui y sont comprises, & ce à leur mois de Fevrier) Cela fait, je dis 52 tours durẽt 18992 jours 11 heures 47 ① 48 ②, combien durera 1 tour ? fait pour la longueur d'un an, selon ce compte, 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②. qui est donc la maniere de trouver la quantité de l'an naturel par les Ephemerides observées.

PROPOSITION III.

Trouver le mouvement moyen du soleil en un temps donné, & en descrire des tables.

NOTEZ I.

Il a esté dit en la deuxiesme proposition que l'an avoit 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②, sur quel fondement, on pourroit construire des tables du mouvement moyen du soleil: mais pource que cela me seroit un peu fascheux, & que ceste conclusion de la longueur de l'an (comme aussi toute autre, depuis le siecle sage) n'est pas du tout certaine, joint que ce n'est qu'en forme d'exemple, pour les raisons deduites à la 1 proposition; je prendray donc, pour eviter telle peine, que la longueur de l'an soit comme *Ptolemée* l'a descrit, avec ses tables; or il la defini de 365 jours 5 heures 55 ① 12 ②, lesquelles par autres parties (sans nommer les heures) font 365 jours 14 ① 48 ②, ou bien $365\frac{37}{150}$ jours.

Et tout de mesme que nous disons du cours du soleil, ainsi le faudra-il entendre cy-apres, lors que nous prendrons les mouvemens moyens des autres planetes dudit *Ptolemée*, au lieu d'en faire des nouvelles.

Le donné. Soit le temps d'un jour. *Le requis.* On veut trouver le mouvement moyen du soleil sur un tel temps. *Construction.* Je dis en $365\frac{37}{150}$ jours le soleil fait 360 deg. (par la premiere note de ceste proposition) cõbien fera-il en 1 jour ? fait pour le requis 59 ① 8.17.13.12.31.

NOTEZ II.

Nous avons mis un exemple, auquel se trouve le mouvement moyen du soleil en un jour, par une regle de trois, ce qui seroit difficile de repeter à chaque fois pour tel temps qu'on desireroit, qui fait que la commodité d'une table est fort requise, aussi à cause de son frequent usage, laquelle se fait comme s'ensuit.

CONSTRVCTION DES TABLES du moyen mouvement du Soleil.

Le cours susdit d'un jour, ou 24 heures, est de 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.
Si pour les heures, la $\frac{1}{24}$ est pour 1 heure. 2 ① 27. 50. 43. 3. 1.
Son double pour 2 heures. 4 ① 55. 41. 26. 6. 2.

Et ainsi consequemment on trouve le mouvement pour toutes les autres heures jusques à 23, puis le cours d'un jour, puis de 2, &c. jusques à d'avantage, & pour les ans Egyptiens jusques à 810, comme en ceste table :

TABLE

TABLE DU MOYEN-MOUVEMENT DU SOLEIL.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
jours							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	59	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	32	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	45	21	8	35
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	23	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0
270	294	21	24	5	8	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	13	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	39	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

VSAGE DE CESTE TABLE.

Soit qu'on desire d'avoir le propre mouvement du soleil, qu'il fait en 879 ans Egyptiens 66 jours & 2 heures. *Operation.* Si és tables les 879 ans Egyptiens 66 jours 2 heures, avec le moyen mouvement des mesmes, estoient en une seule ligne droite, on auroit incontinent le requis; mais cela n'estant ainsi, on prendra plusieurs pieces (à chaque fois les plus grandes qu'on pourra pour avoir plustost fait) pour achever les nombres donnés. A ceste fin je prens dans les tables les 879, ou le plus approchant mineur 810, avec le moyen mouvement correspondant jusques aux ②, comme suffisantes (car les autres ne servent qu'à faire les tables, & non pas à leur usage, comme il sera plus amplement dit en la derniere partie de l'advertissement de la Construction des tables) alors la premiere ligne sera ainsi,

810. ans 163. deg. 4. 12.

Il y a encor manque de 69 ans, au lieu d'iceux je prendray 54 & 15 (on pourroit bien faire encor autrement) puis 60 & 6 jours, & finalement 2 heures: lesquels posez ordonnément sous les susdits 810 ans, & adjoustant les nombres correspondans, l'operation sera comme icy dessous.

810 ans	163 deg.	4.	12.
54 ans	146 deg.	52.	17.
15 ans	356 deg.	21.	11.
60 jours	59 deg.	8.	17.
6 jours	5 deg.	54.	50.
2 heures	0 deg.	4.	56.
	931 deg.	25.	43.

De ce 931 faut oster tous les circuits entiers, c'est à dire diviser par 360, & viendra 2 circuits; lesquels je delaisse, & reste 211 deg. qui avec les autres font 211 deg. 25. 43. & delaissant les 43 ②, viendra assez pres pour le mouvement requis 211 deg. 26 ①. Voila touchant la maniere de calculer les moyens mouvemens du soleil en un temps proposé.

ADVERTISSEMENT SVR LA CONSTRVCTION DES TABLES.

Ce ne sera hors de propos de dire icy, que les tables augmentant de jour en jour, se font alors par addition, ou multiplication, & non par soustraction, ou division: Comme par exemple, estant cognu le cours de 18 ans, assavoir de 168 deg. 49. 52. 9. 9. 45. 0. & que par iceluy on vueille sçavoir le cours de 4 fois 18, qui font 72 ans, on multipliera lesdits nombres par 4. & viendra (apres avoir rejetté les cercles entiers) 315 deg. 9. 28. 36. 9. 0. 0. Ce qui se fait bien voirement par multiplication, comme il a esté dit cy-dessus: Mais si on eust cognu auparavant le cours des 72 ans, & qu'on eust requis celuy de 18 ans; divisant par 4 lesdits 315 deg. &c. il ne s'ensuivroit pas pourtant que ce qui viendroit au quotient, soit le vray nombre requis, à cause qu'en la multiplication on a rejetté des cercles, le nombre desquels n'est pas cognu, pour les pouvoir diviser; & partant tels mouvemens ne sont pas aisés à diviser, à cause desdits cercles qui sont delaissez, si ce n'est que l'on vueille prendre un peu plus de peine: il est aisé aussi à voir que tels inconvenients ne peuvent survenir en la subdivision de 365 jours, ou moins, pource qu'alors il n'y a pas de cercle rejetté.

Davantage, puis qu'és observations les ①, ②, ou ③, &c. sont de fort peu de consequence, voire mesme peu certaines, comment est-ce que nous en usons és tables du cours du soleil, on y admet des parties plus petites que ① jusques aux ⑥; & pourquoy est-ce que l'on ne se contente d'escrire que le cours d'iceluy n'est que de 59 ① par jour? La responce est manifeste par les precedentes, car puis que les anciens ont eu desseing d'escrire une table de 810 ans, comprenans 295650 jours, & que le cours du soleil des mesmes se trouve par la somme de tant de cours journaliers, là où que si on eust seulement posé és tables les 59 ① pour un jour, delaissant les 8 ②, on eust delaissé en 810 ans, 810 fois 8 ②, qui montent bien plus que 657 degrez, ou bien pour obvier à ce defaut il eust fallu faire autant de regle de trois que de jours, mois & années desdites tables, ce qui seroit trop difficile, & prendre une peine ridicule: de mesme si on les eust construits jusques aux ④ en delaissant les ⑤, alors en beaucoup de temps cela eust redondé jusques aux ②, veu que 29560 fois 30 ⑤ feroient plus que 40 ②; puis les mesmes dans des ingrediens de grande addition, feroient vaciller les ①, parquoy les faisant jusques aux ⑤, voire pour mieux eviter les inconvenients, les anciens les ont fait jusques aux ⑥, & non pas plus outre, puis que ce seroit chose inutile.

NOTEZ.

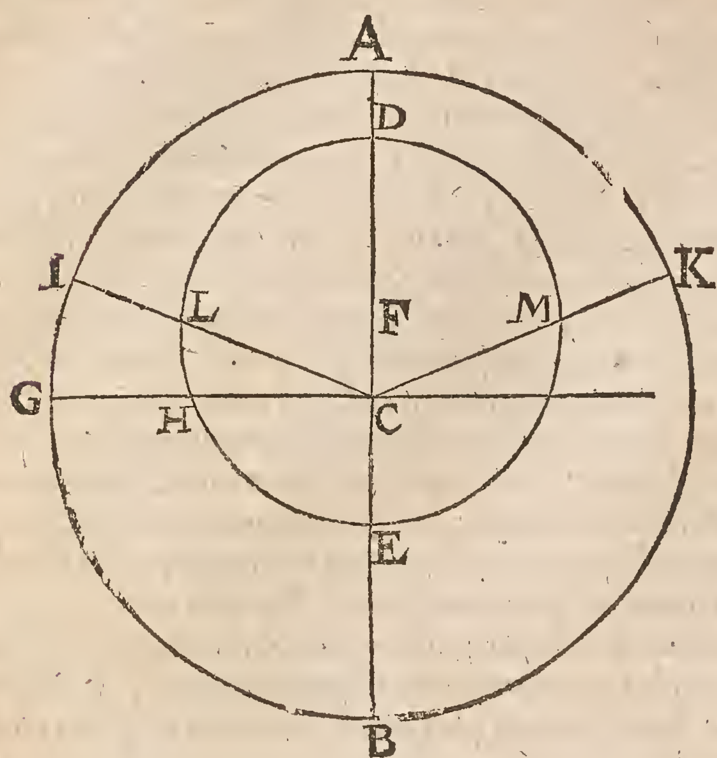
Tout ainsi que la table du mouvement du soleil est commencée icy par le cours d'un jour; de mesme aussi seront cy-apres construites les tables des autres Planetes, & de leurs cieux, par le cours d'un jour; toutesfois nous ne descrirons pas là leurs constructions, ny leurs usages, à cause de la convenance de telles explications avec la precedente: pource aussi que l'advertissement qui est icy en titre servira là semblablement.

PROPOSITION IV.

Par les Ephem. observées, trouver la longitude de l'apogée & perigée de l'excentrique du Soleil.

Si l'on fueillete exactement les tables de *Stadius* (lesquelles pour les raisons dites en la 1 proposition sont supposées estre observées) on trouvera de l'inegalité au mouvement apparant du soleil, assavoir en un temps, environ 3 ou 4 ① par jour, plus qu'en un autre; avec ce que d'an en an, ledit cours est le plus debile & tardif à la mi-Juin, comme de 57 ①: & par exemple le 15 Juin en l'an 1555 on trouve le soleil au 92 deg. 39 ①; & sur le 16 apres, au 93 deg. 36 ①, de sorte que du 15 au 16 Juin, il ne fait que 57 ①, & de mesme és autres années precedentes & suivantes. Au contraire à la mi-Decembre, il est annuellement le plus viste alors, d'environ 1 deg. 1 ①: Ce qui fait cognoistre que le soleil se meut en un cercle, le centre duquel n'est au centre de la terre, mais autre part. Ce qui sera plus manifeste par ceste figure; Soit A B le cercle de l'ecliptique, son centre & aussi le centre de la terre C, & D E L le deferant, ou voye du soleil, & F son centre, D l'apogée, & E perigée: & soit C G perpendiculaire sur A B, coupant le deferant en H; là où on voit la raison pourquoy le soleil courant en iceluy de D en H plus qu'un quart de cercle, toutesfois en l'ecliptique semble seulement faire un quart de cercle A G; & au contraire faisant moins qu'un quadran de H en E, semble toutesfois parfaire un autre quadran complet en l'ecliptique G B. On voit aussi que le soleil faisant deux arcs egaux en apparence A G, G B, & neantmoins met plus de temps en l'une A G (à cause de D H) qu'en l'autre G B (à cause de H E) mais és deux demicercles apparants AGB, BKA, y met autant de temps en l'un qu'en l'autre (à causes des

des demicercles D H E, E M D) & en tout l'apparant, comme en tout le circuit qu'il fait en son deferant: & par consequent qu'estant en D apogée, il est veu estre



au milieu de son mouvement, plus tardif; & en son perigée E, au milieu de son cours, le plus viste. Or le requis de ceste proposition, est de trouver ces milieux ou auges, pour à quoy parvenir, soyent menées C I, C K, ainsi que A I, A K soyent arcs egaux, alors les arcs D L, & D M seront aussi egaux, & ainsi des arcs E L, E M; d'où s'ensuit, que lors qu'on trouve és Ephemerides observées, un lieu apparant A, duquel les arcs apparants d'un costé & d'autre A I, A K, sont parcourus du soleil en temps egaux, qu'alors ledit poinct apparant A sera l'apogée du soleil.

L'investigation est telle. Je choisis quelque mois de Juin (où se trouve que le soleil est le plus tardif) comme Juin de 1554, & cerche où le Soleil semble estre le plus tardif, comme environ le dixiesme, estant au 88 deg. 2①; mais 3 mois devant (en la note suivante je rendray raison pourquoy je choisis plustost 3 mois qu'un autre temps) assavoir le 10 Mars il estoit au 359 degré, tellement que tel arc est 89 deg. 2① : & 3 mois apres le 10 Juin (c'est le 10 Septembre) le Soleil estoit au 176 degré 39①, faisant tel arc 88 degrez 37①, lequel n'accordant au susdit arc 89 deg. 2①, je conclus donc que l'apogée n'estoit pas sous le 88 deg. 2①.

De mesme ayant fait telle recerche au 15 Juin, le Soleil estant au 92 deg. 49①, je trouve que l'arc des 3 mois precedens estoit de 88 deg. 53①, & que l'arc des 3 mois apres estoit de 88 degr. 46①, lesquels ne s'accordant non plus, aussi que le dernier arc est le plus petit, comme en l'inquisition precedente, c'est un argument qu'il faut encor proceder plus auant dans Juin: je cerche donc encor sur le 19 Juin, le Soleil estant au 96 deg. 39①, l'arc des 3 mois precedens de 88, 46①, mais l'arc des 3 mois consequens, 88 deg. 51①, lesquels ne s'accordant non plus; mais l'arc dernier estant devenu le majeur, cela signifie que c'est trop avancé dans Juin, & qu'il faut rebrousser chemin; parquoy j'esprouve le mesme au 16 Juin, le Soleil estant au 93 deg. 46①, lequel je trouve n'estre pas aussi propre; mais devant aller plus avant, j'esprouve le 17 Juin, le Soleil estant au 94 degr. 43①, & l'arc des 3 mois de precedence de 88 deg. 48①; & l'arc des 3 mois de consequence de 88 degrez 50①.

Tellement que jusques icy j'ay trouvé que l'apogée est entre le 93 deg. 46① & le 94 deg. 43①. Mais pour l'avoir plus precisement, je remarque qu'au 16 Juin le dernier arc estoit trop petit (de 3①) & au 17 Juin trop grand, qui fait cognoistre que le cerché est entre iceux, assavoir le 16 Juin & quelques heures; parquoy recerchant le 16 Juin, & encor 12 heures, & puis d'avantage, je trouve qu'és 16 heures le Soleil estoit au 94 deg. 24①, & l'arc des 3 mois premiers de 88 deg. 49①, mais la derniere de 88 deg. 49① 20②, ce qui differe peu; toutesois ceux qui le voudront plus exactement, le pourront recercher avec les parties d'heures. Je retiens donc ce 94 deg. 24①, pour le lieu de l'apogée; auquel adjousté 180 degrez, viendra pour le lieu du perigée au zodiaque, 274 deg. 24①. Notez que Copernic la descrit de son temps estre sous le 96 deg. 40①: neantmoins selon ces Ephemerides, & ceste methode il vient ainsi.

Joignant la mesme il y a une autre maniere qui peut servir de preuve à la premiere, comme s'ensuit.

Il a esté dit cy-dessus, que le Soleil apparoist faire le demicercle A G B en mesme temps, que l'autre B K A; d'où s'ensuit, qu'és Ephemerides si l'on trouve deux poincts apparans du Soleil, distans l'un de l'autre de 180 deg. qu'ainsi le Soleil aye mis autant de temps à parcourir l'un, que l'autre, qu'alors deux tels poincts seront les auges du Soleil; assavoir l'un l'apogée, l'autre le perigée. Donc pour les trouver par ceste voye, & adjousté 180 degrez à 94 deg. 24① (lieu de l'apogée susdit) vient 274, 24①, comme dessus pour le perigée: cerchant és Ephemerides quand c'est que le Soleil apparant estoit audit perigée, se trouve audit an 1554 en Decembre le 16 jour 8 heures & 16①: que si le Soleil met autant de temps à faire les 180 degrez, qui sont depuis le 16 Juin 16 heures, jusques au 16 Decembre 8 heures 16①, que les autres 180 degrez restans; ou bien (ce qui revient à un) qu'il y mette un demy an, qui est 182 jours 14 heures 58①, alors le lieu susnommé pour l'apogée seroit le vray lieu, comme estant approuvé de deux diverses operations: mais dudit jour de Juin jusques audit jour de Decembre il y a 182 jours 16 heures 16①, excedant seulement en 1 heure 18①, il ne sera pas loing de là. Et pour approcher plus pres par ceste voye je m'enquiers d'un autre jour, comme dessus, prenant le 18 Juin, où le Soleil estoit au 95, 45①, & poursuivant tout du long, trouve 0 heure 25① trop peu, ainsi qu'en ceste maniere l'apogée est entre le 94, 24① & le 95, 41①; finalement esprouvant entre iceux, comme le 17 Juin & 13 heures, où le Soleil estoit au 95, 14①, & poursuivant la recerche, trouve le cours du demicercle de 0 heure 2① trop petit, lequel, comme dessus, se pourra prendre comme accordant, l'apogée se dira estre au 95, 14①, là où l'autre a esté trouvé au 94, 24①, lesquels different seulement de 50①, qui est en tel accident de petite consequence, comme pouvant deriver de l'imperfection des Ephemerides.

COROLLAIRE.

Tout ainsi qu'icy les arcs de 3 mois devant & apres sont egaux, ainsi (si les Ephemerides estoyent bien faites) devroyent aussi estre egaux toute sorte d'arcs, faits en temps egaux devant & apres l'apogée. Exemple, un mois de 31 jours devant & apres le 17 Juin 1554, le Soleil estoit presques egalement distant de l'apogée, assavoir d'un costé 29, 37①, & d'autre costé 29, 39①: & en 2 mois de 61 jours, il estoit d'un costé 58, 31①, & d'autre costé 58, 33①; quant à ceste petite difference de 2①, elle procede notoirement de l'imperfection des tables: mais en autre lieu que l'apogée & perigée, ceste

ceste difference peut & doit estre trouvée grande. Exemple, le 14 Septembre, n'est pas l'apogée ny perigée, le Soleil estoit au 180 deg. 36 ① & 3 mois auparavant, il avoit fait 3 deg. 5 ① moins que 3 mois apres; car au 14 Juin, assavoir 3 mois auparavant, (qui sont 92 jours) il estoit au 91, 51 ①: mais 92 jours apres le 14 Septembre, assavoir le 15 Decembre, il estoit au 273 deg. 2 ①: le premier mouvement apparant 89 deg. 21 ①, est, comme il a esté dit, de 3 deg. 5 ① moindre que le second, qui est de 92 deg. 26 ①.

NOTEZ.

Cy-dessus a esté promis de rendre raison pourquoy le chois d'un quart de cercle de part & d'autre à l'apogée causoit plus grande certitude qu'un arc majeur ou moindre: pour à quoy satisfaire, soit par exemple, le 12 Mars 1555, le Soleil estant au 0 deg. 45 ①, & 3 mois auparavant, assavoir 90 jours (il est bien vray que pour plus grande certitude, il faudroit prendre le quart d'an accompli, toutesfois la chose se pourra assez bien declarer ainsi) il avoit apparemment parcouru 3 deg. 7 ① d'avantage, que non pas 3 mois par apres. Ceste grande difference donne plus d'asseurance qu'une moindre, & que le 180 deg. 36 ① susmentionné soit distant de l'apogée, cela se peut remarquer par la susdite assomption de temps, par lequel le Soleil fait un quart de cercle: car si par exemple nous eussions seulement pris 2 jours devant & apres; le 14 Septembre, nous eussions trouvé les arcs de tels mouvements egaux, chacun de 1 deg. 58 ①, sans cognoissance si on estoit à l'apogée, ou non. Semblablement prenant deux temps egaux de part & d'autre, le poinct choisi à l'investigation de l'apogée, & chacun plus qu'un quart de cercle, iceux apporteront aussi moins de certitude, veu qu'ils seront d'autant plus pres du perigée, chacun moins qu'un quart de cercle, qui est la mesme difficulté qu'avec le perigée.

Il faut aussi sçavoir, que combien que cy-dessus nous eussions parlé de l'assomption du temps, par lequel le Soleil est distãt de l'apogée d'un quart de cercle; toutesfois on ne doit pas entendre par là seulement le quart d'un an, comme nous avons fait, mais aussi lors que le Soleil vient en tels lieux devant & apres l'apogée, (excepté autant que le cours de l'apogée importe) combien que ce soit 3 quarts d'an, ou 5 quarts d'an, voire quelques années & un quart d'an plus ou moins; or ledit cours de l'apogée est de petite consequence en peu d'années, & pourtant n'y fait pas grand eschec.

Semblablement, ce qui a esté dit cy-dessus du Soleil, le mesme faudra-il entendre des autres planetes, desquelles on traitera cy-apres; là où en la perquisition de l'apogée viendra aussi à propos de prendre des temps devant & apres, esquels la planete est un quart de cercle distante de l'apogée. Voila touchant l'invention de l'apogée, & en quel lieu il se trouve au zodiaque, par le moyen des Ephemerides observées.

PROPOSITION V.

Par les Ephemerides observées, trouver le cours de l'apogée de l'eccentrique du Soleil.

Ayant premierement trouvé le lieu de l'apogée du Soleil, comme en la 4 proposition precedente, assavoir en l'an 1554 au 94 deg. 24 ①, j'en fais de mesme en une autre année, comme en l'an 1594, le trouvant 97 deg. 53, (où le Soleil se trouve le 20 Juin, alors 3 mois devant estoit au 9 deg. & 3 mois apres au 186 deg. 46 ①; lesquels deux arcs sont chacun 88 deg. 53 ①) ainsi que depuis l'an 1554 jusques à 1594, il y a 40 ans, ausquels l'apogée (selon ces tables) s'est meu de 3 deg. 29 ①, car autant y a-il du 94, 24 ① jusqu'au 97, 53 ①. Et par tel compte se pourra trouver le cours de l'apogée en tout temps donné: comme par exemple le voulant avoir sur un an, on dira 40 ans donnent 3 deg. 29 ①, combien 1 an? vient 5 ① 13 ②.

On voit bien que *Stadius* a failli en la supputation de ses Ephemerides, toutesfois l'exemple servira à entendre la maniere comment on fera avec des meilleures observations: & pour trouver le requis plus precisement, on eust peu prendre la premiere observation plus ancienne de plus loing, afin d'avoir une grande espace de temps entre les deux observations, comme celle que *Ptolemée* escrit au 4 chapitre de son 3 livre, 463 ans apres la mort *d'Alexandre le Grand*, où il dit avoir trouvé l'apogée de l'eccentrique du Soleil au 65 deg. 30 ① (& combien que suivant son hypothese je trouve 65 deg. 36 ①, toutefois soit iceluy pris par exemple, comme il dit) & pour l'autre experience soit pris le susdit 97 deg. 53 ① du 20 Juin 1594, qui estoit 1918 ans apres *Alexandre*, alors l'apogée aura parcouru en 1455 ans 32 deg. 23 ①, autant y a-il du 65 deg. 30 ① jusques au 97 deg. 53 ①: Et quand on voudra trouver le cours d'un temps donné, je prens d'un an, on dira 1455 ans donnent 32 deg. 23 ①, combien 1 an? viendra 1 ① 20 ②: lequel je prendray au lieu du susdit 5 ① 13 ②, lors qu'il en sera besoing.

Conclusion. Nous avons donc trouvé par les Ephemerides observées le cours de l'apogée du Soleil, selon le requis.

PROPOSITION VI.

Par les Ephemerides observées trouver le mouvement du Soleil en son Deferant.

Le cours de l'apogée est trouvé estre en un an par la 5 proposition de — 1 ① 20 ②.
Le mesme osté du moyen mouvement du Soleil, & aussi d'un an, assavoir an Egyptien, qui est par la 3 proposition — 359 deg. 45 ①.
Restera pour le mouvement du Soleil en un an Egyptien, selon le requis, — 359 deg. 43 ① 40 ②.

Et par cest exemple est manifeste, comment on fera pour trouver le cours du Soleil selon tel temps qu'on voudra.

Demonstration. D'autant que le Soleil circuit l'ecliptique en un an selon l'apparence, & que cependant son deferant fait 1 ① 20 ②, il faut donc que le Soleil aye d'autant moins fait de chemin en son deferant: ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VII.

Par les Ephemerides observées trouver la declinaison du Deferant du Soleil de l'equateur.

Les declinaisons journalieres du Soleil ne sont pas descrites en ces Ephemerides, mais bien en d'aucunes selon la regle commune d'une table à ceste fin; que si elles y estoyent, comme és vrayes Ephemerides observées (ce qu'on peut ainsi poser par maniere d'estude) on trouveroit la plus grande declinaison eschoir deux fois par an, l'une environ le 12 Juin vers septentrion, l'autre environ le 12 Decembre vers midy, & ce en ces Ephemerides, suivant la position de *Copernic*, qui est de 23 deg. 28 ①: aussi trouveroit-on que ce seroit tousjours de 90 degrez de la section vernale: dequoy on conclud que la declinaison du plan de l'ecliptique, est de 23 degrez 28 ①; ce qui est aisé à demonstrer par le moyen des triangles spheriques.

PROPOSITION VIII.

Par le moyen des Ephemerides obſervées, conſtruire des Ephemerides du mouvement du Soleil pour le temps à venir.

Quand on prend garde és Eph. de *Stadius* (que nous ſuppoſons eſtre obſervées) aux progreſſions ſemblables des lieux apparants du Soleil, afin que par les lieux du paſſé, on puiſſe deſcrire ceux du futur, on remarque que de 4 en 4 ans, le Soleil és jours ſemblables, revient quaſi touſiours és meſmes lieux : comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Janvier le Soleil eſtoit au 290. 36 ①. Et 4 ans apres, aſſavoir le 1 Janvier 1558, au 290. 37 ①. Et en l'an 1562, 1566, 1570, 1574, 1578, le 1 Janvier, a eſté trouvé és 290. 37 ①, 290. 36 ①, 290. 37 ①, 290. 37 ①, 290. 38 ①, & ainſi des autres.

De là on peut conclurre, que ſi les Ephemerides n'eſtoyent obſervées, que juſques au 1 Janvier 1578, & que de là en avant on vueille pourſuivre pour le temps avenir, on pourroit faire les 4 ans ſuivans, en meſme progreſſion que les 4 années precedentes, diſant que le 2 Janvier 1578 ſera comme le 2 Janvier 1574, & ainſi conſequemment, l'on trouvera le cours du Soleil pour le temps futur.

NOTEZ I.

Si la longueur de l'an naturel eſtoit preciſement de 365 jours & 6 heures, comme l'an Iulien, il n'y auroit point de changement de 4 en 4 ans : mais iceluy eſtant trouvé en ces Ephemerides de 365 jours 5 heures & 55 ②, alors il y aura difference en chaque an de 14 ① 5 ② d'une heure, auquel temps le Soleil fait environ 35 ②, qui eſt en 4 ans 2 ① 20 ②, & autant faudroit-il adjouſter au deſſus des autres, tous les 4 ans, à chacun jour. Mais la longueur d'un an priſe ſelon *Ptolemée*, de 365 jours 14 ① 48 ②, leſquels defaillent de $365\frac{1}{4}$ d'environ 12 ②, qui montent en 4 ans 48 ②, & autant faudroit-il adjouſter ſur chacun jour des 4 années precedentes, ſelon le compte de *Ptolemée*.

NOTEZ II.

Notez auſſi que d'icy on recognoiſt la raiſon du changement des temps, aſſavoir pourquoy le 1 Mars, qui eſcheoit preſentement au Printemps, viendroit avec le temps dans l'Eſté, puis en l'Automne, & ainſi touſiours, ſi ce n'eſt qu'on revienne à retrancher les jours, comme on a fait l'an 1582, des 10 jours retranchez en pluſieurs lieux ; car ſuivant la ſupputation de la grandeur de l'an de *Ptolemée* en 300 ans un jour s'eſcoule, ce qui doit eſtre d'avantage ſelon le compte d'autres Autheurs.

NOTEZ III.

Si quelqu'un reviſite les Ephemerides de *Stadius*, comme deſſus, il y trouvera des fautes, à ceſte fin ſoyent deſcrits les lieux du Soleil de 4 ans en 4 ans ſur le 1 Ianvier, comme s'enſuit :

1554.	290 deg.	36 ①.
1558.	290	37
1562.	290	37
1566.	290	36
1570.	290	37
1574.	290	37
1578.	290	38
1582.	290	39
1586.	290	39
1590.	290	40
1594.	290	40
1598.	291	31
1602.	291	32
1606.	291	7

Là où on peut remarquer un progrés aſſez bien juſques à l'an 1594 (toutefois non pas d'augmentation ſuffiſante) mais de là en avant les differences ſont exorbitantes ; neantmoins n'eſtant la faute de la regle generale ſuſmentionnée, ains ſeulement d'erreur en la ſupputation, ou en l'impreſſion.

Concluſion. Nous avons donc par le moyen des Ephemerides, &c.

Iuſques icy a eſté declaré mon deſſein touchant les commencemens de la cognoiſſance du cours du Soleil, tirés de la viſite des Ephem. obſervées, ſur leſquelles, comme fondemens, on pourroit pourſuivre plus avant par voye Mathematique, mais avant ceſte pourſuite, je produiray ſemblable acheminement à la cognoiſſance des autres planetes, puis apres en ce deuxieſme livre ſera traité ce qui a eſté dit, aſſavoir des planetes en general par voye Mathematique, ſuivant le project deduit en l'Argument precedent de l'Aſtronomie.

DEUXIESME DISTINCTION
DV PREMIER LIVRE,
Touchant l'invention du cours de la Lune par le moyen des Ephemerides ſupputées.

DEFINITION I.

Qvand deux luminaires ſont en conjonction, tellement que l'un offuſque l'autre à noſtre veuë ; le caché eſt dit eſtre eclipſé.

Ceſte definition eſt commune tant aux planetes, qu'és eſtoiles fixes, la ſuivante eſt ſeulement pour la lune.

DEFINITION II.

Qvand la lune eſt oppoſée au Soleil, tellement que la terre l'empeſche de recevoir la clarté du Soleil, elle eſt dite eſtre eclipſée.

DEFINITION III.

Noeuds, ſont les communes ſections des plans de l'eccentrique lunaire, & de l'ecliptique.

Les plans auſquels les planetes font leurs converſions (excepté celuy du Soleil) declinent de celuy de l'ecliptique, d'où procede qu'ils ſe coupent eſtant ſuffiſamment produicts, en deux poincts dans l'ecliptique : Tels poincts cauſez de l'eccentrique lunaire & de l'ecliptique ſont appellez nœuds, & ſont fameux de ce que les eclipſes de Soleil & de Lune ſe font en iceux, ou à l'environ.

DEFINITION IV.

Le nœud auquel la Lune eſtant, vient vers la partie ſeptentrionale de l'ecliptique eſt appellé teſte du Dragon, ou nœud aſcendant : l'autre nœud eſt la queuë du Dragon, ou nœud deſcendant.

DEFINITION V.

Lvnaiſon, eſt l'intervalle de temps entre deux nouvelles lunes prochaines, (c'eſt à dire entre deux conjonctions du Soleil & de la Lune, priſes immediatement) mais des conjonctions moyennes, on dira lunaiſon moyenne.

LES PROPOSITIONS.

PROPOSITION IX.

Declarer comment par l'aide des Ephemerides ſupputées, on peut recognoiſtre la proprieté du cours de la Lune tout de nouveau.

Quand on viſite les Ephemerides ſupputées, touchant l'inveſti-

l'investigation du cours de la Lune, on trouve 5 diversitez remarquables.

1. Le cours de la Lune en son orbe, (c'est en sa voye.)
2. Le cours de l'apogée.
3. Le moyen mouvement de la Lune en l'apparante longitude de l'ecliptique.
4. La lunaison, & le gain lunaire.
5. La latitude de la Lune, le cours des nœuds, & la latitude ou deviation du deferant de la Lune & de l'ecliptique.

Desquelles diversitez je deduiray les cinq membres suivans.

1 *Membre, du cours de la Lune en son orbe.*

Je considere és Ephemerides de *Stadius* (lesquelles nous avons usurpé, comme si elles avoyent esté ainsi trouvées par observation, selon ce qui a esté dit cy-devant en la 1 proposition) & trouve en quelque lieu, comme en Ianvier 1569, en la colomne de la Lune, qu'elle va le plus viste au septiesme jour (ce qui est remarqué par ce mot *perigée* escrit en Grec & abbregé ainsi περιγ. mais ἀπογ. signifie *apogée*) assavoir du 6 au 7 de 14. 33 ①, de là commence de plus en plus à allentir & estre plus tardive, jusques au 22, faisant du 21 au 22 seulement 11 deg. 47 ①: puis environ 14 jours apres allant plus viste, & 14 encor apres plus lentement, continuant ainsi alternativement, donne à entendre qu'elle se meut en un eccentrique, où elle fait le circuit en 27 ou 28 jours, duquel nombre pour en estre plus certain, & remarquant aussi que l'une celerité est plus viste que l'autre; par exemple, celle du 1 jusques au 2 Avril au mesme an 1569, est de 15 degrez; mais du 19 jusqu'au 20 Iuillet suivant, est seulement de 14 deg. 38 ①: & confrontant leurs qualitez, on voit que celle de 15 deg. se fait en l'opposition du Soleil, & l'autre de 14, 38 ① environ le quartier. Voyant en apres que cela tient regle és autres pleines Lunes & quartiers: desquels je donneray quelques exemples lors que telles choses arrivent le plus pres du midy, pour avoir moins de fractions de jours, comme s'ensuit:

1. En premier lieu en l'an 1569, le 1 Avril, 0 heure 3 ① y avoit une celerité majeure en temps d'opposition.
2. De mesme encor une en l'an 1572, le 23 Aoust à 0 heure 22 ①.
3. Finalement, aussi en l'an 1581, le 14 Aoust à 0 heure & 30 ①.

En toutes ces annotations se trouve que la susdite regle tient lieu, assavoir que la celerité est alors plus viste que non pas és quartiers de Lune, (c'est à dire és quarts aspects) d'où je conclus, que la celerité est plus viste en opposition, que non pas és quartiers.

Ce qu'estant ainsi, & selon le dessein, voulant trouver le temps que la Lune met à circuire son orbe, en quoy je mets en œuvre les susdites circonvolutions entieres, faites en opposition, pour ainsi trouver plus certainement le moyen mouvement d'un circuit; disant, depuis la premiere opposition jusqu'à la seconde, y a 1240 jours, esquels la lune (comme on remarque és Ephemerides) vient 45 fois en la celerité, ou au perigée: parquoy 45 tels circuits se font en 1240 jours, combien durera un circuit? il fait 27 jours 33 ① 20 ②: derechef,

De la susdite seconde opposition jusqu'à la troisiesme, y a 3278 jours, esquels la Lune se trouve avoir esté 119 fois au perigée, parquoy je dis, 119 tels circuits se font en 3278 jours, en combien de jours se fera 1 circuit? vient assez pres, comme devant, 27 jours 32 ① 46 ②.

Par ainsi l'on peut voir, que le temps d'une circonvolution entiere se fait en temps d'opposition. Et touchant l'irregularité & anomalité qu'on y remarque, il en sera dit quelque chose au troisiesme livre, & s'appelle seconde anomalité.

Et d'autant qu'avec plus de circonvolutions, on trouve plus de certitude, je dis, depuis la premiere opposition jusques à la troisiesme, y a 4518 jours, esquels se trouve que la Lune a esté 164 fois au perigée: parquoy 164 tels circuits se font en 4518 jours, en combien se fera 1 circuit? vient 27 jours 32 ① 56 ②.

Et le mesme recerché en plus de temps apporteroit d'avantage de certitude. Que si on vouloit cognoistre le cours d'un jour, on pourroit dire 4518 jours donnent 164 circuits faisans 59040 degrez, combien 1 jour? Et avec ce qu'il vient 13 deg. 4 ①, accordant assez pres avec la position de *Ptolemée* de 13 deg. 3 ① 53, 56. desquels se pourroit construire une table du moyen mouvement de la Lune en son orbe, ce qui serviroit à quelque suffisance pour des principes, comme aussi elle sera descrite en la 11 proposition.

2 *Membre, du cours de l'apogée du deferant de la Lune.*

Ayant donc entendu comment se trouve le mouvement de la Lune en son orbe, & poursuivant la recerche plus avant par les Ephemerides, on y trouve encor d'autre Theorie. En premier lieu que son apogée tient un cours remarquable: Exemple, en l'an 1572 on trouve la celerité estre au 23 Aoust, estant la Lune, & par consequent le perigée, au 339 deg. 35 ①. Mais la celerité qui suit quasi un an apres, sur le 15 Aoust 1573, est au 3 deg. 15 ①, auquel temps, selon l'indice, l'apogée seroit avancé de 23 deg. 40 ①: puis un an apres au 9 d'Aoust 1574, est au 53 deg. 30 ①, ayant avancé en telle année 50 deg. 15 ①: tellement que l'on voit l'apogée s'avancer tous les ans de plus en plus; car au 15 Aoust 1581, il est parvenu au 345 deg. 35 ①, faisant un peu plus qu'un circuit en 9 ans ou environ. Et ainsi de 9 ans en 9 ans: & pour sçavoir le cours d'un jour je prens à ceste fin plusieurs circuits (pour les raisons deduites en la 2 proposition) autant qu'il y en a en nos Ephemerides, assavoir 5: par exemple, en l'an 1554 le 5 Ianvier estoit la celerité au 316 deg. mais en l'an 1598 le 23 Novembre est quasi au mesme poinct de l'ecliptique au 315 deg. 5 ①: qui est un intervalle de 45 ans moins 43 jours, qui sont 16393 jours, trouvant que le perigée a fait à peu pres 5 tours entiers, qui sont 1800 degrez: donc en 16393 jours le perigée fait 1800 degrez, combien en 1 jour? vient 6 ① 35 ②, assez bien accordant avec la supposition de *Ptolemée* 6 ① 41 ②, lequel on a, tirant le cours de la Lune en son epicycle 13 deg. 3. 53. 56, de son cours en longitude 13 deg. 10. 34. 59; car *Ptolemée* use d'un epicycle en ses hypotheses: & faisant ainsi en d'autres lieux, on trouvera assez pres le mesme; comme en l'an 1560 le 18 Ianvier, se trouve la celerité au 197 deg. 49 ①, mais en l'an 1604 le 5 Decembre, elle se trouve quasi au mesme lieu dans le zodiaque, assavoir au 191 deg. 53 ①: en cet intervalle de temps aussi bien 16393 jours que devant, le perigée a fait presque 5 tours entiers, dequoy le cours en un jour sera trouvé quasi de mesme qu'en la premiere fois 6 ① 34 ②: Ce qu'estant ainsi, on en pourroit faire des tables (comme il a esté fait pour le cours du Soleil) pour le cours de l'apogée de la Lune, comme aussi elle se verra en l'onziesme proposition.

Notez.

On pourroit objecter, comment il se peut faire que le cours du perigée estant uniforme, que neantmoins en un an, selon les Ephemerides, il est trouvé plus grand qu'en l'autre, voire qu'un circuit comparé à un autre, il semble que le perigée recule : comme en l'an 1572 le 18 Octobre, la celerité estoit au 357 deg. 32 ①, & la premiere celerité suivante le 14 Novembre, au 353 deg. 9 ①, esquels 27 jours le perigée semble reculer de 3 deg. 23 ①, où proprement il avoit avancé de 3 degrez. La raison de cecy est, que l'heure & ses parties, quand la Lune vient en son perigée, n'est pas annotée icy; car on prend que cela arrive precisement sur le midy, ce qui peut aucunefois differer d'un jour, sur lequel la Lune parcourant 12 ou 13 degrez, & ce lieu estant pris pour le perigée, la raison de la difference est alors notoire. Voire il advient qu'en l'assomption du temps du lieu de l'apogée, on est en doute d'un jour entier, comme quand les mouvements faits au precedent & consequent sont egaux : & par telle assomption en un lieu un jour trop, & en un autre lieu un jour trop peu, peut arriver une faute, d'autant que la Lune court en deux jours.

Mais pour prevenir un tel inconvenient, & pourvoir avec plus de certitude à l'heure que la Lune vient au perigée, on pourra faire ainsi : on verra premierement si la Lune sur 7 jours (où on atteint environ la majeure prosthapherese du cours de la Lune) devant le midy pourpensé, & 7 jours apres, parcourt deux arcs egaux apparants; car iceux estant egaux, tel midy sera le requis. Et estant differents, on cerchera par adjonction ou distraction de quelques heures, où c'est que telle egalité d'arcs peut avenir, comme a esté fait avec le cours du Soleil à la 4 proposition. Exemple, je trouve que 7 jours devant & apres la celerité du 17 Ianvier 1560, tels deux arcs different, assavoir le premier de 98, 44 ①, l'autre de 96, 40 ① : parquoy cerchant le mesme sur ledit 17 Ianvier moins quelques heures, trouve egalité assez pres sur le 16 Ianvier & 12 heures, estant la Lune au perigée sur le 174 deg. 55 ①.

3 *Membre du moyen mouvement de la Lune en longitude apparante.*

Quand l'on prend garde aux Ephemerides, on remarque encor par dessus les susdits cours, l'un de la Lune en son orbe, l'autre de l'apogée, encor une troisieme diversité en longitude apparante, dont la perquisition est telle. Prenant un an comme il avient 1569, trouve la lune le 7 Ianvier au 173. 15 ①, & le 14 jour suivant est au 271. 51 ①, tellement qu'elle a couru sur ces 7 jours au zodiaque en apparence 98 deg. 36 ①: mais au 21 Ianvier suivant elle estoit au 358 deg. 28 ①, de sorte qu'és 7 jours derniers elle a couru au zodiaque 86 deg. 37 ① en apparance, ce qui est 11 deg. 59 ① d'avantage és 7 premiers jours, qu'aux derniers. Recerchant la cause de ceste inegalité, je remarque qu'elle vient tant de l'eccentricité de l'orbe de la Lune que de la deuxiesme anomalité : tellement que pour parvenir à la cognoissance d'un moyen mouvement, & prevenir ces deux inconveniens, je trouve estre necessaire que les lieux observez soient faits en temps de conjonction ou d'opposition du Soleil & de la Lune, sous un mesme poinct en l'ecliptique, alors que la Lune est à chacune fois sur un mesme poinct de son orbe; car par ce moyen y aura des circonvolutions solaires, avec quoy le temps est supputé, & des circonvolutions lunaires, avec celles de son apogée, le tout entierement accomply, sans estre empesché d'eccentricitez, ny de seconde anomalité, lesquelles selon l'hypothese n'eschoyent pas en conjonction, ny en opposition.

A ceste fin, j'ay fueilleté les Ephemerides, & extraict toutes les celeritez, ou cours du perigée qui eschoyent en opposition, comme s'ensuit :

l'An.		*Lieux du perigée.*	
1560	le 10 Avril.	209 deg.	30 ①.
1569	1 Avril.	201	0.
1570	17 Iuillet.	303	46.
1572	23 Aoust.	339	35.
1575	17 Decembre.	94	37.
1578	23 Mars.	192	2.
1580	26 Iuillet.	312	58.
1581	14 Aoust.	330	35.
1588	28 Iuin.	286	20.
1589	17 Iuillet.	304	3.
1590	5 Aoust.	321	42.
1597	19 Iuin.	277	29.
1598	8 Iuillet.	295	7.
1603	3 May.	218	31.
1606	10 Iuin.	268	35.

I'ay trouvé plusieurs lieux du perigée icy, qui arrivent environ à 9 degrez pres, d'une mesme longitude, assavoir ceux qui sont distants de 9 ans moins 9 jours l'un de l'autre, & au mesme temps j'ay aussi trouvé que la Lune avoit fait 120 circonvolutions ecliptiques apparantes moins 9 degrez, ce sont 119 revolutions, & encor environ 351 degrez : tels lieux sont comme s'ensuit.

1. Du 10 Avril 1560 jusqu'au 1 Avril 1569, sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels on trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 30 ①.
2. Du 1 Avril 1569 jusqu'au 23 Mars 1578 sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 2 ①.
3. Du 23 Aoust 1572 jusqu'au 14 Aoust 1581 sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 degrez.
4. Du 26 Iuillet 1580 jusqu'au 17 Iuillet 1589, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 5 ①.
5. Du 14 Aoust 1581 jusqu'au 5 Aoust 1590, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours avoir esté de 119 revolutions 351 deg. 7 ①.
6. Du 28 Iuin 1588 jusques au 19 Iuin 1597, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours se trouve estre de 119 revolutions 351 deg. 9 ①.
7. Du 17 Iuillet 1589 jusqu'au 8 Iuillet 1598, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 4 ①.
8. Du 19 Iuin 1597 jusques au 10 Iuin 1606, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 6 ①.

Maintenant pour trouver le susdit moyen mouvement de la Lune en longitude apparante, je dis en 3278 jours (autant font les 9 ans moins 9 jours) la Lune fait 119 revolutions 351 deg. combien en 1 jour? viendra 13 deg. 9 ① assez pres des 13 degr. 10 ① 35 ② de *Ptolemée.*

Mais si les Ephemerides estoyent d'autant d'années, tellement qu'on puisse trouver en plus de terme de 3278 semblable cōvenance, il appert que l'on trouveroit plus grande certitude en ces choses, pour les raisons pareilles declarées à la 2 proposition.

Notez

Notez aussi que ce cours se peut trouver en adjoustant le cours de la Lune en son orbe, avec le cours de l'apogée car ces deux ensemble doivent faire necessairement le cours de la Lune en longitude apparante. Exemple, le cours de la Lune en son orbe est en un jour (par le 1 membre) de 13 deg. 4 ① : auquel adjousté le cours de l'apogée faisant en un jour (par le 2 membre) 6 ① 35 ②, vient en tout 13 deg. 10 ① 35 ②, bien peu differant des mentionnez 13 deg. 9 ①.

Il appert puis que le cours apparant de la Lune en longitude, est de 13 deg. 10 ①, comment on en pourroit faire une table, ainsi qu'il a esté fait du Soleil, or icelle se verra en la proposition 11. Et aussi comment on parvient à la cognoissance de tel moyen mouvement par le moyen des Ephemerides observées.

4 *Membre des lunaisons, & gain de Lune.*

Quand la Lune vient en opposition apres une autre opposition, cela ne se fait pas en une mesme longitude ; mais d'autant plus que le Soleil s'est meu cependant, & d'avantage, avec autant de prostapherese, que l'eccentricité de l'orbe de la Lune en cause, qui fait que les lunaisons, en sont aussi inegales. Exemple, la lunaison depuis l'opposition du 18 Ianvier 1554 à 6 heures 47 ① jusques à la suivante opposition du 17 Fevrier à 1 heure 6 ①, dure 2 heures 20 ① d'avantage que non pas la lunaison depuis la derniere opposition jusqu'à l'opposition suivante du 18 Mars 17 heures 5 ①: d'où s'ensuit que telles conversions, ou pluralité de telles rencontres, quelles elles puissent estre, ne respondront pas à la pluralité d'aucunes des trois precedentes. Tellement que la question est de la grandeur d'une moyenne lunaison : il faut avoir deux oppositions qui comprennent & enferment les revolutions completes du Soleil & de la Lune ; car alors les eccentricités n'apportent nul empeschement. A ceste fin on verra és precedentes celeritez qui adviennent en opposition, descrites au troisiesme membre ; assavoir s'il y en a deux qui soyent au mesme lieu du zodiaque ; & trouve l'une des telles au plus pres en l'an 1570 le 17 Iuillet, estant la Lune au 303 deg. 46 ① ; l'autre en l'an 1589 le 17 Iuillet, au 304 deg. 30 ①, dont l'intervalle est 19 ans, auquel se sont faites 235 oppositions: je dis donc 235 oppositions ou lunaisons, durent 19 ans, c'est 6940 jours, combien une lunaison ? vient 29 jours 32 ①.

Mais pour trouver gain de Lune sur un jour, je dis 6940 jours donnent 235 cercles faisant 84600 deg. combien 1 jour ? vient 12 degr. 11 ① 25 ② gueres differant des positions de *Ptolemée* & *Copernic* 12 degr. 11 ① 27 ②.

Notez aussi que ce cours peut estre trouvé par le moyen mouvement du Soleil, soustrait du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune. Exemple, le moyen mouvement du Soleil est (par la troisiesme proposition) 59 ①, lequel osté du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune sur 1 jour (par le troisiesme membre) 13 degrez 10 ①, restera pour gain de Lune sur un jour 12 deg. 11 ①, peu differant du precedent 12 deg. 12 ①.

Ayant donc le gain de Lune sur un jour, de 12 deg. 11 ①, il appert qu'on en pourroit aussi faire une table, comme aussi elle se verra en l'onziesme proposition.

5 *Membre du mouvement de latitude de la Lune, cours des nœuds, & discrepance des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, qui est la plus grande latitude de la Lune.*

D'avantage on trouve encor à declarer la qualité du mouvement de latitude de la Lune, car elle arrive plus souvent en son extreme latitude, qu'en son apogée, & qu'en mesme longitude. Toutesfois nous ne pourrions pas si bien faire la recerche de la qualité avec ces Ephemerides, comme il semble qu'on a fait au siecle sage par des Ephemerides observées. Car veu qu'en contant la pluralité des extremes latitudes de Lune, qui se sont observées par longues années, il semble que la mesme latitude ait esté descrite joignant le cours de longitude de la Lune, comme il est aussi fait en ces Ephemerides, touchant celle des cinq autres planetes, mais non pas de la Lune, sinon que par le moyen d'une regle peculiere à ceste fin, pour trouver la latitude d'icelle en temps donné par quelque calcul. Quoy que c'en soit, si elle y estoit, (comme il se peut supposer par maniere d'apprendre qu'elle y soit descrite) il est notoire que ce mouvement seroit recognu : & par consequent le mouvement des nœuds, car ayant trouvé qu'en diverses fois la Lune sans aucune latitude se trouve dans l'ecliptique (c'est és nœuds) on remarqueroit que cela arrive en divers lieux de l'ecliptique ; contre l'ordre des degrez : ce qui nous asseureroit que les nœuds tournent leur mouvement de ce costé-là. Mais cela n'estant en ces Ephemerides, je prendray par exemple, qu'en 1089 jours se sont trouvées 40 latitudes extremes septentrionales, & qu'en ce temps le nœud ayt reculé de 57 deg. 38 ①.

Alors pour trouver le cours de latitude en un jour, je dis en 1089 jours la Lune a fait 40 circuits de latitude, qui font 14400 degrez, combien en un jour ? vient 13 deg. 13 ① 23 ②, bien peu differant des positions de *Copernic* & *Ptolemée*, 13 deg. 13 ① 46 ② : de mesme pour trouver le cours des nœuds sur un jour, je dis en 1089 jours, l'un des deux nœuds fait 57 deg. 38 ① ; combien fera-il en un jour ? vient 3 ① 10 ②, differant de bien peu de la position de *Ptolemée*, 3 ① 11 ②, qu'on a là, en ostant le cours de la Lune en longitude, de son cours en latitude ; car le reste est le requis : & suivant cela, ostant dudit cours de latitude d'un jour 13 degr. 13 ① 46 ②, le cours de longitude de la Lune en un jour (par le troisiesme membre) 13 degr. 10 ① 35 ②, il restera quasi comme devant 3 ① 11 ②: donc le cours de latitude en un jour estant de 13 deg. 13 ① 46 ②, & des nœuds en un jour de 3 ① 10 ②, il est notoire qu'on en pourra faire une table, comme il a esté fait du cours du Soleil, lesquelles seront descrites en l'onziesme proposition.

Touchant l'inclinaison des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, on la pourroit trouver si les Ephemerides observées y eussent contribué, & eust peu estre de 5 degrez ; assavoir que la plus grande latitude de la Lune seroit de 5 deg. laquelle est telle lors que la Lune est 90 degrez distante des nœuds.

Conclusion. Nous avons donc declaré, comment par les Ephemerides, &c.

PROPOSITION X.

Comment on peut trouver le periode de la Lune par les Ephemerides observées.

Quelqu'un voyant que c'est que periode signifie en la 23 definition, pourroit penser qu'il est suffisamment

descrit en la precedente 8 propofition. Toutefois remarquant qu'il eft là mis par exemple, felon la fubfcription de ladite 8 propofition, & que du depuis on a trouvé une methode plus certaine à cela, nous mettrons icy plus proprement la defcription d'icelle, comme s'enfuit.

Ayant remarqué groffierement les fufdits mouvemens divers de la Lune, en partie par oppofition du Soleil & de la Lune, & qu'avec cela les Ephemerides obfervées s'augmentent avec le temps de plus en plus, par le furcroift de beaucoup d'années, tellement que par ce prolongement on peut faire ce qu'on ne pouvoit pas auparavant en fi peu d'années qu'elles contenoyent: car prenant puis apres des oppofitions, & en temps d'eclipfe de Lune, (lefquelles font plus certaines, que les conjonctions avec eclipfes du Soleil, à caufe des parallaxes) car prenant le poinct oppofite du Soleil qui eft notoire, pour le lieu de la Lune, alors quelle parallaxe que la Lune aye, cela ne nuira point, d'autant qu'on ne met pas en œuvre fon lieu apparant, auffi que tels circuits ont d'autant plus de certitude. Mais pource que nos Ephemerides n'ont pas de fi grands intervalles de temps, pour choifir de telles eclipfes de lune que la chofe le requiert, je prendray à cefte fin celles que *Hyparchus* (comme *Ptolemée* raconte) avoit pour y parvenir; affavoir deux oppofitions à tel effect comme celle du troifiefme membre de la huictiefme propofition, mais avec eclipfe, ou à chaque fois la Lune eftoit environ au mefme poinct apparant de l'ecliptique, auffi au mefme poinct en fon orbe: telles deux eclipfes de Lune ont efté trouvées l'une apres l'autre de l'intervalle de 126007 jours 1 heure.

Où fe font trouvé 4573 circuits de Lune en fon orbe (lefquels doivent eftre parfaits, pource qu'elle eftoit derechef dans le mefme poinct de fon orbe) affavoir 4573.

Et des circuits de l'apogée en longitude apparente 38 encor 352 deg. 30.

Or que le dernier circuit ne foit parfait, y deffaillant encor 7 deg. 30 ①, cela n'apporte nul empefchement, puis que l'apogée va uniformement tant proprement, qu'en apparance.

Quant au moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, on le peut avoir (ainfi qu'il a efté dit de mefme à la fin du troifiefme membre de la huictiefme propofition) en adjouftant les 4573 circuits de la Lune en fon orbe, avec 38 circuits & 352 deg. 30 ① de l'apogée, lefquels font enfemble 4611 circuits 312 deg. 30 ①.

Les lunaifons eftoyent au nombre de 4267.

Lefquelles eftoyent auffi bien moyennes lunaifons que naturelles, cófiftant fuffifamment en circuits entiers & parfaits de rencontre; pource que la Lune, eftoit en l'une & l'autre eclipfe en un mefme poinct de fon orbe; pareillement le Soleil auffi eftoit quafi en un mefme lieu; car combien qu'il y aye encor 7 deg. 30 ① de defaut, toutefois l'eccentricité du deferant du Soleil ne pouvoit faire d'empefchement fur un fi petit arc, & en fi grande efpace de temps.

Les revolutions de la latitude de la Lune defailloyent encor à *Hyparchus*, lefquelles il ne pouvoit avoir par les deux eclipfes de lune fufdites; car fans ce qui a efté dit cy-deffus, elles devoyent eftre fous un mefme nœud, egalement eclipfées, tant en la premiere eclipfe, qu'en la feconde, & la partie obfcurcie des deux vers un mefme cofté, comme vers le feptentrion ou midy. Il eft bien vray que fi ces qualitez fe fuffent trouvées en la premiere paire d'oppofitions, qu'il ne luy euft efté befoing de cercher une autre paire, comme auffi il a efté contraint d'en choifir une autre particuliere pour les circuits de latitude, affavoir où l'une & l'autre eclipfe eftoit en un mefme nœud, & où la Lune eftoit egalement obfcurcie, & tirant vers un mefme cofté, laiffant en arriere la longitude apparante de la Lune, & fon lieu en fon orbe, ainfi qu'il en pouvoit arriver; car puis que le cours des nœuds (qui caufe diverfité entre les cours de longitude & de latitude, cóme a efté dit au 5 membre de la 8 propofition) eft uniforme, c'eft qu'en temps egaux, fe font chemins egaux, alors l'eccentricité du deferant du Soleil, ny de la Lune, ne pouvoit empefcher la chofe. Ce qu'eftant ainfi, il faut qu'és deux telles eclipfes, la Lune foit egalement diftante d'un mefme nœud, & partant les revolutions de latitude entre icelles, foyent entieres & parfaites.

Ayant donc *Hyparchus*, trouvé deux telles eclipfes de Lune, il dit entre icelles y avoir eu 5458 lunaifons, & que la pluralité des revolutions de latitudes ont efté de 5923.

Conclufion. Nous avons donc trouvé le periode de la Lune par le moyen des Ephemerides obfervées, felon le requis.

Proposition XI.

Trouver les moyens mouvemens, appartenans à la Lune, fur un temps donné, & en defcrire les tables.

Le donné. Soit le temps d'un jour.

Le requis. On veut trouver là deffus les moyens mouvemens, appartenans à la Lune.

Operation. En 126007 jours 1 heure, la Lune fait 4573 revolutions en fon orbe par la 9 propofition, combien en 1 jour? vient 13 deg. 3, 53, 56, 34, 21, 41.

En 126007 jours 1 heure, l'apogée de la Lune fait 38 revolutions 352 deg. 30 ① par la 9 propofition, combien fur 1 jour? vient 6 ①. 40. 54. 22. 11. 55.

Pour avoir le moyen mouvement en longitude apparante, j'adioufte le fufdit cours de la Lune en fon orbe 13 degr. 3. 53. 56. 34. 21. 41. au cours de l'apogée 6 ①. 40. 54. 22. 11. 55. vient pour le requis 13 degr. 10. 34. 50. 56. 33. 36.

Pour avoir le gain de Lune fur un jour j'ofte le moyen mouvement du Soleil d'un jour, qui eft 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31. par la 3 propofition, du moyen mouvement en longitude fufdit, faifant en un jour 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36. refte pour le requis gain de Lune fur un jour 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Pour avoir le cours de latitude fur un jour, il eft neceffaire de fçavoir combien de temps durent les 5458 lunaifons, trouvées en la deuxiefme paire d'eclipfe par *Hyparchus*, en la 9 propofition, lequel n'efcrit pas le temps: à cefte fin je dis 4267 moyennes lunaifons durent (par la 9 propofition) 126007 jours 1 heure, combien dureront les 5458 lunaifons fufdites *d'Hyparchus*? vient $\frac{1651059144 02}{102408}$ jours. Secondement je dis en une telle fraction de jours, la Lune court 5923 revolutions de latitude (en la deuxiefme paire d'eclipfe *d'Hyparchus*) combien en un jour? ce qui viendroit, feroit pour le cours de latitude requis en un jour: la raifon pourquoy ce nombre n'eft icy pofé, fera deduite cy-apres.

Pour avoir le cours des nœuds fur un jour, il faut fouftraire le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude fur un jour, du fufdit mouvement de la-

de latitude en un jour, le reste sera pour le cours des nœuds.

Notez.

D'autant que les susdites supputations sur un jour n'accordent du tout avec les tables que *Ptolemée* en a fait, nous declarerons cela, comme s'ensuit: A ceste fin soit faite une recapitulation d'iceux nombres sur un jour, & briefvement.

En un jour.

	deg.
Cours de la Lune en son orbe	13. 3. 53. 56. 34. 21. 41.
Cours de l'apogée	0. 6. 40. 54. 22. 11. 55.
Moyen mouvement de Lune en longitude apparante	13. 10. 34. 50. 56. 33. 36.
Gain de Lune	12. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Touchant le cours de latitude, & des nœuds, la supputation n'a esté achevée cy dessus.

Au lieu d'iceux, *Ptolemée* a posé les mouvemens suivans.

En un jour.

	deg.
Cours de la Lune en son orbe	13. 3. 53. 56. 17. 51. 59.
Cours de l'apogée	0. 6. 41. 2. 15. 38. 31.
Moyen mouvement de la Lune en longitude apparante	13. 10. 34. 58. 33. 30. 30.
Gain de Lune	12. 11. 26. 41. 20. 17. 59.
Cours de latitude	13. 13. 45. 39. 48. 56. 37.
Cours des nœuds	0. 3. 10. 41. 15. 26. 7.

La raison de ceste difference est telle.

1. En premier lieu il faut sçavoir qu'*Hyparchus* avoit calculé le cours de la Lune en son orbe en un jour de 13 deg. 3. 53. 56. 29. 38. 38. mais *Ptolemée* le trouvant trop grand de 11 ④ 46. 39. par ses observations, comme il le declare au chapitre 7 de son 4 livre, il les en a ostez, restant comme dessus, 13. degr. 3. 53. 56. 17. 51. 59. ce que *Ptolemée* retient pour le cours d'un jour, ainsi recorrigé, & là dessus fist ses tables, comme elles se verront cy-apres: touchant la difference de 4 ④ 43. 30. entre nostre supputation & celle d'*Hyparchus*, elle vient de ce que la sienne n'est pas si precise, que celle-cy.
2. Le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, sur un jour, est chez nous de 7 ③ 36 ④ & beaucoup plus grand que celuy de *Ptolemée*, d'où s'ensuit que le cours en 810 ans Egyptiens, (d'autant sont faites les tables) font 10 degrez d'avantage que non pas selon la supputation fondée sur l'hypothese, car si on eust adjoinct la fraction restante (à ce qui a esté trouvé cy-dessus) comme 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36 $\frac{144896}{3024169}$, la conclusion eust esté parfaite.
3. Veu que l'on soustrait le cours de la Lune en son orbe, de son moyen mouvement en apparante longitude, pour avoir le cours de l'apogée, la raison est notoire de telle difference.
4. Veu que le gain de Lune est trouvé, en ostant le mouvement du Soleil, du moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, la raison de telle difference est semblablement notoire.
5. Touchant les cours de latitude, & des nœuds, si on en faisoit la supputation comme dessus, on trouveroit de la difference entre telle conclusion, & celle d'*Hyparchus*, dont le jugement en seroit comme devant.

Ce qui a esté dit en ceste note, estant plus chose de debat, que pour apprendre; on me pourroit objecter, que cela eust esté mieux adapté en l'appendice, que non pas icy, selon ce qu'en avons fait en semblable occasion: mais cela est plus commodement inseré en ce lieu, pour ne point faire arrester court, & mettre hors de doute ceux qui en passant, eussent trouvé difference avec *Ptolemée*, sans sçavoir pourquoy.

Donc le cours sur un jour estant selon *Ptolemée* comme dessus, il appert comment on en pourra faire des tables, comme celles du Soleil en la troisiesme proposition, lesquelles seront icy adjointes pour plus grande facilité, & sont tirées des tables de *Ptolemée*.

TABLE DU COURS DE LA LUNE, EN SON ORBE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	32	39	44	50	44	40
2	1	5	19	29	41	29	20
3	1	37	59	14	32	14	0
4	2	10	38	59	22	58	40
5	2	43	18	44	13	43	20
6	3	15	58	29	4	28	0
7	3	48	38	13	55	12	40
8	4	21	17	58	45	57	20
9	4	53	57	43	36	42	0
10	5	26	37	28	27	26	40
11	5	59	17	13	18	11	20
12	6	31	56	58	8	56	0
13	7	4	36	42	59	40	39
14	7	37	16	27	50	25	19
15	8	9	56	12	41	9	59
16	8	42	35	57	31	54	39
17	9	15	15	42	22	39	19
18	9	47	55	27	13	23	59
19	10	20	35	12	4	8	39
20	10	53	14	56	54	53	19
21	11	25	54	41	45	37	59
22	11	58	34	26	36	22	39
23	12	31	14	11	27	7	19
jours							
1	13	3	53	56	17	51	59
2	26	7	47	52	35	43	58
3	39	11	41	48	53	35	57
4	52	15	35	45	11	27	56
5	65	19	29	41	29	19	55
6	78	23	23	37	47	11	54
7	91	27	17	34	5	3	53
8	104	31	11	30	22	55	52
9	117	35	5	27	40	47	51
10	130	38	59	22	58	39	50
11	143	42	53	19	16	31	49
12	156	46	47	15	34	23	48
13	169	50	41	11	52	15	47
14	182	54	35	8	10	7	46
15	195	58	29	4	27	59	45
16	209	2	23	0	45	51	44
17	222	6	16	57	3	43	43
18	235	10	10	53	21	35	42
19	248	14	4	49	39	27	41
20	261	17	58	45	57	19	40
21	274	21	52	42	15	11	39
22	287	25	46	38	33	3	38
23	300	29	40	34	50	55	37
24	313	33	34	31	8	47	36
25	326	37	28	27	26	39	35
26	339	41	22	23	44	31	34
27	352	45	16	20	2	23	33
28	5	49	10	16	20	19	32
29	18	53	4	12	38	7	31
30	31	56	58	8	55	59	30
60	63	53	56	17	51	59	0
90	95	50	54	26	47	58	30
120	127	47	52	35	43	58	0
150	159	44	50	44	39	57	30
180	191	41	48	53	35	57	0
210	223	38	47	2	31	56	30
240	255	35	45	11	27	56	0
270	287	32	43	20	23	55	30
300	319	29	41	29	19	55	0
330	351	26	39	38	15	54	30
360	23	23	37	47	11	54	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	88	43	7	28	41	13	55
2	177	26	14	57	22	27	50
3	266	9	22	26	3	41	45
4	354	52	29	54	44	55	40
5	83	35	37	23	26	9	35
6	172	18	44	52	7	23	30
7	261	1	52	20	48	37	25
8	349	44	59	49	29	51	20
9	78	28	7	18	11	5	15
10	167	11	14	46	52	19	10
11	255	54	22	15	33	33	5
12	344	37	29	44	14	47	0
13	73	20	37	12	56	0	55
14	162	3	44	41	37	14	50
15	250	46	52	10	18	20	45
16	339	29	59	38	59	42	40
17	68	13	7	7	40	56	35
18	156	56	14	36	22	10	30
36	313	52	29	12	44	21	0
54	110	48	43	49	6	31	30
72	267	44	58	25	28	42	0
90	64	41	13	1	50	52	30
108	221	37	27	38	13	3	0
126	18	33	42	14	35	13	30
144	175	29	56	50	57	24	0
162	332	26	11	27	19	34	30
180	129	22	26	3	41	45	0
198	286	18	40	40	3	55	30
216	83	14	55	16	26	6	0
234	240	11	9	52	48	16	30
252	37	7	24	29	10	27	0
270	194	3	39	5	32	37	30
288	350	59	53	41	54	48	0
306	147	56	8	18	16	58	30
324	304	52	22	54	39	9	0
342	101	48	37	31	1	19	30
360	258	44	52	7	23	30	0
378	55	41	6	43	45	40	30
396	212	37	21	20	7	51	0
414	9	33	35	55	30	1	30
432	166	29	50	32	52	12	0
450	323	26	5	9	14	22	30
468	120	22	19	45	36	33	0
486	277	18	34	21	58	43	30
504	74	14	48	58	20	54	0
522	231	11	3	34	43	4	30
540	28	7	18	11	5	15	0
558	185	3	32	47	27	25	30
576	341	59	47	23	49	36	0
594	138	56	2	0	11	46	30
612	295	52	16	36	33	57	0
630	92	48	31	12	56	7	30
648	249	44	45	49	18	18	0
666	46	41	0	25	40	28	30
684	203	37	15	2	2	39	0
702	0	33	29	38	24	49	30
720	157	29	44	14	47	0	0
738	314	25	58	51	9	1	30
756	111	22	13	27	31	21	0
774	268	18	28	3	53	31	30
792	65	14	42	40	15	42	0
810	222	10	57	16	37	52	30

TABLE DU COURS DE L'APOGEE DE L'ORBE DE LA LUNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	16	42	35	39	6
2	0	0	33	25	11	18	12
3	0	0	50	7	46	57	18
4	0	1	6	50	22	36	24
5	0	1	23	32	58	15	30
6	0	1	40	15	33	54	36
7	0	1	56	58	9	33	43
8	0	2	13	40	45	12	49
9	0	2	30	23	20	51	55
10	0	2	47	5	56	31	2
11	0	3	3	48	32	10	8
12	0	3	20	31	7	49	14
13	0	3	37	13	43	28	21
14	0	3	53	56	19	7	28
15	0	4	10	38	54	46	33
16	0	4	27	21	30	25	40
17	0	4	44	4	6	4	46
18	0	5	0	46	41	43	52
19	0	5	17	29	17	22	59
20	0	5	34	11	53	2	6
21	0	5	50	54	28	41	12
22	0	6	7	37	4	20	18
23	0	6	24	19	39	59	25
jours							
1	0	6	41	2	15	38	31
2	0	13	22	4	31	17	2
3	0	20	3	6	46	55	33
4	0	26	44	9	2	34	4
5	0	33	25	11	18	12	35
6	0	40	6	13	33	51	6
7	0	46	47	15	49	29	37
8	0	53	28	18	5	8	8
9	0	0	9	19	20	46	39
10	1	6	50	22	36	25	10
11	1	13	31	24	52	3	41
12	1	20	12	27	7	42	12
13	1	26	53	29	23	20	43
14	1	33	34	31	38	59	14
15	1	40	15	33	54	37	45
16	1	46	56	36	10	16	16
17	1	53	37	38	25	54	47
18	2	0	18	40	41	33	18
19	2	6	59	42	57	11	49
20	2	13	40	45	12	58	20
21	2	20	21	47	28	28	51
22	2	27	2	49	44	7	22
23	2	33	43	51	59	45	53
24	2	40	24	54	15	24	24
25	2	47	5	56	31	2	55
26	2	53	46	58	46	41	26
27	3	0	28	1	2	19	57
28	3	7	9	3	17	58	28
29	3	13	50	5	33	36	59
30	3	20	31	7	49	15	30
60	6	41	2	15	38	31	0
90	10	1	33	23	27	46	30
120	13	22	4	31	17	2	0
150	16	42	35	39	6	17	30
180	20	3	6	46	55	33	0
210	23	23	37	54	44	48	30
240	26	44	9	2	34	4	0
270	30	4	40	10	23	19	30
300	33	25	11	18	12	35	0
330	36	45	42	25	1	50	30
360	40	6	13	33	51	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	40	39	38	45	9	18	35
2	81	19	17	30	18	37	10
3	121	58	56	15	27	55	45
4	162	38	35	0	37	14	20
5	203	18	13	45	46	32	55
6	243	57	52	30	55	51	30
7	284	37	31	16	5	10	5
8	325	17	10	1	14	28	40
9	5	56	48	46	23	47	15
10	46	36	27	31	33	5	50
11	87	16	6	16	42	24	25
12	127	55	45	1	51	43	0
13	168	35	23	47	1	1	35
14	209	15	2	32	10	20	10
15	249	54	41	17	19	38	45
16	290	34	20	2	28	57	20
17	331	13	58	47	38	15	55
18	11	53	37	32	47	34	30
36	23	47	15	5	35	9	0
54	35	40	52	38	22	43	30
72	47	34	30	11	10	18	0
90	59	28	7	43	57	52	30
108	71	21	45	16	45	27	0
126	83	15	22	49	33	1	30
144	95	9	0	22	20	36	0
162	107	2	37	55	8	10	30
180	118	56	15	27	55	45	0
198	130	49	53	0	43	19	30
216	142	43	30	33	30	54	0
234	154	37	8	6	18	28	30
252	166	30	45	39	6	3	0
270	178	24	23	11	53	37	30
288	190	18	0	44	41	12	0
306	202	11	38	17	28	46	30
324	214	5	15	50	16	21	0
342	225	58	53	23	3	55	30
360	237	52	30	55	51	30	0
378	249	46	8	28	39	4	30
396	261	39	46	1	26	39	0
414	273	33	23	34	14	13	30
432	285	27	1	7	1	48	0
450	297	20	38	39	49	22	30
468	309	14	16	12	36	56	0
486	321	7	53	45	24	31	30
504	333	1	31	18	12	6	0
522	344	55	8	50	59	40	30
540	356	48	46	23	47	15	0
558	8	42	23	56	34	49	30
576	20	36	1	29	22	24	0
594	32	29	39	2	9	58	30
612	44	23	16	34	57	33	0
630	56	16	54	7	45	7	30
648	68	10	31	40	32	42	0
666	80	4	9	13	20	16	30
684	91	57	46	46	7	51	0
702	103	51	24	18	55	25	30
720	115	45	1	51	43	0	0
738	127	38	39	24	30	34	30
756	139	32	16	57	18	9	0
774	151	25	54	30	5	43	30
792	163	19	32	2	53	18	0
810	175	13	9	35	40	52	30

MOYEN MOUVEMENT DE LA LUNE EN LONGITUDE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	32	56	27	26	23	46
2	1	5	52	54	52	47	32
3	1	38	49	22	19	11	18
4	2	11	45	49	45	35	5
5	2	44	42	17	11	58	51
6	3	17	38	44	38	22	37
7	3	50	35	12	4	46	23
8	4	23	31	39	31	10	10
9	4	56	28	6	57	33	56
10	5	29	24	34	23	57	42
11	6	2	21	1	50	21	28
12	6	35	17	29	16	45	15
13	7	8	13	56	43	9	1
14	7	41	10	24	9	32	47
15	8	14	6	51	35	56	33
16	8	47	3	19	2	20	20
17	9	19	59	46	28	44	6
18	9	52	56	13	55	7	52
19	10	25	52	41	21	31	38
20	10	58	49	8	47	55	25
21	11	31	45	36	14	19	11
22	12	4	42	3	40	42	57
23	12	37	38	31	7	6	43
jours							
1	13	10	34	58	33	30	30
2	26	21	9	57	7	1	0
3	39	31	44	55	40	31	30
4	52	42	19	54	14	2	0
5	65	52	54	52	47	32	30
6	79	3	29	51	21	3	0
7	92	14	4	49	54	33	30
8	105	24	39	48	28	4	0
9	118	35	14	47	1	34	30
10	131	45	49	45	35	5	0
11	144	56	24	44	8	35	30
12	158	6	59	42	42	6	0
13	171	17	34	41	15	36	30
14	184	28	9	39	49	7	0
15	197	38	44	22	22	37	30
16	210	49	19	36	56	8	0
17	223	59	54	35	29	38	30
18	237	10	29	34	3	9	0
19	250	21	4	32	36	39	30
20	263	31	39	31	10	10	0
21	276	42	14	29	43	40	30
22	289	52	49	28	17	11	0
23	303	3	24	26	50	41	30
24	316	13	59	25	24	12	0
25	329	24	34	23	57	42	30
26	342	35	9	22	31	13	0
27	355	45	44	21	4	43	30
28	8	56	19	19	38	14	0
29	22	6	54	18	11	44	30
30	35	17	29	16	45	15	0
60	70	34	58	33	30	30	
90	105	52	27	50	15	45	
120	141	9	57	7	1	0	
150	176	27	26	23	46	15	
180	211	44	55	40	31	30	
210	247	2	24	57	16	45	
240	282	19	54	14	2	0	
270	317	37	23	30	47	15	
300	352	54	52	47	32	30	
330	28	12	22	4	17	45	
360	63	29	51	21	3	0	

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	129	22	46	13	50	32	30
2	258	45	32	27	41	5	0
3	28	8	18	41	31	37	30
4	157	31	4	55	22	10	0
5	286	53	51	9	12	42	30
6	56	16	37	23	3	15	0
7	185	39	23	36	53	47	30
8	315	2	9	50	44	20	0
9	84	24	56	4	34	52	30
10	213	47	42	18	25	25	0
11	343	10	28	32	15	57	0
12	112	33	14	46	6	30	0
13	241	56	0	59	57	2	0
14	11	18	47	13	47	35	0
15	140	41	33	27	38	7	0
16	270	4	19	41	28	40	0
17	39	27	5	55	19	12	0
18	168	49	52	9	9	45	0
36	337	39	44	18	19	30	0
54	146	29	36	27	29	15	0
72	315	19	28	36	39	0	0
90	124	9	20	45	48	45	0
108	292	59	12	54	58	30	0
126	101	49	5	4	8	15	0
144	270	38	57	13	18	0	0
162	79	28	49	22	27	45	0
180	248	18	41	31	37	30	0
198	57	8	33	40	47	15	0
216	225	58	25	49	57	0	0
234	34	48	17	59	6	45	0
252	203	38	10	8	16	30	0
270	12	28	2	17	26	15	0
288	181	17	54	26	36	0	0
306	350	7	46	35	45	45	0
324	158	57	38	44	55	30	0
342	127	47	30	54	5	15	0
360	136	37	23	3	15	0	0
378	305	27	15	12	24	45	0
396	114	17	7	21	34	30	0
414	283	6	59	30	44	15	0
432	91	56	51	39	54	0	0
450	260	46	43	49	3	45	0
468	69	36	35	58	13	30	0
486	238	26	28	7	23	15	0
504	47	16	20	16	33	0	0
522	216	6	12	25	42	45	0
540	24	56	4	34	52	30	0
558	193	45	56	44	2	15	0
576	2	35	48	53	12	0	0
594	171	25	41	2	21	45	0
612	340	15	33	11	31	30	0
630	149	5	25	20	41	15	0
648	317	55	17	29	51	0	0
666	126	45	9	39	0	45	0
684	295	35	1	48	10	30	0
702	104	24	53	57	20	15	0
720	273	14	46	6	30	0	0
738	82	4	38	15	39	45	0
756	250	54	30	24	49	30	0
774	59	44	22	23	59	15	0
792	228	34	14	43	9	0	0
810	37	24	6	52	18	45	0

TABLE DU GAIN DE LUNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥	ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	30	28	36	43	20	45	1	129	37	21	28	29	23	55
2	1	0	57	13	26	41	30	2	259	14	42	56	58	47	50
3	1	31	25	50	10	2	15	3	28	52	4	25	28	11	45
4	2	1	54	26	53	23	0	4	158	39	25	53	57	35	40
5	2	32	23	3	36	43	45	5	288	6	47	22	26	59	35
6	3	2	51	40	20	4	30	6	57	44	8	50	56	23	30
7	3	33	20	17	3	25	15	7	187	21	30	19	25	47	25
8	4	3	48	53	46	46	0	8	316	58	51	47	55	11	20
9	4	34	17	30	30	6	45	9	86	36	13	16	24	35	15
10	5	4	46	7	13	27	30	10	216	13	34	44	53	59	10
11	5	35	14	43	56	48	15	11	345	50	56	13	23	23	5
12	6	5	48	20	40	9	0	12	115	28	17	41	52	47	0
13	6	36	11	57	23	29	44	13	245	5	39	10	22	10	55
14	7	6	40	34	6	50	29	14	14	43	0	38	51	34	50
15	7	37	9	10	50	11	14	15	144	20	22	7	20	58	45
16	8	7	37	47	33	31	59	16	273	57	43	34	50	22	40
17	8	38	6	24	16	52	44	17	43	35	5	4	19	46	35
18	9	8	35	1	0	13	39	18	173	12	26	32	49	10	30
19	9	39	3	37	43	34	14	36	346	24	53	5	38	21	0
20	10	9	32	14	26	54	59	54	159	37	19	38	27	31	30
21	10	40	0	51	10	15	44	72	332	49	46	11	16	42	0
22	11	10	29	27	53	36	29	90	146	2	12	44	5	52	30
23	11	40	58	4	56	57	14	108	319	14	39	16	55	3	0
jours								126	132	27	5	49	44	13	30
1	12	11	26	51	20	17	59	144	305	39	32	22	33	24	0
2	24	22	53	22	40	35	58	162	118	51	58	55	22	34	30
3	36	34	20	4	0	53	57	180	292	4	25	28	11	45	0
4	48	45	46	45	21	11	56	198	105	16	52	1	0	55	30
5	60	57	13	26	41	29	55	216	278	29	18	33	50	6	0
6	73	8	40	8	1	47	54	234	91	41	45	6	39	16	30
7	85	20	6	49	22	5	53	252	264	54	11	39	28	27	0
8	97	31	36	30	42	23	52	270	98	6	38	12	17	37	30
9	109	43	0	12	2	41	51	288	251	19	4	45	6	48	0
10	121	54	26	53	22	59	50	306	64	31	31	17	55	58	30
11	134	5	53	34	43	17	49	324	237	43	57	50	45	9	0
12	146	17	20	16	3	35	48	342	50	56	24	23	34	19	30
13	158	28	46	57	23	53	47	360	224	8	50	56	23	30	0
14	170	40	13	38	44	11	46	378	37	21	17	29	12	40	30
15	184	51	40	20	4	29	45	396	210	33	44	1	1	51	0
16	195	3	7	1	24	47	44	414	23	46	10	34	51	1	30
17	207	14	33	42	45	5	43	432	196	58	37	7	40	12	0
18	219	26	0	24	5	23	42	450	10	11	3	40	29	22	30
19	231	37	27	5	25	41	41	468	183	23	30	13	18	33	0
20	243	48	53	46	45	59	40	486	356	35	56	46	7	43	30
21	256	0	20	28	6	17	39	504	369	48	23	18	56	54	0
22	268	11	47	9	26	35	38	522	343	0	49	51	46	4	30
23	280	23	13	50	46	53	37	540	156	13	16	24	35	15	0
24	292	34	40	32	7	11	36	558	329	25	42	57	24	25	30
25	304	46	7	13	27	29	35	576	142	38	9	30	13	36	0
26	316	57	33	54	47	47	34	594	315	50	36	2	2	46	30
27	329	9	0	36	8	5	33	612	129	3	2	35	51	57	0
28	341	20	27	17	28	23	32	630	302	15	29	8	41	7	30
29	353	31	53	58	48	41	31	648	115	27	55	41	1	18	0
30	5	43	20	40	8	59	30	666	288	40	22	14	19	28	30
60	11	26	41	20	17	59	0	684	101	52	48	47	8	39	0
90	17	10	2	0	26	58	30	702	275	5	15	19	57	49	30
120	22	53	22	40	35	58	0	720	88	17	41	52	47	0	0
150	28	36	43	20	44	57	30	738	261	30	8	25	36	10	30
180	34	20	4	0	53	57	0	756	74	42	34	58	25	21	0
210	40	3	24	41	2	56	30	774	247	55	1	31	14	31	30
240	45	46	45	21	11	56	0	792	61	7	28	3	3	42	0
270	51	30	6	1	20	55	30	810	234	19	54	36	52	52	30
300	57	13	26	41	29	55	0								
330	62	56	47	21	38	54	30								
360	68	40	8	1	47	54	0								

COURS DE LA LATITVDE DE LA LUNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	33	4	24	9	32	22
2	1	6	8	48	19	4	43
3	1	39	13	12	28	37	5
4	2	12	17	36	38	9	26
5	2	45	22	0	47	41	48
6	3	18	26	24	57	14	9
7	3	51	30	49	6	46	31
8	4	24	35	13	16	18	52
9	4	57	39	37	25	51	14
10	5	30	44	1	35	23	3
11	6	3	48	25	44	55	5
12	6	36	52	49	54	28	1
13	7	9	57	14	4	0	40
14	7	43	1	38	13	33	2
15	8	16	6	2	23	5	23
16	8	49	10	26	32	37	45
17	9	22	14	50	42	10	6
18	9	55	19	14	51	42	28
19	10	28	23	39	1	14	49
20	11	1	28	3	10	47	11
21	11	34	32	27	20	19	32
22	12	7	36	51	29	51	54
23	12	40	41	15	39	24	15
jours							
1	13	13	45	39	48	56	37
2	26	27	31	19	37	53	14
3	39	41	16	59	26	49	51
4	52	55	2	39	15	46	28
5	66	8	48	19	4	43	5
6	79	22	33	58	53	39	42
7	92	36	19	38	42	36	19
8	105	50	5	18	31	32	56
9	119	3	50	58	20	29	33
10	132	17	36	38	9	26	10
11	145	31	22	17	58	22	47
12	158	45	7	57	47	19	24
13	171	58	53	37	36	16	1
14	185	12	39	17	25	12	38
15	198	26	24	57	14	9	15
16	211	40	10	37	3	5	52
17	224	53	56	16	52	2	29
18	238	7	41	56	40	59	6
19	251	21	27	36	29	55	43
20	264	35	13	16	18	52	20
21	277	48	58	56	7	48	57
22	294	2	44	35	56	45	34
23	304	16	30	15	45	42	11
24	317	30	15	55	34	38	48
25	330	44	1	35	23	35	25
26	343	57	47	15	12	32	2
27	357	11	32	55	1	28	39
28	10	25	18	34	50	25	16
29	23	39	4	14	39	21	53
30	36	52	49	54	28	18	30
60	73	45	39	48	26	37	0
90	110	38	29	43	24	55	30
120	147	31	19	37	53	14	0
150	184	24	9	32	21	32	30
180	221	16	59	26	49	51	0
210	258	9	49	21	18	9	30
240	295	2	39	15	46	28	0
270	331	55	29	10	14	46	30
300	8	48	19	4	43	5	0
330	45	41	8	59	11	23	30
360	82	33	58	53	39	42	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	148	42	47	12	44	25	5
2	297	25	34	25	28	50	10
3	86	8	21	38	13	15	15
4	234	51	8	50	57	40	20
5	23	33	56	3	42	5	25
6	172	16	43	16	26	30	30
7	320	59	30	29	10	55	35
8	109	43	17	41	55	20	40
9	258	25	4	54	39	45	45
10	47	7	52	7	24	10	50
11	195	50	39	20	8	35	55
12	344	33	26	32	53	1	0
13	133	16	13	45	37	26	5
14	281	59	0	58	21	51	10
15	0	41	48	11	6	16	15
16	219	24	35	23	50	41	20
17	8	7	22	36	35	6	25
18	156	50	9	49	19	31	30
36	313	40	19	38	39	3	0
54	110	30	29	27	58	34	30
72	267	20	39	17	18	6	0
90	64	10	49	6	37	37	30
108	221	0	58	55	57	9	0
126	17	51	8	45	16	40	30
144	174	41	18	34	36	13	0
162	331	31	28	23	55	43	30
180	128	21	38	13	15	15	0
198	285	11	48	2	34	46	30
216	82	1	57	51	54	18	0
234	238	52	7	41	13	49	30
252	35	42	17	30	33	21	0
270	192	32	27	19	52	52	30
288	349	22	37	9	12	24	0
306	140	12	46	58	31	55	30
324	303	2	56	47	51	27	0
342	99	53	6	37	10	59	30
360	256	43	16	26	30	30	0
378	53	33	26	15	59	1	30
396	210	23	36	5	9	33	0
414	7	13	45	54	28	4	30
432	164	3	55	43	48	36	0
450	320	54	5	33	8	7	30
468	117	44	15	22	27	39	0
486	274	34	25	11	47	10	30
504	71	24	35	1	6	42	0
522	228	14	44	50	26	13	30
540	25	4	54	39	45	45	0
558	181	55	4	29	5	16	30
576	338	45	14	18	24	48	0
594	135	35	24	7	44	19	30
612	292	25	33	57	3	51	0
630	59	15	43	46	23	22	30
648	246	5	53	35	42	54	0
666	42	56	3	25	2	25	30
684	199	46	13	14	21	57	0
702	356	36	23	3	41	28	30
720	153	26	32	53	1	0	0
738	310	16	42	42	20	31	30
756	107	6	52	31	40	3	0
774	263	57	2	20	59	34	30
792	60	47	12	10	19	6	0
810	217	37	21	59	38	37	30

Conclusion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement appartenant à la Lune, sur un temps donné, & en avons descrit des tables, selon le requis.

Proposition XII.

Declarer comment par le moyen des Ephemerides observées, on commence à remarquer les causes & circonstances des eclipses de Lune.

Quand avec les Ephemerides on recerche la cognoissance des causes des eclipses de Soleil & Lune, on remarque que celle du Soleil arrive tousiours en conjonction, & celle de la Lune tousiours en opposition: Et considerant de là en avant on trouve qu'elles arrivent tousiours environ les nœuds; comme l'eclipse de Soleil de l'an 1600 le 30 Juin à 0 heure 55 ①, estoit en conjonction sous le 108 deg. 11 ①, alors la queuë du Dragon estoit au 111 degr. 23 ①: tellement que ceste eclipse estoit fort pres dudit nœud, assavoir de 3 degrez 12 ①: Semblablement l'eclipse de Lune de l'an 1554, le 8 Decembre à 13 heures 3 ① se fit en opposition, le Soleil estoit au 266 deg. 29 ①, & la queuë du Dragon au 262 deg. 30 ①, differant seulement de 3 deg. 59 ①. D'avantage on y remarque aussi que la Lune est d'autant plus eclipsée, qu'elle est pres des nœuds; & d'autant moins eclipsée, qu'elle en est esloignée. Item, que les eclipses egales ne sont de mesme durée de necessité, dont la cause est la vitesse ou tardiveté de la Lune. Lesquelles choses estant ainsi simplement remarquées és ephemerides, ont donné occasion d'en recercher de plus pres les qualitez par voye Mathematique, comme on verra au deuxiesme livre.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment par le moyen des Ephemerides observées, on commence à remarquer les causes & circonstances des eclipses de Lune, selon le requis.

Proposition XIII.

Descrire les tables ou Ephemerides du cours de la Lune, & ce pour le temps à venir par le moyen des Ephemerides supputées.

Lors qu'on recerche és Ephemerides, en combien de temps c'est que la Lune revient tousiours sous un mesme poinct en l'ecliptique environ le mesme temps de l'année; on trouve que c'est à peu pres en 19 ans. Comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Jan. la Lune estoit au 257 deg. 10 ①: & dans 19 ans apres, (c'est le 1 Janvier 1573) elle estoit au 260 degré 2 ①, ce n'est que seulement 2 deg. 52 ① d'avantage; mais dans 19 ans encor apres, assavoir au 1 Janvier 1592, elle estoit au 254 deg. 26 ①, qui est 5 deg. 36 ① en arriere; & ainsi semblablement des autres, aucunefois plus, & aucunefois moins, jusques à differer 8 au 9 degrez; toutesfois il y a telles 19 ans qui comprennent 5 années bissextiles, les autres 4 seulement, là où on peut trouver 1 jour de difference, auquel la Lune fait de 11 à 15 degrez, parquoy il faut avoir egard à ces choses.

Notez aussi qu'en prenant le lieu de la Lune estant en conjonction ou opposition, qu'alors on en est plus certain, pource qu'on evite la deuxiesme anomalité; quoy que c'en soit on y trouve aussi de l'imperfection, comme devant: mais si quelqu'un ne se soucioit de si peu de difference, il pourroit aisément faire des Ephemerides pour le temps futur, par les observées, & si on en avoit de beaucoup d'années, on y trouveroit peut estre plus de conformité.

Ceste proprieté dixneufvenaire du cours de la Lune, contenant 235 lunaisons quasi entieres, laquelle on dit avoir esté trouvée d'un certain *Methon Athenien*, par l'aide, ce semble, des Ephemerides, comme dessus; & fust appellée *grand an dixneufvenaire de Methon*, lequel estant trouvé de belle invention par plusieurs, fust enregistré à Athenes à l'hostel de ville, & en autres lieux en lettre d'or; & c'est ce qu'on appelle encor aujourd'huy le *nombre d'or*.

Conclusion. Nous avons donc descrit les Ephemerides du cours de la Lune, &c.

Proposition XIV.

Par les Ephemerides observées, trouver l'heure & ses parties de la conjonction & opposition des planetes.

Quelques Ephemerides observées n'admettent que les conjonctions & oppositions & autres aspects de la Lune avec les autres planetes, & ce à telle heure, comme celles de *Stadius*, & non pas des autres planetes l'une envers l'autre; ce qui toutesfois seroit necessaire és choses subsequentes, parquoy j'escriray la commune façon & la regle generale de trouver ces aspects, comme s'ensuit.

Le donné. Soit requis de trouver à quelle heure le Soleil & la Lune seront en conjonction en l'an 1576, le 26 Juin.

Construction. On regarde combien la planete plus viste gaigne en une heure, & ce qu'elle doit gaigner pour l'aspect requis. Puis on dira, le gain trouvé donne 1 heure, combien ce qui est à gaigner? (assavoir la difference entre les deux planetes) ce qui viendra sera le requis. Par exemple,

Le Soleil court sur un jour, depuis le 25 jusques au 26 Juin, comme il appert és Ephemerides	57 ①.
La Lune depuis le 25 jusqu'au 26 court	14 deg. 39 ①.
Duquel soustraits les 57 ① susdits, resteront pour le gain de Lune en un jour	13 deg. 42 ①.
Distance de la Lune au Soleil, le 26 Juin	0 deg. 36 ①.
Puis 13 degr. 42 ① (troisiesme en l'ordre) donnent 24 heures, combien 36 ①? (le quatriesme en l'ordre) viendra pour le temps de la conjonction en heures & minutes apres midy selon le requis	1 heure 3 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc par le moyen des Ephemerides observées, trouvé l'heure & ses parties de la conjonction & opposition des planetes: ce qu'il falloit faire.

Corollaire.

Par l'exemple precedent appert, comme on trouvera les autres aspects, comme d'opposition, trine, quadril & sextil.

TROISIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

Traitant la maniere de trouver le cours de Saturne par l'aide des Ephemerides observées.

Proposition XV.

Declarer comment par l'aide d'Ephemerides observées, on peut recognoistre en gros le temps de la revolution de Saturne: avec la qualité de sa retrogradation & station: & comment il tourne en un epicycle.

A ceste fin par l'aide des Ephemerides observées (ou en leur place les calculées de *Stadius* pour les raisons deduites en la premiere proposition) & ayant esgard à la troisies-

troiſieſme colomne qui eſt celle de Saturne ; je prens quelque jour comme il peut advenir, & ſoit le 1 Ianvier 1554, auquel il eſtoit au 342 deg. 27 Ⓘ; & un an apres, aſſavoir le 1 Ianvier 1555, il eſtoit au 353 deg. 53 Ⓘ, tellement qu'en ceſte année-la il auroit avancé de 11 deg. 26 Ⓘ: Et de meſme le trouve avoir advancé le 1 Ianvier 1556, encor 11 degrez 51 Ⓘ. Et touſiours ainſi, juſques à l'an 1584, aſſavoir qu'au 1 Ianvier il ſe retrouve un peu avoir paſſé le poinct qu'il tenoit en l'an 1554, comme au 347 deg. 54 Ⓘ, ayant mis pres de 30 ans à faire une revolution, ce qu'on trouve accorder touſjours, en prenant d'autres exemples.

Puis prenant garde de plus pres ſur la qualité de ſon mouvement en chaque année, on trouve qu'en certain temps il ſemble ſe haſter, autrefois eſtre plus lent, voire quelquefois s'arreſter, & qui plus eſt maintefois reculer. Sur quoy on remarque d'autres accidens, comme quand il eſt au milieu de ſon recul, qu'alors il eſt environ oppoſé au Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, d'autant plus il ſe haſte quand il avance. Par exemple, en l'an 1569, au commencement de Iuin, il court 1 Ⓘ par jour, puis apres 2 Ⓘ, & ainſi augmente, juſques au commencement de Septembre, là où il fait par jour 8 Ⓘ: or eſtant illec au plus veloce, commence peu à peu à la fin du mois de s'allentir, tellement que du 18 juſques au 24 Ianvier 1570, il s'arreſte, & ce au 202 deg. 20 Ⓘ, puis commence à reculer, & ce proprement le 21 Ianvier, & dure juſques à l'onzieſme Iuin, contenant 141 jours, dont la moitié eſt 70 jours, tellement que tel milieu arrive ſur le 1 Avril, & non gueres loing de là, aſſavoir le 30 Mars, qui ſont 2 jours auparavant, eſtoit l'oppoſition du Soleil & Saturne : tellement que (comme il a eſté dit) le milieu de la retrogradation advient environ l'oppoſition d'iceluy au Soleil. Mais tant plus il approche du Soleil, & tant plus il ſe haſte ; tellement que ſon cours le plus veloce, advient environ en conjonction ; comme le cours plus veloce ſuſdit en Septembre, y avoit conjonction (poſé qu'on l'euſt peu appercevoir en effect) le 25 dudit mois. On remarque auſſi, que de l'une oppoſition à l'autre, de l'une conjonction à l'autre, de principe de retrogradation à l'autre, y a touſiours un an & encor environ un demy mois : comme de l'oppoſition du 17 Mars 1569, juſques à l'oppoſition ſuivante du 30 Mars 1570, y a un an encor environ un demy mois ; auquel temps arrive touſiours une retrogradation, durant, comme dit eſt, 140 jours, & ſeulement 2 ou 3 jours plus ou moins.

Ce que deſſus fait cognoiſtre que Saturne ne fait pas ſon cours en telle maniere comme le Soleil, car il ne s'en pourroit enſuivre aucune retrogradation, mais dans un epicycle : tellement qu'eſtant en oppoſition avec le Soleil, il eſt environ le perigée de ſon epicycle : là où parcourant l'epicycle il va plus en arriere, que le centre de l'epicycle dans le deferãt ne le fait avancer, de là vient la retrogradation. Mais eſtant environ en conjonction avec le Soleil en l'apogée, il va d'autant plus viſte que le cours du centre de l'epicycle, que peut cauſer ſon mouvement propre en l'epicycle.

Donc Saturne avançant, & reculant alternativement, s'enſuit qu'il doit eſtre coy, & s'arreſter à chaque fois entre deux mouvemens divers : Et au contraire, puis qu'il avance, s'arreſte, & recule, il s'enſuit qu'il court en un epicycle.

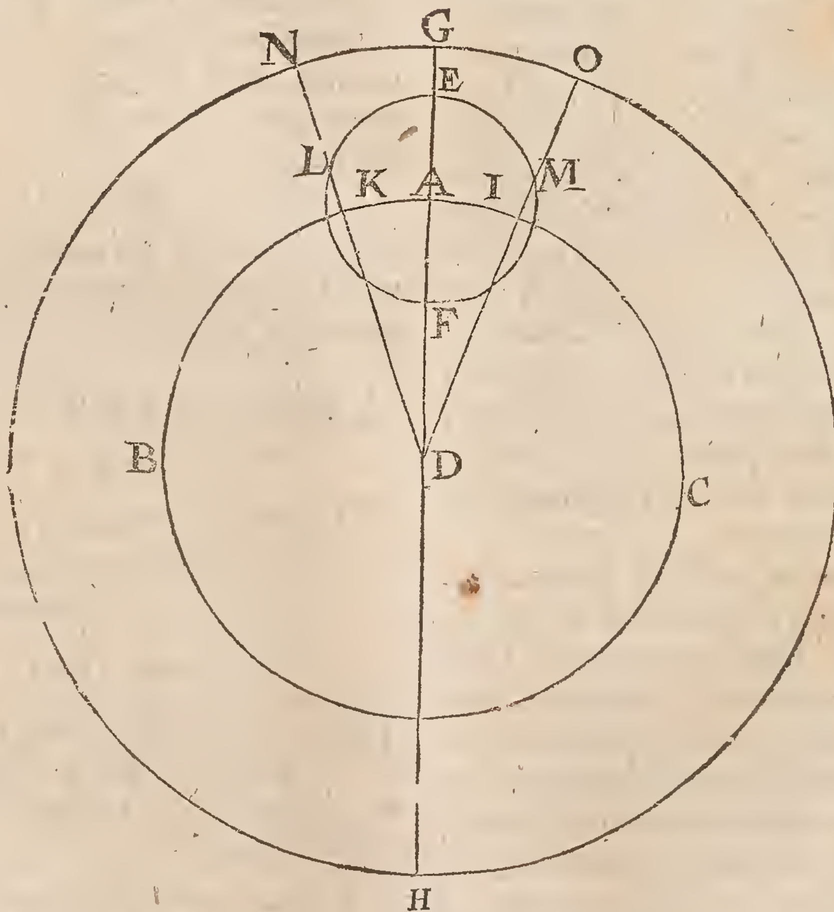
Concluſion. Nous avons donc declaré comment par l'aide d'Ephemerides obſervées, on peut, &c. ſelon le requis.

PROPOSITION XVI.

Declarer comment l'on peut remarquer par l'aide des Ephemerides obſervées, que le deferant de Saturne eſt eccentrique.

Si le deferant de Saturne eſtoit concentrique, il s'en enſuivroit qu'en temps egaux quelconques, l'un devant l'oppoſition (ou environ) du Soleil, l'autre apres, les arcs apparants ſeroyent egaux, contre l'experience : Soit par exemple A B C le deferant de Saturne, & s'il eſtoit poſſible, concentrique, aſſavoir ſon centre D, & auſſi le centre de la terre : & de A, comme centre ſoit fait un epicycle E F, duquel E apogée, & F perigée, & de D, comme centre de l'ecliptique G H, & G apogée apparant de E ; & ſoient marquées I, K, au deferant egalement diſtans de part & d'autre de A, & les deux poincts L, M en l'epicycle equidiſtans de F, & menées D L N, D M O.

Le centre de l'epicycle, ayant eſté premierement



en K, & alors Saturne en L, & en apparence en N ; puis ledit centre d'epicycle eſt venu de I en A, & au meſme temps Saturne de L à F au perigée, où il ſera pour les raiſons mentionnées oppoſite au Soleil : puis s'eſtant

s'estant passé un temps egal au precedent, le centre de l'epicycle viendra de A en K, arc egal à l'arc A I, & Saturne de F à M, arc egal à F L; & O sera le lieu apparant de Saturne, autant esloigné de G, que N de G, à cause de l'egalité des angles G D O, G D N : comme si nous voulions dire, si le deferant de Saturne estoit concentrique comme icy, il s'ensuivroit qu'il feroit les arcs apparants egaux en temps egaux, l'un devant l'opposition du Soleil, l'autre apres, ce qui est contre l'experience; parquoy il faut tenir le deferant pour eccentrique : Prenons par exemple quelque opposition, comme celle qui se fist en l'an 1569 le 17 Mars, Saturne estant au 186 deg. 29 ①: Et quelque temps auparavant, je prens 7 ans, assavoir le 17 Mars en l'an 1562, il estoit à 88 deg. 14 ①, entre lesquels y a un arc de 98 deg. 15 ①: mais 7 ans apres, assavoir le 17 Mars 1576, il estoit sous le 271 deg. 44 ①; dont l'arc est 85 deg. 15 ①, (assavoir du 186 deg. 29 ①) qui differe de 13 degrez du premier arc 98 deg. 15 ①.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées on remarque que le deferant de Saturne est eccentrique, selon le requis.

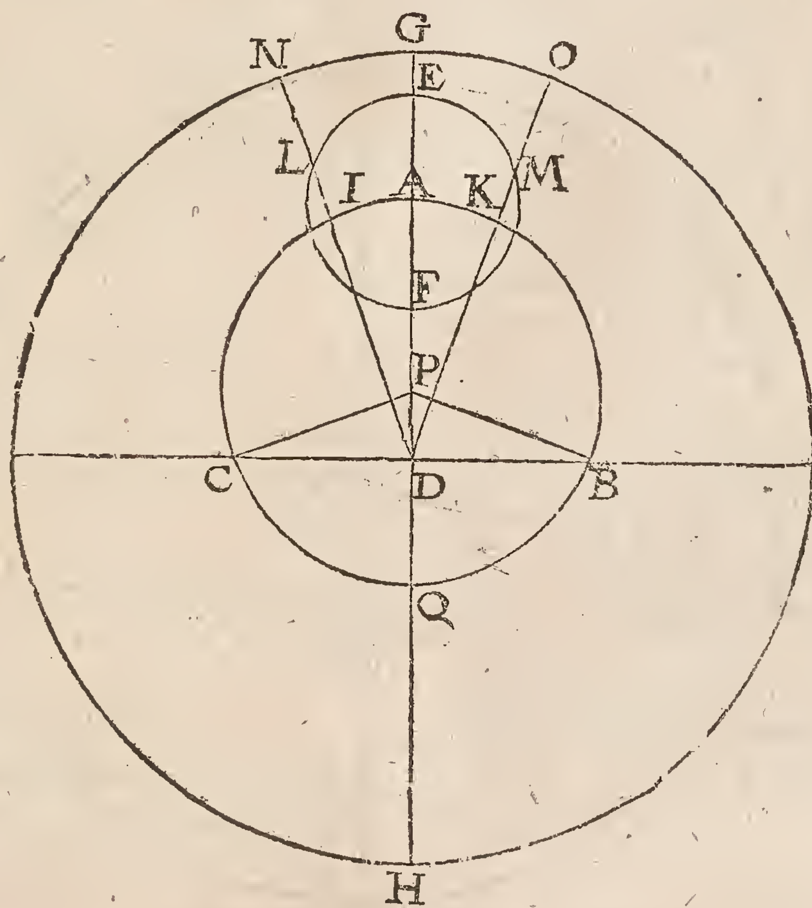
PROPOSITION XVII.

Trouver par les Ephemerides observées la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne.

Par la seiziesme proposition, ayant remarqué que le deferant est eccentrique, il reste de recercher la longitude apparante de l'apogée : Pour ceste cause on a estimé que s'il avenoit une opposition de Saturne & le Soleil, lors que le centre de l'epicycle est à l'apogée ou perigée du deferant, qu'ainsi en chaque deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, il devroit avoir parcouru deux arcs apparans egaux : Et au contraire, remarquant és Ephemerides observées, une telle opposition qu'iceluy en chaque deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, parcourt deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle opposition doit estre en l'apogée ou perigée de son deferant, qui fait que la longitude apparante d'iceux apogée & perigée est cognuë.

Soit pour exemple de ce que dit est, la figure suivante, comme en la 16 proposition avec les lettres de mesme signification, excepté que ce deferant A B C est eccentrique, assavoir que le centre de la terre D, ne soit le centre du deferant, mais P : & que A le centre de l'epicycle, soit en l'apogée de son deferant, estant Saturne au perigée de l'epicycle F, en opposition avec le Soleil. Ce qu'estant ainsi, je considere que les cours apparans G N, G O, doivent estre en temps egaux, aussi egaux entr'eux, à cause de l'egalité des angles G D N, G D O, causée par l'egalité de F L & F M. Aussi que cela doit advenir de mesme, estant le centre de l'epicycle en Q, apogée du deferant.

Notez que dessus a esté dit, que Saturne est tousiours au perigée d'epicycle environ son opposition avec le Soleil : mais pour en parler plus proprement il n'est pas precisement en son perigée d'epicycle, sinon que lors



qu'il est en opposition, estant non seulement le centre de l'epicycle au perigée du deferant, mais aussi encor le Soleil estant à son apogée ou perigée, car puis qu'il apparoist se mouvoir inegalement le long de l'ecliptique, & Saturne egalement en son epicycle, il ne peut en toutes les oppositions du Soleil, estre au perigée de son epicycle, mais bien en toutes les oppositions moyennes, (or le moyen Soleil se meut uniformement par la 16 definition :) & partant cy-apres pour parler de cecy proprement, nous le dirons estre au perigée ou apogée, en son opposition ou conjonction moyenne.

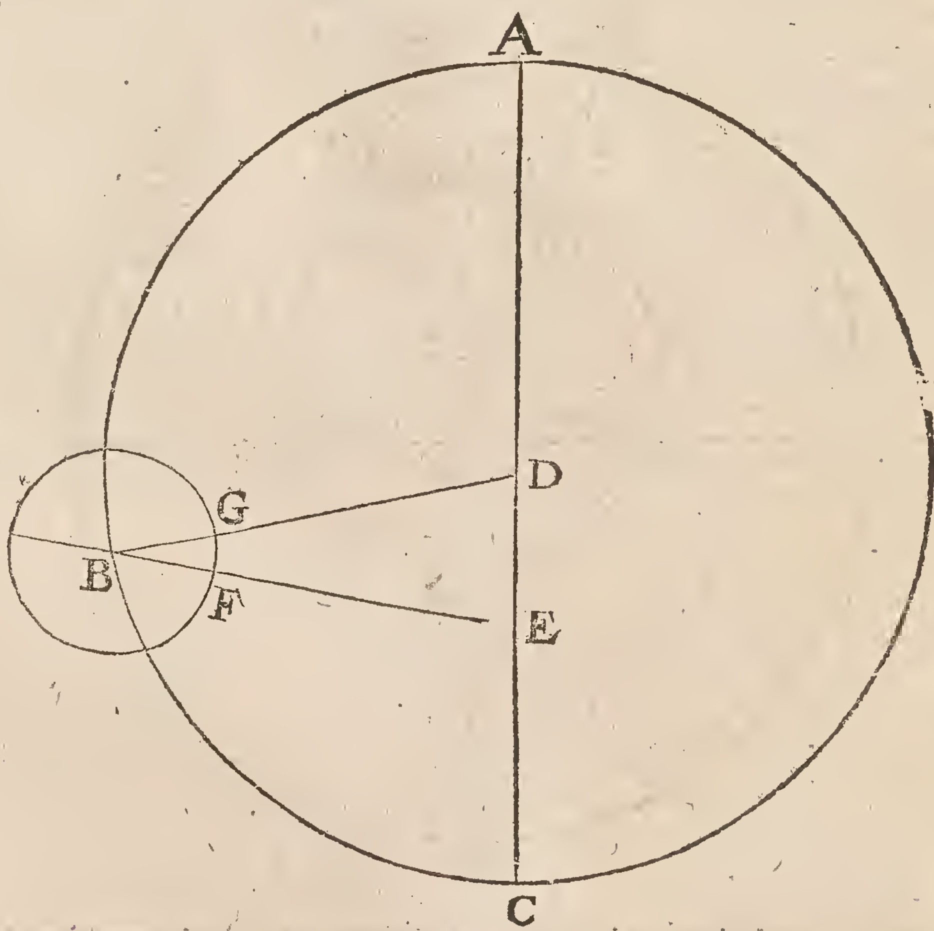
Ce qu'estant ainsi, pour venir à la recerche de la longitude apparante de l'apogée, ou perigée du deferant de Saturne, il appert par les raisons precedentes, qu'il faut trouver és Ephemerides observées une de ses oppositions moyennes, telle qu'en chaque deux temps egaux devant & apres il face des arcs apparans egaux : & pour les trouver, je prens tel lieu comme il advient, & soit l'an 1569, où se trouve son opposition du Soleil estre au 17 Mars, estant Saturne au 186 deg. 29 ① (il est bien vray qu'au lieu du vray Soleil, on devoit prendre le Soleil moyen, suivant les raisons precedentes, mais il sera assez temps de le faire à la fin, lors qu'avec le vray Soleil on recognoist estre assez pres du requis) avec quoy je recerche comment les arcs susdits en temps egaux conviendront, assavoir l'un devant l'opposition, l'autre apres) lesquels temps je choisis de 7 ans, pour les raisons deduites à la note de la 4 proposition, qui est envi-

ron le quart d'un tour, lequel dure 30 ans par la 15 propoſition) & trouve 7 ans auparavant (qui eſt le 17 Mars 1562, au 88 deg. 14 ① juſqu'au 17 Mars 1569 au 186 deg. 29 ①) avoir fait 98 deg. 15 ①: mais 7 ans apres (qui eſt le 17 Mars 1569 au 186 degr. 29 ① juſqu'au 17 Mars 1576, au 271 deg. 44 ①) trouve avoir fait ſeulement 85 deg. 15 ①, qui differe beaucoup de l'autre arc 98 deg. 15 ①, aſſavoir 13 degrez; parquoy l'apogée apparant (ou perigée) eſt loing du ſuſdit 186 deg. 29 ①, & de ſon oppoſite 6 deg. 29 ①. Toutefois l'un des deux n'en peut pas eſtre eſloigné plus que 90 degrez; qui fait que je cerche entre ce terme devant ou apres l'an 1569 de meſme que deſſus, comme en l'an 1572, où l'oppoſition ſe trouve au 23 Avril, Saturne eſtant au 222 deg. 51 ①, ainſi que le calcul comme deſſus de ſept ans devant & apres, trouve encor les deux arcs differer de 9 deg. 42 ①: partant je cerche de meſme en un autre lieu, plus avant (pource que l'arc premier eſtoit trop grand) comme à l'oppoſition de l'an 1576 au 10 Juin ſous le 268 deg. 20 ①, & le compte fait, comme deſſus à 7 ans devant & apres, ne trouve differer que 4 ①, ce qui eſt de nulle eſtime.

Cela eſtant ainſi avec le vray Soleil, je cerche où le Soleil moyen eſtoit en ce temps-là, pour faire le compte plus precis, & à ſon oppoſition: A ceſte fin je prens l'apogée du Soleil, ſelon qu'il a eſté dit en la 4 propoſition, eſtre au 94 degr. 24 ①, où le Soleil apparant & moyen ſe rencontrent par la 16 definition, qui eſtoit le 16 Juin, leſquels apparant & moyen ne different au 10 Juin que ce que 6 jours peuvent emporter; car autant y a-il du 10 Juin au 16, ce differend ſe trouve ainſi: le Soleil apparant a fait és 6 jours dans les Ephemerides 5 deg. 44 ①, mais le moyen 5 deg. 55 ①, par la 3 propoſition, qui eſt ſeulement 11 ① de difference, & de nulle eſtime; partant je retiens le compte precedent; que ſi on le vouloit avoir plus precis, on ſouſtrairoit 11 ① de la longitude apparante du Soleil 88 degrez 20 ①, laquelle il avoit le 10 Juin, & le reſte 88 deg. 9 ① ſera pour le lieu du Soleil moyen, ſur lequel on pourra puis apres calculer l'oppoſition de Saturne, qui eſchoit pluſtoſt qu'avec le vray Soleil, auſſi pour achever la calculation comme deſſus.

On pourra en apres faire la preuve de ceſte longitude apparente de l'apogée ou perigée, en d'autre temps que de 7 ans: Comme par exemple, ſur 10 ans devant & apres le 10 Juin 1576 je ne trouve de difference, que ſeulement 5 ①; & ſur 20 ans, ſeulement 3 ①, qui eſt cauſe que je retiens le ſuſdit 268 degr. 20 ① pour le requis.

Juſques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée eſt au 268 deg. 20 ①; il reſte maintenant à recognoiſtre lequel c'eſt des deux. Soit A B C à ceſte fin le deferant de Saturne, ſon centre D eccentrique, aſſavoir E la terre, A apogée, C perigée, & ſur B, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle G F, ſon perigée F, & moyen perigée G; il appert que A eſtant l'apogée, il faut que le moyen mouvement ADB au premier demicercle ABC ſoit plus grand que l'apparant AEB: & par la converſe, il eſt notoire, que



quand le cours du cẽtre de l'epicycle, ou le moyen mouvement de Saturne, en temps definy, au demicercle premier, eſt trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où l'on commence à compter ſoit l'apogée: le contraire advenant, faut que ce ſoit le perigée. Parquoy je cerche és Ephemerides quelque oppoſition aſſez diſtante de A ou C, c'eſt à dire aſſez diſtante de 268 deg. 20 ①, ou de ſon oppoſite; & me venant en main l'oppoſition de l'an 1584 le 15 Septembre, Saturne eſtant au 2 deg. 44 ①, où le mouvement apparant du centre de ſon epicycle à compter du 268 deg. 20 ①, fait 94 deg. 24 ① pour l'angle AEB: mais le propre mouvemẽt dudit centre d'epicycle au meſme temps (aſſavoir du 10 Juin 1576 juſqu'au 15 Septembre 1584, qui ſont huict ans Egyptiens 99 jours) fait par la ſuivante 18 propoſition 101 deg. 6 ① pour l'angle A D B, lequel eſtant majeur à A E B 94 deg. 24 ①, alors pour les raiſons ſuſdites, A qui eſt le 268 deg. 20 ①, ſera l'apogée, & C, qui eſt le 88 deg. 20 ①, ſera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'oppoſition paſſe de la terre E par Saturne F, ne traverſe le centre B de neceſſité pour des cauſes manifeſtes, aſſavoir des eccẽtricitez des deferans de Saturne & du Soleil, & partant doutaſt de la concluſion ſuſdite. Là deſſus on peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection en ceſte maniere: En trouvant le nombre

nombre de l'arc de l'epicycle, entre Saturne & le moyen perigée, egal à l'arc du perigée, qui doit estre au temps de l'opposition, qu'alors Saturne sera au perigée necessairement.

Pour ce faire je soustrais l'angle dessusdit A D B 101 degr. 6① de 180 reste l'angle E D B 78 deg 54①.

Et l'angle AEB, qui est aussi DEB, fait comme devant 94 deg. 24①.

Ces deux angles E D B, D E B, du triangle E D B font ensemble 173 deg. 18①, lesquels soustraits de 180 degr. reste pour l'angle D B E, ce qui est aussi pour l'arc du perigée F G, 6 deg. 42①.

Maintenant je dis, que si l'arc de l'epicycle, depuis le perigée moyen G, jusques à Saturne, au temps de ceste opposition, estoit trouvé aussi de 6 deg. 42①, qu'alors Saturne devroit avoir esté au perigée E, & par consequent en la ligne droite E B; mais tel arc a esté trouvé de 5 deg. 27①; car Saturne a és huict ans Egyptiens & 99 jours susmentionez, couru en l'epicycle, par la 19 proposition suivante, 354 degr. 33①, lesquels ostez de 360 degrez, restera comme devant 5 deg. 27①.

Lesquels different seulement des 6 degr. 42① 1 deg. 15①.

Ceux qui desireront quelque chose de plus precis, pourront recercher semblables computations avec une opposition devant ou apres la mentionnée, jusques à ce qu'ils la trouvent. Comme par exemple, computant cecy par une opposition de l'an 1583 au 3 Septembre, trouve trop peu de 1 deg. 13①, tellement que A demeure l'apogée requis, comme dessus, au 268 deg. 20①, convenant assez pres des 268 deg. de *Rheinolde és tables Prutениques*.

Quant à ce que la perfection requiert de faire le calcul par l'opposition moyenne (assavoir de Saturne & du Soleil moyen) telle maniere ne semble estre necessaire à l'apprentif en ces commencemens, veu qu'en telle recerche exquise il seroit besoing de plus grandes Ephemerides que celles-cy.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne, selon le requis.

PROPOSITION XVIII.

Trouver le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, par les Ephemerides observées, & en faire une table.

On trouve le mouvement du centre de l'epicycle par les Ephemerides, ainsi: on cognoist qu'en 30 ans environ, Saturne circuit le zodiaque, parquoy on cerchera en quel an & jour environ 30 ans (ou plusieurs trentaines d'années, autant que les Ephemerides en comprennent) devant ou apres le susdit 10 Juin 1576, où Saturne est au 268 deg. 20① (apogée du deferant par la 17 proposition) quand c'est qu'il sera en opposition avec le Soleil; ainsi le periode ou periodes sont assez pres parfaicts, afin de n'avoir nul erreur de consequence des eccentricitez des deferans, tant de Saturne que du Soleil: D'avantage le temps entre l'une opposition & la suivante estant ainsi cognu, on trouvera le cours sur un jour, pour en faire des tables, comme a esté dit de celles du Soleil, lesquelles on corrige par des longs à plus longs termes. De toutes ces choses pour en donner exemple, je cerche és Ephemerides environ 30 ans (ou environ tant de trentaines d'années que durent les Ephemerides) devant ou apres la susdite opposition du 10 Juin 1576, une opposition où Saturne soit fort pres de 268 deg. 20①, & ainsi se trouve celle du quatriesme Juin 1605 au 263 deg. 35①, lequel differe de l'autre de 4 deg. 45①; mais en des arcs si petits les eccentricitez ne font aucune alteration de consequence, voire en un exemple comme icy.

Puis j'apperçois que Saturne, & par consequent le centre de son epicycle a couru 355 deg. 15①, depuis le 10 Juin 1576, jusques au 4 Juin 1605, qui sont 10586 jours, assavoir depuis le 268 degr 20① jusques au 263 deg. 35①: & partant je dis 10586 jours donnent 355 deg. 15①, combien 1 jour? viendra 2① 0② 49③: Ce qui differe peu des 2① 3② 36③ de *Copernique* où *Ptolemée* prend pres de 2① 0② 34③: Que si on eust eu l'opposition susdite (qui differe de la vraye opposition en 3 deg. 18①) plus pres de la vraye opposition (on la pourroit trouver plus pres és Ephemerides d'un plus long temps, comme on avoit au siecle sage) ce mouvement d'un jour auroit approché plus pres de celuy que pose *Copernique*.

Ayant donc le mouvement d'un jour comme dessus, il appert comment on en pourroit faire des tables, comme on a fait du Soleil à la troisiesme proposition, afin de trouver en quel temps que l'on puisse donner le mouvement du centre d'epicycle de Saturne, comme il arrive qu'on en a de besoing en la pratique.

Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée*, pour les raisons declarées devant les tables du Soleil & de la Lune, je les mettray icy comme s'ensuit.

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE SATVRNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	5	1	23	48	42
2	0	0	10	2	46	37	24
3	0	0	15	4	11	26	6
4	0	0	20	5	35	14	48
5	0	0	25	6	59	3	31
6	0	0	30	8	22	52	13
7	0	0	35	9	46	40	55
8	0	0	40	11	10	29	37
9	0	0	45	12	34	18	19
10	0	0	50	13	58	7	1
11	0	0	55	15	21	55	43
12	0	1	0	16	45	44	25
13	0	1	5	18	9	33	8
14	0	1	10	19	33	21	50
15	0	1	15	20	57	10	32
16	0	1	20	22	20	59	14
17	0	1	25	23	44	47	55
18	0	1	30	25	8	36	38
19	0	1	35	26	32	25	20
20	0	1	40	27	56	14	2
21	0	1	45	29	20	2	45
22	0	1	50	30	42	51	27
23	0	1	55	32	7	40	9
jours							
1	0	2	0	33	31	28	51
2	0	4	1	7	2	57	42
3	0	6	1	40	34	26	33
4	0	8	2	14	5	55	24
5	0	10	2	47	37	24	15
6	0	12	3	21	8	53	6
7	0	14	3	54	40	21	57
8	0	16	4	28	11	50	48
9	0	18	5	1	43	19	39
10	0	20	5	35	14	48	30
11	0	22	6	8	46	17	21
12	0	24	6	42	17	46	12
13	0	26	7	15	49	15	3
14	0	28	7	49	20	43	54
15	0	30	8	22	52	12	45
16	0	32	8	56	23	41	36
17	0	34	9	29	55	10	27
18	0	36	10	3	26	39	18
19	0	38	10	36	58	8	9
20	0	40	11	10	29	37	0
21	0	42	11	44	1	5	51
22	0	44	12	17	32	34	42
23	0	46	12	51	4	3	33
24	0	48	13	24	35	32	24
25	0	50	13	58	7	1	15
26	0	52	14	31	38	30	6
27	0	54	15	5	9	58	57
28	0	56	15	38	41	27	48
29	0	58	16	12	12	56	39
30	1	0	16	45	44	25	30
60	2	0	33	31	28	51	0
90	3	0	50	17	13	16	30
120	4	1	7	2	57	42	0
150	5	1	23	48	42	7	30
180	6	1	40	34	26	33	0
210	7	1	57	20	10	58	30
240	8	2	14	5	55	24	0
270	9	2	30	51	39	49	30
300	10	2	47	37	24	15	0
330	11	3	4	23	8	40	30
360	12	3	21	8	53	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	12	13	23	56	30	30	15
2	24	26	47	53	1	0	30
3	36	40	11	49	31	30	45
4	48	53	35	46	2	1	0
5	61	6	59	42	32	31	15
6	73	20	23	39	3	1	30
7	85	33	47	35	33	31	45
8	97	47	11	33	4	2	0
9	110	0	35	28	34	32	15
10	122	13	59	25	5	2	30
11	234	27	23	21	35	32	45
12	146	40	47	18	6	3	0
13	158	54	11	14	36	33	15
14	171	7	35	11	7	3	30
15	183	20	59	7	37	33	45
16	195	34	23	4	8	4	0
17	207	47	47	0	38	34	15
18	220	1	10	57	9	4	30
36	80	2	21	54	18	9	0
54	300	3	32	51	27	13	30
72	160	4	43	48	36	18	0
90	20	5	54	45	45	22	30
108	240	7	5	42	54	27	0
126	100	8	16	40	3	31	30
144	320	9	27	37	12	36	0
162	180	10	38	34	21	40	30
180	40	11	49	31	30	45	0
198	260	13	0	28	39	49	30
216	120	14	11	25	48	54	0
234	340	15	22	22	57	58	30
252	200	16	33	20	7	3	0
270	60	17	44	17	16	7	30
288	280	18	55	14	25	12	0
306	140	20	6	11	34	16	30
324	0	21	17	8	43	21	0
342	220	22	28	5	52	25	30
360	80	23	39	3	1	30	0
378	300	24	50	0	10	34	30
396	160	26	0	57	19	39	0
414	20	27	11	54	28	43	30
432	240	28	22	51	37	48	0
450	100	29	33	8	46	52	30
468	320	30	44	45	55	57	0
486	180	31	55	43	5	1	30
504	40	33	6	40	14	6	0
522	260	34	17	37	23	10	30
540	120	35	28	34	32	15	0
558	340	36	39	31	41	19	30
576	200	37	50	28	50	24	0
594	60	39	1	25	59	28	30
612	280	40	12	23	8	33	0
630	40	41	23	20	17	37	30
648	0	42	34	17	26	42	0
666	220	43	45	14	35	46	30
684	80	44	56	11	44	51	0
702	300	46	7	8	53	55	30
720	160	47	18	6	3	0	0
738	20	48	29	3	12	4	30
756	240	49	40	0	21	9	0
774	100	50	50	57	30	13	30
792	320	52	1	54	39	18	0
810	180	53	12	51	48	22	30

Conclusion. Nous avons donc par les Ephemerides obſervées trouvé le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, & auſſi eſcrit des tables conſequemment, ſelon le requis.

Proposition XIX.

Trouver par les Ephemerides obſervées le cours de Saturne en ſon epicycle en un temps propoſé, & en conſtruire des tables.

Le donné. Soit à trouver le cours de Saturne en ſon epicycle en un jour.

Notez.

Ayant eſcrit l'operation de ceſte propoſition ſelon la maniere ordinaire, oſtant le moyen mouvement de Saturne du moyen mouvement du Soleil, comme il apparoiſtra cy-apres, il eſt arrivé que Son Excellence a voulu y adjoindre encor une operation conſtruite ſur le fondement propre de Saturne, comme s'enſuit, & s'enſuivra és autres planetes ſuivantes.

I. Operation.

Il a cerché à ceſte fin és Ephemerides, deux oppoſitions de Saturne avec le Soleil, le plus loing l'une de l'autre qu'il eſtoit poſſible, & quaſi ſous un meſme poinct de l'ecliptique; car ainſi ſes periodes en l'epicycle, comme auſſi les periodes du Soleil doivent eſtre parfaicts, ſans que les eccentricitez puiſſent nuire aucunement, & auſſi ſans que le calcul par le Soleil moyen ſoit neceſſaire, pour cauſes manifeſtes. La premiere de ces deux oppoſitions, ſi eſloignées l'une de l'autre, eſtoit celle qui ſe fit l'an 1576 le 10 Juin, & l'autre en l'an 1605 le 4 Juin, entre leſquelles y a pres de 29 ans qui font 10586 jours, tellement que Saturne a tant de fois circuit ſon epicycle qu'il y a eu d'oppoſitions qui ſont 28, chacune de 360 degrez, qui ſont 10080 degrez. Avec leſquels je dis 10586 jours me donnent 10080 degrez, combien 1 jour? viendra pour le requis 57 ① 7. 55. peu different des concluſions de *Copernic* & *Ptolemée*, comme s'enſuit.

II. Operation.

Du moyen mouvement du Soleil, qui fait en un jour par la troiſieſme propoſition — 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Soit oſté le moyen mouvement du Soleil ſur un jour, faiſant par la 17 propoſition — 0 deg. 2. 0. 33. 31. 28. 51.

Reſtera pour le cours de Saturne requis, aſſavoir en ſon epicycle ſur un jour — 0 deg. 57. 7. 43. 41. 43. 40.

Demonstration.

Veu que Saturne eſt en ſon perigée d'epicycle lors qu'il eſt en oppoſition avec le Soleil moyen par les precedentes, il faut donc neceſſairement que ſon cours en l'epicycle ſoit egal au moyen mouvement du Soleil, moins autant qu'emporte le mouvement du centre de ſon epicycle, & pour declarer cecy plus amplement, je dis ainſi: Si par exemple le centre de l'epicycle eſtoit fixe, & que Saturne és conjonctions vienne touſiours en ſon apogée d'epicycle, il appert que le cours de Saturne en ſon epicycle ſeroit egal au moyen mouvement du Soleil: Mais le centre de l'epicycle a fait cependant quelque mouvement, parquoy autant qu'emporte ce mouvement, autant faut-il que le cours de Saturne en ſon epicycle dure moins, aſſavoir ſoit pluſtoſt fait que le moyen mouvement du Soleil, & par conſequent oſtant le cours du centre d'epicycle de Saturne, du moyen mouvement du Soleil, le reſte ſera le cours de Saturne en ſon epicycle, comme a eſté l'operation cy-deſſus.

Corollaire.

Le cours d'un jour eſtant comme cy-devant, il appert comment on en fera des tables, comme du cours du Soleil en la 3 propoſition, ainſi que ſont les ſuivantes, pour trouver le cours de Saturne en ſon epicycle avec facilité, à tel temps qu'on puiſſe donner comme il avient ſouvent en la pratique.

Notez auſſi que pour preuve de l'operation precedente, on peut voir ſi ſouvent qu'on le trouvera neceſſaire, ſi le nombre qu'on trouve à la fin eſt egal au nombre qui y convient: Comme par exemple du nombre du mouvement du Soleil en un an, ayant oſté le nombre du mouvement de Saturne en ſon epicycle, en un an, aſſavoir-mon ſi le reſte convient bien avec le nombre qu'on aura trouvé par experience.

TABLE DU MOUVEMENT DE SATURNE EN SON EPICYCLE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	22	49	19	14	19
2	0	4	45	38	28	28	38
3	0	7	8	27	57	42	57
4	0	9	31	17	16	57	17
5	0	11	54	6	36	11	36
6	0	14	16	55	55	25	55
7	0	16	39	45	14	40	14
8	0	19	2	34	33	54	33
9	0	21	25	23	53	8	52
10	0	23	48	13	12	23	12
11	0	26	11	2	31	37	31
12	0	28	33	51	50	51	50
13	0	30	56	41	10	6	9
14	0	33	19	30	29	20	28
15	0	35	42	19	48	34	47
16	0	38	5	9	7	49	7
17	0	40	27	58	27	3	26
18	0	42	50	47	46	17	45
19	0	45	13	37	5	32	4
20	0	47	36	26	24	46	23
21	0	49	59	15	44	0	42
22	0	52	22	5	3	15	2
23	0	54	44	54	22	29	21
jours							
1	0	57	7	43	41	43	40
2	1	54	15	27	23	27	20
3	2	51	23	11	5	11	0
4	3	48	30	54	46	54	40
5	4	45	38	38	28	38	20
6	5	42	46	22	10	22	0
7	6	39	54	5	52	5	40
8	7	37	1	49	33	49	20
9	8	34	9	33	15	33	0
10	9	31	17	16	57	16	40
11	10	28	25	0	39	0	20
12	11	25	32	44	20	44	0
13	12	22	40	28	2	27	40
14	13	19	48	11	44	11	20
15	14	16	55	55	25	55	0
16	15	14	3	39	7	38	40
17	16	11	11	22	49	22	20
18	17	8	19	6	31	6	0
19	18	5	26	50	12	49	40
20	19	2	34	33	54	33	20
21	19	59	42	17	36	17	0
22	20	56	50	1	18	0	40
23	21	53	57	44	59	44	20
24	22	51	5	28	41	28	0
25	23	48	13	12	23	11	40
26	24	45	20	56	4	55	20
27	25	42	28	39	46	39	0
28	26	39	36	23	28	22	40
29	27	36	44	7	10	6	20
30	28	33	51	50	51	50	0
60	57	7	43	41	43	40	0
90	85	41	35	32	35	30	0
120	114	15	27	23	27	20	0
150	142	49	19	14	19	10	0
180	171	23	11	5	11	0	0
210	199	57	2	56	2	50	0
240	228	30	54	46	54	40	0
270	257	4	46	37	46	30	0
300	285	38	38	28	38	20	0
330	314	12	30	19	30	10	0
360	342	46	22	10	22	0	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	347	32	0	48	50	38	20
2	335	4	1	37	41	16	40
3	322	36	2	26	31	55	0
4	310	8	3	15	22	33	20
5	297	40	4	4	13	11	40
6	285	12	4	53	3	50	0
7	272	44	5	41	54	28	20
8	260	16	6	30	45	6	40
9	247	48	7	19	35	45	0
10	235	20	8	8	26	23	20
11	222	52	8	57	17	1	40
12	210	24	9	46	7	40	0
13	197	56	10	34	58	18	20
14	185	28	11	23	48	56	40
15	173	0	12	12	39	35	0
16	160	32	13	1	30	13	20
17	148	4	13	50	20	51	40
18	135	36	14	39	11	30	0
36	271	12	29	18	23	0	0
54	46	48	43	57	34	30	0
72	182	24	58	36	46	0	0
90	318	1	13	15	57	30	0
108	93	37	27	55	9	0	0
126	229	13	42	34	20	30	0
144	4	49	57	13	32	0	0
162	140	26	11	52	43	30	0
180	276	2	26	31	55	0	0
198	51	38	41	11	6	30	0
216	187	14	55	50	18	0	0
234	322	51	10	92	29	30	0
252	98	27	25	8	41	0	0
270	234	3	39	47	52	30	0
288	9	39	54	27	4	0	0
306	145	16	9	6	15	30	0
324	280	52	23	45	27	0	0
342	56	28	38	24	38	30	0
360	192	4	53	3	50	0	0
378	327	41	7	43	1	30	0
396	103	17	22	22	13	0	0
414	238	53	37	1	24	30	0
432	14	29	51	40	36	0	0
450	150	6	6	19	47	30	0
468	285	42	20	58	59	0	0
486	61	18	35	38	10	30	0
504	196	54	50	17	22	0	0
522	332	31	4	56	33	30	0
540	108	7	19	35	45	0	0
558	243	43	34	14	56	30	0
576	19	19	48	54	8	0	0
594	154	56	3	33	19	30	0
612	290	32	18	12	31	0	0
630	66	8	3	51	42	30	0
648	201	44	4	30	54	0	0
666	337	21	2	10	5	30	0
684	112	57	16	49	17	0	0
702	248	33	31	28	28	30	0
720	24	9	46	7	40	0	0
738	159	46	0	46	51	30	0
756	295	22	15	26	3	0	0
774	70	58	30	5	14	30	0
792	206	34	44	44	26	0	0
810	342	10	59	23	37	30	0

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Saturne en son epicycle sur un temps donné par l'aide des Ephemerides observées; ce qu'il falloit faire.

N o t e z.

Si les Ephemerides de *Stadius*, duroient aussi long temps, & contenoient autant de periodes de Saturne, que l'on y puisse trouver deux de ses oppositions avec le Soleil d'une mesme longitude, nous pourrions icy descrire une proposition, comme il a esté fait au cours du Soleil & de la Lune, assavoir des Ephemerides calculées pour l'advenir du cours de Saturne: mais veu qu'elles ne contiennent qu'une revolution d'iceluy, telle chose ne se peut pas bien faire icy: Toutesfois la maniere de computation Mathematique, à la recerche de la longueur que les Ephemerides devroyent estre, pour trouver telle identité, cela se verra en un autre lieu.

Proposition XX.

Trouver le mouvement de l'apogée du deferant de Saturne par les Ephemerides observées.

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (que nous supposons estre observées pour les raisons deduites à la premiere proposition) sont trop courtes pour trouver le requis comme il faudroit, je prendray à mon aide les observations de *Ptolemée*, lequel au 5 chapitre du liv. 11. trouve l'apogée du deferant de Saturne au 233 degr. mais nous l'avons trouvé en la 16 proposition au 268 deg. 20 ①, qui est 35 deg. 20 ① plus avant; alors le mouvement de l'apogée estant tel en 1450 ans environ, assavoir depuis l'an 127 jusques à l'an 1576, le cours dudit apogée se trouvera sur un tel temps qu'on voudra: comme pour l'avoir en un an, je dis 1450 ans donnent 35 deg. 20 ①, combien 1 an? Vient 1 ① 28 ②.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Saturne, selon le requis.

Proposition XXI.

Trouver le cours du centre de l'epicycle de Saturne, par l'aide des Ephemerides observées.

Le cours de l'apogée du deferant de Saturne, est par la 20 proposition en un an de	1 ① 28 ②.
Iceluy soustraict du moyen mouvement de Saturne aussi en un an, assavoir un an Egyptien, faisant par la 18 proposition	12 deg. 13 ①.
Restera pour le cours requis, du centre de l'epicycle en un an Egyptien	12 deg. 12 ①.

Par cecy est manifeste qu'ainsi se trouvera le cours de tout temps donné: dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Nous avons donc trouvé par les Ephem. observées le cours du centre de l'epicycle de Saturne, selon le requis.

QVATRIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

Traictant l'invention du cours de Jupiter par les Ephemerides observées.

Avant que venir à la chose mesme, je diray que le cours de Iupiter est de mesme qualité que celuy de Saturne, se mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differens seulement en quantité, assavoir qu'il est plus frequent en ses periodes, & ayant aussi d'autre excentricité & choses semblables. Ce qu'estant dit icy, chacun pourroit de soy-mesme entendre tout le mouvement de Iupiter par celuy de Saturne. Toutesfois pour plus ample declaration je descriray icy ce qui m'est advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil que celuy de Saturne.

Proposition XXII.

Declarer comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Iupiter en gros: Avec la qualité de sa retrogradation, & station; aussi qu'il tourne en un Epicycle.

Le dessein estant de recercher la qualité du cours de Jupiter par les Ephemerides observées (au lieu desquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raisons deduites en la 1. proposition) ayant donc egard à la quatriesme colomne qui est de Jupiter: je prens ce qu'il avient, comme le 1 Janvier 1554, sur lequel jour il estoit au 184 deg. 53 ①: & un an apres, assavoir le 1 Janvier 1555, au 212 deg. 44 ①; tellement qu'il est avancé en cest an-là 27 deg. 51 ①: de mesme au 1 Janvier 1556 est avancé 26 deg. 4 ①: & ainsi ensuivant il avance jusques à l'an 1566 au 1 Janvier, estant revenu un peu plus avant que là où il avoit commencé, assavoir au 189 deg. ayant mis à faire un tel periode de pres de 12 ans: ce que je trouve ainsi accorder en d'autres années.

Puis prenant garde plus avant en son cours, & en chaque periode, je remarque qu'il va fort viste aucunefois, tantost lentement, voire mesme qu'il est stationaire, c'est à dire qu'il est coy, & ce qui est plus estrange, c'est qu'il recule aussi: or remarquant tousjours davantage les circonstances, on trouve le milieu de son reculement (qu'on appelle retrogradation) à chaque fois advenir environ l'opposition du Soleil; & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il est viste en son cours. Par exemple, en l'an 1554 le 16 May, il court tous les jours 1 ①, puis 2 ①, & ainsi consecutivement de plus en plus, jusques en Octobre, là où il fait journellement 13 ①, estant là en son mouvement plus viste: il commence en Novembre derechef à s'allentir de plus en plus, jusques à estre coy depuis le neufiesme Fevrier 1555 jusques à l'onsieme dudit mois, sous le 215 deg. 6 ①, puis de là commence à reculer, ce qui commence proprement le 10 Fevrier, & dure jusqu'au 13 Juin, qui sont 123 jours, dont la moitié est 61 jours; tellement que le milieu advient le 12 Avril, & non loing de là il estoit opposite au Soleil, assavoir le 11 Avril seulement 1 jour auparavant, selon ce qui a esté dit cy-dessus qu'il est pres de l'opposition du Soleil au milieu de sa retrogradation, & tant plus il approche du Soleil tant plus il va viste, de sorte qu'il va le plus viste estant en conjonction. Comme environ le susdit cours plus viste, il estoit en conjonction (posant le cas qu'on l'eust sceu voir alors) le 8 Septembre. La susdite retrogradation donne à cognoistre que Jupiter ne fait pas son cours en un deferant seul, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raisons semblables deduites au cours de Saturne en la 15 proposition.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées on remarque grossierement le temps periodique de Jupiter: & qu'il est statio-

ſtationaire & retrograde, tournant en un epicycle, ſelon le requis.

PROPOSITION XXIII.

DEclarer comment-on recognoiſt par les Ephemerides obſervées, que le deferant de Iupiter eſt eccentrique.

Si le deferant de Iupiter eſtoit concentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'oppoſition du ſoleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparans egaux, pour ſemblables raiſons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 propoſition, ce qui contrediroit manifeſtement à l'experience du mouvement de Iupiter : car par exemple, ſoit une oppoſition comme celle qui eſt advenuë en l'an 1593 le 30 Iuin, eſtant Iupiter au 287 deg. 36 ①: Et quelque temps auparavant, je prens 3 ans, aſſavoir le 30 Iuin 1590, il eſtoit au 189 degr. 50 ①, l'arc intercepté eſt 97 deg. 46 ①: mais 3 ans apres, qui eſt le 30 Iuin 1596 il eſtoit au 37 deg. 18 ①, & l'arc intercepté (aſſavoir des 287 deg. 36 ①) eſt 109 deg. 42 ①, lequel differe du premier arc de 11 deg. 56 ①.

Concluſion. Nous avons donc declaré, &c.

PROPOSITION XXIV.

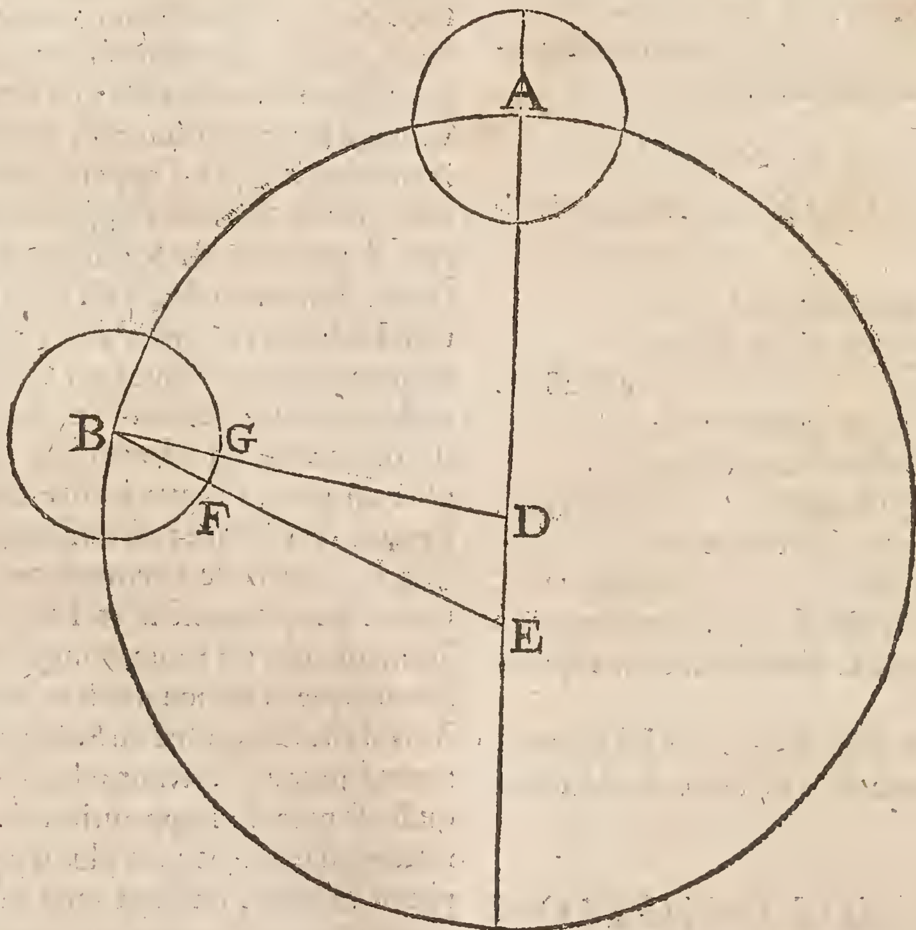
TRouver la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Iupiter par les Ephemerides obſervées.

Par la 23 propoſition ayant remarqué que le deferant eſt eccentrique, il reſte à recercher la longitude apparante de l'apogée ou perigée : ce qui eſt aſſez manifeſte par ce qui a eſté declaré du mouvement de Saturne cy-devant en la 17 propoſition, que trouvant és Ephemerides une oppoſition moyenne (c'eſt à dire de Jupiter & le moyen Soleil) qu'en tous deux temps egaux, l'un devant l'oppoſition, l'autre apres, trouvant des arcs egaux, que le centre de l'epicycle en ceſte oppoſition doit eſtre en l'apogée ou perigée du deferant, qui donne à cognoiſtre la longitude apparante de l'un ou l'autre. Pour trouver tels arcs, je prens, comme il advient, l'oppoſition de l'an 1557 du 15 Iuin au 273 deg. 18 ①: Avec quoy recerchant en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 3 ans (je prens 3 ans eſtant à peu prés le quart du periode de 12 ans, pour les raiſons declarées en la 17 propoſition) & trouve la premiere, majeure à la ſeconde de 48 degr. 55 ①, qui eſt beaucoup de difference ; & partant l'apogée ou perigée apparant bien loing du ſuſdit 273 deg. 18 ①, & auſſi de ſon poinct oppoſite 93 deg. 18 ①; toutesfois il ne peut eſtre eſloigné de l'un d'iceux de plus de 90 degrez: Parquoy recerchant le meſme en autre lieu, je viens finalement en une oppoſition de l'an 1598 le 19 Mars au 188 deg. 56 ①, avec laquelle j'eſpreuve s'il y a egalité d'arcs, en deux temps egaux, chacun de 3 ans, & trouve ſeulement une difference inperceptible de 29 ①.

Ceſte eſpreuve faite, on pourroit maintenant voir le meſme par des oppoſitions moyennes, mais trouvant des differences, les tables d'Ephemerides ne ſont aſſez longues pour faire les eſpreuves comme il faut pour trouver la parfaite oppoſition, tellement que nous prendrons icy le 188 deg. 56 ① pour ſervir d'exemple.

Duquel on peut faire encor d'autres eſpreuves, aſſavoir en d'autres temps, que de 3 ans : Comme par exemple, de 15 ans devant & apres le 19 Mars 1578 je trouve ſeulement difference de 16 ①, d'où s'enſuit que je prens le ſuſdit 188 deg. 56 ① pour le requis.

Iuſques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée eſt au 188 deg. 56 ①, il reſte maintenant à recognoiſtre lequel c'eſt des deux. Soit à ceſte fin A B C le deferant de Iupiter, ſon centre D, & le poinct eccentrique, ou la terre E, A l'apogée, C perigée, & ſur B, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle G F, ſon perigée F, & moyen



perigée G; il eſt manifeſte que puis que A eſt apogée, il faut que le moyen mouvement A D B au premier demicercle A B C, ſoit plus grand que l'apparant A E B: & par la converſe, il eſt notoire, que quand le cours du centre de l'epicycle ou le moyen mouvement de Iupiter en temps defini au demicercle premier, eſt trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où l'on commence à compter, ſoit l'apogée ; le contraire avenant, faut que ce ſoit le perigée : Parquoy je cerche és Ephemerides quelque oppoſition aſſez diſtante de A ou C, c'eſt à dire aſſez diſtante de 188 deg. 56 ①, ou de ſon oppoſite, & me venant en main l'oppoſition de l'an 1581 le 25 Iuin, eſtant Iupiter au 282 deg. 33 ①, où le mouvement apparant du centre de ſon epicycle à compter du 188 deg. 56 ① fait 93 deg. 37 ① pour l'angle AEB; mais le propre mouvement dudit centre d'epicycle au meſme temps (aſſavoir du 19 Mars 1578 juſqu'au 25 Iuin 1581, qui ſont 3 ans Egyptiens 99 jours) fait

fait par la ſuivante 25 propoſition 99 deg. 15 Ⓘ pour l'angle A D B, lequel eſtant majeur à A E B 93 deg. 37 Ⓘ, alors pour les raiſons ſuſdites, A qui eſt au 188 deg. 56 Ⓘ, ſera l'apogée, & C, qui eſt 8 deg. 56 Ⓘ, ſera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'oppoſition paſſe de la terre E par Iupiter F, ne traverſe le centre B de neceſſité pour cauſes manifeſtes, aſſavoir des eccentricitez des deferans de Iupiter & du Soleil, & partant qu'on doutaſt de la concluſion ſuſdite; là deſſus ſe peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection, aſſavoir ſi les trois angles du triangle D E B font enſemble 180 degrez, qu'alors Iupiter ſera au perigée neceſſairement.

Pour ce faire, je ſouſtrais l'angle deſſuſdit A D B 99 deg. 15 Ⓘ de 180 deg. reſte l'angle E D B 80 deg. 45 Ⓘ.
Et l'angle A E B, qui eſt auſſi D E B, fait comme devant 93 deg. 37 Ⓘ.
Mais l'angle E B D 2 deg. 24 Ⓘ, car ſur les trois ans Egyptiens & 99 jours, Iupiter a couru par la 26 propoſition ſuivante de l'apogée moyen G juſques au perigée F, 357 degr. 36 Ⓘ, leſquels oſtez du total 360 degr. reſtera pour l'arc de perigée F G, qui eſt pour l'angle E B D, comme devant, 2 deg. 24 Ⓘ.
Leſquels trois, aſſavoir E D B 80 deg. 45 Ⓘ, premier en l'ordre, D E B 93 deg. 37 Ⓘ, deuxieſme en l'ordre, & EBD, troiſieſme en l'ordre, font enſemble 176 deg. 16 Ⓘ.
Qui defaut du demicercle ſeulement 3 deg. 44 Ⓘ.

Ceux qui voudront avoir quelque choſe de plus precis, pourront faire ſemblable operation, avec une oppoſition devant ou apres la ſuſdite juſques à ce qu'ils la trouvent : Comme par exemple, faiſant le meſme avec l'oppoſition en l'an 1580 le 21 May, je trouve trop peu ſeulement de 2 deg. 26 Ⓘ. Mais par oppoſition, en l'an 1579 le 20 Avril, D E B eſtoit 30 deg. 57 Ⓘ, B D E 147 deg. & E B D 2 deg. 36 Ⓘ, leſquels trois font enſemble 180 deg. 33 Ⓘ, qui ſont ſeulement 33 Ⓘ de trop, qui ſe peut prendre pour une aſſez bonne convenance. Tellement que A demeure l'apogée requis, comme devant au 188 deg. 56 Ⓘ, convenant aſſez pres avec les 186 deg. de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce qui eſt de la perfection, laquelle requiert qu'on face les recerches avec le Soleil moyen, il ſemble que ce n'eſt choſe fort neceſſaire en ces rudimens, leſquels ne ſont que propoſez pour exemple; joint que les Ephemerides que nous avons ſont trop courtes.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée de Iupiter, ſelon le requis.

Proposition XXV.

Trouver le moyen mouvement de Iupiter au temps donné, par les Ephemerides obſervées; & en faire une table.

La maniere eſt telle : on voit que Iupiter environ en 12 ans fait un periode, parquoy on cerche en quel an & jour environ les 12 ans (ou quelques douzaines d'années, autant que les Ephemerides s'eſtendent) devant & apres le ſuſdit 19 Mars 1578, en ſorte qu'environ le 19 Mars, Iupiter ſoit au 188 deg. 56 Ⓘ (eſtant l'apogée du deferant par la 21 propoſition) en oppoſition du Soleil, & que le periode, ou periodes ſoyent alors parfaicts aſſez pres, afin que les eccentricitez des deferants de Iupiter & du Soleil, n'apportent aucun erreur perceptible. D'avantage le temps depuis l'une oppoſition juſques à l'autre eſt cognu, par lequel on trouve auſſi le cours d'un jour, & conſtruit-on des tables, & comme a eſté dit au cours du Soleil, ſont rameliorées puis apres par la longueur des temps.

Comme par exemple, je cerche és Ephemerides (environ 12 ans devant l'oppoſition ſuſdite du 19 Mars 1578;) une oppoſition où Jupiter ſoit fort pres du 188 deg. 56 Ⓘ, ce qui ſe trouve au 12 Mars 1566, ſous le 185 deg. 8 Ⓘ, qui differe peu de l'autre de 3 deg. 48 Ⓘ, car en tels petis arcs, l'eccentricité n'eſt perceptible, auſſi n'importe-il pas beaucoup pour un exemple comme icy. Puis je vois que Iupiter, & par conſequent le centre de ſon epicycle, en 4390 jours (qui eſt depuis le 12 Mars 1566 juſqu'au 19 Mars 1578) à fait 363 deg. 48 Ⓘ, combien en 1 jour? vient 4 Ⓘ, 58, 20 : ce qui differe peu de la poſition de *Ptolemée* 4 Ⓘ. 59. 14.

Son Excellence, fit une calculation plus preciſe, par un plus long temps, aſſavoir en deux oppoſitions (n'eſtimant rien de s'aſtreindre aux conjonctions qui adviennent és apogées ou perigées du deferant) qui ſe trouvent bien plus eſloignées l'une de l'autre, qu'elles ne ſe peuvent trouver és Ephemerides, dont la premiere eſcheut le 11 Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, ſur quel temps de 48 ans, qui ſont 17546 jours, ſe ſont faits 4 periodes & encor 15 degrez 35 Ⓘ, par lequel je trouve le cours ſur un jour de 4 Ⓘ. 58. 39. Il eſt vray que les eccentricitez cauſent plus d'erreur, que ſur l'autre 3 deg. 48 Ⓘ ſuſdit, mais auſſi on a tant plus de certitude en un plus long temps.

Notez encor qu'il n'eſt pas neceſſaire de faire cy-deſſus ſon compte ſur le Soleil moyen, pour ſemblables raiſons deduites à la fin de la 17 propoſition au cours de Saturne.

Le cours d'un jour eſtant donc comme deſſus, il appert comment on pourroit faire des tables, comme on a faict du Soleil en la troiſieſme propoſition, afin qu'avec facilité on puiſſe trouver le cours du centre de l'epicycle, ou pour dire autrement, le moyen mouvement de Iupiter en tout temps donné, comme il advient d'en avoir beſoing en la pratique. Mais veu que nous mettrons en œuvre les tables de *Ptolomée* par exemple, nous les poſerons auſſi cy-deſſous pour ſemblabes raiſons declarées és cours du Soleil & Lune cy-devant.

TABLE

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE JUPITER.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	12	28	6	6	56
2	0	0	24	56	12	13	52
3	0	0	37	24	18	20	48
4	0	0	49	52	24	27	45
5	0	1	2	20	30	34	41
6	0	1	14	48	36	41	37
7	0	1	27	16	42	48	34
8	0	1	39	44	48	55	30
9	0	1	52	12	55	2	26
10	0	2	4	41	1	9	22
11	0	2	17	9	7	16	19
12	0	2	29	37	13	23	15
13	0	2	42	5	19	30	11
14	0	2	54	33	25	37	8
15	0	3	7	1	31	44	4
16	0	3	19	29	37	51	0
17	0	3	31	57	43	57	56
18	0	3	44	25	50	4	53
19	0	3	56	53	56	11	49
20	0	4	9	22	2	18	45
21	0	4	21	50	8	25	42
22	0	4	34	18	14	32	38
23	0	4	46	46	20	39	34
jours							
1	0	4	59	14	26	46	31
2	0	9	58	28	53	33	2
3	0	14	57	43	20	19	33
4	0	19	56	57	47	6	4
5	0	24	56	12	13	52	35
6	0	29	55	26	40	39	6
7	0	34	54	41	7	25	37
8	0	39	53	55	34	12	8
9	0	44	53	10	0	58	39
10	0	49	52	24	27	45	10
11	0	54	51	38	54	31	41
12	0	59	50	53	21	18	12
13	1	4	50	7	48	4	43
14	1	9	49	22	14	51	14
15	1	14	48	36	41	37	45
16	1	19	47	51	8	24	16
17	1	24	47	5	35	10	47
18	1	29	46	20	1	57	18
19	1	34	45	34	28	43	49
20	1	39	44	48	55	30	20
21	1	44	44	3	22	16	51
22	1	49	43	17	49	3	22
23	1	54	42	32	15	49	53
24	1	59	41	46	42	36	24
25	2	4	41	1	9	22	55
26	2	9	40	15	6	9	26
27	2	14	39	30	2	55	57
28	2	19	38	44	29	42	28
29	2	24	37	58	56	28	59
30	2	29	37	13	23	15	30
60	4	59	14	26	46	31	0
90	7	28	51	40	9	46	30
120	9	58	28	53	33	2	0
150	12	28	6	6	56	17	30
180	14	57	43	20	19	33	0
210	17	27	20	33	42	48	30
240	19	56	57	47	6	4	0
270	22	26	35	0	29	19	30
300	24	56	12	13	52	35	0
330	27	25	49	27	15	50	30
360	29	55	26	40	39	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	30	20	22	52	52	58	35
2	60	40	45	45	45	57	10
3	91	1	8	38	38	55	45
4	121	21	31	31	31	54	20
5	151	41	54	24	24	52	55
6	182	2	17	17	17	51	30
7	212	22	40	10	10	50	5
8	242	43	3	3	3	48	40
9	273	3	25	55	56	47	15
10	303	23	48	48	49	45	50
11	333	44	11	41	42	44	25
12	4	4	34	34	35	43	0
13	34	24	57	27	28	41	35
14	64	45	20	20	21	40	10
15	95	5	43	13	14	38	45
16	125	26	6	6	7	37	20
17	155	46	28	59	0	35	55
18	186	6	51	51	53	34	30
36	12	13	43	43	47	9	0
54	198	20	35	35	40	43	30
72	24	27	27	27	34	18	0
90	210	34	19	19	27	72	30
108	36	41	11	11	21	27	0
126	222	48	3	3	15	1	30
144	48	54	54	55	8	36	0
162	235	1	46	47	2	10	30
180	61	8	38	38	55	45	0
198	247	15	30	30	49	19	30
216	73	22	22	22	42	54	0
234	259	29	14	14	36	28	30
252	85	36	6	6	30	3	0
270	271	42	57	58	23	37	30
288	97	49	49	50	17	12	0
306	283	56	41	42	10	46	30
324	110	3	33	34	4	21	0
342	296	10	25	25	57	55	30
360	122	17	17	17	51	30	0
378	308	24	9	9	45	4	30
396	334	31	1	1	38	39	0
414	320	37	52	33	32	13	30
432	146	44	44	45	25	48	0
450	332	51	36	37	19	22	30
468	158	58	28	29	12	57	0
486	345	5	20	21	6	31	30
504	171	12	12	13	0	6	0
522	357	19	4	4	53	40	30
540	183	25	55	56	47	15	0
558	9	32	47	48	40	49	30
576	195	39	39	40	34	24	0
594	21	46	31	32	27	58	30
612	207	53	23	24	21	33	0
630	34	0	15	16	15	7	30
648	220	7	7	8	8	42	0
666	46	13	59	0	2	16	30
684	232	20	50	51	55	51	0
702	58	27	42	43	49	25	30
720	244	34	34	35	43	0	0
738	70	41	26	27	36	34	30
756	256	48	18	19	30	9	0
774	82	55	10	11	23	43	30
792	269	2	2	3	17	18	0
810	95	8	53	55	10	52	30

Conclusion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Iupiter au temps donné, par les Ephemerides obseruées, & en avons fait des tables, selon le requis.

Proposition XXVI.

Trouver le mouvement de Iupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides obseruées, & en faire des tables.

Le donné. On demande le cours de Iupiter en son epicycle sur un jour.

Operation I.

Ceste premiere operation est mise devant la deuxiesme suivante, pour les raisons descrites en la 18 proposition.

Je cerche és Ephemerides deux oppositions de Iupiter & du Soleil, fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu de l'ecliptique, assavoir de mesme longitude; car alors les periodes tant en son epicycle, que ceux du Soleil doivent estre parfaits, sans que les eccentricitez puissent empescher, & n'est aussi necessaire de faire son calcul par le Soleil moyen pour causes manifestes : je prens la premiere de telles deux oppositions, celle qui eschoit l'onziesme Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, entre lesquelles il y a 48 ans, qui sont 17546 jours, esquels Iupiter a fait autant de periodes en son epicycle, qu'il y a d'oppositions, qui sont 44 en nombre, chacune de 360 degrez, font 15846 degrez : ainsi je dis 17546 jours donnent 15846 degrez, combien 1 jour ? vient pour le requis 54① 11②, peu differant de ce que concluent *Ptolemée* & *Copernic*, ensuivans.

Operation II.

Du moyen mouvement du Soleil sur un jour par la troisiesme proposition 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Ostez le moyen mouvement de Iupiter sur un jour par la 25 proposition 0 deg. 4. 59. 14. 26. 46. 31.
Reste pour le mouvement requis de Iupiter en son epicycle sur un jour 0 deg. 54. 9. 2. 46. 26. 0.

Dont la demonstration est manifeste par telle operation faite du cours de Saturne en la dixneufiesme proposition.

Corollaire.

Ayant trouvé le cours d'un jour, il appert comment on en pourra faire des tables, comme a esté fait du Soleil en la 3 proposition, afin que par une facilité on trouve le cours de Iupiter en son epicycle en tout temps donné, comme il advient en la pratique.

TABLE DU MOUVEMENT

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	15	22	36	56	5
2	0	4	30	45	13	52	10
3	0	6	46	7	50	48	15
4	0	9	1	30	27	44	20
5	0	11	16	53	4	40	25
6	0	13	32	15	41	36	30
7	0	15	47	38	18	32	35
8	0	18	3	0	55	28	40
9	0	20	18	23	32	24	45
10	0	22	33	46	9	20	50
11	0	24	49	8	46	16	55
12	0	27	4	31	23	13	0
13	0	29	19	54	0	9	5
14	0	31	35	16	37	5	10
15	0	33	50	39	14	1	15
16	0	36	6	1	50	57	20
17	0	38	21	24	27	53	25
18	0	40	36	47	4	49	30
19	0	42	52	9	41	45	35
20	0	45	7	32	18	41	40
21	0	47	22	54	55	37	45
22	0	49	38	17	32	33	50
23	0	51	53	40	9	29	55
jours							
1	0	54	9	2	46	26	0
2	1	48	18	5	32	52	0
3	2	42	27	8	19	18	0
4	3	36	36	11	5	44	0
5	4	30	45	13	52	10	0
6	5	24	54	16	38	36	0
7	6	19	3	19	25	2	0
8	7	13	12	22	11	28	0
9	8	7	21	24	57	54	0
10	9	1	30	27	44	20	0
11	9	55	39	30	30	46	0
12	10	49	48	33	17	12	0
13	11	43	57	36	3	38	0
14	12	38	6	38	50	4	0
15	13	32	15	41	36	30	0
16	14	26	24	44	22	56	0
17	15	20	33	47	9	22	0
18	16	14	42	49	55	48	0
19	17	8	51	52	42	14	0
20	18	3	0	55	28	40	0
21	18	57	9	58	15	6	0
22	19	51	19	1	1	32	0
23	20	45	28	3	47	58	0
24	21	39	37	6	34	24	0
25	22	33	46	9	20	50	0
26	23	27	55	12	7	16	0
27	24	22	4	14	53	42	0
28	25	16	13	17	40	8	0
29	26	10	22	20	26	34	0
30	27	4	31	23	13	0	0
60	54	9	2	46	26	0	0
90	81	13	34	9	39	0	0
120	108	18	5	32	52	0	0
150	135	22	36	56	5	0	0
180	162	27	8	19	18	0	0
210	189	31	39	42	31	0	0
240	216	36	11	5	44	0	0
270	243	40	42	28	57	0	0
300	270	45	13	52	10	0	0
330	297	49	45	15	23	0	0
360	324	54	16	38	36	0	0

DE JUPITER EN SON EPICYCLE.

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	329	25	1	52	28	10	0
2	298	50	3	44	56	20	0
3	268	15	5	37	24	30	0
4	237	40	7	29	52	40	0
5	207	5	9	22	20	50	0
6	176	30	11	14	49	0	0
7	145	55	13	7	17	10	0
8	115	20	14	59	45	20	0
9	84	45	16	52	13	30	0
10	54	10	18	44	41	40	0
11	23	35	20	37	9	50	0
12	353	0	22	29	38	0	0
13	322	25	24	22	6	10	0
14	291	50	26	14	34	20	0
15	261	15	28	7	2	30	0
16	230	40	29	59	30	40	0
17	200	5	31	51	58	50	0
18	169	30	33	44	27	0	0
36	339	1	7	28	54	0	0
54	148	31	41	13	21	0	0
72	318	2	14	57	48	0	0
90	127	32	48	42	15	0	0
108	297	3	22	26	42	0	0
126	106	33	56	11	9	0	0
144	276	4	29	55	36	0	0
162	85	35	3	40	3	0	0
180	255	5	37	24	30	0	0
198	64	36	11	8	56	0	0
216	234	6	44	53	24	0	0
234	43	37	18	37	51	0	0
252	213	7	52	22	18	0	0
270	22	38	26	6	45	0	0
288	192	8	59	51	12	0	0
306	1	39	33	35	39	0	0
324	171	10	7	20	6	0	0
342	340	40	41	4	33	0	0
360	150	11	14	49	0	0	0
378	319	41	48	33	27	0	0
396	129	12	22	17	54	0	0
414	298	42	56	2	21	0	0
432	108	13	29	46	48	0	0
450	277	44	3	31	15	0	0
468	87	14	37	15	42	0	0
486	256	45	11	0	9	0	0
504	66	15	44	44	36	0	0
522	235	46	18	29	3	0	0
540	45	16	52	13	30	0	0
558	214	47	25	57	57	0	0
576	24	17	59	42	24	0	0
594	193	48	33	26	51	0	0
612	2	19	7	11	18	0	0
630	173	49	40	55	45	0	0
648	342	20	14	40	12	0	0
666	151	50	48	24	39	0	0
684	321	21	22	9	6	0	0
702	130	51	55	53	33	0	0
720	300	22	29	38	0	0	0
738	109	53	3	22	27	0	0
756	279	23	37	6	54	0	0
774	88	54	10	51	21	0	0
792	358	24	44	35	48	0	0
810	67	55	18	20	15	0	0

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Iupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides obſervées, & en avons fait une table, ſelon le requis.

Proposition XXVII.

Trouver le cours de l'apogée du deferant de Iupiter par les Ephemerides obſervées.

D'autant que les Ephemerides de *Stadius* ſont trop courtes pour ſatisfaire au requis, (leſquelles nous poſons eſtre obſervées par ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) nous prendrons en aide les obſervations de *Ptolemée*, lequel au 1 chapitre de ſon livre 11. a trouvé l'apogée du deferant de Iupiter au 161 deg. mais en la 24 propoſition, il a eſté trouvé au 188 deg. 56 ①, qui ſont 27 deg. 56 ①, & autant s'eſt avancé l'apogée du depuis, aſſavoir en 1450 ans environ : Par lequel on calculera ſon cours en tout temps donné. Soit par exemple ſur 1 an : diſant 1450 ans donnent 27 deg. 56 ①, combien 1 an ? vient 1 ①, 9 ②.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Jupiter par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

Proposition XXVIII.

Trouver le cours du centre de l'epicycle de Iupiter le long du deferant, par les Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Iupiter en 1 an, par la 27 propoſition eſt de	1 ①, 9 ②.
Lequel oſté du moyen mouvement de Iupiter auſſi en 1 an Egyptien, faiſant par la 25 propoſition	30 deg. 20 ①.
Reſte pour le cours du centre d'epicycle requis en un an Egyptien	30 deg. 19 ①.

Et ainſi de quelque temps qu'on pourroit propoſer.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée, &c.

CINQUIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Mars par les Ephemerides obſervées.

Devant que venir à la choſe meſme, je diray que le cours de Mars eſt de meſme qualité, que celuy de Saturne & Iupiter, ſe mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differant ſeulement en quantité, aſſavoir qu'il eſt plus frequent en ſes periodes, & ayant auſſi d'autre eccentricité, & choſes ſemblables. Ce qu'eſtant dit icy, chacun pourroit de ſoy-meſme entendre tout le mouvement de Mars par celuy de Iupiter. Toutefois pour plus ample declaration je deſcriray icy ce qui m'eſt advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil à celuy de Iupiter.

Proposition XXIX.

Declarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Mars en gros : avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation : auſſi qu'il tourne en ſon epicycle.

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du cours de Iupiter par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous

les nous prenons les calculées de *Stadius* pour les raiſons deſcrites en la 1 propoſition) ayant donc eſgard à la cinquieſme colomne qui eſt de Mars : Je prens ce qui avient le premier, comme le 1 Ianvier 1554, ſur lequel jour il eſtoit au 299 deg. 53Ⓘ : Et un an apres, aſſavoir le 1 Ianvier 1555, au 176 deg. 12Ⓘ : Et au 1 Ianvier 1556, au 315 deg. 39Ⓘ, ainſi qu'en ces deux années là il fait environ un circuit : ce qui s'accorde avec ſemblable recerche en d'autres années.

Puis prenant garde de plus pres en ſon cours & en chacun periode, je remarque qu'il va fort viſte aucunefois, tantoſt lentement, voire meſme qu'il eſt ſtationaire, c'eſt à dire qu'il eſt coy, & ce qui eſt de plus eſtrange, eſt qu'il recule auſſi : Or remarquant touſiours d'avantage les circonſtances, on trouve le milieu de ſon reculement (qu'on appelle retrogradation) à chacune fois advenir environ l'oppoſition du Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il va viſte. Par exemple, en l'an 1555 le 12 Avril, il court de plus viſte en plus viſte tous les jours, comme le premier jour de 1Ⓘ, l'autre de 2Ⓘ, & ainſi de plus en plus; & ayant eſté au plus viſte, il commence derechef à s'allentir journellement, diminuant ſon cours, ainſi que finalement du 1 juſques au 3 Mars 1557 il eſt immobile au 213 deg. 52Ⓘ: puis commence à reculer, le 4 Mars, juſques au 18 May, qui ſont 75 jours, dont la moitié eſt 37 jours, ainſi que le milieu eſchoit le 10 Avril : Tellement que comme il a eſté dit, le milieu de la retrogradation advient tousjours lors que Mars eſt environ oppoſite au Soleil: Mais tant plus il vient pres du Soleil, tant plus ſe haſte-il, car le mouvement plus viſte advient à chacune fois environ la conjonction : comme au mouvement le plus viſte ſuſdit, il eſtoit en conjonction (poſant qu'on l'euſt ſçeu appercevoir) le 21 Avril ; la retrogradation mentionnée donne à cognoiſtre que Mars ne tourne ſimplement en un deferant, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raiſons ſemblables declarées au mouvement de Saturne, propoſition 15.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Mars en gros : avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation : auſſi qu'il tourne en un epicycle, ſelon le requis.

PROPOSITION XXX.

DEclarer comment on remarque és Ephemerides obſervées, que l'eccentrique de Mars eſt eccentrique.

Si le deferant de Mars eſtoit concentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'oppoſition du Soleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparants egaux, pour ſemblables raiſons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 propoſition, ce qui contrediroit manifeſtement à l'experience du mouvement de Mars : car par exemple ſoit une oppoſition, comme celle qui advient l'an 1574 le 4 May, eſtant Mars au 233 deg. 18Ⓘ; & quelque temps auparavant, je prens 6 mois, aſſavoir le 4 Novembre 1573, il eſtoit au 177 deg. 50Ⓘ, l'arc intercepté eſt 55 deg. 28Ⓘ: mais 6 mois apres, comprenant comme la premiere 181 jours, qui eſchoit ſur le 1 Novembre 1574, il eſtoit au 297 deg. 40Ⓘ, ſur quoy l'arc depuis les 233 deg. 18Ⓘ fait 64 deg. 22Ⓘ, qui differe de 8 deg. 54Ⓘ de l'arc premier 55 deg. 28Ⓘ.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment on remarque és Ephemerides obſervées, que l'eccentrique de Mars eſt eccentrique, ſelon le requis.

PROPOSITION XXXI.

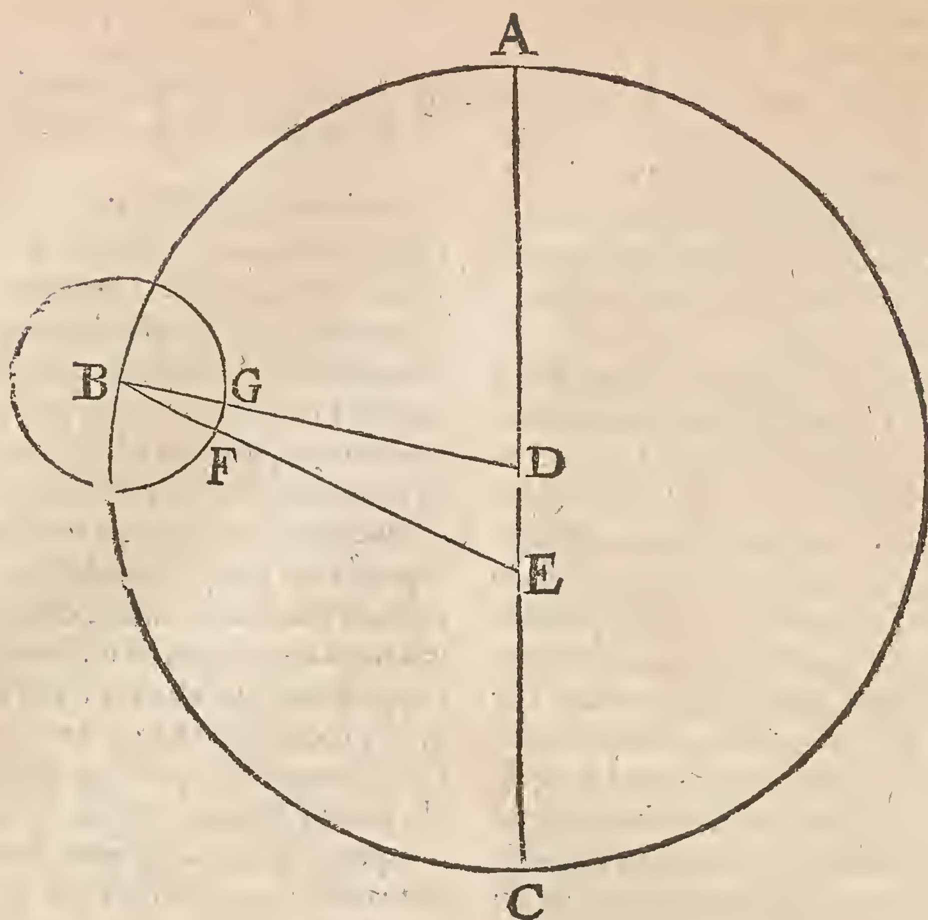
TRouver par les Ephemerides obſervées, la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Mars.

Par la 25 propoſition ayant remarqué que le deferant eſt eccentrique, il reſte de recercher plus avant la longitude apparante de l'apogée : A ceſte fin je dis qu'il appert par ce qui a eſté demonſtré en choſe ſemblable de Saturne en la 16 propoſition, que trouvant és Ephemerides obſervées une oppoſition de Mars, & du Soleil moyen, telle qu'en chaque deux temps egaux l'un devant l'autre apres, il face deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle oppoſition doit eſtre en l'apogée ou perigée du deferant, qui fait que la longitude de l'un ou de l'autre eſt cognuë. Et pour trouver tels deux arcs, je prens d'abord ce qui advient, comme l'oppoſition de l'an 1565 au 5 Decembre ſous le 83 deg. 55Ⓘ, recerchant par là en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 6 mois qui comprennent 183 jours (je prens 6 mois, qui eſt environ le quart de ſon periode de 2 ans, pour les raiſons declarées en la note de la 4 propoſition) & trouve le premier arc plus grand que le deuxieſme de 11 deg. 14Ⓘ, qui eſt une grande difference, tellement que l'apogée apparant ou le perigée eſt loing du ſuſdit 83 deg. 55Ⓘ, auſſi de ſon poinct oppoſite 263 deg 55Ⓘ, toutesfois l'un des deux n'en peut eſtre eſloigné plus de 90 degrez : Parquoy faiſant meſme recerche en d'autres lieux, je viens finalement en l'oppoſition faite en l'an 1561 le 4 Aouſt, au 321 deg. 42Ⓘ, avec lequel je cerche deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, chacun d'environ 6 mois, qui comprennent 181 jours, trouve aſſez pres de l'egalité, differant ſeulement en 2 deg. 21Ⓘ, & ne ſe trouve és Ephemerides de difference moindre. Cela ainſi achevé on pourroit voir apres l'oppoſition de Mars, & du Soleil moyen, mais meſme l'ayant trouvé, les Ephemerides ne ſont pas aſſez grandes pour y trouver beaucoup d'oppoſitions plus parfaites, tellement que nous nous contenterons avec ce 321 deg. 42Ⓘ.

On peut auſſi faire des eſpreuves en d'autres deux temps egaux, que de 6 mois: Comme par exemple, en 7 ans devant le 4 Aouſt 1561, je trouve ſeulement difference de 2 deg. 56Ⓘ, quaſi comme devant, tellement que je retiens le 321 deg. 42Ⓘ pour le requis.

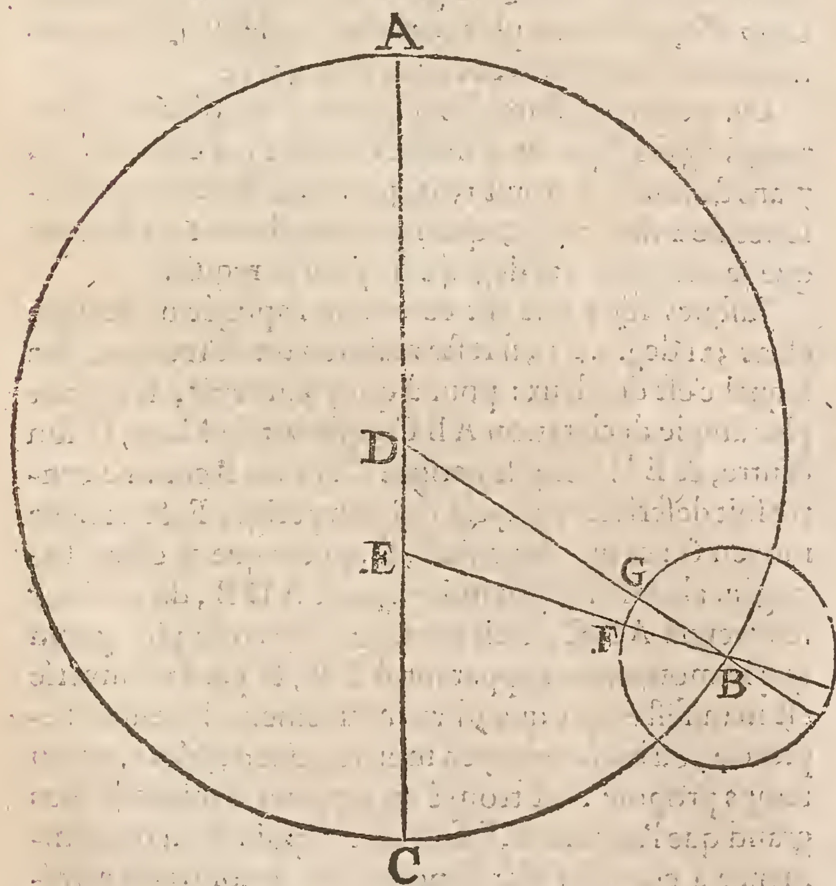
Juſques icy a eſté dit comment l'apogée ou perigée eſt au 321 deg. 42Ⓘ, il reſte maintenant de recognoiſtre lequel c'eſt des deux : pour à quoy parvenir, ſoit pour plus ample declaration A B C deferant de Mars, D ſon centre, & E la terre, le perigée C, & ſur B comme centre ſoit deſcrit un epicycle F G, ſon perigée F, & perigée moyen G : ce qu'eſtant ainſi, il appert que A eſtant l'apogée, alors le moyen mouvement A D B, du premier ſemicercle A B C, doit eſtre de tout coſté plus grand que le mouvement apparant A E B; & par la converſe eſt manifeſte, que quand ce mouvement de centre d'epicycle, ou bien ce moyen mouvement de Mars, en un temps propoſé, eſt trouvé au premier ſemicercle plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où on commence à compter ſoit l'apogée, & le contraire advenant, le perigée. Ce qu'eſtant ainſi, je cerche és Ephemerides une oppoſition, qui ſoit aſſez eſloignée de A & C, c'eſt à dire de 321 deg. 42Ⓘ, ou de ſon poinct oppoſite; & vient d'abord, je prens, l'oppoſition qui ſe fit en l'an 1563 le 16 Octobre, eſtant Mars au 33 deg. 7Ⓘ, juſqu'auquel ſon mouvement apparant eſt 71 deg. 25Ⓘ (à compter depuis le 321 degr. 42Ⓘ) mais ſon

t 2 mouve-



mouvement moyen en mesme temps, assavoir du 4 Aoust 1561 jusques à ce 16 Octobre 1563, qui sont 2 ans Egyptiens & 73 jours, fait par la 32 proposition suivante 60 deg. 49 ①, lequel estant moindre au mouvement apparant 71 deg. 25 ①, alors pour les raisons susdites, 321 deg. 42 ① sera le perigée.

Mais d'autant que cecy sembleroit estre obscur, à cause que la figure n'est pas propre, parquoy j'en descris une autre, comme cy-dessous, selon que la figure le requiert : soit donc A B C D E F G de mesme signification que devant, horsmis que le centre d'epicycle B vient à l'autre semicercle maintenant, ainsi que l'arc depuis le perigée C, jusques au poinct B, veu de la



terre E, c'est l'angle C E B faisant 71 deg. 25 ①, & l'angle C D B 60 degr. 49 ①, lequel estant moindre à C E B 71 deg. 25 ①, on juge par là, que C (lequel est au 321 deg. 42 ①) est le perigée, & A (au 141 deg. 42 ①) l'apogée.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que la ligne droite, au temps de la conjonction, laquelle passe de E la terre, par Mars F, ne passe pas de necessité par le centre de l'epicycle B, pour des causes manifestes, & partant qu'on pourroit douter si la conclusion susdite est certaine, ou non ; sur quoy on respond, que si les trois angles du triangle B D E font ensemble 180 degrez, qu'alors Mars sera au poinct F ; qui est le perigée de l'epicycle. Pour quoy esprouver je dis ainsi,

L'angle C D B, ou E D B, est comme dessus — 60 deg. 49 ①.
Et l'angle C E B 71 deg. 25 ① son adjoinct pour l'angle D E B — 108 deg. 35 ①.
Mais l'angle E B D est 10 deg. 39 ① ; car és 2 ans Egyptiens & 73 jours susdits, Mars a autant couru en son epicycle par la suivante 33 proposition — 10 deg. 39 ①.
Lesquels trois, assavoir E D B 60 deg. 49 ①, premier en l'ordre, & D E B, 108 deg. 35 ① second, & puis E B D, tiers en l'ordre, 10 deg. 39 ①, font ensemble — 180 deg. 3 ①.
Qui est seulement au dessus du demicercle — 3 ①.

Ce qui estant assez pres, on peut dire que Mars a esté au perigée de son epicycle : Que si la difference eust esté trop grande, on eust peu faire comme a esté fait de Saturne & Jupiter és propositions 17 & 24. tellement que nous tiendrons les susdits 141 deg. 42 ① pour le lieu requis où se trouve l'apogée de Mars, convenant assez pres (mesme en cest exemple, qui n'est mis que pour apprendre, & avec des Ephemerides si brieves) avec les 147 degrez de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce que la perfection requiert qu'on face les choses susdites par des oppositions au Soleil moyen, il semble que cela soit inutile en ces rudimens, joinct que nous aurions besoing d'Ephemerides plus longues, que celles-cy.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée du deferant de Mars, selon le requis.

PROPOSITION XXXII.

Trouver le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides observées ; & en faire une table.

La ma-

La maniere de trouver le cours du centre de l'epicycle par les Ephemerides, est telle : On voit que Mars environ en 2 ans fait un periode apparant, parquoy on cerche en quel an & jour environ 2 ans (ou environ plusieurs fois 2 ans) devant & apres le susdit 4 Aoust 1561 ; car environ le 4 Aoust, Mars est au 321 deg. 42 ① (estant le perigée de son deferant par la 26 proposition) assavoir donc en quel an & jour Mars est en opposition avec le Soleil, car alors le periode ou les periodes sont parfaicts assez pres, & ce afin d'eviter les erreurs que pourroyent causer les eccentricitez tant de Mars, que du Soleil : D'avantage le temps est cognu depuis une opposition jusqu'à l'autre, par lequel on trouve aussi le cours sur un jour, & ainsi se peuvent faire des tables, lesquelles par la longueur du temps se rameliorent, comme a esté dit au mouvement du Soleil ; notez aussi qu'avec autant de certitude on se peut servir des oppositions qui adviennent lors que Mars est au poinct opposite des 321 deg. 42 ①.

Mais pour en donner exemple, je revisite les Ephemerides an pour an, là où Mars se peut trouver au 321 deg. 42 ①, ou tres pres de là, sur un 4 d'Aoust, ou tout joignant un tel jour, autre que le 4 Aoust 1561 susdit : Toutefois une telle chose ne se peut trouver en tout le livre des Ephemerides : Parquoy je cerche une opposition estant Mars au poinct opposite de 321 deg. 42 ①, comme est 141 deg. 42 ①, ce qui advient lors que le Soleil est au 321 deg. 42 ①, ce qui arrive annuellement environ le 1 Fevrier, je cerche donc d'an en an au 1 Fevrier où c'est que Mars est au plus pres du susdit 141 deg. 42 ①, & trouve que c'est au 1 Fevrier 1585, estant Mars au 143 deg. 25 ①, differant du 141 deg. 42 ① seulement 1 deg. 43 ① des periodes parfaits, & puis que sur tel petit arc les eccentricitez des deferans de Mars & du Soleil ne peuvent causer grand erreur, voire en un exemple comme icy : je voy que Mars du 4 Aoust 1561 jusques au 1 Fevrier 1585, qui sont 8582 jours, a couru 12 periodes, qui font 4320 degrez & encor quasi un demy periode, assavoir 181 degr. 43 ① (assavoir du 321 degr. 42 ① jusques au 143 degr. 25 ①) qui font ensemble 4501 degr. 43 ① : Parquoy je dis 8582 jours donnent 4501 degr. 43 ①, combien 1 jour ? vient 31 ① 28 ②, peu differant de la position de *Ptolemée* 31 ① 27 ②.

Ayant maintenant le cours sur un jour, il appert comment on pourra faire des tables, comme on a fait du Soleil en la troisiesme proposition, pour avec facilité trouver le cours du centre d'epicycle de Mars, ou autrement dit le moyen mouvement de Mars en tout temps donné, comme il en est de besoing en la pratique. Mais d'autant que nous prenons les tables de *Ptolomée* par exemple, comme il a esté declaré aux cours du Soleil & de la Lune, nous les mettrons icy comme s'ensuit.

TABLE DU MOYEN

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	18	36	32	14	39
2	0	2	37	13	4	29	18
3	0	3	55	49	36	43	56
4	0	5	14	26	8	58	35
5	0	6	33	2	41	13	14
6	0	7	51	39	13	27	53
7	0	9	10	15	45	42	32
8	0	10	28	52	17	57	11
9	0	11	47	28	50	11	49
10	0	13	6	5	22	26	28
11	0	14	24	41	54	41	7
12	0	15	43	18	26	55	46
13	0	17	1	54	59	10	25
14	0	18	20	31	31	25	4
15	0	19	39	8	3	39	43
16	0	20	57	44	35	54	22
17	0	22	16	21	8	9	0
18	0	23	34	57	40	23	39
19	0	24	53	54	12	38	18
20	0	26	12	10	44	52	57
21	0	27	30	47	17	7	36
22	0	28	49	23	49	22	15
23	0	30	8	0	21	36	54
jours							
1	0	31	26	36	53	51	33
2	1	2	53	13	47	43	6
3	1	34	19	50	41	34	39
4	2	5	46	27	35	26	12
5	2	37	13	4	29	17	45
6	3	8	39	41	23	9	18
7	3	40	6	18	17	0	51
8	4	11	32	55	10	52	24
9	4	42	59	32	4	43	57
10	5	14	26	8	58	35	30
11	5	45	52	45	52	27	3
12	6	17	19	22	46	18	36
13	6	48	45	59	40	10	9
14	7	20	12	36	34	1	42
15	7	51	39	13	27	53	15
16	8	23	5	50	21	44	48
17	8	54	32	27	15	36	21
18	9	25	59	4	9	27	54
19	9	57	25	41	3	19	27
20	10	28	52	17	57	11	0
21	11	0	18	54	51	2	33
22	11	31	45	31	44	54	6
23	12	3	12	8	38	45	39
24	12	34	38	45	32	37	12
25	13	6	5	22	26	28	45
26	13	37	31	59	20	20	18
27	14	8	58	36	14	11	51
28	14	40	25	13	8	3	24
29	15	11	51	50	1	54	57
30	15	43	18	26	55	46	30
60	31	26	36	53	51	33	0
90	47	9	55	20	47	19	30
120	62	53	13	47	43	6	0
150	78	36	32	14	38	52	30
180	94	19	50	41	34	39	0
210	110	3	9	8	30	25	30
240	125	46	27	35	28	12	0
270	141	29	46	2	21	58	30
300	157	13	4	29	17	45	0
330	172	56	22	56	13	31	30
360	188	39	41	23	9	18	0

MOUVEMENT DE MARS.

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	191	16	54	27	38	35	45
2	22	33	48	55	17	11	30
3	213	50	43	22	55	47	15
4	45	7	37	50	34	23	0
5	236	24	32	18	12	58	45
6	67	41	26	45	51	34	30
7	258	58	21	13	30	10	15
8	90	15	15	41	8	46	0
9	281	32	10	8	47	21	45
10	112	49	4	36	25	57	30
11	304	5	59	4	4	33	15
12	135	22	53	31	43	9	0
13	326	39	47	59	21	44	45
14	157	56	42	27	0	20	30
15	349	13	36	54	38	56	15
16	180	30	31	22	17	32	0
17	11	47	25	49	56	7	45
18	203	4	20	17	34	43	30
36	46	8	40	35	9	27	0
54	249	13	0	52	44	10	30
72	92	17	21	10	18	54	0
90	295	21	41	27	53	37	30
108	138	26	1	45	28	21	0
126	341	30	21	3	3	4	30
144	184	34	42	20	37	48	0
162	27	39	2	38	12	31	30
180	230	43	22	55	47	15	0
198	73	47	43	13	21	58	30
216	276	52	3	30	56	42	0
234	119	56	23	48	31	25	30
252	323	0	44	6	6	9	0
270	166	5	4	23	40	52	30
288	9	9	24	41	15	36	0
306	212	13	44	58	50	9	30
324	55	18	5	16	25	3	0
342	258	22	25	33	59	46	30
360	101	26	45	51	34	30	0
378	304	31	6	9	9	13	30
396	147	35	26	26	43	57	0
414	350	39	46	44	18	40	30
432	193	44	7	1	53	24	0
450	36	48	27	19	28	7	30
468	239	52	47	37	2	51	0
486	82	57	7	54	37	34	30
504	286	1	28	12	12	18	0
522	129	5	48	29	47	1	30
540	332	10	8	47	21	45	0
558	175	14	29	4	56	28	30
576	18	18	49	22	31	12	0
594	221	23	9	40	5	55	30
612	64	27	29	57	40	39	0
630	267	31	50	15	15	22	30
648	110	36	10	32	50	6	0
666	313	40	30	50	24	49	30
684	156	44	51	7	59	33	0
702	359	49	11	25	34	16	30
720	202	53	31	43	9	0	0
738	45	57	52	0	43	43	30
756	249	2	12	18	18	27	0
774	92	6	32	35	53	10	30
792	295	10	52	53	27	54	0
810	138	15	13	11	2	37	30

Conclusion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides observées : & en avons fait une table, selon le requis.

Proposition XXXIII.

Trouver le mouvement de Mars en son epicycle au temps donné, & en faire une table.

Le donné. Soit qu'on requerre de cognoistre le cours de Mars en son epicycle en un jour.

I. Operation.

Ceste premiere operation est posée devant la deuxiesme suivante, pour causes manifestes en la note de la 18 proposition.

Je cerche és Ephemerides deux oppositions de Mars au Soleil fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu au zodiaque ; car alors il faut que tant ses periodes en l'epicycle, que ceux du Soleil, soient parfaicts, afin de n'encourir aucun erreur par les eccentricitez, & n'avoir besoing de faire son compte avec le Soleil moyen : La premiere de telles oppositions, soit (je prens) celle qui eschoit le 12 Janvier 1568, l'autre le 15 Janvier 1600, entre lesquelles y a environ 32 ans, qui font 11691 jours, esquels Mars a autant fait de periodes qu'il y a eu d'oppositions, qui sont 15 en nombre, chacune de 360 degrez, qui font 5400 degrez : Parquoy je dis 11691 jours me donnent 5400 degrez, combien 1 jour ? vient pour le requis 27 (1) 42. 49. peu different de ce que trouvent *Copernic* & *Ptolemée*, en la suivante.

II. Operation.

Du moyen mouvement du Soleil, sur un jour faisant par la troisiesme proposition	0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Soustrait le moyen mouvement de Mars sur un jour, faisant aussi par la 32 proposition,	0 deg. 31. 26. 36. 53. 51. 33.
Reste pour le cours requis de Mars en son epicycle sur un jour	0 deg. 27. 41. 40. 19. 20. 58.

Dont la demonstration se tirera, par operation faite semblablement en Saturne à la 19 proposition.

Corollaire.

Le cours d'un jour estant comme dessus, il appert comment par iceluy on pourra faire des tables, comme ont esté faites celles du Soleil en la 3 proposition, ainsi que cy-dessous, afin que comme il arrive souvent à la pratique, on puisse trouver le cours de Mars en tout temps donné.

TABLE

TABLE DU COURS DE MARS EN SON EPICYCLE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	9	14	10	48	22
2	0	2	18	28	21	38	44
3	0	3	27	42	32	25	7
4	0	4	36	56	43	13	29
5	0	5	46	10	54	1	52
6	0	6	55	25	4	50	14
7	0	8	4	39	15	38	35
8	0	9	13	53	26	26	59
9	0	10	23	7	37	15	21
10	0	11	32	21	48	3	44
11	0	12	41	35	58	52	6
12	0	13	50	50	9	40	29
13	0	15	0	4	20	28	51
14	0	16	9	18	31	17	13
15	0	17	18	32	42	5	36
16	0	18	27	46	52	53	58
17	0	19	37	1	3	42	21
18	0	26	46	15	14	30	43
19	0	21	55	29	25	19	5
20	0	23	4	43	36	7	28
21	0	24	13	57	46	55	50
22	0	25	23	11	57	44	13
23	0	26	32	26	8	32	35
jours							
1	0	27	41	40	19	20	58
2	0	55	23	20	38	41	56
3	1	23	5	0	58	2	54
4	1	50	46	41	17	23	52
5	2	18	28	21	36	44	50
6	2	46	10	1	56	5	48
7	3	13	51	42	15	26	46
8	3	41	33	22	34	47	44
9	4	9	15	2	54	8	42
10	4	36	56	43	13	29	40
11	5	4	38	23	32	50	38
12	5	32	20	3	52	11	36
13	6	0	1	44	11	32	34
14	6	27	43	24	30	53	32
15	6	55	25	4	50	14	30
16	7	23	6	45	9	35	28
17	7	50	48	25	28	56	26
18	8	18	30	5	48	17	24
19	8	46	11	46	7	38	22
20	9	13	53	26	26	59	20
21	9	41	35	6	46	20	18
22	10	9	16	47	5	41	16
23	10	46	58	27	25	2	14
24	11	4	40	7	44	23	12
25	11	32	21	48	3	44	10
26	12	0	3	28	23	5	8
27	12	27	45	8	42	26	6
28	12	55	26	49	1	47	4
29	13	23	8	29	21	8	2
30	13	50	50	9	40	29	0
60	27	41	40	19	20	58	0
90	41	32	30	29	1	27	0
120	55	23	20	38	41	56	0
150	69	14	10	48	22	25	0
180	83	5	0	58	2	54	0
210	96	55	51	7	43	23	0
240	110	46	41	17	23	52	0
270	124	37	31	27	4	21	0
300	138	28	21	36	44	50	0
330	152	19	11	46	25	19	0
360	166	10	1	56	5	48	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	168	28	30	17	42	32	50
2	336	57	0	35	25	5	40
3	145	25	30	53	7	38	30
4	313	54	1	10	50	11	20
5	122	22	31	28	32	44	10
6	290	51	1	46	15	17	0
7	99	19	32	3	57	49	50
8	267	48	2	21	40	22	40
9	76	16	32	39	22	55	30
10	244	45	2	57	5	28	20
11	53	13	33	14	48	1	10
12	221	42	3	32	30	34	0
13	30	10	33	50	13	6	50
14	198	39	4	7	55	39	40
15	7	7	34	25	38	12	30
16	175	36	4	43	20	45	20
17	344	4	35	1	3	18	10
18	152	33	5	18	[illegible]	51	0
36	305	6	10	37	31	42	0
54	97	39	15	56	17	33	0
72	250	12	21	15	3	24	0
90	42	45	26	33	49	15	0
108	195	18	31	52	35	6	0
126	347	51	37	11	20	57	0
144	140	24	42	30	6	48	0
162	292	57	47	48	52	39	0
180	85	30	53	7	38	30	0
198	238	3	58	26	24	21	0
216	30	37	3	45	10	12	0
234	183	10	9	3	56	3	0
252	335	43	14	22	41	54	0
270	128	16	19	41	27	45	0
288	280	49	25	0	13	36	0
306	73	22	30	18	59	27	0
324	225	55	35	37	45	18	0
342	18	28	40	56	31	9	0
360	171	1	46	15	17	0	0
378	323	34	51	34	2	51	0
396	116	7	56	52	48	42	0
414	268	41	2	11	34	33	0
432	61	14	7	30	20	24	0
450	213	47	12	49	6	15	0
468	6	20	18	7	52	6	0
486	158	53	23	26	37	57	0
504	311	26	28	45	23	48	0
522	103	59	34	4	9	39	0
540	356	32	39	22	55	30	0
558	49	5	44	41	41	21	0
576	201	38	50	0	27	12	0
594	354	11	55	19	13	3	0
612	146	45	0	37	58	54	0
630	299	18	5	56	44	45	0
648	91	51	11	15	30	36	0
666	244	24	16	34	16	27	0
684	36	57	21	53	2	18	0
702	189	30	27	11	48	9	0
720	342	3	32	30	34	0	0
738	134	36	37	49	19	51	0
756	287	9	43	8	5	42	0
774	79	42	48	26	51	33	0
792	232	15	53	45	37	24	0
810	24	48	59	4	23	15	0

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Mars en son epicycle sur un temps donné, par les Ephemerides obseruées, selon le requis.

Proposition XXXIV.

Trouuer le mouuement de l'apogée du deferant de Mars par les Ephemerides obseruées.

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (lesquelles nous posons estre obseruées, comme a esté dit en la 1 proposition) sont trop courtes pour trouuer comme il faut le requis, je prendray en ayde les obseruations de *Ptolemée*, lequel au 7 chapitre de son 10 liure a trouué l'apogée du deferant de Mars au 115 deg. 30 ①: Mais il est trouué icy en la 31 proposition au 141 deg. 42 ①, qui auance sur l'autre poinct de 26 deg. 12 ①, & ce en 1450 ans enuiron: Par lequel on pourra auoir le cours de l'apogée en temps proposé: Comme si l'on proposoit tel temps estre 1 an, je dirois 1450 ans donnent 26 deg. 12 ①, combien 1 an? vient 1 ① 5 ②.

Conclusion. Nous auons donc trouué le cours de l'apogée de Mars par les Ephemerides obseruées, selon le requis.

Proposition XXXV.

Trouuer le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides obseruées.

Le cours de l'apogée du deferant de Mars est trouué estre en un an par la 34 proposition	1 ①, 5 ②.
Lequel osté du moyen mouuement de Mars, aussi sur un an Egyptien, faisant par la 32 proposition	191 deg. 17 ①.
Reste pour le requis, qui est le cours du centre de l'epicycle d'iceluy en un an Egyptien,	191 deg. 16 ①.

Et est manifeste qu'ainsi se trouuera le cours en tout temps proposé.

Conclusion. Nous auons donc trouué le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides obseruées, selon le dessein.

SIXIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

De l'inuention du cours de Venus par les Ephemerides obseruées.

Definition.

Venus, & Mercure sont dits matutins, lors qu'ils sont leuez deuant le Soleil: & vespertins, lors qu'ils se vont coucher apres le Soleil.

Car Venus & Mercure demeurent tousiours à l'entour du Soleil: tellement qu'on ne les voit qu'aucunesfois au matin, & aucunesfois au soir, comme il sera dit en la suiuante 36 proposition, d'où vient que les noms de matutins & vespertins leur ont esté imposez: Et pour plus ample declaration, est à sçauoir qu'estant plus auancez au zodiaque que le Soleil, ils sont vespertins, & au contraire matutins pour raisons manifestes.

Proposition XXXVI.

Declarer comment on remarque en gros le temps periodique de Venus auec ses retrogradations, & stations: aussi qu'elle circuit un epicycle.

Le dessein estant de recercher la qualité du cours de Venus par les Ephemerides obseruées (au lieu desquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raisons deduites en la 1 proposition) j'ay esgard à la 6 colomne, qui est celle de Venus, & remarque que jamais elle ne vient en opposition du Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure tousiours és enuirons du Soleil, tantost deuant, tantost derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 21 Decembre, je trouue sa majeure elongation vespertine de 47 degr. 29 ①, apres quoy elle commence à approcher le Soleil de plus en plus, jusques à ce qu'on la perde de veuë: Puis ayant esté en conjonction, sa longitude apparante deuient moindre que celle du Soleil, tellement qu'elle commence à luire le matin, s'esloignant du Soleil jusqu'au 19 May 1555, & estant venuë en son esloignement extreme, assauoir 45 deg. 46 ①, de là en auant s'approche du Soleil. Or de la susdite elongation extreme vespertine, jusques à la matutine y a 5 mois, & ceste matutine à la premiere suiuante eslongation vespertine, qui aduient au 28 Juillet 1556, y a un an & un peu plus que 2 mois: & ainsi se trouuent les mesmes interualles de temps en temps, puis apres.

Venus donc estant tousiours és enuirons du Soleil, tantost deuant, tantost derriere, aussi retrogradant, & estant quant & quant stationaire, semble à bon droit qu'elle circuise un epicycle, dont le centre est enuiron le Soleil, d'où l'on peut conclurre que le cours du centre de l'epicycle, est le mesme que celuy du Soleil: qui est journellement 59 ①. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troisiesme proposition, & partant la table du cours du Soleil seruira aussi pour Venus, toutesfois elle est encor escrite particulierement joignant la description d'icelle par aucuns, afin que tout soit par ordre, comme nous ferons aussi icy.

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE VENUS.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
jours							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	58	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	45	21	8	25
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	1	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	24	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0
270	294	21	24	5	8	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	13	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	59	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

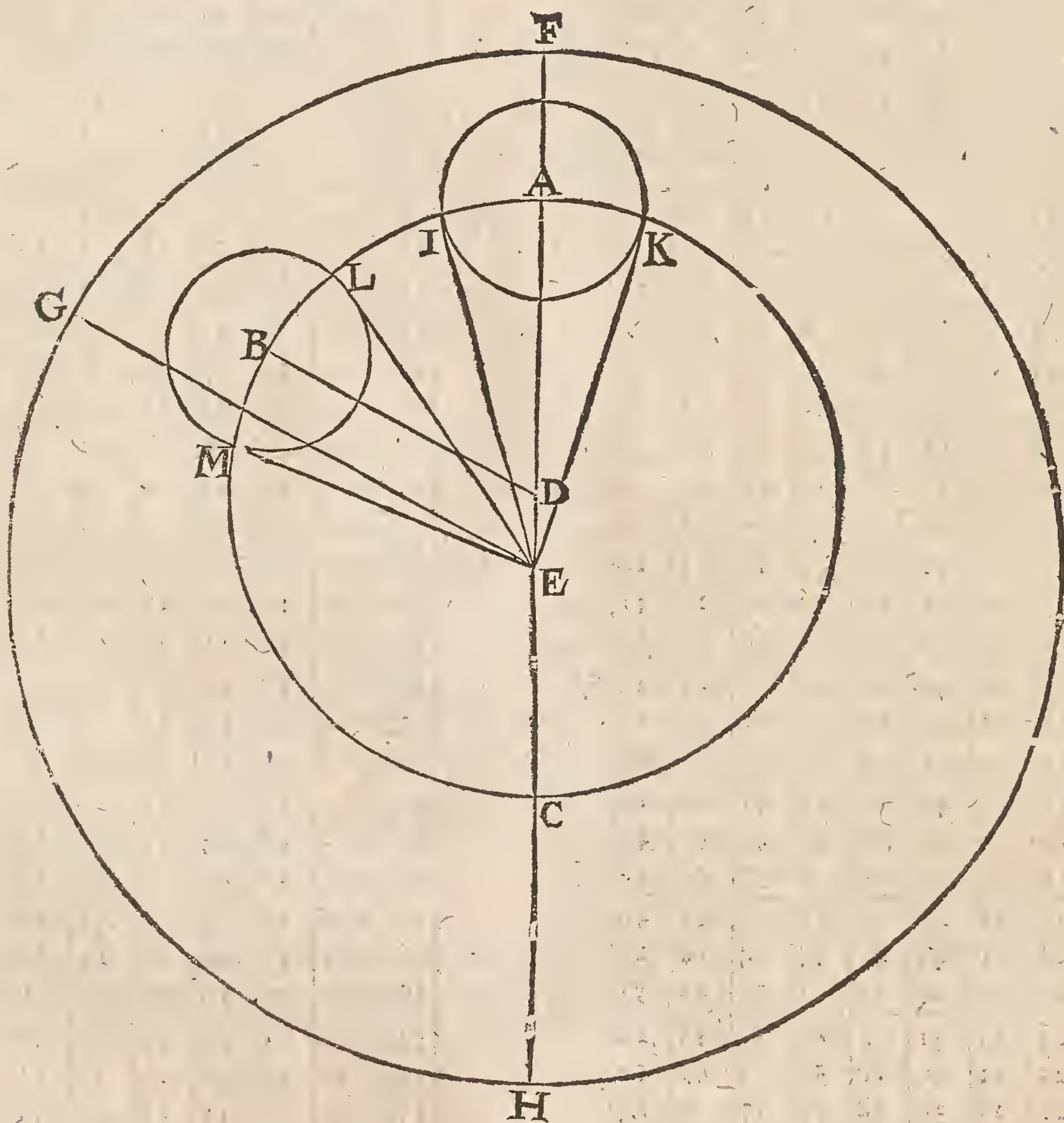
Notez aussi que Venus fait deux conjonctions avec le Soleil à chacun circuit, (differant en cela d'avec les autres planetes) l'une au milieu de son cours plus viste, l'autre environ le milieu de sa retrogradation, & ainsi consequemment : Comme par exemple, en la conjonction (posant qu'on l'eust peu voir alors) du 18 May 1554 elle faisoit ce jour-là 1 deg. 14 ①; mais en la suivante conjonction du 7 Mars 1555, elle estoit environ le milieu de sa retrogradation, qui dura depuis le 14 Fevrier jusques au 29 Mars, dont le milieu advient au susdit 7 Mars.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment on peut remarquer en gros le temps periodique de Venus, & qu'elle est stationaire & retrograde : aussi qu'elle circuit un epicycle, selon le requis.

Proposition XXXVII.

Declarer la qualité de l'extreme elongation de Venus, du Soleil moyen.

Veu que Venus n'est jamais en opposition avec le Soleil, par la 36 proposition, on ne pourra pas se servir d'oppositions d'icelle, comme on a fait avec les autres planetes precedentes. Secondement, combien que ses conjonctions soyent en ces Ephemerides, neantmoins il faut confesser que les Ephemerides observées ne les peuvent avoir, d'autant qu'on ne voit pas Venus : tellement qu'en ces rudimens il faudra poser que telles conjonctions ne sont pas escrites és Ephemerides. Et pour subvenir à tel defaut, on s'aidera icy des elongations extremes de Venus au Soleil moyen, dont la qualité ayant besoing de declaration, j'ay mis ceste proposition icy pour ce subject. Soit donc A B C deferant, D son centre, la terre E sur laquelle, comme centre, est descrit l'ecliptique FGH, puis A apogée, & F apogée apparant, C perigée, H perigée apparant, & sur A, comme centre, soit fait l'epicycle I K, & aussi sur B l'epicycle L M, & menée D B, à laquelle soit parallele E G, puis les 4 touchantes d'epicycles E I, E K, E L, E M és poincts I, K, L, M, comme les eslongations extremes de Venus, du Soleil moyen. Ce qu'estant ainsi, & l'epicycle ayant premierement esté en A, & le Soleil moyen en F; on voit que l'extreme eslongation vespertine de Venus



en I, du Soleil moyen en F, assavoir l'angle F E I egal à l'angle F E K; & ce d'autant que le centre d'epicycle A est à l'apogée du deferant : on voit que le mesme doit advenir au perigée C, assavoir angles egaux. Mais le centre d'epicycle estant en autre lieu qu'en A ou C, comme en B, alors la matutine eslongation extreme G E L sera majeure à la vespertine G E M : D'avantage, comme la matutine est la majeure au premier demicercle A B C, ainsi les vespertines seront majeures aux matutines au deuxiesme demicercle A C.

Conclusion. Nous avons donc declaré les qualitez des eslongations extremes de Venus au Soleil moyen, selon le requis.

Proposition XXXVIII.

Trouver la distance de Venus au Soleil moyen, en ses eslongations extremes, par les Ephemerides observées.

Soit qu'on commence à cercher le requis au 1 Fevrier 1554, trouvant Venus sous le 295 deg. 33 ①, & le vray Soleil sous le 322 degr. 2 ①, dont la difference est de 26 deg. 29 ① pour l'eslongation matutine de Venus audit jour, mais d'autant qu'elle n'est pas la plus grande, je cerche plus avant dans Mars ou Avril, où elle diminue journellement jusques en May, puis elle augmente jusques au 20 Decembre, où elle est esloignée de 47 deg. 29 ①, comme aussi sur le 21 & 22, desquels trois jours le 21

le 21 estant au milieu, je dis que le 21 Decemb. 1554 Venus estoit en son extreme eslongation du vray Soleil, & vespertine, d'autant que sa longitude apparante estoit alors d'avantage que celle du Soleil.

Alb. Girard.

Pour recercher és Ephemerides observées les eslongations extremes de Venus, ou de Mercure, il ne faut que cercher où est-ce que leur mouvement apparant est egal à l'apparant du Soleil; ce qui advient assez pres des stations, assavoir apres le commencement de la direction, ou devant le commencement de la retrogradation. Tellement que les eslongations extremes ne sont pas és stations, assavoir aux commencemens des directions ou retrogradations; car au mouvement de Venus il y a environ 52 jours plus ou moins, qui est la septieme partie d'un an.

Cela estant calculé avec le vray Soleil, il en faut faire maintenant de mesme avec le Soleil moyen, je dis donc à ceste fin;

L'apogée du deferant du Soleil est, par la 4 proposition, au 94 deg. 24 ①
Là mesme estoit le Soleil en ceste année 1554 le 17 Juin, duquel jusqu'au 21 Decembre y a 187 jours, cependant le moyen Soleil a couru 185 deg. 18 ①
Lesquels adjoustez à 94 deg. 24 ① vient 279 deg. 42 ①.

Pour cognoistre maintenant, quand c'est que Venus estoit la plus esloignée du Soleil moyen, je fais une table, & à ceste fin j'adjouste le cours du moyen Soleil en un jour, qui est de 59 ①, 8 ②, vient 280 deg. 41 ① pour le lieu du Soleil moyen, le 22 Decembre: & ainsi poursuivant 5 ou 6 jours en avant, ou autant qu'on trouvera estre necessaire: les disposant par ordre, y joignant les lieux de Venus, comme s'ensuit,

Decembre	*Soleil moyen*	*Venus*
21.	279 deg. 42	326 deg. 37
22.	280 deg. 41	327 deg. 38
23.	281 deg. 40	328 deg. 38
24.	282 deg. 39	329 deg. 39
25.	283 deg. 39	330 deg. 39
26.	284 deg. 38	331 deg. 39
27.	285 deg. 37	332 deg. 39
28.	286 deg. 36	333 deg. 40
29.	287 deg. 35	334 deg. 40
30.	288 deg. 34	335 deg. 40
31.	289 deg. 33	336 deg. 40
Ianvier		
1.	290 deg. 32	337 deg. 40
2.	291 deg. 31	338 deg. 36
3.	292 deg. 31	339 deg. 32

Ce que dessus sert comme d'une Ephemeride, & cerchant la plus grande eslongation, je la trouve estre au 1 Janvier 1555, pour la requise, de 47 deg. 8 ①, Venus vespertine estant au 337 deg. 40 ①.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la distance de Venus au Soleil moyen en ses eslongations extremes par les Ephem. observées, selon le requis.

Corollaire.

Il est evident comment par le precedent se dressera une table des eslongations extremes de Venus, tant matutines, que vespertines du moyen Soleil, autant qu'il s'en trouvera és Ephem. afin de s'en servir és operations qui se rencontrent, comme on voit en partie cy-dessous, & premierement du vray Soleil.

Ans		Extremes eslongations matut. de Venus & du vray Soleil.
1555.	19 May.	45 deg. 46
1556.	18 Decemb.	45 deg. 59
1558.	23 Juillet.	46 deg. 18
1560.	26 Feb.	46 deg. 4
1561.	2 Octob.	46 deg. 18
1563.	15 May.	45 deg. 38
1564.	15 Decemb.	46 deg. 3
1566.	21 Juillet.	42 deg. 2
1568.	1 Mars.	45 deg. 43
1569.	30 Sept.	46 deg. 19
1571.	9 May.	45 deg. 46
1572.	13 Decemb.	46 deg. 7
1574.	21 Juillet.	46 deg. 8
1576.	27 Feb.	45 deg. 40
1577.	27 Feb.	46 deg. 15

Ans		Extremes eslongations vespertin. de Venus & du vray Soleil.
1554.	21 Decemb.	47 deg. 29
1556.	28 Juillet.	45 deg. 1
1558.	1 Mars.	45 deg. 59
1559.	4 Octob.	47 deg. 6
1561.	13 May.	44 deg. 53
1562.	20 Decemb.	47 deg. 32
1564.	26 Juillet.	44 deg. 42
1566.	1 Mars.	46 deg. 5
1594.	14 Decemb.	46 deg. 51
1602.	3 Decemb.	47 deg. 4

Ces eslongations extremes de Venus & du vray Soleil estant ainsi posées, je cerche (selon la doctrine de ceste proposition) par chacune d'icelles les extremes eslongations du moyen Soleil, lesquelles puis apres je reduis en ordre comme cy-dessous.

TABLE DES EXTREMES ESLONGATIONS de Venus & du Soleil moyen.

Ans		Extremes eslongations de Venus matut. & du Soleil moyen.
1555.	24 May.	44 deg. 33
1556.	15 Decemb.	46 deg. 20
1558.	25 Juillet.	46 deg. 56
1560.	28 Feb.	44 deg. 8
1561.	2 Octob.	48 deg. 28
1563.	20 May.	44 deg. 21
1564.	7 Decemb.	46 deg. 30
1566.	23 Juill.	46 deg. 39
1568.	1 Mars.	43 deg. 48
1569.	30 Septemb.	48 deg. 26
1571.	15 May.	43 deg. 48
1572.	12 Decemb.	45 deg. 27
1574.	24 Juill.	46 deg. 36
1576.	25 Feb.	43 deg. 47
1577.	27 Sept.	48 deg. 24

Ans		Extremes eslongations de Venus vespertine & du Soleil moyen.
1555.	1 Janv.	47 deg. 8
1556.	27 Juill.	43 deg. 49
1558.	2 Mars.	47 deg. 26
1559.	4 Octob.	45 deg. 24
1561.	12 May.	45 deg. 47
1562.	22 Decemb.	46 deg. 58
1564.	23 Juill.	43 deg. 37
1566.	1 Mars.	47 deg. 28
1594.	17 Decemb.	46 deg. 53
1602.	12 Decemb.	47 deg. 17

Pro-

PROPOSITION XXXIX.

Declarer comment on remarque que le deferant de Venus est eccentrique, par les Ephemerides observées.

Si les eslongations extremes de Venus & du Soleil moyen, estoyent trouvées egales par tout, ce seroit un signe, que le deferant seroit concentrique, & par consequent nul apogée ou perigée: mais le contraire venant, comme il appert par le coroll. de la 38 prop. où les eslongations extremes assemblées, & tirées des Ephem. sont fort diverses.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment, &c.

PROPOSITION XL.

Trouver la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus, par les Ephem. observées.

On verra au corollaire de la 38 prop. les extremes eslongations, où il y en a 2 egales, l'une matutine, l'autre vespertine; & que le Soleil moyen ayt esté en un mesme poinct de l'Ecliptique: Alors le lieu du Soleil moyen sera l'apogée ou le perigée apparant. Puis cerchant encor deux autres egales eslongations, l'une matutine, l'autre vespertine, où le Soleil moyen ayt esté en un mesme poinct, opposite au precedent; & l'ayant trouvé, le lieu du Soleil moyen sera l'apogée ou perigée apparant, assavoir l'apogée, si les deux derniers angles d'eslongations sont moindres, que la premiere pair; mais le perigée, s'ils sont plus grands.

Je donnerois exemple de ce qui a esté dit jusqu'icy, cerchant en la table du corollaire de la 38 proposition, deux eslongations egales & diverses, ayant esté le Soleil moyen en un mesme poinct: Mais n'y en ayant pas assez pour en dõner exemple, & n'ayant pas le loisir d'en escrire davantage, je le laisseray, puis qu'il suffit que la chose est assez bien donnée à cognoistre, & que la fin principale de cecy n'est pas de trouver les lieux des Planetes avec grande exactitude, comme a esté dit autre part, mais seulement pour declarer la regle generale comment on feroit, si ayant assez d'Ephemerides observées, au lieu des anciennes perdues, pour remettre la science sur pied. Mais d'autant qu'on pourroit avoir le requis encor autrement, si l'on pouvoit voir Venus en conjonction avec le Soleil, comme *Averrois* dit avoir veu Mercure (par laquelle on en pourroit avoir plus de certitude, si les hommes pouvoyent parvenir en un tel pouvoir de regarder les astres, comme il semble avoir esté autrefois chez ceux, desquels est venu ce mot de *sterooging*, qui signifie une grande acuité de veuë en l'observation des astres) & par telles observations ayant redigé par escrit les conjonctions de Venus & du Soleil moyen, on pourroit par autre voye que la precedente, trouver l'apogée & perigée de Venus, assavoir, comme a esté fait, avec les autres Planetes: Comme par exemple, prenant que les conjonctions de Venus & du Soleil és Ephemerides de *Stadius* ayent esté observées: & cerchant une telle conjonction qu'en chaque deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, il y ait deux eslongations du Soleil egales & diverses, assavoir l'une matutine, l'autre vespertine (car ce seroit un argument que telle conjonction seroit environ l'apogée ou perigée du deferant, comme il a esté dit semblablement & plus clairement en la 17 propos. touchant Saturne) je la trouve assez pres du 4 Decembre 1603 au 262 deg. car un an auparavant, assavoir au 4 Decembre 1602, son eslongation vespertine estoit 48 deg. 2 (1); Et un an apres, assavoir le 3 Decembre 1604, la matutine estoit de 46 deg 53 (1), qui ne different que de 1 deg. 9 (1) seulement. Et faisant de mesme à deux ans devant & apres, on trouve la matutine sur le 4 Decemb. 1601 de 36 deg. 9 (1), & la vespertine sur le 3 Decembre de 36 deg. 12 (1), differant seulement de 3 (1): faisant aussi de mesme à 3 ans devant & apres, on trouve seulement difference de 1 deg. 3 (1): veu donc que le perigée a esté trouvé comme devant au 262 deg. son poinct opposite seroit au 82 deg. Mais cecy est fait avec le vray Soleil par exemple, ce qui devroit estre fait avec le Soleil moyen: Ce que faisant l'apogée devroit estre trouvé au 76 deg. 20 (1), car *Stadius* les a calculées là dessus: donc ce 76 deg. 20 (1) nous le tiendrons pour le requis.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus par les Ephem. observées, selon le dessein.

PROPOSITION XLI.

Trouver le cours de Venus en son epicycle en temps donné, & en faire des tables.

Je cerche au corollaire de la 38 prop. en la table des eslongations extremes, deux egales eslongations, semblables, assavoir toutes deux matutines, ou toutes deux vespertines, & icelles de mesme longitude, car par tel moyen les periodes de Venus en l'epicycle sont parfaits en un temps cognu, sans que les eccentricitez de Venus & du Soleil y apportent aucun erreur: Ces deux eslongations estant plus esloignées causeront tant plus parfaite conclusion, pour les raisons deduites cy-devant. L'une desquelles je trouve au plus pres en l'an 1558 le 2 Mars, de 47 deg. 46 (1): l'autre en l'an 1566 le 1 Mars de 47 deg. 28 (1), par ainsi il n'y a que 2 (1) seulement par dessus les periodes parfaits en l'epicycle: Il y a 8 ans Egyptiens d'une observation à l'autre & 1 jour, auquel temps on remarque és Ephemerides que Venus a fait 5 revolutions en son epicycle, & encor le susdit restant de 2 (1): partant je dis, 8 ans Egyptiens & 1 jour, qui font 2921 jours, donnent 5 revolutions 2 (1), combien 1 jour? viendra 36 (1), 58 (2): Ce qui differe peu des positions de *Ptolemée* & *Copernic*, assavoir de 36 (1), 59 (2).

Ayant donc le cours en un jour il est manifeste comment on fera des tables là dessus (comme on a fait du Soleil en la 3 prop.) du cours de Venus en son epicycle en temps donné, comme il se rencontre le plus souvent en la pratique: Mais toutesfois nous prendrons celles de *Ptolemée* comme autrefois.

TABLE

TABLE DU COURS DE VENUS EN SON EPICYCLE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	32	28	34	42	58
2	0	3	4	57	9	25	57
3	0	4	37	25	44	8	56
4	0	6	9	54	18	51	54
5	0	7	42	22	53	34	53
6	0	9	14	51	28	17	52
7	0	10	47	20	3	0	50
8	0	12	19	48	37	43	49
9	0	13	52	17	12	26	48
10	0	15	24	45	47	9	46
11	0	16	57	14	21	52	45
12	0	18	29	42	56	35	44
13	0	20	2	11	31	18	42
14	0	21	34	40	6	1	41
15	0	23	7	8	40	44	40
16	0	24	39	37	15	27	38
17	0	26	12	5	50	10	37
18	0	27	44	34	24	53	36
19	0	29	17	2	59	36	34
20	0	30	49	31	34	19	33
21	0	32	22	0	9	2	32
22	0	33	54	28	43	45	30
23	0	35	26	57	18	28	29
jours							
1	0	36	59	25	53	11	28
2	1	13	58	51	46	22	56
3	1	50	58	17	39	34	24
4	2	27	57	43	32	45	52
5	3	4	57	9	25	57	20
6	3	41	56	35	19	8	48
7	4	18	56	1	12	20	16
8	4	55	55	27	5	31	44
9	5	32	54	52	58	43	12
10	6	9	54	18	51	54	40
11	6	46	53	44	45	6	8
12	7	23	53	10	38	17	36
13	8	0	52	36	31	29	4
14	8	37	52	2	24	40	32
15	9	14	51	28	17	52	0
16	9	51	50	54	11	3	28
17	10	28	50	20	4	14	56
18	11	5	49	45	57	26	24
19	11	42	49	11	50	37	52
20	12	19	48	37	43	49	20
21	12	56	48	3	37	0	48
22	13	33	47	29	30	12	16
23	14	10	46	55	23	23	44
24	14	47	46	21	16	35	12
25	15	24	45	47	9	46	40
26	16	1	45	13	2	58	8
27	16	38	44	38	56	9	36
28	17	15	44	4	49	21	4
29	17	52	43	30	42	32	32
30	18	29	42	56	35	44	0
60	36	59	25	53	11	28	0
90	55	29	8	49	47	12	0
120	73	58	51	46	22	56	0
150	92	28	34	42	58	40	0
180	110	58	17	39	34	24	0
210	129	28	0	36	10	8	0
240	147	57	43	32	45	52	0
270	166	27	26	29	21	36	0
300	184	57	9	25	57	20	0
330	203	26	52	22	33	4	0
360	221	56	35	19	8	48	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	225	1	32	28	34	39	15
2	90	3	4	57	9	18	30
3	315	4	37	25	43	57	45
4	180	6	9	54	18	37	0
5	45	7	42	22	53	16	15
6	270	9	14	51	27	55	30
7	135	10	47	20	2	34	45
8	0	12	19	48	37	14	0
9	225	13	52	17	11	53	15
10	90	15	24	45	46	32	30
11	315	16	57	14	21	11	45
12	180	18	29	42	55	51	0
13	45	20	2	11	30	30	15
14	270	21	34	40	5	9	30
15	135	23	7	8	39	48	45
16	0	24	39	37	14	28	0
17	225	26	12	5	49	7	15
18	90	27	44	34	23	46	30
36	180	55	29	8	47	33	0
54	271	23	13	43	11	19	30
72	1	50	58	17	35	6	0
90	92	18	42	51	58	52	30
108	182	46	27	26	22	39	0
126	273	14	12	0	46	25	30
144	3	41	56	35	10	12	0
162	94	9	41	9	33	58	30
180	184	37	25	43	57	45	0
198	275	5	10	18	21	31	30
216	5	32	54	52	45	18	0
234	96	0	39	27	9	4	30
252	186	28	24	1	32	51	0
270	276	56	8	35	56	37	30
288	7	23	53	10	20	24	0
306	97	51	37	44	44	10	30
324	188	19	22	19	7	57	0
342	278	47	6	53	31	43	30
360	9	14	51	27	55	30	0
378	99	42	36	2	19	16	30
396	190	10	20	36	43	3	0
414	280	38	5	11	6	49	30
432	11	5	49	45	30	36	0
450	101	33	34	19	54	22	30
468	192	1	18	54	18	9	0
486	282	29	3	28	41	55	30
504	12	56	48	3	5	42	0
522	103	24	32	37	29	28	30
540	193	52	17	11	53	15	0
558	284	20	1	46	17	1	30
576	14	47	46	20	40	48	0
594	105	15	30	55	4	34	30
612	195	43	15	29	28	21	0
630	286	11	0	3	52	7	30
648	16	38	44	38	15	54	0
666	107	6	29	12	39	40	30
684	197	34	13	47	3	27	0
702	288	1	58	21	27	13	30
720	18	29	42	55	51	0	0
738	108	57	27	30	14	46	30
756	199	25	12	4	38	33	0
774	289	52	56	39	2	19	30
792	20	20	41	13	26	6	0
810	110	48	25	47	49	52	30

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Venus en son epicycle sur un temps donné, par les Ephemerides obseruées, & fait des tables, selon le requis.

PROPOSITION XLII.

Trouver le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides obseruées.

D'autant que les tables de *Stadius* (que nous prenons pour obseruées, selon ce qui a esté dit en la 1 proposition) sont trop courtes pour par ce moyen trouver le requis, je prendray en ayde les obseruations de *Ptolemée*, au 2 chapitre de son 10 livre, trouvant l'apogée du deferant de Venus au 55 degr. Mais nous l'avons trouvé en la 40 proposition au 76 degr. 20 ①, qui sont 21 degr. 20 ① d'avantage en 1450 ans : Par ceste raison on trouvera le cours de l'apogée en temps donné quelconque : comme soit en un an, on dira 1450 ans donnent 21 deg. 20 ①, combien 1 an? vient 53 ②.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides obseruées, selon le requis.

PROPOSITION XLIII.

Trouver le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides obseruées.

Le cours de l'apogée du deferant de Venus est, par la 42 proposition, en un an	0 deg. 0 ①, 53 ②.
Le mesme osté du moyen mouvement de Venus, ou du Soleil en un an, assavoir un an Egyptien, faisant par la 3 proposition	359 deg. 45 ①.
Reste pour le mouvement requis du centre de l'epicycle en un an Egyptien,	359 deg. 44 ①.

Tellement qu'ainsi est manifeste comment on trouvera le cours en tout temps proposé.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides obseruées, selon le requis.

SEPTIESME DISTINCTION DU PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Mercure par les Ephemerides obseruées.

Devant que de venir à la chose mesme, je diray que le cours de Mercure est de mesme qualité que celuy de Venus, se mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, different seulement en quantité, assavoir qu'il est plus frequent en ses periodes, & ayant aussi d'autre eccentricité, & choses semblables. Ce qu'estant dit icy, chacun pourroit de soy mesme entendre tout le mouvement de Mercure par celuy de Venus. Toutefois pour plus ample declaration, je descriray icy ce qui m'est advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil à celuy de Venus.

PROPOSITION XLIV.

Declarer comment par les Ephemerides obseruées, on remarque le temps periodique de Mercure en gros : avec la qualité de sa retrogradation, & station : aussi qu'il tourne en un epicycle.

Le dessein estant de recercher la qualité du cours de Mercure par les Ephemerides obseruées (au lieu desquelles nous prenons les calculées de *Stadius*, pour les raisons deduites en la 1 proposition) j'ay donc esgard à la 7 colomne, qui est celle de Mercure, & remarque que jamais il ne vient en opposition avec le Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure tousiours és environs du Soleil, tantost devant, tantost derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 7 Janvier, je trouve sa majeure eslongation vespertine de 18 degr. 2 ①, apres quoy il commence d'approcher le Soleil de plus en plus, jusques à ce qu'on le perde de veuë : Puis ayant esté en conjonction, sa longitude apparante devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'il commence à luire le matin, s'esloignant du Soleil jusqu'au 20 Fevrier 1554, & estant venu en son extreme eslongation, assavoir de 28 deg. 13 ①, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la susdite eslongation extreme vespertine, jusques à la matutine y a environ 7 sepmaines, & de ceste matutine à la premiere suivante eslongation vespertine, qui advient le 4 May 1554, y a environ 10 sepmaines, & ainsi se trouvent les mesmes intervalles de temps en temps, puis apres.

Donc Mercure estant tousiours és environs du Soleil, tantost devant, tantost derriere, retrogradant, & estant aussi stationaire, on recognoist qu'il circuit un epicycle, dont le centre est environ le Soleil : qui est journellement 59 ①. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troisiesme proposition, & partant la table du cours du Soleil servira aussi pour Mercure, toutesfois elle est encor escrite particulierement joignant la description par aucuns, afin que tout soit en tant meilleur ordre, comme nous ferons icy.

TABLE

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE MERCURE.

heur.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
jours							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	59	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	359	45	24	45	21	8	35
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	24	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0
270	294	21	24	5	8	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	264	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	13	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	59	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

Notez encore que Mercure en chacun circuit qu'il fait en l'epicycle, fait deux conjonctions avec le Soleil (comme aussi fait Venus, lesquels en cela different des autres planetes) l'une en sa direction plus viste, l'autre au milieu de sa retrogradation, puis apres une autre en sa direction plus viste, & ainsi consecutivement. Comme par exemple, en la conjonction du 1 Avril 1554 (posant qu'on l'eust sceu voir) il courut ce jour-là 1 deg. 54 ① qui est le mouvement le plus viste qu'il fist en ceste revolution-là: Mais en la conjonction suivante le 26 May 1554, il estoit au milieu de sa retrogradation, laquelle dura dù 16 May, jusqu'au 7 Juin, & le milieu eschoit environ le susdit 26 May.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment on remarque par les Ephemerides observées en gros le temps periodique de Mercure, avec la qualité de sa retrogradation & station: Aussi qu'il circuit un epicycle, selon le requis.

Notez.

Veu que la qualité du cours de Mercure est semblable à celle de Venus, il ne sera pas necessaire d'escrire icy les mesmes propositions, comme les 38 & 39 propositions de Venus: Mais la maniere de trouver les eslongations extremes de Mercure par celles de Venus en la 38 proposition estant cognuë; je les colligeray en forme de table, comme au corollaire de ladite 38 proposition.

TABLE DES ESLONGATIONS EXTREMES de Mercure & du Soleil moyen.

Ans		Eslongations extremes de Mercure matut. & du Soleil moyen.
1554.	20 Fevr.	25 deg. 57
1554.	18 Juin.	21 deg. 55
1554.	14 Octob.	18 deg. 1
1555.	3 Fevr.	25 deg. 30
1555.	29 May.	22 deg. 12
1555.	25 Sept.	18 deg. 52
1556.	18 Janv.	24 deg. 22
1556.	12 May.	23 deg. 9

Ans		Eslongations extremes de Mercure vespertin & du Soleil moyen.
1554.	8 Janv.	19 deg. 17
1554.	4 May.	23 deg. 28
1554.	31 Aoust.	24 deg. 59
1554.	23 Decemb.	18 deg. 55
1555.	17 Avril.	22 deg. 31
1557.	21 Octob.	18 deg. 19
1587.	20 Decemb.	18 deg. 58

Proposition XLV.

Declarer comment par les Ephem. observées, on remarque que le deferant de Mercure est eccentrique.

Si les extremes eslongations de Mercure & du Soleil moyen estoient de tous costez egales, ce seroit un argument certain que le deferant seroit concentrique, ce qui est contraire à la note de la 44 prop. où les extremes eslongations colligées sont fort differentes.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées, &c.

Proposition XLVI.

Trouver la longitude apparante de l'apogée & perigée de Mercure par les Ephemerides observées.

On verra en la note de la 44 proposition, recerchant deux eslongations egales, & diverses, assavoir l'une matutine, l'autre vespertine, esquelles le Soleil moyen ayt esté sous un mesme poinct en l'ecliptique, alors le lieu du Soleil moyen sera l'apogée ou perigée apparant: assavoir l'apogée, si les deux dernieres eslongations sont moindres que de la premiere paire; mais le perigée, si elles sont plus grandes.

Je donnerois exemple de cecy en cerchant en la table de la note de la 44 proposition deux eslongations egales, où le Soleil moyen se trouvast à chaque fois en un mesme poinct de l'ecliptique, l'une matutine, l'autre vespertine: Mais d'autant qu'il n'y en a pas assez pour nous servir en cest exemple, & que le prolongement de telles tables requierent plus de temps que je n'en ay pour employer à cela, aussi que la principale fin n'est pas de trouver les vrais lieux des Planetes si precisement, comme il a esté dit ailleurs; mais seulement pour declarer la regle generale, comment on fera alors qu'on aura des Ephemerides observées à suffisance, au lieu des anciennes qui sont perduës. Or pource que le requis se pourroit encor resoudre autrement, si on pouvoit recognoistre Mercure en sa conjonction au devant du Soleil, comme *Averroes* dit l'y avoir veu, & par telles observations redigées en escrit, remettre les conjonctions de Mercure avec le Soleil moyen; par tel moyen se trouveroit l'apogée & perigée du deferant de Mercure, comme a esté fait és autres planetes. Par exemple, posant que les conjonctions de Mercure & du Soleil qui sont és Ephemerides de *Stadius* soyent ainsi observées, j'en cercherois une qui en chaque deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, ainsi que les eslongations du Soleil soient egales tant matutines, que vespertines (car telle place se trouveroit estre environ l'apogée & perigée du deferant, ce qui se peut entendre par la similitude & convenance qu'il y a entre ceste proposition & la 17 touchant Saturne) & en trouverois une telle environ le 10 May 1568, sous le 59 deg. car un an devant, assavoir le 10 May 1567, son eslongation vespertine estoit 22 degr. 4 ①; & un an apres, assavoir le 11 May 1569, la matutine estoit 23 deg. 58 ①, seulement differente de l'autre de 1 deg. 54 ①: faisant le semblable de 6 mois devant & apres, on trouve la matutine estre au 10 Novembre 1567 de 5 deg. 26 ①; la vespertine au 8 Novembre 1568 de 3 deg. 58 ①, differente seulement de l'autre de 1 deg. 28 ①. Or donc veu que l'apogée est trouvé comme devant au 59 deg. le poinct opposite, qui est le perigée, sera au 239 deg. Toutefois cecy est fait par exemple avec le vray Soleil, ce qui se doit faire pour les raisons desja dites avec le Soleil moyen: Alors on trouveroit que l'apogée seroit au 59 deg. 51 ①, & aussi les Ephemerides de *Stadius* sont faites là dessus: parquoy nous tiendrons 59 deg. 51 ① pour le lieu de l'apogée requis.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Mercure par les Ephem. observées, selon le requis.

Proposition XLVII.

Trouver le cours de Mercure en son epicycle au temps donné, par les Ephemerides observées, & puis en construire une table.

Je cerche à la note de la 44 proposit. en la table des eslongations extremes, deux egales & toutes deux vespertines, ou bien matutines, en mesme latitude, car ainsi en temps cognu les periodes de Mercure en son epicycle sont parfaits, sans estre envellopez de l'eccentricité des deferants ny de Mercure ny du Soleil; & tant plus elles sont distantes l'une de l'autre, & tant plus precisement on aura le requis, comme il a esté dit plus amplement cy-devant. L'une de telles se trouve assez pres en l'an 1554 au 23 Decembre de 18 deg. 55 ①: l'autre en l'an 1587 le 20 Decembre, de 18 deg. 58 ①; tellement qu'il y a 3 ① au dessus de ses revolutions parfaites en l'epicycle : Or entre ces deux observations y a 33 ans Egyptiens & 5 jours, auquel temps Mercure se trouve avoir fait, comme on voit aux Ephemerides, 104 revolutions & les susdits 3 ①: Partant je dis 33 ans Egyptiens & 5 jours, ou 12050 jours donnent 104 revolutions & 3 ①, combien 1 jour? vient 3 deg. 6 ①, 25 ②, peu differant des positions de *Ptolemée & Copernic*, 3 deg. 6 ① 24 ②.

Donc ayant le cours d'un jour, comme dessus, il est manifeste comment on fera des tables, comme ont esté faites celles du Soleil en la 3 proposition; afin que par une facilité on puisse calculer le cours de Mercure en son epicycle au temps donné, ce qui advient souventesfois en la pratique : Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée* pour causes cy-devant notoires, elles seront descrites comme s'ensuit.

TABLE DU COURS DE MERCURE

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	7	46	0	17	28	59
2	0	15	32	0	34	57	59
3	0	23	18	0	52	26	58
4	0	31	4	1	9	55	58
5	0	38	58	1	27	24	57
6	0	46	36	1	44	53	57
7	0	54	22	2	2	22	57
8	1	2	8	2	19	51	56
9	1	9	54	2	37	20	56
10	1	17	40	2	54	49	55
11	1	25	26	3	12	18	55
12	1	33	12	3	29	47	55
13	1	40	58	3	47	16	54
14	1	48	44	4	4	45	54
15	1	56	30	4	22	14	53
16	2	4	16	4	39	43	53
17	2	12	2	4	57	12	52
18	2	19	48	5	14	41	52
19	2	27	34	5	32	10	52
20	2	35	20	5	49	39	51
21	2	43	6	6	7	8	51
22	2	50	52	6	24	37	50
23	2	58	38	6	41	6	50
jours							
1	3	6	24	6	59	35	50
2	6	12	48	13	59	11	40
3	9	19	12	20	58	47	30
4	12	25	36	27	58	23	20
5	15	32	0	34	57	59	10
6	18	38	24	41	57	35	0
7	21	44	48	48	57	10	50
8	24	51	12	55	56	46	40
9	27	57	37	2	56	22	30
10	31	4	1	9	55	58	20
11	34	10	25	16	55	34	10
12	37	16	49	23	55	10	0
13	40	23	13	30	54	45	50
14	43	29	37	37	54	21	40
15	46	36	1	44	53	57	30
16	49	42	25	51	53	33	20
17	52	48	49	58	53	9	10
18	55	55	14	5	52	45	0
19	59	1	38	12	52	20	50
20	62	8	2	19	51	56	40
21	65	14	26	26	51	32	30
22	68	20	50	33	51	8	20
23	71	27	14	40	50	44	10
24	74	33	38	47	50	20	0
25	77	40	2	54	49	55	50
26	80	46	27	1	49	31	40
27	83	52	51	8	49	7	30
28	86	59	15	15	48	43	20
29	90	5	39	22	48	19	10
30	93	12	3	29	47	55	0
60	186	24	6	59	35	50	0
90	279	36	10	29	23	45	0
120	12	48	13	59	11	40	0
150	106	0	17	28	59	35	0
180	199	12	20	58	47	30	0
210	292	24	24	28	35	25	0
240	25	36	27	58	23	20	0
270	118	48	31	28	11	15	0
300	212	0	34	57	59	10	0
330	305	12	38	27	47	5	0
360	38	24	41	57	35	0	0

EN SON EPICYCLE.

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	53	56	42	32	32	59	10
2	107	53	25	5	5	58	20
3	161	50	7	37	38	57	30
4	215	46	50	10	11	56	40
5	269	43	32	42	44	55	50
6	323	40	15	15	17	55	0
7	17	36	57	47	50	54	10
8	71	33	40	20	23	53	20
9	125	30	22	52	56	52	30
10	179	27	5	25	29	51	40
11	233	23	47	58	2	50	50
12	287	20	30	30	35	50	0
13	341	17	13	3	8	49	10
14	35	13	55	35	41	48	20
15	89	10	38	8	14	47	30
16	143	7	20	40	47	46	40
17	197	4	3	13	20	45	50
18	251	0	45	45	53	45	0
36	142	1	31	31	47	30	0
54	33	2	17	17	41	15	0
72	284	3	3	3	35	0	0
90	175	3	48	49	28	45	0
108	66	4	34	35	22	30	0
126	317	5	20	21	16	15	0
144	208	6	6	7	10	0	0
162	99	6	51	53	3	45	0
180	350	7	37	38	57	30	0
198	241	8	23	24	51	15	0
216	132	9	9	10	45	0	0
234	23	9	54	56	38	45	0
252	274	10	40	42	32	30	0
270	165	11	26	28	26	15	0
288	56	12	12	14	20	0	0
306	307	12	58	0	13	45	0
324	198	13	43	46	7	30	0
342	89	14	29	32	1	15	0
360	340	15	15	17	55	0	0
378	231	16	1	3	48	45	0
396	122	16	46	49	42	30	0
414	13	17	32	35	36	15	0
432	264	18	18	21	30	0	0
450	155	19	4	7	23	45	0
468	46	19	49	53	17	30	0
486	297	20	35	39	11	15	0
504	188	21	21	25	5	0	0
522	79	22	7	10	58	45	0
540	330	22	52	56	52	30	0
558	221	23	38	42	46	15	0
576	112	24	24	28	40	0	0
594	3	25	10	14	33	45	0
612	254	25	56	0	27	30	0
630	145	26	41	46	21	15	0
648	36	27	27	32	15	0	0
666	287	28	13	18	8	45	0
684	178	28	59	4	2	30	0
702	69	29	44	49	56	15	0
720	320	30	30	35	50	0	0
738	211	31	16	21	46	45	0
756	102	32	2	7	37	30	0
774	353	32	47	53	31	15	0
792	244	33	33	39	25	0	0
810	135	34	19	25	18	45	0

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Mercure en son epicycle au temps donné, par les Ephem. obſervées : & en avons fait une table, ſelon le requis.

Proposition XLVIII.

Trouver par les Ephemerides obſervées le cours de l'apogée du deferant de Mercure.

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (leſquelles nous ſuppoſons eſtre obſervées par ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour reſoudre comme il appartient le requis, je prendray les obſervations de *Ptolemée*, comme il eſcrit au ſeptieſme chap. de ſon livre neufieſme, trouvant l'apogée du deferant de Mercure au 10 deg. de l'ecliptique : or nous l'avons trouvé en la 46 propoſition au 59 deg. 51①, qui ſont 49 deg. 51① d'avance : donc l'apogée eſt ſelon ce compte avancé d'autant en 1450 ans environ : Par tel moyen ſe trouvera le cours dudit apogée en tout temps propoſé. Soit qu'on le vueille trouver en un an, je dis 1450 ans donnent 59 degr. 51①, combien un an? viennent 2 degrez 28①36②.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Mercure par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

Proposition XLIX.

Trouver le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Mercure eſt par la 48 propoſition en un an	2 deg. 28.36.
Iceluy ſouſtrait du moyen mouvement de Mercure, ou du Soleil, par la 3 propoſition en 1 an	359 deg. 45①.
Reſte pour le cours requis du centre d'epicycle en un an Egyptien	357 deg. 16①.

Et de meſme ſe trouvera-il en quel temps on voudra.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

HUICTIESME DISTINCTION DU PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours des Eſtoiles fixes.

Proposition L.

Declarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque que les Eſtoiles fixes ſont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne ſur l'axe de l'ecliptique.

D'autant que ce mouvement eſt ſi lent, qu'on n'y en peut gueres remarquer au temps des Ephemerides de *Stadius*, qui ne durent que 52 ans, nous prendrons icy, & en la ſuivante 51 propoſition, les eſcrits de *Ptolemée* touchant les lieux des Eſtoiles fixes, prenant par exemple que ſes eſcrits & ceux de *Stadius* ſoyent des Ephemerides obſervées.

Ce qu'eſtant ainſi, & que les Eſtoiles fixes ſont auſſi diſtantes l'une de l'autre és Ephem. de *Stadius*, que du temps de *Ptolemée*, comme on peut voir en ſon 7 livre, chap. 5. & que celles qui eſtoyent en ligne droite alors y ſont encore preſentement, combien qu'il y ayt plus de 1400 ans paſſez, d'où l'on conclud qu'elles ſont fixes.

Mais combien que leurs latitudes ſoyent les meſmes, toutesfois leurs longitudes & declinaiſons changent, d'où

d'où se conclud que leur ciel entier, tourne sur l'axe de l'ecliptique: Car par exemple, l'Espic de la vierge avoit selon *Ptolemée* 2 deg. 10 (1) de latitude meridionale, ce qui est aussi de mesme és Ephemerides de *Stadius*: mais sa longitude est en *Ptolemée* de 176 deg. 40 (1), & en *Stadius* 197 deg. 38 (1): Et aussi sa declinaison est chez *Ptolemée* (au 3 chap. du 7 livre) de 30 (1) meridionale, & chez *Stadius* 8 deg. 56 (1) meridionale; laquelle combien qu'elle ne soit en ses Ephemerides, toutesfois elle resulte telle par la longitude & latitude, comme chose calculée par le 9 probleme des *Problemes Astronomiques* de ce livre; & ce mouvement se fait selon l'ordre des signes, qui est d'occident vers orient.

Conclusion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées, on remarque que les estoiles fixes, sont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne sur l'axe de l'ecliptique, selon le requis.

PROPOSITION LI.

Trouver le propre mouvement des Estoiles fixes, par les Ephemerides observées.

D'autant que l'Espic de la vierge au temps de *Ptolemée* en l'an 139, estoit au 176 degr. 40 (1) de l'ecliptique, mais au temps de *Stadius* en l'an 1554, au 197 deg 38 (1), qui est 20 deg. 58 (1) plus avant, elle a fait donc un tel arc, au temps compris entre les observations, qui est en 1415 ans; parquoy je dis 1415 ans donnent 20 deg. 58 (1), combien 100 ans? vient 1 deg. 29 (1): par lequel on peut trouver le cours en tout autre temps proposé; dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le propre mouvement des estoiles fixes, par les Ephemerides observées, selon le requis.

Fin du premier livre de l'Astronomie.

DEUXIESME LIVRE DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese impropre, qui est posant la terre immobile.

AV premier livre de l'Astronomie ayant remarqué grossierement que les planetes se meuvent en eccentriques, & epicycles, avec d'autres circonstances qui leur touchent, par lesquelles nous avons un fondement pour pouvoir recercher par moyens Mathematiques, si ce sont aussi des cercles parfaits, & s'ils y courent uniformement: d'avantage quelle raison il y a de leurs rayons à leurs eccentricitez, en quels lieux elles seront au temps advenir; & outre ce, pour parvenir à la cognoissance des jours inegaux, des stations, & retrogradations, la grandeur des parties obscurcies qu'on voit au Soleil & la Lune en leurs eclipses, des distances d'iceux à la terre, de la comparaison de leurs grandeurs avec la terre, avec plusieurs autres choses qui leur sont adjoinctes; ainsi donc nous viendrons maintenant au deuxiesme livre, qui contient les operations Mathematiques d'iceux, & ce sur l'hypothese erronée de terre immobile, comme elles sont venuës és mains de Ptolemée, *assavoir sans entremesler sa pretendue invention des mouvemens incognus (comme la deuxiesme inegalité de la Lune, & la troisiesme inegalité de Saturne, Iupiter, Mars, Venus, & Mercure, aussi les mouvemens incognus des cinq derniers, lesquels on nomme ordinairement le mouvement incognu des planetes) lesquels n'y entreviendront, sinon en apres, mais particulierement, afin que chacun puisse voir clairement qu'est-ce qu'il y a de defaut en l'hypothese de terre immobile, & ainsi tascher de parvenir à d'autre invention meilleure. Desquelles choses je feray sept distinctions; assavoir,*

La 1, de l'eccentricité en general par voye Mathematique.
La 2, du cours du Soleil.
La 3, du cours de la Lune.
La 4, des cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.
La 5, des conjonctions, oppositions & eclipses des Planetes.
La 6, de la pretendue deuxiesme inegalité de la Lune, & troisiesme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure au cours en latitude.
La 7, du mouvement de latitude pretendue de *Ptolemée* touchant les 5 planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

NOTEZ.

J'appelle ceste operation, Mathematique, pour la distinguer de l'operation tirée des observations comme au premier livre; & combien que ce soit le plus souvent par des tables dont les nombres ne sont parfaits, comme la perfection Mathematique le requiert, toutesfois d'autant que la voye qui s'y remarque tend en un infini approchement, qui a beaucoup d'affinité avec la maniere Mathematique, & aussi que les demonstrations sont Mathematiques; pour ces raisons l'avons-nous distingué par ce nom, comme il est expedient.

PREMIERE DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

Traictant en general de l'eccentricité Mathematique.

SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

Il est certain que l'on peut trouver par nombres l'eccentricité, & autres circonstances qui y sont necessaires, par le moyen de la cognoissance de trois lieux au deferant où la planete a esté; & d'autant que la regle est generale, nous en descrirons deux propositions servant pour toutes les planetes, afin qu'il ne soit pas besoing de les repeter tout du long pour chacune, comme on fait ordinairement, voire mesme Ptolemée *: ce qui sera bien plus commode, & plus propre pour les apprentifs. Or à ces deux propositions seront encor adjoustés deux Theoremes de mesme matiere, qui en resultent, l'un pour la majeure Prostapherese, l'autre de la proportion qu'il y a entre les Diametres visuels, & les distances des planetes.*

DEFINITION I.

Nous appellons hypothese de terre immobile, quand le Soleil & la Lune se meuvent en des eccentriques chacun; comme aussi les autres cinq planetes pareillement, mais ont encor un epicycle d'avantage.

Cecy servira afin qu'on sçache qu'à chaque fois qu'on parlera en ce deuxiesme livre, de l'operation Mathematique fondée sur l'hypothese de terre immobile, qu'alors on ne doit entendre aucun mouvement imaginaire, autre que ce que la simple hypothese de terre immobile amene quant & soy : & ce pour les raisons deduites au sommaire precedent.

DEFINITION II.

L'Angle compris des deux rayons visuels, lesquels touchent un Astre ès extremitez de part & d'autre, s'appelle Diametre visuel.

DEFINITION III.

Racine des ans, Ere, ou Epoche, est un temps, sur lequel comme fondement on compte les cours des planetes.

Lors qu'on veut sçavoir où sera, ou bien où a esté une planete en certain temps donné, il faut necessairement avoir un memoire où elle a esté en quelque certain temps pour cognoistre tant devant qu'apres son lieu, lequel temps à ceste fin est nommé Racine des ans, Ere ou Epoche, lequel est ordinairement un temps remarquable mis en usage par plusieurs nations, comme *Ptolemée*, lequel choisit les ans de *Nabonassar*; les Chrestiens le commencement des ans de *Christ*, ou la fin de quelques centaines des mesmes, ainsi nous prendrons par exemple le commencement de l'an 1600.

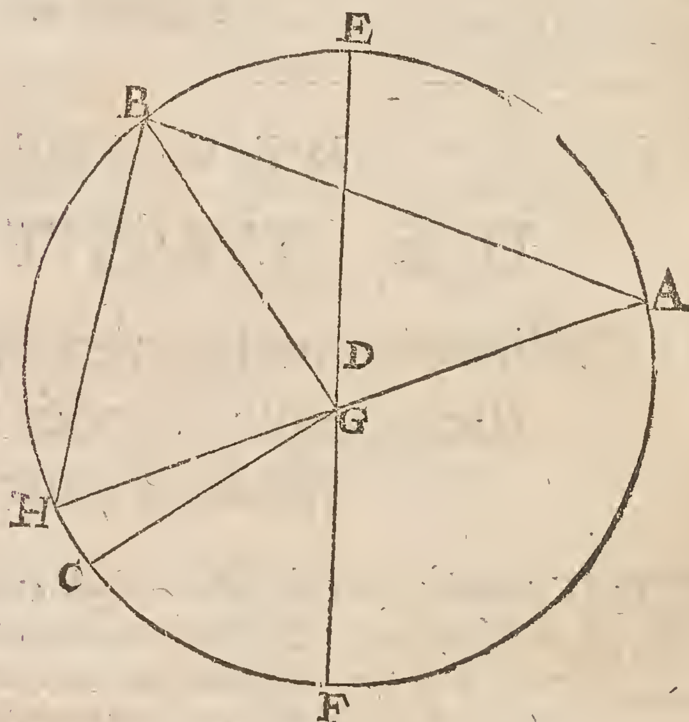
PROPOSITION I.

Estant donné un eccentrique, & trois poincts en iceluy, avec la grandeur des arcs qui sont compris entre iceux, comme aussi les angles que lesdits arcs soustendent ayans leurs sommets à l'eccentre, puis ayant prolongé l'un des trois jusques à la circonference : trouver la raison des deux autres lignes non prolongées.

Le donné. Soit A B C un eccentrique, D son centre, & en iceluy trois poincts A, B, C: par ainsi que l'arc A B soit de 120 deg. 15.
B C de 90 deg. 41.
Et C A restant, sera 149 deg. 4.
D'avantage, soit E en l'arc AB, l'apogée, F le perigée, & G l'eccentre dans EF, duquel sont menées les lignes G A, G B, G C : & la grandeur des angles qu'elles font en G, sont, assavoir A G B 117 deg. 11.
B G C 90 deg. 37.
Donc C G A sera de necessité 152 deg. 12.

Puis soit l'une des 3 lignes prolongée jusques à la circonference, je prens A G en H, ainsi que G H soit prolongement, & A G la prolongée.

Le requis. Il faut trouver la raison des deux lignes non prolongées B G, G C.



CONSTRVCTION.

A ceste fin il faut premierement trouver les deux raisons du prolongement G H à une chacune des lignes B G, G C; soit premierement la raison de ladite G H à B G; & ainsi, je prens, la moitié de l'arc A B 120 deg. 15 ① entre la prolongée A G, & la non prolongée B G, de laquelle la raison est maintenant cerchée, fait 60 deg. 7.
Son sinus pour B G la non prolongée 8670.
Soustrait 60 deg. 7 ①, premier en l'ordre, de l'angle A G B 117 deg. 11 ① entre la prolongée A G & B G, reste 57 deg. 4.
Son sinus pour le prolongement G H 8393.
Tellement que la premiere raison cerchée, qui est de B G à G H, est comme les 8670 à 8393, second & quatriesme en l'ordre: & par raison renversée, comme G H à B G, ainsi 8393 à 8670. Or comme la premiere raison a esté trouvée, ainsi se trouvera la seconde de G H à G C, comme s'ensuit : La moitié de 149 deg. 4 ① de l'arc C A, entre la prolongée A G & la non prolongée C G, (de laquelle C G la raison est cerchée) fait 74 deg. 32.
Son sinus pour la non prolongée C G 9638.
Soustrayant 74 deg. 32 ①, cinquiesme en l'ordre, de l'angle A G C 152 deg. 12 ① (entre la prolongée A G & la non prolongée C G) reste 77 deg. 40.

Son

Son sinus pour le prolongement G H 9769.
Tellement que la raison cerchée est de 9769 (huictiesme en l'ordre) à 9638 (sixiesme en l'ordre) pour G H à G C: Or estant la raison susdite de G H à B G remise en d'autres nombres, prenant pour G H prolongement, 9769 comme icy à la derniere raison, on trouvera B G estre de 10091.
Et icelle de telles parties que G C en contient 9638 (sixiesme en l'ordre) parquoy la raison des deux lignes non produites est de 10091 à 9638, assavoir pour B G à G C.

Preparation. Soyent menées les lignes droites AB, BH.

Demonstration. L'angle B H A egal à la moitié de l'angle, qui est mesuré de l'arc A B 120 deg. 15, par la 20 proposition du troisiesme livre *d'Euclides*; & aussi ostant l'angle B H A de B G A angle exterieur, restera l'angle G B H 57 deg. 4 Ⓘ, par la 32 proposition du premier livre, tellement que le triangle B G H ayant les angles cognus, on trouvera par iceux la raison des costez: le reste est facile.

Conclusion. Estant donc, &c.

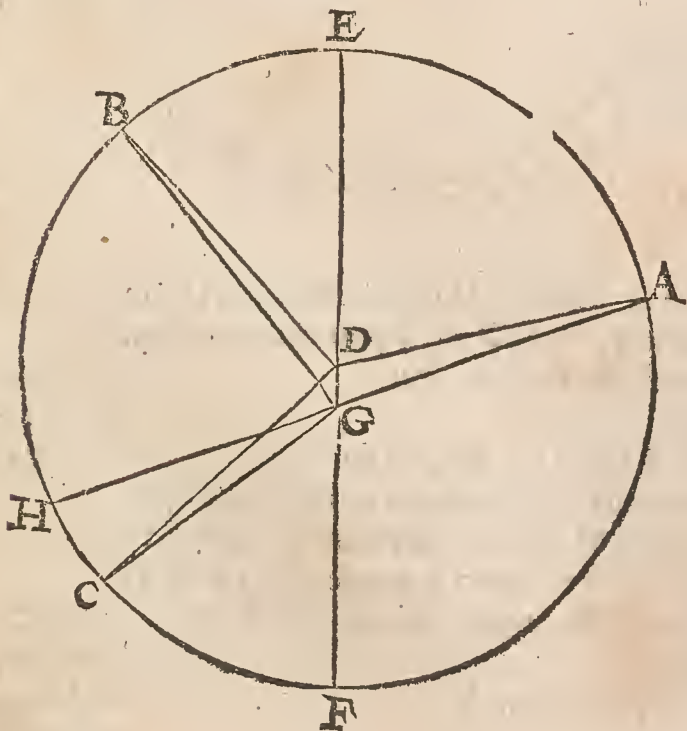
Proposition II.

Si on mene trois lignes de l'eccentre vers trois poincts en l'eccentrique, & que les arcs interceptés soyent donnez, comme aussi les angles, avec declaration de l'apogée, assavoir en quel arc il advient: Trouver premierement l'eccentricité en telles parties que le raid en comprenne 10000: secondement, la distance apparante qu'il y a depuis l'apogée jusques à l'un des trois poincts donnez, veuë de l'eccentre: finalement, l'arc de l'apogée jusques à un des trois poincts donnez.

Pource qu'entre les trois arcs donnez quelques uns pourroyent estre de 180 deg. aussi de 90 degrez ou non, ce qui fait qu'il y a plusieurs operations les unes plus faciles que les autres; & combien qu'un angle de 180 degrez n'est plus angle, toutesfois on le pourra nommer angle, pour entendre qu'on parle de tous en general.

1 Exemple, avec des arcs & des angles, qui ne sont de 90 degrez, ny de 180.

Le donné. Soit A B C un eccentrique, & D son centre, en iceluy sont trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B est de 120 deg. 15.
B C de 90 deg. 41.
Et C A le reste, de 149 deg. 4.



D'avantage soit E l'apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans E F, duquel soyent menées les lignes G A, G B, G C, faisant les angles, assavoir A G B, de 117 deg. 11.
B G C 90 deg. 37.
Et C G A le reste sera de necessité 152 deg. 12.

Le requis. Il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid B D est 10000. Secondement, la distance apparante de l'un des trois poincts, comme B, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, c'est l'angle E G B. Tiercement, l'arc de l'apogée E jusques audit poinct B, qui est E B.

Preparation. Je prolonge l'une des trois lignes A G, B G, C G, comme A G, jusques en H, ainsi que A G est la prolongée, & G H le prolongement, & B G, G C les deux non prolongées, & menée B C, entre les extremitez des non prolongées.

Constrvction.

Je cerche la raison des deux non prolongées B G, G C, & la trouve par la 1 proposition, B G de 10091.
Et C G de 9638.
Le triangle B G C a trois termes cognus, assavoir l'angle B G C 90 deg. 37 Ⓘ, par le donné, B G 10091, premier en l'ordre, & C G 9638, deuxiesme en l'ordre: par lesquels on trouvera B C 14027.
L'angle C B G 43 deg. 23.
Ostant B D C (90 deg. 41 Ⓘ par le donné) de 180 degrez, restera pour les deux angles B, C du triangle B D C 89 deg. 19 Ⓘ: dont la moitié pour l'angle C B D est 44 deg. 39.
Iceluy C B D differe de C B G (quatriesme en l'ordre) de l'angle D B G 1 deg. 16.
La ligne B C 14027, troisiesme en l'ordre, donne B G 10091 premier, combien la mesme B C (la posant estre le nombre de la corde de l'arc B C 90 deg. 41 Ⓘ, faisant par la 13 proposit. de la construction des sinus) 14224? viendra pour B G 10233.
Alors le raid B D fait 10000.
Donc le triangle D B G a trois termes cognus, assavoir l'angle D B G 1 deg. 16 Ⓘ, sixiesme en l'ordre, B G 10233, le septiesme, & B D 10000, le huictiesme: par lesquels cerchez les trois incognus, qui se trouveront estre par la 6 proposition des triangles plans, assavoir D G l'eccentricité requise, de 323.
L'angle D G B, qui est aussi E G B pour la distance apparante de B, à l'apogée E 43 deg. 14.
Et l'angle B D G 135 deg. 30.
Lequel osté de 180 reste l'angle E D B, ou bien pour l'arc requis de E en B 44 deg. 30.

Notez I.

D'autant qu'il est licite de mettre la lettre A aussi bien és figures suivantes, comme en la precedente, pour un des trois poincts que l'on voudra, j'estime que pour faciliter les exemples on pourra mettre A & B où l'apogée E doit venir entre deux: aussi que l'arc requis, de l'apogée E jusqu'à l'un des trois poincts, soit tousiours marqué de mesmes lettres qu'en la figure precedente: & qu'apres A, selon l'ordre & consequence des signes, suive immediatement B, puis C; afin d'avoir és exemples

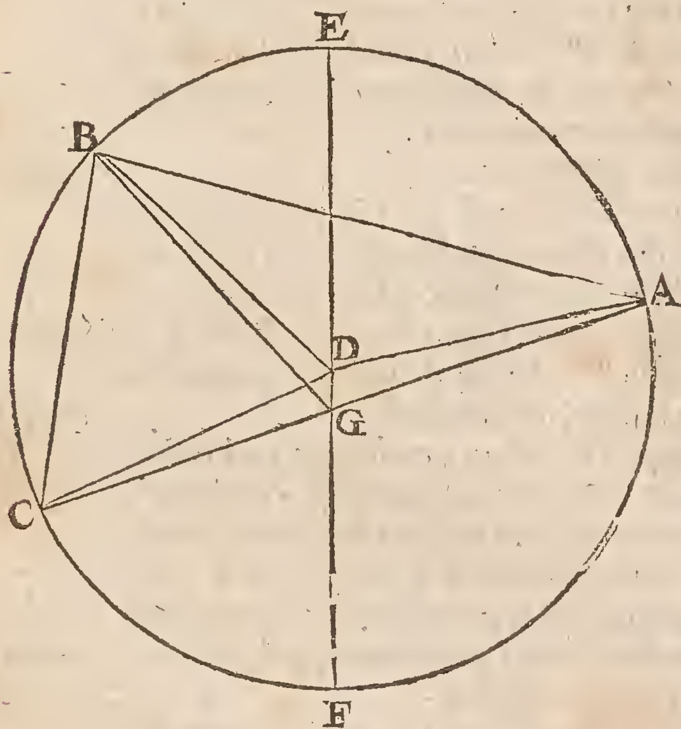
ples des lettres qui signifiassent la mesme chose, afin qu'on ne face d'addition lors que l'exemple qu'on imite fait la soustraction ; & qu'on ne face la soustraction lors que l'exemple à imiter fait l'addition.

Note II.

Quelqu'un bien entendu en ceste matiere pourroit demander pourquoy il a esté dit qu'au donné on requiert de cognoistre en quel arc l'apogée advient, veu que chez les autres autheurs on le trouve par les cours plus vistes & plus lents des planetes, qu'on remarque és trois lieux donnez. A quoy je respons, que puis que cela se doit sçavoir par les precedentes observations, qu'on acquiert par les Ephemerides observées, desquelles choses a esté parlé à la 4 proposition du 1 livre, que nous tenons aussi cela pour cognu par mesme moyen.

2. Exemple, avec trois arcs sans qu'il y en ayt un de 180 degrez, mais bien un angle d'autant, assavoir de 180 degrez : & pas un des autres deux de 90 deg.

La briefveté de ce 2 exemple est, qu'il n'est pas besoing de cercher la raison des deux lignes non prolongées, comme au 1 exemple.



Le donné. Soit A B C un eccentrique, D son centre, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que les arcs entre iceux soyent, assavoir A B de 120 deg. 15.
B C 63 deg. 22.
Et C A restant de 176 deg. 23.
Davantage soit E apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne E F, duquel derivent 3 lignes vers les 3 poincts causans les angles, assavoir A G B 117 deg. 11.
B G C 62 deg. 49.
Et C G A restant de 180 deg.

Le requis. Il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid en fait 10000. Secondement, la distance apparante de l'un des 3 poincts A, B, C, comme de C, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, c'est l'angle E G C. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E jusques à l'un des 3 poincts A, B, C, & soit de C.

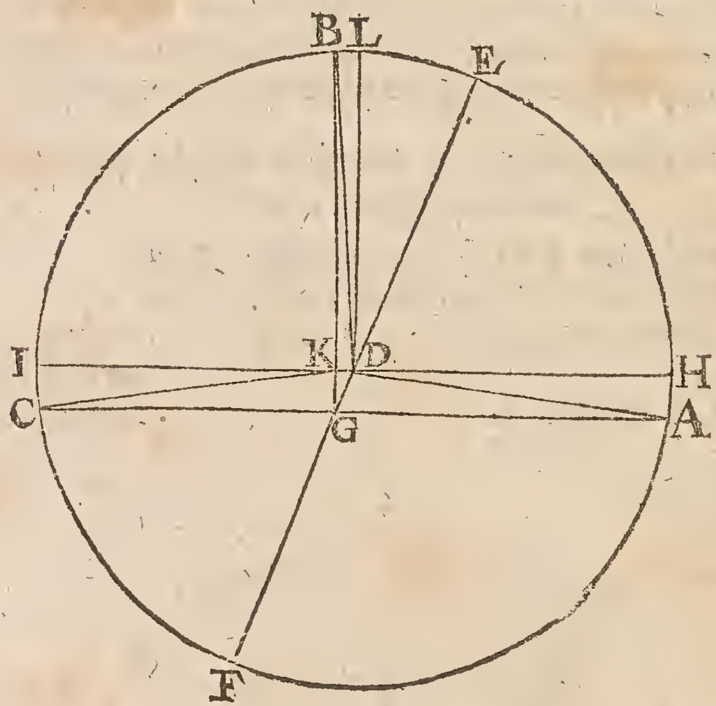
Preparation. Soyent menées les 3 lignes droites A B, B C, C A, desquelles C A doit passer par G, pource que l'angle C G A est de 180 deg. par l'hypothese.

Construction.

Veu que l'arc A B, ou l'angle A D B, est donné de 120 deg. 15 ①, sa moitié pour l'angle A C B, qui est aussi pour G C B, 60 deg. 7.
Le triangle G C B a trois termes cognus, assavoir l'angle G C B 60 degr. 7. B C G 62 deg. 49 ①, selon le donné, & le costé B C 10504, comme corde de l'arc B C, faisant selon l'hypothese 63 deg. 22 ①, par lesquels cerchez C G, & trouverez 9911.
L'arc C A, ou l'angle C D A faisant par le donné 176 deg. 23 ①, soustrait de 180 degr. restera pour les angles D C A & D A C, 3 deg 37 ①; sa moitié pour D C A ou D C G, 1 deg. 48.
Le triangle D C G a trois termes cognus, comme le costé C G 9911, 2 en l'ordre, & C D 10000, & l'angle D C G 1 deg. 48 ①, troisiesme en l'ordre : par lesquels les 3 termes incognus se trouveront estre, assavoir D G eccentricité requise, de 325.
Et l'angle D G C, qui est aussi l'angle requis E G C, 104 deg. 59.
Et l'angle C D G 73 deg. 13 ①, duquel l'adjoinct est pour E D C, ou l'arc requis E C 106 deg. 47.

3. Exemple, sans aucun arc de 180 deg. & 3 angles, dont l'un est de 180 deg. & les deux autres chacun de 90 deg.

Ce 3 exemple se peut resoudre par le moyen du precedent : Mais pour le faire selon la maniere de *Ptolemée*, laquelle est plus briefve, & non pas si certaine, comme nous monstrerons ailleurs, je la descriray comme s'ensuit.



Le donné. Soit A B C un eccentrique, D son centre, & A, B, C, 3 poincts en iceluy, ainsi que l'arc A B fait 92 deg. 18.
B C 91 deg. 17.
Et C A restera, sera donc de 176 deg. 25.
Davantage soit E apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne E F, duquel derivent 3 lignes vers les 3 poincts causans les angles, assavoir A G B 90 deg.
B G C 90 deg.
Et C G A restant de 180 deg.

Le requis.

Le requis. Il faut premierement trouver l'eccentricité DG, en telles parties que le raid BD en fait 10000. Secondement, la distance apparante de l'un des 3 poincts A, B, C, & soit de C, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, qui est l'angle EGB. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E jusqu'à l'un des 3 poincts A, B, C, soit de B.

Preparation. Soyent menées les lignes AC, BG & HI par D, parallele à AC, coupant BG en K, puis apres LD parallele à BG.

CONSTRVCTION.

Soustrayant l'arc CA donné de 176 deg. 25 ①, du demicercle IFH 180 deg. restera pour les deux arcs HA, IC, 3 deg. 35 ①, sa moitié pour IC — 1 deg. 48.

Son sinus aussi pour KG — 314.

Ostant AH 1 deg. 48 ①, encor HL 90 deg. de AB donné de 92 deg. 18 ①, restera LB — 0 deg. 30.

Son sinus pour KD — 87.

Le triangle KDG a 3 termes cognus, comme KG 314, 2 en l'ordre, le costé KD 87, 4 en l'ordre, & l'angle GKD droict. Par lesquels cerchez le costé DG, & l'angle DGK, par la 6 propos. des triangles plats, assavoir DG l'eccentricité requise (en telle partie que le raid DB fait 10000, d'autant que KG fait 314 & KD 87 des mesmes parties) — 326.

Et l'angle DGK, ou l'angle EGB, comme la distance apparante requise de E jusqu'à B — 15 deg. 29.

L'angle EDL estant egal à DGK, iceluy EDL, ou bien EL, sera autant que DGK aussi 15 deg. 29 ①: Auquel adjousté LB 30 ①, troisiesme en l'ordre, viendra pour l'arc EB requis — 15 deg. 59 ①.

NOTEZ.

Or qu'il y ayt plus de certitude par la voye du 2 exemple, que par ce 3, est manifeste en ce que l'eccentricité DG est trouvée icy par des moindres nombres que là, veu que les deux costez KG 314, & KD 87 du triangle KDG sont plus courts que les 2 costez CD 10000, & CG 9911 du triangle CDG.

4. *Exemple, avec 3 arcs, desquels l'un est de* 180 *deg. & trois angles, desquels l'un est aussi de* 180 *deg.*

Le donné. Soit ABC un eccentrique, & D son centre: auquel y a 3 poincts A, B, C, ainsi que l'arc A soit de — 43 deg. 49.

BC de — 136 deg. 11.

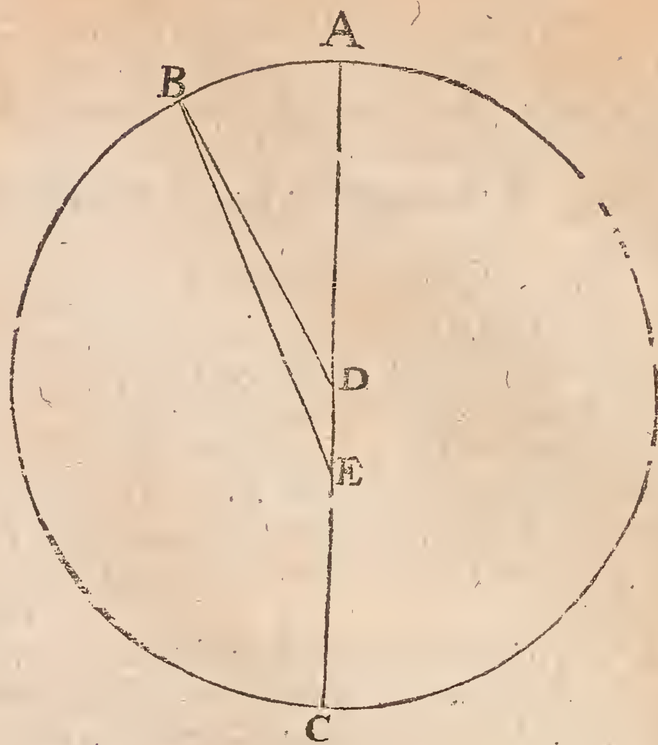
Et CA restant, de necessité — 180 deg.

Davantage voyant que l'angle depuis le premier lieu jusqu'au troisiesme est de 180 degrés, je remarque que A est l'apogée, & D perigée, entre la ligne AC, hors du centre D, je pose E eccentre, & menée EB, les angles estans comme s'ensuit, assavoir AEB. — 42 deg. 35.

BEC de — 137 deg. 25.

Et CEA restant, est de necessité — 180 deg.

Le requis. Veu que la distance apparante, qui est l'angle AEB 42 deg. 35 ①, le 4 en l'ordre, & l'arc de l'apogée jusques à l'un des trois poincts, comme B, est de 43 deg. 49 ①, premier en l'ordre, sont cognus par le donné, il ne sera besoing de les cercher, ains seulement l'eccentricité DE.



CONSTRVCTION.

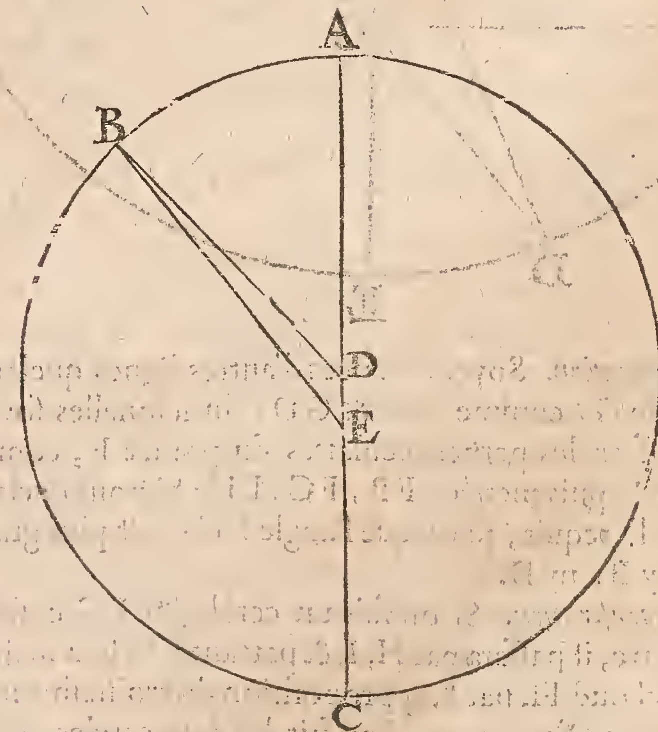
Le triangle BDE, a trois termes cognus, comme l'angle BDE 136 deg. 11 ①, le 2 en l'ordre, DEB 42 deg. 35 ①, quatriesme en l'ordre, & le costé DB 10000. Par lesquels cerchant le costé DE, sera trouvé estre, par la 4 prop. des triangles plats, pour l'eccentricité requise de — 318

Conclusion. Estant donc donnez un eccentrique & en sa circonference 3 poincts, &c.

PROPOSITION III.

Estant dôné l'argument ou magnitude du cours d'une planete, ou d'un poinct au deferant; avec la raison de l'eccentricité au raid du deferant: Trouver la ligne entre la planete, ou poinct, & le centre de la terre en telles parties que le raid du deferant en fait 10000: *aussi la prostapherese de la planete, ou poinct, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

En ceste proposition est parlé d'argument ou de la magnitude du cours d'une planete, (ce qui se commence tousiours de l'apogée,) la raison est pour parler generalement tant des planetes qui se meuvent en des deferants, comme le Soleil & la Lune, que des centres d'epicycles des autres planetes, qui se meuvent aussi en des deferans.



Le donné. Soit ABC un deferant, D son centre, & E l'eccentre, ou la terre, A l'apogée, & C perigée, B la planete,

planete, ou poinct; tellement que l'argument A B fait 30 deg. & la raison de l'eccentricité D E au raid D B soit, comme 323 à 10000, aussi l'angle D B E est la prosthapherese, laquelle estant icy au premier demicercle doit estre apherese.

Le requis. Il faut trouver la ligne E B, aussi D B E l'apherese.

CONSTRVCTION.

Le triangle D B E a trois termes cognus, assavoir D E 323, D B 10000 par l'hypothese, & l'angle B D E 150 deg. (car ostant l'angle donné A D B 30 deg. de 180 deg. restera comme devant pour B D E, 150 deg.) par lesquels on trouvera le costé E B & l'angle D B E, assavoir la ligne E B requise de 10281.

Et l'angle D B E pour l'apherese cerchée de 54 ①.

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

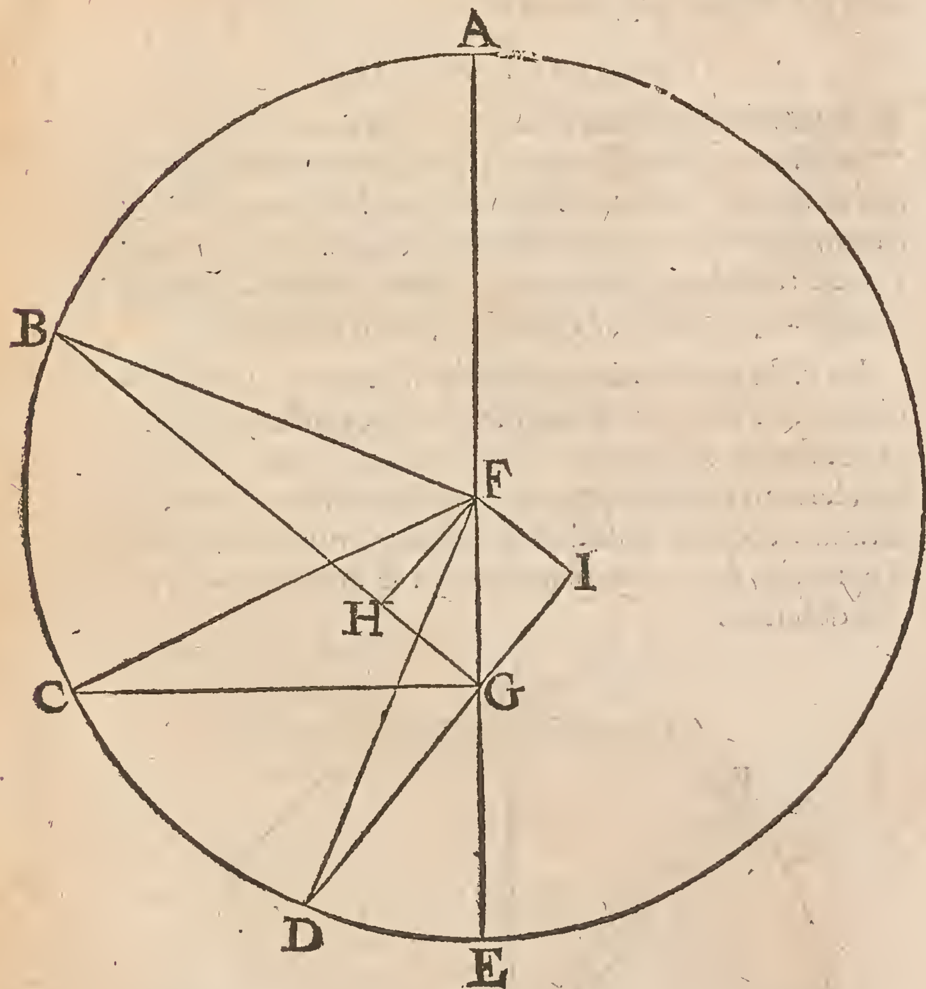
Conclusion. Estant donc donné l'argument, &c.

THEOREME. PROPOSITION IV.

La plus grande prosthapherese au deferant est à l'extremité de la perpendiculaire sur l'eccentricité, passant par l'eccentre.

Le donné. Soit A B C D E un deferant, F son centre, G eccentre, duquel est menée G C perpendiculaire à l'eccentricité.

Le requis. Il faut demonstrer que la plus grande prosthapherese est en C extremité de la ligne C G, qui est perpendiculaire à l'eccentricité F G, & passant par G.



Preparation. Soyent menées d'autres lignes quelconques de G, comme G B & G D, sur lesquelles soyent abbaissées les perpendiculaires du poinct F, comme F H, F I, puis menées F B, F C, F D: & pour declarer encor le requis, je dis que l'angle F C G est plus grand que ny B, ny D.

Demonstration. Si on fait un cercle sur F G comme diametre, il passera par H, I, & partant F G sera majeure à F H ou à F I, par la 15 proposition du troisiesme livre *d'Euclides*: D'avantage, si on fait des demicercles, ayans pour diametres F B, F C, F D egales, ils seront egaux, & passeront, l'un par H, l'autre par G, & finalement l'autre par I; mais à celuy qui est fait sur F C, passant par G, advient la plus grande corde des trois, F H, F G, F I, qui est F G, comme dit est, & par consequent F G soustendra un plus grand arc, qui pour ceste cause sera opposite au plus grand angle C.

Conclusion. La plus grande prosthapherese donc, au deferant est à l'extremité de la perpendiculaire sur l'eccentricité, passant par l'eccentre. Ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

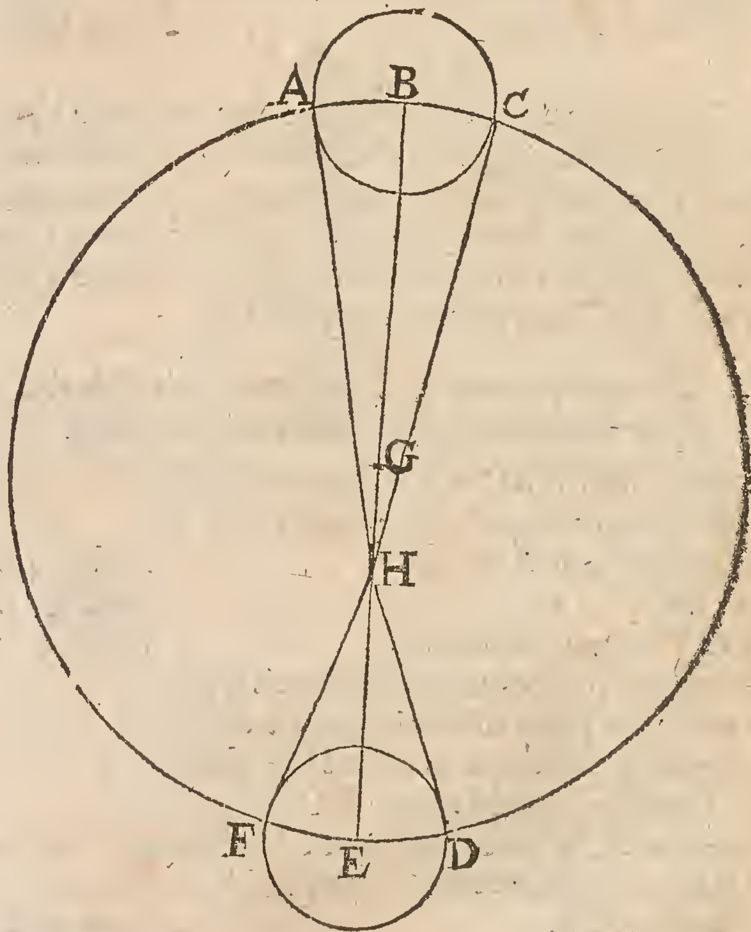
D'autant que le triangle F G C a trois termes cognus, G droit, F C 10000, & F G 323, par le deuxiesme exemple de la deuxiesme proposition, il appert qu'on cognoistra l'angle F C G de 2 deg. 23 ① pour la plus grande prosthapherese.

THEOREME. PROPOSITION V.

Estant veuë une planete de la terre, en diverses eslongations: comme son moindre diametre visuel (lequel est veu tel, estant la planete en sa plus grande eslongation de la terre) au majeur diametre visuel (lequel est veu tel, estant icelle en sa moindre eslongation:) ainsi à peu pres la moindre eslongation à la majeure.

Le donné. Soit A B C D E F un deferant, G son centre, H la terre, & menée B E diametre, par icelle, alors B sera l'apogée, & E perigée; sur lesquels, comme centre, soyent descrits des cercles egaux signifians une mesme planete en iceux, comme seroit la Lune, & menées H A, H C, H F, H D; & soit l'angle A H C (qui est le diametre visuel) trouvé par experience, je prens de 30 ①, & F H D de 32 ①; & H B est sa plus grande eslongation de la terre, & H E la moindre.

Le requis. Il faut demonstrer que comme A H C 30 ① à F H D 32 ①, ainsi à peu pres E H à H B.



Demonstration. Si on prend A B C estre ligne droite, l'erreur sera imperceptible, estant environ de 30 ①; & ainsi que A B H soit un triangle rectiligne, rectangle en B; alors l'angle aigu (s'il faut ainsi dire) de B A C sera de 89 deg. 45 ①, ainsi que A B à B H seront comme les sinus des angles opposites, c'est à dire comme A B 43632

à B H

à BH, 9999905.

Et faisant le semblable au triangle HEF, on trouvera que FE sera à EH, comme assavoir FE, 46541.
à EH, 9999892.

Que si on pose AB estre 43632, comme devant, alors BH sera 9999905, deuxiesme en l'ordre; que sera BH estant posée AB autrement, assavoir 46541, le troisiesme en l'ordre? viendra pour BH 10666611.

Et ce en telles parties que EH en contient 9999892, le quatriesme en l'ordre: Ce qu'estant ainsi, je dis, que cõme 30 ① à 32 ①, ainsi assez pres 9999892 à 10666611, cinquiesme en l'ordre; car disant 30 ① donne 32 ①, combien 9999892? viendra 10666558, ce qui est fort pres de l'autre, voire si on delaisse les deux lettres dernieres, alors 30 ① à 32 ① sera comme 99999 à 106666 en entiers, qui different ainsi en moins que de l'unité: Et cecy estant fait par exemple de la Lune, on pourra entendre le mesme des autres planetes.

Conclusion. Estant donc veuë une planete de la terre, &c.

PROPOSITION VI.

Estant donné le diametre visuel d'une planete, lors qu'elle est la plus esloignée de la terre; avec la raison de sa plus grande eslongation de la terre à une moindre: trouver son diametre visuel estant la planete en ladite moindre eslongation.

Le donné. Soit le diametre visuel d'une planete en sa plus grande eslongation de la terre, 30 ① estant en A apogée, comme en la figure de la troisiesme proposition, posant que cela fust ainsi trouvé par experience: Et la plus grande ligne EA 10323 (assavoir AD 10000 avec ED 323) la moins longue EB 10287 (comme elle a esté trouvée à la susdite 3 proposition.)

Le requis. Il faut trouver le diametre visuel de la planete estant en B, lors que BA est 30 degrez.

CONSTRUCTION.

Je dis la courte ligne EB 10287 donne la plus longue EA 10323, combien le diametre visuel donné 30 ①? vient pour le diametre visuel requis 30 ①, 7 ②.

Et ainsi appert comment on le trouvera estant la planete en autre lieu, dont la demonstration est manifeste par la construction.

NOTEZ.

Il a esté dit à la proposition: (Estant donné le diametre visuel d'une planete, lors qu'elle est la plus esloignée de la terre) cela a esté fait pour estre ainsi plus propre à construire des tables, assavoir en l'apogée ou bien au perigée, combien que la regle soit generale pour les diametres visuels des autres lieux: Aussi que ceste regle est generale pour les planetes qui se meuvent en des epicycles, veu que le requis est trouvé par leurs distances & eslongations de la terre.

Conclusion. Estant donc donné, &c.

DEUXIESME DISTINCTION DU DEUXIESME LIVRE,

De l'invention du cours du Soleil, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

Ayant premierement definy que c'est de Soleil equidiel, suivront 22 propositions, desquelles la premiere, qui est la 7 en l'ordre, sera de trouver l'eccentricité du deferant du Soleil, avec ses dependances: la seconde (qui est la 8 en l'ordre) de l'invention de la prostapherese, & diametre visuel du soleil: les 4 suivantes, qui sont les 9, 10, 11, & 12, serviront à trouver en tout temps la longitude apparante du Soleil: Et les 10 propositions consequentes, assavoir les 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 & 22, seront pour l'equation des jours: Et finalement les 6 dernieres, comme les 23, 24, 25, 26, 27, & 28, de la distance, & grandeur du Soleil, ses parallaxes, & longueur du cone de la nuict.

DEFINITION.

Soleil equidiel, est un poinct imaginaire, lequel se meut uniformement par l'equinoctial, ainsi qu'il se trouve tousiours avec le vray Soleil en la section vernale.

Par les 15 & 16 definitions du premier livre touchant les planetes en general, on entend que c'est de Soleil apparant, & Soleil moyen: Mais joignant ces deux-la, j'ay definy que c'est de l'equidiel, servant à l'intelligence de l'equation des jours, desquels sera parlé en ceste deuxiesme distinction.

PROPOSITION VII.

Par trois lieux où le Soleil a esté, cognoistre premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant en contienne 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument d'un des 3 poincts. Quartement, la longitude du Soleil moyen; & ce par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

1. *Exemple avec 3 lieux où le Soleil a esté, où se trouvent 3 arcs, & 3 angles, sans qu'aucun d'iceux soit 180 deg.*

Le donné. Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieu desquelles nous nous servirons des calculées pour les raisons deduites en la 1 proposition du premier livre, j'y choisis 3 lieux du Soleil, dont le premier est, par exemple, le premier d'Avril 1554, estant le Soleil en l'ecliptique au 20 deg. 38 ①.

Le 2 lieu, le 1 Aoust 1554, estant le Soleil au 137 deg. 49.

Le 3 lieu, le 1 Novembre 1554, estant le Soleil au 228 deg. 26.

Or du 1 Avril, 1 en l'ordre, jusqu'au 1 Aoust, 2 en l'ordre, y a 122 jours: & le mouvement du Soleil en tel temps sera par la 3 prop. du 1 livre, de 120 deg. 15.

Du 1 Aoust, 2 en l'ordre, jusqu'au 1 Novembre, 3 en l'ordre, y a 92 jours, auquel temps le cours du Soleil est de 90 deg. 41.

Lesquels deux derniers en l'ordre font 210 deg. 56 ①, son residu du cercle est 149 deg. 4.

Ostant 20 deg. 38 ①, premier en l'ordre, de 137 deg. 49 ①, second en l'ordre, restera pour le mouvement du Soleil apparant du 1 au 2 lieu 117 deg. 11.

Ostant 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, de 228 deg. 26 ①, 3 en l'ordre, restera pour le

 mouve-

mouvement apparant du Soleil, depuis le 2 lieu jusqu'au 3 — 90 deg. 37.

Puis adjoustant 117 deg. 11 ①, penultieme en l'ordre, à 90 deg. 37 ①, dernier en l'ordre, vient 207 deg. 48 ①, son residu circulaire est — 152 deg. 12.

Le requis. Les trois lieux du Soleil estant cognus avec leurs circonstances comme devant, il faut trouver par iceux premierement l'eccentricité en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparente de l'apogée. Tiercement, l'argument de l'un des trois lieux, je prens du deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

Preparation. Je designe un cercle A B C, comme deferant du Soleil, D son centre, & en iceluy 3 poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le nombre 4 en l'ordre, qui est — 120 deg. 15.

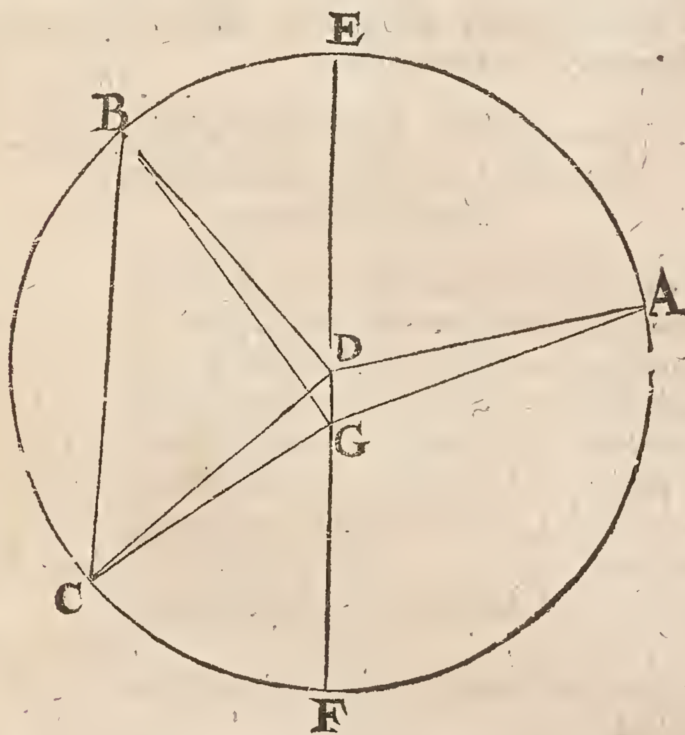
Mais B C donné, 5 en l'ordre, fait — 90 deg. 41.

Donc C A residu circulaire fait de necessité — 149 deg. 4.

Davantage par la 4 propos. du 1 livre, je voy que l'apogée doit venir en l'arc AB, comme je prens, en E; duquel je mene une ligne par D, jusques à la circonference en F comme perigée, marquant puis apres l'eccentre G, ou la terre dans DF, menant les 3 lignes de G vers A, B, C, ainsi que suivant le donné, l'angle A G B, 7 en l'ordre, fait — 117 deg. 11.

Et l'angle B G C donné, comme 8 en l'ordre, — 90 deg. 37.

Et aussi l'angle CGA donné, le 9 en l'ordre, 152 deg. 12.



Par lesquels (pour declarer autrefois le requis de ceste proposition) il faut trouver premierement D G l'eccentricité en telles parties, que B D raid en fait 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée E; Tiercement, l'argument de B. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

Constrvction.

D'autant que j'ay icy une figure de la qualité, comme en la 1 prop. du present, parquoy par son moyen je cerche la raison des deux prolongées, lesquelles je choisis estre B G, G C, trouvant que si G B est — 10091.

Alors C G sera — 9638.

Laquelle raison estant cognuë, suit que par le 1 exemple de la 2 propos. je trouvasse premierement D G eccentricité prenant D E 10000, & vient — 323.

Secondement, la distance apparante de B à E, par le 1 exemple de la 2 propos. veu de l'eccentre G, qui est l'angle E G B de 43 deg. 14 ①, mais B est sous le 137 deg. 49 ① par le 2 donné, & est ainsi E ces 43 deg. 14 ① plus en arriere que B, & l'ostant de 137 deg. 49 ① restera pour la longitude apparente de l'apogée E (trouvée assez pres de 94 deg. 35 ① en la 4 prop. du 1 livre, par operation avec des Ephemerides observées) — 94 deg. 35.

Tiercement, par le susdit 1 exemple de la 2 prop. l'arc E B se trouve pour argument requis — 44 deg. 30.

Quartement, j'y adjouste 94 deg. 55 ①, 4 en l'ordre, vient pour la longitude du Soleil moyen sur le 1 d'Aoust 1554, — 139 deg. 5.

Demonstration. Puis que l'argument du vray Soleil estoit au 1 d'Aoust 1554 de 44 deg. 30 ①, 3 en l'ordre, auquel est egal l'arc de l'apogée apparant jusqu'au Soleil moyen, par la 16 definition, il faut donc que le mesme face 44 deg. 30 ①; que si l'on y adjouste la longitude apparante de l'apogée 94 deg. 35 ①, 4 en l'ordre, la somme devra estre la requise : le reste est intelligible de soy-mesme par la construction.

Notez.

On sçaura que ceste note, advertit touchant la retention des lettres qui signifient le mesme és figures, comme a esté dit en la note du 1 exemple de la 2 prop. à la fin : assavoir qu'on se servira des mesmes lettres en l'exemple suivant, comme en la 2 prop.

2. *Exemple où il y a 3 lieux du Soleil, sans nul arc de 180 deg. & un angle de 90 deg. & pas un de 180.*

Le donné. Je choisis 3 lieux du Soleil és Ephemer. de *Stadius*; le premier, par exemple, sur le 1 Avril 1554, le Soleil estant au — 20 deg. 38.

Le deuxiesme, le 1 Aoust 1554, le Soleil au — 137 deg. 49.

Le troisiesme, le 4 Octobre 7 heures 12 ①, en l'an 1554, estant le Soleil au — 200 deg. 40.

Or du premier Avril jusques au 1 Aoust sont 122 jours; auquel temps le cours du Soleil en son deferant est, par la 3 prop. du 1 livre, de — 120 deg. 15.

Du premier Aoust, 2 en l'ordre, jusqu'au 4 Octobre 7 heures 12 ①, 3 en l'ordre, y a 64 jours 7 heures 12 ①; Auquel temps le Soleil a couru, par la 3 propos. du 1 livre, — 63 deg. 22.

La somme de 120 deg. 15 ①, 4 en l'ordre, & de 63 deg. 22 ①, 5 en l'ordre, est 183 deg. 37 ①, duquel le residu circulaire est — 176 deg. 23.

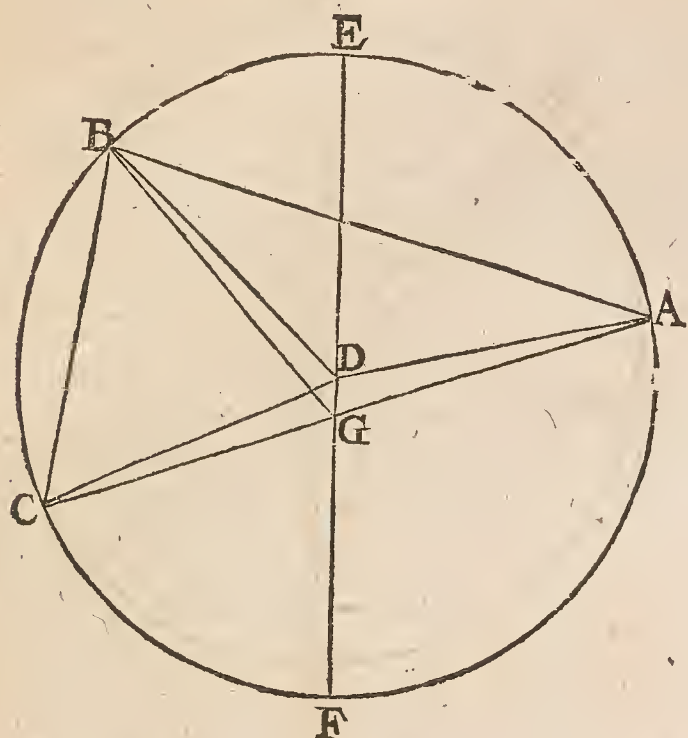
Ostant 20 deg. 38 ①, 1 en l'ordre, de 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, reste pour le cours apparant du Soleil, du 1 lieu jusques au 2, — 117 deg. 11.

Ostant 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, de 200 deg. 40 ①, 3 en l'ordre, reste pour le cours apparant du Soleil du 2 lieu jusqu'au 3, — 62 deg. 51.

Adjoustant 117 deg. 11 ①, 7 en l'ordre, à 62 deg. 51 ①, 8 en l'ordre, vient 180 deg. 2 ①; mais posons par exemple que ce ne soit que 180 deg. residu circulaire est — 180 deg.

Le requis.

Le requis. Les trois lieux du Soleil avec leurs circonstances estant cognus, comme devant, il faut par iceux cognoistre le contenu de ceste proposition: Assavoir premierement, l'eccentricité en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument du Soleil en l'un des trois lieux, je prens au deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.



Preparation. Soit A B C un cercle denotant le deferant du Soleil, D son centre, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B face le nombre du quatriesme en l'ordre donné 120 deg. 15.

Mais B C, cinquiesme en l'ordre donné, qui est 63 deg. 22.

Et C A par consequent doit faire necessairement le residu circulaire du sixiesme donné en l'ordre, 176 deg. 23.

D'avantage je voy que par la 4 proposition du 1 livre, que l'apogée doit venir entre A B, comme en E, duquel menant la ligne par D jusques à la circonference en F, comme perigée, je marque puis apres G eccentre ou la terre duquel derivent les trois lignes G A, G B, G C, & suivant l'hypothese, l'angle A G B sera le septiesme en l'ordre 117 deg. 11.

Et l'angle B G C, le huictiesme en l'ordre 62 deg. 51.

Et finalement l'angle C G A, le neufiesme en l'ordre 180 deg.

Par lesquels pour declarer autrement le contenu du requis, il faut trouver D G eccentricité, posant B D 10000 : & la longitude apparante de l'apogée E; tiercement, l'argument du Soleil estant au deuxiesme poinct B.

CONSTRVCTION.

D'autant que ceste figure est de mesme qualité que celle de la deuxiesme proposition au deuxiesme exemple, je trouve par le mesme, premierement l'eccentricité D G (posant B D 10000) de 325.

Secondement, par le mesme exemple C E, veu de l'eccentre G, assavoir l'angle EGC 104 deg. 59 ①; mais C est au 200 deg. 40 ①, par le troisiesme en l'ordre donné, & partant E est de 104 deg. 59 ① plus en arriere, que C, par lequel je l'oste de 200 deg. 40 ① susdit, reste pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 41.

Tiercement, je trouve par le susdit exemple l'arc EC, pour l'argument du Soleil E C 106 deg. 47.

Quartement, j'adjouste avec iceluy 95 deg. 45 ①, deuxiesme en l'ordre, vient pour la longitude requise du moyen Soleil au 4 Octobre 7 heures 12 ① en l'an 1554, 202 deg. 28.

3 Exemple avec trois lieux du Soleil, sans aucun arc de 180 degrez, mais bien un angle de 180 degrez, & deux autres chacun de 90 degrez.

Ce troisiesme exemple peut estre resoud par la maniere du deuxiesme, toutefois nous le construirons comme s'ensuit, pour les raisons deduites au commencement du troisiesme exemple de la 2 proposition.

Le donné Je choisis dans les Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, le premier soit au 1 Avril 1554, au 20 deg. 38.

Le second au troisiesme Juillet 15 heures 35 ①, 1554, le Soleil estant au 110 deg. 38.

Le troisiesme le 4 Octobre 6 heures 24 ①, au 200 deg. 38.

Entre les deux premiers en l'ordre y a 93 jours, 15 heures 35 ①, auquel temps par la troisiesme proposition du 1 livre le cours du Soleil est 92 deg. 18.

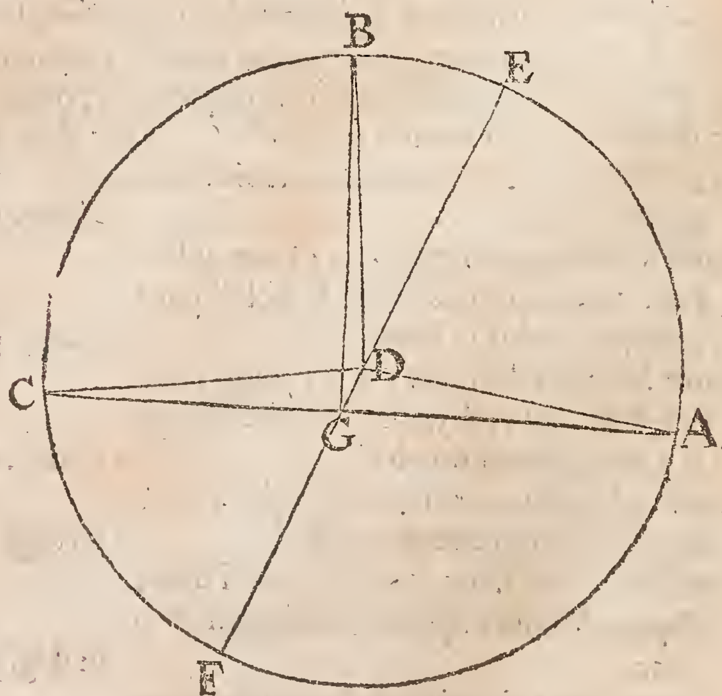
Du 3 Juillet 15 heures 35 ① jusques au 4 Oct. les deuxiesme & troisiesme en l'ordre, y a 92 jours 15 heures 49 ① : auquel temps le cours du Soleil est par ladite troisiesme proposition du 1 livre, 91 deg. 17.

Somme des quatriesme & cinquiesme en l'ordre, est 183 deg. 35 ①, son residu circulaire est 176 deg. 25.

Ostant 20 deg. 38 ①, premier en l'ordre de 110 deg. 38 ①, deuxiesme en l'ordre, reste pour le cours apparant du premier lieu au deuxiesme, 90 deg.

De mesme ostant le deuxiesme en l'ordre du troisiesme, restera pour le cours apparant du deuxiesme lieu jusques au troisiesme 90 deg.

Somme des deux derniers en l'ordre, 180 deg. son residu circulaire est 180 deg.



Le requis. Les trois lieux du Soleil avec leurs circonstances estant cognus, il faut trouver l'eccentricité DG, posant B D 10000; secondement, la longitude apparante

rante de l'apogée E; tiercement, l'argument d'un des trois poincts, comme de B : finalement, la longitude du Soleil moyen.

Preparation. Je designe le cercle A B C comme deferant du Soleil, son centre D, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le nombre donné quatriesme en l'ordre, assavoir 92 deg. 18.
Mais B C, cinquiesme en l'ordre, est 91 deg. 27.
Et C A sera de necessité le residu circulaire du donné sixiesme en l'ordre, qui sera de 176 deg. 23.
D'avantage je vois que par la 4 proposition du 1 livre, que l'apogée doit venir dans l'arc A B, je prens en E, duquel par D je mene un diametre, trouvant le perigée en F, & marque l'eccentre G entre D, F, comme la terre, de laquelle soyent menées trois lignes vers A, B, C, ainsi que suivant le donné septiesme en l'ordre, l'angle A G B sera 90 deg.
Et l'angle B G C, huictiesme en l'ordre, 90 deg.
Et partant C G A, neufiesme en l'ordre, 180 deg.

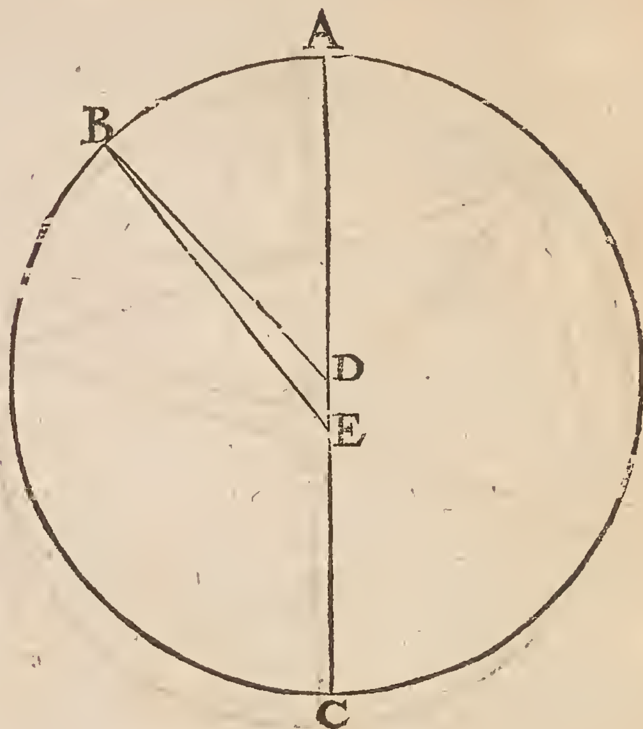
CONSTRVCTION.

Ayant ainsi une figure de la qualité du deuxiesme exemple de la 3 proposition, je trouve l'eccentricité D G (posant B D de 10000) de 326.
Et par le mesme exemple, la distance apparante de B E, veuë du poinct G, assavoir l'angle E G B 15 deg. 29 ①, mais B est au 110 deg. 38 ① de longitude, selon le donné deuxiesme en l'ordre; parquoy E sera de 15 deg. 29 ① plus en arriere que B, lesquels pour ceste cause ostez des 110 deg. 38 ①, reste pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 9.
Tiercement, par le susdit deuxiesme exemple du troisiesme livre, je trouve l'arc E B pour l'argument dudit poinct B 15 deg. 59.
Quartement, j'adjouste à iceluy 95 deg. 9 ①, deuxiesme en l'ordre, vient alors pour la longitude du Soleil moyen 111 deg. 8.

4 Exemple, où les trois lieux du Soleil, où il y a un arc & un angle chacun de 180 deg.

Le donné. Je chosis és Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, comme pourroyent estre le premier au 17 Juin 1554, à 13 heures, sous l'ecliptique au 95 deg. 14.
Le deuxiesme, le 1 Aoust 1554, au 137 deg. 49.
Le troisiesme, le 17 Decembre, trois heures 56 ① 275 deg. 14.
Entre les deux premiers y a, 44 jours 11 heures : auquel temps court le Soleil par la 3 proposition du 1 livre, 45 deg. 49.
Entre les deux derniers y a 138 jours 3 heures 56 ① : auquel temps le Soleil fait par la 3 proposition du 1 livre 136 deg. 11.
Somme des deux derniers en l'ordre est 180 deg. son residu circulaire est 180 deg.
Difference des deux premiers en l'ordre, est pour le cours apparant du Soleil entre iceux 42 deg. 35.
Difference des deuxiesme & troisiesme en l'ordre, est pour le cours apparant du Soleil entre iceux lieux 137 deg. 25.
Somme des deux derniers en l'ordre, est 180 son residu circulaire est 180 deg.

Le requis. Les trois lieux du Soleil estant cognus comme dessus, il faut trouver par iceux le contenu de ceste proposition: Premierement, l'eccentricité D E, posant B D le raid 10000; Secondement, la longitude apparante de l'apogée A : Tiercement, l'argument du Soleil (en l'un des trois lieux, comme je prens le deuxiesme) qui est B, assavoir A B : Quartement, la longitude du Soleil moyen.



Preparation. Ayant marqué le cercle deferant A B C, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le quatriesme en l'ordre cy-dessus, assavoir 43 deg. 49.
Et B C cinquiesme en l'ordre du donné 136 deg. 11.
Donc C A sera de necessité le residu circulaire du sixiesme en l'ordre donné, c'est 180 deg.
D'avantage par la 4 proposition du 1 livre, je vois que A doit estre l'apogée, & C le perigée; & partant entre C, & le centre D, je marque l'eccentre, ou la terre E, duquel je mene la ligne E B, & ainsi suivant l'hypothese l'angle A E B sera le sixiesme en l'ordre du donné 42 deg. 35.
Et l'angle B E C, huictiesme en l'ordre susdit, 137 deg. 25.
Finalement l'angle C E A, neufiesme en l'ordre, 180 deg.

CONSTRVCTION.

Ayant une figure icy de mesme qualité que celle du quatriesme exemple de la 2 proposition : je trouve par icelle premierement l'eccentricité D E, en telles parties que B D fait 10000, vient 318.
Secondement, par le mesme exemple je trouve la distance apparante de B en A, veuë de l'eccentre E, qui est l'angle A E B: 42 deg. 35 ①. Mais B estant au 137 deg. 49 ①, deuxiesme en l'ordre du donné, alors A sera les 42 deg. 35 ① plus en arriere que B, & partant le soustrait du susdit 137 deg. 49 ①, reste pour la longitude apparante de l'apogée A 95 deg. 14.
Tiercement, par le mesme exemple je trouve l'arc A B, pour l'argument requis 43 deg. 49.
Quartement, j'adjouste à iceluy 95 degr. 14 ①, deuxiesme en l'ordre icy mesmé, vient pour la longitude du moyen Soleil sur le 1 Aoust 1554 de 139 deg. 3.

Donc

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclus. Nous avons donc trouvé premierement, &c.

PROPOSITION VIII.

Estant donné l'argument du Soleil : trouver la ligne entre la terre & le Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, *davantage sa prostapherese, & Diametre visuel, le tout par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese, que la terre est immobile.*

Le donné. Soit l'argument du Soleil de 30 deg. & le raid du deferant 10000 ; donc l'eccentricité sera de 323, par le 1 exemple de la 2 proposition.

Le requis. Il faut trouver la ligne de distance entre le centre de la terre & du Soleil, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000, & encor sa prostapherese & diametre visuel.

CONSTRUCTION.

Par les donnez, on pourra trouver la distance de la terre au Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, & ce par l'aide de la 3 propos. de ce 2 livre ; & sera trouvée de 10281.

Et sa prostapherese, laquelle est icy apherese, d'autant qu'il est, assavoir le Soleil au premier demicercle 54①.

Mais le diametre visuel du Soleil (qu'on prend estre en l'apogée de 30 ①) fait par la 6 prop. 30 ① 7 ② : car disant, moindre distance 10281, premiere en l'ordre, donne majeure distance extreme 10323, combien 30 ①? viendra comme devant 30 ① 7 ②.

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé sa distance à la terre, &c.

COROLLAIRE.

Il est evident comment on pourroit faire une table des lignes entre la terre & le Soleil, avec ses prostaphereses, & Diametres visuels, de degrez en degrez ; afin de trouver le requis avec facilité, comme elle est commencée cy-dessous par maniere d'exemple, par 4 nombres, de 10 en 10 degrez.

TABLE.

Degrez du deferant du Soleil.	*Lignes entre la terre & le Soleil.*	*Prostaphereses.*		*Diametres visuels du Soleil.*	
		apherese.			
deg.	parties.	deg.	①	①	②
0.	10323.	0.	0.	30.	0.
10.	10321.	0.	19.	30.	0.
20.	10305.	0.	37.	30.	3.
30.	10281.	0.	54.	30.	7.
180.	9677.	0.	0.	32.	0.

PROPOSITION IX.

Trouver en une racine d'années donnée, la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée du deferant solaire, & l'argument du Soleil, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'Epoche ou racine d'années le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée d'iceluy, & son argument.

CONSTRUCTION.

Premierement, pour trouver la longitude du moyen Soleil, il estoit au 1 Aoust 1554, par le 1 exemple de la 7 proposition de ce 2 livre, de 139 deg. 5.

Mais d'iceluy 1 Aoust 1554 jusques au commencement de l'an 1600, y a 45 ans Egyptiens 163 jours, cependant tel temps le Soleil moyen fait par la troisiesme prop. du 1 livre. 149 deg. 43.

Somme de ces deux en l'ordre, sera pour la longitude requise du Soleil moyen au commencement de l'an 1600 comme Epoche 288 deg. 48.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle estoit en l'année susdite 1554 au 1 Aoust, par le 1 exemple de la 7 prop. de ce 2 livre, de 94 deg. 35.

Le cours de l'apogée du deferant du Soleil aux 45 ans Egyptiens 163 jours, par la 5 prop. du 1 livre, 1 deg 1 ①: car disant 1 an donne 1 ① 20 ②, combien les 45 ans & demy environ? vient comme devant 1 deg. 1 ①.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour la longitude apparante de l'apogée au commencement de l'an 1600 comme Epoche 95 deg. 36.

Tiercement, pour trouver l'argument du Soleil, celuy du 1 Aoust 1554, estoit par la 7 prop. de ce 2 livre, au 1 exemple, de 44 deg. 30.

Le cours du Soleil en son deferant est és susdits 45 ans Egyptiens & 163 jours, par la 6 prop. du 1 livre, 148 deg. 42 ①, qu'on trouve encor plus aisément, ostant 1 deg. 1 ①, 5 en l'ordre, de 149 deg. 43 ①, 2 en l'ordre ; car alors il reste aussi 148 deg. 42.

Somme des deux derniers en l'ordre, viendra l'argument du Soleil, requis à l'Epoche donnée 193 deg. 12.

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé en une racine d'années ou Epoche, la longitude, &c.

NOTEZ.

D'autant que ces choses trouvées seront souvent citées cy-apres, nous les mettrons icy à part, comme s'ensuit.

Lieux du mouvement du Soleil en la racine des années ou Epoche de 1600.

Longitude du Soleil moyen 288 deg. 48.
Longitude apparante de l'apogée du Soleil 95 deg. 36.
L'argument du Soleil 193 deg. 12.

PROPOSITION X.

Trouver en un temps donné, la longitude du Soleil moyen : la longitude apparante de l'apogée du deferant du Soleil : & l'argument du Soleil, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese de terre immobile.

NOTEZ.

D'autant qu'on pourroit penser que le contenu de ceste proposition en tout temps donné, se pourroit resoudre par la precedente 9, où il est requis en une racine d'années, & partant la presente inutile, on sçaura qu'il

qu'il est plus aisé de faire ses calculations fondées sur une Epoche, que non pas sur divers temps d'années, jours, heures & ①; & que le lieu du Soleil moyen, de l'apogée, & du Soleil, estant cognu en un certain temps commun à plusieurs nations, facilite le tout de beaucoup, ce qui servira icy d'exemple. Et tel advertissement s'entendra aussi au cours des autres planetes suivantes, où le mesme se fera.

Le donné. Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver le contenu de la proposition audit temps.

Constrvction.

Premierement pour trouver la longitude moyenne du Soleil, elle estoit en l'Epoche, assavoir au commencement de l'an 1600 par la precedente de 288 deg. 48.

Mais de là au 30 Decembre 1600, y a un an Egyptien, auquel temps, par la 3 proposition du 1 livre, le cours moyen du Soleil est 359 deg. 45.

Somme des deux en l'ordre est pour la longitude du moyen Soleil 288 deg. 33.

Secondement pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle estoit en l'Epoche de l'an 1600 susdit de 95 deg. 36.

Le cours de l'apogée du Soleil, est en un an Egyptien susdit, par la 5 proposition du 1 livre, de 1①, 20② soit de 0 deg. 1①.

Somme des deux derniers en l'ordre, sera pour la longitude apparante requise de l'apogée 95 deg. 37.

Tiercement, pour l'argument du Soleil il estoit en l'Epoche susdit de l'an 1600, de 193 deg. 12.

Le cours du Soleil en son deferant en un an Egyptien est, par la 6 proposition du 1 livre, 359 deg. 44①, qu'on trouve plus facilement ostant 1①, cinquiesme en l'ordre, de 359 deg. 45①, deuxiesme en l'ordre, car il demeure aussi 359 deg. 44.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour l'argument requis du Soleil 192 deg. 56.

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé, &c.

Proposition XI.

Trouver au temps donné la longitude apparante du Soleil, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit iceluy temps le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude apparante du Soleil.

Constrvction.

Par la precedente 10 proposition elle estoit au temps donné du 30 Decembre 1600 de 95 deg. 37.

Par la mesme, l'argument au mesme temps est de 192 deg. 56.

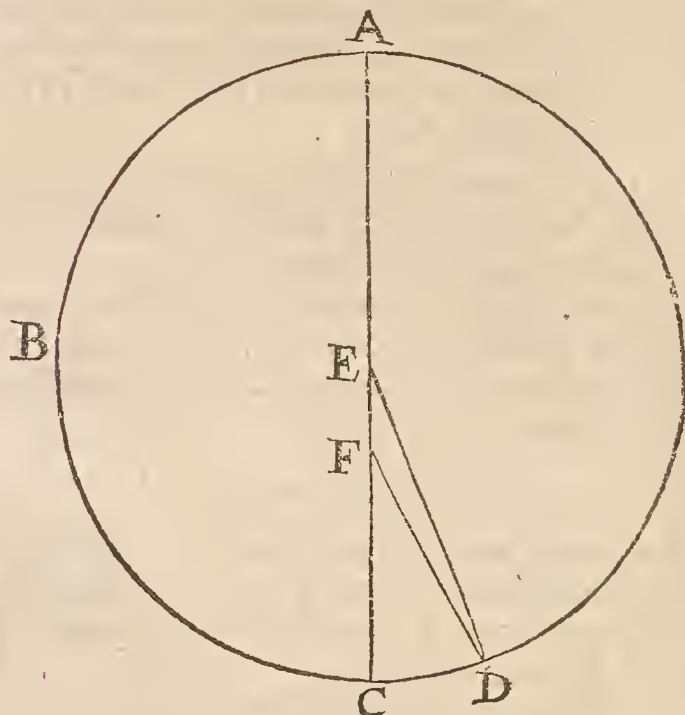
Sa prostapherese fait, par la 8 proposition de ce 2 livre, 0 deg. 25.

Laquelle estant prostetique, comme advenant au deuxiesme demicercle, je l'adjouste à son precedent en l'ordre, vient 193 deg. 21.

Icelle avec le premier en l'ordre fait pour la longitude apparante du Soleil requise 288 deg. 58.

Demonstration.

Soit A B C D le deferant du Soleil, E son centre, F la terre, A apogée, estant comme au premier en l'ordre, au 95 deg. 37.



Le Soleil soit D, ainsi que son argument ABD, ou l'angle renversé A E D, soit trouvé comme au deuxiesme en l'ordre de 192 deg. 56.

Là dessus l'angle de la prostapherese E D F, troisiesme en l'ordre, fait 0 deg. 25.

Lequel est prostetique, advenant icy au 2 demicercle, je l'adjouste à A E D 192 deg. 56①, deuxiesme en l'ordre, viendra pour l'angle renversé A F D, quatriesme en l'ordre, 193 deg. 21.

Mais estant A veu de F, au 95 deg. 37①, premier en l'ordre, D sera tant plus avancé, que l'angle renversé A F D emporte, qui est 193 deg. 21①, & partant la somme de ces deux sera pour la longitude apparante du Soleil, comme le cinquiesme en l'ordre, 288 deg. 58.

Ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Nous avons donc, &c.

Notez.

On pourroit demander pourquoy és 9 & 10 propositions ont esté cerchées & trouvées les longitudes du Soleil moyen, veu qu'en ceste 11 nous ne l'avons mis en œuvre : Je respons que ce sera pour les suivantes, és conjonctions & oppositions du Soleil & autres planetes, & faut encor se ressouvenir que ce sera à mesme fin qu'on cerchera cy-apres les cours moyens des autres planetes.

Proposition XII.

Construire des Ephemerides calculées du Soleil, commençant au temps donné, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Veu qu'en l'onziesme proposition a esté declarée la maniere de trouver le lieu du Soleil sur un jour donné, par laquelle on le pourroit trouver en tout autre jour, d'où s'ensuit qu'on estimeroit ceste proposition inutile: Mais pource qu'en certaine methode y a de la facilité & brieveté, la presente servira à ceste fin.

Le don-

Le donné. Soit le temps proposé le commencement de l'an 1600, c'est le commencement du 1 Janvier, ou ce qui est un mesme poinct, le dernier Decembre 1599.

Le requis. Il faut là dessus construire des Ephemerides calculées du Soleil.

CONSTRVCTION.

Je mets en ordre trois colomnes, à la premiere le commencement de Janvier 1600 : à la seconde l'argument du Soleil : à la troisiesme la longitude apparante du Soleil, toutes deux au mesme temps par la 9 proposition, comme cy-dessous,

Ianvier 1600.	*Argument du Soleil.*	*Longitude apparante du Soleil.*
	deg. ①.	deg. ①.
o.	193. 12.	289. 15.

Maintenant pour avoir la longitude apparante d'un jour plus avant, assavoir le 1 Janvier, je dis ainsi :

Au susdit 193 deg. 12.
Adjousté le cours du Soleil en son deferant sur un jour, faisant par la 6 proposition du 1 livre o deg. 59. 8.
Viendra l'argument du Soleil 194 deg. 11. 8.
Sa prostapherese fait par la 3 proposition de ce 2 livre o deg. 29.
Laquelle estant prostetique, venant au 2 demicercle, je l'adjouste au nombre precedent 194 deg. 11. 8. vient 194 deg. 40. 8.
Auquel adjoustée la longitude apparante de l'apogée au temps donné (& pour quelque nombre de jours sans changer) par la 9 proposition de ce 2 livre, 95 deg. 36.
Viendra pour la longitude apparante du Soleil au 1 Janvier 290 deg. 16.

Ce qu'estant ainsi, je pose sous la premiere colomne 1, signifiant le 1 Janvier; sous la seconde 194 deg. 11. 8 ②, troisiesme en l'ordre, & sous la troisiesme colomne 290 deg. 16 ①, septiesme en l'ordre, comme cy-dessous:

Ianvier 1600.	*Argument du Soleil.*	*Longitude apparante du Soleil.*
	deg. ① ②.	deg. ①.
o.	193. 12. o.	289. 15.
1.	194. 11. 8.	290. 16.

Pour trouver maintenant la longitude apparante d'un jour plus outre, assavoir le 2 Janvier, le progrés sera comme dessus, toutefois nous le mettrons icy encor pour plus ample declaration.

Au susdit 194 deg. 11. 8.
Adjousté le cours du Soleil en son deferant par la 6 proposition du 1 livre, qui est o deg. 59. 8.
Vient pour argument du Soleil 195 deg. 10. 16.
Sa prostapherese, par la 3 proposition de ce 2 livre, o deg. 31.
Laquelle est prostetique, d'autant qu'elle advient au 2 demicercle, & partant je l'adjouste au 195 deg. 10 ① 16 ②, troisiesme en l'ordre, vient 195 deg. 41. 16.
Auquel adjoustée la longitude apparante de l'apogée, faisant au temps donné (ce qui ne change en rien quelque nombre de jours durant) 95 deg. 36.
Vient pour la longitude apparante du Soleil au 2 Janvier 291 deg. 17.

Ce qu'estant ainsi, je pose sous la premiere colomne 2 pour le 2 Janvier : sous la seconde 195 deg. 10. 16, le troisiesme en l'ordre ; & sous la 3 colomne 291 deg. 17 ①, septiesme en l'ordre, comme cy-dessous :

Ianvier 1600.	*Argument du Soleil.*	*Longitude apparante du Soleil.*
	deg. ① ②.	deg. ①.
o.	193. 12. o.	289. 15.
1.	194. 11. 8.	290. 16.
2.	195. 10. 16.	291. 17.

Et de mesme se trouvera le reste : & quant à la colomne moyenne elle ne s'escrit és Ephemerides, mais seulement on la met en escrit pour memoire en la calculation.

1 Note, quant à la certitude de l'operation.

D'autant que l'addition continuelle de 59 ① 8 ② à chaque jour n'est pas parfaite, cela feroit plusieurs petites fautes de nulle apparance en peu de temps ; mais bien en beaucoup. Or pour eviter tel inconvenient, on cerchera premierement la longitude apparante du Soleil pour le dernier Janvier, & ainsi des autres de mois en mois, afin de recognoistre si on a bien fait en la progression des jours ; que s'il y a de l'erreur, on le recognoistra à cela, & ainsi on partira l'excés ou le defaut proportionellement, tenant le calcul de mois en mois pour certain.

2 Note, quant à la brieveté de la construction.

Ayant trouvé & calculé une table de 10 jours en 10 jours, on pourra facilement departir le cours és jours delaissez : cōme par exemple, si le cours aux deuxiesmes 10 jours est de mesme comme aux premiers 10 jours, on pourroit donner à chacun jour la dixiesme partie du cours, sans autre calculation ; autrement estant inegal, on departira ceste inegalité à l'equipollent. Il faut aussi sçavoir, que si on veut avoir les ① nettement, qu'il faut venir jusques aux ②, comme font plusieurs Escrivains.

Conclusion. Nous avons donc construit des Ephemerides calculées, &c.

Maintenant de l'equateur des jours.

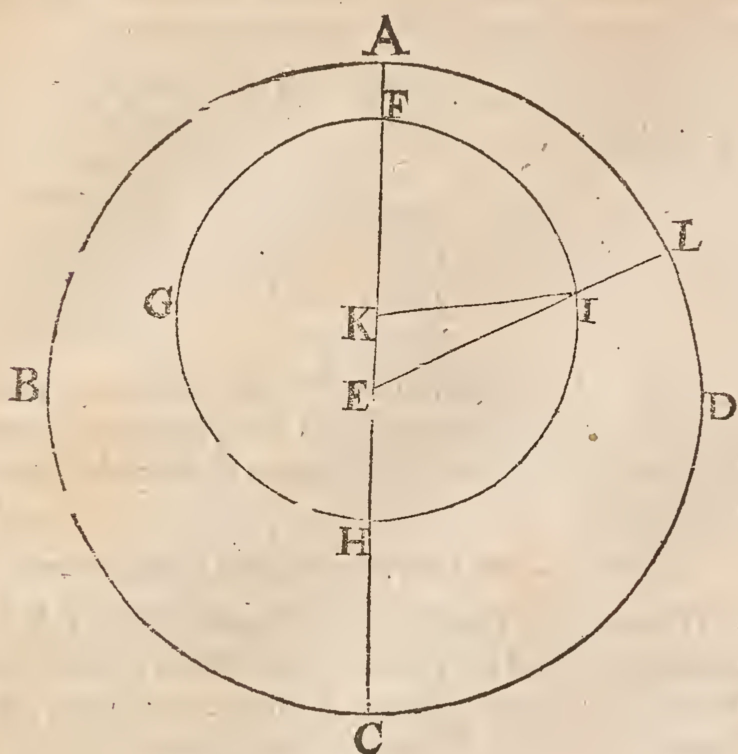
Ayant descrit jusques icy le cours du Soleil, il reste maintenant de parler de l'equation des jours inegaux ou naturels, dont la qualité a esté declarée au commencement de la deuxiesme distinction de ce 2 livre, & combien que cela ne seroit grandement perceptible au cours du Soleil, à cause de son cours tardif & lent, neantmoins au cours de la Lune, qui est plus viste, il y a quelque remarque sensible : car d'autant pourroit-on faillir en la calculation du commencement des eclipses, ce qui estoit selon la computation de *Erasme Reinolde* en son temps, au cours viste de 7 deg. 36 ①, faisant en temps o deg. 30 ①, 24 ② : mais il pourroit avenir en un autre temps, par l'aide de l'apogée du Soleil que ce seroit 10 deg. qui font $\frac{2}{3}$ d'heure.

PROPOSITION XIII.

Estant donnée la longitude apparante du Soleil ; trouver son argument par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit A B C l'ecliptique, son centre E la terre, & F G H I le deferant du Soleil, son centre K, son

ſon apogée F ſous A apogée apparant ſous le 94 deg. 35 ⓘ par le 1 exemple de la 7 propoſition, puis H le



perigée; mais C, le perigée apparant ſous le 274 deg. 35 ⓘ. D'avantage eſtant le vray Soleil en I, il eſt en apparence en L dans l'ecliptique 30 deg.

Le requis. Il faut trouver ſon argument, qui eſt l'arc F G H I.

Constrvction.

D'autant que A eſt l'apogée apparant, en l'ecliptique 94 deg. 35 ⓘ, & L, au 30 deg. pour L A, ou l'angle L E A, & l'angle I E K ſera de 64 deg. 35 ⓘ: ce qu'eſtant ainſi, le triangle K E I aura trois termes cognus, aſſavoir K E I 64 deg. 35 ⓘ, K I, 10000, E K 323 par le 1 exemple de la 7 propoſition: par leſquels cerché l'angle E K I, qui eſt auſſi pour l'arc H I, ſera trouvé par la 5 propoſition des triangles plats, de 113 deg. 45 ⓘ: Auquel adjouſté le demicercle E G H 180 deg. viendra pour l'argument requis du Soleil, qui eſt l'arc F G H I 293 degr. 45 ⓘ. Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Conclusion. Eſtant donnée la longitude apparante du Soleil, nous avons donc trouvé ſon argument, &c.

Notez.

Lors qu'on cerche l'argument du Soleil, eſtant iceluy en apparance au commencement de l'ecliptique, ou ſection vernale, il ſe trouvera eſtre de 263 deg. 34 ⓘ; tellement qu'en ce temps la ſection vernale eſchoit en tel poinct du deferant.

Proposition XIV.

Estant donné l'argument du Soleil, trouver ſa longitude apparante, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit la figure de la 13 propoſition precedente le donné comme devant, le Soleil eſtant en I, ainſi que ſon argument F G H I ſoit de 293 deg. 45 ⓘ, & L ſon lieu apparant.

Constrvction.

D'autant que l'arc F G H I fait 293 deg. 45 ⓘ, j'en ſouſtrais le demicercle F G H 180 deg. reſte pour l'arc H I, qui eſt auſſi pour l'angle E K I 113 deg. 45 ⓘ: & ainſi le triangle, E K I aura trois termes cognus, comme ſont E K I, 113 deg. 45 ⓘ; K I, 10000, & E K 323, par le 1 exemple de la 7 propoſition: Par leſquels on cerchera l'angle K E I, pour l'arc L A, lequel ſe trouvera par la 6 propoſition des triangles plats de 64 deg. 35 ⓘ, & iceluy oſté de la longitude du perigée apparant, A 94 degr. 35 ⓘ, reſtera pour la longitude requiſe du poinct L 30 deg. Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Conclusion. Eſtant donné l'argument du Soleil, nous avons donc trouvé ſa longitude, &c.

Proposition XV.

Estant donnez des jours naturels inegaux: trouver combien ils font en jours egaux, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

1 *Exemple, des jours naturels inegaux commençans en la ſection vernale.*

Le donné. Soyent donnez 30 jours naturels inegaux, commençans de la ſection vernale.

Le requis. Il faut trouver combien ils font en jours egaux.

Operation.

Je cerche en autant de jours egaux, ou jours moyens, aſſavoir en 30, le cours du Soleil en ſon deferant commençant de la ſection vernale apparante, & trouve par la 3 propoſition du 1 livre, de 29 deg. 34.

Pour trouver ce lieu en longitude apparante, je dis ainſi: La ſection vernale apparante par la note de la 13 propoſition, eſt au 263 deg. 34 ⓘ du deferant, parquoy au meſme eſtant adjouſté 29 deg. 34 ⓘ, premier en l'ordre, viendra 293 deg. 8 ⓘ du deferant ou argument, duquel ſon lieu apparant en l'ecliptique eſt par la 14 propoſition de ce 2 livre 29 deg. 24.

L'aſcenſion droite d'iceluy eſt par le 2 probleme du 4 livre de la Coſmographie (pourveu que la declinaiſon de l'equinoctial ſoit 23 deg. 30 ⓘ.) 27 deg. 20.

Difference des premier & troiſieſme en l'ordre eſt 2 deg. 14.

Leſquels (prenant que les 15 vallent 1 heure) feront 0 heure 9 ⓘ.

Notez maintenant que ſi le premier en l'ordre eſtoit egal au troiſieſme en l'ordre, alors les jours inegaux naturels feroyent autant de jours egaux.

Mais quand le premier eſt majeur, alors on ſouſtrait le 5 des jours donnez.

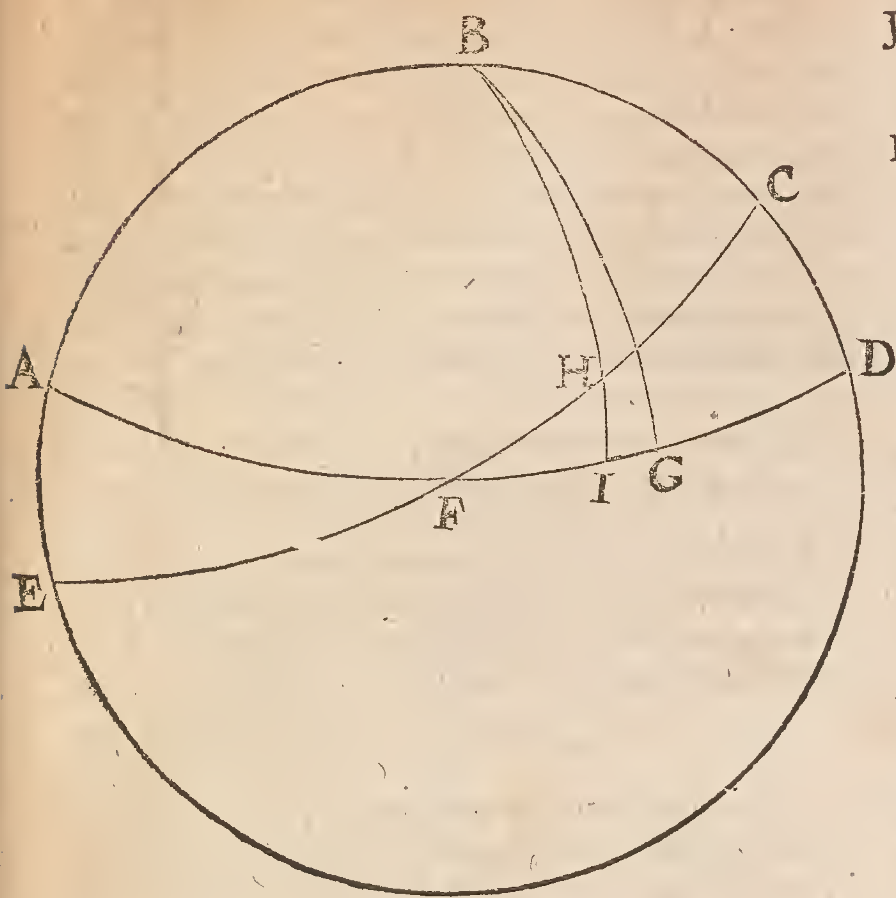
Et eſtant le premier moindre, alors on adjouſte le cinquieſme aux jours donnez.

Donc veu que le premier eſt plus que le troiſieſme, il faudra, ſuivant ce que dit eſt, oſter le cinquieſme en l'ordre, qui eſt 0 heure 7 ⓘ, des 30 jours, reſte pour le requis 29 jours egaux 23 heures 51 ⓘ.

Preparation. Soit A B C D E le meridien d'un Globe, A D l'equateur, E C l'ecliptique, F la ſection vernale, B zenith, & G l'equidiel (dont la definition a eſté miſe au commencement de la deuxieſme diſtinction de ce 2 livre) faiſant F G 29 deg. 34 ⓘ, premier en l'ordre; & H ſoit le Soleil apparant, faiſant 29 deg. 24 ⓘ, deuxieſme en l'ordre, par lequel H ſoit menée B H I, ainſi que F I ſoit l'aſcenſion droite de H faiſant 27 deg. 20 ⓘ, troiſieſme en l'ordre; & I G (difference entre F G, F I) doit faire les 2 degr. 14 ⓘ, quatrieſme en l'ordre.

Demonstration. Eſtant le vray Soleil au temps de ſon introduction en la ſection vernale ſous le poinct F en ſon deferant, auſſi le Soleil apparant, & l'equidiel en F, ces

ces trois Soleils feront en l'eſpace des 30 jours venus chacun en ſon chemin, comme s'enſuit : Le vray Soleil en ſon deferant de F fera 29 deg. 34 ①, premier en



l'ordre : Et cependant l'equidiel en l'equateur de F en G, aura autant fait, aſſavoir 29 deg. 34 ①; auſſi en meſme temps le Soleil apparant viendra de F en H, ainſi que l'arc FH ſera de 29 deg. 24 ①, deuxieſme en l'ordre : Et menant, comme dit eſt, le meridien par H, aſſavoir BI, alors FI ſera 27 deg. 20 ①, troiſieſme en l'ordre. Or ſi le Soleil apparant H, & l'equidiel G eſtoyent parvenus ſous un meſme meridien, les jours naturels & egaux ne differeroyent alors en rien : mais il y a icy difference entre les meridiens de 2 deg. 14 ①, quatrieſme en l'ordre, pour IG; & par conſequent ils different d'autant, comme emporte le mouvement rapide du Soleil d'Orient vers Occident, qui eſt 0 heure 9 ①, cinquieſme en l'ordre. La raiſon pourquoy il faut ſouſtraire ce temps des 30 jours donnez, & non pas l'adjouſter, eſt telle, aſſavoir que puis que l'equidiel (duquel nous cerchons la grandeur des jours) eſt venu par ſa rapidité de l'orient en D, vers l'occident en G, & le Soleil apparant H, d'orient vers l'occident en H, 2 deg. 14 ① plus avant, il faut donc ſouſtraire les meſmes pour avoir la grandeur des jours de l'equidiel : or telle a eſté l'operation, qui pour ceſte cauſe eſt bonne.

Notez.

Tout ainſi qu'on a trouvé cy-deſſus ce qu'il faut adjouſter aux 30 jours, apres l'introduction du Soleil en la ſection vernale, de meſme eſt manifeſte qu'on pourra trouver ce qu'il faut adjouſter ou oſter ſur chacun jour de l'an, d'où appert la facilité qui peut advenir en la conſtruction d'une table de jour en jour ſervant pour un long temps, aſſavoir juſques à ce que l'apogée du Soleil ſe ſeroit tant avancé, qu'il s'en enſuive un empeſchement remarquable.

2 *Exemple, des jours naturels inegaux donnez, commençans apres l'entrée du Soleil en la ſection vernale.*

Le donné. Soyent donnez 20 jours naturels inegaux, aſſavoir depuis le 30 apres la ſection vernale juſques au 50.

Le requis. Il faut trouver combien ces jours naturels inegaux font en jours egaux.

Constrvction.

Je cerche premierement combien font les 30 jours naturels, par le 1 exemple, les trouve eſtre de 29 jours egaux 23 heures 51 ①.
Puis ſemblablement les 50 jours naturels commençans à la ſection vernale 49 jours egaux 23 heures 52 ①.
Duquel ſouſtrait le premier en l'ordre, reſtera pour le requis 20 jours egaux 0 heure 1 ①.

Corollaire I.

Ceux qui voudront, pourront delaiſſer les heures qui ſont adjointes aux jours entiers, d'autant qu'en la pratique, elles n'amenent nul inconvenient perceptible.

Corollaire II.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de pluſieurs années entieres, il appert que telle ſolution n'auroit beſoing d'aucune calculation preallable, veu que les egaux s'accordent avec les naturels, en tel cas.

Corollaire III.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de pluſieurs années, avec quelque nombre de jours naturels; il faut ſçavoir qu'il ne ſeroit beſoing que de prendre les jours qui ſont au deſſus des années, & laiſſer les années.

Corollaire IV.

Si on donnoit des jours naturels devant l'entrée d'une ſection vernale, il appert qu'on pourroit prendre une autre ſection qui precede les jours, & pourſuivre ſelon la regle precedente : deſquelles choſes la demonſtration eſt evidente de ſoy.

Concluſion. Eſtant donc donnez des jours naturels inegaux, nous les avons reduits en jours egaux, &c.

Proposition XVI.

Eſtant donnez des jours egaux, trouver combien ils font de jours naturels inegaux par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Notez.

On euſt peu faire une annotation ſimplement comme s'enſuit, au lieu de faire une propoſition du contenu de la preſente : aſſavoir qu'il falloit faire de meſme avec les jours egaux, comme en la 15 prop. avec les inegaux, excepté qu'eſtant parvenu au cinquieſme en l'ordre, il faudroit changer de ſimple conjugaiſon, aſſavoir au lieu qu'on adjouſte là, il faudroit ſouſtraire icy, & au contraire.

Mais afin que la demonſtration de ceſte matiere profonde ſoit plus claire, & que l'imitation en la pratique en ſoit d'autant plus facile, nous en deſcrivons pour telle occaſion une propoſition parfaite, uſant de mots les plus accordans avec la 15 prop. qu'il ſera poſſible; & de cela la raiſon en a eſté donnée autre part cy-devant.

1. *Exemple, des jours egaux commençans lors que le Soleil entre en la ſection vernale.*

Le donné. Soyent 30 jours egaux, à commencer de l'introduction du Soleil en la ſection vernale.

Le requis. Il faut trouver combien ils font en jours inegaux.

Con-

Constrvction.

Je cerche premierement le cours moyen du Soleil és 30 jours egaux donnez, vient par la troisiesme proposit. du 1 livre, 29 deg. 34.

Pour trouver maintenant la longitude apparante du Soleil, je dis ainsi : la section vernale apparante est, par la note de la 13 prop. au 263 deg. 34 ①, auquel adjousté 29 deg. 34 ①, premier en l'ordre (car autant a fait le Soleil au temps donné en son deferant) vient 293 deg. 8 ① du deferant, dont son lieu apparant en l'ecliptique est, par la 14 prop. de cē 2 livre, 29 deg. 24.

L'ascension droite d'iceluy est, par le 2 probleme du 4 livre de la Cosmographie, 27 deg. 20.

Difference entre le 1 & 3 en l'ordre est 2 deg. 14.

Lesquels (prenant 15 degr. pour 1 heure) font o heure 9 ①.

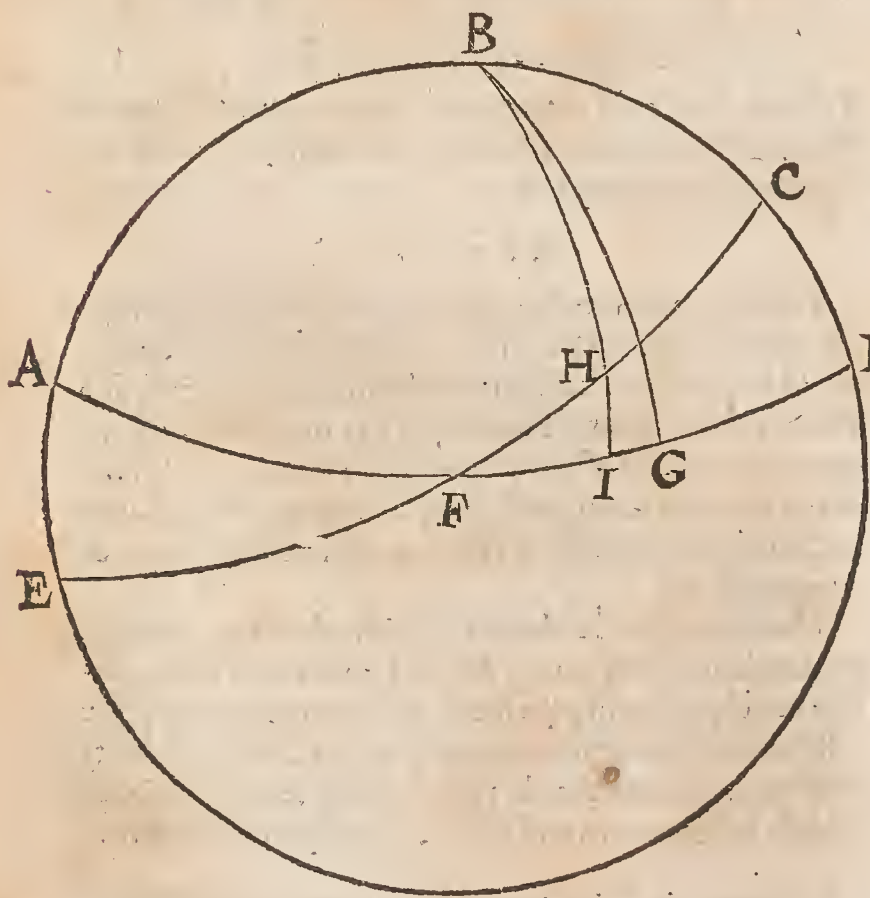
Notez maintenant que si le premier en l'ordre estoit egal au 3, alors les jours egaux donnez feroyent autant de jouts naturels inegaux.

Mais quand le 1 est majeur, alors on adjouste le 5 aux jours donnez.

Et le 1 estant moindre, on soustrait le 5 des jours donnez.

Parquoy, veu que presentement le 1, est majeur au 3, donc suivant la regle susdite il faut adjouster le 5 en l'ordre, comme o deg. 9 ①, aux 30 jours egaux donnez, viendra pour le requis 30 jours ineg o heure 9 ①.

Demonstration. Soit repetée la figure de la ptecedente 15 proposition, signifiant comme il est dit là en la preparation : par laquelle je dis autrefois qu'estant le vray Soleil, l'equidiel, & l'apparant en F, ces 3 Soleils se sont departis de là, & parvenus és 30 jours egaux, assavoir l'equidiel en G 29 deg. 34 ①, 1 en l'ordre: & autant le



vray Soleil en son deferant ; aussi le Soleil apparant au mesme temps en H, faisant FH 29 deg. 24 ①, 2 en l'ordre: par lequel H soit mené le meridien BI, alors FI sera 27 deg. 20 ①, 3 en l'ordre. Si maintenant le Soleil apparant H, & l'equidiel G, estoyent en mesme meridien, leurs jours, assavoir les naturels & egaux, ne differeroyent en rien: Mais il y a d'un meridien en l'autre 2 deg. 14 ①, 4 en l'ordre ; car autant fait I G, lequel est le cours rapide du Soleil d'orient vers l'occident, qui est o heure 9 ①, 5 en l'ordre : Or qu'il faille adjouster & non pas soustraire, appert en ce que nous cerchons les jours naturels, qui sont faits du Soleil apparant, lequel par son cours rapide est venu d'orient vers l'occident jusques à H, & le Soleil equidiel G, d'orient D, vers l'occident jusqu'à G, 2 deg. 14 ① moins, donc il faut adjouster les mesmes, pour trouver la longueur des jours naturels inegaux, requis : Et tel est la construction, laquelle est bonne par consequent.

2 Exemple, où les jours egaux donnez commencent apres l'entrée du Soleil en la section vernale.

Le donné. Soyent les jours egaux donnez 20 : assavoir, du 30 apres l'introduction du Soleil jusqu'au 50.

Le requis. Il faut trouver combien lesdits 20 jours egaux font d'inegaux naturels.

Constrvction.

Je cerche premierement combien font les 30 jours egaux commençans de l'entrée en l'equinoxe, & font par le 1 exemple, 30 jours ineg. o heure 9 ①.

Puis combien en font 50, commençans de mesme de l'equinoxe, & trouve-on par le susdit exemple, 50 jours ineg. o heure 12 ①.

Duquel ostant le 1 en l'ordre, restera le requis 20 jours ineg. o heure 3 ①.

Note I.

Il est manifeste que la table, de laquelle a esté parlé en la 15 proposition serviroit aussi icy, assavoir pour remettre les jours egaux en inegaux, comme il estoit requis au rebours alors : tellement qu'il n'est besoing icy d'autre table particuliere.

Il est aussi evident que les 4 corollaires de la mesme 15 proposition, se peuvent semblablement entendre sur cecy.

Note II.

Il y a encor equation de jours en ce qui touche la diversité des meridiens, où habitent diverses nations : car par exemple, combien que le commencement d'une eclipse de Lune, est veuë en mesme temps de ceux qui la peuvent voir, neantmoins les uns adaptent ce temps à une autre heure que les autres : parquoy lors que nous venons à avoir des observations qui sont faites en quelque lieu differant du nostre en longitude, il est necessaire de restituer & egaler le temps selon nostre horizon : Mais d'autant que chaque 15 deg. de difference en longitude se prend pour 1 heure, la chose est si manifeste qu'il n'est besoing de faire aucune proposition particuliere de ceste matiere.

Conclusion. Estant donc donnez des jours egaux nous les avons reduits en jours naturels inegaux, &c.

Theoreme. Proposition XVII.

Estant mené un arc du pole de l'equateur jusques en l'ecliptique, ainsi que son sinus soit moyen proportionel, entre le raid de la Sphere, & le sinus de complement de la majeure declinaison de l'ecliptique : iceluy arc marquera l'ecliptique au poinct, dont l'ascension droite differe au plus de l'arc de l'ecliptique.

La

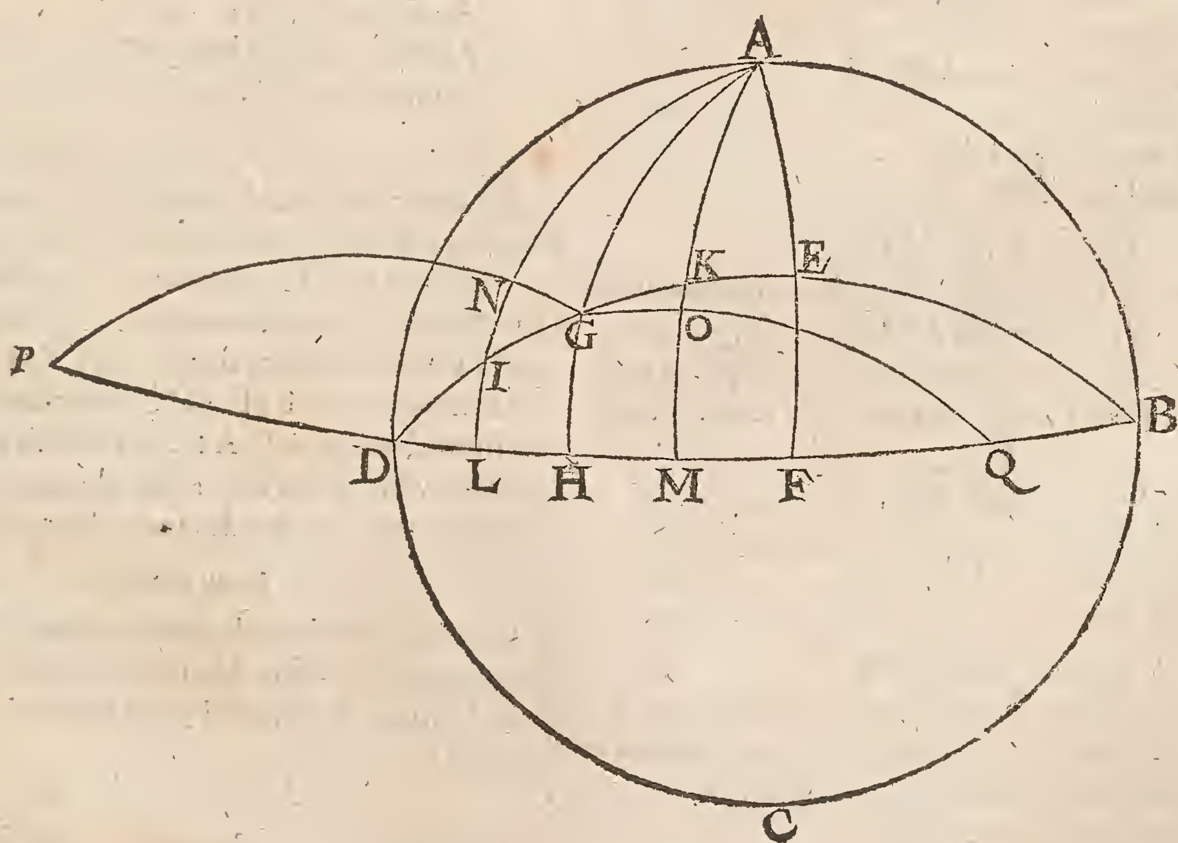
La difference entre les jours naturels, & les egaux, est trouvée par les 15 & 16 propositions en nombre; mais joignant cela, la Theorie est parvenue plus avant, où c'est que telle difference est la majeure; premierement à cause de l'obliquité de l'ecliptique, puis apres à cause de l'eccentricité du deferant du Soleil, desquelles choses la presente dixseptiesme proposition & la suivante traitent.

Notez que combien que ceste matiere soit profonde, qu'elle n'est pas en *Ptolemée*, mais és escrits de *Regiomontanus* à la 25 proposit. du troisiesme livre de *l'Epitome de l'Almageste*, ce qu'il dit avoir extrait de *Geber Arabe*: toutesfois elle ne semble estre des Arabes, mais plustost une relique du siecle sage, comme aussi les escrits de *Hyparchus* & *Ptolemée*, leur sont venus entre les mains. Il faut aussi sçavoir que *Regiomonte* en traitant de ceste matiere cite des escrits de *Geber*, lesquels je ne sçay s'ils sont divulguez: mais afin que cecy touchant ceste matiere puisse subsister de soy-mesme j'ay remply le deffaut, au mieux qu'il m'a esté possible; combien qu'il pourroit estre que *Geber* l'a fait plus courte, ou que quelqu'un regardant de plus pres trouveroit un chemin plus bref.

Pour venir donc à la chose, je dis que faisant une table d'ascension droite des degrez de l'ecliptique par le deuxiesme probleme des problemes Astronomiques, laquelle je descriray cy-dessous pour plus ample declaration, tirée des tables *Pruteniques*, sous le titre de *Canon ascensionum rectarum*, où l'on voit que les arcs de l'equateur dés le commencement sont moindres, que ceux de l'ecliptique à l'endroit d'iceux, ce qui dure jusques au 46 deg. de l'ecliptique, où ils different le plus d'environ 2 degr. 28 (1), 24 (2), alors ceste difference ramoindrit encor par apres jusques à ce qu'ils s'egalisent au 90 degré.

TABLE DES ASCENSIONS DROITES, DES DEGREZ ENTIERS DE L'ECLIPTIQVE.

Ecliptique.	Equateur.			Ecliptique.	Equateur.			Ecliptique.	Equateur.		
deg.	*deg.*	(1)	(2).	*deg.*	*deg.*	(1)	(2).	*deg.*	*deg.*	(1)	(2).
1	0	55	2	31	28	51	43	61	58	51	21
2	1	50	5	32	29	49	15	62	59	54	4
3	2	45	8	33	30	46	56	63	60	56	57
4	3	40	13	34	31	44	45	64	62	0	0
5	4	35	18	35	32	42	45	65	63	3	12
6	5	30	25	36	33	40	54	66	64	6	34
7	6	25	34	37	34	39	12	67	65	10	4
8	7	20	45	38	35	37	41	68	66	13	43
9	8	15	59	39	36	36	19	69	67	17	31
10	9	11	15	40	37	35	7	70	68	21	27
11	10	6	35	41	38	34	7	71	69	25	31
12	11	1	58	42	39	33	16	72	70	29	42
13	11	57	26	43	40	32	36	73	71	34	1
14	12	52	57	44	41	32	6	74	72	38	27
15	13	48	32	45	42	31	48	75	73	42	59
16	14	44	12	46	43	31	40	76	74	47	38
17	15	39	57	47	44	33	43	77	75	52	23
18	16	35	47	48	45	31	56	78	76	57	13
19	17	31	43	49	46	32	21	79	78	2	8
20	18	27	45	50	47	32	57	80	79	7	8
21	19	23	53	51	48	33	43	81	80	12	13
22	20	20	7	52	49	34	40	82	81	17	21
23	21	16	27	53	50	35	49	83	82	22	33
24	22	12	55	54	51	37	8	84	83	27	49
25	23	9	30	55	52	38	38	85	84	33	6
26	24	6	12	56	53	40	19	86	85	38	26
27	25	3	2	57	54	42	11	87	86	43	48
28	26	0	0	58	55	44	13	88	87	49	11
29	26	57	6	59	56	46	25	89	88	54	35
30	27	54	20	60	57	48	48	90	90	0	0



Mais au lieu de ceste maniere imparfaite par nombres, nous demonstrerons ce theoreme Geometrique, lequel trouve parfaitement où ce poinct doit escheoir.

Le donné. Soit A B C D une sphere, A le pole, D E B l'ecliptique, & D F B l'equateur, D la section vernale; E F la declinaison majeure, A E son complement, puis de A soit mené l'arc A G, ainsi que son sinus soit moyen proportionel, entre le raid de la sphere, (qui est le raid des tables) & le sinus de A E (complement de E F declinaison majeure) lequel A G soit produit jusques en H, tellement que D H est ascension droite de D G.

Le requis. Il faut demonstrer que l'arc A G rencontre l'ecliptique au poinct G en telle sorte, que l'ascension droite D H differe le plus de son arc D G.

Preparation. Si au quart de l'ecliptique se pouvoit trouver quelqu'autre poinct que G, ce seroit ou entre D G, ou

D G, ou entre G E, que ces poincts soyent I, K, & qu'on mene par iceux les arcs jusques à l'equinoctial, comme A I L, A K M, doncques D L sera l'ascension droite de D I, & D M de D K; & il nous faut demonstrer que la difference entre D L & D I, comme aussi entre D M & D K, soit moindre, que celle qui est entre D H & D G, à quelle fin je meneray encores l'arc G N perpendiculaire sur A I, & G O perpendiculaire sur K M; & je continueray le mesme G N jusques à ce qu'il rencontre l'equinoctial au poinct P; assavoir qu'on s'imagine ce poinct P venir par derriere de la sphere: du mesme je produiray par devant l'arc G O, jusques à ce qu'il rencontre l'equinoctial au poinct Q. *Demonstration.*

Article I.

Puis que par la construction, N P, L P sont perpendiculaires sur N L; par la quatriesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques, ce seront quarts de cercle: partant le triangle G H P, sera rectangle; & L H, N G, seront arcs de difference au quart de cercle des costez P H, P G; aussi l'angle G H P, sera droit duquel les proprietez sont telles, par la 25 proposition des triangles spheriques.

Comme le sinus d'un droit, c'est à dire le raid,
Au sinus de l'arc de difference P H, costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de L H,
Ainsi le sinus de l'arc de difference de H G, de l'autre costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de A G,
Au sinus de l'arc de difference de P G; c'est à dire au sinus de G N.
Mais sinus de A H est le sinus d'un droit, assavoir le raid: donc
Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc L H;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc G N.

Article II.

Et alternativement,
Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc L H,
Au sinus de l'arc G N.

Article III.

Mais le sinus de l'arc A G, & moyen proportionnel entre le sinus de A F, & le sinus de A E, par supposition, ou entre A H, & A E, qui est la mesme chose (parce que les arcs A H, & A E, sont deux quarts de cercle) c'est pourquoy,
Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E.

Article IV.

Maintenant les deux derniers termes du second & troisiesme article ayant mesme raison à un mesme membre, seront proportionnaux entr'eux, c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc L H,
Au sinus de G N;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E.

Article V.

Apres, d'autant que A G, est plus petit que A I, aussi
La raison du sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E,
Sera moindre que la raison du sinus de l'arc A I,
Au sinus de A E.

Article VI.

Mais comme le sinus de l'arc A G, au sinus de A E; ainsi le sinus de l'arc L H, au sinus de G N, par le quatriesme article, partant,
La raison du sinus de l'arc L H,
Au sinus de l'arc G N,
Est moindre que la raison du sinus de l'arc A I,
Au sinus de l'arc A E.

Article VII.

Si on prend donc le costé E I pour base au triangle A I E, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques, comme,
Le sinus de l'angle dextre A E I,
Au sinus de l'angle senestre A I E;
Ainsi le sinus du costé senestre A I,
Au sinus du costé dextre A E.

Article VIII.

Au rebours.

Si le costé I N, au triangle G N I, est pris pour la base, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,
Comme le sinus de l'angle senestre G N I,
Au sinus de l'angle dextre G I N;
Ainsi le sinus du costé dextre G I,
Au sinus du costé senestre G N.

Article IX.

Mais l'angle A E I, du septiesme article est egal à l'angle G N I, du huictiesme article, car ils sont tous deux droits: d'avantage, l'angle A I E, du septiesme article, est egal à l'angle G I N, du huictiesme article, car c'est le mesme angle: parquoy les deux derniers termes du septiesme & huictiesme article, estant proportionnaux à deux termes egaux seront aussi proportionnaux entre eux: c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc A I,
Au sinus de A E;
Ainsi le sinus de l'arc G I,
Au sinus de G N.

Article X.

D'autant que par le neufiesme article les sinus des arcs A I, & A E, ont mesme raison que les sinus des arcs G I, & G N. Par consequent la raison moindre que la raison des sinus des arcs A I, A E, sera aussi moindre que la raison des sinus des arcs G I, G N: Mais la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs A I, A E, par le sixiesme article; c'est pourquoy la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs G I, G N.

Et au contraire.

La raison des sinus des mesmes arcs G I, G N, est plus grande que la raison des sinus desdits arcs L H, G N; donc le sinus de l'arc G I, est plus grand que le sinus de l'arc L H.

Article XI.

Par consequent puis que les arcs de ces sinus sont moindres que le quart de cercle; aussi l'arc G I sera plus grand que l'arc L H.

Article XII.

D'avantage, puis qu'au triangle G H D, l'angle droit G H D est plus grand que l'angle aigu D G H: aussi par la proposition 15 des triangles spheriques, le costé G D, soustenant l'angle G H D, sera plus grand que le costé D H, qui soustient l'angle D G H.

ARTICLE XIII.

De mesme au triangle I L D, l'angle droit ILD, estant plus grand que l'angle aigu D I L, aussi par la 15 proposition des triangles spheriques, le costé D I, soustenant l'angle I L D, sera plus grand que le costé D L, qui soustient l'angle D I L.

ARTICLE XIV.

C'est pourquoy le costé D I, estant plus grand que le costé D L, par le treiziesme article; si I G estoit egal à L H, la difference de D G à D H, seroit egale à la difference de D I à D L : mais I G est plus grand que L H, par l'onziesme article. Donc la difference par laquelle D G surpasse D H, sera plus grande que l'excés de D I, par dessus D L : ainsi nous avons demonstré la premiere partie que nous avions proposé à la construction.

Reste la seconde partie, assavoir que l'arc D G, est plus grand que l'arc D H, & l'arc D K plus que D M. Partant je dis,

ARTICLE XV.

Puis que par la preparation O Q, M Q sont perpendiculaires sur O M, l'un & l'autre sera quart de cercle, par la 4 consequence de la 1 propos. des triangles spheriques. Et pour cette cause au triangle G H Q, les arcs M H, O G, seront arcs de difference des costez Q H, Q G : afin que le triangle spherique G H Q, ait l'angle H droit. Duquel les proprietés sont telles, par la 2 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus d'un droit, assavoir le total,
Au sinus de l'arc de difference Q H, costé de l'angle droit, c'est à dire au sinus de l'arc M H;
Ainsi le sinus de l'arc de difference G H, autre costé de l'angle droit, c'est à dire le sinus de A G,
Au sinus de l'arc de difference de la base G Q, soustenant l'angle droit, c'est à dire de G O:
Mais le sinus de l'arc A H, est sinus de l'angle droit; partant,

Comme le sinus de l'angle droit, assavoir A H,
Au sinus de l'arc M H;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc G O.

ARTICLE XVI.

Et alternativement,

Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc M H,
Au sinus de l'arc G O.

ARTICLE XVII.

Mais le sinus de l'arc A G est moyen proportionnel entre le sinus de A F & A E, par la supposition, ou bien entre A H & A E, qui est la mesme chose (parce que A H & A F, sont deux quarts de cercle) parquoy ce sera,

Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE XVIII.

D'autant que les derniers termes du seiziesme & dixseptiesme article ont mesme raison à une mesme chose, ils seront proportionnaux entr'eux : c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc M H,
Au sinus de l'arc G O;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE XIX.

D'avantage, puis que A G est plus grand que A K, je dis,

Que la raison du sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc A E,
Est plus grande que la raison du sinus de l'arc A K,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE XX.

Mais comme le sinus de l'arc A G, au sinus de l'arc A E : ainsi (par le dixhuictiesme article) le sinus de l'arc M H, au sinus de l'arc G O, partant

La raison du sinus de l'arc M H,
Au sinus de l'arc G O,
Est plus grande que la raison du sinus de l'arc A K,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE XXI.

Or si le costé E K est pris pour base au triangle A K E, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus de l'angle dextre A E K,
Au sinus de l'angle senestre A K E;
Ainsi le sinus du costé senestre A K,
Au sinus du costé dextre A E.

ARTICLE XXII.

Si le costé K O est pris pour base au triangle G O K, ce sera par la susdite 24 proposition des triangles spheriques:

Comme le sinus de l'angle senestre G O K,
Au sinus de l'angle dextre G K O;
Ainsi le sinus du costé dextre G K,
Au sinus du costé senestre G O.

ARTICLE XXIII.

Mais l'angle A E K du vingt-uniesme article, est egal à l'angle G O K du vingtdeuxiesme article; car l'un & l'autre est droit : & l'angle A K E du vingt-uniesme article, est egal à l'angle G K O du vingtdeuxiesme article, par la sixiesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques, c'est pourquoy les deux derniers termes du 21 & 22 article, leur sont proportionnaux; & par consequent entr'eux, assavoir,

Comme le sinus de l'arc A K,
Au sinus de l'arc A E;
Ainsi le sinus de l'arc G K,
Au sinus de l'arc G O.

ARTICLE XXIV.

Puis que par le 23 article les sinus des arcs A K, A E ont mesme raison, que les sinus des arcs G K, G O, par consequent toute raison plus grande, que la raison des sinus des arcs A K, A E, sera aussi plus grande, que la raison des sinus des arcs G K, G O : mais la raison des sinus des arcs M H, G O, est plus grande que la raison des sinus des arcs A K, A E, par le 20 article: partant aussi la raison des sinus des arcs M H, G O, sera plus grande, que la raison des sinus des arcs G K, G O.

C'est pourquoy le sinus de l'arc M H est plus grand que le sinus de l'arc G K.

ARTICLE XXV.

Veu que les arcs de ces sinus sont chacun à part plus petits qu'un quart de cercle; de là suit, que l'arc M H est aussi plus petit, que l'arc G K.

ARTICLE XXVI.

De plus, d'autant qu'au triangle K M D, l'angle droit K M D est plus grand que l'angle aigu D K M : aussi par

la 15 propoſition des triangles ſpheriques, le coſté K D, ſouſtenant l'angle K M D, ſera plus grand que le coſté D M, qui ſouſtient l'angle D K M.

Article XXVII.

Or puis que l'arc D K (par le vingtſixieſme article) eſt plus grand que D M, ſi G K eſtoit egal à M H, auſſi la difference qui eſt entre D G & D H, ſeroit egale à la difference qui eſt entre D K & D M : mais G K (par le vingtcinquieſme article) eſt moindre que M H : c'eſt pourquoy l'excez par lequel D G ſurpaſſe D H, eſt plus grand que l'excez de D K, par deſſus D M. Et ainſi auſſi nous avons demonſtré la ſeconde partie que nous avions propoſée en la preparation.

Concluſion. Donc l'arc duquel le ſinus eſt moyen proportionnel entre le ſinus d'un quart de cercle, & l'arc de difference de la plus grande obliquité de l'ecliptique, aſſavoir par laquelle il atteint ladite ecliptique, differe le plus de la longitude competente en l'equinoctial : ce qu'il falloit demonſtrer.

Proposition XVIII.

Trouver l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial.

Le donné. En la figure de la 17 propoſition qui a eſté expoſée, ſoit D G l'arc demandé, & les autres lignes demeurent telles qu'elles y ſont propoſées.

Le requis. Il faut trover l'arc D G.

Constrvction.

Puis que par la ſuppoſition de la dixſeptieſme propoſition, le ſinus de l'arc A G eſt moyen proportionnel entre le ſinus de l'angle droit, ou demy-diametre 10000000, & le ſinus de l'arc A E 9145680, qui eſt l'arc de difference de la plus grande declinaiſon E F, (il ſera dit és annotations des propoſitions ſuivantes, pourquoy nous nous ſervons des nombres entiers de noſtre canon, & des minutes tierces.)

Ce moyen proportionnel entre 10000000, & 9145680.
Se trouvera eſtre 9563304.
Qui eſt ſinus de l'arc A G 73 deg. 0 ①, 18 ②, 4 ③.
Lequel oſté de l'arc A H 90 deg.
Reſte l'arc G H 16 deg. 59 ①, 41 ②, 56 ③.

Ainſi le triangle G H D a trois termes cognus, le coſté G H eſt de 16 degr. 59 ①, 41 ②, 56 ③, l'angle G H D eſt droit, & l'angle G D H eſt de 23 deg. 51 ①, 20 ②. Donc le coſté demandé G D, par la 35 propoſition des triangles ſpheriques, ſera de 46 deg. 16 ①, 43 ②, 43 ③.

Apres ſi on veut cognoiſtre la longitude de l'ecliptique, aſſavoir l'arc D H, il ſera trouvé par la meſme propoſition eſtre de 43 deg. 43 ①, 16 ②, 44 ③.

La demonſtration en eſt evidente, dependant de la 17 propoſition.

Concluſion. Nous avons donc trouvé l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial. Ce qu'on avoit demandé.

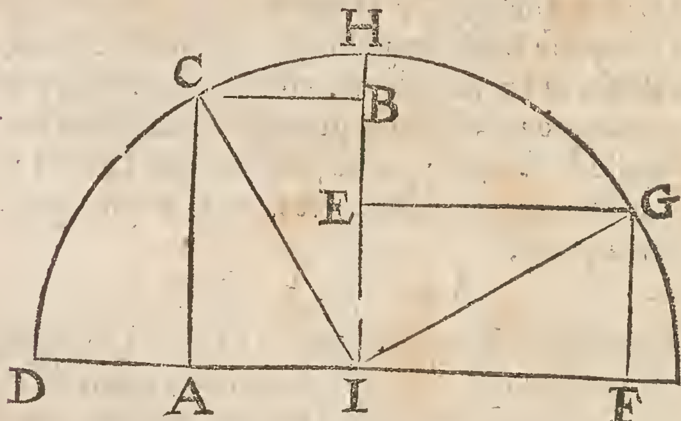
Theoreme. Proposition XIX.

Les rectangles egaux compris du ſinus de cercles egaux, & du ſinus de l'arc de difference, ſont equilateraux.

Notez.

Nous mettons ceſte note devant la propoſition ſuivante : car d'autant qu'il nous y faudra demonſtrer, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle longitude un quart de cercle : car auſſi *Regiomontanus* en la 26 propoſition de ſon abbregé traicte de la meſme choſe, & ſe ſert de la demonſtration qui en a eſté faite par *Menelaus*. D'avantage nous demonſtrons ceſte note icy, afin qu'on ne l'aille pas recercher d'ailleurs.

Le donné. Soit le rectangle A B, compris de A C, ſinus de l'arc C D, & de C B, ſinus de l'arc de difference : auſſi l'autre rectangle E F, egal au premier rectangle A B, compris du ſinus E G, & du ſinus de l'arc de difference G F.



Le requis. Il faut demonſtrer que le grand coſté A C eſt egal au grand coſté E G, & le petit coſté C B egal au petit coſté G F.

Preparation. Soyent menées les lignes droites I C, I G.

Demonstration.

Les deux rectangles egaux A B, E F ſont diviſez par leurs diagonales en deux triangles egaux C B I, I E G, deſquels les deux angles droits E, & B, & les demy-diametres I C, I G, qui les ſouſtiennent ſont egaux. Partant les deux triangles egaux I E G, I C B (moitiez des parallelogrammes) eſtans conſtituez ſur baſes egales ſeront de meſme hauteur, c'eſt à dire que la perpendiculaire menée de B ſur I C, ſera egale à la perpendiculaire de E ſur I G, leſquelles eſtant moyennes proportionnelles entre les ſegments des demy-diametres I C, I G, qui ſont egaux : par conſequent les ſegments ſeront auſſi egaux, & le coſté I B, eſt pareillement moyen proportionnel entre la toute I G, & ſon plus grand ſegment : par meſme raiſon, & ſemblable demonſtration, le petit coſté C B, ſera egal au petit coſté E I.

Concluſion. Parquoy deux rectangles compris d'un ſinus, & du ſinus de l'arc de difference de cercles egaux, ſont equilateraux. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. Proposition XX.

L'Arc de l'ecliptique qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle.

Le donné. Soit pris en la figure de la 17 propoſition l'arc de l'ecliptique D G, qui differe le plus de ſa competente longitude de l'arc D H en l'equateur ; & que le reſte qui a eſté poſé en ceſte figure, demeure de meſme.

Le requis. Il faut demonſtrer que D G & D H, pris enſemble, font un quart de cercle.

Demonstration.

Article I.

Le coſté H G eſtant pris pour baſe au triangle D G H, ce ſera par la vingtquatrieſme propoſition des triangles ſpheriques,

Comme

Comme le sinus de l'angle senestre D H G,
Au sinus de l'angle droit D G H;
Ainsi le sinus du costé dextre D G,
Au sinus du costé senestre D H.

ARTICLE II.

Apres l'arc G E estant pris pour costé du triangle A E G, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,
Comme le sinus de l'angle droit A E G,
Au sinus de l'angle senestre A G E;
Ainsi le sinus du costé senestre A G,
Au sinus du costé dextre A E.

ARTICLE III.

Mais les deux angles A E G, & D H G, du premier & second article sont droits : d'avantage A G E & D G H au sommet sont egaux par la sixiesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques: c'est pourquoy les deux derniers termes du premier & second article leur estans proportionnaux, seront aussi proportionnaux entre eux; c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc D G,
Au sinus de D H;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E.

ARTICLE IV.

De plus, puis que le sinus de l'arc A G, est moyen proportionnel entre les sinus des arcs A F, & A E, par la 17 proposition, ce sera
Comme le sinus de l'arc A F,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE V.

Mais l'arc A H, est egal à l'arc A F; partant ce sera
Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE VI.

D'autant que les deux premiers termes du troisiesme & cinquiesme article leur sont proportionnaux, ils seront aussi entre eux; c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc D G,
Au sinus de l'arc D H;
Ainsi le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G.

ARTICLE VII.

Puis apres posant l'arc A E, pour base du triangle G H E, ce sera par la 24 proposition,
Comme le sinus de l'angle dextre G A E,
Au sinus de l'angle senestre G E A;
Ainsi le sinus du costé senestre G E,
Au sinus du costé dextre A G.

ARTICLE VIII.

Mais le sinus de l'arc H F, est sinus de l'angle G A E, par la deuxiesme definition des triangles spheriques: & le sinus de l'arc A H, est egal au sinus de l'angle droit G E A. Ce sera donc
Comme le sinus de l'arc H F,
Au sinus de l'arc A H;
Ainsi le sinus de l'arc G E,
Au sinus de l'arc A G.

ARTICLE IX.

Et alternativement,
Comme le sinus de l'arc H F,
Au sinus de l'arc G E;
Ainsi le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G.

ARTICLE X.

Par ce que les deux premiers termes du sixiesme & neufiesme article leur sont proportionnaux, ils seront aussi entr'eux; c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc D G,
Au sinus de l'arc D H;
Ainsi le sinus de l'arc H F,
Au sinus de l'arc G E.

ARTICLE XI.

Partant le rectangle compris du premier & dernier terme du dixiesme article, assavoir du sinus de D G & G E, sera egal au rectangle fait des sinus des deux termes du milieu, assavoir de D H & H F : mais ces deux rectangles sont compris du sinus, & du sinus de l'arc de difference de cercles egaux: c'est pourquoy par la dixneufiesme proposition, ils seront equilateraux, & les sinus des arcs G E & D H seront egaux entr'eux; comme aussi les arcs G E & D H.

ARTICLE XII.

Mais les deux arcs D G & G E, sont egaux à un quart de cercle, par consequent aussi D G & D H (qui est egal à G E, par l'onziesme article) seront egaux à un quart de cercle.

Conclusion. Parquoy l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTEZ.

Puis que ceste arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, est icy plus exactement recerché qu'on n'a accoustumé de le trouver par les canons, esquels on trouve ce mesme arc differant en divers lieux de 1①, ou 2①: Où aussi on ne peut trouver cette exactitude, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude, soit egale avec icelle à un quart de cercle. Il a pleu à SON EXCELLENCE, que la conclusion de la 18 proposition parvinst jusques aux③, suivant quoy on peut exactement recercher les arcs, & leurs sinus. Ainsi l'arc de l'ecliptique D G, a esté trouvé de 46 deg. 16. 43. 43. ③.
Et l'arc de l'equateur D H 43 deg. 43. 16. 44. ③.
La somme desquels est 90 deg. 0. 0. 27 ③.
En sorte que le calcul Arithmetique est seulement differant de la vraye demonstration Geometrique de 27③.

ALB. GIRARD.

La demonstration dont se sert icy l'Autheur est beaucoup trop prolixe; car il la distribue en vingtsept articles; avec beaucoup d'araisonnemens qui prouvent voirement, mais obscurcissent extremement: Ce qu'ayant consideré, je demonstreray le mesme par une autre voye plus courte & plus intelligible. Ie descriray aussi quant & quant selon mon stile deux propositions, à l'exemple des 18 & 20 precedentes de l'Autheur, dont l'une est demonstrée en

12 *articles : (Le Lecteur sera adverty que j'ay fait imprimer quelques tables des Sinus avec la Trigonometrie totale, où est parlé de ceste proposition, qui est là deduite devant les 6 cas des triangles rectangles spheriques, devant le theoreme general) Car aussi bien les susdites 18 & 20 ne tendent qu'à la perfection de la 17 : semblablement la suivante servira de lemme à la consequente, qui sont theoremes determinez.*

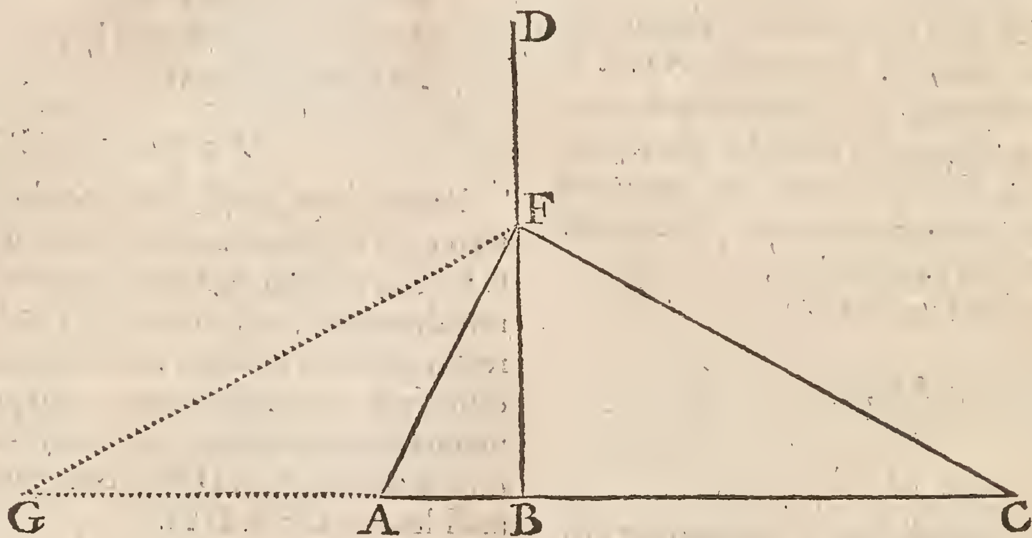
THEOREME. PROPOSITION XVIII. A. GIR.

ON peut trouver deux angles en infinies sortes, tels que leurs tangentes soyent en mesme raison : mais de ceux-là il n'y en a que d'une sorte qui different le plus ; car ce sont ceux qui font ensemble un angle droict.

NOTEZ.

La regularité de ce theoreme est, la contrainte des deux angles, lesquels ont leurs tangentes en mesme raison ; entre lesquels deux angles y a une addition & soustraction ; assavoir que s'ils different au plus qu'il est possible, leur somme sera 90 degrez.

Le donné. *Sur une ligne droite soyent trois poincts A, B, C, & sur icelle une perpendiculaire par le poinct B, comme B D indeterminée en D ; & soit pris un poinct à la volonté dans icelle B D, comme F, duquel soyent menées F A, F C ; alors si du centre F on fait un cercle passant par B, les lignes A B, B C seront tangentes des angles opposites A F B, & B F C ; de tels poincts que F, on en peut prendre une infinité, & ayant fait, comme devant a esté fait au poinct F, le donné sera manifeste, car la raison des tangentes A B à B C est tousiours la mesme.*



Le requis. *Il faut demonstrer que de tous tels deux angles, dans B D, il n'y en a que d'une sorte qui different le plus, & c'est lors qu'ensemble ils font un angle droit, comme seroit A F C.*

DEMONSTRATION.

Apres avoir menée F G, (ayant preallablement posée B G egale à B C) puis que B F est perpendiculaire à A C, & G B egale à B C, alors la difference des angles A F B & B F C sera G F A, d'autant que l'angle G F B est egal à l'angle B F C.

Or des deux poincts G, A, on peut fleschir un angle G F A vers la ligne B D, qui soit le plus grand que faire se peut : car si d'une infinité de sections qu'on pourroit faire passer par les deux poincts G, A, les moindres seront celles qui ne parviennent à B D, & partant les angles qui y seront, ayant B A pour base, ne parviendront en B D, & ne seront de nostre intention ; mais celles qui y parviennent, des sections la moindre sera celle qui touchera B D, & par consequent elle sera capable de plus grand angle, que celles qui couperont B D. Soit donc imaginée une section sur G A, qui touche B D en F, menant puis apres F G, F A : donc G F A sera alors le plus grand angle qu'on peut fleschir des poincts G, A ; Et alors, par la 35 proposition du troisiesme livre d'Euclides, *le rectangle de G B, B A sera egal au quarré de B F ; mais le rectangle de G B, B A est aussi celuy de C B, B A, (car C B & B G sont egales) donc celuy de C B, B A sera egal au quarré de B F, & partant A F C sera un angle droit.*

Conclusion. *De deux angles entre plusieurs qui ont leurs tangentes en mesme raison, ceux-là different le plus, lesquels font ensemble un angle droit. Ce qu'il falloit demonstrer.*

THEOREME. PROPOSITION XIX. A. GIR.

1 *Proprieté du triangle* D G H.

EN tout triangle rectangle spherique ayant un mesme angle aigu, les costez qui le comprennent differeront au plus lors qu'iceux font ensemble un quadran.

Le donné. *Soyent plusieurs triangles rectangles spheriques, comme en la 17 proposition precedente, E D F, K D M, G D H, I D L, tant qu'on voudra, ayans un mesme angle aigu en D, & que G D, D H facent un quadran ensemble.*

Le requis. *Il faut demonstrer que les costez qui comprennent l'angle aigu D, differeront au plus, s'ils font ensemble un quadran.*

DEMONSTRATION.

Tous tels triangles ont deux angles donnez, assavoir un droit, comme en F, M, H, L, & un angle aigu commun D ; dequoy il s'ensuit une proprieté commune, assavoir que

Comme le raid, au sinus de complement de l'angle D :
Ainsi les tangentes des hypotenuses, à celle des costez adjaçans le long de l'angle D.

Et pour plus ample declaration de cecy, qui est une proposition ordinaire, (comme aussi dans mes tables des Sinus, à la premiere ligne des six cas des rectangles) je diray ceste proportion sur un des triangles donnez, soit sur G D H,

Comme le raid au sinus complement de l'angle D ;
Ainsi la tangente de l'hypotenuse D G, à la tangente de D H.

Et ainsi des autres ; mais la raison du raid au sinus complement de l'angle D, est commune à tous les triangles mentionnez : parquoy l'autre raison qui vaut la premiere, assavoir les tangentes des costez, qui comprennent l'angle D, leur sera aussi commune, & sera une mesme raison : assavoir,

Tangentes des arcs { K D à D M, G D à D H, I D à D L,

Et par la 18 proposition precedente, dite des angles, se pourra dire icy des arcs mentionnez ; assavoir que plusieurs deux arcs ayant leurs tangentes en mesme raison, ceux-là different le plus, lesquels font ensemble 90 degrez ; mais G D, D H font ensemble 90 degrez, par l'hypothese, donc G D, D H differeront le plus. Ce qu'il falloit demonstrer.

NOTEZ.

NOTEZ.

Voila quant à la proposition, mais avec une autre proprieté, par laquelle on recognoist, où l'arc de l'ecliptique excede au plus son ascension; ce qu'on verra mieux en la proposition suivante. Or le Sieur Snellius, *lequel a aussi traduit cest œuvre en Latin, resout la doute de l'Autheur present, lequel cy-dessus dit ne sçavoir si ce que* Regiomonte *cite de* Geber, *est en lumiere ou non; car en la marge de l'exemplaire Latin il y a*, voyez toutefois la 18 proposition du 1 livre de Geber : *ce* Snellius *a eu une tres-belle bibliotheque & tres-ample; quoy que c'en soit, je n'ay jamais veu aucune œuvre Mathematique de ce* Geber: *neantmoins je demonstreray plusieurs proprietez autres que la precedente premiere, comme s'ensuit.*

2. *Proprieté du triangle* DGH.

Au triangle rectangle spherique, lors que les deux costez au long d'un aigu font ensemble un quadran; alors le sinus de l'autre angle aigu sera egal à la tangente du costé opposite.

DEMONSTRATION.

Premierement soit prise la figure de la 1 definition de la doctrine des triangles, qui est la 1 figure Geometrique de ce livre, où je dis que de deux arcs de complement, comme là CE, CB, leurs sinus AF à FC sont comme le raid AB, à la tangente BI (du deuxiesme arc CB.)

De mesme en la figure precedente de la 17 proposit. DG, DH sont arcs de complement; donc leurs sinus seront comme le raid à la tangente de DH.

Mais leurs sinus (assavoir des arcs DG, DH) sont comme le sinus des angles opposites, par la 24 proposit. du 3 livre de la doctrine des triangles, qui est comme le raid (pour sinus de l'angle droit H) au sinus de l'angle G; parquoy il s'ensuivra que comme le raid à la tangente de DH, ainsi le raid au sinus de l'angle G; & partant la tangente de l'arc DH sera egale au sinus de l'angle G. Ce qu'il falloit demonstrer.

3. *Proprieté.*

En tout triangle rectangle spherique, lors que deux costez comprenans un angle aigu font ensemble 90 degrez; aussi le costé qui le soustend, avec l'autre angle aigu, font ensemble 90 degrez semblablement.

Soit en la figure de la 17 prop. le triangle DGH; il faut demonstrer que si DG & DH font ensemble 90 deg. qu'aussi GH, & l'angle DGH feront semblablement 90 degrez.

Comme le sinus de l'angle droit H, au sinus de l'angle G, ainsi le sinus de DG, à celuy de DH: mais aussi de mesme sera (au triangle GAE ayant l'angle G commun & un angle droit E) les sinus de GA & de AE; parquoy,

sinus sinus sinus sinus
Comme DG *à* DH, *ainsi* GA *à* AE.
GE

Or GE, & DH, sont egaux, car ils sont chacun complement de DG: c'est pourquoy j'ay substitué EG au lieu de DH.

*Et comme on peut tirer du 12 chap. du 1 de l'*Almageste *en la figure EDFAH, ou bien de nos Porismes.*

fin. fin. fin. fin. fin. fin.
Comme DG *à* GE, *ainsi* DH *à* HF, *& encor* FA *à* AE,
DG
fin. fin.
ou bien G *à* H.

Et pource que les moyennes sont de mesme, on les peut oster, assavoir sinus de H & sinus de FA, qui sont chacun le raid: parquoy,

fin. fin. fin.
Comme DG *à* GE, *ainsi* GA *à* AE,
fin. fin.
Ou, comme cy-dessus, GA *à* AE.

D'où s'ensuit par raison alterne, que GA & l'angle aigu G contiennent autant de degrez l'un que l'autre: Et puis que GH & GA font ensemble 90 deg. aussi pareillement GH & l'angle aigu G feront ensemble 90 degrez. Ce qu'il falloit demonstrer.

4. *Proprieté, du triangle* DGH.

S'ensuit la proprieté descrite en la 17 proposition, assavoir que les sinus de AD, AG, AE sont proportionaux.

DEMONSTRATION.

Par la 19 prop. du 3 livre de la doctrine des triangles, les tangentes d'arcs de complement ont pour moyen proportionel le raid: mais DG & DH sont complemens l'un de l'autre: donc,

Comme tangente de DG, à tangente de DH;
Ainsi quarré du raid, à quarré de la tangente de DH.

Mais comme les tangentes de DG & DH; ainsi (comme il a esté dit en la 19 prop. cy-dessus) le raid au sinus de complement de l'angle D, qu'ils comprennent: & par consequent les choses suivantes seront proportionnelles.

Assavoir le raid, *Ou sinus de AD.*	*Tangente de DH.* *Ou sinus de G, par la 2 proprieté.* *Ou sinus de complem. de GH, par la 3 proprieté,* *Qui est sinus de AG.*	*Sinus de compl. de D.* *Qui est sinus de AE.*

Lesquelles choses monstrent que les suivantes sont proportionelles; assavoir,

Sinus de AD. Sinus de AG. Sinus de AE.

Conclusion. *Donc si les deux costez qui comprennent un angle aigu (d'un triangle rectangle spherique) font ensemble un quadran, alors le raid, le sinus de complement du costé soustendant l'angle aigu susdit, & le sinus de complement de l'angle aigu, seront proportionnaux. Ce qu'il falloit demonstrer.*

PROBLEME. PROPOSITION XX. A. GIR.

TRouver l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de son ascension droite; & aucunes de ses circonstances.

Le donné. *Soit en la figure de la 17 proposition, DG arc de l'ecliptique, qui differe le plus de son ascension droite DH.*

Le requis. *Il faut trouver la grandeur de DG, & par consequent, tout ce qui depend du triangle DGH.*

CONSTRUCTION.

Veu que par la 17 proposition, ou pour mieux dire par la 4 proprieté du triangle DGH, descrite en la 19 prop. precedente: le sinus de AG est moyen proportionel entre le sinus de DA & de AE, assavoir entre 10000000, *& sinus de AE* 9145680 *(comme complement de la declinaison majeure) est* 9563304.

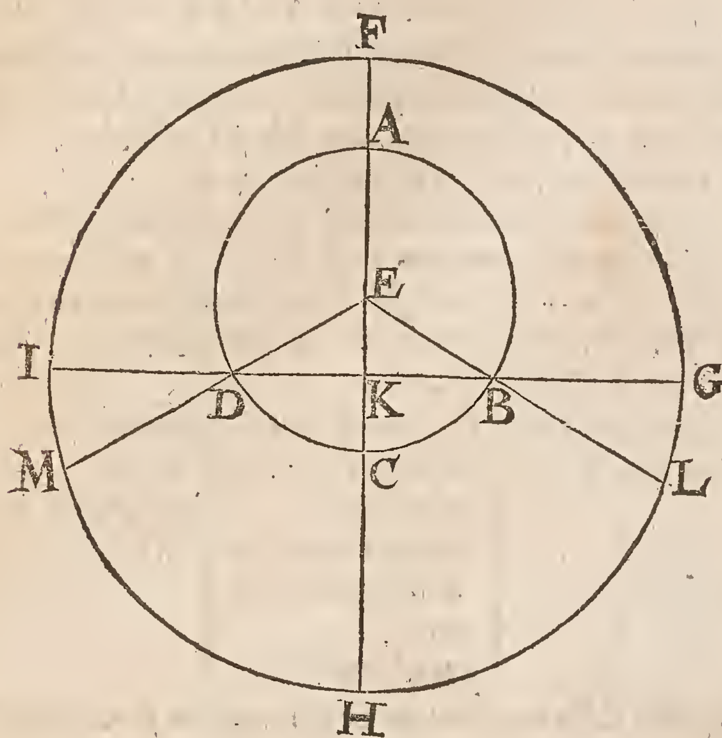
Son arc AG est 73 deg. 0. 18. 4.
Son complement est pour GH 16 deg. 59. 41. 56.
Mais sinus de AG est aussi pour celuy de l'angle DGH, par la 3 proprieté cy-devant: & par la 2 proprieté le sinus susdit de DGH sera pour la tangente de DH; donc DH sera 43 deg. 43. 16. 29.
Son complement (par la 19 proposition, qui est la premiere proprieté) pour DG 46 deg. 16. 43. 31.
Difference de DH & DG est 2 deg. 33. 27. 2.

Pour la plus grande difference entre l'arc de l'ecliptique & son ascension droite, trouvée plus facilement & plus certainement que par la calculation des triangles spheriques, comme a fait Stevin: *ce qui soit dit sans jactance. Iusques icy nous avons declaré ses propositions selon nostre stile fort amplement.*

Proposition XXI.

Trouver la plus grande difference, qu'il peut advenir aux jours naturels, pour l'occasion de l'eccentricité du deferant, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit A B C D deferant du Soleil, E son centre, A apogée, C perigée, l'ecliptique F G H I, K son centre, F apogée apparant, & H le perigée apparant,



puis I G perpendicle à F H passant par K, coupant le deferant en D, & B, par lesquels sont menées les lignes E D M, E B L.

Constrvction.

De ceste proposition on entend que si on adjouste tous les jours naturels de l'an naturel, lesquels sont plus grands (à cause de l'eccentricité seulement) que les jours moyens, comparez aux jours naturels de l'an naturel, lesquels sont moindres que les jours moyens, qu'il faut trouver quelle difference ils ont plus que s'il n'y avoit point d'eccentricité, ny de declinaison : A ceste fin je dis, si le Soleil estoit en A, il seroit aussi bien veu de E que de K ; au poinct F ; (car de E se voyent les jours moyens, & de K les naturels) mais estant le Soleil parvenu en D, alors E le verroit en M, & K en I, (en apparance) que si donc I estoit en quelque meridien, M seroit (pource que le mouvement rapide va de M par I vers F) autant devant que l'arc M I emporte, lequel est 2 degrez 23 ①, estant arc de l'angle I D M, egal à E D K, lequel est la plus grande prostapherese, par la 4 proposition, laquelle est par le corollaire d'icelle, comme dessus, 2 deg. 23.

Tellement qu'autant de temps que le Soleil met à faire ces 2 deg. 23 ① par le mouvement rapide, autant seront les jours naturels du cours du Soleil A D, moindres aux jours moyens. Et pour la mesme raison, les naturels du cours B A seront aussi plus courts que les moyens de 2 deg. 23.

Et ensemble, les naturels du cours du Soleil B A D, seront plus courts que les moyens de 4 deg. 46.

Parquoy autant seront les naturels, du cours restant D C B, plus longs que les moyens (veu qu'autant y en a-il de moyens que de naturels dans l'an) assavoir de 4 deg. 46.

Mais estant les naturels plus courts en l'arc B A D de 4 deg. 46 ①, & en D C B autant plus longs, donc la difference de ces deux arcs sera le double du susdit, qui est de 9 deg. 32.

Et puis que 15 deg. se font en une heure, ils feront pour le requis 0 heure 38 ①.

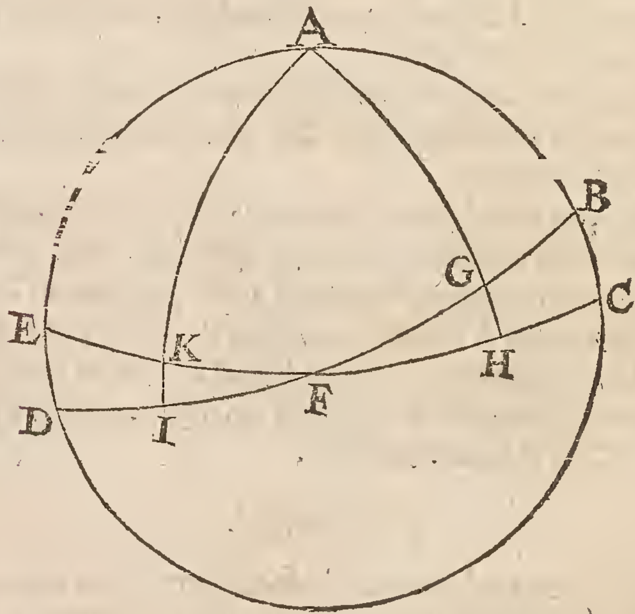
Autant donc seront les jours naturels de l'arc M F L, comparez aux jours naturels de l'arc M H L moindres, qu'ils ne seroyent s'il n'y avoit aucune eccentricité, ny declinaison. Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la plus grande, &c.

Proposition XXII.

Trouver la plus grande difference, causée aux jours naturels, par la declinaison de l'ecliptique seulement, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soyent E C l'equinoctial, & D B l'ecliptique au Globe A B C D E, son pole A, & F section vernale, F G arc de l'ecliptique 46 deg. 17 ①, laquelle differe au plus de son ascension droite F H, 43 deg. 43 ①, assavoir de 2 deg. 34 ①; & ce d'un costé de la section F, de l'autre costé F I arc de l'ecliptique, & F K de l'equinoctial, lesquels, comme dessus, different le plus, par la 20 proposition.



Constrvction.

Les arcs, où les jours naturels sont trouvez plus courts que les jours moyens sont I G, qui font 2 fois 46 deg. 17 ①, c'est assavoir 92 deg. 34 ①, & autant de l'autre costé du globe, de part & d'autre la section automnale, font ensemble 185 deg. 8.

Les arcs où les naturels sont trouvez plus longs que les moyens, sont G B, I D, chacun de 43 deg. 43 ①, par la 20 prop. c'est ensemble 87 deg. 26 ①, lesquels avec 2 autres pareils, de l'autre costé du globe, font ensemble 174 deg. 52.

Lesquels soustraits de 185 deg. 8 ①, reste 10 deg. 16.

Et puis que 15 deg. font 1 heure, les mesmes feront pour le requis 0 heure 41 ①.

Donc autant sont les jours naturels de l'arc I G, & de son pareil de l'autre costé du globe, comparez aux jours naturels des deux arcs G B, I D, avec leurs pareils de l'autre costé ; moindres que s'il n'y avoit nulle declinaison : dont la demonstration est manifeste.

Conclu-

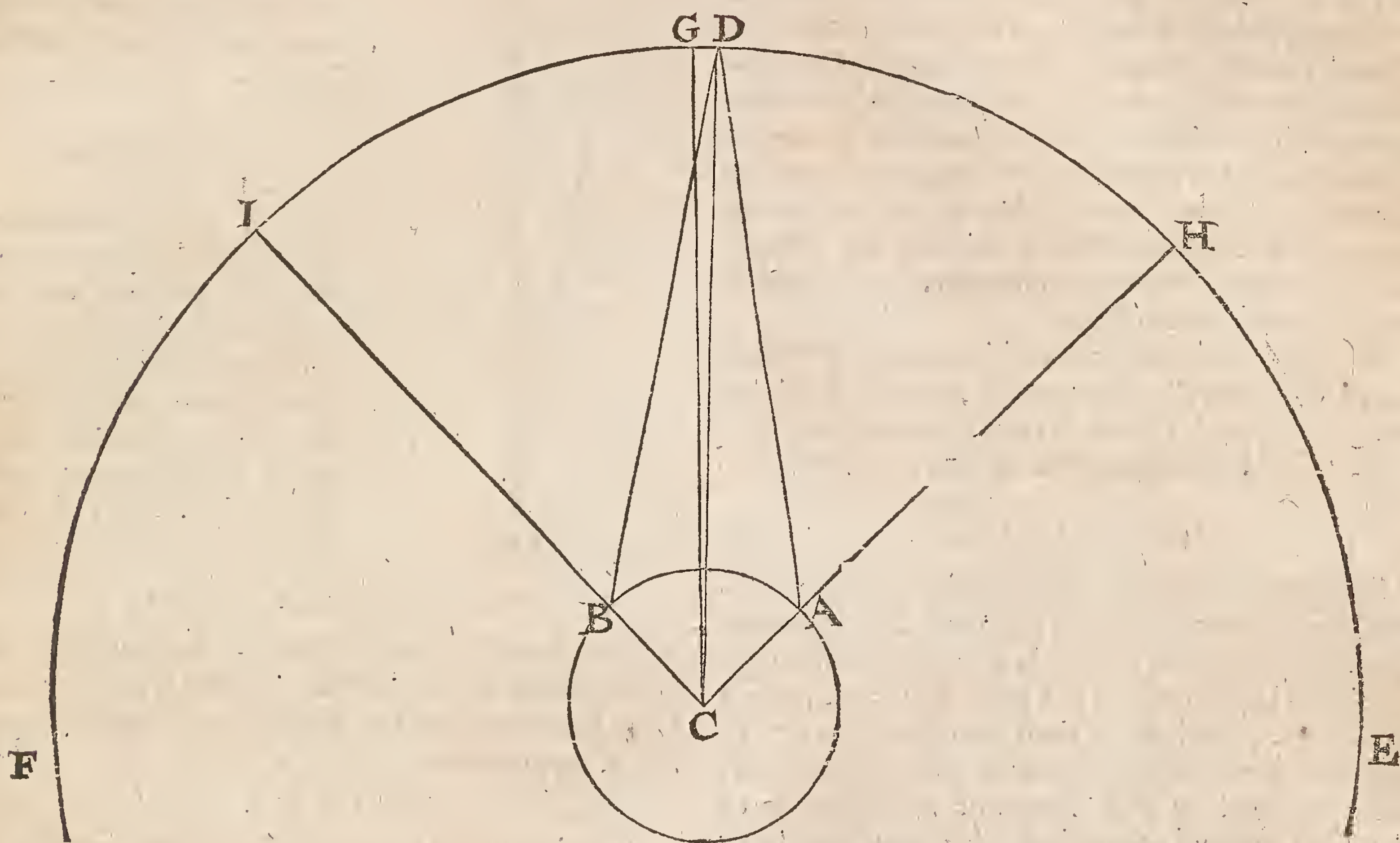
Conclusion. Nous avons donc trouvé la plus grande difference, causee aux jours naturels par l'obliquité de l'ecliptique, &c.

Maintenant de la distance du Soleil, de sa grandeur, parallaxe, & longueur du cone nocturne.

PROPOSITION XXIII.

Trouver la distance de la terre au Soleil, en mesures du raid de la terre estant posée 1, par voye Mathematique, fondée sur l'effect de l'experience.

Le donné. Deux observateurs estant assez distans l'un de l'autre & sur un mesme meridien, prenans la hauteur du Soleil sur l'horizon tous les jours, ou souvent, à midy; ou au lieu de la hauteur sur l'horizon, la distance du Soleil au zenith : ce qui se peut faire par les grands voyages que ceux d'Hollande font par mer; puis rapporteront leurs experiences, pour venir au requis: comme par exemple, soit AB la terre, C son centre, & D le Soleil, par lequel est mené le meridien EDF, CG est l'equinoctial veu de costé: les deux lieux des observateurs sous un mesme meridien soyent A, B; le zenith de A est H., ainsi que GH est egale à la latitude de A, & soit 46 deg. 36 ①: Et GI egale à la latitude de B 44 deg. puis je choisis deux observations faites, comme dit est, en un mesme midy, & soit que les deux observateurs ayent une mesme depression du zenith au Soleil, je prens chacune de 45 deg. 20 ①, pour chacun des angles HAD, IBD : puis soit menée CD.



Le requis. Il faut trouver la ligne CD en telles mesures que BC raid terrestre soit I.

CONSTRUCTION.

A l'arc GI faisant 44 degr. adjousté l'arc GH 46 deg 36 ①, viendra pour l'arc HI, aussi pour l'arc AB, & angle ACB, 90 deg 36.

D'avantage, veu que les angles IBD & HAD sont egaux, & partant aussi les arcs HD, & DI; alors CD divisera l'angle ICH, c'est aussi ACB, par le milieu; tellement que l'une moitié BCD fait la moitié de 90 deg. 36 ①, premier en l'ordre, c'est 45 deg. 18.

Ostant l'angle IBD faisant 45 deg. 20 ① de 180 deg. reste pour l'angle DBC 134 deg. 40.

Le triangle BCD, a trois termes cognus, assavoir l'angle B 134 deg. 40 ①, troisiesme en l'ordre, C, 45 deg. 18 ①, deuxiesme en l'ordre, & BC, premier par l'hypothese. Avec lesquels cerchant DC, par la 4 proposition des triangles plats, sera trouvé de 1185.

Dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ I.

Nous pourrions bien mettre icy un autre exemple, où les deux angles IBD, HAD seroyent inegaux, mais d'autant que cela se verra au cours de la Lune, on pourra prendre ce lieu-la pour declaration de cestuy-cy.

NOTEZ II.

D'autant que le Soleil doit estre en un lieu cognu de son deferant, je prens par exemple, qu'en ceste proposition le Soleil ayt esté en son apogée au temps de l'observation.

COROLLAIRE.

D'autant que les angles DBC, BCD sont cognus, faisant ensemble 179 deg. 58 ①, & partant ostez de 180 restera 2 ① pour l'angle BDC parallaxe du Soleil en un tel lieu.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la distance de la terre au Soleil, faisant le raid du Globe terrestre 1, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

PROPOSITION XXIV.

Estant donné l'argument du Soleil: trouver la ligne de la terre au Soleil, posant le raid de la terre 1, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'argument du Soleil 30 degrez.

Le requis. Il faut trouver la ligne de la terre au Soleil en telles parties que le raid de la terre fait 1.

Constrvction.

Entre plusieurs manieres par lesquelles ceste proposition se peut resoudre, celle qui me semble la plus propre, est telle : veu qu'en la 23 proposition la distance de la terre au Soleil, a telle raison au raid de la terre, comme 1185 à 1, estant le Soleil en son apogée, par la deuxiesme note qui suit apres ladite 23 proposition, & aussi que la distance de la terre au Soleil de centre à centre a esté prise en la 8 proposition de 10323, je dis 1185 donne 1, combien 10323 ? vient en nombre entier assez pres de 9 : tellement que la raison du raid terrestre à la distance du Soleil, est comme 9 à 10323 : & aussi en telle raison à chacune distance de la terre au Soleil comme 9 à un chacun des nombres descrits en la table de ladite 8 proposition : Mais la distance jusques au 30 deg. du deferant du Soleil est là de 10281, & partant le raid de la terre à icelle, de 9 à 10281. Mais pour l'avoir en telles parties que le raid terrestre fait 1, je dis 9 donne 10281, combien 1 ? viendra pour le requis 1142. Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé la distance de la terre au Soleil, en telles parties que le raid de la terre fait 1. par voye Mathemat. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Corollaire.

Il appert que 9 servira comme d'un nombre commun pour trouver facilement les autres distances : comme par exemple, pour trouver la distance qui appartient au 10 deg. laquelle est en la 8 prop. de 10321, je dis 9 donne 10321, combien 1 ? vient pour le requis 1147. Et ainsi des autres, tellement qu'on en peut construire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi celuy de 180 deg. pour s'en servir d'exemple, en temps opportun.

TABLES DES LIGNES ENTRE LA terre & le Soleil de centre à centre, en telles parties que le raid de la terre fait 1.

Degrez du deferant du Soleil.	*Lignes entre la terre & le Soleil.*
0	1147
10	1147
20	1145
30	1142
180	1075

Proposition XXV.

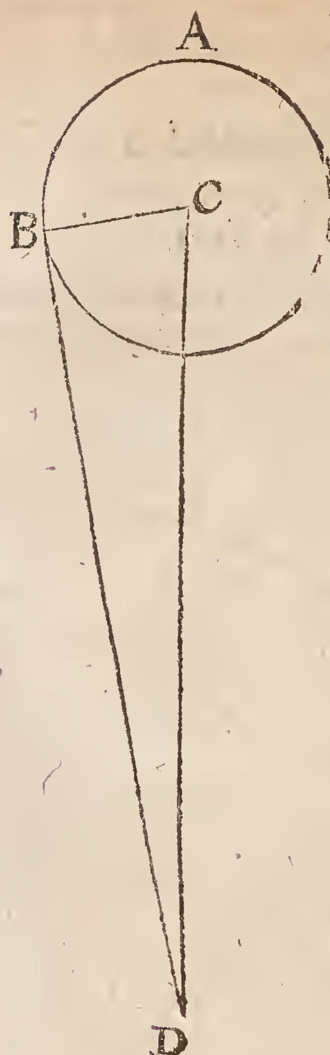
Trouver le raid du Soleil en telles parties que celuy de la terre fait 1. par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit A B le Soleil estant en son apogée, duquel le centre est C ; & D le centre de la terre, duquel soit menée D C, & D B touchante iceluy en B, & finalement menée B C raid solaire, ainsi que B D C le $\frac{1}{2}$ diametre visuel du Soleil.

Le requis. Il faut trouver B C en telles parties que le raid de la terre fait 1.

Constrvction.

Le triangle B C D a trois termes cognus, assavoir B D C demy-diametre visuel du Soleil, lequel, pource qu'il est en l'apogée, fait comme en la huictiesme proposition, où il a esté pris de 15 (1), & C D 1147, par la 24 proposition, aussi l'angle C B D droit, par lesquels on trouvera B C estre de 5 pour le raid du Soleil, de telles parties que le raid de la terre en fait 1 : d'autant que 1147 sont des mesmes parties. Dont la demonstration est manifeste.



Conclusion. Nous avons donc trouvé le raid du Soleil, &c.

Corollaire.

Si on vouloit adjoindre icy sa solidité, on pourroit dire que d'autant que les corps semblables sont en raison triplée de leurs lignes homologues, d'où s'ensuit que le corps du Soleil à celuy de la terre seroit comme 125 à 1 : cubes de 5 & de 1.

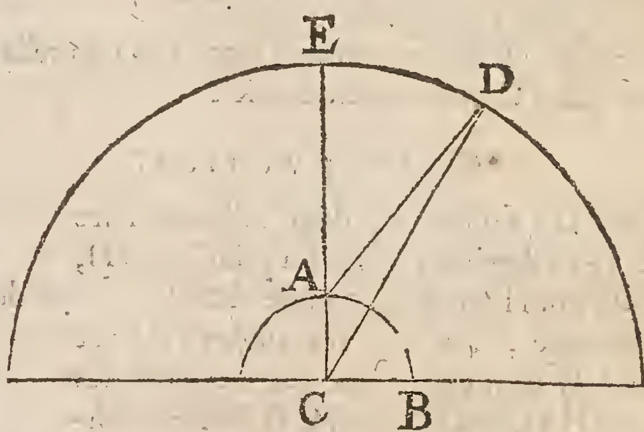
Proposition XXVI.

Estant donné l'argument du Soleil, & depression d'iceluy du zenith, veuë du centre de la terre : Trouver la parallaxe d'iceluy en l'arc vertical, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Notez.

Au corollaire de la 23 propos. a esté dit comment la parallaxe se trouve par operation fondée sur l'effect de l'experience mesme ; ce qui servira pour fondement de ceste proposition, afin de trouver la parallaxe par supputation, car il ne seroit à propos de la trouver à chaque fois par l'experience.

Le donné. Soit A B la terre, & C son centre, A le lieu de l'observateur, D le Soleil, duquel l'argument soit de



30 deg. & distant aussi du zenith de 30 deg. pour l'arc E D, ou l'angle E C D, ou A C D ; ainsi que l'angle A D C est la parallaxe au cercle vertical.

Le requis. Il faut trouver l'angle A D C.

Constrvction.

Le triangle A D C, a trois termes cognus, l'angle A C D 30 deg. C A 1, & C D distance de la terre au Soleil lequel a 30 deg. d'argument, laquelle par la 24 propos. est 1142. Par lesquels cerchant l'angle A D C se trouvera estre, par la 6 propos. des triangles plats, de 1 (1) 30 (2) pour la parallaxe requise (usant de toutes les lettres

lettres des tables) dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, & sa depression du zenith, veuë du centre de la terre: nous avons trouvé sa parallaxe.

COROLLAIRE.

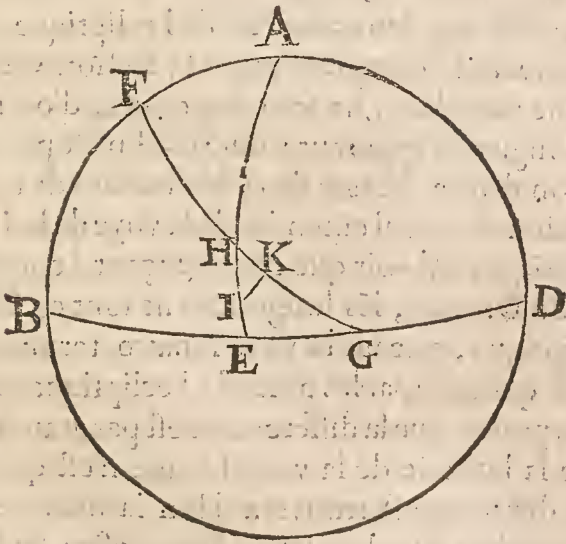
Il est evident comment on en pourra faire des tables, afin de trouver le requis avec facilité, de degré en degré, comme a fait *Erasme* és *Pruteniques*, lequel au lieu de 1 ① 30 ② a trouvé (suivant son hypothese) 1 ①, 29 ②, & la parallaxe majeure du Soleil (assavoir estant sur l'horizon) de 2 ① 58 ②: Aussi ceste table se peut faire facilement sur le fondement posé à la 5 proposition: d'où l'on conclud, que comme le sinus de l'arc vertical entier, au sinus de sa partie donnée; ainsi la plus grande parallaxe, à la parallaxe requise: & par exemple, si on vouloit trouver la parallaxe du Soleil lors qu'il est 10 deg. deprimé sous le zenith, je dis ainsi: Sinus de 90 deg. qui est 10000, donne 1736 sinus de 10 deg. combien la parallaxe majeure 2 ① 58 ②, qui est 178 ②? vient comme là 31 ②: De mesme pour avoir la parallaxe de 30 deg. je dis 10000 donne 5000, combien 178 ②? vient comme là 1 ① 29 ②: & ainsi des autres.

Notez aussi que le mesme *Erasme* n'a fait qu'une colomne des parallaxes du Soleil, & ce pour bonne raison, n'estimant rien la difference des eslongations du Soleil. Et pource que quelqu'un desireroit estre rendu certain de ceste plus grande difference, & ce sur le fondement posé en la 5 proposition: je dis, majeure distance du Soleil, faisant par la 8 proposition 10323, donne la moindre (qui est aussi là de 9677) combien la majeure parallaxe 2 ① 58 ②? vient seulement 2 ① 47 ②, laquelle estant prise sur 2 ① 58 ②, ce seroit 11 ② trop; ce qui n'est d'importance.

PROPOSITION XXVII.

Trouver la parallaxe du Soleil, en longitude apparante, & en latitude, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD meridien d'un Globe, BD l'horizon, AE quadran vertical, FG ecliptique coupant ledit quadran au lieu où est le Soleil H, ainsi que l'angle EHG (lequel se trouve par le 8 probleme des



problemes Astronomiques) fait 50 deg. & AH depression du Soleil, veuë du centre de la terre, soit 30 deg. D'avantage je prens que la parallaxe du Soleil soit trouvée par la 26 proposition, au quadran vertical AE de 1 ① 30 ②. Pour HI & menée IK perpendiculaire sur l'ecliptique FG, comme latitude apparante du Soleil, veuë de l'observateur, & HK sera la longitude apparante de la parallaxe du Soleil.

Le requis. Il faut trouver l'arc HK longitude de la parallaxe, & IK latitude de ladite parallaxe.

CONSTRUCTION.

Le triangle HIK a trois termes cognus, assavoir HI 1 ① 30 ②, l'angle K droit, & l'angle H 50 degrez, par l'hypothese, par lesquels cerchez les deux costez HK, KI, usant de toutes les lettres des tables des sinus, seront trouvez par la 4 proposition des triangles spheriques, assavoir IK pour la latitude de la parallaxe requise (laquelle s'entendra estre meridionale ou septentrionale, par la regle generale du troisiesme corollaire suivant) de 1 ① 9 ②.
Et KH longitude de la parallaxe (laquelle s'entendra majeure ou mineure à la longitude donnée, par le 4 corollaire suivant) 58 ②.

ALB. GIRARD.

L'autheur cite cy-dessus la 4 proposition des triangles spheriques pour resoudre le triangle spherique HIK, ce qui est trop difficile, & long, joinct qu'il parle de prendre toutes les lettres des tables en ceste computation; au contraire il ne faut prendre que trois ou quatre lettres pour le raid au lieu des huict lettres qu'il entend, & resoudre cecy par les triangles plats, à cause que le triangle spherique HIK est fort petit, & par consequent sans tumeur perceptible, veu que HI (le majeur costé) n'est que 1 ①, 30 ②, qu'on pourra dire 90 ② en la calculation; & si on trouvera la solution aussi precise qu'avec les triangles spheriques; & soit cest advertissement adapté à pareil accident.

COROLLAIRE I.

Quand l'ecliptique coupe l'arc vertical à angles droits, il est notoire que I & K n'auront aucune difference de longitude, mais que la parallaxe sera toute en latitude.

COROLLAIRE II.

Si l'arc vertical & l'ecliptique venoyent à convenir en un; alors il est evident que I & K n'auroyent aucune difference de latitude, mais que la parallaxe seroit toute en longitude.

COROLLAIRE III.

Veu que le lieu du Soleil est tousiours plus haut que ne le voit l'observateur, s'ensuit que lors que l'arc vertical entre le zenith jusques à la commune section estant meridionale, qu'alors la latitude du Soleil veuë de l'observateur sera plus septentrionale que l'autre; mais estant l'arc vertical susdit du costé septentrional, elle sera plus meridionale, & ce de tous costez de la terre.

COROLLAIRE IV.

Si l'angle compris des arcs AE & FG estoit obtus du costé de la consequence & ordre des signes, à compter du poinct H, alors l'apparante longitude du Soleil veuë de l'observateur sera majeure à l'autre: mais estant aigu, elle sera moindre, & ce par toute la terre.

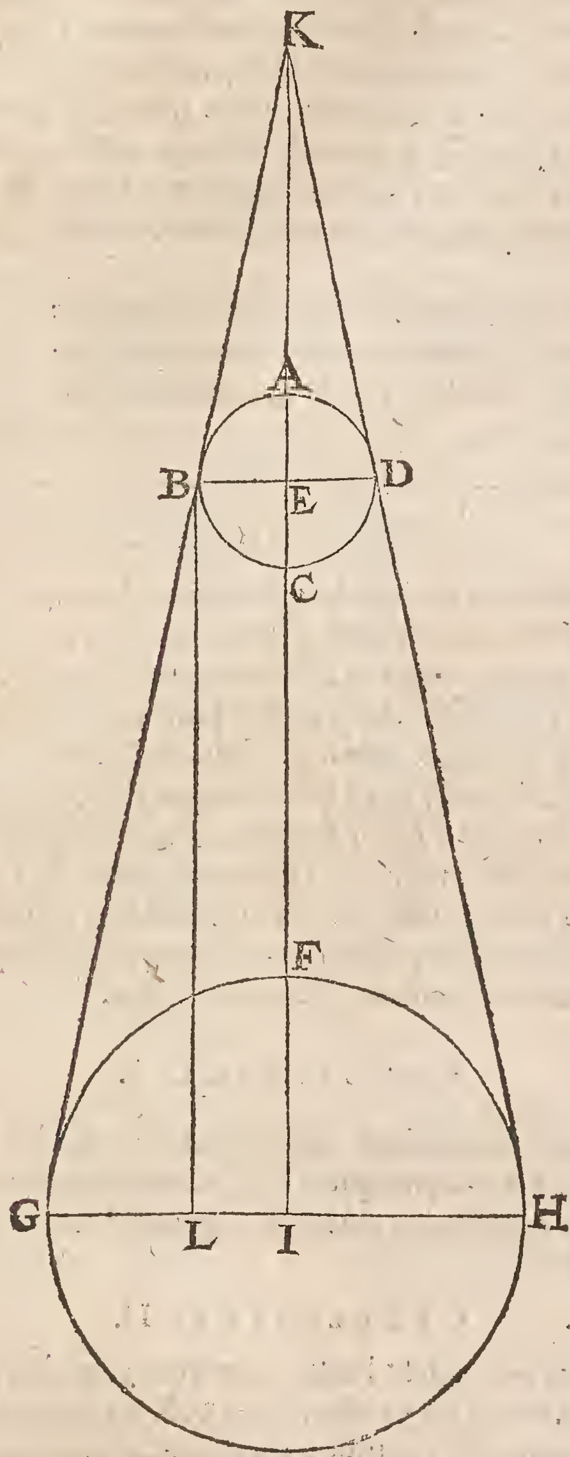
Conclusion. Nous avons donc trouvé la parallaxe du Soleil en longitude apparante, & latitude, par voye Mathematique, &c.

PROPO-

PROPOSITION XXVIII.

Estant donné l'argument du Soleil : trouver l'axe du Cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1 : par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit A B C D la terre, E son centre, & F G H le Soleil estant en son apogée, duquel I est le centre : D'avantage les deux lignes G B, H D soyent menées, touchant le Soleil és poincts G, H, & la terre



en B, D; lesquelles se rencontrent en K, & menés les diametres B D, G H. Ce qu'estant ainsi, K B D signifie le cone nocturne, dont le diametre de la base est B D, & axe K E.

Le requis. Il faut trouver K E en telles parties que le raid de la terre B E fait 1.

Preparation. Soit menée B L egale & parallele à E I.

CONSTRVCTION.

La ligne L I estant 1, comme egale à B E, ostée de G I, 5 par la 25 proposition, reste pour G L 4; & d'autant que le Soleil est posé en son apogée, alors E I, ou bien B L, par la 24 proposition sera 1147; tellement que le triangle K E B estant semblable au triangle B L G, & partant les costez homologues proportionnaux, je dis, G L 4 donne L B 1147, combien B E 1? viendra pour le requis K E en nombres entiers assez pres de 287: Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé l'axe du cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1. &c.

COROLLAIRE.

Tout ainsi qu'on a trouvé l'axe du cone nocturne estant le Soleil en son apogée, ainsi se pourra-il trouver estant en autre lieu de degré en degré, & en descrire une table pour trouver le requis avec facilité.

TROISIESME DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de la Lune, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE TROISIEME DISTINCTION.

Il y aura icy 16 propositions, dont la premiere, qui est la vingtneufiesme en l'ordre, sera de l'invention de l'eccentricité du deferant de la Lune, avec ses circonstances : La deuxiesme (c'est la 30 en l'ordre) de l'invention de la prostapherese & diametre visuel de la Lune : Les trois suivantes, qui sont les 31, 32, & 33, serviront pour trouver en tout temps la longitude apparante de la Lune : Les cinq propositions suivantes 34, 35, 36, 37, & 38, pour trouver sa latitude apparante : Et les six dernieres, 39, 40, 41, 42, 43, & 44, de la distance de la Lune, de sa grandeur, parallaxe, & diametre visuel du cone nocturne là où la Lune passe.

PROPOSITION XXIX.

Par trois lieux où a esté la Lune : trouver premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant lunaire fait 10000. Secondement, la longitude apparante de son apogée au temps de l'un des trois lieux donnez. Tiercement, l'argument de la Lune en l'un desdits lieux. Quatriesmement, la longitude moyenne de la Lune, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Devant que venir à la chose, je diray premierement qu'és propositions 15, 16, & 17, de ce deuxiesme livre, a esté certifié que deux arcs l'un de l'ecliptique, l'autre de l'equinoctial, comprins entre la section vernale & un mesme meridien, ne sont pas egaux, d'ou s'ensuit que la longitude apparante du Soleil n'est pas egale à l'ascension droite, à cause de la declinaison de l'ecliptique : & ainsi se doit-il entendre de la voye de la Lune & de l'ecliptique, assavoir que commençant à compter de la teste du Dragon, les longitudes ne sont egales, tant sur l'ecliptique, que sur la voye lunaire, terminées par un cercle qui passe par les poles de l'ecliptique & la Lune. Mais pource que la difference n'est pas grande, d'autant que la latitude de la voye lunaire n'est que 5 deg. laquelle difference se trouvera selon la maniere de la 20 proposition du deuxiesme livre, estre seulement de 8 ①, *Ptolemée* ne la estimé au calcul du cours de la Lune, non plus que nous cy-apres; toutefois si quelqu'un desiroit de suivre ceste maniere plus precise, il y pourroit prendre garde, il nous suffit de l'avoir monstré au doigt; lequel advertissement peut servir aussi aux autres planetes.

EXEMPLE I.

Le donné. Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieu desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*, j'y cerche trois lieux de la Lune advenus en temps d'eclipse, pource qu'ils sont plus certains. Le premier en l'an 1570 le 20 Fevrier à 5 heures 31 Ⓘ apres midy, estant la Lune au 161 deg. 23.

Notez maintenant devant que passer plus outre, que si ce lieu de la Lune eust esté observé & redigé par escrit avec des jours naturels, qu'il eust esté besoing de les reduire en jours egaux, selon la maniere descrite à la 15 proposition du deuxiesme livre, pour operer par temps egalé. D'avantage faut prendre garde aussi à la difference du temps, & à la diversité des meridiens entre le lieu où a esté faite l'observation & le nostre : mais d'autant que les lieux de la Lune sont extraits des tables calculées sur temps egalé, il n'en sera pas icy de besoing. Or la raison pourquoy il n'a esté fait semblable advertissement en mesme endroit de la description du cours du Soleil en la septiesme proposition, est d'autant qu'il n'en est de besoing, comme ne pouvant estre de grande importance, à cause de son mouvement tardif.

Or le deuxiesme lieu de la Lune à choisir, soit en l'an 1572 le 25 Juin à 8 heures 58 Ⓘ apres midy, estant la Lune eclipsée au 283 deg. 25 Ⓘ : Il faut aussi remarquer presentement, que comme il faut oster de l'imagination le cours journalier de la Lune, tout de mesme que s'il n'y en avoit point, ainsi est-il aussi necessaire d'en faire de mesme du cours de son apogée, lequel estant meslé avec le susdit 283 deg. 25 Ⓘ, il l'en faudra oster (ce qui n'a pas esté fait au mesme lieu du Soleil cy-dessus dit, à cause de la tardiveté du mouvement de son apogée, lequel ne pouvoit apporter de l'erreur perceptible.) Donc pour venir à la chose ; je dis du 20 Fevrier, 5 heures 31 Ⓘ de l'an 1570, premier en l'ordre, jusques au 25 Juin present, 8 heures 58 Ⓘ en l'an 1572, y a deux ans Egyptiens 126 jours 3 heures 27 Ⓘ, auquel temps son apogée a fait, par l'onziesme proposition du premier livre, 95 deg. 22 Ⓘ, lesquels ostez du susdit 283 deg. 25 Ⓘ, reste 188 deg. 3.

Le troisiesme lieu choisi est le 7 Octobre 1576, à 10 heures 37 Ⓘ apres midy, estant la Lune eclipsée au 24 deg. 21 Ⓘ : mais du 20 Fevrier 5 heures 31 Ⓘ de l'an 1570, premier en l'ordre, jusques au 7 Octobre 1576, &c. y a six ans Egyptiens 231 jours 5 heures 6 Ⓘ, auquel temps son apogée a couru, par l'onziesme proposition du premier livre, 269 deg. 43 Ⓘ, lesquels ostez dudit 24 deg. 21 Ⓘ, reste 114 deg. 38.

De la premiere eclipse jusques à la deuxiesme, y a, comme a esté dit au deuxiesme en l'ordre, deux ans Egyptiens 126 jours trois heures 27 Ⓘ : là dessus le cours de la Lune en sa voye est, par l'onziesme proposition du premier livre, 25 deg. 30.

De la deuxiesme eclipse à la troisiesme y a quatre ans Egyptiens 105 jours 1 heure 39 Ⓘ : là dessus le cours de la Lune en sa voye est, par l'onziesme proposition du premier livre, de 287 deg 36.

Adjoustant les quatriesme & cinquiesme en l'ordre, qui sont les deux derniers, vient 313 deg. 6 Ⓘ son residu circulaire 46 deg. 54.

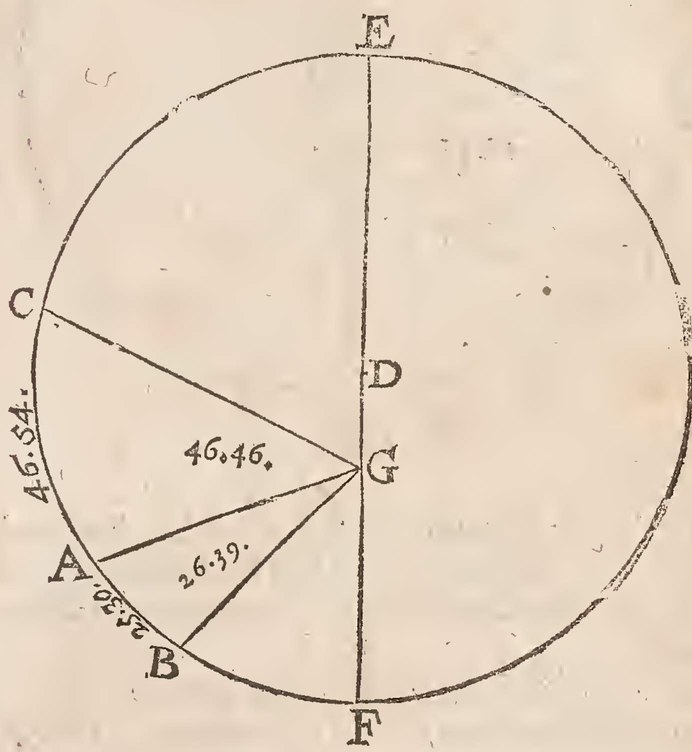
Ostant le 1 du deuxiesme en l'ordre, restera pour le cours apparant lunaire du premier lieu au deuxiesme, 26 deg. 39.

Ostant le deuxiesme du troisiesme en l'ordre, restera pour le cours apparant de la Lune du deuxiesme lieu jusques au troisiesme 286 deg. 35.

Adjoustant 26 deg. 39 Ⓘ avec 286 deg. 35, les derniers en l'ordre, vient 313 deg. 14 Ⓘ son residu circulaire 46 deg. 46.

Le requis. Les trois lieux de la Lune estant cognus avec leurs circonstances, il faut par iceux trouver le contenu de ceste proposition.

Preparation. Je marque le cercle ABC, comme voye lunaire, D son centre, & en iceluy trois poincts, A, B, C, ainsi que l'arc AB est le quatriesme en l'ordre 25 deg 30. Et BC, le cinquiesme, 287 deg. 36.



Donc CA de necessité residu circulaire, sixiesme en l'ordre, 46 deg. 54.

D'avantage je remarque par le deuxiesme article de la 9 proposition du 1 livre, que l'apogée doit eschoir en l'arc BC, soit en E, duquel je mene la ligne par D, jusques en F pour perigée, & la terre G dans icelle EF, de laquelle sont menées les trois lignes GA, GB, GC, ainsi que suivant l'hypothese, l'angle AGB fait le septiesme en l'ordre 26 deg. 39.

Mais l'angle BGC le huictiesme 286 deg. 35.

Et l'angle AGC de necessité le neufiesme 46 deg. 46.

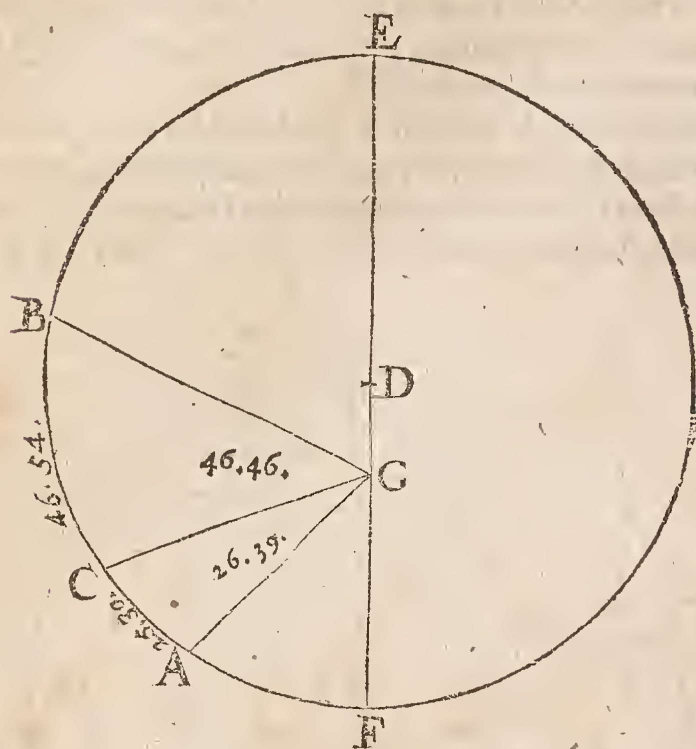
NOTEZ.

Au quatriesme en l'ordre du requis y a qu'on peut voir au deuxiesme article de la 9 proposition du premier livre, en quel arc est l'apogée : toutefois ceux qui sont desia avancez en l'Astronomie pourroyent dire que *Ptolemée* & autres le trouvent par la vistesse ou tardiveté de la Lune de l'une en l'autre eclipse donnée, sans qu'on ayt besoing d'aucunes Ephemerides, comme selon nostre maniere ; là dessus je dis, que d'autant qu'on doit sçavoir par les precedentes observations telle velocité & tardiveté, & que nous prenons les Ephemerides susdites par exemple, comme si elles estoyent observées, pour les raisons deduites en leurs lieux ; & partant que nous tirons proprement ceste cognoissance d'icelles.

Reforma-

Reformation de la figure.

Notez que nous avons mis les lettres de la figure jusqu'icy pour suivre l'ordre du premier exemple de la premiere proposition, mais afin que nous puissions user des mesmes lettres & de mesme signification, nous les changerons, tellement pour les raisons declarées en la premiere note du susdit premier exemple de la deuxiesme proposition, que l'apogée E vienne en l'arc A B,



aussi qu'apres A vienne B, puis C, selon l'ordre des signes; assavoir posant A au lieu de B susdit, & B au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceste figure le monstre.

Ce qu'estant ainsi l'arc A B, ou en son lieu son residu circulaire B A, sera maintenant 72 deg. 24.
B C 46 deg. 54.
C A 25 deg. 30.
Puis l'angle A G B, 73 deg. 25.
L'angle B G C 46 deg. 46.
Et l'angle A G C 26 deg. 39.

Par lesquels (pour declarer autrefois le requis en ceste figure) il faut trouver l'eccentricité D G, posant D E le raid de 10000; puis la longitude apparante de l'apogée E, au temps de la deuxiesme eclipse; tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois places, cy-devant dite en la deuxiesme, qui est icy B: & finalement, la longitude de la Lune moyenne.

CONSTRVCTION.

Ayant icy une figure de la qualité du premier exemple de la deuxiesme proposition, je cerche par la mesme la raison des deux lignes non prolongées, les choisissant icy B G & G C, & trouve que B G faisant 2346.
Alors C G sera 2207.
La raison des deux lignes B G, G C estant cognuë, je trouve par la mesme deuxiesme proposition ce qui s'ensuit: Premierement, l'eccentricité D G, en telles parties que D E en comprend 10000, assavoir D G 768.
Secondement, je trouve par le premier exemple de la deuxiesme proposition, la distance apparante de B en E, veuë de l'eccentre G pour l'angle EGB de 64 deg. 22 ① en ceste figure reformée; mais en la premiere B estoit pour la deuxiesme eclipse, au lieu de cest A cy, tellemẽt qu'icy A est pour la deuxiesme eclipse: Pour trouver donc où eschoira le poinct apparant de E, il faut adjouster à l'angle B G A susdit 64 deg. 22 ①, l'angle B G A 73 deg. 25 ①, viendra pour la distance apparante de la Lune en la deuxiesme eclipse jusques à l'apogée E 137 deg. 47 ①. Mais cest A, comme deuxiesme eclipse, est sous le 283 deg. 25 ① de l'ecliptique par le deuxiesme en l'ordre, du donné, parquoy E sera de ces 137 deg. 47 ① plus reculé que B, & ainsi je les soustraits de 283 deg. 25 ①, reste pour la longitude apparante requise de l'apogée E 145 deg. 38.
Tiercement, je trouve par le susdit premier exemple de la deuxiesme proposition l'arc E B de 68 deg. 20 ①, & iceluy en ceste figure reformée, où A signifie la deuxiesme eclipse, pour les raisons deduites au quatriesme en l'ordre: Et pour trouver maintenant combien il est distant de E, il faut à l'arc susdit E B 68 deg. 20 ①, adjouster l'arc BA 72 deg. 24 ①; & viendra pour l'argument requis de la Lune en la deuxiesme eclipse 140 deg. 44.
Quartement, j'adjouste les deux derniers en l'ordre, vient pour la longitude requise de la Lune moyenne au 25 Juin à 8 heures 58 ① en l'an 1572, 286 deg. 22.

NOTEZ.

On pourroit encore donner des exemples, avec trois lieux de la Lune de telle qualité que des deuxiesme, troisiesme & quatriesme exemples de la deuxiesme proposition, comme a esté fait au cours du Soleil; ce que nous obmettons pour briefveté, à cause que le semblable est assez manifeste par iceux; toutefois pour plus ample declaration & preuve, que la construction par un eccentrique & aussi par un epicycle, revient de mesme, (ce dont *Hyparchus* estoit en doute, comme escrit *Ptolemée*) & aussi pour voir les diversitez que les accidens amenent quant & eux en ces deux manieres, nous mettrons icy encor un exemple avec trois eclipses de Lune, que *Ptolemée* refere en son quatriesme livre, chap. 6. lesquelles sont, selon qu'il dit, les trois plus anciennes observations des Babyloniens, & ce comme s'ensuit en forme de proposition.

EXEMPLE II.

Le donné. Apres l'equation des temps, les trois eclipses estoyent comme s'ensuit: La premiere, la Lune estant au 174 deg. 30 ①: La seconde, au 163 deg. 45 ①, entre lesquelles eclipses y avoit 354 jours 2 heures 34 ①, auquel temps son apogée avoit couru par l'onziesme proposition du premier livre 39 deg. 27 ①: lesquels ostez de 163 deg. 45 ①, restera 124 deg. 18.
A la troisiesme eclipse, la Lune estoit au 333 deg. 15 ①, entre la deuxiesme & troisieme eclipse 176 jours 22 heures 46 ①, donc de la premiere à la troisiesme y aura 530 jours 22 heures 46 ①, auquel temps son apogée court (par l'onziesme proposition du premier livre) 59 deg. 9 ①: lesquels ostez des 333 deg. 15 ①, reste 274 deg. 6.

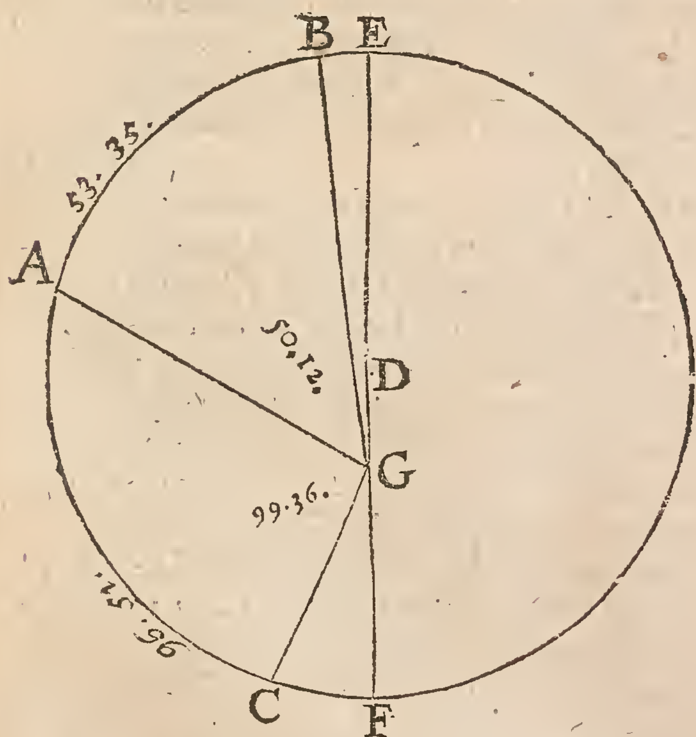
Es

Es 354 jours 2 heures 34 (I), entre la premiere & deuxiesme eclipse, le cours de la Lune en son deferant (par l'onziesme proposition du premier livre) de 306 deg. 25.
Et és 176 jours 20 heures 12 (I) susdites de la deuxiesme à la troisiesme, le cours d'icelle en son deferant (par l'onziesme proposition du premier livre) de 150 deg. 26.
Somme des deux derniers en l'ordre 96 deg. 51.
Ostant les 174 deg. 30 (I) susdits des 124 deg. 18 (I), restera le cours apparant de la Lune de la premiere à la deuxiesme eclipse 309 deg. 48.
Et ostant 124 deg. 18 (I), premier en l'ordre, de 274 deg. 6 (I) deuxiesme, restera le cours apparant de la Lune, du deuxiesme lieu au troisiesme 149 deg. 48.
Somme des deux derniers en l'ordre viendra 459 deg. 36 (I); son residu circulaire 99 deg. 36.

Le requis. Les trois lieux de la Lune cognus comme dit est, avec leurs circonstances, il faut par les mesmes trouver le contenu de la proposition : Premierement, l'eccentricité D G en la figure suivante, en telles parties que le raid du deferant D E en fait 10000 : Secondement, la longitude apparante de l'apogée, au temps (je prens) de la deuxiesme eclipse : Tiercement, l'argument de la Lune, au temps (je prens) de ladite deuxiesme eclipse : Et finalement, la longitude de la Lune moyenne.

PREPARATION.

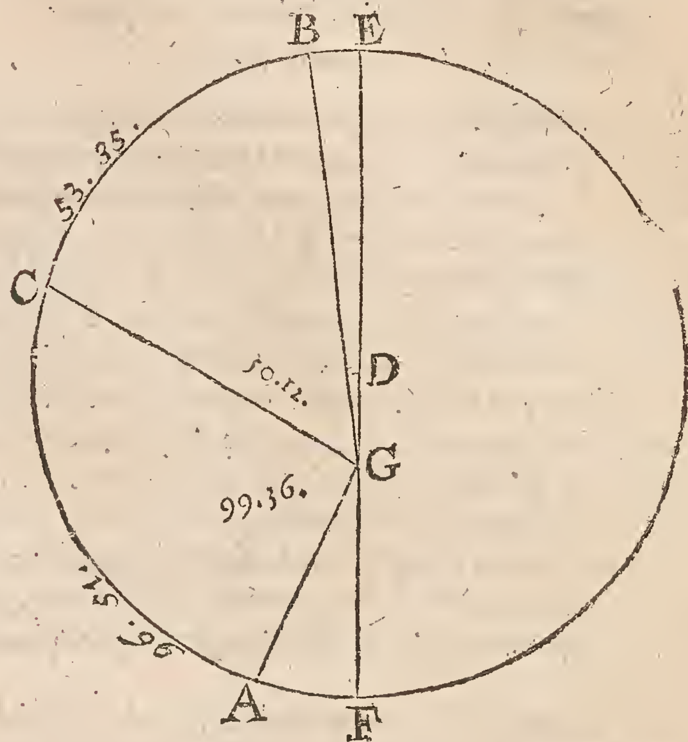
Je marque au deferant A B C, (son centre est D) trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le troisiesme en l'ordre, 306 deg. 25.
Mais B C le nombre du 4 donné en l'ordre, 150 deg. 26.
Et A C doit faire necessairement le suivant 96 deg. 51.
D'avantage l'apogée advient, comme escrit *Ptolemée*, en l'arc C B; soit en E, duquel par D je mene une ligne jusques à la circonference en F, comme perigée : & marque l'eccentre ou la terre G entre D, F, de laquelle soyent menées G A, G B, G C,



ainsi que l'angle renversé, ou convexe, A G B sera suivant le posé 309 deg. 48 (I), le sixiesme en l'ordre, son residu circulaire pour A G B angle concave 50 deg. 12.
Mais B G C est le septiesme en l'ordre 149 deg. 48.
Alors l'angle A G C doit faire de necessité le huictiesme, assavoir 99 deg. 36.

Reformation de la figure.

Notez que nous avons mis les lettres de la figure jusques icy pour suivre l'ordre du premier exemple de la premiere proposition : mais afin que nous puissions user des mesmes lettres, & de mesme signification nous les changerons, tellement pour les raisons declarées en la premiere note du susdit 1 exemple de la deuxiesme proposition, que l'apogée E vienne en l'arc A B, aussi qu'apres A vienne B, puis C, selon l'ordre des signes, assavoir posant A au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceste figure le monstre.



Ce qu'estant ainsi, l'arc A B, ou en son lieu son residu circulaire, fera maintenant 150 deg. 26.
B C 53 deg. 35.
C A 96 deg. 51.
D'avantage l'angle A G B 149 deg. 48.
Et l'angle B G C 50 deg. 12.
Et l'angle A G C 99 deg. 36.

Par lesquels (pour declarer autrefois le requis) il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid D E en fait 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée E au temps de la deuxiesme eclipse. Tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois eclipses, je prens, comme devant en la deuxiesme. Finalement, la longitude de la Lune moyenne.

CONSTRVCTION.

Ayant icy une figure de la qualité de celle de la 2 proposition au premier exemple, parquoy je cerche par la mesme, la raison des deux non prolongées, choisissant icy pour telles B G, G C, & trouve que B G faisant 7815.
Alors C G sera 7480.
Cognoissant la raison de B G, G C, je trouve par la mesme proposition. Premierement, l'eccentricité D G en telles parties que D E en fait 10000, assavoir 860.
Secondement, je trouve par la mesme proposition la distance apparante de B en E, veuë de l'eccentre G, c'est l'angle E G B, (lequel, d'autant que B de la deuxiesme eclipse, ne change de lieu) de 11 deg. 30 (I): Or B estoit au temps de la deuxiesme eclipse au 163 deg. 45 (I) de l'ecliptique, par le donné ; parquoy est E de ces

11 deg. 30 ①, plus reculé que B, ce qui fait que je les soustraits de 163 deg. 45 ①, restera pour la longitude apparante requise du poinct E, apogée 152 deg. 15.

Et par la mesme 2 proposition au premier exemple, je trouve l'arc E B pour l'argument requis de la Lune 12 deg. 29.

Finalement, la somme des deux derniers en l'ordre sera pour la longitude de la Lune moyenne 164 deg. 44.

Convenances des computations de Ptolemée *fondées sur un epicycle, & des presentes fondees sur un eccentrique.*

Ptolemée au sixiesme chapitre de son quatriesme livre; monstre la convenance qu'il y a entre les positions d'un epicycle, & d'un eccentrique : ce qui donne à cognoistre que les anciens se sont servy de la naturelle position de l'eccentrique seulement comme cy-dessus, les livres desquels luy estant venus entre les mains, il a peu remarquer ceste convenance, combien qu'à mon advis il ne declare pas suffisamment comment par diversité d'operation, on rencontre mesme solution; parquoy je diray icy quelque chose de la convenance de ceste operation, & de celle de *Ptolemée*.

Premierement, lors qu'en la figure precedente on imagine estre menée D B, comme cy-devant, on a trouvé, comme aussi *Ptolemée*, l'angle D B G apherese, de 59 ①.

Secondement, *Ptolemée* escrit la raison du raid du deferant, au raid de l'epicycle, comme 60 deg. à 5 deg. 13 ①, & nous cy-devant 10000 à 860 (troisiesme en l'ordre) assavoir 860 pour l'eccentricité, laquelle s'accorde assez pres avec la sienne, veu que disant 10000 donnent 860, combien 60 degrez? viendra 5 degr. 10 ①, qui sont seulement 3 ① de difference.

Tiercement, il faut sçavoir que le cours de la Lune est posé de mesme en l'epicycle, qu'à l'eccentrique, tellement qu'ils doivent accorder. Mais le cours de la Lune en l'epicycle est en *Ptolemée* de 12 deg. 24 ①, & icy à l'eccentrique de 12 deg. 29 ①, sixiesme en l'ordre, qui sont 5 ① de difference seulement.

Conclusion. Par trois lieux donc où la Lune a esté; nous avons trouvé premierement l'eccentricité, &c.

PROPOSITION XXX.

E*stant donné l'argument de la Lune; trouver la distance de la terre à icelle, en telles parties que le raid de son deferant en fait* 10000; *aussi sa prostapherese, & diametre visuel, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre ferme.*

Le donné. Soit l'argument de la Lune 30 deg. & estant le raid de son deferant 10000 parties, alors son eccentricité sera, par le premier exemple de la 29 proposition, 768 parties.

Le requis. Il faut trouver la distance de la terre à la Lune, aussi sa prostapherese, & diametre visuel.

CONSTRVCTION.

Avec ce donné, operant selon la huictiesme proposition, alors on trouvera la distance requise de la terre à la Lune, en telles parties que le raid de son deferant en fait 10000; de 10621.

Et sa prostapherese, (laquelle est icy apherese estant au premier demicercle) de 1 deg. 55.

Aussi le diametre visuel de la Lune sera (lors qu'on prend iceluy estre 30 ① en l'apogée) de 30 ① 25.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument de la Lune, nous avons trouvé la distance de la terre à icelle, &c.

COROLLAIRE.

Il est evident comment on pourra faire une table des distances de la terre à la Lune, avec ses prostaphereses, & diametres visuels, de degré en degré, afin de trouver le requis avec facilité, comme cy-dessous elle est commencee de 10 en 10 degrez, y ayant aussi adjoint les 180 deg. pour s'en servir cy-apres.

TABLE.

Degrez du deferant.	*Distances de la terre à la Lune.*	*Prostapherese.*	*Diametres visuels de la Lune.*
		Apherese.	
deg.		deg. ①.	①, ②.
0.	10768.	0. 0.	30. 0
10.	10757.	0. 43.	30. 2
20.	10725.	1. 24.	30. 7
30.	10621.	1. 55.	30. 25
180.	9232.	0. 0.	34. 59

PROPOSITION XXXI.

T*rouver sur une Racine d'ans ou Epoche, la longitude de la Lune moyenne, la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, & son argument, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

Le donné. Soit l'Epoche donnée le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver le contenu de la proposition.

OPERATION.

Premierement pour trouver la longitude de la Lune moyenne, elle estoit en l'an 1572 au 25 Juin à 8 heures 58 ①, par le premier exemple de la 29 proposition du deuxiesme livre, de 286 deg. 22.

Mais de ce temps-la jusqu'au commencement de l'an 1600, y a 27 ans Egyptiens & 194 jours, 15 heures 2 ①, auquel temps le cours moyen de la Lune fait par l'onziesme proposition du premier livre, 297 deg. 43.

Somme des deux en l'ordre font pour la longitude de la moyenne Lune au commencement de l'an 1600 224 deg. 5.

Secondement pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, elle estoit en l'an susdit 1572, au 25 Juin 8 heures 58 ①, par le premier exemple de la 29 proposition de ce deuxiesme livre, de 145 deg. 38.

Le cours dudit apogée és 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ① est par l'onziesme proposition du premier livre, de 39 deg. 31.

Somme des deux derniers en l'ordre font pour la longitude apparante requise de l'apogée, au commencement de l'an 1600 comme epoche 185 deg. 9.

Tierce-

Tiercement pour trouver l'argument de la Lune, elle estoit au 25 Juin 8 heures 58 ① en l'an 1572 par le 1 exemple de la 29 proposition de ce deuxiesme livre, de 140 deg. 44.

Le cours de la Lune en son deferant és susdits 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ①, est par l'onziesme proposition du premier livre de 258 deg. 12 ①, qu'on trouve plus aisement ostant le cinquiesme en l'ordre du deuxiesme; car alors il reste aussi 258 deg. 12.

Somme des deux derniers en l'ordre sera pour l'argument requis de la Lune au commencement de l'an 1600, comme Epoche 38 deg. 56.

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur une racine d'ans ou Epoche donnée, la longitude de la Lune moyenne, &c.

Notez.

D'autant que les lieux susdits, assavoir la longitude de la moyenne-Lune, & l'apparante de l'apogée, comme aussi l'argument, trouvez sur une Epoche viennent à propos pour les supputations du cours de la Lune, je les mettray icy à part pour les trouver plus facilement.

Lieux de la Lune sur une Epoche, au commencement de l'an 1600.

Longitude de la Lune moyenne	224 deg. 5.
Longitude apparante de l'apogée du deferant	185 deg. 9.
L'argument de la Lune	28 deg. 56.

Proposition XXXII.

Trouver sur un temps donné la longitude de la moyenne Lune, la longitude apparante de l'apogée du deferant, & l'argument de la Lune, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver par iceluy le contenu de la proposition.

Construction.

I. Pour trouver la longitude de la moyenne Lune, elle estoit en l'epoche, assavoir au commencement de l'an 1600, par la precedente proposition, au 224 deg. 5.

Or de là jusques au 30 Decembre audit an y a un an Egyptien, auquel temps le cours moyen est par l'onziesme proposition du premier livre, de 129 deg. 23.

Somme des deuxiesmes en l'ordre est pour la longitude de la moyenne Lune 353 deg. 28.

II. Pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle estoit en l'epoche susdite par la precedente proposition, au 185 deg. 9.

Et le cours de l'apogée en un an Egyptien est par l'onziesme proposition du premier livre 40 deg. 40.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour la longitude apparante de l'apogée 225 deg. 49.

III. Pour trouver l'argument de la Lune, elle estoit en l'epoche susdite au 38 deg. 56.

Le cours de la Lune en son deferant, en un an Egyptien, par l'onziesme proposition du premier livre, de 88 deg. 43 ①, qu'on trouve plus facilement ostant le cinquiesme en l'ordre du deuxiesme, car il reste aussi 88 deg. 43.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour l'argument de la Lune 127 deg. 39.

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un temps donné la longitude de la moyenne-Lune, &c.

Proposition XXXIII.

Trouver sur un temps donné la longitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Le temps soit le trentiesme Decembre en l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude apparante de la Lune.

Construction.

Par la precedente la longitude apparante de l'apogée au 30 Decembre 1600 sera au 225 deg. 49.

Par la mesme au mesme temps, l'argument 127 deg. 39.

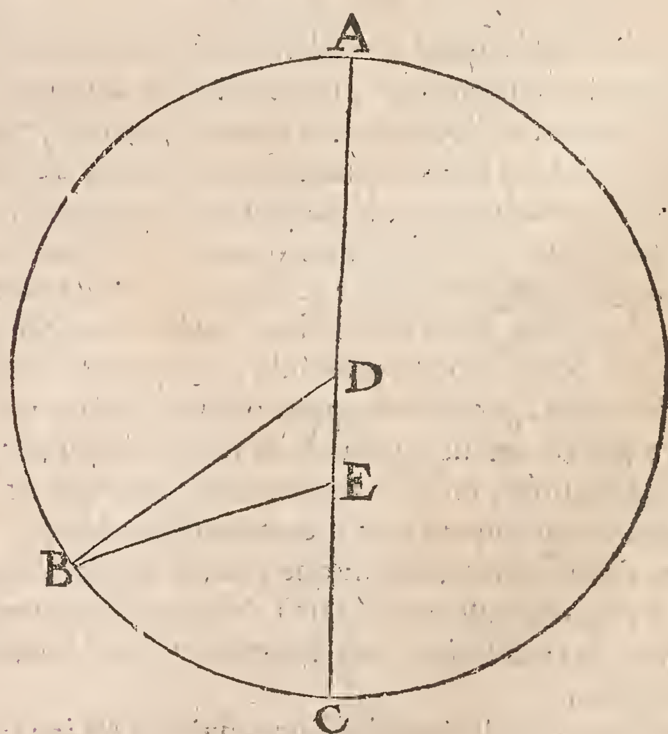
Sa prostapherese, par la 30 proposition du deuxiesme livre, 3 deg. 39.

Laquelle estant apherese, d'autant qu'elle eschoit au premier demicercle, je la soustrais de 127 deg. 39 ①, restera 124 deg. 0.

Somme d'iceluy & premier en l'ordre, sera pour la requise longitude apparante de la Lune 349 deg. 49.

Demonstration.

Soit E la terre, & D centre du deferant de la Lune ABC; estant A l'apogée, selon le premier en l'ordre, au 225 deg. 49.



La Lune est en B, ainsi que son argument AB, ou l'angle ADB, est trouvé comme au deuxiesme en l'ordre de 127 deg. 39.

Là

Là dessus est l'angle de la prostapherese DBE, au troisiesme en l'ordre, & est apherese, comme estant au premier demi-cercle, de 3 deg. 39.

Et estant donc apherese, je le soustrais de l'angle ADE, reste pour l'angle AEB, quatriesme en l'ordre, 124 deg.

Mais estant A veu de E au 225 deg. 49 (I) de l'ecliptique, premier en l'ordre, B doit estre autant plus avancé en l'ecliptique, qu'est l'angle AEB, & viendra 124 deg. comme cy-dessus, lequel on adjouste à 225 degr. 49 (I) susdit, tellement que la somme doit estre pour la longitude apparante requise de la Lune, comme au cinquiesme en l'ordre, 349 deg. 49.

Ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Nous avons donc sur un temps donné, &c.

Note I.

Par la construction des Ephemerides supputées du cours du Soleil, comme en la 12 proposition de ce deuxiesme livre, est manifeste comment on en fera pour le cours de la Lune; veu que ces mouvemens sont de mesme qualité.

Note II.

Il est evident comment lors qu'il en sera de besoing cy-apres, on trouvera le gaing lunaire sur le Soleil en une heure, d'un temps donné (lequel differe communement du gaing moyen de la Lune, de l'onziesme proposition du premier livre.) Soit par exemple qu'on le requiere en une heure apres le 30 Decembre 1600. On trouvera premierement sa longitude apparante sur le 30 Decembre 1600, comme en la 33 proposition, puis semblablement le mesme en une heure plus tard: puis du dernier trouvé ostant le premier, le reste sera pour le cours de la Lune veu du centre de la terre, pour ce temps-la, d'où ostant le cours du Soleil en une heure, restera le requis.

Note III.

Le lieu de la Lune ainsi descrit & trouvé avec position de terre immobile, n'accorde pas du tout avec l'observation reelle, mais sera tantost plus tost, tantost plus tard, dont la difference est bien souvent d'environ 2 degrez, combien que le moyen mouvement soit parfait pour quelques centaines d'années: tellement que par dessus l'inegalité causée par l'eccentricité, y en a encore donc une autre deuxiesme. *Ptolemée* a tasché de la trouver, & en a fait un pretendu mouvement, lequel il mesle avec la precedente position nue de terre immobile: mais d'autant que la chose n'a pas reüssi, & que des conclusions en sont tirées autant absurdes & defectueuses qu'auparavant, donnant plus loing, que pres, c'est pour ceste raison que je les ay separez, (comme a esté dit aussi autre part) selon qu'il appert cy-dessus, & la descriray particulierement en la sixiesme distinction.

Notez que telle inegalité incognuë qui est icy trouvée en la Lune, se trouve semblablement és cinq planetes suivantes de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, non obstant que les moyens mouvemens soyent bien trouvez.

S'ensuit la latitude apparante de la Lune.

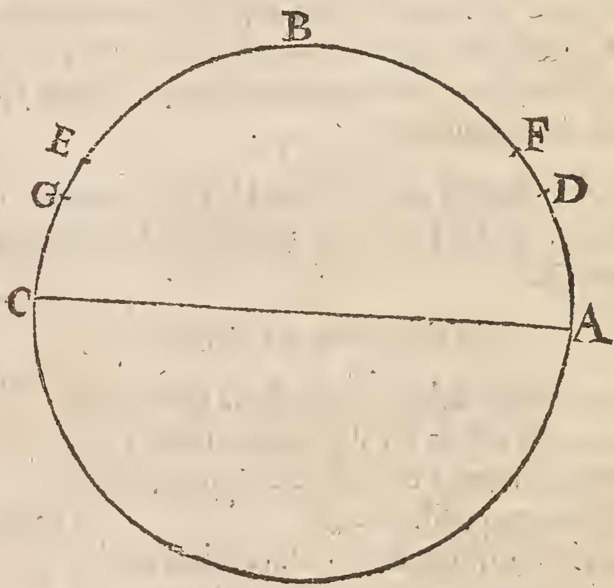
Proposition XXXIV.

Trouver en quelque eclipse lunaire, la distance de la Lune d'un nœud, & la longitude d'iceluy nœud, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Je cerche és Ephemerides observées (au lieu desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*) deux eclipses de Lune egales, assavoir où la Lune estoit egalement obscurcie. La premiere desquelles je prens estre advenuë en l'an 1603 le 14 May, à 10 heures 58 (I), ayant esté obscurcie 8 poulces 55 (I), la Lune estant (suivant la position) au 242 deg. 36 (I) (je dis suivant la position, que le milieu de l'eclipse soit à 10 heures 58 (I), ce qui seroit plus tard selon lesdites Ephemerides estant mal supputées, mais cecy servira seulement d'exemple.) La deuxiesme eclipse, en l'an 1605 le 16 Septembre à 15 heures 59 (I), estant icelle eclipsée 8 poulces 53 (I), qui sont 2 (I) moins que devant, je pose par maniere d'exemple qu'elles soyent egales, & soit aussi 8 poulces 55 (I): & estoit suivant la position au 3 deg. 37 (I) de l'ecliptique.

Preparation.

Soit ABC deferant lunaire, A, C les nœuds, D la Lune en la premiere eclipse, & E en la deuxiesme; ainsi que les arcs CE, AD soyent egaux, d'autant que la Lune devoit estre egalement distante des nœuds, pource qu'elle estoit egalement eclipsée,



je voy puis apres quelle prostapherese il y avoit au temps des deux eclipses, & trouve qu'à la premiere y avoit prostatique de 5 deg. 33 (I): car d'autant estoit la vraye Lune sous l'ecliptique donné 242 degr. 36 (I), plus avancée que la Lune moyenne, laquelle par la 32 proposition estoit alors en l'ecliptique au 237 deg. 3 (I): & en la deuxiesme eclipse estoit aussi prostatique de 4 deg. 55 (I), laquelle est denotée par l'arc EG, ainsi que les poincts F, G, denotent les lieux de la Lune moyenne aux temps des deux eclipses.

Con-

CONSTRUCTION.

La Lune apparante estant en la premiere eclipse en F, en la deuxiesme en G, a pendant tel temps de deux ans Egyptiens 126 jours 5 heures 1 ① (qui, s'il estoit naturel, devroit estre egalé, selon la 15 proposition : mais estant en ces Ephemerides supputees en temps moyen, & aussi que cecy est seulement pris pour un exemple, nous prenons que ce soit temps egalé) couru en latitude l'arc apparant de FG, faisant par la 11 proposition du 1 livre, 167 deg. 5.

Auquel adjousté D F faisant par la preparation 5 deg. 33.

Vient pour D G 172 deg. 38.

Duquel soustrait E G faisant 4 deg. 55.

Reste pour D E 167 deg. 43.

Son adjoinct (assavoir de là à 180) sera pour les deux arcs A D, E C de 12 deg. 17.

Lesquels arcs estant egaux, la moitié sera pour la distance requise de la Lune à l'un des nœuds A, faisant 6 deg. 9.

Mais la Lune D, est par le donné apparemment en l'ecliptique au 242 deg. 36 ① : d'où comptant à rebours les 6 deg. 9 ① precedens, viendra pour la longitude de A, au temps de la 1 eclipse 236 deg. 27.

Et pource que la Lune vient de là en avant au costé septentrional de l'ecliptique, comme monstrent les Ephemerides (lesquelles nous prenons au lieu d'observées) alors tel nœud doit estre, par la 4 definition devant la 9 proposition du deuxiesme livre, la teste du Dragon.

NOTE I.

Es Ephemerides, la teste du Dragon a esté posée au jour susdit, au 235 deg. 35 ①, & icy trouvée au 236 deg. 29 ①, differans en 54 ①. Touchant la distance de la Lune à la teste du Dragon, trouvée au septiesme en l'ordre, de 6 deg. 9 ①, elle seroit selon les Ephemerides de 6 deg. 7 ①, (car autant y a-il du 242 deg. 36 ①, où la Lune estoit au susdit 236 deg. 29 ①) qui sont 2 ① de difference.

NOTE II.

Si le cinquiesme en l'ordre venoit à estre le commencement ou la fin du cercle, assavoir 0 deg. ou bien 360 deg. ce seroit un signe que la Lune en la deuxiesme eclipse auroit esté non en E, mais au premier D, ainsi qu'on n'eust sceu tirer de là aucune conclusion du requis, comme on le pourroit remarquer si on le vouloit voir en effect. Mais si ledit cinquiesme en l'ordre eust escheu d'estre le 180 deg. c'eust esté un signe que la Lune en la deuxiesme eclipse auroit esté non en E entre D & C, mais de l'autre costé de C, ainsi qu'on n'eust pareillement sceu tirer de là aucune conclusion ; car il n'eschoit qu'en deux manieres, l'une comme la figure le monstre, l'autre lors que la Lune en la deuxiesme eclipse, vient aussi pres devant un mesme nœud, que la Lune en la premiere eclipse vient derriere le mesme nœud : & alors le cinquiesme en l'ordre doit estre soustrait du cercle entier 360 deg. & le reste comme devant.

NOTE III.

Au deuxiesme, quatriesme & huictiesme en l'ordre, a esté parlé de soustraire & adjouster ; mais il faut se souvenir, pour sçavoir lequel des deux il faut faire, qu'il faut avoir esgard à la qualité de la figure : car par exemple, si au lieu de prostatique D E, eust advenu apherese, il appert que pour trouver D G, il n'eust fallu adjouster le deuxiesme en l'ordre avec le premier, mais bien soustraire, & ainsi de l'autre.

Conclusion. Nous avons donc trouvé, &c.

PROPOSITION XXXV.

Trouver sur un epoche donné, la longitude de la teste du Dragon, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'epoche donné, le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver là dessus la longitude de la teste du Dragon.

CONSTRUCTION.

La teste du Dragon estoit en l'an 1603 au 14 May à 10 heures 58 ① par la 34 proposition de 236 deg. 29.

Mais de l'epoche de l'an 1600 jusques audit 14 May, &c. 1603, y a trois ans Egyptiens 135 jours 10 heures 58 ①, auquel temps la teste du Dragon court par l'onziesme proposition du premier livre, 65 deg. 10.

Somme des deux en l'ordre, viendra pour la longitude de la teste du Dragon au commencement de l'an 1600 comme epoche 301 deg. 39.

Dont la demonstration est manifeste.

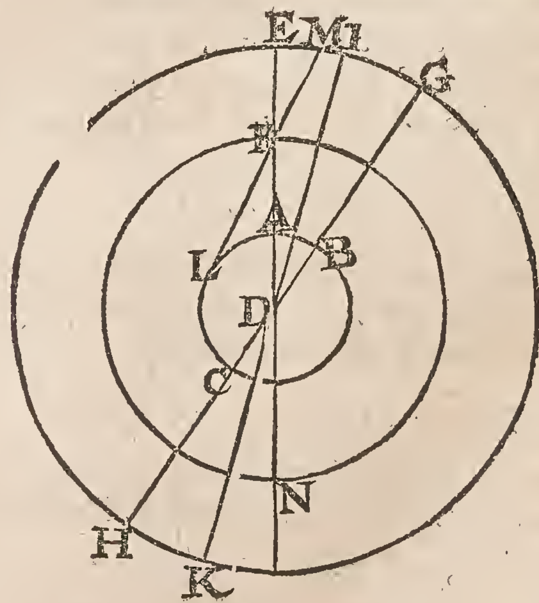
Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un epoche donné la longitude de la teste du Dragon, &c.

PROPOSITION XXXVI.

Trouver la latitude du deferant de la Lune, par operation Mathematique, fondée sur l'observation mesme.

Pour trouver la plus grande latitude de la Lune, par laquelle la latitude de son deferant est cognuë, & ce au costé septentrional de la terre, il est necessaire premierement d'attendre qu'elle soit en sa latitude majeure septentrionale ; ce qui advient estant la teste du Dragon en l'equinoxe, & la Lune distante de là de 90 degrez. Secondement que l'observateur soit en tel lieu de la terre, que la Lune soit à son zenith, afin d'eviter la parallaxe ; ce qu'estant ainsi, il est evident que la distance du zenith & du 90 deg. de l'ecliptique, sera pour la latitude majeure de la Lune, & par consequent la deviation de son deferant de l'ecliptique.

Pour le mieux declarer, soit A B C la terre, D son



centre, B D C son equateur, A le lieu de l'observateur, sa latitude B A 28 deg. 51 ① 20 ② : Puis soit menée

 D E par

D E par A & D, où la Lune soit, comme en F, assavoir au zenith de l'observateur; & par D B soit menée H G, comme equinoctial, & aussi I D K ecliptique, G I sa declinaison majeure, faisant selon *Ptolemée* 23 deg. 51 ① 20 ②, & G E sera semblable à B A, aussi 28 deg. 51 ① 20 ②: Duquel osté G I 23 deg. 51 ① 20 ②; restera pour l'arc I E, ou l'angle I D E 5 deg. pour la latitude majeure de la Lune, veuë du centre de la terre D, & par consequent la deviation requise de la voye lunaire (qui est icy denotée par F D N) de la ligne ecliptique.

Mais la raison est manifeste pourquoy l'observateur doit avoir la Lune au zenith; car autrement soit iceluy, non en A, mais en L, la Lune F luy apparoistra estre, non en E, mais en M; & appert que la faute vient de la parallaxe. Touchant *Ptolemée* qui fit une observation en Alexandrie, où la latitude est comme il escrit 30 deg. 58 ①, où il n'avoit la Lune droit au zenith, mais $2\frac{1}{8}$ deg. de là, lequel arc pour sa petitesse ne cause pas de parallaxe sensible.

Mais si quelqu'un vouloit faire telle observation, où il y a une grande parallaxe & sensible, laquelle se peut cognoistre par le corollaire de la 23 proposition, il est certain qu'en adjoustant ou soustrayant icelle à l'angle trouvé, selon l'exigence de l'accident, qu'on auroit le requis.

Note I.

Il a esté dit qu'il falloit en ceste observation que la Lune soit au 90 deg. de longitude, tant en l'ecliptique, qu'en sa voye, assavoir 90 deg. esloignée de la teste du Dragon; ce qui ne peut advenir que peu souvent, car la teste du Dragon requiert plus de 18 ans pour faire son circuit, par la 9 proposition du premier livre, ce qui se trouveroit difficile & rare, en ce qu'elle doit estre en la section vernale; & quand elle y seroit, il pourroit advenir que la Lune n'en seroit esloignée 90 deg. mais au pire aller au 180 deg. ainsi qu'arrestant jusques à ce qu'elle y vienne, qui est environ 15 jours, auquel temps la teste du Dragon auroit fait 44 ①: mais d'autant que la latitude de la Lune estant au 90 deg. 44 ①, au lieu de 90 deg. ne causera aucun erreur perceptible.

D'avantage il pourroit advenir que la Lune estant au 90 deg. de la teste du Dragon, seroit trop pres du Soleil, & partant qu'on ne la pourroit voir; ou qu'elle ne sera pas si pres du Soleil, mais ne sera pas au meridien sur l'horizon; mais au pire aller au 180 degré de là au dessous, ainsi qu'il la faudroit arrester 12 heures apres, auquel temps elle s'esloigneroit 7 degrez du lieu requis; ce qu'advenant, on pourra faire l'observation un ou deux mois devant ou apres, assavoir en telle lunaison qu'on luy puisse voir: ou au plus pres du 90 deg. de l'ecliptique qu'il est possible, car ce qu'elle est alors plus ou moins que 90 deg. de la teste du Dragon, c'est peu de chose.

Note II.

La deviation cy-dessus de la voye de la Lune se pourra aussi trouver par la suivante 39 proposition, ce qui sera aussi declaré là comme corollaire.

Proposition XXXVII.

Trouver en un temps donné la longitude de la teste du Dragon, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps, au 30 Decembre 1600.
Le requis. Il faut trouver en ce temps la longitude de la teste du Dragon.

Construction.

La teste du Dragon avoit de longitude du temps de l'Epoche 1600, par la 35 proposition, — 301 deg. 39.

Or il y a un an Egyptien entre le commencement de l'an 1600 jusques au 30 Decembre, auquel temps les nœuds font en retrogradant 19 deg. 20 ①, par la 9 proposition du premier livre; assavoir ostant le moyen mouvement de la Lune d'un an en longitude apparante, de son cours en latitude, c'est par l'onziesme proposition du premier livre, 129 deg. 23 ① de 148 deg. 43 ①, & demeure comme devant, — 19 deg. 20.

Lequel osté du premier en l'ordre, restera pour la longitude requise de la teste du Dragon — 282 deg. 19.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé en un temps donné la longitude de la teste du Dragon, &c.

Corollaire.

Il appert que sçachant la longitude de la teste du Dragon, qu'on peut aussi sçavoir celle de la queuë: car des 282 deg. 19 ① ostant ou adjoustant 180 deg. ce qui viendra, sera le requis, assavoir 102 deg. 19 ①.

Proposition XXXVIII.

Trouver en un temps proposé, la latitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps proposé, le 30 Decembre 1600.
Le requis. Il faut trouver la latitude apparante de la Lune au temps proposé.

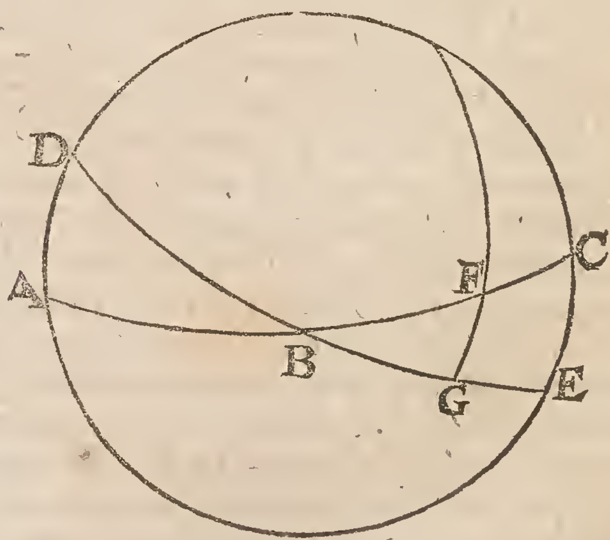
Construction.

Par la 33 proposition on trouve la longitude apparâte de la Lune au temps proposé de — 349 deg. 49.

Et par la 37 proposition, la longitude de la teste du Dragon de — 282 deg. 19.

Leur difference sera pour l'arc apparant de la teste jusqu'à la Lune de — 67 deg. 30.

Je marque puis apres la voye de la Lune A B C, coupant l'ecliptique D B E en B, comme teste du Dragon,



& pose en A C le poinct F pour la Lune, ainsi que B F fait 67 deg. 30 ①, troisiesme en l'ordre, & mene F G perpendicle à B E. Ce qu'estant ainsi le triangle B F G aura trois termes cognus,

assavoir { B F, 67 deg. 30 ①,
F B G, 5 deg. par la 36 proposition,
& G, droit:

Par

Par lesquels on trouvera F G, pour la latitude requise, de 4 deg. 37.

Dont la demonstration est evidente.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un temps proposé la latitude apparante de la Lune, &c.

Maintenant de la distance de la Lune, de sa grandeur, & diametre apparant du cone nocturne, au lieu où la Lune doit passer.

PROPOSITION XXXIX.

Trouver la distance de la terre à la Lune, en telles parties, que le raid de la terre en fait 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'observation effectuelle.

[*Il sera parlé à l'appendice de la difference de ceste maniere à celle de* Ptolemée.]

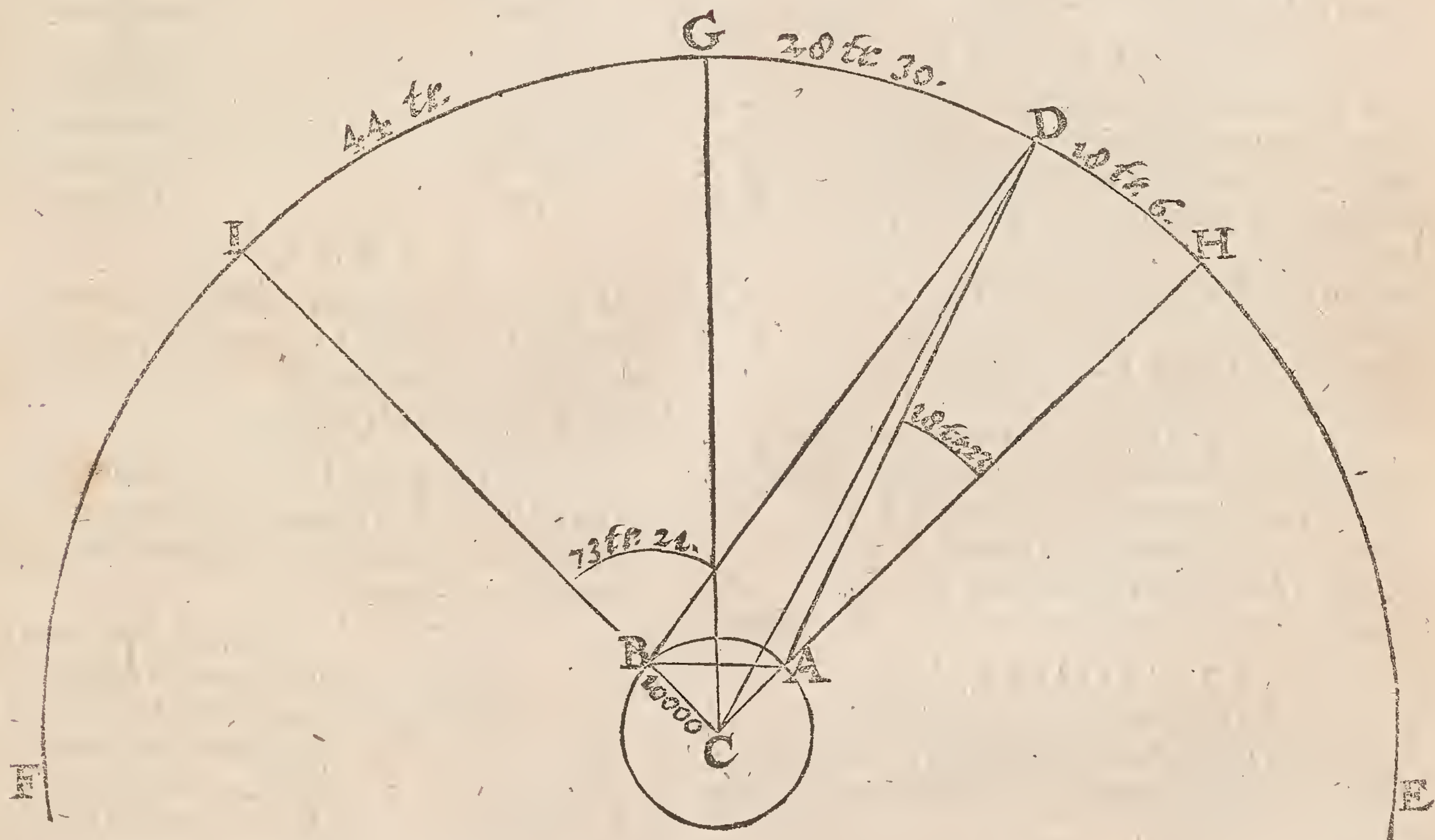
Le donné. Deux observateurs seront en mesme longitude, mais en diverses latitudes, discrepantes à suffisance, prenans journellement la hauteur de la Lune sur l'horizon, ou sa depression du zenith, au meridien. Puis rapportans ces observations, on en choisira deux qui seront faites sous un mesme meridien, & en mesme temps. Soit par exemple, A B la terre, C son centre, D la Lune, par laquelle est mené E D F meridien, C G l'equateur veu à costé : les lieux des observateurs en mesme meridien soyent A, B : leurs zeniths H, I, ainsi que G A latitude (ou son egale) de A, de 46 deg. 36 (1); & G I egale à la latitude de B, soit 44 deg. D'avantage A a trouvé la Lune deprimée de son zenith de 18 deg. 23 (1), pour l'angle H A D ; mais B de 73 deg. 21 (1), pour l'angle I B D, puis soyent menées les lignes A B, & C D.

Le requis. Il faut trouver C D, en telles parties que A C raid terrestre en face 10000.

CONSTRVCTION.

A l'arc G I, 44 deg. adjousté G H, 46 deg. 36 (1) vient pour H I, ou A B, ou bien pour l'angle A C B, 90 deg. 36.

Le mesme osté de 180 deg. restera pour les angles C B A, & C A B 89 deg. 24.



Sa moitié pour C B A 44 deg. 42.

Son adjoint pour I B A 135 deg. 18.

Duquel osté I B D 73 degr. 21 (1), restera pour l'angle D B A 61 deg. 57.

De l'angle H A B egal à I B A 135 deg. 18 (1), quatriesme en l'ordre, osté H A D 18 deg. 23 (1), restera pour D A B 116 deg. 55.

Or puis que l'arc A B fait 90 deg. 36 (1), premier en l'ordre ; alors par la 13 proposition de la construction des tables des sinus, sa corde A B sera en parties, dont A C en contient 10000, 14216.

Le triangle D A B a trois termes cognus, assavoir D B A 61 deg. 57 (1), cinquiesme en l'ordre, D A B 116 deg. 55 (1), sixiesme en l'ordre, & le costé B A 14216, le septiesme en l'ordre ; par lesquels cerchez D B par les triangles plans de 640223.

Or à l'angle D B A 61 deg. 57 (1); le cinquiesme en l'ordre, adjousté l'angle C B A 44 degr. 42 (1), le troisiesme en l'ordre, viendra pour l'angle D B C 106 deg. 39.

Le triangle D B C a trois termes cognus, comme D B C 106 deg. 39 (1), le neufiesme en l'ordre, & D B 640223 le huictiesme, & B C 10000 par le donné : par lesquels on trouvera le costé C D, & l'angle B C D, assavoir C D pour la distance requise de la terre à la Lune 643020.

Et l'angle B C D (non requis icy, mais necessaire cy-apres au corollaire) de 72 deg. 30.

Dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ I.

On peut prouver l'operation precedente aussi comme s'ensuit : Les observateurs prendront l'angle de distance de la Lune & d'une estoile fixe, le tout au meridien ; & la difference qu'ils trouveront, sera la parallaxe pour ce lieu-la, lequel, s'il estoit trouvé comme il faut, seroit de 1 deg. 8 (1); à cause qu'au triangle D A B, l'angle

l'angle D B A fait 61 deg. 57 ①, cinquiesme en l'ordre, & D A B de 116 deg. 55 ①, sixiesme en l'ordre, lesquels ensemble ostez de 180 degrez restera comme dessus 1 deg. 8 ①.

NOTEZ II.

Si la Lune eust esté egalement deprimée des zeniths des observateurs, telles observations causeroyent plus facile operation, comme on peut voir en la 23 proposition avec le Soleil.

NOTEZ III.

D'autant que la Lune au temps des observations doit estre en un lieu cognu de son deferant, je pose que cy-dessus elle ayt esté en son apogée, c'est à dire au commencement de son deferant.

COROLLAIRE.

Pource que les angles D B C & B C D sont cognus, faisans ensemble 179 deg. 9 ①: de là s'ensuit que ostez de 180 deg. le reste 51 ① est pour l'angle B D C parallaxe de la Lune en ce lieu-la.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la distance de la terre à la Lune, &c.

COROLLAIRE.

A la deuxiesme note de la 36 proposition, a esté dit que la deviation de la voye lunaire de l'ecliptique, peut aussi estre trouvée par ceste 39 proposition, ce que je promis là de rediger en escrit icy. Et partant je dis ainsi;

L'angle B C D a esté trouvé en ceste proposition de — 72 deg. 30.
Duquel osté l'angle I C G, faisant par le donné 44 deg. restera G C D, ou G D, l'arc apparant de l'equateur à la Lune — 28 deg. 30.
Duquel osté la declinaison de l'ecliptique — 23 deg. 30.
Restera l'arc apparant de l'ecliptique à la Lune, c'est sa latitude, & partant la deviation de son deferant, comme en la 36 proposition, — 5 deg.

PROPOSITION XL.

Estant donné l'argument de la Lune, trouver la distance de la terre à la Lune en telles parties que le raid terrestre en contient 10000, *par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

Le donné. Soit l'argument de la Lune 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la distance de la terre à la Lune, posant le raid terrestre de 10000 parties.

CONSTRVCTION.

Entre plusieurs manieres par lesquelles on peut resoudre ceste proposition, il me semble que ceste-cy est la plus propre; veu que par la 39 proposition la distance du centre de la Terre & de la Lune, laquelle estoit au commencement de son deferant, ou son apogée, par la troisiesme note de la mesme 39 proposition, a telle raison au raid terrestre, comme 643020 à 10000, & que la mesme distance a esté trouvée à la 30 proposition de 10768; je diray ainsi 643020 donne 10000, combien 10768? viendra 167: tellement que le raid terrestre, à la distance entre la terre & la Lune, est comme 167 à 10768; & aussi en telle raison à une chacune ligne du centre de la terre à la voye de la Lune, comme 167 au nombre posé à la table de la 30 proposition: mais la ligne du centre de la terre au 30 degré du deferant de la Lune, fait là 10621: donc le raid terrestre à la mesme, sera comme 167 à 10621. Et pour l'avoir maintenant en telles parties que le raid de la terre en fait 10000, je dis, 167 donne 10621, combien 10000? viendra pour le requis 635988.
Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donné l'argument de la Lune, &c.

COROLLAIRE.

Il est evident que ce 167 nous servira pour nombre commun; afin de trouver facilement les autres lignes; car si on vouloit trouver la ligne du centre de la terre à la Lune estant au 10 deg. de son deferant, laquelle est à la 30 proposition de 10757, je diray 167 donne 10757, combien 10000? viendra pour le requis 644132, & ainsi des autres: par ainsi on en pourra construire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi le 180 pour servir cy-apres.

TABLE DES LIGNES DU CENTRE de la terre à la Lune, posant le diametre de la terre 10000 parties.

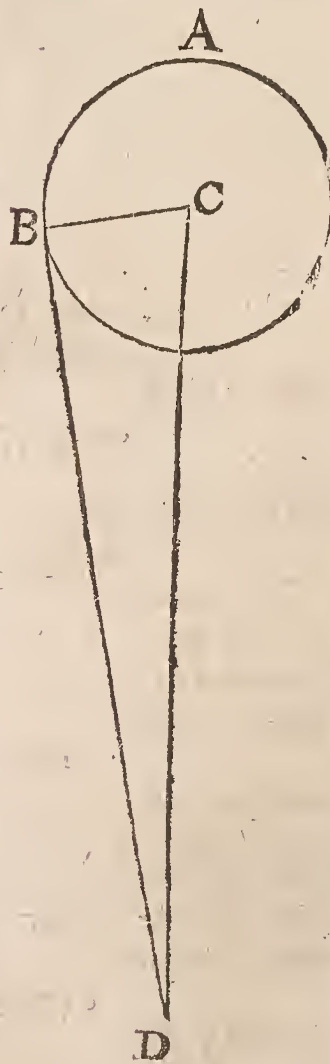
Degrez du deferant	*Distances du centre de la terre à la Lune.*
0	644790
10	644132
20	642216
30	635988
180	552814

NOTEZ.

Si on dit 10000 donne le premier nombre des tables 64790, combien 1? vient assez pres de 65, qui sont telles parties que le raid de la terre fait 1, pour la distance de la terre à la Lune.

PROPOSITION XLI.

Trouver le raid de la Lune, en telles parties que celuy de la terre en fait 10000 *: par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*



Le donné. Soit AB la Lune estant en son apogée, C son centre, & D celuy de la terre, duquel soit la touchante D B en B, & menées B C, C D; l'angle B D C sera le demy-diametre visuel de la Lune.

Le requis. Il faut trouver le raid B C, celuy de la terre faisant 10000.

CONSTRVCTION.

Le triangle B C D a trois termes cognus, assavoir BDC demy-diametre visuel de la Lune, lequel sera selon le posé de la 30 proposition 15 ①, estant en son apogée, C D 644790, par la 40 proposition, & l'angle B droit: par lesquels cerché le costé BC sera trouvé de 2837 pour le raid de la Lune, estant celuy de la terre posé 10000, pource que 644790 pour C D sont des mesmes parties.

Dont

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le raid de la Lune en telles parties que celuy de la terre en fait 10000, &c.

Notez.

Si on dit, le raid de la Lune 2837 donne raid de la terre 10000, combien le raid de la Lune, posés de 1? viendra assez pres $3\frac{1}{2}$. Et voulant comparer la Lune au Soleil on dira: raid de la terre 10000 donne celuy de la Lune 2837, combien celuy de la terre estant posé 1? viendra assez pres $\frac{2}{7}$: or des mesmes parties le raid du Soleil en fait 5, par la 25 proposition: parquoy comme $\frac{2}{7}$ à 5, ou ce qui est le mesme, 1 à $17\frac{1}{2}$; ainsi les raids de la Lune & du Soleil.

Corollaire.

On pourroit encor adjoindre la grandeur des corps d'iceux veu que les corps semblables sont en raison triplée de leurs lignes homologues; & partant le corps de la terre à celuy de la Lune sera comme le cube de $\frac{7}{2}$ au cube de 1; c'est comme $42\frac{7}{8}$ à 1. Et le corps solaire au lunaire, comme le cube de $17\frac{1}{2}$ au cube de 1; c'est comme $5359\frac{3}{8}$ à 1.

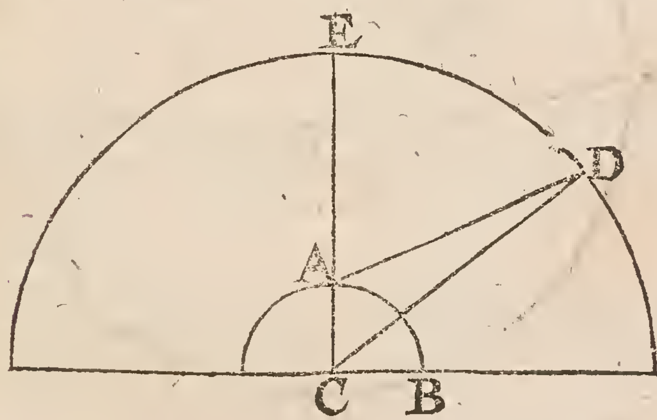
Proposition XLII.

Estant donné l'argument de la Lune, & sa depression du zenith, veuë du centre de la terre: trouver sa parallaxe en l'arc vertical, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Notez.

Il a esté dit au corollaire de la 39 proposition, comment la parallaxe se trouve par observation avec deux certains angles cognus: mais l'invention de la parallaxe servant aux computations qu'on veut faire par observations, est posée sur un autre fondement; car il seroit difficile de faire à chaque fois telles observations.

Le donné. Soit A B la terre, C son centre, & A le lieu de l'observateur, D la Lune, son argument 30 deg. de-



primée du zenith E 50 deg. pour l'arc E D, ou angle E C D, ou A C D: ainsi que A D C signifie la parallaxe à l'arc vertical.

Le requis. Il faut trouver l'angle A D C.

Constrvction.

Le triangle A D C a trois termes cognus, comme A C D 50 deg. C A 10000, & C D 635988 du centre de la terre à la Lune estant au 30 deg. de son deferant, par la 40 proposition, par lesquels cerché l'angle A D C, sera trouvé de 0 deg. 42 ① pour la parallaxe requise.

Conclusion. Estant donné l'argument de la Lune, & sa depression du zenith, nous avons trouvé sa parallaxe, &c.

Corollaire.

Il s'ensuit comment on pourroit faire des tables des parallaxes, de degrez en degrez en l'arc vertical, pour trouver le tout avec facilité, comme cy-dessous de 10 en 10 degrez, estant l'argument lunaire de 30 deg.

Table des parallaxes.

Degrez en l'arc vertical.	*Parallaxes de la Lune, en l'argument 30 deg.*
deg.	deg. ①
0.	0. 0.
10.	0. 9.
20.	0. 19.
30.	0. 27.

Et ainsi ayant calculé la parallaxe majeure de la Lune estant en son perigée, qui est l'argument 180 deg. & en l'arc vertical 90 deg. on le trouve de 1 deg. 2 ①.

Notez.

De ce commencement de table, appert comment on pourra faire des tables comme *Erasme* ès *Pruteniques*, avec 7 colomnes; assavoir de 30 à 30 deg. d'argumens, pour l'une colomne; où ayant admis les ②, il a mis au lieu des trois nombres de ceste table, (comme 9 ①, 19 ①, 27 ①) ceux-cy 9 ① 27 ②; 18 ① 35 ②; & 27 ① 9 ②; & aussi pour la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②.

Notez aussi que si on se vouloit servir de la maniere declarée au corollaire de la 26 proposition en semblable matiere au cours du Soleil pour calculer ces tables, disant, le sinus de l'arc vertical entier, donne le sinus de l'arc vertical proposé, combien la plus grande parallaxe? on n'atteindroit pas au but si droitement que fait *Erasme*, par un moyen plus difficile; & voulant voir combien il y auroit de difference en quelque lieu donné, je pose à ceste fin que la Lune soit en son perigée, deprimée du zenith de 30 deg. je dis donc, sinus de 90 deg. 10000, donne 5000 (sinus de 30 deg.) combien la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②? vient 31 ① 27 ②: mais en la table y a 31 ① 58 ②, tellement qu'il n'y a que 31 ② de difference.

Proposition XLIII.

Trouver la parallaxe de la Lune és longitude & latitude apparantes, par voye Mathematique, fondée sur la position de terre immobile.

Notez.

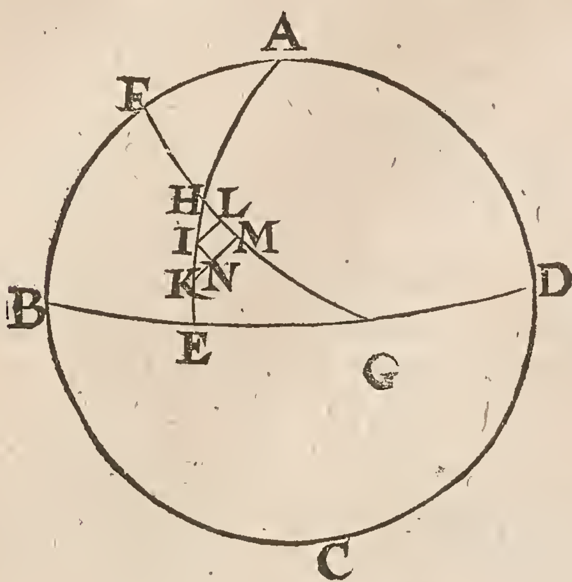
Le lieu apparant donné de la Lune, veu du centre de la terre, advient dedans, dessus, ou dessous la commune section de l'arc vertical & l'ecliptique, desquelles choses nous donnerons divers exemples, à cause qu'és operations il y a de la diversité. Notez aussi que les quatre corollaires des parallaxes du Soleil en la 27 proposition, peuvent aussi servir à mesme fin aux presentes parallaxes de la Lune.

1. *Exemple où le lieu apparant de la Lune proposé, veu du centre de la terre, advient au dessous la section de l'arc vertical & l'ecliptique; veu aussi de l'observateur necessairement là dessous.*

Le donné. Soit au Globe, le meridien A B C D, & B D l'horizon, A E l'arc vertical, F G l'ecliptique, coupant le vertical en H; ainsi que l'angle E H G (trouvé par la 8 proposition des problemes Astronomiques) fait 50 deg. & A H, par la mesme proposition, 50 deg. D'avantage soit la depression de la Lune du zenith,

veuë

veuë du centre de la terre de 55 degr. 12 ①, laquelle estant plus que la susdite A H 50 deg. alors la Lune sera plus bas que H, comme en I; donc A I fait les mesmes 55 deg. 12 ①. Davantage la parallaxe de la Lune, en l'arc vertical A E, par la 42 prop. est trouvée, je prens, de 1 deg. pour I K; ainsi que K est le lieu apparant de la Lune veuë de l'observateur, & menée I L à angles droits sur l'ecliptique, laquelle I L fera 4 deg. comme la lati-



tude meridionale apparante de la Lune veuë du centre de la terre: semblablement sur F G soit à angles droits menée K M, comme latitude apparante de la Lune, veuë de l'observateur, ainsi que L M est parallaxe en longitude apparante; Puis je marque en K M le poinct N, ainsi que N M soit egale à I L, & K N sera alors parallaxe de la latitude de K M au dessus la grandeur de I L, car autant apparoist estre la Lune plus long de l'ecliptique à l'observateur, que veuë du centre de la terre.

Le requis. Il faut trouver l'arc L M, parallaxe de la longitude apparante, & K N de la latitude.

CONSTRVCTION.

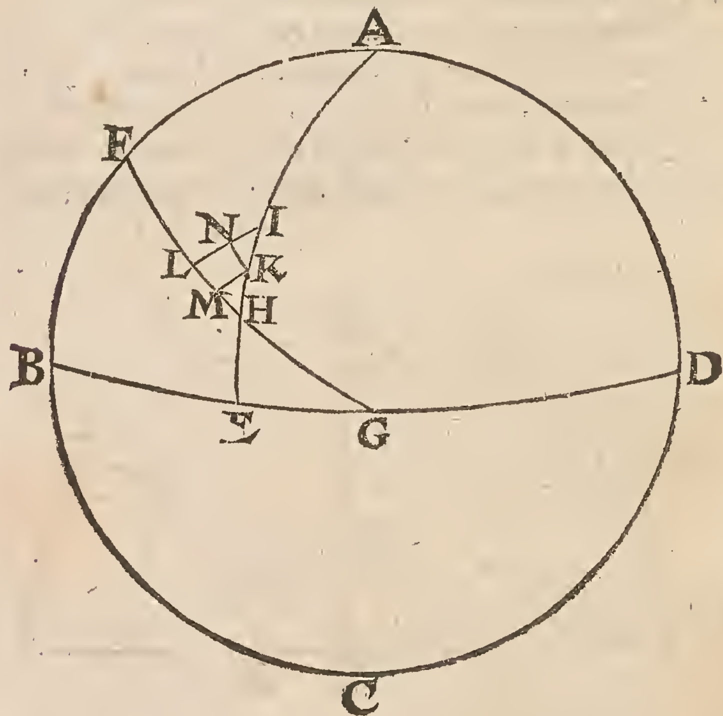
A H fait par l'hypothese — 50 deg.
Iceluy osté de A I aussi par l'hypothese — 55 deg. 12.
Restera pour H I — 5 deg. 12.
Auquel adjousté I K, faisant selon le donné — 1 deg.
Viendra pour H K — 6 deg. 12.
Le triangle H M K a trois termes cognus, comme H K 6 deg. 12 ①, cinquiesme en l'ordre, & l'angle H M K droit, & K H M 50 deg. par lesquels cerchez les 2 costez H M, M K, par la 36 prop. des triangles spheriques, assavoir H M de — 4 deg.
Et K M de — 4 deg. 45.
Duquel osté N M, egal à I L 4 deg. par le donné, restera pour K N parallaxe requise de la latitude — 0 deg. 45.
Pour trouver la parallaxe de longitude au triangle H L I a trois termes donnez, comme L droit, H 50 deg. & le costé I L 4 degrez par le donné; avec lesquels soit trouvé le costé H L, par la 35 prop. des triangles spheriques, de — 3 deg. 22.
Lequel osté de H M 4 deg. sixiesme en l'ordre, restera pour la requise L M parallaxe en longitude (laquelle sera entendue estre plus ou moins que la longitude donnée, par la regle generale du 4 corollaire de la 27 prop.) de — 38 ①.

Autre Construction plus facile par
ALB. GIRARD.

Puis qu'on veut cognoistre K N & L M, & que la superfice spherique est presque plane, c'est chose inutile de vouloir en ce suivre Stevin, *ny* Erasme, *ny autres; car prenant tout pour superfice plane, on dira comme s'ensuit, & ainsi des autres.*
H I, 5 deg. 12 donne I L 4 deg. combien donnera
I K, 1 deg. ? viendra pour K N — *0 deg. 46.*
Et pour trouver L M; ostant le quarré de K N, qui est 2116, du quarré de I K 60 ①, qui est 3600, restera 1484, dont la racine est pour I N ou L M — *38 ①.*

2. Exemple, où le lieu de la Lune apparant, veu du centre de la terre advient au dessus la commune section de l'arc vertical, & l'ecliptique, veu aussi là dessus par l'observateur.

Le donné. Soit au Globe le meridien A B C D, B D l'horizon; A E quadran vertical; F G l'ecliptique, se coupant en H; ainsi que l'angle E H G fait 50 deg. (trouvé par le 8 probleme des problemes Astronomiques) & A H par le mesme 50 deg. D'avantage soit la Lune deprimée du zenith au jugement fait au centre de la terre 45 deg. & partant moins que A H 50 deg. donc la Lune sera au dessus de H, comme soit en I, donc A I sera 45 deg. Soit aussi trouvée la parallaxe en l'arc A E, par la 42 prop. de 20 ①, laquelle adjoustée à A I feront ensemble 45 deg. 20 ①, encor moindre à A H 50 degr. soit A K, tellement que la Lune est veuë de l'observateur par dessus H en K; donc I K sera ces 20 ①: puis soit I L perpendiculaire à l'ecliptique F G; donc le mesme I L comme la latitude septentrionale de la



Lune, veuë du centre de la terre, 4 deg. semblablement soit sur F G menée à angles droits K M comme latitude apparante veuë de l'observateur, ainsi que L M est la parallaxe de la Lune en longitude apparante, aussi je marque en apres le poinct N en K M, tellement que L N soit egale à M K, & N I sera parallaxe de la latitude L I au dessus de M L, car autant est la Lune apparante plus pres de l'ecliptique à l'observateur, que non pas veuë du centre de la terre.

Le requis. Il faut trouver l'arc L M, parallaxe de la Lune, en longitude apparante & l'arc N I en latitude.

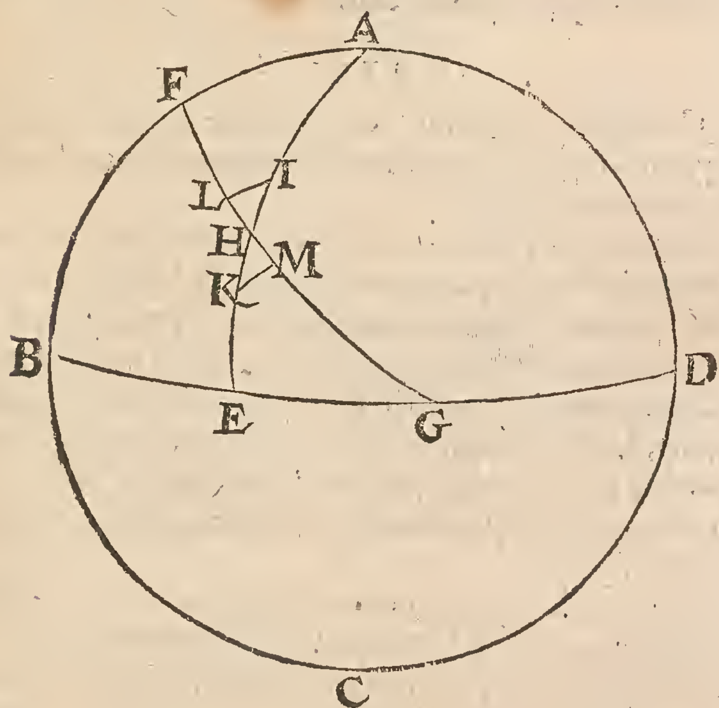
CONSTRVCTION.

Icelle ressemblant assez à la precedente, nous dirons seulement que L M se trouve estre de 0 degr. 2 ①, & N I

& NI 0 deg. 26 ①: voyez davantage le quatriesme corollaire de la 27 prop.

3. *Exemple, où le lieu apparant de la Lune veu du centre de la terre advient plus haut que la commune section du cercle vertical & l'ecliptique, & veu de l'observateur au dessous.*

Le donné. Soit le meridien ABCD, & BD l'horizon, AE vertical, FG l'ecliptique, coupant AE en H; ainsi que l'angle EHG (trouvé par la huictiesme prop. des problemes Astronomiques) soit 50 deg. soit aussi la Lune distante du zenith, veuë du centre de la terre, 49 deg. 40 ①, lequel estant moins que AH 50 deg. alors la Lune apparoistra au dessus de H, soit en I, ainsi que l'arc AI face 49 deg. 40 ①: Plus soit la parallaxe de la Lune en l'arc vertical AE trouvée de 52 ①, par la 42 prop. adjoustée à AI, fera 50 deg. 32 ①: lequel estant majeur à AH 50 deg. la Lune sera veuë de l'observateur dessus H, comme en K; tellement que IK, fait les susdits 52 ①, & menant IL perpend. à l'ecliptique FG, alors IL fera 4 deg. comme apparante latitude septentrionale donnée de la Lune, veuë du centre de la terre. De mesme KM perpend. sur FG, com-



me apparante latitude de la Lune, veuë de l'observateur; ainsi que LM est la parallaxe en longitude apparante; mais LI avec KM ensemble font la parallaxe de latitude.

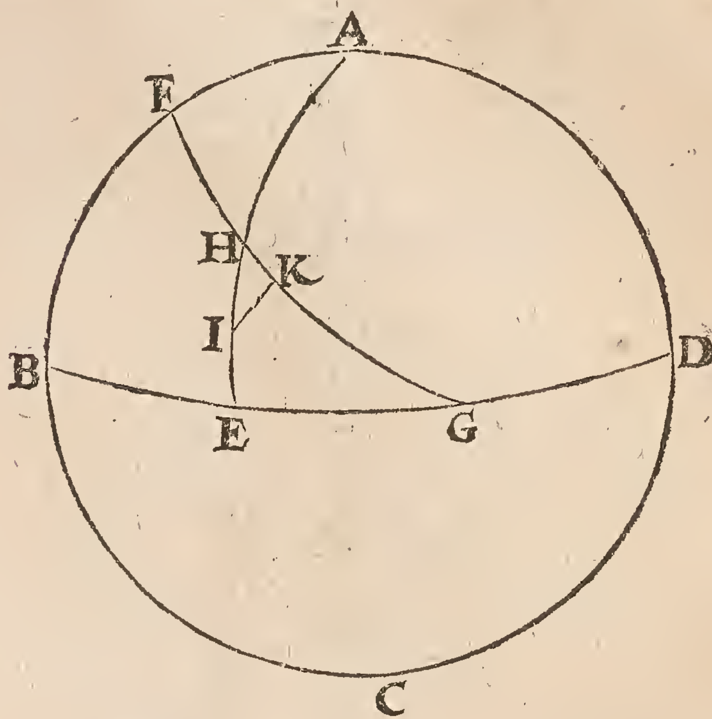
Le requis. Il faut trouver l'arc LM parallaxe de longitude, & les deux arcs LI & MK, faisans ensemble la parallaxe de la latitude.

CONSTRVCTION. A. GIRARD.

La construction estant facile par les precedentes, & principalement selon la deuxiesme construction du premier exemple, nous n'en ferons icy autre mention, sinon que le triangle HMK ayant trois termes cognus; assavoir HK 32 ①.
M droit, & H 50 *deg.*
Puis aussi le triangle HLI a trois termes cognus, comme IL 4 *deg.*
L'angle L droit, & H de 50 *deg.*
Avec lesquels on trouvera LM, de 3 *deg.* 43.
Laquelle on trouvera, par la regle generale au 4 corollaire de la 27 proposition, si elle est plus grande ou moindre que la longitude donnée.
Et les arcs LI, MK ensemble 4 *deg.* 25.
Sur quoy on consultera le susdit corollaire.

4. *Exemple, où le lieu apparant donné de la Lune veu du centre de la terre, advient en la commune section du vertical & de l'ecliptique, & necessairement veu de l'observateur au dessous.*

Le donné. Soit le meridien d'un globe ABCD, BD l'horizon, FG l'ecliptique, AE arc vertical, se coupant en H, faisant un angle EHG de 50 degrez, comme on le peut sçavoir par la 8 prop. des problemes Astronomiques, aussi AH 40 deg. la Lune soit deprimée du zenith 40 deg. veuë du centre de la terre, ainsi qu'elle



advienne en H, où elle n'a aucune latitude. Davantage la parallaxe de la Lune au vertical AE trouvée par la 42 prop. de 46 ①, pour HI; puis menée IK perpendiculaire à FG, comme latitude apparante de la Lune veuë de l'observateur, & alors HK sera parallaxe de la longitude apparante.

Le requis. Il faut trouver l'arc HK parallaxe de la longitude, & IK parallaxe de la latitude.

CONSTRVCTION.

Le triangle HIK a trois termes cognus, assavoir HI 46 ①, K droit, & H 50 deg. par lesquels on trouvera IK & KH, assavoir IK pour parallaxe de latitude (qui sera cognuë septentrionale ou meridionale par la commune regle, au troisiesme corollaire de la 27 prop.) de 30 ①.
Et KH la parallaxe requise de longitude, (qu'on cognoistra estre majeure, ou moindre à la longitude donnée par la regle mise au quatriesme corollaire de la 27 propos.) de 0 deg. 25.

COROLLAIRE.

Ayant declaré és propositions 33 & 38 l'invention de l'apparante longitude & latitude de la Lune, veuë du centre de la terre, il appert comment elles se trouveront, veuës dessus la terre: car adjoustant ou soustrayant la parallaxe à ce qui aura esté trouvé par les 33 & 38 prop. selon que la construction le requiert, on aura ce qu'on cerche.

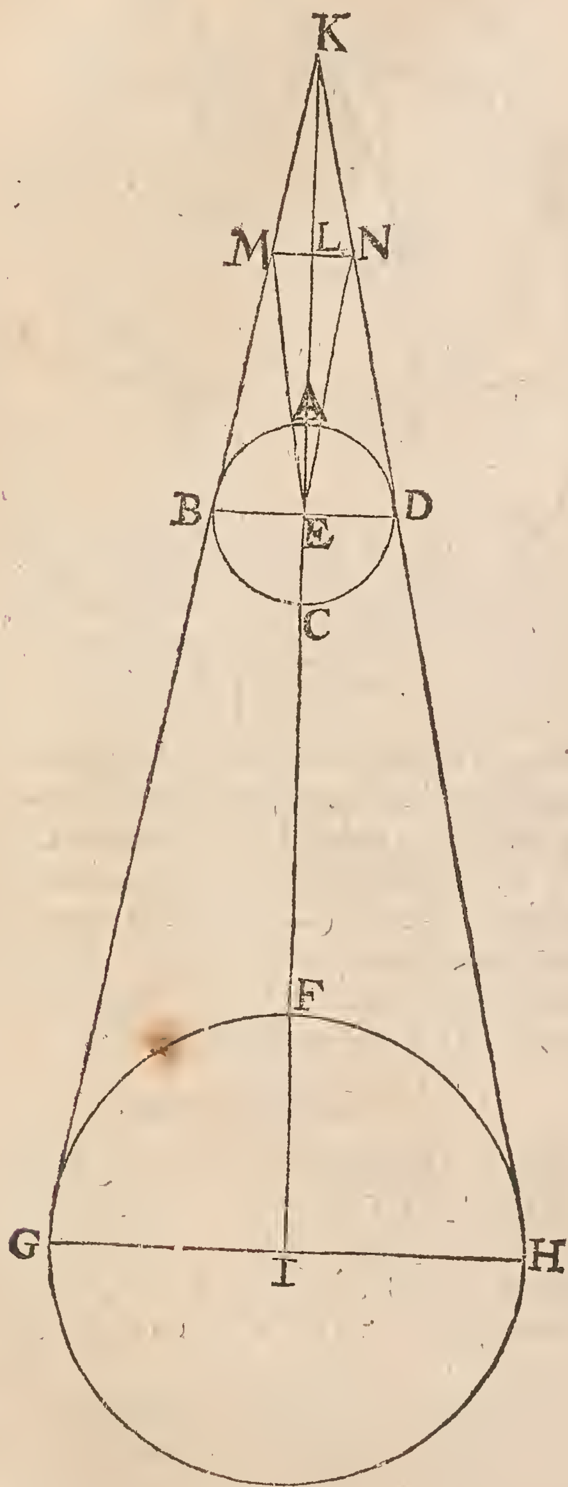
Conclusion. Nous avons donc trouvé la parallaxe de la Lune, és longitude & latitude apparantes, par voye Mathem. fondée sur la position de terre immobile, selon le requis.

PRO-

Proposition XLIV.

Estans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, en temps d'eclipse; Trouver l'angle visuel de la base du cone nocturne, où la Lune doit passer, par voye Mathem. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD la terre, FGH le Soleil estant en son apogée, puis menées GB, HD touchantes le Soleil & la terre, se rencontrans en K, & menés les diametres BD, GH; ainsi que BKD signifie le cone nocturne, & sa base BD, axe KE, L le lieu du



passage de la Lune, estant (je prens) en son perigée; par L soit menée MN perpendiculaire à KE, ainsi que MN signifie la grandeur ou espesseur du cone nocturne au passage de la Lune, & ayant mené EM, & EN, alors MEN sera l'angle, ou diametre visuel du cone nocturne.

Le requis. Il faut trouver l'angle MEN.

Construction.

Je cerche l'axe KE, & puis que le Soleil est à son apogée, je trouve par la 28 proposition iceluy estre de 287, de mesmes parties que le raid terrestre en fait 1: mais pour obvier fractions au lieu de 1, prenons 10000; donc KE se trouvera estre de 2870000.

Duquel osté LE, faisant par la 40 proposition, d'autant que la Lune est posée estre en son perigée, 552814.

Reste pour KL 2317186.

Le triangle KLM estant semblable au triangle KEB; partant les costez homologues seront proportionaux, je dis donc KE 2870000, le premier en l'ordre, donne EB 10000, combien KL 2317186? viendra LM 8074.

En fin le triangle ELM a trois termes cognus, assavoir LE 552814, le deuxiesme en l'ordre, LM 8074, & l'angle L droit, par lesquels on trouvera l'angle MEL de 0 deg 50.

Son double pour l'angle requis de MEN 1 deg. 40.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, nous avons trouvé l'angle visuel de la base du cone nocturne au lieu du passage de la Lune, &c.

Corollaire.

Il est manifeste comment on pourra faire des tables de tels angles visuels, comme *Erasme* és *Pruteniques*, pour trouver le requis avec facilité.

Notez I.

Ceux qui voudront voir quelque convenance de l'operation precedente avec l'experience, pourront faire comme s'ensuit.

En temps d'eclipse parfaite, qui est lors que son milieu advient en un des nœuds, où la Lune pour lors passe par le milieu du cone nocturne, on a esgard au temps escoulé entre ces deux termes, dont l'un est quand la Lune commence à estre totalement eclipsée; l'autre terme, lors qu'elle finit toute l'eclipse; car le gain de Lune de ce temps-la, sera pour la grandeur de l'angle ou diametre visuel du cone nocturne, au lieu où la Lune passe.

Notez qu'on pourroit faire encor le mesme autrement, remarquant le temps entre le commencement de l'eclipse, & le commencement de l'issue de la Lune du cone nocturne; mais en cecy y a plus d'incertitude, à cause qu'on ne peut pas si bien remarquer le commencement de l'eclipse que les autres termes, & ainsi le gain Lunaire sera egal au precedent.

Notez II.

Nous avons dit que les cours du Soleil & de la Lune en la premiere inegalité sont semblables, toutesfois quelqu'un y pourroit trouver de la diversité, en ce que la Lune a une latitude, & non pas le Soleil: Or je dis que c'est tout un, d'autant que si on nommoit la voye de la Lune, l'ecliptique, au lieu de la voye du Soleil, la Lune n'auroit aucune latitude, mais bien le Soleil: Et pource que l'intersection de la voye de la Lune & de l'equinoctial seroit dite alors le principe de l'ecliptique, elle demeureroit tousiours principe (comme il advient maintenant à l'equinoxe) & l'equinoxe changeroit de longitude selon l'ordre des signes, au lieu que maintenant c'est la teste du Dragon qui change, contre l'ordre des signes. Tellement qu'il n'y a aucune diversité en la qualité essentielle, mais à cause de l'hypothese seulement.

QVA-

QVATRIESME DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE QVATRIESME DISTINCTION.

Il y aura icy 10 propositions, dont la premiere, qui est la 45 en l'ordre, sera de l'invention de l'eccentricité du deferant de Saturne, avec ses circonstances. La deuxiesme de l'invention du diametre de l'epicycle de Saturne. Les 3 consequentes, qui sont les 47, 48 & 49, sont pour trouver en tout temps la longitude apparante de Saturne. Les 4 suivantes, assavoir les 50, 51, 52 & 53, de ses stations & retrogradations. Puis sera traicté de Iupiter & Mars. La derniere prop. assavoir la 54, sera du cours de Venus; à la fin de laquelle sera parlé du cours de Mercure.

PREMIEREMENT DV COVRS DE SATVRNE.

PROPOSITION XLV.

PAr 3 lieux du centre d'epicycle de Saturne: trouver, premierement l'eccentricité, en telles parties que le diametre du deferant en fait 10000: Secondement, la longitude apparante de l'apogée du deferant, au temps de l'un des 3 lieux donnez du centre de l'epicycle: Tiercement, l'argument du centre d'epicycle en l'un des 3 lieux susdits: Quartement, la longitude de my-Saturne, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

D'autant que le requis de ceste proposition ne se peut pas bien avoir sans preallables observations à suffisance, comme ils ont eu au *siecle sage*, & qu'au defaut d'icelles *Ptolemée* & *Copernique* se sont servy de manieres difficiles & à taston: (*Ptolemée* au 7 chap. du livre 10. comme au 1 & 5 chap. du livre 11. *Copernique* és 5, 10, & 15 chap. de son 5 livre) Or au lieu de tout cela je prendray les Ephemerides de *Stadius*, selon qu'il a esté dit au 1 chap. du 1 livre, le tout par exemple, comme si elles estoient ainsi observées. Parquoy on prendra 3 longitudes apparantes du centre d'epicycle de Saturne, comme a esté dit en la 17 proposition du premier livre, assavoir estant iceluy opposé au Soleil moyen, lors qu'il est au perigée de son epicycle, s'en servant comme a esté fait, és 7 & 29 propositions de ce deuxiesme livre, du Soleil & de la Lune: & ainsi pour briefveté je prendray qu'ainsi soyent trouvées, & là dessus le requis comme cy-dessous.

Premierement, l'eccentricité en telles parties, que le raid du deferant fait 10000; assavoir de 1170.

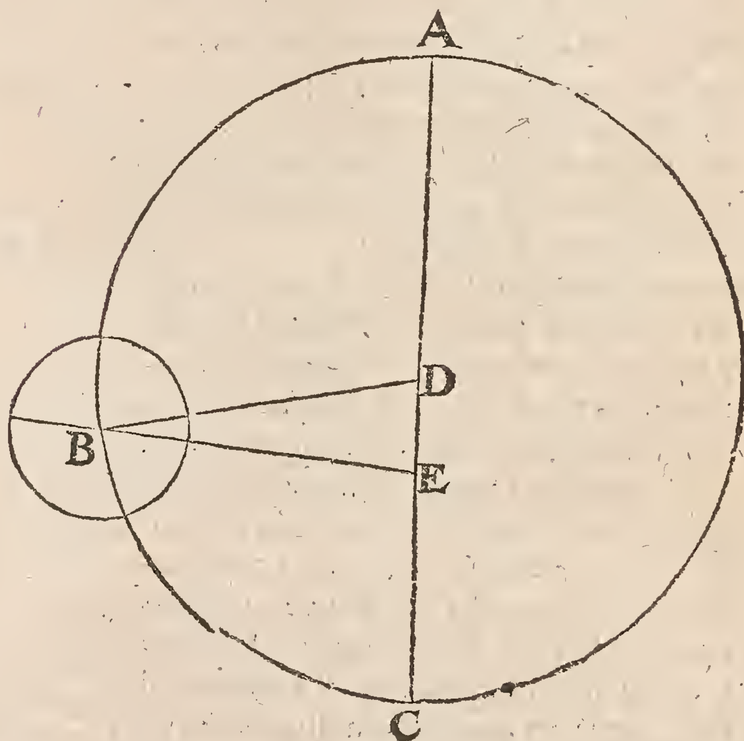
Secondement, l'apogée du deferant aura sa longitude apparante au 15 Septembre 1584 de 268 deg. 32.

Tiercement, l'argument du centre d'epicycle au 15 Septembre 1584 susdit de 101 deg. 6.

Quartement, la longitude de my-Saturne au susdit 15 Septembre 1584 de 9 deg. 38.

Raison de l'assomption des nombres susdits.

Premierement j'ay pris l'opposition de Saturne & du Soleil advenuë au 15 Septembre 1584 où (comme a esté declaré par exemple à la 17 proposition du premier livre) l'argument du centre d'epicycle s'est trouvé de 101 degr. 6 (1), & la distance apparante dudit centre à l'apogée de 94 deg. 24 (1), avec lesquels l'eccentricité auroit esté trouvée comme dessus de 1170. Exemple, soit A B C deferant, son centre D, la terre E, apogée A, perigée C, centre d'epicycle B; ainsi que l'arc A B, ou l'angle A D B, face les mentionnez 101 deg. 6 (1): A E B les 94 deg. 24 (1), & le raid D B 10000. Ce qu'estant ainsi, le triangle D B E a trois termes cognus, comme l'angle D 78 deg. 54 (1), adjoinct des donnez 101 deg. 6 (1) A D B, l'angle E les 94 deg. 24 (1) susdits, & le costé D B 10000: par lesquels on aura le costé E D, comme devant pour l'eccentricité requise, de 1170.



Secondement, j'ay posé qu'au temps de la susdite opposition advenuë au 15 Septembre 1584, la longitude apparante de l'apogée soit de 268 deg. 32 (1), d'autant que 8 ans 99 jours auparavant, je l'avois trouvé de 268 deg. 20 (1), par la 17 proposition du premier livre, & que le mesme apogée par la 20 proposition du premier livre, a parcouru 12 (1), lesquels adjoustés aux 268 deg. 20 (1), vient comme au deuxiesme en l'ordre, 268 deg. 32.

Tiercement, A D B est l'argument du centre d'epicycle, comme au troisiesme en l'ordre, 101 deg. 6.

Quartement, j'adjouste A D B 101 deg. 6 (1) à la longitude apparante de l'apogée A 268 deg. 32 (1), vient 9 deg. 38 (1), & en tel lieu de l'ecliptique est le poinct B, veu de D: mais le my-Saturne est en la ligne qui passe par E, & parallele à D B, par la 6 def. du premier livre, & D E n'a aucune raison palpable au raid de l'ecliptique, parquoy le my-Saturne est selon la position, comme au quatriesme en l'ordre en l'ecliptique, 9 deg. 38.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé par trois lieux donnés, &c.

PROPOSITION XLVI.

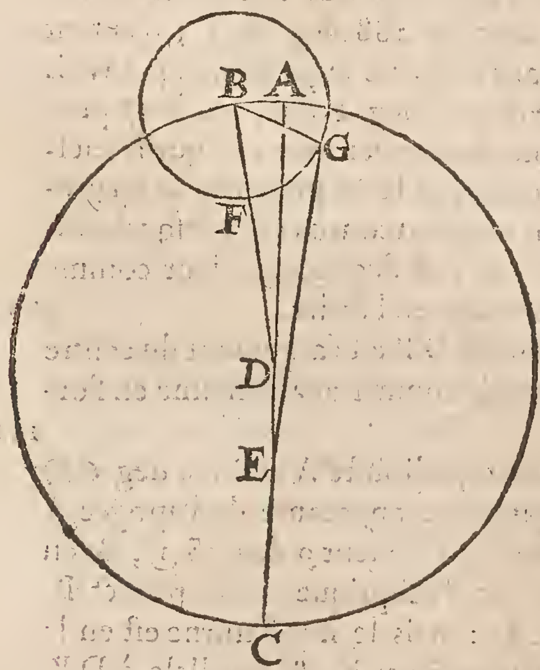
Trouver la raison du raid du deferant de Saturne, au raid de l'epicycle, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000 *: par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

Le donné. Je choisis quelque jour où Saturne est assez esloigné de l'apogée, ou perigée d'epicycle, comme pourroit estre entre autre le 90 apres le 10 Juin 1576: car il s'est esloigné de son perigée en 90 jours (par la 19 proposition du premier livre) de 85 deg. 42 (I), où il estoit pour lors audit 10 Juin 1576.

Declaration plus ample, Soit A B C deferant de Saturne, D son centre, E la terre, A apogée, où le centre de l'epicycle estoit au susdit 10 Juin 1576 : mais en 90 jours apres est venu de A en B, faisant par la 21 proposition du premier livre, 3 deg. 1.

Je descris sur B comme centre, l'epicycle FG, & mene D B coupant iceluy en F, comme my-perigée, & d'autant que Saturne en l'epicycle a couru és 90 jours susdits 85 deg. 42 (I) : je marque aussi en l'epicycle le poinct G, lieu de Saturne, & mene B G, ainsi que l'arc F G, ou l'angle F B G, signifie le mesme 85 deg. 42.

Puis ayant mené G E, je cerche où Saturne a esté trouvé par experience au 90 jour apres le 10 Juin 1576, qui estoit le 8 Septembre 1576, & le trouve és Ephemerides de *Stadius* au 265 deg. 8 (I) : parquoy G est en l'ecliptique 265 deg 8 (I), mais A l'apogée est au 268 deg. 20 (I), par la 45 proposition de ce deuxiesme livre (car en ladite proposition il a esté trouvé au 15 Septembre 1584 au 268 deg. 32 (I), & en ces 8 ans 9 jours auparavant il falloit qu'il fust, par la 20 proposition du premier livre, de 12 (I) plus en arriere) parquoy des susdits 268 deg. 20 (I), osté 265 deg 8 (I), ce qui restera sera pour l'angle G E A 3 deg. 12.



Le requis. Il faut trouver le raid de l'epicycle en telles parties que le raid du deferant D B en fait 10000.

CONSTRVCTION.

Le quadrangle B G E D a cinq termes cognus, assavoir

BD, 10000 :

DE, 1170, par la 45 proposition precedente :

DBG, 85 deg. 42 (I), deuxiesme en l'ordre :

GED, 3 deg. 12 (I), troisiesme en l'ordre :

BDE, 183 deg. 1 (I) angle renversé, c'est BDA 3 deg. 1 (I).

Par lesquels on trouvera le costé B G, raid de l'epicycle par la doctrine des triangles de 1150 : Dont la demonstration est evidente.

NOTEZ.

Au lieu de ces 1150, *Ptolemée* trouve 1083 au chap. 6. livre 11. car disant 60 parties donnent 6 parties 30 (I) (telle est la raison à sa maniere) combien 10000 ? vient comme devant 1083.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la raison du raid du deferant au raid de l'epicycle de Saturne, &c.

PROPOSITION XLVII.

Trouver en une epoche donnée, la longitude de my-Saturne, la longitude apparante de l'apogée du deferant, l'argument du centre d'epicycle, & la moyenne longitude de Saturne en l'epicycle, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'epoche, le cõmencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver le contenu de la proposit.

CONSTRVCTION.

Premierement pour trouver la longitude du my Saturne, je dis que le centre d'epicycle estoit en l'apogee de son deferant par la 45 proposition du deuxiesme livre, en l'an 1584 le 15 Septembre en l'ecliptique au 268 deg. 32.

Mais le my-Saturne estoit pour lors en ce lieu par la 16 def. du premier livre ; parquoy comptant du 15 Septembre 1584 jusques au commencement de l'an 1600, on trouve y avoir 15 ans Egyptiens 110 jours, sur lesquels le cours du my-Saturne, par la 18 proposition du premier livre, est de 187 deg. 2.

Somme des deuxiesmes en l'ordre, sera pour la longitude requise du my-Saturne au commencement de l'an 1600 95 deg. 34.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, elle estoit, par la 45 proposition du deuxiesme livre, au 15 Septembre 1584, au 268 deg. 32.

Le cours de l'apogée du deferant fait és susdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 20 proposition du premier livre, 0 deg 22.

La somme des deux derniers en l'ordre sera pour la longitude apparante de l'apogée, au commencement de l'an 1600, comme Epoche de 268 deg. 54.

Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, il estoit au 15 Septembre 1584, par la 45 proposition du deuxiesme livre, de 101 deg. 6.

Le cours du centre d'epicycle és susdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 21 proposition du premier livre, est de 186 deg. 40 (I), qu'on trouve plus facilement ostant 22 (I), cinquiesme en l'ordre, de 187 deg. 2 (I), deuxiesme en l'ordre ; car alors il reste aussi, 186 deg. 40.

La somme des deux derniers en l'ordre sera pour l'argument requis du centre d'epicycle

cycle au commencement de l'an 1600 comme Epoche, de 287 deg. 46.

Quartement pour trouver la my-longitude de Saturne en l'epicycle; Saturne estoit au 10 Juin 1576, par la 17 proposition du premier livre, au my-perigée de l'epicycle, c'est 180 deg.

Et du 10 Juin 1576 jusqu'au commencement de l'an 1600, y a 23 ans Egyptiens 209 jours, auquel temps son cours en l'epicycle est de (par la 19 proposition du premier livre) 272 deg. 16.

Lesquels adjoustez au precedent, viendra pour la my-longitude requise de Saturne au commencement de l'an 1600, comme Epoche 92 deg. 16.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé en l'Epoche donnee, &c.

NOTEZ.

A cause de la citation de ces computations en l'Epoche, je les mettray cy-dessous particulierement, comme s'ensuit.

Lieux du cours de Saturne sur l'Epoche du commencement de l'an 1600.

Longitude de my-Saturne	95 deg. 34.
Longitude apparante de l'apogée du deferant	268 deg. 54.
Argument du centre d'epicycle	287 deg. 46.
My-longitude de Saturne en l'epicycle	92 deg. 16.

PROPOSITION XLVIII.

Trouver au temps donné, la longitude du my-Saturne; la longitude apparante du deferant; l'argument du centre d'epicycle, & la my-longitude de Saturne en l'epicycle, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps donné, au 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut sur iceluy trouver le contenu de la proposition.

CONSTRVCTION.

Par la 47 proposition precedente, on a trouvé le requis en l'Epoche du commencement de l'an 1600, ce qui a esté mis à part à la fin d'icelle, duquel temps jusques au 30 Decembre y a un an Egyptien:

Premierement, pour avoir la longitude du my-Saturne, elle estoit en l'Epoche au 95 deg. 34.

Son cours en un an Egyptien est, par la 18 proposition du premier livre, de 12 deg. 13.

Somme d'iceux, sera pour la longitude de my-Saturne au 30 Decembre 1600 107 deg. 47.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, à celle de l'Epoche susdite qui estoit de 268 deg. 54.

Adjousté son cours en un an Egyptien, qui est, par la 20 proposition du premier livre, d'environ 0 deg. 1.

Viendra pour la requise longitude apparante de l'apogée du deferant au 30 Decembre 1600 268 deg. 55.

Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, elle estoit en l'epoche de 287 deg. 46.

A iceluy adjousté le cours du centre d'epicycle en un an Egyptien, qui fait par la 21 proposition du premier livre, 12 deg. 12.

Viendra pour le requis 299 deg. 58.

Quartement, pour trouver la my-longitude de Saturne en l'epicycle, à celle de l'Epoche susdite 92 deg. 16.

Adjousté le cours de Saturne en son epicycle en un an Egyptien, faisant par la 19 proposition du premier livre, 347 deg. 32.

Viendra pour le requis 79 deg. 48.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Saturne mentionné à la proposition au temps donné, selon le requis, &c.

PROPOSITION XLIX.

Trouver sur un temps donné la longitude apparante de Saturne, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude apparante de Saturne.

CONSTRVCTION.

Premierement je cerche la longitude apparante de l'apogée du deferant sur le 30 Decembre 1600, laquelle sera par la 48 proposition du deuxiesme livre, de 268 deg. 55.

Secondement je cerche l'argument du centre d'epicycle sur ledit 30 Decemb. 1600, & sera trouvé par ladite 48 proposition de ce deuxiesme livre, de 299 deg. 58.

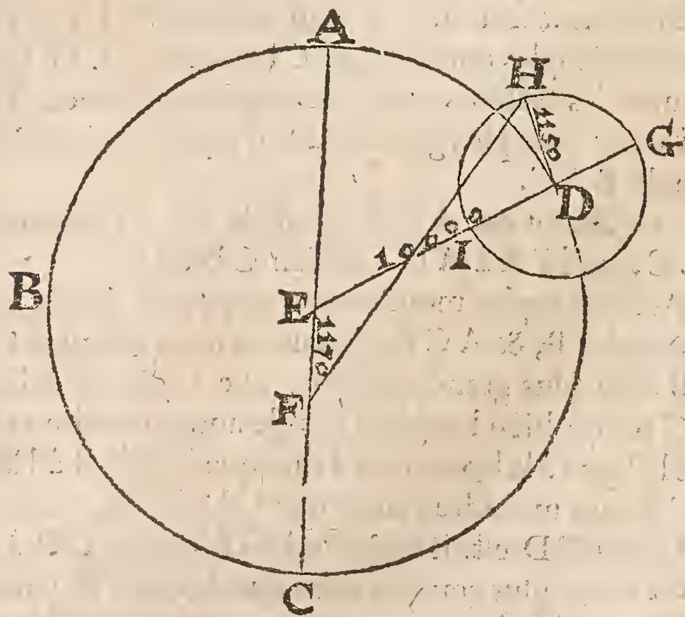
Tiercement, la my-longitude de Saturne en l'epicycle audit 30 Decembre 1600; par la mesme 48 proposition, sera trouvée de 79 deg. 48.

CONFIGURATION.

Ce qu'estant ainsi je construis une figure selon les nombres susdits, comme s'ensuit: Soit A B C D le deferant, son centre E, & la terre F, l'apogée A, laquelle soit comme au premier en l'ordre dans l'ecliptique, au 268 deg. 55.

Soit l'argumẽt du centre d'epicycle ABCD, faisant comme le deuxiesme en l'ordre, 299 deg. 58.

Puis sur D comme centre, je descris l'epicycle G H I, menant aussi la ligne E D G; ainsi que G denote le my-apogée, & marque le poinct H tellement, que l'arc G H, ou l'angle G D H signifie la my-longitude en l'epicycle (c'est à dire l'argument d'epicycle) faisant le troisiesme en l'ordre 79 deg. 48.



Je mene aussi D H, H F: ayant un quadrilatere croisé HDEF, de cinq termes cognus:

 com-

comme l'angle F E D 119 deg. 58 (1), (car de l'arc A B C D ostant 180 deg. resteront 119 deg. 58 (1) pour l'angle C E D) puis l'angle H D E 100 deg. 12 (1), veu que l'angle G D H est notifié cy-dessus, ou l'arc G H; puis E D faisant 10000 par l'hypothese: & E F eccentricité 1170, par la 45 proposition du deuxiesme livre; puis finalement le raid D H, faisant par la 46 proposition de ce deuxiesme livre, 1150: par lesquels se trouvera l'angle E F H, de 49 deg. 36.

Mais l'angle E F H, est l'angle A F H, & puis que A est au 268 deg. 55 (1) de l'ecliptique, par le premier en l'ordre de la configuration, duquel osté 49 deg. 36 (1), l'angle precedent restera pour le poinct H, assavoir pour la longitude de Saturne 219 deg. 19.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de Saturne au temps donné, &c.

NOTEZ I.

Es tables de *Stadius*, on trouve le lieu de Saturne sur le 30 Decembre 1600, au 219 deg. 48 (1), qui differe de ceste conclusion de 29 (1).

NOTEZ II.

On eust peu suivre icy la distance de la terre à Saturne, avec telles semblables propositions comme a esté fait tant au Soleil és 23 & 24 propositions, qu'à la Lune és 39 & 40 propositions: mais d'autant que cela despend de l'hypothese de terre mobile, laquelle suivra cy-apres au troisiesme livre, je delaisseray ceste matiere jusques à ce que nous soyons parvenus là mesme. Il seroit aussi requis de traiter de la latitude de Saturne, comme de la Lune; mais d'autant que *Ptolemée* n'en a rien eu de ses devanciers, & que ce qu'il a fait de soy mesme est exorbitant, nous ne la meslerons avec les precedentes pour les raisons qui en sont deduites en leur lieu, mais seulement en la septiesme distinction particulierement.

Maintenant des stations & retrogradations de Saturne.

S'ensuivent premierement trois Theoremes pour ceste matiere, non seulement pour Saturne, mais en general des autres planetes, qui ont station & retrogradation, comme Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

THEOREME. PROPOSITION L.

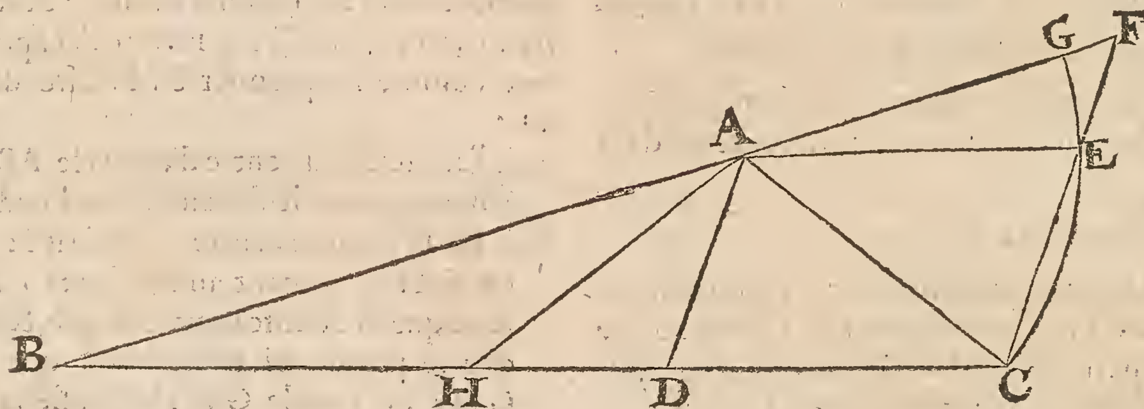
[*Ptolem. lib.* 12. *cap.* 1. *Regiom. lib.* 12. *propos.* 3. *Copernic. lib.* 5. *cap.* 35.]

Le costé du triangle rectiligne coupé en deux, ainsi que l'une partie ne soit moindre à son costé adjaçant: la raison de l'angle adjaçant à l'autre partie, à l'angle adjaçant à la premiere partie, est moindre que la raison de la premiere partie à l'autre.

Le donné. Soit A B C un triangle rectiligne, dont le costé B C soit coupé en D, tellement que la partie C D ne soit moindre au costé A C qui luy est adjaçant: & posez premierement que C D soit egale à A C.

Le requis. Il faut demonstrer que la raison de l'angle B à l'angle B C A est moindre, que la raison de C D à D B.

Preparation. Soit menée D A, puis A E egale & parallele à D C, puis C E, rencontrant B A en F: D'avantage du centre A, comme centre, soit fait l'arc C G, par le poinct C, lequel passera de necessité par E, d'autant que A C & A E sont egales.



DEMONSTRATION.

Le triangle F A E au triangle E A C a plus grande raison, que le secteur G A E au secteur E A C; or comme les triangles entr'eux, ainsi les lignes F E à E C: & comme les secteurs, ainsi les angles au sommet. Donc F E à E C aura plus grande raison, que l'angle G A E à l'angle E A C.

Et d'autant que A E est parallele à B C; comme F E à E C, ainsi F A à A B, ou bien C D à D B.

Aussi les angles mentionnez au poinct A sont egaux aux angles B, & A C B, chacun au sien; parquoy C D à D B aura plus grande raison, que l'angle B à l'angle A C B; ou bien l'angle à l'angle aura moindre raison, que la ligne à la ligne, c'est à dire que l'angle B à l'angle A C B aura moindre raison que C D à D B.

Que si C D estoit majeure à C A, alors C D à D B seroit encor plus grande raison que devant, & par consequent l'angle à l'angle beaucoup moindre raison, que C D à D B.

Conclusion. Le costé d'un triangle rectiligne coupé, &c.

THEOREME. PROPOSITION LI.

[*Ptolem. lib.* 12 *cap.* 1. *Regiom. lib.* 12. *propos.* 4.]

Si la raison du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle, estoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre, & le perigée de l'epicycle: la planete ne pourra estre retrograde.

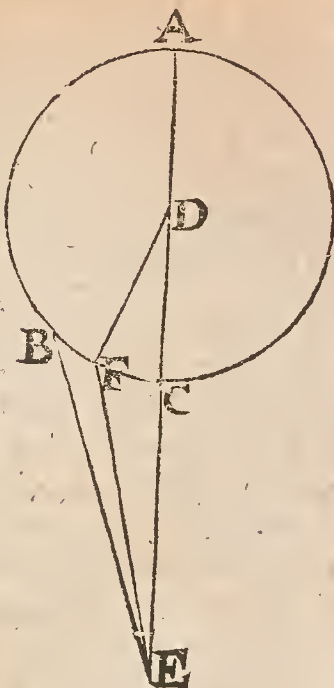
Le donné. Soit A B C un epicycle, D son centre, & E le centre de la terre, A l'apogée, C perigée, par lesquels est menée A D C E; & que la raison du cours du centre D, au cours de la planete en l'epicycle, soit majeure que la raison de D C à C E.

Le requis. Il faut demonstrer que la planete ne pourra estre retrograde, c'est à dire qu'elle ne reculera pas.

DEMONSTRATION.

S'il est possible qu'elle recule, cela se remarquera au plus fort, pres du perigée C; soit donc F C un arc pres d'iceluy, & menées D F, F E; alors par la precedente proposition D C n'estant moindre à D F, l'angle F E C à l'angle F D C sera une raison moindre à celle de

de D C à C E, mais nous prenons que les mouvemens soyent l'un à l'autre en plus grãde raison, encor que D C à C E; à plus forte raison la raison des mouvemens sera majeure que l'angle F E C à l'angle F D C; soit donc cõme l'angle B E C à FDC: la planete en l'epicycle faisant l'arc C F, qui est l'angle F D C; le centre de l'epicycle sera en mesme temps l'angle DEB, & partant que l'angle visuel D E B est majeur à CEF, le cours du centre de l'epicycle excedera celuy de la planete à la veuë de E, ce qui est contre la retrogradation: donc la planete ne pourroit reculer: & de mesme estant F de l'autre costé de C.



Conclusion. Si donc la raison du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle estoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre & le perigée d'iceluy epicycle: la planete ne pourra reculer.

COROLLAIRE I.

Par la converse de ceste proposition s'ensuit, que lors que la raison est moindre, qu'alors la planete reculera, mais que la raison soit moindre au cours de Saturne appert comme s'ensuit: Le cours du centre d'epicycle par la 18 proposition du premier livre, sur un jour est de 2 ①, 0, 3.

Son cours en l'epicycle sur un jour est par la 19 proposition du premier livre, de 57 ①, 7, 44.

Le raid d'epicycle est par la 47 proposition de ce deuxiesme livre, de 1165.

La ligne entre le centre de la terre & le perigée de l'epicycle (lors qu'il est le plus esloigné de la terre) fait par la 46 proposition de ce deuxiesme livre, 10064.

Parquoy disant 2 ①, 0, 3, donne 57 ①, 7, 44. combien 1165? vient 33264.

Donc la raison de 2 ①, 0, 3. à 57 ①, 7, 44. estant comme 1165 à 33264, laquelle est moindre à la raison de 1165 à 10064, qui est raison du raid à la ligne du centre de la terre au perigée d'epicycle; alors la planete de Saturne reculera, & à plus forte raison reculera-elle, n'estant au plus loing de la terre, veu que la distance sera moindre que 10064.

COROLLAIRE II.

Pour faciliter quelques computations suivantes on pourra remettre la raison desdits cours en entiers; disant 57 ①, 7, 44 donnent 2 ①, 0, 3. combien 10000? viendra 350, tellement que la raison du cours en l'epicycle au cours du centre d'epicycle, sera comme 1000 à 35.

THEOREME. PROPOSITION LII.

[*Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propos. 5.*]

Estant menée une ligne du centre de la terre par l'epicycle, ainsi que la moitié de l'intercepté dans l'epicycle, aye telle raison à la partie hors d'iceluy, comme le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle: le poinct d'interSection en l'epicycle sera le poinct de station de la planete.

Le donné. Soit A B C D un epicycle, E son centre, F centre de la terre, & menée FDEA, aussi que le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle soit moindre que E D à D F (autrement la planete ne pourroit reculer par la 51 proposition precedente) mais bien egale à la raison (apres avoir mené F B tellement) de H G (moitié de B G) à G F.

Le requis. Il faut demonstrer que le poinct G sera le poinct de station de la planete.

NOTEZ.

Nous diviserons la demonstration en deux, assavoir que la planete de C en G, est tousiours directe, mais de G vers D est tousiours retrograde: concluant de cela que G sera le poinct de station.

Preparation de la premiere partie de la demonstration.

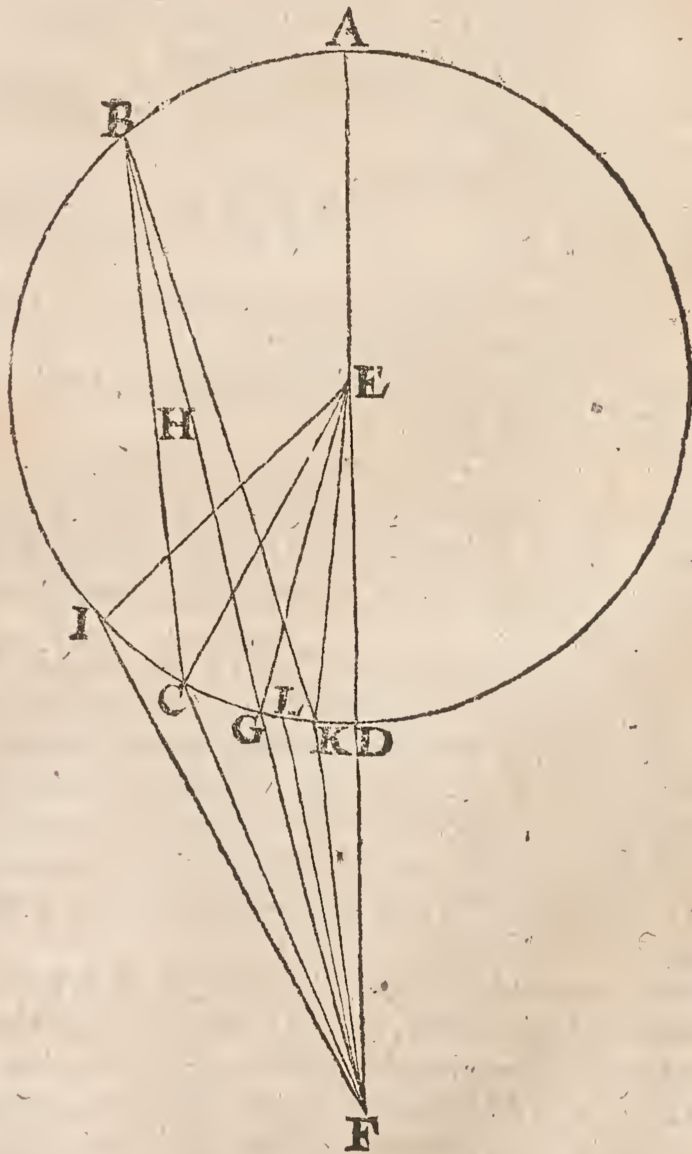
Soit prins un arc de C en G, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée, & menées les lignes F C, F G, E G, E C, ainsi que C E G est l'angle du cours de C G; où nous voulons demonstrer que la planete est tousiours directe.

I Partie de la demonstration.

Le triangle B C F a son costé B F coupé en G, ainsi que B G n'est moindre, mais majeure à B C: parquoy par la 51 proposition,

La raison de l'angle B F C à F B C est moindre à celle de B G à G F.

Prenons le double des deuxiesme & quatriesme termes, alors,



La raison de l'angle B F C à C E G est moindre que B G au double de G F.

Prenons la moitié des troisiesme & quatriesme termes,

Alors la raison de l'angle B F C à C E G sera encor moindre à celle de H G à G F.

 Or

Or HG à GF est mesme raison par l'hypothese, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en icelui epicycle; & puis l'angle CEG est un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raison de l'angle BFC au cours dans l'epicycle sera encor moindre à celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle; & d'autant que les deuxiesme & quatriesme termes conviennent, alors le premier BFC sera moindre au troisiesme terme, qui est le cours du centre d'epicycle: soit donc un plus grand que BFC egal au cours du centre d'epicycle, comme BFI.

Donc cependant que la planete va de C en G, faisant vers F un angle GFC, contre l'ordre des signes en mesme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à BFI, ou GFI, selon l'ordre des signes; & partant la planete sera directe de C vers G, pource que la planete s'est meuë plus avant par le moyen du cours du centre de l'epicycle, qu'elle ne pourroit reculer par le moyen de son cours en l'epicycle de l'angle CFI.

Maintenant pour prouver qu'elle recule en se mouvant de G vers D, nous ferons ceste

Preparation de la 2 partie de la Demonstration.

Soit prins un arc de G en K, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée D, & menées les lignes FK, EK.

Demonstration de la 2 partie.

Le triangle BKF a son costé BF coupé en G, ainsi que GF n'est moindre, mais majeure à FK: parquoy par la 51 proposition,

La raison de l'angle FBK à BFK est moindre à celle de GF à BG.

Prenons la converse:

La raison de l'angle BFK à FBK est majeure à celle de BG à GF.

Prenons le double du deuxiesme terme & la moitié du troisiesme.

La raison de l'angle BFK à GEK est encor majeure à celle de HG à GF.

Or HG à GF est mesme raison par l'hypothese, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle; & puis l'angle GEK est un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raison de l'angle BFK, au cours dans l'epicycle, sera encor majeure, à celle du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete dans l'epicycle; & d'autant que les 2 & 4 termes conviennent, ou sont de mesme, alors le premier BFK sera majeur au 3 terme, (qui est le cours du centre d'epicycle,) soit donc un angle moindre à BFK egal au cours du centre d'epicycle, comme LFG.

Donc cependant que la planete va de G en K, faisant vers F un angle GFK, contre l'ordre des signes au regard de F, au mesme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à LFG, selon l'ordre des signes au regard du mesme F, & partant la planete sera retrograde en GK, d'autant que la planete a plus reculé par le moyen de son cours en l'epicycle, qu'elle n'a avancé par le moyen du cours du centre de l'epicycle, de l'angle LFK.

Conclusion. Estant donc menée une ligne, &c.

PROPOSITION LIII.

E*stant donné l'argument du centre d'epicycle de Saturne; Trouver la ligne du centre de la terre au poinct de station en telles parties que le raid de son deferant en fait* 10000; *davantage l'arc apparant du poinct de station au centre de l'epicycle, & l'argument d'iceluy poinct de station, par voye Mathem. fondée sur l'immobilité de la terre.*

Le donné. Soit AB deferant de Saturne, C son centre, D celuy de la terre, B apogée & A perigée, & l'epicycle soit BFGH, ayant son centre (je prens) au perigée A; & H perigée d'epicycle, & G poinct de station, duquel soit menée GD, puis AG.

Le requis. Il faut trouver la ligne DG, en telles parties que AC en fait 10000: Puis l'arc apparant dudit poinct de station G jusqu'au centre A (c'est l'angle GDA) finalement, l'argument de G, qui est l'arc EFG.

Preparation. Soit prolongée DG jusques en F, & puis I au milieu de FG.

CONSTRUCTION.

La ligne DH fait par la 46 prop. 7606.

Multipliée par ED 9936 (assavoir DH 7606 & HE double de AH 1165, par la 47 prop.) vient pour le rectangle EDH ou FDG, 75573216.

Mais FD à DG est en raison comme 1070 à 1000, (pource que par le 2 corollaire de la 52 propos. IG à GD est comme 35 à 1000) & FD à DG est comme le rectangle de FDG au quarré de DG; je dis donc 1070 donne 1000, combien donnera 75573216? viendra pour le quarré de DG 70629174.

Sa racine pour DG la requise 8404.

En telles parties que AC en fait 10000.

Pour le reste, le triangle AGD a 3 termes cognus, qui sont les 3 costez, assavoir DA 8771, par la 46 prop. AG raid de l'epicycle 1165, par la 47 prop. & DG 8404, 4 en l'ordre: Par lesquels cerchés l'angle

G D A pour l'arc apparant requis du poinct G au centre A de	7 deg. 23.
Et l'angle D A G de 67 deg. 58 (1), dont l'adjoinct est pour E A G, ou l'arc E G, argument d'epicycle requis du poinct de station G	112 deg. 2.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du centre de l'epicycle de Saturne, nous avons trouvé, &c.

COROLLAIRE I.

D'autant que par ceste prop. est cognu l'arc apparant du poinct de station de Saturne au centre de l'epicycle, & que ledit centre a sa longitude apparante cognüe par la 49 prop. il s'ensuit que la longitude apparante du poinct de station de Saturne sera cognue.

COROLLAIRE II.

Il est aussi evident qu'on pourra faire des tables des arcs apparans, du poinct de station au centre de l'epicycle de Saturne, & aussi l'argument d'epicycle dudit poinct de station, de degré en degré.

NOTEZ I.

La chose a esté posée cy-dessus comme si le cours apparant du centre de l'epicycle estoit tousiours de mesme & uniforme, le long de la retrogradation, & si le perigée de l'epicycle demeuroit tousiours en mesme lieu : Ce qui seroit bien ainsi, si le deferant estoit concentrique ; mais estant eccentrique, & par consequent le cours apparant du centre de l'epicycle inegal, aussi le perigée de l'epicycle changeant continuellement de lieu en lieu, causeront de la difference en la computation de l'arc de retrogradation : Toutesfois és escrits des anciens qui sont venus és mains de *Ptolemée* semble qu'ils ayent voulu dire que la difference susdite est imperceptible : Mais *Regiomonte* au 12 liv. prop. 9. deduict la qualité de telle difference theoriquement. Si quelqu'un veut sçavoir, & recercher de quelle grandeur elle est, & si elle est si notable qu'on y doive prendre garde, pourra avoir esgard à l'operation.

NOTEZ II.

Iusqu'icy a esté descrit Mathematiquement la cause & qualité de la retrogradation des planetes qui ont des epicycles : touchant ceux qui se meuvent en des eccentriques seulement, comme le Soleil & la Lune, il est manifeste qu'il est impossible qu'ils patissent de retrogradation, quelle raison qu'on puisse poser entre le cours d'iceux en l'epicycle, & le cours de l'apogée, ou bien entre l'eccentricité, au raid du deferant ; car si pres que ce soit qu'on pose la terre de la circonference, c'est tousiours direction, voire quand elle seroit en la circonference mesme, encor n'y auroit-il qu'un poinct de station, qui seroit à l'instant lors que le centre de la planete passeroit dans l'œil du spectateur, sans nulle retrogradation.

NOTEZ III.

Encor faut-il sçavoir que les anciens, comme escrit *Ptolemée*, ont observé deux extremes apparitions des astres, comme commencement & fin ; assavoir commencement, lors qu'on les voit premierement apres avoir esté long-temps cachés : mais fin, lors que les ayant veu quelque temps, ils disparoissent ou n'apparoissent par apres pour quelque temps, lesquelles extremes apparitions se font environ l'horizon ; ce qui fust observé d'eux, afin qu'on puisse sçavoir auparavant quand c'est qu'on les pourroit voir premierement, & à ceste fin on observe jour pour jour lequel est le dernier qu'on les peut voir, recerchant de combien le Soleil est alors deprimé sous l'horizon, (les plus grandes apparoissent plustost au soir, & plus tard au matin, que les moindres) alors en telle depression se cognoistra leur extremes apparitions. Par exemple, *Ptolemée* dit avoir observé que le Soleil estant 11 deg. sous l'horizon qu'alors Saturne estoit en son extreme apparition : tellement que cognoissant cela, on pourra calculer (sçachant la latitude du lieu & la longitude apparante du Soleil au temps & lieu où se fait l'observation) quel arc de l'ecliptique sera celuy de l'extreme apparition, ce qui reçoit beaucoup de diversité veu l'obliquité de l'ecliptique.

Il faut aussi remarquer, que pour avoir plus de certitude és extremes apparitions des planetes, seroit necessaire de prendre garde à leurs distances de la terre, en l'une & l'autre extreme apparition, lesquelles nommément sont fort diverses en Mars, & font changer de beaucoup les diametres visuels, & partant en l'une apparition doivent estre plus esloignées du Soleil qu'en l'autre, nonobstant que les angles de l'ecliptique & l'horizon soyent egaux.

MAINTENANT DES COURS DE JUPITER ET DE MARS.

Les cours de Jupiter & de Mars sont de mesme qualité que celuy de Saturne, soit en retrogradation, en station, aussi és apparitions extremes, y ayant seulement difference en quantité, ainsi que chacun pourra de soy-mesme remarquer leurs cours par le precedent de Saturne commençant à la 45 prop. tellement que je delaisse leur particuliere description, joinct que mon dessein n'est pas tel, comme il a esté dit autre part, mais seulement la maniere, selon mon opinion qu'on eust peu faire ayant les escrits des anciens qui sont perdus, ou d'autres nouveaux certains, necessaires à ceste science.

MAINTENANT DU COURS DE VENUS.

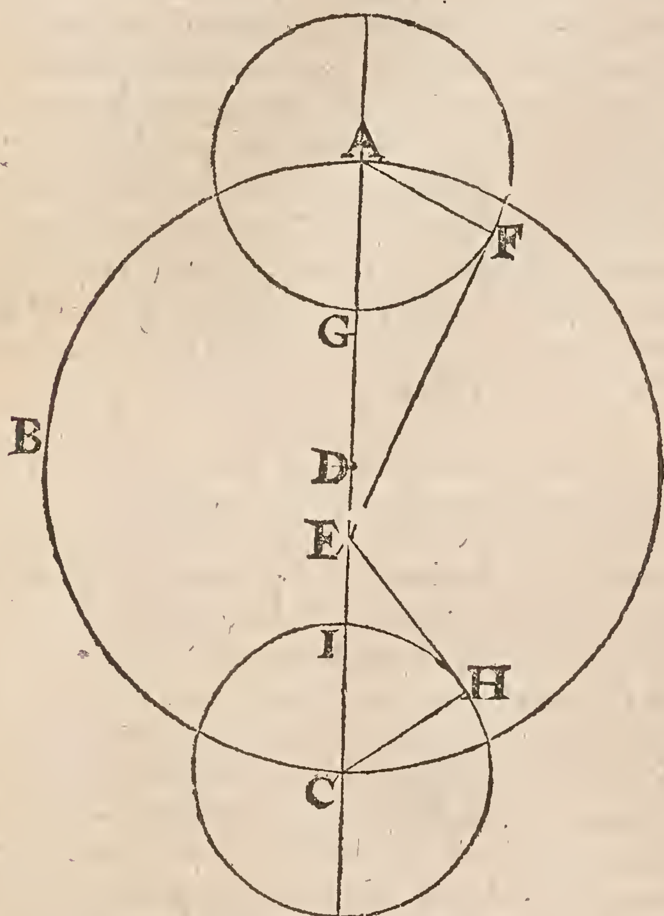
PROPOSITION LIV.

Trouver la raison du raid du deferant de Venus, à l'eccentricité, & au raid de son epicycle, en telles parties que le raid dudit deferant en fait 10000, *par voye Mathem. fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

Je cerche en la table du corollaire de la 38 prop. du 1 liv. deux extremes eslongations du Soleil moyen, toutes deux matutines, ou vespertines, ou bien l'une matutine, l'autre vespertine comme il eschet ; l'une lors que le Soleil moyen est à l'apogée ou pres de là, c'est par la 40 prop. du 1 liv. à 76 deg. 20 (1) de l'ecliptique avenant annuellement environ le 18 May, & trouve une telle au plus pres le 20 May 1563, estant icelle eslongation matutine de 44 deg. 21 (1). L'autre eslongation je la cerche estant le my-Soleil au perigée du deferant ou assez pres, qui est par la 40 prop. du 1 liv. en l'ecliptique au 256 deg. 20 (1), advenant annuellement environ le 18 Novembre, en trouvant donc une telle en la table susdite ; au 12 Decembre 1602 au plus pres (il est bien vray que cecy differe plus que la chose ne le requiert, mais pourra passer, veu qu'és Ephemerides de *Stadius* on n'en trouve de plus precise, à cause de leur petitesse, & que cecy ne sert que d'exemple) estant une eslon-

eſlongation veſpertine de 47 deg. 17 ①. Cela eſtant ainſi nous pourſuivrons en ceſte maniere.

Le donné. Soit A B C deferant, D ſon centre, E la terre, A l'apogée, ſur lequel comme centre ſoit deſcrit l'epicycle F G, & menant la ligne E F, touchant l'epicycle en F, puis menée A F; Davantage ſoit C le perigée, & ſemblablement l'epicycle H I ſur iceluy comme centre, E H touchante en H, & menée C H; je prens auſſi que Venus en ladite eſlongation matutine ayt eſté en F, ainſi que l'angle de l'eſlongation A E F, face comme deſſus 44 deg. 21 ①: Et qu'en la veſpertine elle ayt eſté en H, ainſi que l'angle de l'eſlongation C E H face les ſuſdits 47 deg. 17 ①.



Le requis. Il faut trouver la raiſon ternaire de D C, D E & A F, en telles parties que D A en face 10000.

CONSTRVCTION.

Le triangle E A F a trois termes cognus, comme A F, le prenant premierement 10000, l'angle A F E droict, & A E F 44 degr. 21 ① par le donné; ainſi donc on trouvera A E de 14306.

Pareillement le triangle E C H a trois termes cognus, aſſavoir C H 10000, l'angle C H E droit, & l'angle C E H 47 degr. 17 ①, par leſquels on trouvera le coſté C E, de 13611.

Auquel adjouſté A E 14306, premier en l'ordre, viendra pour le diametre A C 27917.

Sa moitié pour le raid D C 13958.

Tellement que nous avons la raiſon des 3 lignes D C, D E, A F, aſſavoir comme 13958, 347, 10000. Mais il eſt requis que D C face 10000; on l'y remettra donc & ſera D E, 249.

Le raid de l'epicycle A F 7164.

En telles parties que D C fait 10000.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la raiſon, &c.

NOTEZ I.

Au lieu des D C 10000, D E 249, A F 7164; *Ptolemée* trouve 10000, 208, 7194; mais en partie ſexagenaire, 60 parties; 1 partie 15 ①, & 43 parties 10 ①.

NOTEZ II.

Ayant trouvé en ceſte propoſition la raiſon des 3 lignes ſuſdites, on pourroit par icelles deſcrire telles prop. comme a eſté fait de Saturne, apres l'invention de telles lignes és 45 & 46 prop. mais d'autant qu'on procede de là en avant comme alors, nous delaiſſerons la deſcription ulterieure, comme a auſſi eſté entendu de Jupiter & de Mars.

MAINTENANT DU COURS DE MERCURE.

Pource que le cours de Mercure eſt de meſme qualité que celuy de Venus, en la ſimple hypotheſe de terre immobile, nous le tiendrons par iceluy comme cognu, delaiſſant comme a eſté dit de Jupiter & Mars, ſa particuliere deſcription.

CINQVIESME DISTINCTION DU SECOND LIVRE,

De l'invention de la conjonction, oppoſition, & eclipſe des planetes, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

Es precedentes 2, 3 & 4 diſtinctions a eſté parlé des Planetes, chacune en particulier, maintenant ſuivront des choſes qui leurs ſont communes, compriſes en 9 propoſitions, dont les deux premieres ſont des conjonctions & oppoſitions des planetes, & voila touchant les 55 & 56 propoſitions: quant aux 57, 58, 59, 60, 61, 62 & 63, elles appartiennent & traitent des eclipſes des planetes.

Il faut auſſi eſtre adverty que combien qu'on parle icy generalement des conjonctions, oppoſitions & eclipſes des planetes, que neantmoins nous ne donnerons que des exemples du Soleil & de la Lune: & finalement ſera conclud que la generalité comprend les autres auſſi.

DEFINITION I.

ARc d'incidence d'eclipſe, eſt l'arc du commencement de l'eclipſe juſques à ce que les centres des planetes ſoyent en conjonction ou oppoſition: & le temps qu'il faut en cela, eſt dit temps d'incidence.

DEFINITION II.

ARc excident d'eclipſe, eſt l'arc depuis la conjonction, ou oppoſition des centres des planetes, juſques à la fin de l'eclipſe: & le temps qu'il faut en cela, s'appelle temps excident.

PROPOSITION LV.

TRouver à quel temps adviennent les conjonctions moyennes du Soleil & de la Lune, & quelle longitude elles ont alors, puis en faire des tables.

Le donné. Soit le temps donné à l'epoche du commencement de l'an 1600.

Le

Le requis. Il faut trouver combien de temps apres ladite epoche adviendra la premiere conjonction moyenne du Soleil & de la Lune.

CONSTRVCTION.

Le my-Soleil eſtoit en ladite epoche, par la 9 propoſition du deuxieſme livre, en l'ecliptique au 288 deg. 48.
Et la my-Lune, par la 31 propoſition du deuxieſme livre, au 224 deg. 5.
Lequel ſouſtrait du precedent, reſtera ce que la my-Lune a à gaigner devant la conjonction du my-Soleil 64 deg. 43.
Pour trouver maintenant combien de temps elle mettra pour parcourir autant, je dis, la my-Lune pour gaigner ſur le my-Soleil 12 deg. 11. 27. court par la 11 propoſition du premier livre, un jour, combien courra-elle pour gaigner 64 deg. 43①, troiſieſme en l'ordre? vient 5 jours 7 heures 24①, leſquels enumerés depuis l'epoche, vient pour le requis en l'an 1600, 5 Jan. 7 heures 24①.
Auquel temps ſera trouvé la my-Lune avoir en longitude par la 32 propoſition du deuxieſme livre, de 294 deg. 2.

La preuve de cecy eſt que le my-Soleil, au meſme temps ſera par la 10 propoſition du deuxieſme livre, au meſme lieu, tellement qu'alors ils eſtoyent conjoincts.

Mais pour en deſcrire une table, je dis: le gain de Lune de 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5. donne un jour par l'onzieſme propoſition du premier livre, combien le gain de Lune de 360 deg.? vient pour le temps d'une my-Lunaiſon 29 jours 12 heures 44① 11② : leſquels adjoincts au 5 Janvier 7 heures 24①, quatrieſme en l'ordre, viendra en l'an 1600 ſur le 3 Fevr. 20 heures 8① 11② pour le temps de la ſeconde my-Lunaiſon. Et de là autrefois en 29 jours 12 heures 44① 11② viendra eſchoir en l'an 1600 ſur le 3 Mars 8 heures 52①, 22② : Et ainſi tant qu'on voudra. Exemple:

COMMENCEMENT D'UNE TABLE
des my-conjonctions de Soleil & de Lune.

Ans.			*heures.*	①	②
1600.	5.	Janvier.	7.	24.	0.
1600.	3.	Fevrier.	20.	8.	11.
1600.	3.	Mars.	8.	52.	22.

COROLLAIRE.

Il eſt evident que les my-oppoſitions, my-quadrils, & autres my-aſpects, ſont cognus par les precedens. Par exemple, pour avoir le temps de my-oppoſition, apres la my-conjonction du 5 Janvier 7 heures 24①, j'y adjouſte la moitié des ſuſdits 29 jours 12 heures 44①, qui ſont 14 jours 18 heures 22①, vient pour le requis, le 20 Janvier 1 heure 46① en l'an 1600: & ainſi des autres. Et appert comment on pourra adjoindre à iceux la longitude en l'ecliptique où icelles ſont advenuës, comme cy-deſſus. Auſſi que ceſte regle eſt generale pour les autres planetes.

Concluſion. Nous avons donc trouvé à quel temps, &c.

PROPOSITION LVI.

Trouver à quel temps adviennent les conjonctions du Soleil & de la Lune, & en quelle longitude apparante, veuë du centre de la terre.

Le donné. Soit à commencer au principe (ou epoche) de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver en combien de temps apres, adviendra la premiere conjonction du Soleil & de la Lune, veuë du centre de la terre.

CONSTRVCTION.

La premiere my-conjonction adviendra par la 55 propoſition en l'an 1600, 5 Janv. 7 heures 44.
Et ce en l'ecliptique 294 deg. 2.
Si maintenant au ſuſdit 5 Janvier 7 heures 44① le vray Soleil & Lune n'avoyent aucune proſtaphereſe, ou qu'ils ayent egale aphereſe, ou egale proſtheſe, il appert qu'au meſme temps ſeroit leur vraye conjonction: Mais le Soleil a alors par la 8 prop. proſtheſe de 36①, & la Lune aphereſe par la 30 prop. de 4 deg. 16①, leſquels adjouſtez (je dis adjouſtez, eſtant de proſtaphereſe diſſemblable, autrement eſtant de ſemblable, il les faudroit ſouſtraire l'un de l'autre) viendra la diſtance de la Lune au Soleil, eſtant la Lune derriere le Soleil 4 deg. 52.
Il faut puis apres trouver combien la vraye Lune doit courir pour gaigner ces 4 deg. 52① du Soleil: A ceſte fin j'oſte ladite aphereſe de la Lune 4 deg. 16① des 294 deg. 2①, deuxieſme en l'ordre, reſte pour l'apparante longitude de la vraye Lune audit 5 Janvier 7 heures 44①, 289 deg. 46.
Voyant puis apres en la table de l'onſieſme prop. du 1 liv. qu'elle gaigne en ſon moyen mouvement en une heure environ demy degré, ou pour dire autrement qu'elle met 2 heures à faire 1 degré, qui eſt 8 heures pour 4 degrez (des 4 deg. troiſieſme en l'ordre) touchant les 52①, je les delaiſſe pour les raiſons ſuivantes: Les ſuſdites 8 heures eſtant donc adjouſtées au temps cy-deſſus viendra l'an 1600 le 5 Janv. 15 heur. 44①.
Auquel temps je cerche la longitude apparante de la vraye Lune, & la trouve par la 33 prop. de ce 2 livre, au 294 deg. 24.
Duquel oſté 289 deg. 46①, quatrieſme en l'ordre, reſtera pour le cours de la vraye Lune à 8 heures en ce lieu, de 4 deg. 38.
Duquel oſté le moyen mouvement du Soleil ſur 8 heures (il eſt bien vray qu'il faudroit avoir le cours apparant en ce lieu pour eſtre comme il faut, mais en ſi peu de temps il n'y a pas de difference notable, tellement que pour abbreger, il faut prendre le moyen mouvement) qui fait par la 3 prop. du 1 liv. 20①.
Reſte pour le vray gain Lunaire en ce lieu, en 8 heures de 4 deg. 18.
Diſant puis apres 4 deg. 18① donnent leſdites 8 heures, combien 4 deg. 52① cy-deſſus? vient 9 heures 3①.
Leſquels adjouſtez au 5 Janv. 7 heur. 44① vient pour le temps requis de la conjonction l'an 1600 le 5 Janv. 16 heures 47①.
Sur le meſme temps eſt trouvé par la 33 propoſ. du 2 liv. que la vraye Lune avoit en longitude apparante pour le requis 295 deg.
La preuve de cela eſt, qu'au meſme temps la longitude apparante du Soleil eſt par l'onſieſme propoſ. auſſi de meſme.

Conclu-

Conclusion. Nous avons donc trouvé à quel temps adviennent les conjonctions, &c.

Corollaire I.

Il appert que par la precedente on trouvera aussi le temps, & l'apparante longitude des oppositions, quadrils aspects, & autres aspects du Soleil & de la Lune, & que ceste regle est commune aux autres planetes.

Corollaire II.

Ayant remarqué que la supputation cy-devant a esté faite selon le requis de la proposition, assavoir touchant la conjonction veuë du centre de la terre, ce qui n'arrive pas tousiours ainsi estant veuë du dessus de la terre, à cause que la Lune a des parallaxes plus grandes que le Soleil; ce qui differe notablement aux conjonctions: Il est evident que pour venir à la conjonction veuë sur la terre, il faudra adjouster ou soustraire à celle de la proposition autant qu'emporte la parallaxe en longitude, des deux planetes, laquelle parallaxe est cognue par les 27 & 43 prop. & la somme & reste est la longitude apparante requise. Puis on verra quel temps il faut à la Lune pour gaigner tel arc, egal à la susdite parallaxe (ce qui est cognu par ceste prop. 56 au 9 en l'ordre, ou appert que 4 deg. 18 ① donnent là 8 heures) & ce qui en vient adjousté ou soustraict de l'onziesme en l'ordre de ceste 56 prop. selon que la chose le requiert, la somme, ou reste sera le temps cerché.

Corollaire III.

Veu que par ceste 56 prop. est cognue la longitude apparante des conjonctions & oppositions des vrais Soleil & Lune, & par la 37 propos. la longitude des nœuds, de là s'ensuit qu'on pourra cognoistre l'arc entre la Lune & le nœud, veu du centre de la terre, au temps de conjonction ou opposition.

Maintenant de l'eclipsation ou obscurcissement de la lumiere des planetes.

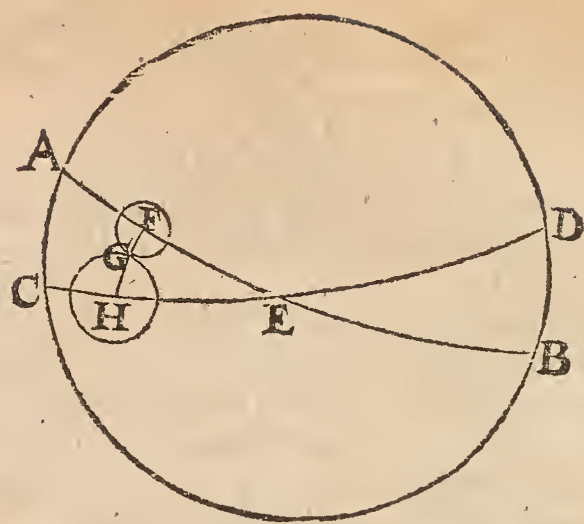
Proposition LVII.

Trouver l'arc du deferant de la Lune entre le nœud & l'extremité où peut advenir eclipse de Lune, au plus grand qu'il est possible.

Veu que les eclipses adviennent assez pres des nœuds, tant en conjonctions qu'en oppositions, & non pas quand icelles conjonctions & oppositions se font trop loing desdits nœuds, tellement qu'il est bon de sçavoir le plus loing des nœuds qu'il est possible que les eclipses adviennent, dequoy traiteront ces 57 & 58 propositions.

Le donné. Soit AB le deferant de la Lune, CD l'ecliptique, E le nœud, FG la Lune; son raid comme arc de la grandeur de la moitié de son diametre visuel majeur (& partant FE la plus grande distance) soit FG, faisant par la 30 propos. 17 ① 30 ②: & GH soit l'arc de la grandeur du demy-diametre visuel de la base du cone nocturne, le plus grand qu'il est possible, trouvé par la 44 prop. de 50 ①, ainsi donc que F sera l'extremité de l'arc majeur FE où les eclipses de la Lune peuvent advenir; car plus grand que FE elles seront separées, assavoir la Lune & l'obscurité GH.

Le requis. Il faut trouver l'arc EF.



Constrvction.

FG fait	17 ① 30 ②.
GH adjousté à iceluy, qui fait	50 ①.
Viendra pour FH	1 deg. 7 ① 30 ②.

Le triangle FHE a trois termes cognus, assavoir HFE droit, FEH 5 deg. par la 36 prop. & le costé FH 1 deg. 7 ① 30 ②, par lesquels on trouvera FE, pour l'arc requis par la 35 prop. des triangles spheriques, de 12 deg. 50 ①.

Dont la demonstration est evidente.

Conclusion. Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

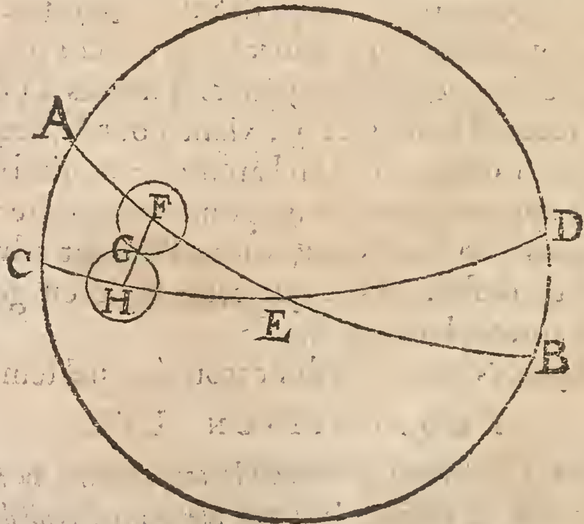
Alb. Girard.

Notez que si on eust posé H angle droit (ce qui estoit licite, voire tous deux aigus, egaux ou inegaux) que FE eust esté plus grande comme hypotenuse, & eust esté egale à HE, qui se trouvera estre de 13 deg. 1 ①, 8 ②, & combien qu'il y ait peu de difference, toutesfois pour s'en servir à la Geographie, c'est environ o heures 22 ① de temps à la Lune, qui est beaucoup: & estoit plus facile: tellement qu'il y a de la difference, faute de regarder un peu plus attentivement, ce qui servira non contre la diligence & renommée de l'autheur, mais pour exemple de mesconte, d'autant que souvent on pense avoir resoud une question, ce que neantmoins on n'a pas fait: voyez pareillement la fin de la suivante.

Proposition LVIII.

Trouver l'arc au deferant de la Lune depuis le nœud jusques à l'extremité du lieu où l'eclipse du Soleil peut advenir.

Le donné. Soit AB deferant, ou voye lunaire, CD ecliptique, E l'un des nœuds, FG la Lune, FG demidiametre visuel d'icelle au plus grand que faire se peut, par la 30 prop. sera de 17 ① 30 ②, & GH soit le raid visuel du Soleil au plus grand, fait par la 8 prop. 16 ①,



d'ou s'ensuit que F sera le poinct plus esloigné de E que faire se peut, où l'eclipse du Soleil peut advenir, veuë du centre de la terre.

Le re-

Le requis. Il faut trouver l'arc E F, & y adjoindre encor (pour les raisons qui seront deduites au quatriesme en l'ordre) la difference entre la majeure parallaxe en latitude qui peut advenir au Soleil & à la Lune en l'eclipse du Soleil, faisant 59 ①; car par le corollaire de la 26 prop. la plus grande parallaxe du Soleil est de 3 ①, lequel osté de la majeure parallaxe de la Lune, qui fait par le corollaire de la 42 prop. 1 deg. 2 ①, reste comme devant 59 ①.

CONSTRVCTION.

F G fait par le donné	17 ① 30 ②.
Auquel adjousté G H faisant	16 ①
Vient pour F H	33 ① 30 ②.
Or d'autant que cela est ainsi, estant veu du centre de la terre, mais de dessus la terre, la Lune couvrira le Soleil de 59 ① par le donné; parquoy les adjoustant au troisiesme en l'ordre, viendra alors pour la ligne, comme F H,	1 deg. 32 ① 30 ②.
Le triangle F H E a 3 termes cognus, assavoir l'angle H F E droit, l'angle F E H 5 deg. par la 36 prop. & le costé F H de 1 deg. 32 ① 30 ②, quatriesme en l'ordre, par lesquels cerchant le costé F E, par la 35 propos. des triangles spheriques, pour le requis de	17 deg. 55 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

ALB. GIRARD.

Nous avons dit en la fin de la 57 propos. precedente que l'autheur se mesprennoit, autant en fait-il icy, posant H F E angle droit; car puis qu'il est question de l'arc en la ligne A E, il falloit poser H droit, pour faire que F E soit l'hypothenuse, alors F E eust esté comme maintenant est H E, assavoir de 17 deg. 58 ①, 36 ②: que si on fait tousiours comme luy, on a tousiours failly: & en telle maniere on sçaura que le Soleil alors n'aura de longitude apparante que ce qu'il dit de la Lune, assavoir 17 deg. 55 ①: & si on veut voir où le Soleil est, lors qu'il est au plus esloigné d'un des nœuds, pouvant neantmoins recevoir commencement d'eclipse veuë de dessus la terre, alors on trouvera comme j'ay dit 17 deg. 58 ①, 36 ②: & ainsi en faut-il dire (non de mesme nombre, comme icy) en la 57 propos. precedente. Notez aussi que les conjonctions & oppositions se prennent dans les cercles majeurs qui passent par les poles de l'ecliptique, & partant à angles droits sur l'ecliptique.

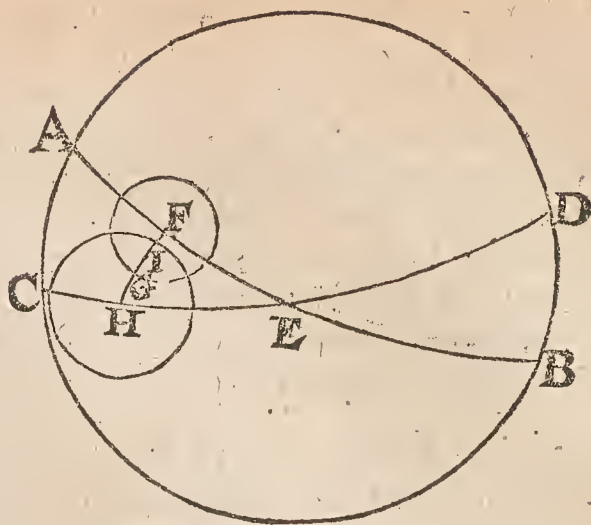
PROPOSITION LIX.

Estant donné le raid visuel de la Lune, en une eclipse lunaire, son argument, & le raid visuel de l'ombre: Trouver la quantité des doigts eclipsez, posant que le diametre visuel de la Lune en aye 12.

1. *Exemple, où la Lune est moins que la moitié eclipsée.*

Le donné. Soit A B voye de la Lune, C D ecliptique, E teste du Dragon, F G raid visuel de la Lune, trouvé par la 30 propos. je prens de 16 ①, & E F arc trouvé de 9 deg. comme on pose l'avoir trouvé, par le 3 coroll. de la 37 prop. davantage H I raid visuel de l'ombre trouvée, par la 44 prop. je prens de 40 ①, & G I soit la partie eclipsée du diametre visuel de la Lune.

Le requis. Il faut trouver combien de doigts ecliptiques la Lune est eclipsée G I.



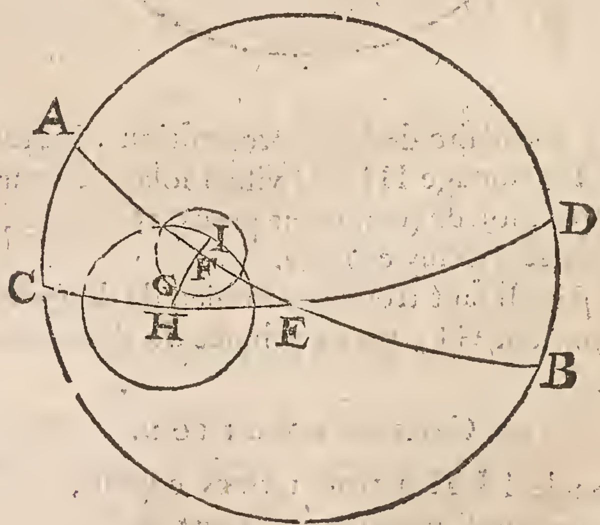
CONSTRVCTION.

Le triangle F E H ayant trois termes cognus, comme F droit, E 5 deg. & F E 9 deg. on trouvera l'arc F H, par la 36 prop. des triangles spheriques, de	47 ①.
Duquel osté H I (que si on ne peut, on suivra le 2 exemple suivant) faisant par le donné	40 ①.
Reste pour I F,	7 ①.
Le mesme autrefois soustrait de F G	16 ①.
Restera pour G I partie de la Lune eclipsée	9 ①.
Davantage, d'autant que F G fait 16 ①, le diametre visuel sera 32 ①; partant disant 32 ① donnent G I 9 ①, combien 12? viendra pour G I en doigts ecliptiques pour la partie eclipsée de la lune requise	3 doigts 22 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

2. *Exemple, où la Lune est plus qu'à demy eclipsée.*

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D ecliptique, E teste du Dragon, F G raid visuel de la Lune trouvé par la 30 prop. (je prens) de 16 ①, & E F arc trouvé par le 3 corollaire de la 56 prop. je prens, de 3 deg. davantage H I soit l'arc de la grandeur du raid visuel de l'ombre, trouvé par la 44 prop. je prens, de 40 ①, & G I la partie eclipsée du diametre visuel de la Lune.



Le requis. Il faut trouver combien contient G I partie eclipsée en doigts ecliptiques.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes cognus, assavoir F droit, E 5 deg. F E 3 deg. par lesquels on trouvera F H, par la 36 propos. des triangles spheriques, de	31 ①.

Lesquels

Lesquels ostez de H I (que si on ne peut, on suivra le premier exemple) faisant 40 ①.
Reste pour I F 9 ①.
Auquel adjousté F G faisant 16 ①.
Viendra pour la partie eclipsée G I 25 ①.
D'avantage puis que le raid lunaire fait par le donné 16 ①, son double est 32 ①, lequel donne G I 25 ①, combien 12 ? viendra pour G I la partie eclipsée requise du diametre visuel de la Lune 9 doigts 22 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

Corollaire.

Il resulte que si F H, cy-dessus premier en l'ordre, eust esté trouvé egal à H I, que c'eust esté 6 doigts ecliptiques sans autre recerche, pour le raid visuel de la Lune obscurcie.

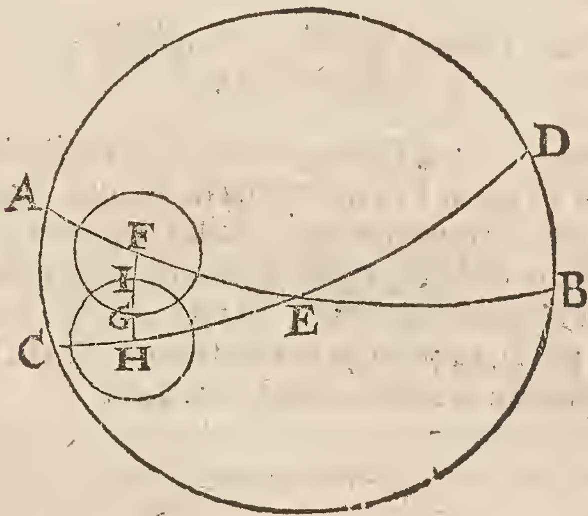
Aussi si le cinquiesme en l'ordre G I eust esté trouvé egal au diametre visuel de la Lune, qu'elle eust esté entierement obscurcie & eclipsée, qui sont 12 doigts ecliptiques.

Conclusion. Estant donc donné le raid visuel de la Lune, &c.

Proposition LX.

Estant donné le raid visuel de la Lune en une eclipse solaire veuë du centre de la terre, son argument, & raid visuel du Soleil; trouver la quantité de la partie eclipsée en doigts ecliptiques.

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D l'ecliptique, E teste du Dragon, F G raid visuel de la Lune, trouvé par la 30 proposition, je prens, de 16 ①; & E F, trouvée



par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 4 deg. D'avantage H I raid visuel solaire, trouvé par la 8 proposition de (comme je prens) 15 ① 50 ②, & G I soit la partie d'iceluy eclipsée.

Le requis. Il faut trouver combien de doigts ecliptiques contient G I, partie eclipsée du diametre visuel solaire.

Constrvction.

Le triangle F E H a trois termes cognus, comme sont F angle droit, E 5 deg. & F E 4 deg. par lesquels & la 36 proposition des triangles spheriques, sera trouvé F H estre de 21 ①.
Duquel osté H I faisant 15 ①, 50 ②.
Reste pour I F 5 ①, 10 ②.
Iceluy osté de F G, qui est 16 ①.
Reste pour G I partie du Soleil eclipsé 10 ①, 50 ②.
Or puis que le raid visuel du Soleil est 15 ① 50 ②, le diametre sera son double, qui est 31 ① 40 ②, lequel donne G I 10 ① 50 ②, combien donnera 12 ? viendra pour le requis G I partie eclipsée du Soleil 4 doigts 6 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

Notez.

On pourroit donner encor un exemple, où plus de la moitié du Soleil est eclipsée, comme en la 59 proposition, mais dés là telle chose est assez evidente.

Conclusion. Estant donné le raid visuel, &c.

Alb. Girard.

Touchant les annotations faites sur les 57 & 58 propositions precedentes, en ce cas la 59 n'en a pas affaire; mais bien celle-cy où on devoit prendre l'angle F H E droit, & non pas F; d'autant que c'est une eclipse de Soleil, & partant le requis est du Soleil; en la 59. il estoit requis de la Lune, comme eclipse de Lune.

Corollaire.

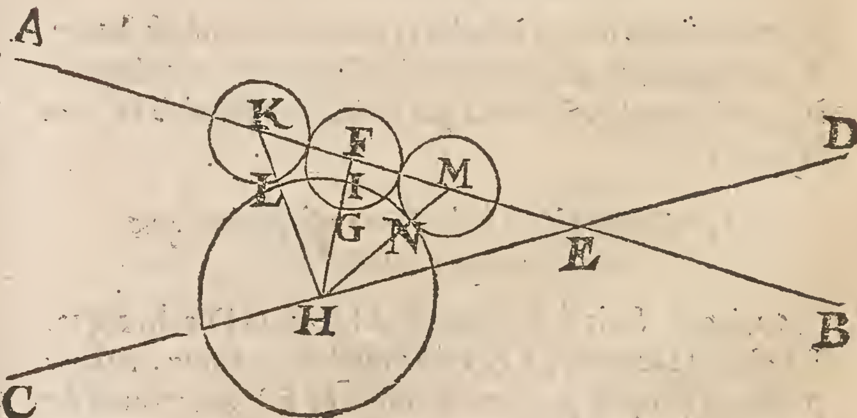
D'autant que la supputation faite cy-dessus selon le requis de la proposition, assavoir és conjonctions veuës du centre de la terre, ce qui n'est pas de mesme comme sur la terre; d'autant que la parallaxe de la Lune est majeure à celle du Soleil, ce qui differe beaucoup és conjonctions : tellement qu'il est manifeste que pour cognoistre les doigts ecliptiques de la partie eclipsée du Soleil, veuë du dessus de la terre, qu'il faut adjouster, ou soustraire, à l'angle visuel, cinquiesme en l'ordre, ce qui est causé par la parallaxe en latitude de ces deux astres, au temps de conjonction; ce qui est cognu par les 27 & 43 propositions; & la somme ou difference, est l'arc visuel de la partie eclipsée du Soleil, duquel cerchant la quantité des doigts ecliptiques, comme au sixiesme en l'ordre de ceste 60 proposition, ce qui vient sera pour le nombre d'iceux veus du dessus de la terre.

Mais d'autant qu'on me pourroit demander pourquoy il n'y a eu semblablement advertissement en la 59 proposition touchant l'eclipse de la Lune, il faut sçavoir que la Lune & l'ombre sont en mesme lieu, & partant n'ont diversité de parallaxe comme le Soleil & la Lune, lesquels sont en divers lieux.

Proposition LXI.

Estant proposée une eclipse de Lune, trouver les temps d'incidence & excidence.

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D l'ecliptique, E teste du Dragon, F G la Lune, de laquelle le raid visuel F G soit trouvé par la 30 proposition, je prens,



de 16 ①, & E F arc de (comme je prens, iceluy estre trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition) 9 deg. D'avantage soit H I grandeur du raid visuel de l'ombre trouvée par la 44 proposition, & je prens de 40 ①.

Le re-

Le requis. Il faut trouver les temps d'incidence & excidence.

Preparation. Soit d'un poinct en la voye lunaire, comme K, descrit le cercle K L egal à F G, touchant l'ombre en L exterieurement, comme la Lune au commencement de l'eclipse ; & pareillement le cercle M N, comme fin de l'eclipse, puis menés les arcs H L K & H N M.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes donnez, comme l'angle E F H droit, E 5 deg. & le costé F E 9 deg. par lesquels on trouvera F H de 47 ①.

Le triangle H F K a ses termes suffisans cognus, comme F droit, F H 47 ①, premier en l'ordre, & H K 56 ① (car H L estant egal à H I fait 40 ①, & K L egal à F G fait 16 ①, faisant donc ensemble H K 56 ①) pour cognoistre F K, qui sera trouvé de 31 ①.

Je cerche en apres le gain de la vraye Lune en une heure, au lieu donné, & sera trouvé par la 33 proposition au corollaire, je prens, de 28 ①.

Disant donc 28 ① donnent une heure, combien 31 ①, deuxiesme en l'ordre ? viendra pour le temps que le centre de la Lune a gaigné sur le Soleil, l'arc K F, pour la moitié du temps de toute l'eclipse, pour le temps d'incidence requis, 1 heure 6 ①.

Et autant sera l'excidence de F en M.

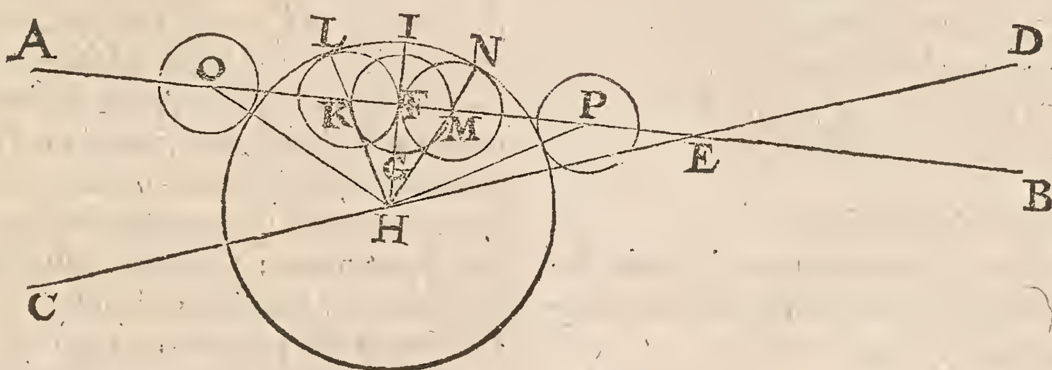
Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc proposée une eclipse lunaire, nous avons trouvé les temps, &c.

PROBLEME. PROPOSITION LXII.

Estant proposée une entiere eclipse lunaire ; trouver combien l'eclipse entiere durera en l'ombre.

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D ecliptique, E teste du Dragon, F G raid visuel de la Lune, trouvé,



je prens (par la 30 proposition) de 16 ①, & E F trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 10 ①. D'avantage soit H I l'arc denotant le raid visuel de l'ombre au milieu de l'eclipse, trouvé par la 44 proposition, je prens de 40 ①.

Le requis. Il faut trouver combien de temps la Lune demeurera dans l'ombre.

Preparation. Pource que nous presupposons que l'on trouvera en l'operation la Lune estre entierement obscurcie, soit dessus K poinct dans la voye, fait un cercle dans l'ombre, comme K L, egal au cercle F G, touchant interieurement l'ombre en L, comme la Lune au commencement de sa totale submersion en l'ombre : & semblablement le cercle M de l'autre costé touchant l'ombre en N, comme fin de la submersion, puis menez les deux arcs H K L & H M N.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes cognus, comme l'angle E F H droit, F E H 5 deg. & F E 10 ①, par lesquels on trouvera le costé F H, par la 36 proposition des triangles spheriques, de 1 ①.

Le triangle H F K a trois termes cognus, comme l'angle F droit, F H 1 ①, premier en l'ordre, & H K 24 ① (car H L estant egal à H I fait 40 ①, duquel osté K L egal à F G 16 ①, restera, comme dit est, pour H K 24 ①) par lesquels on trouvera F K de 22 ①.

Je cerche en apres le gain de la vraye Lune en une heure au lieu donné, qui sera (je prens) par le corollaire de la 33 proposition, de 28 ①.

Disant alors 28 ① donnent une heure, combien 22 ①, deuxiesme en l'ordre ? viendra pour le temps que le centre de la Lune, aura gaigné l'arc K F, qui est pour la moitié du temps de la submersion totale de la Lune 0 heure 47 ①.

Son double pour le requis 1 heure 34 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant proposée une eclipse lunaire entiere, nous avons trouvé combien l'eclipse entiere durera en l'ombre, selon le requis.

COROLLAIRE.

Si d'icy on requeroit, les temps d'incidence, & d'excidence, il est evident qu'on les trouvera, ayant le gain lunaire sur les arcs F O, F P, comme elles ont esté trouvées en la 61 proposition sur les arcs F K, F M.

PROPOSITION LXIII.

Estant proposée une eclipse solaire, veuë du dessus de la terre ; trouver les temps d'incidence, & d'excidence.

Pour declarer premierement en general la construction de ceste proposition, c'est qu'au temps d'incidence de l'eclipse Solaire, veuë du centre de la terre, trouvé selon la maniere de la lunaire en la 61 proposition, il faut adjouster ou soustraire, autant de temps que cause la parallaxe : ce qui n'est pas ainsi en celle de la Lune, d'autant que la Lune & l'ombre sont au mesme lieu, n'ont partant qu'une mesme parallaxe sans difference, au contraire icy le Soleil & la Lune sont en divers lieux bien esloignez : ce qu'estant bien entendu nous viendrons à l'exemple.

CONSTRVCTION.

Soit le temps d'incidence veu du centre de la terre, & trouvé comme en l'eclipse lunaire de la 61 proposition de 1 heure.

Puis on trouvera la difference de la parallaxe en longitude du Soleil & de la Lune, au lieu où la Lune estoit sur l'horizon, laquelle trouvée par la 43 proposition emporte, je prens, 20 ①.

Je cerche puis apres le gain de Lune en une heure audit lieu, trouvé par le corollaire la 33 proposition, je prens, de 30 ①.

Je dis en apres 30 ① donne 1 heure, combien 20? vient o heure 40 ①.

Lequel adjousté à 1 heure, premier en l'ordre, ou osté d'icelle, selon que la chose le requiert, & prenant que ce soit addition, viendra pour le temps requis 1 heure 40 ①.

Mais pource que l'arc d'excidence n'est pas necessairement egal à l'arc d'incidence, comme il advient tousiours és eclipses de Lune pour les causes cy-dessus mentionnees, il faudra à ceste fin faire semblable operation pour trouver le temps d'excidence, qu'on a fait pour trouver le temps d'incidence, lequel estant trouvé, on aura le requis.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc proposée une eclipse de Soleil, veuë du dessus de la terre, nous avons trouvé combien elle durera, selon le dessein.

COROLLAIRE I.

Si on vouloit faire le compte du temps, ou de la durée de l'entiere eclipse solaire, comme en la 62 proposition a esté fait de celle de la Lune; il est notoire qu'alors on aura le temps de l'entiere eclipse solaire, veuë du centre de la terre, ostant ou y adjoustant puis apres ce qui est causé de la parallaxe, qu'on auroit le requis: toutefois ce temps ne pourroit pas durer long-temps, à cause du peu de difference du majeur diametre visuel de la Lune, au dessus le moindre du Soleil, dont les moitiés sont posées *d'Erasme* és *tables Pruteniques* de 17 ① 49 ②, & 15 ① 40 ②, desquels la difference est 2 ①, 9 ②, & le double pour l'excés de celuy de la Lune, sur celuy du Soleil sera 4 ① 18 ②: Si maintenant l'on prend le gain lunaire apparant de ce jour-là, de 10 deg. disant 10 deg. donnent 24 heures, combien 4 ① 18 ②? ce qui en viendra, assavoir o heure 10 ①, seroit pour la longueur du temps.

COROLLAIRE II.

Il est evident que l'eclipse du Soleil peut durer plus long temps, que le gain lunaire apparant sur les diametres visuels du Soleil & de la Lune; autant que le temps du gain lunaire emporte pour parcourir la parallaxe.

NOTEZ I.

J'avois mis au Sommaire de ceste cinquiesme distinction qu'il seroit traicté des eclipses des planetes en general: Neantmoins n'ont esté descrites autres propositions que pour le Soleil & la Lune: Quant aux autres donc, si leurs cours en longitude & latitude estoyent assez cognus, dequoy on doute fort, il est notoire que ce qui a esté dit cy-dessus des eclipses du Soleil & de la Lune, serviroit pour regle commune des autres; pource qu'avec le gain cognu d'une planete au dessus de l'autre, on opereroit comme devant: tellement qu'il ne manque rien sinon plus grande certitude du cours des autres planetes, en longitude & latitude.

NOTEZ II.

Mon dessein estoit en la description du Sommaire de ce deuxiesme livre, comme il appert aussi, d'y adjouster encor une sixiesme distinction de la pretendue deuxiesme inegalité de la Lune de *Ptolemée*, & troisiesme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, au cours en longitude: joinct une septiesme distinction de la pretendue description dudit *Ptolemée*, du cours en latitude des susdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: mais d'autant que suivant mon dessein j'eusse descrit l'Astronomie au premier & deuxiesme livre, sur l'hypothese de terre immobile, sans y mesler les inventions de *Ptolemée* touchant les susdits mouvemens incognus, lesquels j'avois mis separement: Comme aussi semblablement la description de *Copernique* de la terre mobile, lequel y avoit aussi meslé ses propres inventions, & lesquelles je separay de mesme; la rapportant seule, afin que la recerche des traitez incognus susdits soit plus claire & intelligible à un chacun, afin de pouvoir parvenir en une meilleure theorie: Il est advenu que ce que j'avois ainsi preparé pour autruy, m'a servy d'introduction pour parvenir en une theorie, qui me sembloit meilleure; car lors que je vins à revoir mon troisiesme livre, escrit selon la maniere de *Copernique* (lequel avoit demeuré long temps sans y toucher) pour le faire imprimer, je parvins en une cognoissance du cours en latitude desdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: tellement qu'il me sembloit, ne devoir plus estre appellés doresnavant mouvemens incognus, & par consequent la description de ladite septiesme distinction inutile, (car il semble qu'on peut mieux appliquer son temps à apprendre choses certaines, que d'escrire les opinions des hommes en la recerche du cours des planetes) estans iceux descrits au troisiesme livre. Et touchant la sixiesme distinction, elle se verra en l'appendice de l'Astronomie, pour les raisons y deduites.

Encor faut-il sçavoir que si quelqu'un entendoit (cy devant, ou apres en ces memoires Mathematiques) parler desdits mouvements incognus, de la latitude, que c'estoit pour lors ainsi, veu que le troisiesme livre suivant a esté fait le dernier, y ayant parvenu, comme dit est, en la reveuë d'iceluy.

Fin du deuxiesme livre de l'Astronomie.

TROISIES-

TROISIESME LIVRE DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese essentielle de terre mobile.

SOMMAIRE DE CE TROISIESME LIVRE.

Pour declarer en somme le contenu du present livre, il faut sçavoir que les planetes ont deux sortes de cours, l'un en longitude, l'autre en latitude: touchant le cours en longitude, il sera demonstré icy que par l'hypothese de terre mobile, la mesme conclusion s'entire, que par l'hypothese de terre immobile; seulement y ayant de difference, en ce qu'on trouve estrange par l'hypothese d'immobile les choses qui ne le sont par l'autre hypothese mobile, cõme fondée sur l'essentielle ordonnance des astres; ceste demonstration, assavoir que l'une & l'autre hypothese amene mesme conclusion, fera que ceste description sera briefve, car je ne feray aucun nouveau probleme en ceste hypothese mobile, pour trouver les cours, mais je prendray pour regle generale, que tout ce qui eschet en la supputation du cours en longitude, sera resout par les problemes fondez sur l'hypothese de terre immobile, descrits és deux livres precedens: je declareray aussi mon opinion en une particuliere proposition, pourquoy je tiens les computations plus commodes, faites sur l'hypothese impropre, que sur la propre. Apres le cours en longitude, suivra celuy de latitude, monstrant aussi que les diverses hypotheses font mesme conclusion.

Ce contenu estant tel en general, aura cinq distinctions. La premiere de la qualité des lieux des planetes, autant qu'il semble estre necessaire à la declaration de leurs cours, par la position de terre mobile. Puis suivront trois distinctions du cours en longitude des planetes, avec position de terre mobile, assavoir la deuxiesme de la terre: la troisiesme de la Lune; la quatriesme de Saturne, Iupiter, Mars, Veuus & Mercure; & la derniere distinction, du cours en latitude avec mesme position de terre mobile.

PREMIERE DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

De la qualité des Cieux des planetes, autant qu'il est necessaire à la declaration de leurs cours, suivant l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

Veu que le dessein est d'escrire icy le cours des planetes, suivant l'hypothese de terre mobile, il semble estre necessaire de traicter de la qualité du monde, comme fondement sur lequel est fondé le precedent, autant que nous sçavons, & tellement que nous opinons, selon qu'il peut servir à la cognoissance du cours proposé: à ceste fin ceste premiere distinction comprendra six propositions.

La premiere, de l'ordre des Cieux des planetes, suivant la position de terre mobile.

La deuxiesme, du mouvement local de la terre; & de sa direction Magnetique.

La troisiesme, de la direction Magnetique des deferans & Cieux des planetes.

La quatriesme, du lieu où la qualité de la direction Magnetique est située, laquelle tient ainsi la terre & les deferans des planetes.

La cinquiesme, qu'il n'appert pas necessairement, le Soleil estre au centre du Ciel des estoilles fixes.

La sixiesme, de l'admiration sans merveille de ceux qui posent la terre immobile.

PROPOSITION I.

Descrire l'ordre des Cieux des planetes, par position de terre mobile.

Les anciens suivans l'hypothese de terre immobile ayant supposé quelques epicycles, où les planetes se mouvoyent en un temps qui convenoit avec le residu, de l'excés du cours du Soleil sur le cours des centres des epicycles en leurs deferans, comme Saturne, Jupiter & Mars: & d'autres epicycles le cours des centres desquels, convenoit avec le cours du Soleil, comme a esté dit au premier livre; ce qui ne pouvoit pas estre vraysemblable au jugement d'autres, lesquels commençoyent à aprofondir ceste science de plus pres; ont recerché si l'on ne pouvoit pas oster ces epicycles, en posant que la terre se mouve en un cercle, & ont trouvé l'affirmative, comme tesmoignent plusieurs, que l'opinion a esté cy-devant que la terre se mouvoit, sans que leur description soit parvenuë jusques à nous depuis l'aneantissement du siecle-sage, ny és mains de *Ptolemée*, ou d'autres qu'on sçache, mais a esté perdue, comme aussi plusieurs autres choses semblables. Toutefois *Nicolas Copernique* est venu à faire quelque description de mesme, ou qui a grande convenance à la mesme hypothese, laquelle je mettray icy comme s'ensuit.

Dedans le Ciel des estoilles fixes, que *Copernique* pose fixe & immobile, sont disposez par ordre les Cieux de Saturne, Jupiter & Mars, puis de la terre faisant son circuit en un an naturel, & encor deux mouvemens locaux, comme sera declaré au deuxiesme chapitre suivant. duquel le diametre de son Ciel, n'a aucune raison per-

ceptible au diametre de celuy des estoilles fixes : à l'entour de la terre tourne la Lune en un eccentrique ; puis suivent les Cieux de Venus & Mercure (à l'entour du Soleil, qui comme centre du monde demeure fixe) aussi eccentriques, & les cours desdites planetes, & de la terre se font d'occident vers l'orient.

Pour plus ample declaration; Soit le poinct A le Soleil fixe, à l'entour duquel sont six cercles eccentriques, au premier desquels est Mercure B, au deuxiesme est Venus C, au troisiesme la terre D, à l'entour de laquelle se meut la Lune E ; & au quatriesme, cinquiesme & sixiesme sont Mars, Jupiter & Saturne F, G, H, tous sans epi-



cycles, puis en dehors est I le Ciel des estoilles fixes sur le centre A, qui est le Soleil, comme a esté dit.

Estant ainsi declaré simplement l'ordre susdit, sans demonstration, nous le declarerons maintenant plus amplement. La raison pourquoy Venus & Mercure sont dans la voye terrestre, est qu'on ne les voit jamais en opposition du Soleil, comme les autres, & que Mercure se meut au dedans de la voye de Venus, est que son eslongation du Soleil est moindre à celle de Venus, comme a esté dit au premier livre : & sont ainsi au dedans de la voye de la terre, pource que leur distance majeure de la terre est plus grande que le raid de la voye terrestre, comme sera monstré és calculations suivantes: & au contraire seroit impossible que les voyes de Saturne, Jupiter & Mars y soyent, veu qu'ils se trouvent bien en opposition avec le Soleil : La raison pourquoy on remarque celle de Saturne estre le plus loing, puis Jupiter, puis Mars, estre double ; est premierement parce qu'en conjonction de chaque d'eux, l'un eclipse l'autre, assavoir que le plus pres couvre le plus loing ; toutefois cela arrive rarement, & n'y a pas assez d'observateurs pour le remarquer. Secondement, que cela se peut mesurer posant la terre mobile (mieux que la posant immobile où telle chose demeure incognue) comme on mesure sur terre, quelle tour est la plus esloignée de nous, veu que les deux lieux differens, que la terre a en sa voye, sont comme deux stations, pour la base d'un triangle, lequel a à ses deux costez une raison fort perceptible, comme on verra en son lieu cy-apres. Touchant la raison du cours de la Lune, selon la figure; c'est qu'autrement elle seroit dehors la voye de la terre, comme Mars, Jupiter, ou Saturne ; ou dedans, comme Venus & Mercure : or elle ne peut pas estre dehors, car alors il n'y auroit aucune eclipse de Soleil ; dedans non plus, pour deux raisons; premierement, elle ne viendroit jamais en opposition du Soleil, comme ne font aussi Venus ny Mercure : Secondement, elle pourroit venir derriere le Soleil, tellement que les centres & l'œil du spectateur pourroyent estre en une ligne droite sans eclipse de Soleil, ce qui contredit à l'experience.

Les raisons pourquoy on croit que l'hypothese de terre mobile, est reele, & non pas de terre immobile, est telle ; Premierement, qu'on conclud, comme il apparoistra cy-apres, que les planetes tournent simplement en des cercles, sans supposition d'epicycle, & partant delaissez.

Secondement, que les astres qui font leur revolution plus lentement, ayent leur chemin plus grand ; & celles qui sont plus loing soyent plus tardives, est vray semblable mieux convenir que de faire que le Ciel des estoilles fixes, qui est plus esloigne, se tourne le plus viste, assavoir journellement un tour, & partant plus facile, que

la terre

la terre tourne plustost en un petit cercle, assavoir en son lieu, que non pas toutes ces estoiles ensemble, un si grand circuit.

Tiercement, puis que les planetes vont d'Occident vers l'Orient, ce seroit contre cest ordre que les estoiles fixes se mouvent d'Orient vers Occident, tellement qu'il est plus vray-semblable & plus simple, qu'il n'y ait qu'une façon & maniere de tourner.

Touchant ce qu'on estime la terre estre immobile pour sa pesanteur; il n'y a nulle apparence; car puis que la terre est notoirement une lumiere celeste, recevant sa clarté du Soleil, comme fait la Lune, ce n'est pas contre raison que la matiere de ces deux luminaires & aussi des autres estoiles retienne leurs matieres en un, chacune la sienne par une semblable proprieté, assavoir comme la matiere terrestre tend vers le centre de la terre, (autrement elle s'espardroit comme feroit un monceau de cendres en l'air) & encline à tirer vers iceluy, jusques à ce qu'elle en soit empeschée d'autre plus pres; & ainsi en faut-il dire des autres; & puis que cela ne les empesche pas de se mouvoir en leur cercle, de mesme en peut-il estre de la terre, comme il semble aussi que telle est l'opinion de *Copernique* au 9 chap. de son premier livre: Et si par exemple quelqu'un estant loing de la terre, voyant reluire la terre aussi bien que les autres, auroit-il raison de dire, qu'icelle est pesante plustost qu'une autre; & estre esmerveillé de ce qu'elle tourne, aussi bien que les autres estoilles? j'ay opinion que non.

Quant à l'objection de *Ptolemée* contre le mouvement de la terre, assavoir que les edifices & les tours renverseroyent, à cause de la rencontre de l'air; aussi que ce qui estant jetté en haut ne pourroit retomber au mesme lieu, ou pres de là, mais bien aussi loing que ce que la terre pourroit causer en outrepassant; cela ne peut pas subsister, d'autant que si on prenoit la mesme supposition, assavoir que l'air ne s'accommode avec la terre, le mesme inconvenient adviendroit en l'hypothese de terre immobile; en ce que l'air agité par le mouvement du premier mobile & de tout ce qui le suit, poussera aussi fort contre la terre immobile; que feroit la terre mobile contre l'air immobile: ce qui se peut entendre d'un baston à plomb, qu'on pousse de violence dans une eau dormante, & un autre aussi à plomb fiché dans le fond d'une riviere, dont la rapidité soit egale au poussement du precedent baston; où l'on jugera, comme de raison, que les deux bastons rencontrent l'eau egalement violente & rapide: dont s'ensuivroit semblablement, que ce qui seroit jetté en l'air, seroit emporté d'iceluy, aussi loing que le mouvement de l'air importe: ce qui n'advient pas; & partant l'air qui circuit la terre fait un Globe avec icelle lequel se meut avec la terre.

Conclusion. Nous avons donc descrit l'ordre des Cieux des planetes suivant l'hypothese de terre mobile, selon le dessein.

PROPOSITION II.

Declarer le mouvement que la terre fait en son lieu; & sa direction magnetique.

Joignant le cours de la terre de lieu en lieu, d'Occident vers l'Orient, fait un circuit par an, comme a esté dit en la premiere proposition, elle en a encor deux en lieu: l'un est le cours journel sur son axe d'Occident vers l'Orient; lequel est comme on diroit, d'une pierre à esguiser le fer tournant dans un navire vogant: assavoir que la pierre a mouvement de lieu en lieu par le navire, & un mouvement local sur son axe: l'autre cours (selon *Copernique* au chap. 11. de son premier livre) est, que cependant que la terre fait son cours annuel d'Occident vers l'Orient, elle en fait un autre en lieu au mesme temps au contraire, assavoir d'Orient vers l'Occident; tellement que par là l'axe demeure tousiours parallele, (ou ce qui est tout un) tire vers mesme lieu; comme si quelqu'un attachoit un festu au centre du carton d'une boussole, parallele à l'axe de la terre; & icelle boussole soit dans un navire, lequel circuise le fossé d'une ville ronde, il est notoire que la boussole estant emportée du navire aura circuit aussi le fossé de lieu en lieu, mais cependant ladite boussole fera un tour de l'autre costé, contre le cours du navire; tellement que telle partie que le navire aura fait de son circuit, telle partie la boussole aura-elle fait de son circuit de l'autre costé, demeurant par ce moyen ledit festu tousiours parallele à l'axe de la terre; & le mesme s'entendra du cours de la terre en sa voye, laquelle tourne cependant un tour de l'autre costé en lieu, tenant ainsi l'axe vers un mesme lieu: Et je pense que c'est le vray sens de ce que dit *Copernique*, joinct une figure audit 11 chap. de son premier livre: mais d'autant que ce mouvement ainsi dit de luy simplement sans aucune raison naturelle, ny demonstration, a esté cause que je ne pouvois de long temps digerer ces deux cours en mesme temps, comme on fait des roüages d'horloges, d'autant que c'est une chose par trop racommodée; toutefois il devoit estre tel pour convenir au reste: finalement est venu en lumiere un livre de *Guillaume Gilbert*, [*De magno magnete Tellure*] du grand Aymant terrestre, où il me semble que ce mouvement est à descouvert, & est bien declaré: dont la somme est telle. On trouve sur la terre tant de pierres d'Aymant, en si grande quantité, & d'autre matiere de force Aymantine, (comme sont les montagnes de mines de fer qui sont en grande quantité de tous costez, & ont mesme nature d'attraction) qu'elle est comme une seule pierre d'Aymant semblable en proprieté, comme les pierres d'Aymant tournées en Globe, lesquelles enfermées dans du liege aussi en forme de Globe, & les mettant dans l'eau, figurent la terre suspendue en l'air, car alors elles disposent leur axe parallele à celuy de la terre, les poles chacun vers le sien: D'avantage si sur icelles on met des petites boussoles comme sont les quadrans solaires portatifs, on trouve que l'Aymant a telle proprieté comme la terre, touchant les declinaisons de l'aiguille, eslevations & mouvemens d'icelle; ce qui a monstré la cause aussi de ladite declinaison de l'aiguille du Nord, qui a tant esté recerchée; car si on fait des fosses en l'Aymant & qu'on ne mette pas la boussole droit au milieu, (où elle pourroit monstrer le vray Nort) mais pres l'un des bords, comme vers l'Occident, alors elle declinera vers l'Occident; & vers le bord Oriental, elle declinera vers l'Orient; & veu que la terre est aussi une telle sphere Aymantine, ayant des profondeurs en la mer, ou au milieu arriere de la terre, ne decline du Nort comme entre l'Amerique & l'Europe, mais de là vers l'orient du costé de l'Europe elle decline vers l'Orient; & de l'autre costé, vers l'Occident: La mesme raison se trouve vers les grands Promontoirs, comme le Cap de bonne Esperance & plusieurs autres, desquelles choses l'Autheur descrit plusieurs exemples au dernier chap. de son quatriesme livre.

La terre ayant donc ceste vertu Magnetique, il faut que son mouvement susmentionné se face de necessité par telle vertu, (assavoir le mouvement d'Orient vers l'Occident, en un an un tour.)

Jusqu'icy ceste vertu Magnetique a esté nommée un mouvement, mais pour en dire mon opinion, je trouve estre plus expedient de l'appeller direction ou retension Magnetique, pour ces raisons : J'ay dit cy-dessus que les mouvemens celestes qu'on suppose egaux, & qui conviennent ensemble, ne me venoyent à gré, comme n'estans ainsi vray-semblables, accordans à la nature: toutefois quelqu'un pourroit objecter ces deux mouvemens terrestres egaux dessusdits; ce qui n'a esté dit que pour faire plus ample declaration de tout, mais à mon advis c'est mieux dit de l'appeller direction, ou retension Magnetique, comme a esté dit de la boussole qu'on fait tourner à l'entour d'une ville ronde; car ainsi le faut-il entendre du mouvement de la terre en sa voye: tellement que ce que j'ay nommé jusques à present le deuxiesme mouvement en lieu, je le dis estre maintenant (selon le contenu de la proposition) sa direction Magnetique, comme signifiant assez qu'icelle terre dirige ainsi par la vertu Magnetique son axe tousiours parallele en l'un & l'autre lieu de sa voye, ce qui se doit retenir pour les choses suivantes: Notez aussi que si on le nommoit mouvement, que ce seroit contre l'ordre des signes, ce que je ne remarque estre fait, en pas un autre Ciel.

Conclusion. Nous avons donc declaré le mouvement de la terre en lieu, & sa direction Magnetique, selon le requis.

Proposition III.

Declarer la direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Cieux ou orbes.

Ceste proprieté de direction Magnetique n'est pas seulement en la terre, comme dit est, mais aussi (ce qui servira d'approbation de l'autre) en son deferant, comme il appert par l'apogée du mesme, lequel à cause du cours du Ciel de Mars (où est enfermée la terre & son deferant) devroit faire aussi un tour par an, ce qui toutesfois n'advient, comme l'experience le monstre: car on trouve que plusieurs années se passent devant que parfaire un degré, quasi comme s'il estoit fixe, d'où se conclud que la terre n'est pas seulement dirigée Magnetiquement, mais aussi sa voye entierement: voire que pour semblables raisons, le mesme advient és deferans des autres planetes, desquels les apogées ne reçoivent aucun mouvement des Cieux qui les environnent, ainsi qu'il appert manifestement au deferant de Mercure, duquel l'apogée devroit se mouvoir (à cause du mouvement du deferant de Venus) fort vistement, à chaques 225 jours un tour, & tant plus vistement que pourroyent causer les autres deferans d'alentour, ce qui n'avient pas veu que l'apogée de Mercure se meut aussi lentement que les autres tous.

Faut aussi sçavoir que telle direction Magnetique n'est pas seulement aux deferans plats des planetes, comme a esté dit, mais aussi aux Globes celestes entiers (qu'on appelle orbes) où ils sont portez, tellement que leurs axes (comme a esté mentionné en la deuxiesme proposition de l'axe de la terre) sont dirigez tousiours vers un mesme lieu : car si ceste direction n'estoit pas, les deux poles de l'orbe qui porte la terre, ne demeureroyent pas en mesme lieu, mais descriroyent un cercle tel que la declinaison du deferant de la Lune le pourroit causer: Ou pour dire autrement, la terre ne demeureroit pas tousiours sans latitude, dans le plan qu'on nomme l'ecliptique, mais quelquefois telle grande latitude que celuy de Mars a; & de mesme le faut-il entendre des orbes des autres planetes, comme de celuy de la terre, entre lesquels celuy de la Lune a une direction Magnetique fort remarquable, d'autant que son apogée ne reçoit aucune alteration du cours annuel de l'orbe qui conduit ou porte la terre : Aussi qu'au cours en latitude des planetes de dessous, s'ensuivroit un dereglement; causé par le meslange des diverses latitudes des deferans des planetes qui sont au dessus: Ce qui n'advient pas (comme il apparoistra mieux par la description suivante, de l'ordre simple qu'ils tiennent au mouvement en latitude) & partant faut conclurre que telle direction est non seulement aux deferans des planetes, mais aussi à leurs orbes.

Notez encor cecy, que si on vouloit suivre l'ordre de la description des Cieux des planetes, que *Copernique* en son premier livre chap. 11. fait en la description de la terre, icy mentionnée en la deuxiesme proposition, on devroit dire cecy : que puis que le Ciel de Jupiter fait son circuit trente-annéen, d'Occident vers l'Orient, qu'il reçoit du Ciel de Saturne, il fera aussi cependant, & au mesme temps, contre le susdit cours, un tour en lieu d'Orient vers l'Occident; tellement que par ce moyen son axe se tient & est dirigé vers un mesme lieu. Mais il me semble que pour les raisons susdites, qu'il est plus intelligible & naturel de nommer cela une direction Magnetique, que mouvement; qui plus est, il faudroit dire du mouvement des planetes de dessous, comme je prens de Mercure, d'avantage que du mouvement de Venus, veu que ce seroit la somme des mouvemens des autres planetes qui sont au dessus.

Finalement, je diray encore, que du passé j'estois en suspens sur ceste matiere; tenant d'un costé pour regle generale, que tout comprins doit suivre la voye du comprenant, d'où s'ensuivroit que le cours de chacune planete viendroit du meslange des cours des autres planetes qui sont au dessus: & d'autre costé, je voyois advenir le contraire : cecy me faisoit douter, assavoir-mon si les Orbes n'estoyent contigus les uns aux autres, mais errans par l'air, comme les oyseaux à l'entour d'une tour, sans que son mouvement attienne à celuy de l'autre; contre quoy d'autres raisons me reprenoyent : mais estant venu à la cognoissance de la proprieté susdite, que je nomme direction Magnetique, ces doutes prindrent fin.

Conclusion. Nous avons donc declaré la direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Orbes, selon le requis.

Proposition IV.

Dire touchant le lieu des attractions, qui dirigent la terre, les deferans & les Orbes des planetes, en leurs dispositions.

Les vertus qui tiennent & dirigent la terre, les deferans, & les Orbes des planetes, (lesquelles vertus se pourroyent nommer Aymans par comparaison) semblent estre hors des Cieux des planetes, excepté du deferant de la Lune: car par exemple, si on mettoit une pierre d'Aymant dans la quaisse de la boussole, & faisant tourner la quaisse, l'aiguille ne monstrera pas tousiours un mesme costé, mais bien tousiours vers l'Aymant, pource qu'elle tourne avec: De mesme aussi si la vertu attrayante, laquelle tient la terre & son Orbe entier en telle disposition, estoit dans sa quaisse (qui est l'Orbe de Mars) & tournée dans icelle, alors l'apogée du deferant de la terre recevroit le cours de Mars, assavoir en deux ans une revolution: Mais pource qu'il n'en est pas ainsi, on pourra conclurre que la vertu attrayante la terre n'est dans l'Orbe de Mars, ny pour les mesmes raisons en pas une des autres planetes : Mais d'autant que leurs apogées

gées tirent tousiours vers un mesme costé entre les estoiles fixes, comme l'on observe, suivant le cours tres-lent d'icelles, on tiendra pour chose certaine, que telles vertus sont en la quaisse, ou Ciel des estoiles fixes : & ce non seulement de la terre & de son Ciel, mais aussi de tous les autres Cieux des planetes, excepté la Lune, comme dit est ; l'apogée du deferant de laquelle fait un tour en neuf ans, par la 9 proposition du premier livre, & partant sa vertu attrayante, est en un lieu plus bas, comme dans la quaisse ou Ciel environ, entre Mars & Jupiter. Et puis que je suis en ceste matiere, je diray encore cecy : c'est qu'ayant trouvé le cours propre de l'apogée du deferant de la Lune, estre non pas 6 ① 41 ② par jour, selon l'ordre des signes, comme on conclud estre ainsi en l'hypothese de terre immobile, mais bien 52 ① 27 ② par jour, contre l'ordre des signes en l'hypothese de terre mobile ; comme on verra en son lieu, je trouvay estrange que ceste hypothese propre amenoit ainsi quelque cours contre l'ordre des signes: Mais considerant puis apres que sa vertu attractive estoit en un autre Ciel, faisant sa revolution environ en neufans, comme dit est, selon l'ordre des signes, j'apperceus que cecy n'estoit pas contre la regle, mais que tout tournoit d'Occident vers l'Orient, & que telle apparence avoit sa raison.

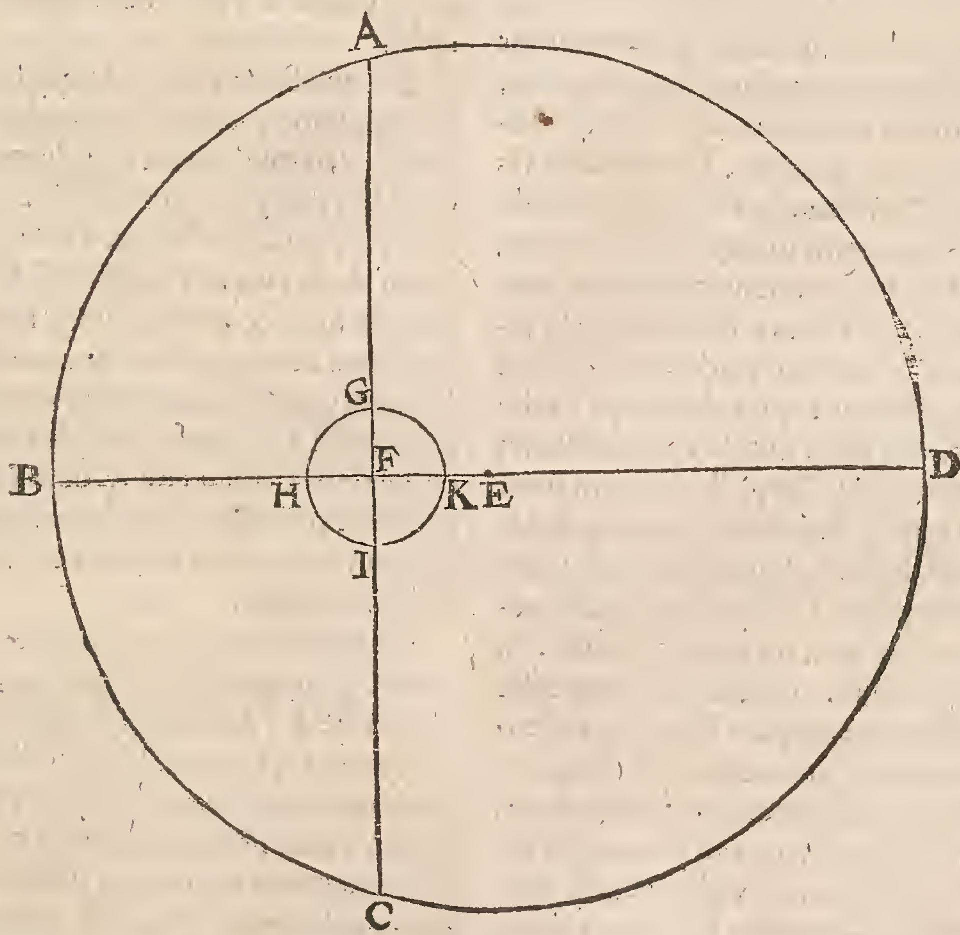
Conclusion. Nous avons donc parlé du lieu des vertus attractives, lesquelles tiennent la terre, les deferans, & Orbes des planetes en leurs directions Magnetiques, selon le requis.

PROPOSITION V.

Declarer comment il n'appert de necessité que le Soleil soit le centre du Ciel des estoiles fixes ; mais que pour bonne raison on l'y suppose estre.

Tout ainsi qu'il est besoing de choisir sur le Globe de la terre un demy-meridien, afin que tous ceux qui traictent de la Geographie prennent en commun entr'eux un tel commencement de longitude, dequoy a esté parlé en la 4 definition du premier livre de la Geographie ; de mesme est-il de besoing en l'Astronomie, de prendre & choisir un certain poinct pour estre appellé le centre, entre ceux qui en traictent ; comme en la supposition de terre immobile, on prend bien à propos la terre pour estre au centre du Ciel des estoiles fixes, car lors qu'on conclud que ledit Ciel tourne alentour de son centre, il faut que la terre soit sur iceluy, autrement on n'auroit pas la moitié du Globe des estoiles sur l'horizon, ce qui repugne à l'experience, comme declare *Ptolemée* au 5 chap. de son premier livre.

Touchant le centre du monde en l'hypothese de terre mobile, il vient à propos de prendre que le Soleil y soit, pource qu'il est assez bien le centre des cercles descrits par les apogées des deferans des planetes, mais de dire qu'iceluy soit le centre du Ciel des estoiles fixes, je pense que cela est indemonstrable. Soit à ceste fin A B C D le Ciel des estoiles fixes, son centre E, par où est mené le diametre B E D, & A C perpendiculaire sur iceluy, le coupant en F, hors le centre E, & du poinct F,



comme centre, soit descrit un cercle G H I K ; ce qu'estant ainsi, il appert que combien que l'arc A B C soit moindre à C D A, toutefois pource que le cercle G H I K demeure tousiours en mesme lieu, & qu'aussi le cercle A B C D est fixe, il semble que ces arcs soyent demicercles, estans veus du centre F du deferant de la terre, comme aussi A B, ou l'angle A F B 90 degrez ; & de mesme estant veu de la terre en chacun lieu de la circonference G H I K, pource qu'il n'y a aucune raison perceptible du diametre H K au raid B E, ou à B H ; on pourroit dire que puis que l'Orbe entier de la terre G H I K n'est qu'un poinct en comparaison du Ciel des estoilles fixes, qu'on ne peut demonstrer que le Soleil en soit le centre, plustost que l'apogée du deferant de la terre, ou qu'aucun autre poinct en iceluy deferant : voire on peut estimer que le Ciel de Saturne n'est qu'un poinct en comparaison du Ciel des estoiles fixes, pour ces raisons : son diametre est environ neuf-fois le diametre du deferant de la terre, comme on verra en la proposition de ce troisiesme livre : d'où s'ensuit que les estoiles fixes, veuës du deferant de Saturne auront une parallaxe, ou prostapherese, neuf-fois plus grande que celle qui est veuë du deferant de la terre, qui est neuf-fois une grandeur imperceptible, laquelle est aussi imperceptible, ou bien de nulle consequence : & partant puis que le Ciel de Saturne n'est qu'un poinct au pris du Ciel des estoiles fixes, chacun poinct en iceluy pourra estre pris pour centre du Ciel des estoiles fixes, sans

pouvoir remarquer aucune eccentricité ; & par consequent ne semble pas demonstrable le Soleil estre le centre, plustost qu'aucun poinct au deferant de Saturne.

Touchant ce que *Copernique* dit en son premier livre chapitre 10, que l'on ne pourroit mieux poser ceste lampe en si beau temple qu'au centre d'iceluy, afin d'illuminer le tout ensemble ; ce sont bien des raisons naturellement pregnantes, mais non pas demonstrations Mathematiques ; & ainsi on pourroit dire de tout autre poinct, comme je prens le centre du deferant de la terre pour le centre du Ciel des estoiles fixes, posant que le Soleil face un circuit à l'entour, dont le raid soit egal à l'eccentricité du deferant de la terre, & là dessus fonder le cours du reste ; ce qui se pourroit faire sans erreur ; mais il est plus facile & commode d'y poser le Soleil, comme centre du firmament, tant pour declarer la convenance des hypotheses de terre mobile & immobile, comme on verra cy-apres, que pour autres subjects qui se rencontrent, lesquels en sont d'autant plus faciles & intelligibles.

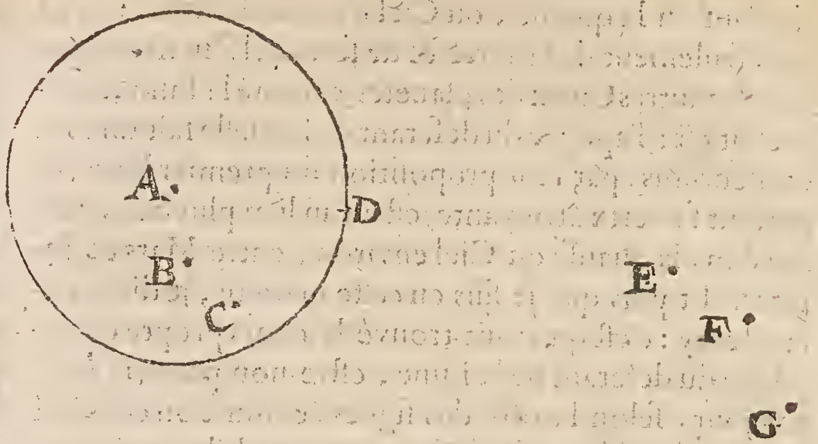
Conclusion. Nous avons donc declaré, qu'il n'appert pas que le Soleil soit de necessité le centre du firmament, mais que pour bonnes raisons il est choisi estre tel, selon la proposition.

Proposition VI.

Dire des admirations sans merveille de ceux qui supposent la terre immobile.

La pluspart de ceux qui entendent & tiennent pour certain la description du cours des planetes de *Ptolemée*, s'esmerveillent de plusieurs proprietez qu'ils y remarquent : Premierement, que Saturne, Jupiter & Mars en l'opposition du Soleil sont tousiours au plus pres de la terre, & en conjonction au plus loing. Secondement, que leur cours en l'epicycle convient tousiours avec l'excés du cours du Soleil, sur le cours du centre de l'epicycle. Tiercement, que le contraire advient à Venus & Mercure ; car leur cours en l'epicycle n'a pas telle convenance avec le Soleil, mais que le cours de leurs centres d'epicycle y convient : Ce qu'ils tiennent pour une marque singuliere que le Soleil est le principal des planetes, & comme leur Roy, ils semblent vouloir accommoder leurs cours au sien : lesquelles choses adviennent estans fondées sur une theorie erronnée, en l'hypothese de terre immobile. Et d'autant que ceste matiere a grand rapport avec ceux qui n'estans accoustumez de naviguer, attribuent le mouvement de leur navire aux autres, comme lors qu'ils en rencontrent un, estans en bas dans le navire sans voir eau ny terre, s'esmerveillent comment un tel navire va beaucoup plus viste que le leur : Ou bien leur navire faisant un tour, disent que l'autre (lequel possible est coy,) fait un circuit à l'entour d'eux ; je prendray cecy par exemple pour declarer ceste matiere.

Soyent sept poincts A, B, C, D, E, F, G, sept navires en mer, A l'Admiral à l'anchre, & D circuisant continuellement un cercle, qui comprent au dedans de soy les trois navires A, B, C, & non pas E, F, G ; soit aussi quelqu'un en D, comme spectateur ; lequel, selon qu'il a esté dit cy-dessus, s'imaginera qu'il est coy, & que les autres tournent irregulierement à l'entour de luy ; ainsi que s'esmerveillant comme les mentionnez, dira qu'à chacune fois que l'un des trois navires E, F, G, vient en droite ligne par luy, vers l'Admiral, alors



qu'iceluy navire est au plus pres de luy : & au plus loing, estant en droite ligne de l'autre costé de l'Admiral A, combien que leurs cours soit desreiglé : Concluant de là que chacun des trois navires tourne encor en un plus petit cercle, par le moyen duquel ils s'approchent & s'esloignent de luy, s'esmerveillant d'abondant comment leur cours s'accorde & convient en quelque façon avec celuy de l'Admiral : Semblablement que les deux navires C, B, tiennent aussi une regle avec l'Admiral, toutefois contraire aux autres precedens, assavoir que le circuit du plus grand cercle qu'ils font à l'entour de D, est egal en temps au circuit de l'Admiral, dit en outre que c'est un signe qu'ils sousmettent leurs cours à celuy de l'Admiral comme leur principal.

Ce qu'estant ainsi, & qu'un Matelot experimenté le reprenant, & luy responde qu'il s'esmerveille sans cause, veu que son navire, lequel il estime & s'imagine estre coy, est celuy qui circuit continuellement les trois A, B, C, d'où s'ensuit qu'il est autant de fois entre l'Admiral A, & l'un des trois E, F, G, que cestuy-là est plus pres de luy ; & au plus loing, lors que A est entre deux : aussi que ces navires ne tournent pas en petits cercles, & autres cours semblablement fingez, qui les fait approcher & esloigner, non plus que B, C, en tels cercles convenans au cours de A, comme il estime : mais qu'on pourroit prendre pour chose contre nature, que ce qui apparoit estre tel à un non experimenté, ne soit en effect autrement.

De mesme en pourroit dire un Astronome experimenté à un apprentif ; changeant seulement les noms, au lieu de A l'Admiral soit le Soleil, & B, C, Mercure & Venus, D, la terre, E, F, G, Mars, Jupiter & Saturne, selon qu'il a esté dit cy-devant, le reprenant de ce qu'il s'esmerveille pour rien ; & ce qui s'ensuit.

Finalement on trouve plusieurs difficultez en l'hypothese de terre immobile, en matiere de mouvement de latitude des cinq planetes de mineure apparence, ce que la plusspart admire ; ce qui est trouvé simple par l'hypothese de terre mobile, veu que les deferans sont obliques à l'ecliptique, comme celuy de la Lune : d'où l'on peut facilement trouver la maniere de calculer les latitudes, comme on verra cy-apres. Voila touchant les choses esmerveillables sans merveilles de ceux qui posent la terre immobile.

Jusques icy a esté traicté de la qualité des Orbes des planetes : s'ensuit de leurs mouvemens, & premierement en longitude.

DU

DU MOUVEMENT DE LONGITUDE.

DEUXIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

Du mouvement propre de la terre, & apparant du Soleil.

SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

Apres 4 definitions, suivront 4 propositions; dont la premiere, qui est la septiesme en l'ordre, sera du mouvement de la terre en son deferant, qu'on appelle ecliptique.

La seconde, qui est la huictiesme en l'ordre, sera que le Soleil a mesme apparence en longitude, en l'ecliptique, mesme distance de la terre, & mesme prostapherese, en l'hypothese de terre mobile, qu'à l'autre de terre immobile.

La troisiesme, qui est la neufiesme en l'ordre, que le perigée du deferant de la terre a mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypothese de terre immobile.

La quatriesme, ou la dixiesme en l'ordre, que la terre met autant de temps à parcourir le premier demicercle de son deferant, que le Soleil en la position de terre immobile: & que la terre se meut en longitude de mesme, & avec les mesmes prostaphereses que le Soleil, en l'autre position de terre immobile.

DEFINITION I.

Hypothese de terre mobile, est lors que l'on presuppose la terre se tourner à l'entour du Soleil, comme centre du Monde, de mesme mouvement & au mesme Orbe, que le Soleil est supposé en l'hypothese de terre immobile.

ALB. GIRARD.

Pour briefveté nous nommerons doresnavant hypothese propre, celle de terre mobile.

DEFINITION II.

Mouvement de la Lune, selon l'hypothese de terre mobile, est lors qu'on la pose se tourner à l'entour de la terre mobile, de mesme qu'en l'autre hypothese, à l'entour de la terre immobile.

DEFINITION III.

Si l'on pose que le deferant de la terre soit egal à l'epicycle de Saturne, Iupiter, & Mars, & que ces planetes soient posées, non pas se mouvoir en epicycles, mais en deferans, ausquels se mouvoyent les epicycles; tels mouvements d'iceux, sont dits estre selon l'hypothese de terre mobile.

DEFINITION IV.

Si le deferant de la terre est posé egal aux deferans de Venus & Mercure; & qu'icelles planetes se mouvent en epicycles dans le grand Orbe de la terre; tels mouvemens d'iceux sont dits estre selon l'hypothese de terre mobile.

PROPOSITION VII.

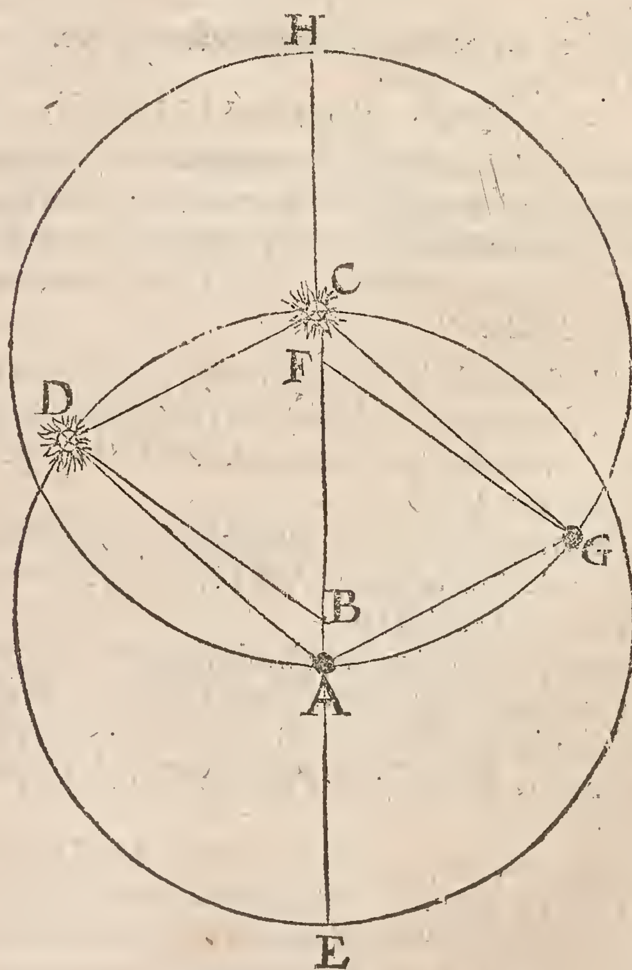
Trouver le cours de la terre en son deferant, sur le temps donné.

Les reliques des Anciens qui sont parvenuës jusques au temps de *Ptolemée*, tesmoignent qu'ils ont eu entr'eux ceste coustume, de descrire l'observation des mouvemens des astres par le mouvement journalier, ou (ce qui revient à un) par le mouvement d'iceux à l'interval de temps donné, qu'ils ont trouvé par leurs observations: & pource que telle coustume est fort raisonnable, je commenceray de mesme ce troisiesme livre selon l'hypothese de terre mobile, comme a esté fait aussi au premier livre, en l'autre hypothese. Or il faut sur tout noter icy, qu'on attribue bien un autre mouvement aux planetes, qu'à l'hypothese impropre: mais à la terre on luy donne le mesme, qu'on donnoit au Soleil, comme (en la troisiesme proposition du premier livre) de 59 (I), 8, 17, 13, 12, 31, chacun jour, laquelle fait une revolution entiere par an. Voila donc touchant le cours de la terre en son deferant.

THEOREME. PROPOSITION VIII.

Le Soleil a en apparence la mesme longitude ecliptique, la mesme distance & prostapherese, qu'en l'hypothese impropre.

Le donné. Soit A la terre fixe selon l'hypothese impropre, AB eccentricité du Soleil, qui est selon *Ptolemée* 417, de telles parties que le raid BC en contient 10000: or du centre B & BC interval soit fait un cercle pour le deferant du Soleil CDE, & prolongée CA, au perigée E & apogée C, & le Soleil soit venu de C en D.



Mais selon l'autre hypothese, la terre soit esmeuë de A, & le Soleil soit ferme en C, & soit CF egale à l'eccentricité AB, & du centre F, interval FA, (egal à BC) soit descrit le cercle AGH, deferant de la terre; dont H est l'apogée, & A perigée, d'où la terre se mouvant soit parvenuë en G, ainsi que les arcs AG, CD soyent egaux; puis soyent menées les six lignes AD, GC, CD, GA, BD, GF.

Le re-

Le requis. Il faut demonstrer que le Soleil fixe en C, veu de la terre meuë G, a la mesme longitude en l'ecliptique, que le Soleil meu en D, de la terre fixe A.

DEMONSTRATION.

Premierement je prendray ce qui est hors de controverse, A la terre, & C le Soleil, au temps qu'ils sont en leur apogée (tant en l'une qu'en l'autre hypothese) alors le Soleil est veu au mesme, & à la mesme distance : ce que je demonstreray advenir aussi aux autres lieux. Car puis que les arcs C D & A G sont egaux, les triangles B C D & F A G seront isosceles pareils, & partant C D A G sera parallelogramme, qui fait que le Soleil fixe sera veu de la terre meuë G, au mesme lieu, & de la mesme distance, que le Soleil meu D, de la terre fixe A: pource que la grandeur de A G, est de raison imperceptible, (voire tout le diametre du grand Orbe,) au diametre de celuy des estoiles fixes: Quant à la prostapherese, elle est egale, puis que l'arc C D est autant plus en degrez, que l'angle C A D; que l'arc A G, de l'angle G C A ; pource que les angles B D A & C G F sont egaux; donc les prostapherefes (qui sont icy apherefes) seront egales.

Conclusion. Le Soleil donc a en apparence la mesme longitude, & mesme distance & prostapherese qu'en l'hypothese impropre. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION IX.

LE perigée du deferant terrestre obtient la mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypothese impropre.

Le donné. En la figure precedente, on voit que H perigée du deferant terrestre, obtient la mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée C du Soleil en l'hypothese impropre.

Conclusion. Le perigée donc du deferant, &c.

THEOREME. PROPOSITION X.

LOrs que le Soleil en l'hypothese impropre converse en l'apogée, ou au premier demicercle de son deferant; la terre en l'hypothese propre sera en son apogée, ou conversera au premier demicercle aussi, & aura la mesme longitude, & prostapherese en son deferant que le Soleil.

Soit à la figure de la 8 proposition, où l'on voit que la terre en l'hypothese propre est en l'apogée de son deferant A, au mesme temps que le Soleil en l'apogée C de son deferant C D E.

Aussi est manifeste que la terre converse au premier demicercle de son deferant A G H, en mesme temps que le Soleil au sien C D E.

D'avantage, la mesme longitude que le Soleil D obtient en son deferant C D E; dont la mesure est C D, la mesme obtient aussi la terre G en son deferant AGH, dont la mesure est A G ; car par le donné il est egal à C D.

Finalement, autant que contient la prostapherese A D B (qui est apherese) du Soleil D en son deferant C D E, autant contient aussi la prostapherese CGF (qui est aussi apherese) de la terre G en son deferant A G H.

Conclusion. Lors donc que le Soleil en l'hypothese impropre converse en l'apogée, &c.

COROLLAIRE.

Veu que la terre en l'hypothese propre, obtient tousjours en son deferant un lieu semblable, que le Soleil en l'hypothese impropre, en son deferant ; il s'ensuit que comme par les trois lieux du Soleil, qu'on prend en son deferant pour trouver son eccentricité, ainsi par trois tels lieux semblables, on trouvera l'eccentricité du deferant terrestre, laquelle pour ceste cause sera egale à celle du deferant du Soleil, l'equation des jours, & les choses en somme de mesme genre, egales, lesquelles sont descrites & supputées au deuxiesme livre selon l'hypothese impropre ; & sera dit cy-apres comment il est plus commode de prendre ceste hypothese impropre, pour les calculations qu'autrement.

TROISIESME DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

Du mouvement de la Lune en longitude, selon l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE TROISIESME DISTINCTION.

Elle contiendra deux propositions ; dont la premiere, qui est l'onziesme en l'ordre, sera, comment au temps donné on pourra trouver l'apogée du deferant de la Lune & des nœuds, par voye Mathematique, sur l'hypothese propre.

La seconde, qui est la douziesme en l'ordre, comment la Lune a la mesme longitude en l'ecliptique, & la mesme distance de la terre, qu'en l'hypothese impropre.

PROPOSITION XI.

SVr un temps donné trouver le cours de l'apogée du deferant de la Lune, & des nœuds, selon l'hypothese propre.

1 *Exemple, de l'invention du moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire.*

Le donné. Soit le temps d'un jour.

Le requis. On requiert de combien sera le moyen mouvement de l'apogée, selon la longitude apparante de l'ecliptique en l hypothese de terre mobile.

CONSTRVCTION.

Le moyen mouvement de la terre, par la troisiesme proposition du premier livre (car pour les raisons jà deduites cy-devant on prendra celuy du Soleil) est de	o deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
D'iceluy osté le moyen mouvement de l'apogée du deferant, (lequel est en l'hypothese impropre selon l'ordre des signes le long de l'ecliptique apparemment) qui est par jour par l'onziesme proposition du premier livre, de	o deg. 6. 41. 2. 15. 38. 31.
Restera pour le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre l'ordre des signes,	o deg 52. 27. 14. 57 34.

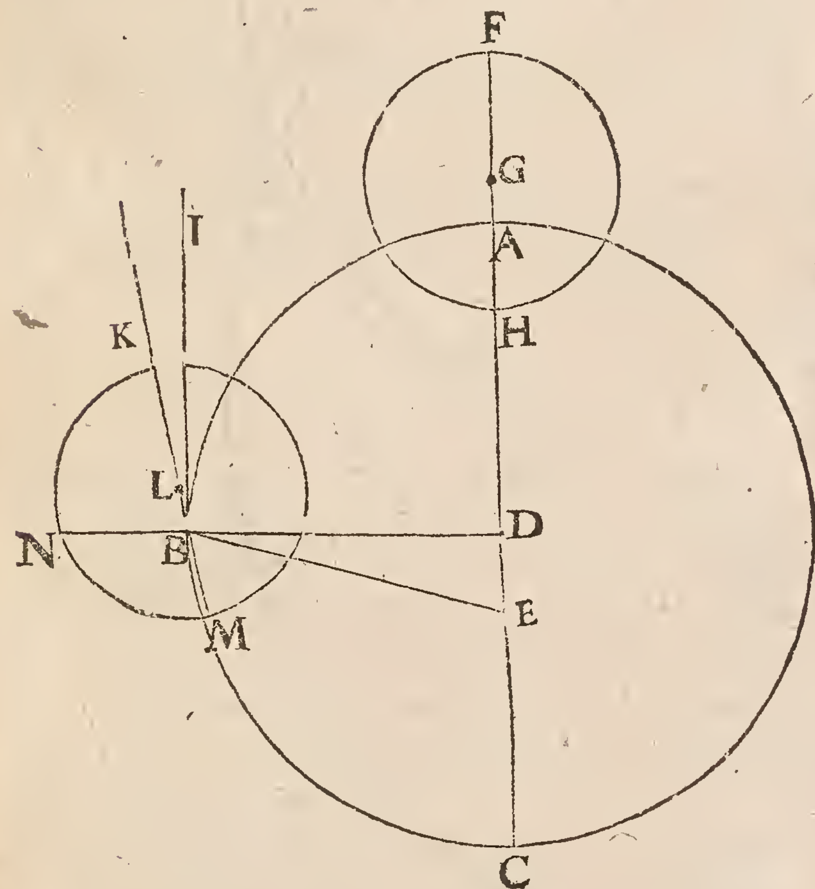
Cest exemple a esté du mouvement journalier, d'où appert la difference de ce mouvement naïf, d'avec l'imaginaire de l hypothese impropre, plus clairement qu'avec ún temps plus long où il eschoit plusieurs revolutions, lesquelles se doivent soustraire: mais d'autant que l'arc du mouvement diurne est trop petit pour la commodité de la demonstration, je prendray un temps plus long, comme de 90 jours.

Auquel temps par la troisiesme proposition du premier livre, le moyen mouvement de la terre sera de 88 deg. 42.

Duquel osté le moyen mouvement de l'apogée du deferant (selon l'ordre des signes en l'hypothese impropre) lequel est par l'onziesme proposition du premier livre, de 10 deg. 2.

Restera le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre la succession des signes au temps donné de 90 jours 78 deg. 40.

Preparation de la demonstration. Avant que venir à la demonstration speciale du mouvement, faut noter pour regle generale, que le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, (comme iceluy a esté observé par nous en l'ecliptique,) est composé du sien & du mouvement du centre terrestre, lesquels il faudra distinguer, afin de declarer plus amplement par la theorie les loix des mouvemens. Si nous donnons au mouvement diurne de l'apogée lunaire 6 ① 42 ② en antecedence, voire en l'hypothese propre; alors ny la figure, ny le calcul n'accorderont avec la verité. Ce qu'estant cognu, soit A B C le cercle deferant le centre de la terre, son cen-



tre D, le Soleil E, & la ligne D E produite, monstrera l'apogée A, & le perigée C: puis posant premierement la terre en A, prolongeant D A en F, & marquant le poinct G en A F, soit descrit sur iceluy, comme centre, & F H diametre, le cercle deferant la Lune, duquel F est apogée. Puis en 9 jours le centre de la terre soit parvenu de A en B, auquel temps par la construction son moyen mouvement est de 88 deg. 42 ① pour l'angle A D B: & puis B I parallele à D A, soit B K inclinée, ainsi que l'angle I B K soit egal au mouvement moyen de l'apogée du deferant lunaire, és 90 jours susdits en antecedence, autant qu'il s'est meu selon la longitude apparante de l'ecliptique, qui est 10 degr. 2 ① par la construction: & prenant L en B K, ainsi que B L soit l'eccentricité, duquel L, comme centre, soit descrit le deferant KM, tellement que K est apogée & M perigée, & soit continuée D B en N.

Demonstration.

Si l'apogée F n'avoit aucun mouvement, il se trouveroit estre en la ligne D B N de necessité, mais il s'est meu en arriere, en K, car nous luy avons attribué ce lieu en la construction; & partant faut demonstrer que l'angle N B K vaut les susdits 78 deg. 40 ①, dont voicy la raison. Veu que B I est parallele à D A, afin que de B, par I, on voye le mesme poinct en l'ecliptique, que de D par A (car la raison du grand Orbe à la sphere des estoilles fixes est imperceptible) alors l'angle I B N sera egal à A D B, c'est 88 deg. 42 ①, duquel osté l'angle K B I de 10 deg. 2 ①, par la construction, restera N B K 78 deg. 40 ①. Parquoy en l'espace de 90 jours, esquels la terre s'est meuë de A en B en consequence des signes; cependant l'apogée de son propre mouvement a fait l'amplitude de l'angle N B K en antecedence, c'est 78 deg. 40 ①, comme il falloit demonstrer.

2 Exemple, du mouvement des nœuds ecliptiques.

On donne le temps d'un jour.

On requiert le moyen mouvement des nœuds ecliptiques, selon la longitude apparante de l'ecliptique, en l'hypothese propre.

Constrvction.

Le moyen cours de la terre par la troisiesme proposition du premier livre, est en un jour de 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Auquel adjousté le moyen mouvement des nœuds de l'ecliptique, lequel est à l'hypothese impropre, en antecedence des signes faisant journellement par l'onziesme proposition du premier livre, 0 deg. 3. 10. 41. 15. 26. 7.

La somme sera le mouvement moyen requis des nœuds contre l'ordre des signes 0 deg. 2. 18. 58. 28. 38. 38.

Dont la demonstration est manifeste par celle du premier exemple.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un temps donné le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, & des nœuds, &c.

Corollaire.

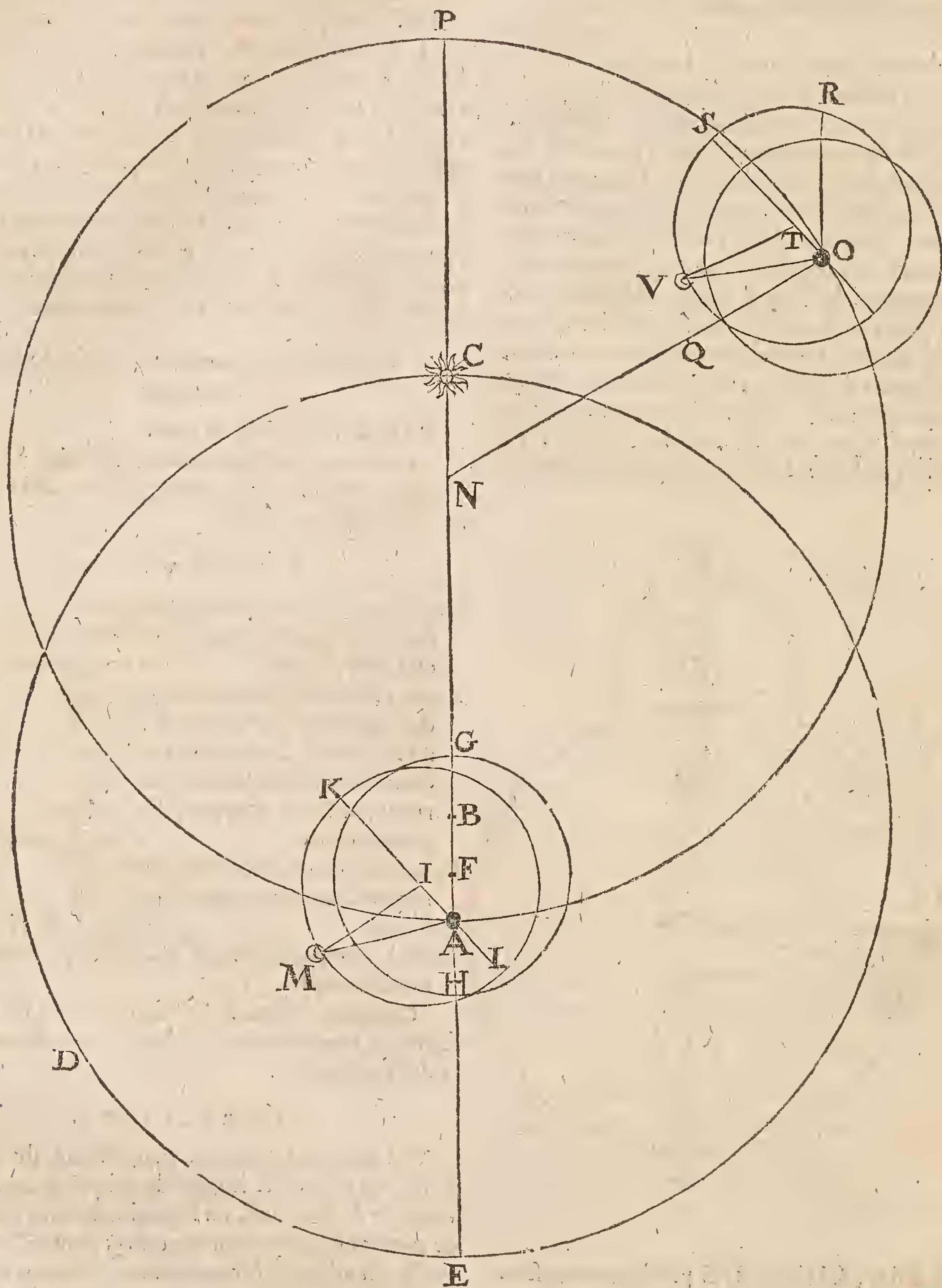
Veu que par l'onziesme proposition du deuxiesme livre, on trouve la longitude ecliptique apparante de l'apogée du deferant, en l'epoche donnée: il sera facile de trouver la mesme sur un temps donné; car si à l'epoche on adjouste le mouvement au temps donné, selon les preceptes de ceste proposition, & de surplus audit temps le mouvement de la terre, ce qui viendra sera le requis. Et de mesme maniere des nœuds ecliptiques.

Theoreme. Proposition XII.

La Lune selon l'hypothese propre à telle longitude en l'ecliptique, & la mesme distance à la terre, que selon l'hypothese impropre.

Le donné. Soit premierement la terre fixe A, & A B l'eccentricité du deferant du Soleil, puis du centre B & B C intervalle soit descrit le deferant solaire C D E, & continuée C A en E, iceluy E sera perigée, C apogée; puis entre A la terre fixe, & B, soit F centre du deferant lunaire, duquel & de l'intervalle F G, soit descrit le deferant G H, coupant A E en H perigée & G apogée

apogée, & poserons premierement la Lune en ce lieu; & F se soit meu puis apres en I, duquel & I K intervalle soit descrit le deferant K L egal à G H, duquel soit K apogée; ainsi qu'au mesme temps l'apogée G se soit meu jusques à K, & la Lune cependant de l'apogée, & ce de l'intervalle K M, (si paraventure la Lune a fait quelques periodes, ils ne viennent en compte) puis menée A M, alors la Lune, selon le spectateur en A, sera distante de C (qui est sur le 65 deg. 30 ① de l'ecliptique) de l'amplitude C A M.



Voila touchant la configuration du mouvement de la Lune en l'hypothese impropre, s'ensuit en la propre: Soit en C A le poinct N, que C N soit l'eccentricité de la terre egale à A B: & du centre N soit designé le deferant terrestre egal à C E, P perigée, A apogée. Et que la terre se soit meue de l'arc A O menant quant & soy le deferant de la Lune, que si cependant l'apogée d'iceluy deferant lunaire n'avoit aucun mouvement, il seroit en Q; ainsi que Q O & A G seroyent egales: mais par l'onziesme proposition du troisiesme livre present, il se meut de son propre mouvement contre l'ordre des signes, lequel est egal au mouvement terrestre A N O moins cest arc, auquel il se meut selon l'ecliptique, qui est l'angle G A K; & menant O R egale & parallele à A G, alors l'apogée R auroit parcouru l'angle Q O R, contre l'ordre des signes, si nous n'en ostions l'angle egal au mouvement apparant de l'apogée G A K: je fais donc S O R egal à iceluy, & prens un poinct T en O S, ainsi que O T & A F soyent egales, puis du centre T, & intervalle T S, soit figuré le deferant lunaire S V R, dont S est apogée. Or ainsi qu'au mesme temps, que nous avons pris & definy cy-dessus, en l'hypothese impropre, la Lune s'auroit meuë de l'apogée à M, je designe S V arc, ou l'angle S T V (au deferant S V R) egal à K I M, & la Lune au poinct V; tellement qu'il faut demonstrer que la Lune V, de la terre meuë O, sera veuë avoir mesme longitude apparante en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & que la distance de la Lune A M est egale à la distance O V.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Car puis que O R est parallele à A G, & les angles R O S, G A K egaux, alors O S sera parallele à A K: & puis que S T V & K I M sont angles egaux, alors aussi T V & I M seront paralleles : D'avantage le triangle T O V a deux costez T O, T V, egaux & paralleles aux costez I A, A M du triangle I A M; & partant le costé restant O V au restant A M sera aussi parallele. Qui fait que la Lune en la terre meuë O, sera veuë avoir mesme longitude en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & és deux accidens les distances O V & A M seront egales.

Conclusion. La Lune donc és deux hypotheses aura mesme longitude en l'ecliptique & distance de la terre. Ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

Il est donc manifeste qu'on pourra trouver la longitude apparante de la Lune en l'ecliptique en l'hypothese propre, en cerchant la longitude apparante de l'apogée du deferant, selon le corollaire de l'onziesme proposition, & puis oster le calculé restant, comme en l'hypothese impropre. Mais il eust esté plus facile & commode de faire la supputation sur l'hypothese impropre, dont la cause sera dite cy-apres en son lieu.

QUATRIESME DISTINCTION
DV TROISIEME LIVRE,

Du mouvement en longitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, selon l'hypothese propre de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE QUATRIESME DISTINCTION.

Ceste distinction aura sept propositions : La premiere, qui est la treisiesme en l'ordre, sera de l'invention des raids ou semidiametres des deferans, les eccentricitez, la majeure & mineure distance des planetes, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.

La seconde, qui est la quatorsiesme en l'ordre, sera du mouvement des 3 planetes superieures Saturne, Iupiter, & Mars, en leurs deferans au temps donné, selon l'hypothese propre.

La troisiesme, qui est la quinsiesme en l'ordre, que les trois planetes superieures Saturne, Iupiter & Mars, ont telle longitude apparante en l'ecliptique, & mesme distance à la terre, en l'hypothese propre qu'à l'impropre.

La quatriesme, qui est la seiziesme en l'ordre, du mouvement des deux planetes inferieures Venus & Mercure, & ce en leurs deferants au temps donné, selon l'hypothese propre.

La cinquiesme, qui est la dix-septiesme en l'ordre, que les deux planetes inferieures Venus & Mercure ont mesme longitude apparante en l'ecliptique, & la mesme distance à la terre, qu'avec l'hypothese impropre.

La sixiesme, qui est la dix-huictiesme en l'ordre, pourquoy il a esté demonstré és propositions 8, 12, 15, & 17, que les planetes selon l'hypothese propre sont trouvées avoir les mesmes lieux apparans, & distances l'une de l'autre, qu'en l'autre hypothese de terre immobile, avec leurs circonstances.

La septiesme, qui est la dix-neufiesme en l'ordre, contient une declaration, assavoir quelle hypothese des deux est plus commode à la computation du cours en longitude des planetes.

PROPOSITION XIII.

Trouver les raids des deferans, les eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile.

Mon dessein est icy de faire servir les nombres de *Ptolemée*; & combien que les apogées ayent fort changé de lieu du depuis, & que les exemples du temps present seroyent plus necessaires pour voir la convenance de ces conclusions avec les observations, neantmoins je les ay choisi, pource qu'en la description de *Ptolemée* se trouvent beaucoup d'exemples fort propres, tant du cours en latitude qu'en longitude des planetes, pour prouver les proposit. fondées sur l'hypothese propre.

Pour venir donc à la chose, faut noter que les suppositeurs de terre immobile, ne sçachant que les epicycles apparans des trois planetes superieures, sont constituez au lieu du deferant de la terre, & qu'ils doivent estre chacun egaux à iceluy, ils n'ont donné à leurs semidiametres ou raids le mesme nombre, comme ils auroyent peu faire l'ayant sceu. Mais d'autant que d'icy s'ensuit, que les nombres des raids des deferans & eccentricitez de diverses planetes, ne sont pas proportionaux avec les longueurs essentielles, comme il seroit requis pour supputer commodement avec l'hypothese de terre mobile, & pour construire des instrumens Astronomiques, desquels les parties soyent proportionnelles à leurs homologues au prototype; à ceste fin je poseray en tous une commune mesure, assavoir ainsi que le raid du deferant terrestre contienne 10000, lequel est choisi, pource qu'il vient en compte és supputations de chacune planete, aussi que 10000 est un nombre facile.

1. *Collection ou recapitulation des raids & eccentricitez trouvées par* Ptolemée, *& descrite sur l'hypothese impropre.*

Raid du deferant solaire 60 parties.
Eccentricité dudit deferant solaire 2 part. 30 Ⓘ.
Raid du deferant lunaire 60 part.
Eccentricité dudit deferant lunaire (que *Ptolemée* nommoit raid de l'epicycle) 5 part. 14 Ⓘ.
Autrement *Ptolemée* a mis à la 13 proposition de son cinquiesme livre, 59 part. & 5 part. 10 Ⓘ proportionnaux à 60 part. & 5 part. 14 Ⓘ pour le raid de la terre, en telles parties que le raid du deferant solaire en contient 1210.
Le raid du deferant de Saturne 60 part.
Raid de l'epicycle de Saturne 6 part. 30 Ⓘ.
Eccentricité de Saturne 3 part. 25 Ⓘ.
Raid du deferant de Jupiter 60 part.
Raid d'epicycle de Jupiter 11 part. 30 Ⓘ.
Eccentricité de Jupiter 2 part. 45 Ⓘ.

Raid du deferant de Mars	60 part.
Raid d'epicycle de Mars	39 part. 30 (I).
Eccentricité de Mars	6 part.
Raid du deferant de Venus	60 part.
Raid d'epicycle de Venus	43 part. 10 (I).
Eccentricité de Venus	1 part. 15 (I).
Raid du deferant de Mercure	60 part.
Raid d'epicycle de Mercure	21 part. 26 (I).
Eccentricité de Mercure	5 part. 41 (I).

Et pour changer ces nombres qui sont sur l'hypothese de terre immobile, en autres nombres, d'autre hypothese de terre mobile, de laquelle le raid du deferant soit 10000, comme a esté dit, je commenceray à la terre, dont le deferant est celuy qu'on donnoit au Soleil, duquel le raid (par la collection precedente) a telle raison à son eccentricité, comme 60 parties, à deux parties 30 (I), & partant estant le raid du deferant de la terre 10000.

L'eccentricité sera 417.

Et pource que *Ptolemée* en son troisiesme livre chap. 4. pose l'apogée du Soleil au 65 deg. 30 (I) de l'ecliptique, auquel lieu est le perigée du deferant terrestre, par la 9 proposition du troisiesme livre, son apogée donc sera en l'ecliptique au 245 deg. 30.

Et touchant le raid du deferant lunaire, iceluy est par la *collection* precedente, au raid du deferant terrestre, comme 1210 à 59 : donc je dis, 1210 donne 59, cõbien 10000? viendra pour le raid du deferant lunaire 488.

Et pour avoir l'eccentricité du deferant lunaire, je dis, raid du deferant lunaire 59 parties, donne eccentricité 5 part. 10 (I), combien le raid dudit deferant lunaire 488 au dernier en l'ordre? vient pour l'eccentricité du deferant lunaire 43.

Lequel adjousté avec le raid 488, viendra pour la majeure distance de la terre à la Lune 531.

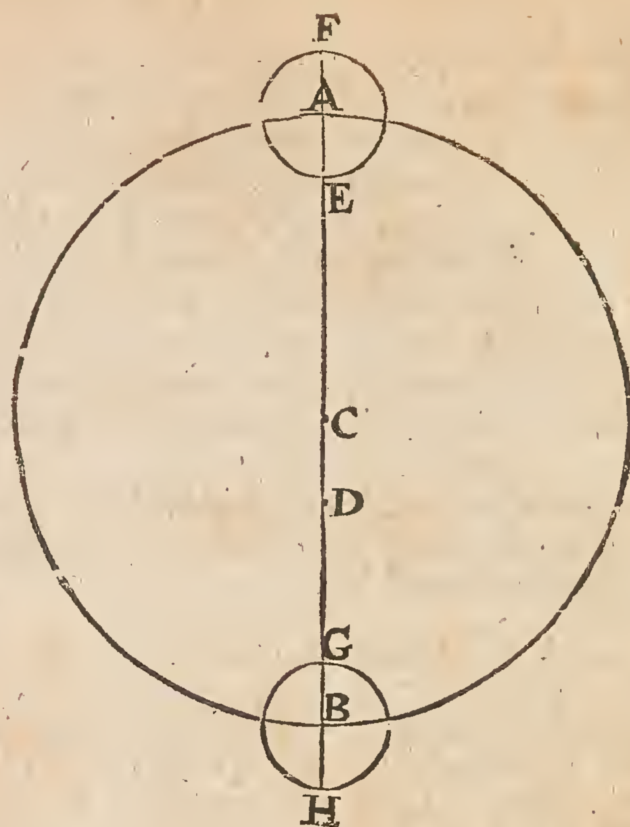
Et osté dudit 488 restera pour la moindre distance 445.

L'apogée du deferant lunaire en longitude apparante se changeant fort en peu de temps, n'a besoing d'estre mis icy.

Pour le raid du deferant de Saturne, je dis, le raid d'epicycle de Saturne 6 part. 30 (I), donne le raid du deferant 60 part. par la precedente *collection*, combien 10000? viendra pour le raid du deferant de Saturne 92308.

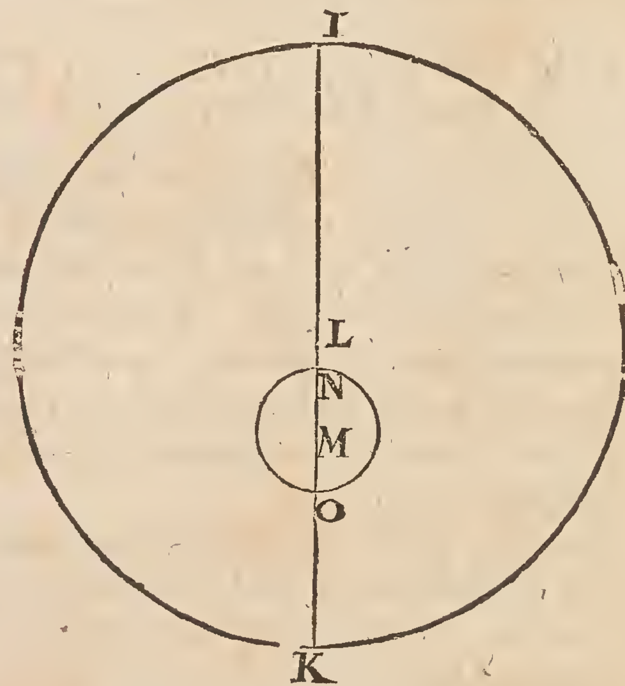
Pour l'eccentricité de Saturne, je dis, son raid d'epicycle 6 part. 30 (I), donne son eccentricité 3 part. 25 (I), combien 10000? viendra pour l'eccentricité de Saturne 5256.

Pour avoir la majeure & moindre distance de Saturne, je construiray deux figures pour rendre le tout plus intelligible, selon les deux hypotheses, dont la premiere est l'impropre. Soit AB deferant de Saturne, C son centre, & CA son raid faisant 92308, huictiesme en l'ordre : D est la terre immobile, CD l'eccentricité 5256, neufiesme en l'ordre, A apogée, B perigée: puis de A, comme centre, soit descrit l'epicycle EF, dont le raid AE fait 10000, par l'hypothese, duquel F est l'apogée, & E le perigée, & soit descrit sur B aussi un



epicycle egal à EF, dont G soit le perigée; & maintenant pour avoir la majeure distance DF, j'adjouste à CA 92308, DC 5256 avec le raid AF 10000, vient en tout 107564, pour la majeure distance DF; & de mesme on aura DG la moindre distance 77052.

Or pour voir la convenance de cecy avec l'hypothese de terre mobile, soit le cercle IK le deferant de Saturne, L son centre, & raid, IL, egale à CA faisant aussi 92308, & le centre du deferant terrestre soit M, & LM l'eccentricité, faisant 5256, comme CD; l'apogée du deferant de Saturne I, & K perigée; & de M,



comme centre, soit descrit le deferant de la terre NO, son raid MN, egal à AE 10000. Ce qu'estant ainsi, la majeure distance OI sera egale à DF, & la moindre OK egale à DG; car on trouvera qu'adjoustant à IL 92308, LM 5256 & MO 10000, on aura OI, comme DF, pour la distance majeure 107564.

Aussi OK la moindre distance, comme DG cy-dessus 77052.

Or l'apogée du deferant de Saturne estoit au temps de *Ptolemée*, comme il dit au 5 chap. de l'onziesme livre, sous l'ecliptique au 233 deg.

Tellement que faisant telle supputation avec Jupiter & Mars, on trouvera comme s'ensuit.

Raid

Raid du deferant	de Jupiter	52174.
Eccentricité		2391.
Majeure distance		64565.
Mineure distance		39783.

L'apogée du deferant de Jupiter estoit au temps de *Ptolemée*, comme il escrit au premier chapitre de l'onziesme livre, sous l'ecliptique au 161 deg.

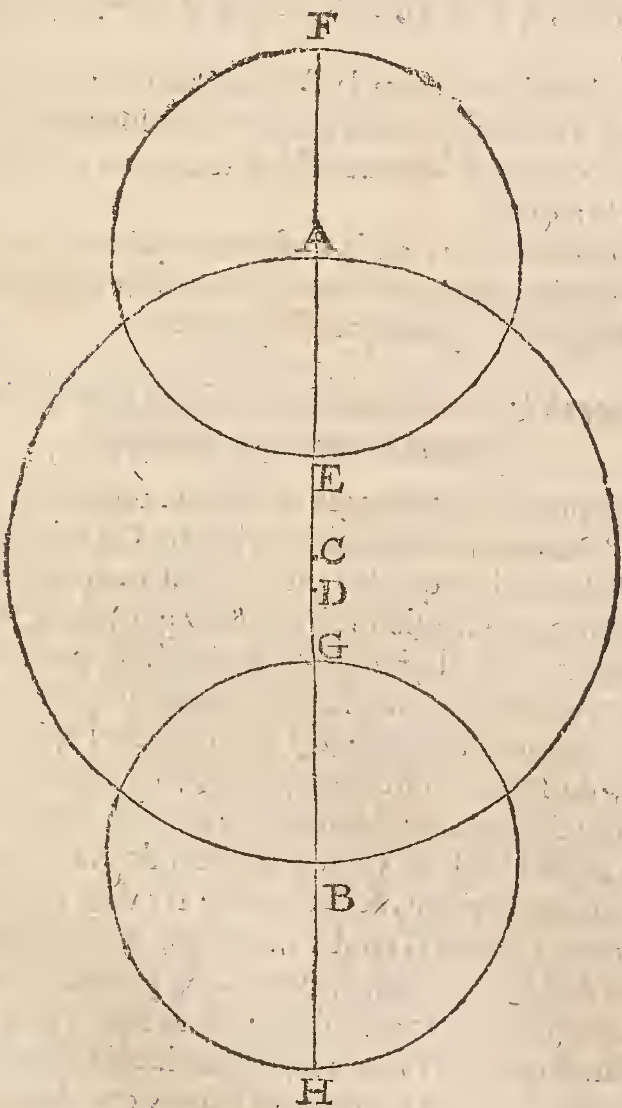
Raid du deferant	de Mars	15190.
Eccentricité		1519.
Majeure distance		26709.
Mineure distance		3671.

L'apogée du deferant de Mars estoit au temps de *Ptolemée*, comme il est au 7 chap. du dixiesme livre en l'ecliptique au 115 deg. 30.

Pour avoir le raid du deferant de Venus en l'hypothese propre; il faut premierement sçavoir qu'en l'impropre hypothese son deferant est egal à celuy de la terre, c'est à dire le raid 10000 : donc son raid d'epicycle fait 7194, car disant 60 parties pour le raid de son deferant donnent 43 part. 10 ① raid d'epicycle, par la precedente *collection*, cõbien 10000? viendra ledit 7194: & puis qu'en l'hypothese propre, cest epicycle devient son deferant, donc le raid du deferant de Venus sera 7194.

Pour avoir l'eccentricité de Venus, je dis, 60 parties (raid du deferant d'epicycle) donnent son eccentricité 1 part. 15 ①, combien 10000? vient 208.

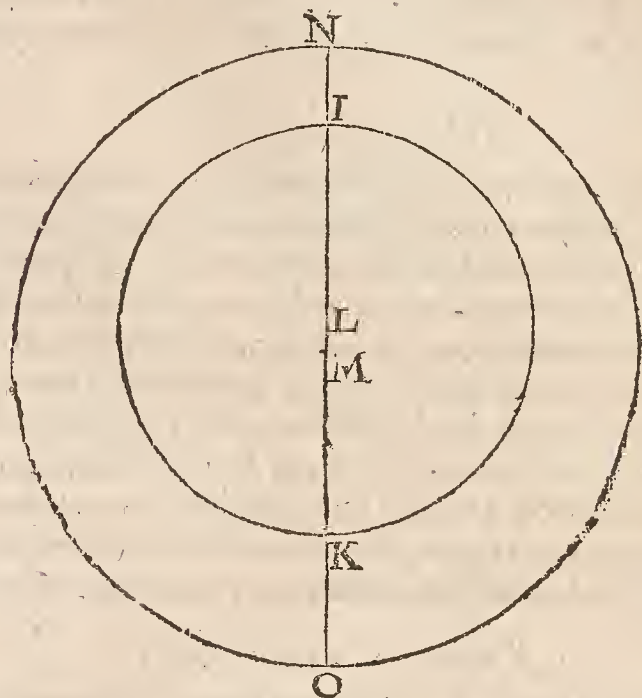
Pour les distances de Venus, majeure & mineure, je designeray deux figures, l'une pour l'hypothese im-



propre, la derniere pour la propre. Soit AB le deferant d'epicycle de Venus, C centre, CA raid 10000, D la terre immobile, CD l'eccentricité faisant 208, dernier en l'ordre, A apogée du deferant, B perigée & sur A soit descrit un epicycle EF, dont AE le raid fait 7194 anteprecedent trouvé, son apogée F, & E perigée, puis sur B aussi un epicycle egal à l'autre GH, & G son perigée; donc pour avoir DF majeure distance, j'adjouste CA 10000, DC eccentricité 208, & AF 7194, vient pour DF la distance majeure 17402.

Et distance mineure DG 2598.

Mais pour voir la convenance de cecy avec l'hypothese propre, soit IK deferant de Venus, L centre, & IL raid egal à AF 7194, & M centre du deferant de la terre NO, dont MN est le raid 10000, egal à CA; puis LM eccentricité egale à CD 208, l'apogée du de-



ferant de Venus de M soit I, & perigée K, d'avantage. Ce qu'estant ainsi, la majeure distance OI sera egale à DF cy-dessus, & la moindre distance NI à DG; car à IL 7194, adjousté LM 208 & MO 10000, viendra pour OI un nombre, comme à DF, laquelle ostée du diametre entier NO 20000, restera la moindre distance 2598, comme devant.

Puis l'apogée de Venus estoit du temps de *Ptolemée*, comme il escrit au 2 chap. du dixiesme livre, en l'ecliptique au 55 deg.

Faisant aussi semblable computation de Mercure, on trouvera comme s'ensuit.

Raid du deferant	de Mercure	3572.
Eccentricité		947.
Majeure distance		14519.
Moindre distance		5481.

L'apogée de Mercure estoit du temps de *Ptolemée* (7 chap. du neufiesme livre) en l'ecliptique au 190 deg.

Notez.

Pour mieux trouver au doigt lesdites computations, nous les mettrons cy-dessous par ordre, comme une table.

2 Collection ou recapitulation des distances susdites, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, *avec la longitude apparante des apogées des planetes, du temps de* Ptolemée.

	Mercure.	Venus.	Terre.	Lune.	Mars.	Jupiter.	Saturne.
Raid du deferant,	3572	7194	10000	488	15190	52174	92308.
Eccentricité,	947	208	417	43	1519	2391	5256.
Majeure distance,	14519	17402	10417	531	26709	64565	107564.
Moindre distance,	5481	2598	9583	445	3671	39783	77052.
Longitude apparante de l'apogée de	190 deg.	55 deg.	245 deg. 30.	....	115 deg. 30.	161 deg.	233 deg.

Conclusion. Nous avons donc trouvé les raids des deferans, & eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile, selon le requis.

COROLLAIRE.

Ayant ainsi computé lesdites lignes, & cognoissant les raisons des raids des deferans aux epicycles, en telles parties que le raid de la terre fait 10000, & que le raid du deferant terrestre contient 1210 raids de la terre, il appert comment on pourra descrire telles propositions, comme il a esté mentionné en la deuxiesme note de la 49 proposition du deuxiesme livre en l'hypothese impropre, assavoir comme les 23 & 24 propositions du Soleil, & 39 & 40 de la Lune, & d'avantage comment on trouvera les lignes qui y adviennent en telles parties que le raid du deferant de la terre en contient 10000.

PROPOSITION XIV.

DEscrire le cours des trois planetes superieures, Saturne, Iupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre.

Le donné. Pour commencer par Saturne, soit le temps donné d'un jour.

Le requis. On veut trouver le cours de Saturne en son deferant audit temps, sur l'hypothese propre.

CONSTRVCTION.

Il faut sçavoir que Saturne estant proprement en son deferant au lieu où l'on presuppose estre le centre de son epicycle, en l'hypothese impropre, & ainsi n'a autre mouvement, lequel est par la 18 proposition du premier livre, de 0. deg. 2, 0, 33, 31, 28, 51; & quant à la prostapherese, laquelle on remarque en iceluy, elle ne vient pas de l'epicycle en l'hypothese impropre, mais en la propre par le mouvement de la terre; tellement que par un tel mouvement simple il fait son cours en son deferant: & autant en faut-il entendre des deux autres, Jupiter, & Mars.

Conclusion. Nous avons donc descrit le cours des trois planetes superieures, Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre, selon le requis.

THEOREME. PROPOSITION XV.

LEs trois planetes superieures, Saturne, Iupiter & Mars, reçoivent en l'hypothese propre, les mesmes longitudes apparantes, & distances de la terre, qu'en l'impropre.

Je deduiray ceste proposition en six articles, pour plus ample declaration: dont le premier sera de la configuration de l'une des trois planetes superieures, comme le cours de Mars en l'hypothese de terre immobile.

Le deuxiesme, la configuration du cours de Mars, en l'hypothese de terre mobile.

Le troisiesme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparante, & mesme distance de la terre, estant Mars en l'apogée de son epicycle, & le centre de l'epicycle, en l'apogée du deferant.

ALB. GIRARD.

I'ay corrigé ce qui s'ensuit, comme aussi au quatriesme article suivant, lequel estoit negligemment barboüillé tant au Flamend, qu'au Latin.

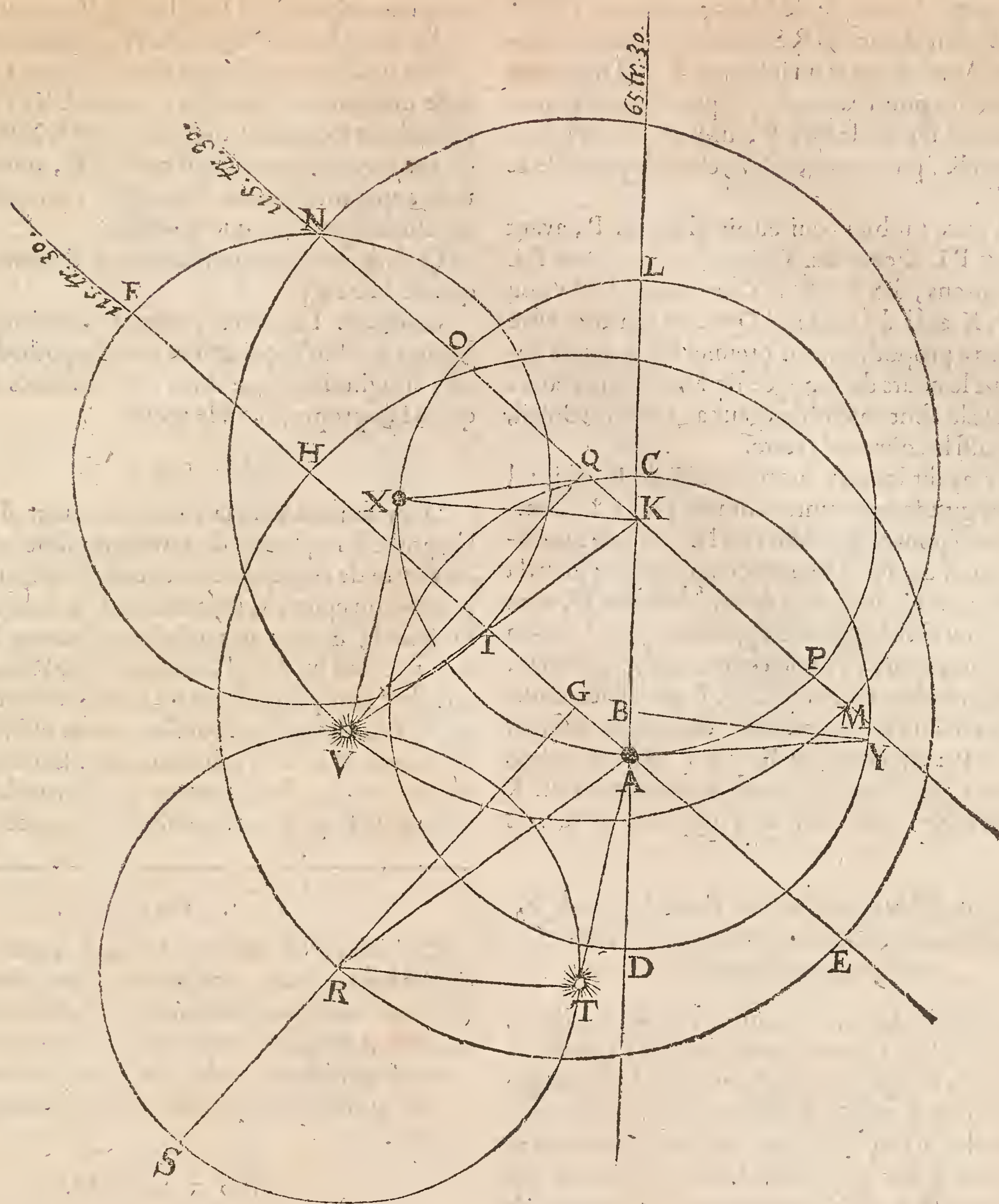
Puis pour demonstrer que le mesme advient aussi en autre lieu quelconque, sera fait un preparatif au quatriesme article, & declaré comment le raid du deferant à Mars en l'hypothese propre, est tousiours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle: Et aussi que le raid du deferant terrestre entre son centre & la terre, est tousiours parallele au raid de l'epicycle, qui est entre le centre d'iceluy epicycle & Mars.

Le cinquiesme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparante, & mesme distance de la terre, en tout lieu où Mars se trouve.

Le sixiesme sera, de la difference qui advient entre les operations des deux hypotheses, en la computation de la longitude apparante des planetes.

1 *Article, contenant la configuration du cours de Mars en l'hypothese impropre.*

Soit premierement posé A estre la terre immobile, & A B eccentricité du deferant solaire C D de 417, selon *Ptolemée*, lors que le raid B C fait 10000, par la 13 proposition du troisiesme livre, & D perigée, C apogée au 65 deg. 30 ① du temps de *Ptolemée*. Et pour figurer le cours d'une des trois planetes superieures, comme de Mars, duquel l'apogée du deferant de l'epicycle au temps de *Ptolemée* estoit au 115 deg. 30 ①, par la 13 proposition de ce troisiesme livre; je mene E F par A, faisant l'angle C A F de 50 deg. assavoir de A L au 65 deg. 30 ① de l'ecliptique, & A F vers le 115 deg. 30 ① dudit ecliptique; & soit G en A F, ainsi que A G soit l'eccentricité de Mars, faisant 1519 par la 13 proposition, lors que le raid du deferant solaire fait 10000: puis H en E F, ainsi que G H face 15190 pour le raid du deferant d'epicycle de Mars en mesmes parties que dessus, par la 13 proposition, & sur G, comme centre, & G H intervalle soit descrit le deferant d'epicycle H E, coupant A F en H, comme apogée, & en E perigée: Puis en quelque lieu soit l'epicycle de Mars, & premierement en l'apogée H, comme centre d'iceluy, ayant un raid H F egal



H F egal à B C (car B C, ou H I 10000, à G H, ainsi 39 part. 30 ① à 60 part. raison trouvée par *Ptolemée* par l'onziesme proposition) lequel epicycle soit F I, F apogée, & I perigée, tellement que la configuration de Mars est achevée en l'hypothese de terre immobile.

2 *Article, contenant la configuration du cours de Mars, selon l'hypothese de terre mobile.*

A ceste fin soit A terre mobile, & C le Soleil fixe, puis soit K en C A, tellement que l'eccentricité C K soit egale à A B, & puis descrit le deferant terrestre A L du centre K, & raid K A egal à B C, son apogée A, & perigée L : & quant à la figuration du cours de Mars, soit menée M N par K, parallele à E F; parquoy K N sera aussi dirigée vers le 115 deg. 30 ① de l'ecliptique, aussi bien que A H ; & en apres posé K Q en la ligne K N, depuis K, egale à l'eccentricité A G, denotant aussi le poinct N, faisant Q N egale au raid du deferant de l'epicycle de Mars G H, descrivant avec icelle le deferant de Mars N M, coupant K N en N, comme apogée, & M perigée.

3 *Article, contenant la demonstration que Mars a en l'une & l'autre hypothese, la mesme longitude apparante en l'ecliptique, & la mesme distãce de la terre, estant en l'apogée de son epicycle, & le cẽtre de l'epicycle en l'apogée du deferant.*

Prenant que H centre d'epicycle de Mars soit en l'apogée H, & Mars en l'apogée de son epicycle F, alors A F sera la plus grande distance que Mars pourra estre esloigné de la terre immobile; & par consequent en l'hypothese propre Mars sera en N apogée de son deferant, & la terre mobile en P, & ainsi P N sera egale à A F; d'autant que le raid du deferant de Mars Q N avec l'eccentricité Q K, sont ensemble egales à G H raid du deferant d'epicycle avec l'eccentricité G A, & puis K P raid du deferant terrestre egal à H F raid de l'epicycle. D'avantage pource que P N, A F sont paralleles, alors il sera veu tant en l'une qu'en l'autre hypothese, en un mesme poinct de l'ecliptique : Et est manifeste pour raisons semblables que les moindres distances és deux hypotheses seront aussi egales ; ce qui se pourroit voir plus clairement, si l'epicycle estoit marqué au perigée.

4 *Article, que le raid du deferant, en l'hypothese propre jusques à Mars est tousiours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle, en l'hypothese impropre ; & que le raid du deferant terrestre, vers la terre, est tousiours parallele au raid d'epicycle, entre le centre & Mars.*

Alb. Girard.

I'ay corrigé la proposition du present article, qui est mal tant en Flamend qu'en Latin.

Soit le centre d'epicycle de Mars parvenu de H à R, par lequel R soit menée G R S, ainsi S sera le my-apogée, duquel Mars est parvenu jusques à T en l'hypothese impropre : Et pource, par la propre, Mars sera parvenu en mesme temps de N à V, ainsi que l'arc N V est egal à l'arc H R, puis menée Q V, elle sera parallele & egale à G R.

Aussi la terre mobile, qui estoit alors en P, ayant fait le cours P L X egal aux susdits deux, comme P L (egale, je prens, à S T) & L X semblable à N V, ou l'angle L K X egal à l'angle N Q V, ce qui doit estre ainsi par la 33 proposition du premier livre, où est demonstré que le cours de l'apogée de Mars avec le cours de son epicycle, sont ensemble egaux au cours du Soleil, ce qui est aussi le cours de la terre.

Parquoy ayant la terre mobile veuë de K, fait tel cours en longitude apparante, comme l'arc P L X emporte : & aussi pource que Mars en l'hypothese impropre a fait pareil cours en longitude apparante : alors la terre mobile, veuë du centre de son deferant K, aura fait un tel cours en longitude apparante, que Mars en l'hypothese impropre, veu du centre de son epicycle; & partant seront leurs raids K X, R T paralleles, comme ils estoyent au commencement du cours, assavoir H F avec K P : Et ainsi que K vers P estoit d'un sens opposite à H vers Mars F, ainsi maintenant aussi K vers la terre X, est d'un sens opposite à R vers Mars T.

5 *Article, que Mars en l'une & l'autre hypothese, a en tout lieu la mesme longitude apparante, & la mesme distance à la terre.*

Pour venir à la demonstration, je mene les 4 lignes A R, A T, K V, V X; & puis que le costé K Q du triangle K V Q, est egal & parallele à A G du triangle A R G, aussi Q V egal & parallele à G R, par le quatriesme article, il faut donc que les costez restans K V & A R soyent egaux & paralleles : D'avantage veu que les deux costez K V, K X sont egaux & paralleles aux deux A R & R T, chacun au sien, par le quatriesme article, il s'ensuit qu'aussi seront les costez restans X V, A T, & partant l'on voit Mars en V de la terre mobile X, apparemment en un mesme poinct en l'ecliptique, qu'estant en T veu de la terre immobile A, aussi V X & T A sont distances egales.

6 *Article, de la difference qu'il advient entre les operations des deux hypotheses en la computation de la longitude apparante des Planetes.*

En l'hypothese impropre on rencontre en la computation de la recerche de la longitude apparante de Mars de cest exemple, le quadrangle commun A G R T, avec cinq termes cognus; assavoir les trois costez A G, G R, R T tousiours de mesme longueur cognue : D'avantage l'angle A G R, comme adjoinct de l'angle cognu H G R, mouvement moyen du centre de l'epicycle, & l'angle G R T adjoinct de S R T aussi cognu, estant le mouvement moyen de Mars en l'epicycle, par lesquels on trouvera l'angle incognu G A T, lequel adjousté à la longitude cognue où A G tend, c'est vers le 115 deg. 30 ①, on a le requis.

Mais en l'hypothese propre, on rencontre le quadrilatere croisé K Q V X, avec cinq termes donnez, assavoir les costez K Q, Q V, K X, tousiours de mesme longueur cognue, & l'angle K Q V, comme adjoinct de l'angle donné N Q V, moyen mouvement de Mars en son deferant; & l'angle Q K X, estant L K X longitude moyenne de la terre, moins L K O 50 deg. par lesquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel osté de la longitude cognue où tend X K, qui est la longitude apparante du Soleil moyen K, on a le requis, de necessité, de mesme que cy-dessus.

Or telle sera la demonstration de Saturne & Jupiter, que de Mars icy.

Conclusion. Les trois planetes superieures Saturne, Jupiter & Mars reçoivent és deux hypotheses, les mesmes longitudes apparantes, & distances de la terre, qu'en l'impropre, selon le requis.

Notez I.

D'icy se peut voir la cause comment il advient en l'hypothese impropre de terre immobile, que le cours du centre de l'epicycle en sa voye, & le cours de la planete en son epicycle, font ensemble autant que le cours du Soleil; & non pas qu'essentiellement les planetes ayent regard au Soleil, comme à leur Roy, comme a esté dit à la 6 proposition du troisiesme livre, que plusieurs s'esmerveillent là dessus; car en effect il n'y a que la planete & la terre, chacun ayant son cours particulier en sa voye, d'où advient que l'hypothese de terre immobile fingée, trouve telle convenance.

Alb. Girard.

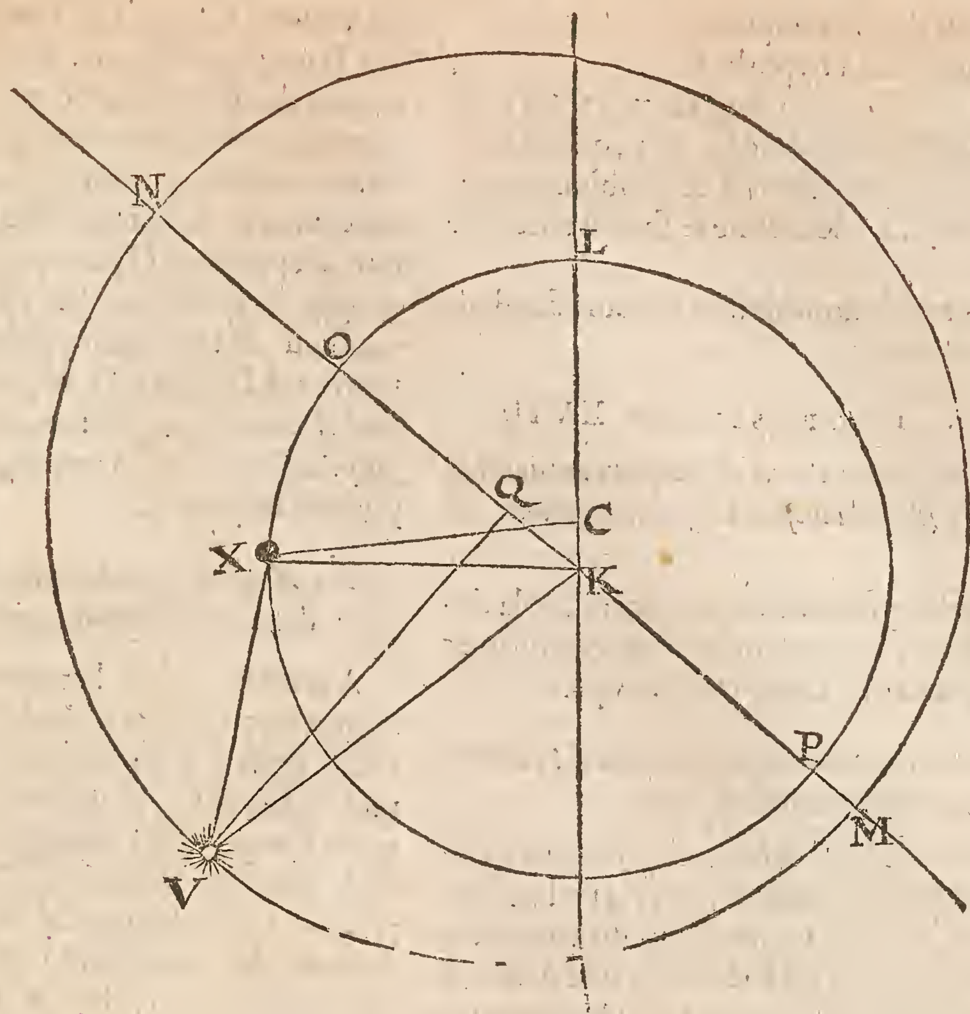
C'est à dire qu'il suffit aux planetes de tourner en leurs cercles deferants, chacune selon son mouvement particulier, sans qu'il y ayt aucune contrainte en cela, ny relation d'icelles au Soleil quant à leurs cours; mais on pourroit dire qu'encor qu'elles ayent tel regard envers le Soleil, que de tourner toutes à l'entour de luy; que toutefois l'hypothese propre est beaucoup plus simple & facile.

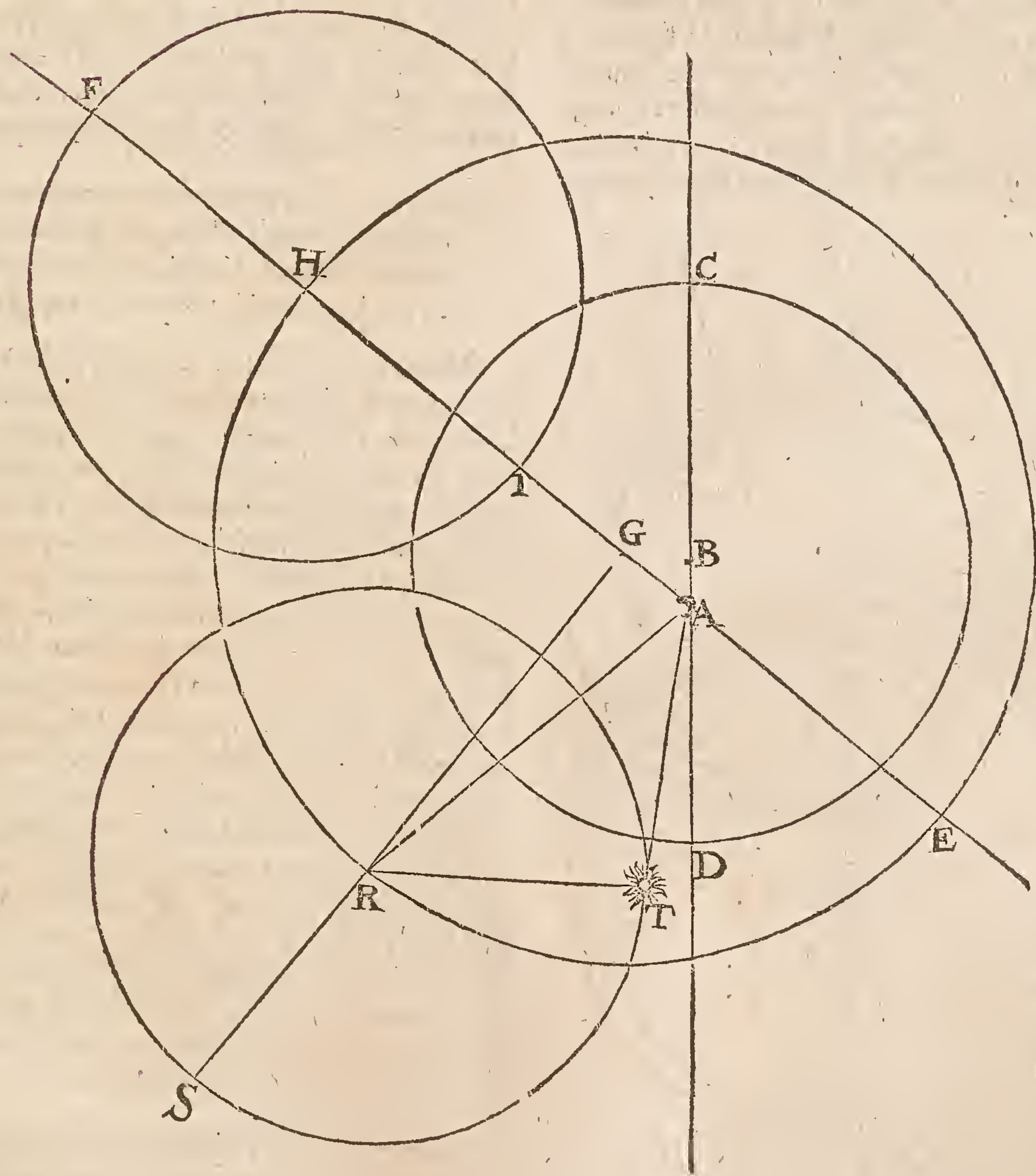
Notez II.

Pour voir cecy plus clairement par exemple, touchant la convenance du Soleil avec la Terre & Mars, en l'une & l'autre hypothese, je mene X C de la terre mobile X au Soleil fixe C; mais en ceste hypothese, la terre mobile est parvenue de A par P, L, à X; & en mesme temps en l'autre hypothese, le Soleil mobile sera parvenu de C par D à Y, ainsi que les arcs C D Y, & A P L X sont egaux; & partant A Y sera egale & parallele à X C, qui fait que le Soleil fixe C, est veu de la terre mobile X, en la mesme longitude, que le Soleil mouvant en Y, de la terre immobile A. D'avantage d'autant que X C est parallele à A Y, & X V à A T; alors l'angle V X C sera egal à l'angle T A Y; d'où advient aussi que la distance apparante de Mars V, au Soleil fixe C, veuë de la terre mobile X, est egale à la distance apparante de Mars T, au Soleil mobile Y veu de la terre A.

Notez III.

Veu que les deux hypotheses du premier & deuxiesme article, sont ensemble en une figure, pource que la demonstration le requiert ainsi; & aussi que pour plus ample declaration il seroit bien besoing de les voir separées, je les ay separées pour ceste cause comme s'ensuit.





PROPOSITION XVI.

DEscrire le cours des deux planetes inferieures Venus & Mercure en leurs deferans, sur un temps donné, avec hypothese de terre mobile.

Le donné. Pour commencer avec Venus, soit le temps d'un jour.

Le requis. On veut là dessus trouver le cours d'icelle en son deferant, avec hypothese propre.

CONSTRVCTION.

Au cours du centre de son epicycle en l'hypothese impropre faisant par la 36 proposition du premier livre, sur un jour o deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Soit adjousté son cours en l'epicycle en un jour, faisant par la 41 proposition du premier livre o deg. 36. 59. 25. 53. 11. 28.

Vient ensemble pour le cours requis de Venus sur un jour en l'hypothese propre 1 deg. 36. 7. 43. 6. 23. 59.

Remarquant que le theoreme suivant, qui est la 17 proposition sert de demonstration à ce probleme, nous n'en parlerons pas icy : Et de mesme le faut-il entendre de Mercure.

Conclusion. Nous avons donc descrit le cours des deux planetes inferieures, &c.

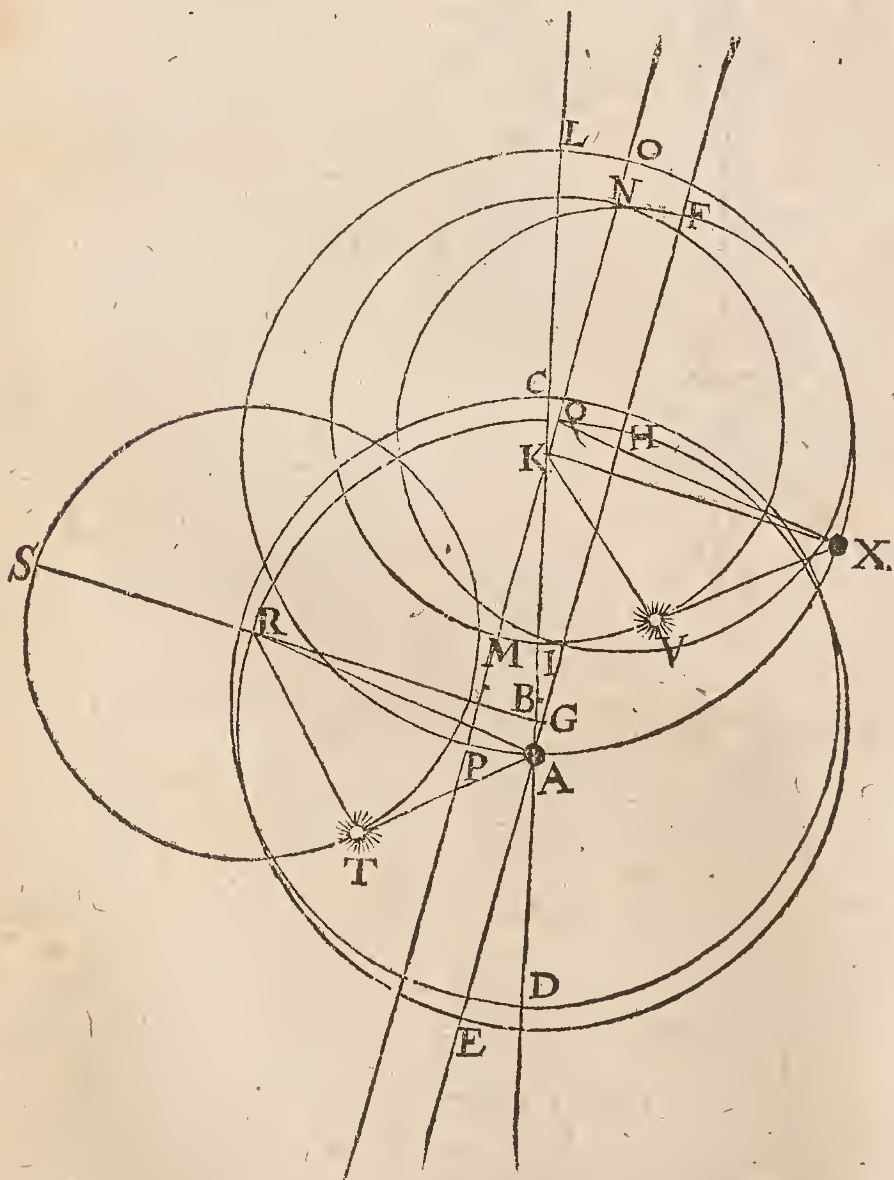
THEOREME. PROPOSITION XVII.

Les deux planetes inferieures Venus & Mercure reçoivent en l'une & l'autre hypothese la mesme longitude apparante, & distance de la terre.

Pour declarer ceste proposition par ordre, je la deduiray en six articles, comme en la 15 proposition és trois superieures, prenant Venus pour exemple.

1 *Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypothese impropre.*

Soit premierement A la terre fixe, A B, l'eccentricité du deferant solaire faisant selon *Ptolemée* 417 lors que B C en fait 10000 par la 13 proposition du troisiesme livre, & sur B centre, & B C raid soit descrit le deferant solaire C D, & prolongeant C A, alors D sera perigée & C apogée, lequel estoit du temps de *Ptolemée* au 65 deg. 30 (♊). Et pour descrire là dessus la figure du cours des deux planetes inferieures, je prens celuy de Venus par exemple comme dit est, de laquelle l'apogée du deferant d'epicycle estoit au temps de *Ptolemée* au 55 deg. par la 13 proposition du troisiesme livre, je mene



par la terre fixe A, la ligne E F de A en F vers les 55 deg. susdits de l'ecliptique, assavoir que l'angle C A F soit 10 deg. 30 (♊), difference entre 55 deg. où est F, & 65 deg. 30 (♊), où est C, je pose en apres en A F, le poinct G, ainsi que A G soit l'eccentricité du deferant d'epicycle de Venus, faisant 208 des mesmes parties que dessus par la 13 proposition : mais d'autant que le deferant d'epicycle de Venus est egal au deferant de la terre, comme a esté dit en la 13 proposition, & le mesme deferant terrestre à celuy du Soleil, je descris sur G comme centre & G A intervalle egal au raid B C le deferant d'epicycle H E coupant H F en H, comme son apogée, & E est le perigée : Je descris puis apres en quelque lieu, le deferant d'epicycle de Venus, soit premierement à l'apogée H, lequel comme centre, & H F raid, faisant 7194 par la 13 proposition, soit descrit l'epicycle F I : or voila la configuration de Venus en l'hypothese impropre.

2 *Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypothese propre.*

A ceste fin, soit A la terre mobile, & C le Soleil fixe, marquant en C A le poinct K, ainsi que C K soit eccentricité egale à A B ; puis sur K, comme centre, & K A raid egal à B C, je descris le cercle A L deferant de la terre, son perigée L, apogée A : Et pour descrire là dessus le cours de Venus en l'hypothese de terre mobile, je mene par K la ligne M N parallele à E F, coupant le deferant de la terre en O, P ; & partant K N sera dirigée aussi vers le 55 deg. de l'ecliptique, comme A H ; je pose en apres le poinct Q en K N, ainsi que K Q soit egale à l'eccentricité A G, & marque N, ainsi que Q N soit egale au raid de l'epicycle H F, descrivant par ce moyen le deferant de Venus N M coupant la ligne K N en N comme apogée, & en M comme perigée.

3 *Article, contenant la demonstration que Venus és deux hypotheses a la mesme longitude apparante, & la mesme distance de la terre, estant en l'apogée de son epicycle, & le centre de son epicycle, en l'apogée de son deferant.*

Posant que le centre d'epicycle de Venus, soit en l'apogée du deferant H, en l'hypothese de terre immobile A, & Venus en l'apogée de l'epicycle P ; & partant A F sera la majeure distance de Venus à la terre immobile, qui fait que Venus sera (en l'hypothese propre) en l'apogée de son deferant N, & la terre mobile en P ; car ainsi il y a autant de distance de la terre mobile P à Venus N, que de la terre immobile A à Venus en l'epicycle en F ; d'autant que le raid du deferant terrestre K P, avec l'eccentricité Q K sont egales au raid du deferant d'epicycle G H avec l'eccentricité G A ; & d'avantage Q N raid du deferant de Venus egal à H F raid de l'epicycle : Qui plus est d'autant que P N & A F sont paralleles, alors Venus sera veuë en apparence és deux hypotheses en un mesme poinct de l'ecliptique : Et pour semblables raisons est manifeste que la moindre distance N O en l'hypothese propre, doit estre egale à l'autre moindre distance en l'hypothese impropre : ce qui seroit la ligne de A jusques au perigée de l'epicycle, s'il estoit descrit sur E comme centre, mais a esté delaissé pour eviter confusion en la figure.

4 *Article, que le raid depuis le centre du deferant terrestre jusques à la terre, est tousiours parallele au raid, depuis le centre du deferant d'epicycle, jusques au centre de l'epicycle : & que le raid du deferant de Venus, depuis le centre jusques à Venus, est tousiours parallele au raid de l'epicycle, depuis le centre jusques à Venus.*

Soit le centre d'epicycle de Venus parvenu de H jusqu'à R, par lequel R soit menée G R S, alors S sera le my-apogée, duquel cependant Venus est parvenue en T

en T en l'hypotheſe impropre : Et pource que le cours de Venus en ſon deferant eſt egal aux deux cours, dont l'un eſt du centre de l'epicycle icy l'angle S R T, il faut que Venus en ſon deferant aye fait cependant un cours de N, egal aux deux angles ſuſdits, qui eſt l'angle renverſé N Q V, & menant Q V, elle ſera egale & parallele à R T ; pour les meſmes raiſons deduites cy-deſſus en Mars au quatrieſme article de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre : Auſſi la terre mobile, qui eſtoit lors en P, ayant fait le cours P X, egal au cours du centre de l'epicycle H R, par lequel auſſi les deux raids K X, G R, de ces deux cercles egaux, ſeront egaux & paralleles.

5 ***Article, que Venus a és deux hypotheſes en tout lieu la meſme longitude apparante, & la meſme diſtance de la terre.***

Pour venir à la demonſtration, je mene les quatre lignes A R, A T, Q V, V X, & dis ainſi : veu que le triangle R X Q a ſon coſté K Q egal & parallele à A G, du triangle A R G ; & de meſme Q X egal & parallele à G R, il faut que le troiſieſme coſté K X ſoit egal & parallele au troiſieſme A R : D'avantage je dis, que d'autant que le coſté Q X du triangle Q V X eſt egal & parallele à A R, & Q V auſſi egal & parallele à R T, par le quatrieſme article, il faut que le troiſieſme coſté X V, ſoit egal & parallele au troiſieſme A T ; & partant on voit Venus en V, de la terre mobile X, en apparence au meſme lieu de l'ecliptique, qu'on la voit de la terre immobile A, & y a telle diſtance de V à X que de T à A.

6 ***Article, de la difference qu'il y a en la computation des deux hypotheſes, touchant la longitude apparante des planetes.***

En l'hypotheſe impropre on a le quadrangle ordinaire A G R T avec cinq termes cognus, aſſavoir A G, G R, R T, touſiours d'une longueur egale cognue, & l'angle A G R, comme adjoinct du cognu H G R, moyen mouvement du centre de l'epicycle, & auſſi l'angle G R T, adjoinct du cognu S R T, moyen mouvement de Venus en l'epicycle, par leſquels on trouvera l'angle incognu G A T, lequel adjouſté à la longitude cognue où A G eſt dirigée (c'eſt au 55 deg.) on a le requis.

Mais en l'hypotheſe propre, on a le quadrangle croiſé K Q V X ayant cinq termes cognus, aſſavoir les trois coſtez K Q, Q V, K X, touſiours de longueur egale cognue, & l'angle K Q V adjoinct de l'angle cognu N Q V apotome de cercle, du moyen mouvement de Venus en ſon deferant, & l'angle Q K X eſtant apotome de cercle de la longitude moyenne de la terre, par leſquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel adjouſté à la longitude cognue où X K eſt dirigée, qui eſt la longitude apparante du Soleil moyen K, on aura le requis, & ſera de neceſſité de meſme que deſſus.

Et de meſme comme a eſté dit de Venus, ſera auſſi entendu de Mercure.

Concluſion. Les deux planetes inferieures Venus & Mercure, reçoivent donc és deux hypotheſes la meſme longitude & diſtance de la terre, &c.

NOTEZ.

Il appert que l'on pourroit ſeparer les deux hypotheſes qui ſont meſlées en une meſme figure, comme on a fait de Mars en la troiſieſme note de la 15 propoſition.

PROPOSITION XVIII.

Declarer la raiſon pourquoy j'ay demonſtré és propoſitions 8, 12, 15, & 17, que les planetes ont les meſmes longitudes apparantes en l'hypotheſe propre, & meſmes diſtances l'une de l'autre qu'en l'hypotheſe impropre, avec les circonſtances d'icelles.

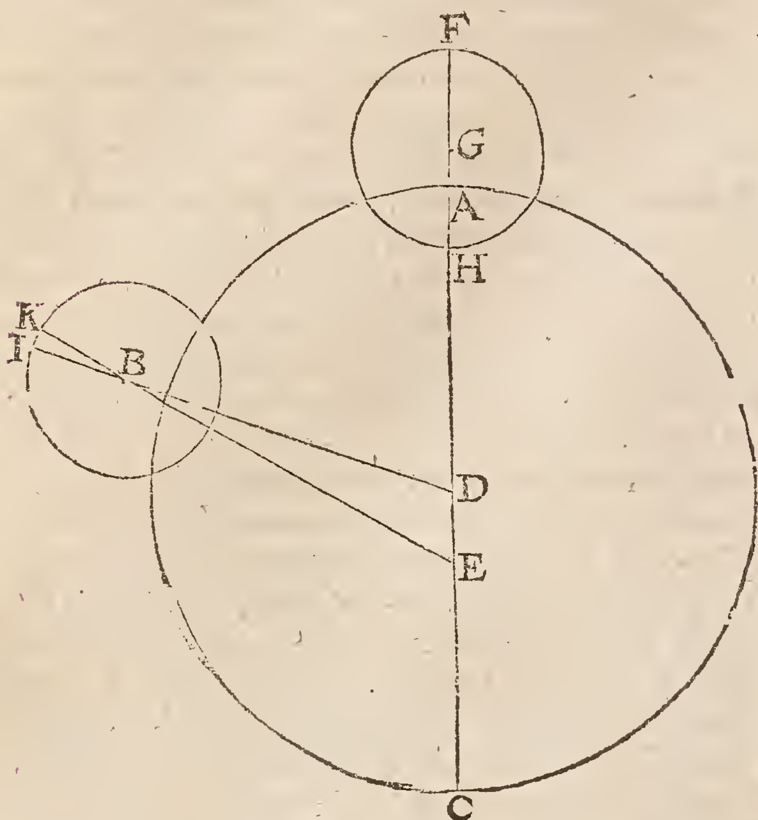
Copernique entend bien comme il ſemble, que les deux hypotheſes donnent meſme concluſion quant aux lieux des planetes & de leurs diſtances l'une de l'autre, mais il n'en fait aucune demonſtration (deſquelles hypotheſes oſtant de l'une les adjonctions de *Ptolemée* és mouvemens incognus, & de l'autre les ſiennes) & ſemble entendre qu'il n'en eſt pas de beſoing ; ce que je trouve toutefois eſtre neceſſaire pour plus grande certitude du fondement, & pour pluſieurs choſes dont je me ſuis ſouvenu ; Premierement je fus quelque temps d'opinion (comme ſont pluſieurs autres qui ſe tiennent en l'hypotheſe de terre mobile) qu'on devoit poſer fixe le Soleil mobile par imagination, au lieu de la terre fixe, & au contraire la terre mobile au cercle du Soleil, & qu'ainſi on auroit le commencement de la theorie de la terre mobile : mais pource que les propoſitions fondées là deſſus eſtoyent defectueuſes, je trouvay qu'il ne falloit pas poſer la terre au cercle du Soleil, mais qu'il falloit deſcrire un cercle pour eſtre deferant terreſtre à l'entour du Soleil fixe, leſquelles choſes ne me ſemblerent pas ſi aiſées, que je ne trouvaſſe expedient d'en faire deſcription, comme on peut voir en la 8 propoſition de ce troiſieſme livre : Et trouvay auſſi que Saturne avec les autres planetes veuës du Soleil fixe, n'avoyent les meſmes longitudes, qu'ont les centres d'epicycles veus de la terre fixe : Comme par exemple en la 15 propoſition de ce troiſieſme livre, la ligne A R n'eſt pas parallele & egale à C V, ſi elle eſtoit menée, mais bien à K V. D'avantage je voyois que par l'hypotheſe de terre mobile, l'apogée de ſon deferant eſchéoit à l'autre coſté de l'apogée du deferant du Soleil, de l'autre hypotheſe, ce que je ne trouvay ſi facile, qu'il ne ſoit beſoing d'aucune declaration, comme on la verra à la 9 propoſition de ce troiſieſme livre.

Auſſi combien que la longitude apparante du Soleil veu de la terre, eſt le poinct oppoſite de la longitude apparante de la terre veuë du Soleil, d'où l'on preſumeroit facilement que lors que le Soleil en l'une hypotheſe ſeroit au premier demicercle de ſon deferant ayant apherefe, qu'au meſme temps la terre en l'autre hypotheſe ſeroit en ſon deferant au deuxieſme demicercle ayant proſtheſe, non egale avec l'apherefe du Soleil : toutefois le Soleil & la terre en leur hypotheſe mobile ſont en meſme temps, chacun au premier demicercle de leurs deferants avec apherefe, ou au deuxieſme demycercle avec proſtheſe egale, ce qui a eſté mis en la dixieſme propoſition, comme de neceſſaire declaration.

Secondement, il s'eſt rencontré qu'eſtant au traicté du cours de la Lune, que comme ainſi ſoit que la terre tourne en un eccentrique, elle acquiert les meſmes inegalitez ou proſtapherefes qu'on attribue au Soleil en l'hypotheſe impropre ; & puis que le Ciel de la Lune comprenant en ſoy le Globe terreſtre, alors ce majeur Globe acquiert la meſme inegalité ſuſdite, que fait le moindre, aſſavoir la terre, d'où l'on peut conclurre proprement que ſon apogée tient auſſi ceſte inegalité, ce qui m'a fait premierement douter, ſi cela n'eſtoit pas la cauſe de la deuxieſme inegalité incognüe, que *Ptolemée* a remarqué. Mais pour eſtre plus ferme en cecy, j'ay penſé plus avant à la choſe, marquant une figure comme s'enſuit :

Soit

Soit A B C l'eccentrique de la terre, D son centre, E le Soleil, par lesquels est mené le diametre A D E C, ainsi que C est perigée, A apogée, & la terre soit en A. Puis prolongeant D A jusques en F, & entre A & F ayant posé le poinct G, je descris sur iceluy, comme centre, le deferant lunaire F H, duquel F est apogée:



Mais d'autant que le mouvement du mesme apogée, ne cause aucune alteration à ce que nous voulons dire, pource qu'il est sans inegalité, je prens que le deferant lunaire n'aye aucun mouvement, mais que le moyen apogee comme F, demeure tousiours en la ligne menée du centre D par la terre. Ce qu'estant ainsi, soit la terre avec le deferant lunaire parvenuë de A en B, alors son moyen apogée (suivant le posé) sera en la ligne prolongée D B, comme soit en I, puis menée de E par B, jusques au deferant lunaire la ligne E B K, tellement que K signifie l'apogée, & l'angle E B D, ou I B K l'apherese de la terre B, & partant aussi de l'entier deferant lunaire, & par consequent du my-apogée I, lequel est veu en un autre lieu de E, que par D; maintenant on demande si le mesme apogée I, avec la venuë de la terre de A en B, n'a reçeu aucune inegalité par l'eccentrique de la terre? Or tout bien posé, on voit qu'il y a difference, & diversité touchant le lieu du spectateur, que si c'est au Soleil E, comme centre de l'ecliptique, alors l'apogée I sera veu avoir eu de là une inegalité; & d'autant qu'il n'est pas question du lieu du spectateur en E, mais de la terre B; alors le poinct K monstre la longitude apparante de la terre, comme ainsi soit que la ligne E B K vienne de E centre de l'ecliptique, tellemét que si le my-apogée estoit veu là, il auroit reçeu une inegalité en la venuë de la terre de A en B, assavoir l'angle I B K: mais il est veu en I, autant plus avancé qu'emporte l'angle K B I, & partant par la venue de la terre de A en B, il aura autant couru en apparence en l'ecliptique, que peut emporter l'arc A B, ou l'angle A D B, qui est precisement autant que le cours propre de la terre sans aucune inegalité: joinct que je vis pour lors, que combien que la terre & aussi le deferant de la Lune ayent la mesme inegalité qu'on attribue au Soleil en l'hypothese impropre, que nonobstant cela, l'apogée du deferant lunaire veu de la terre n'a pas ceste inegalité là, ce qui me mist lors hors de doute. Je trouvay aussi qu'il ne se trouvoit aucune difference en la position du mouvement propre de l'apogée de 52 ① 27 ② par jour, contre l'ordre des signes, comme en l'onziesme proposition de ce troisiesme livre, qui est en l'hypothese impropre 6 ①, 41 ② selon l'ordre des signes, par l'onziesme proposition du premier livre: Semblablement qu'il ne se trouvoit aucune difference en posant le cours propre des nœuds par jour de 1 deg. 2, 19, contre l'ordre des signes, comme en l'onziesme proposition de ce troisiesme livre, qui est en l'hypothese impropre de 3 ① 11 ② contre l'ordre des signes aussi, par l'onziesme proposition du premier livre.

Mais combien que les choses susdites m'estoyent ainsi cognues, il n'apparoissoit pas clairement, que je peusse tirer de là, la convenance du cours de la Lune és deux hypotheses, sans autre declaration; tellement qu'à ceste fin, je fis la 12 proposition.

Tiercement, cecy m'est advenu en l'ordonnance des cours des autres cinq planetes, assavoir de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure; qu'il estoit manifeste qu'en la computation des lieux des planetes en l'impropre hypothese, que l'on mene diverses lignes de l'eccentre du Soleil, c'est à dire de la terre, aux autres poincts necessaires, comme en la figure de la 15 proposition les lignes A R, A T, de la terre fixe A; & par consequent on pourroit penser qu'en la supputation des lieux des planetes en la propre hypothese, que telles lignes, comme K X & K V, ne devroyent pas estre menées de K, mais de C eccentre du deferant terrestre, qui est le Soleil fixe, puis que tel lieu tient tel rang en la propre hypothese, comme la terre fixe en l'impropre; joinct qu'il me sembloit aussi que cela requeroit demonstration.

Quatriesmement, on peut encor bien joindre à cecy le grand changement qu'il advient, en ce qu'en l'hypothese propre on oste l'epicycle, disant que c'est le cours de la terre qui cause ceste apparence, & qu'on place la planete où estoit le centre de l'epicycle.

De toutes ces choses, il ne m'a pas semblé estre à propos de tirer conclusion de convenance sans en faire demonstration, ce qui a esté la certitude de ceux qui l'ont fait par cy-devant. Mais touchant que *Copernique* n'en a rien escrit, combien que ce qu'il en dit, est certain; comme de supputer le cours de la Lune en l'hypothese propre, comme en l'impropre, sans recevoir alteration quelconque du cours de la terre; d'avantage és autres planetes, de ne pas mener les lignes susdites, du Soleil comme centre du monde, mais du centre du deferant de la terre: de tout cela on peut juger de deux choses l'une; la premiere, ou qu'il n'a pas trouvé la chose si estrange que moy, mais si aisée qu'il n'estoit pas grand besoing à son advis d'en faire aucune mention; ou bien qu'il a trouvé des livres des anciens, touchant la terre mobile, là où les raisons n'estoyent pas deduites de ce que dessus, & qu'il les a aussi delaissées, en mettant son livre en lumiere.

Or que ce soit l'une ou l'autre, tousiours si c'est la premiere, aucuns seront esmeus de prendre garde, à cercher un chemin plus court; afin de ne pas declarer par un long chemin ce qu'on pourroit faire par un plus court; & si c'est la seconde qu'il ayt trouvé des livres des anciens, cela sera un argument, que si on cerchoit és bibliotheques, qu'on en pourroit peut estre encor trouver d'autres, & par ce moyen avoir occasion de recercher les livres des anciens avec plus de diligence qu'on n'a fait.

Conclusion. Nous avons donc declaré pourquoy a esté demonstré és 8, 12, 15 & 17 propositions, que les planetes sont veues avoir mesmes longitudes apparantes

tes & mesmes distances de la terre en l'une & l'autre hypothese, avec leurs circonstances, selon le requis.

PROPOSITION XIX.

Declárer en quelle hypothese, assavoir en l'impropre, qui est de la terre immobile, ou en la propre, qui est de la terre mobile; il semble estre le plus commode de faire les computations de la longitude des planetes.

Au livre precedent ayant descrit le cours des planetes par les Ephemerides observées, & au deuxiesme, par operation Mathematique, tous deux fondez sur l'impropre hypothese, & puis suivant mon dessein descrivant ce troisiesme fondé sur la propre; tellement qu'on pourroit objecter, que puis qu'on sçavoit que l'autre estoit impropre hypothese, pourquoy elle n'estoit obmise sans y perdre temps, mais plustost dés le commencement descrire la propre: là dessus je respons generalement, que j'estime la cognoissance de l'une & de l'autre fort necessaire: car par exemple, puis qu'il a esté demonstré qu'elles conviennent, il ne sera de besoing de descrire des propositions nouvelles en la propre, touchant l'invention de la longitude des planetes, equations des jours, conjonctions, oppositions, eclipses, &c. lesquelles sont jà descrites en l'impropre; voire que mon opinion est de faire toutes les supputations en general par l'hypothese impropre, comme plus commodement.

Car par exemple, si quelqu'un commandant de remettre un fardeau, lequel estoit dans un batteau vogant, dix pieds plus en arriere; & qu'on le vienne mettre voirement dix pieds plus derriere, ne plus ne moins que si le batteau estoit ferme; car autrement il le faudroit mettre plus loing, autant que le cours du batteau emporte entre le temps du commandement, & l'execution qui pourroit estre, je prens 1000 pieds d'avantage, & partant au lieu de 10 pieds en arriere le faudroit reculer de 1010 pieds, qui seroit peut estre hors le batteau dans l'eau; ce qui n'estant pas selon l'intention du commandeur, s'ensuit qu'il est plus commode en tel accident de parler & faire selon l'apparant, qu'autrement; assavoir selon l'immobilité apparante de la matiere interieure du navire. Mais s'il estoit question, non pas de transporter un fardeau dedans le navire, mais de transposer un pau dedans l'eau, fiché au fond, assavoir de 10 pieds plus en arriere d'un certain lieu du navire, duquel il est à l'endroit, alors on entend la chose proprement, soit que le navire ayt changé de lieu ou non. Tellement qu'entre les hommes il y a deux manieres de faire & parler, l'une fondée sur l'apparence, l'autre sur le propre, ou la chose mesme; desquelles on doit choisir celle qui est la plus facile: ce qu'estant concedé, il semble qu'il soit besoing icy en l'Astronomie de donner à la pensée un fondement des deux hypotheses, assavoir de l'apparante & de la vraye, comme la plus grande commodité & facilité le requiert: l'apparante quant aux rudimens, & à la calculation, car les noms (en ceste matiere de la terre mobile) sont aussi bien usurpez comme si elle estoit fixe; veu que les elevations des estoiles, leur lever, & coucher, &c. sembleroyent estre trop difficiles de les prendre proprement; mesme *Copernique* ne s'en est servi, combien que son intention totale soit fondée en l'hypothese de terre mobile; tout de mesme qu'au navire susdit il estoit plus expedient de parler & entendre selon l'apparence, que non pas selon le propre; & icy semblablement est plus convenable à nous qui sommes sur la terre, de la prendre pour fixe, plustost qu'autrement. Au contraire estant question du cours en latitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, comme on verra cy-apres, la chose exige (de mesme que le pau fiché hors le navire cy-dessus) de faire la calculation selon l'hypothese propre, veu que par là, on a le requis avec plus de cognoissance & facilité: joinct que la calculation sur l'impropre est tirée d'icelle selon la maniere que je demonstreray cy-apres.

Voila donc mon opinion, laquelle j'ay suivi en ceste matiere, que si on en trouve de plus pregnantes, par lesquelles l'autre voye soit plus expediente, il sera bon de les suivre.

Jusques icy du mouvement en longitude des planetes: s'ensuit de leurs cours en latitude.

DU COURS EN LATITUDE.

CINQUIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

Du mouvement en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, selon l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

D'autant que la terre mobile, & le Soleil fixe, sont posez estre dans l'ecliptique sans latitude, & que le cours en latitude de la Lune, descrit au deuxiesme livre commençant à la 34 proposition en l'hypothese impropre, n'a aucune difference qui aye besoing de declaration, avec celle de l'hypothese propre, ainsi que presentement n'en sera parlé; mais seulement des cinq autres planetes, comme s'ensuit.

Tout ainsi que les anciens ont commencé leurs descriptions du cours en longitude, par les observations de chacune planete en un temps cognu, afin de tirer des regles generales de là, à la cognoissance de leurs cours pour le temps à venir; de mesme aussi l'ordre naturel requiert le semblable, à la description du cours en latitude, joinct que je commenceray par là, la description particuliere de chacune planete, seulement je descriray des regles formées sur le cours de Saturne dés le commencement, pource qu'elles servent aussi aux autres, comme sera mentionné où il en sera de besoing, desquelles regles y en aura six.

La premiere, qui est la vingtiesme en l'ordre, est la description des observations de Ptolemée, *de la latitude apparante de Saturne, servant aux regles generales de la proprieté de son cours en latitude.*

La deuxiesme, la 21 en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poincts des deux latitudes majeures du deferant de Saturne, avec les moindres distances du deferant de la terre aux deux poincts susdits: Aussi la longueur de la ligne totale d'un poinct desdites latitudes majeu-

majeures jusqu'à l'autre, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.*

La troisiesme, qui est la vingt-deuxiesme en l'ordre, est pour trouver la latitude du deferant de Saturne : & combien aussi c'est que les nœuds sont distans du centre du deferant terrestre en mesmes parties & par mesme voye que dessus est dit.

La quatriesme, estant la vingt-troisiesme en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poincts extremes des nœuds, & des deux poincts extremes de latitude en la voye de Saturne ♄: Aussi la ligne du centre du deferant de Saturne, perpendiculaire sur la ligne des nœuds en telles parties, & par telle voye, comme a esté dit cy-dessus.

La cinquiesme, qui est la vingt-quatriesme en l'ordre, pour trouver la longueur de la ligne perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, d'un poinct donné au deferant de Saturne, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, *par voye Mathematique, en l'hypothese propre.*

La sixiesme, qui est la vingt-cinquiesme en l'ordre, pour trouver la latitude apparante de Saturne, en un temps donné, par voye Mathematique, en l'hypothese propre.

Puis suivra l'advertissement susdit des autres planetes, sans en former aucune proposition.

PREMIEREMENT DU COURS EN LATITUDE DE SATURNE.

Proposition XX.

Descrire les observations de Ptolemée *de la latitude apparante de Saturne, servant aux regles generales de la proprieté de son cours en latitude.*

Article I.

Pource que mon opinion est que jadis chez les anciens y a eu une plus grande cognoissance du cours en longitude des planetes avec l'hypothese de terre mobile ; parquoy j'estime aussi que cela estant, que leurs cours en latitude ne leur a pas esté moins cognu, veu que si on y veut prendre garde un peu de pres, la chose se monstre assez d'elle-mesme, tellement que je ne pense pas que *Ptolemée* en ayt esté le premier observateur, mais que devant luy on y a fait des grandes recerches, & reduit le tout en bonne forme ; toutefois les mesmes estans tombées entre ses mains, & non en d'autres qu'on sçache, nous recevrons de luy en gré son diligent labeur, sans lequel on ne pourroit maintenant qu'avec beaucoup de travail, parvenir à la description de ce traicté, veu le peu d'observateurs d'aujourd'huy. Or pour venir à la chose, je dis ainsi : comme lors qu'on cerche la qualité de la declinaison apparante du Soleil, & l'apparante latitude de la Lune, on tasche d'avoir du commencement sa plus grande declinaison soit boreale ou australe ; afin de parvenir par là, à la cognoissance des lieux des equinoxes, & choses semblables ; de mesme *Ptolemée*, en l'observation des qualitez du mouvement de Saturne en latitude apparante, a tasché premierement de cognoistre les plus grandes latitudes, comme la boreale de 3 deg. 2 ① (ainsi est-elle en sa table) advenant tousiours lors que le centre de son epicycle apparoist estre 50 deg. devant l'apogée de son deferant, assavoir en l'ecliptique 183 deg. & Saturne au perigée de l'epicycle : Mais estant hors ledit perigée la latitude ou inclination boreale estoit pour lors moindre, & au moins lors qu'il estoit en l'apogée ; car combien qu'il n'ayt peu par effect voir cela, veu qu'alors Saturne estoit pres du Soleil, il la remarqué pourtant par conjecture de l'amoindrissement journalier, qu'il observoit advenir en ses apparitions extremes.

Article II.

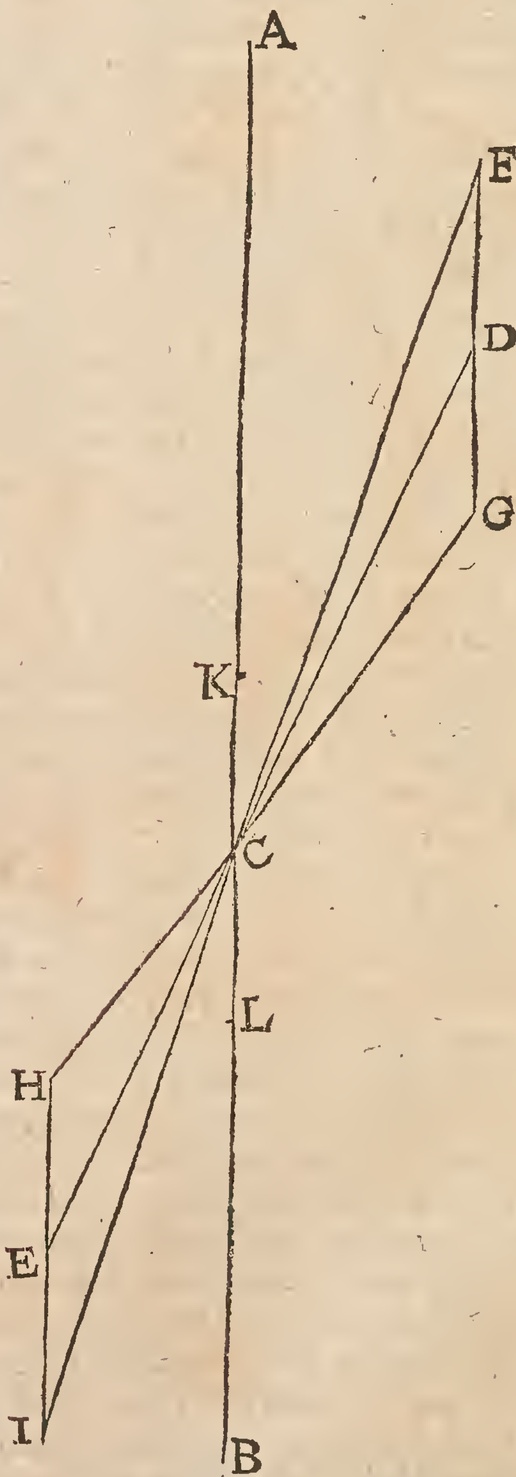
Du costé austral, la majeure inclinaison estoit de 3 deg. 5 ①, qui se faisoit lors que le centre de son epicycle estoit à l'opposite du susdit 183 deg. assavoir au 3 deg. de l'ecliptique, & Saturne au perigée de son epicycle : Mais estant esloigné dudit perigée, alors son inclination australe estoit moindre ceste fois là, & au moins estant à l'apogée.

Article III.

Jusqu'icy a esté dit des qualitez de Saturne, estant le centre de son epicycle à la majeure inclinaison de son deferant, mais estant en l'un des nœuds, il trouvoit que Saturne estoit tousiours dans le plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu de l'epicycle il puisse estre.

Article IV.

La cause plus apparante que *Ptolemée* ayt peu trouver



touchant ce mouvement lent, pour en faire une theorie fondamentale, à calculer la latitude de Saturne au temps

temps à venir, eſt telle que s'enſuit, comme on peut voir en ſon treizieſme livre 3 chapitre.

Soit A B le plan de l'ecliptique veu de coſté, & C la terre au centre, par lequel eſt menée la voye D E, tirant C D vers le coſté ſeptentrional de l'ecliptique au 183 deg. comme au premier article; tellement que les deux angles A C D, B C E ſignifient la deviation de la voye, & en ſon extremité D vers le ſeptentrion, comme centre, eſt deſcrit un epicycle F G, quaſi parallele à l'ecliptique A B; F apogée & G perigée, deſquels ſoyent menées deux lignes G C, E C. Je dis quaſi parallele, à cauſe que la difference eſt fort petite, aſſavoir 2 deg. 4 ①; car il trouve l'angle A C D de 2 deg. 26 ①, & C D G de 4 degr. 30 ①, leſquels devroyent eſtre egaux ſi leſdites lignes eſtoyent paralleles. D'avantage Saturne eſtant au perigée G de ſon epicycle, alors ſa deviation de l'ecliptique ſera l'angle A C G, trouvé au plus de 3 deg. 2 ①, comme a eſté dit au premier article. Mais hors le perigée, comme en D ou en F, ſa deviation ſeptentrionale eſtoit pour lors moindre, & au moins eſtant en F; car A C F eſt moindre à A C D, & ſemblablement au coſté meridional H I, epicycle veu de coſté quaſi parallele à A B; & ſa majeure deviation eſtoit, eſtant en ſon perigée H, c'eſt l'angle B C H, 3 deg. 5 ①, comme a eſté dit au deuxieſme article, & en autre lieu, comme en E ou en I, elle eſtoit moindre, aſſavoir à la moindre eſtant en ſon apogée I.

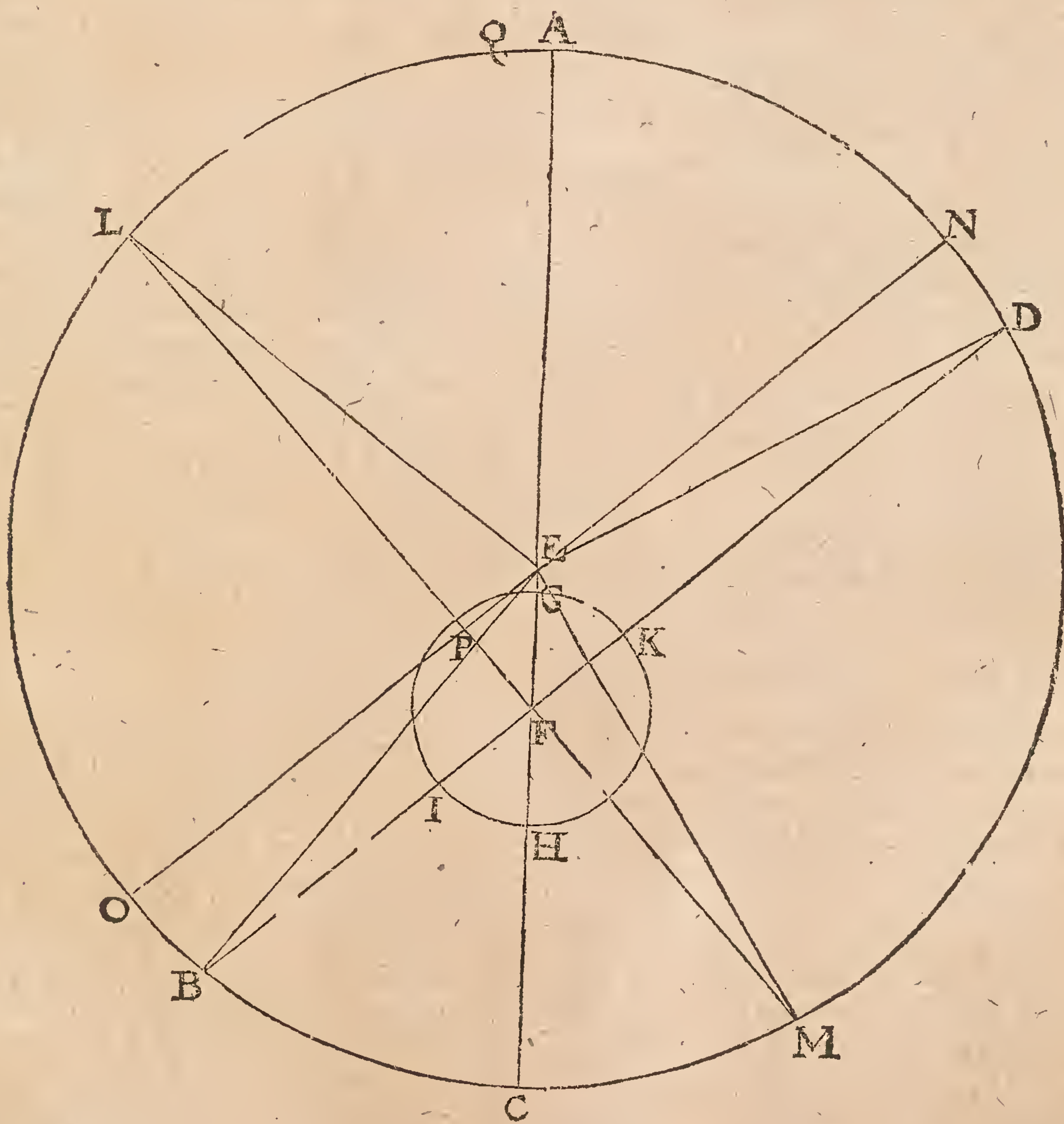
Ces deux proprietez de la deviation, lors que l'epicycle eſt aux extremitez D ou E, eſtant eſclarcies; l'autre deſcrite au troiſieſme article eſt aſſez manifeſte, lors que l'epicycle eſt en C, *Ptolemée* dit que venant là, il eſt entierement au plan de A B, comme eſt K L; & là deſſus a-il fondé ſes propoſitions, tables, & ſupputations: ce que j'euſſe mis icy, n'euſt eſté que je trouvay puis apres la raiſon de cecy, comme on verra cy-deſſous, me contentant maintenant d'avoir declaré ce que *Ptolemée* en dit, apres avoir fait ſes deligentes obſervations.

Concluſion. Nous avons donc deſcrit les obſervations de *Ptolemée*, &c.

PROPOSITION XXI.

Trouver les argumens des deux poincts de majeure deviation apparante du deferant de Saturne, avec les moindres diſtances d'iceux poincts, au deferant terreſtre. Auſſi la longueur de la ligne entiere, depuis l'un des poincts de la majeure deviation juſques à l'autre en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

Le donné. Soit A B C D la voye de Saturne, & E ſon centre, F le centre du deferant terreſtre G H, puis mené le diametre du deferant de Saturne A C par iceux poincts F, E, alors A ſera l'apogée ſous le 233. de l'ecliptique, par la 13 propoſition de ce troiſieſme livre; &



d'autant que par le premier article de la 20 propoſition la majeure deviation ſeptentrionale de Saturne advient lors qu'il apparoiſt eſtre 50 deg devant le 233 deg. de l'ecliptique; ſoit menée donc par F la ligne B F D, coupant le deferant terreſtre en I & K, tellement que l'angle A F D ſoit les meſmes 50 deg. ainſi D, B, ſeront les deux poincts du deferant de Saturne, où il peut eſtre veu en ſes majeures deviations de l'ecliptique, & ce des deux poincts K & I.

Le requis. Il faut trouver l'argument des deux poincts B, D, qui ſont les arcs A B & A B D, auſſi les deux moindres diſtances K D, I B d'iceux poincts au deferant terreſtre, & la longueur de la ligne entiere, d'un poinct de la majeure deviation juſques à l'autre, en

telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000.

Preparation. Soyent menées EB, ED.

CONSTRVCTION.

Le triangle EFD a trois termes cognus, comme l'eccentricité EF 5256, le raid ED 92308, par la recapitulation de la 13 proposition, & l'angle EFD 50 degrez par l'hypothese: par lesquels sera trouvé l'angle EDF de 2 deg. 30.

Lequel adjousté à l'angle AFD 50 deg. viendra pour l'angle AED, ou l'arc AD, 52 deg. 30.

Mais l'apogée A est le commencement du deferant; parquoy AD, 52 degr. 30 (1), osté du tout 360 deg. restera pour l'argument requis, du poinct D (de la majeure deviation septentrionale) c'est l'angle ABD 307 deg. 30.

Et le costé FD sera trouvé de 95610, duquel osté le raid FK 10000, restera la moindre distance requise KD depuis le poinct apparant de la majeure deviation septentrionale D jusques au deferant terrestre 85610.

De mesme au triangle EFB on trouvera l'angle EBF de 2 deg. 30.

Lequel osté de BFC 50 deg. (egal à AFD) restera pour l'angle CEB 47 deg. 30.

Le mesme osté du demicercle ABC restera pour l'argument requis du poinct de la majeure deviation australe apparante B, qui est l'arc AB, 132 deg. 30.

Et le costé FB sera trouvé de 88849, duquel osté FI, 10000, restera pour la moindre distance requise IB, du deferant terrestre jusques au poinct de la majeure deviation australe apparante B 78849.

Pour avoir la longueur de BD, il appert qu'icelle se trouvera estre la somme de BI 78849, IK 20000, & KD 85610, qui est 184459.

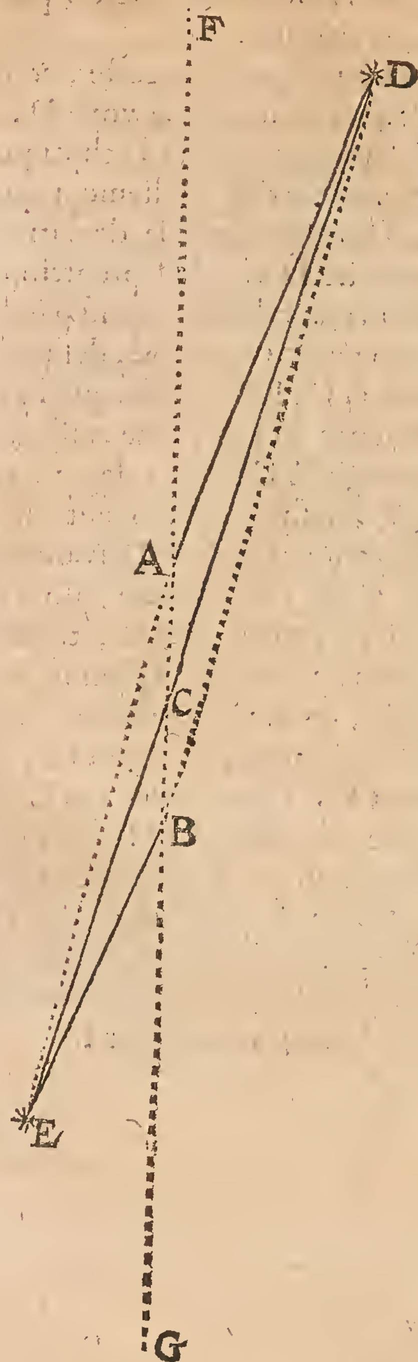
Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé les arguments des deux poincts, &c.

PROPOSITION XXII.

Trouver la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique. Avec la distance de la section de l'ecliptique, au centre du deferant terrestre, en telles parties que le raid dudit deferant terrestre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.*

Le donné. Soit AB, le profil du deferant terrestre, icy egal au diametre de celuy de la precedente proposition IK; C centre, puis soit menée DE, egale à DB en la precedente, faisant 1844959, & ceste CD egale à la precedente FD, ceste CE à la precedente FB, lesquelles se coupent l'une l'autre en C ou environ, ainsi que l'angle de deviation des deux plans est ACD, & AD; soit la ligne de la terre en A jusques au poinct de la deviation extreme septentrionale du deferant de Saturne, faisant par la 21 proposition 85610, qui est la ligne KD: Pareillement soit BE la ligne de la terre en B, jusques au poinct de la deviation extreme meridionale du deferant de Saturne E, faisant par la susdite 21 proposition, 78849 qui est là FB; & prolongée



AB de part & d'autre en F, G; alors AF & BG seront au plan de l'ecliptique, & l'angle FAD sera la majeure latitude boreale de Saturne, faisant par le cinquiesme article de la 20 proposit. 3 deg. 2 (1), mais sa majeure latitude australe GBE fait par le deuxiesme article de ladite 20 proposition 3 deg. 5 (1).

Le requis. Il faut trouver la deviation du deferant de Saturne de l'ecliptique ACD, aussi la distance de la section de l'ecliptique, au centre C du deferant terrestre AB.

CONSTRVCTION.

Le quadrangle ABDE croisé a cinq termes cognus, assavoir le costé AB diametre du deferant terrestre 20000 : AD 85610, BE 78849, l'angle DAB 176 deg. 58 (1): car autant reste-il ostant FAD 3 deg. 2 (1) du demicercle, & l'angle EBA 176 deg. 55 (1) (adjoinct de GBE 3 deg. 5 (1)) notez aussi que pour plus grande facilité sont encor cognus trois autres termes, comme DE, ligne entre les deux poincts des extremes latitudes de Saturne, faisant par la 21 proposit. de ce troisiesme livre, 1844959, la ligne AE 98849, comme egale à AB 20000, & BE 78849 ensemble: D'avantage la ligne BD 105610, est egale à AB 20000 & AD 85610 ensemble: avec lesquels on trouvera l'angle ACD, pour la deviation requise du deferant de Saturne de 2 deg. 43 (1) au lieu duquel *Ptolemée* trouve à taston 2 deg. 26 (1), en son troisiesme chap. du treiziesme livre.

Touchant la distance de la section de l'ecliptique du centre du deferant terrestre C, elle est trouvée suffisamment estre en iceluy, car entre diverses assomptions des termes, par lesquels l'operation peut estre faite, il m'advint par ceux que je pris, l'angle ADC de 19 (1), avec quoy le triangle DAC, a ses trois termes, comme les angles ADC, DCA, & le costé AD, & je trouvay la ligne AC de 10294, qui est trop de 294, devant estre 10000, pour parfaite; mais il differe si peu, que prenant l'angle ADC de 18 (1), au lieu des 19 (1), il venoit pour AC 9732, ce qui est 268 trop peu; ainsi que l'on peu tenir la section de l'ecliptique passer par le centre C, accordant avec la supputation que *Ptolemée* a fait sur sa theorie, où elle passe par la terre immobile, veu que c'est de mesme que le centre du deferant terrestre, comme je l'ay amplement declaré en la 18 proposition de ce troisiesme livre.

Notez encore, qu'on peut operer autrement que cydessus en trouvant premierement la ligne CD, (c'est du centre du deferant terrestre jusques à Saturne en un lieu

lieu donné en son deferant) par le sixiesme article de la 15 proposition de ce troisiesme livre; car estant cognue, le triangle A D C aura trois termes cognus, comme C D, A D, & l'angle A C D, par lesquels les incognus seront notifiez.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la deviation du deferant de Saturne, &c.

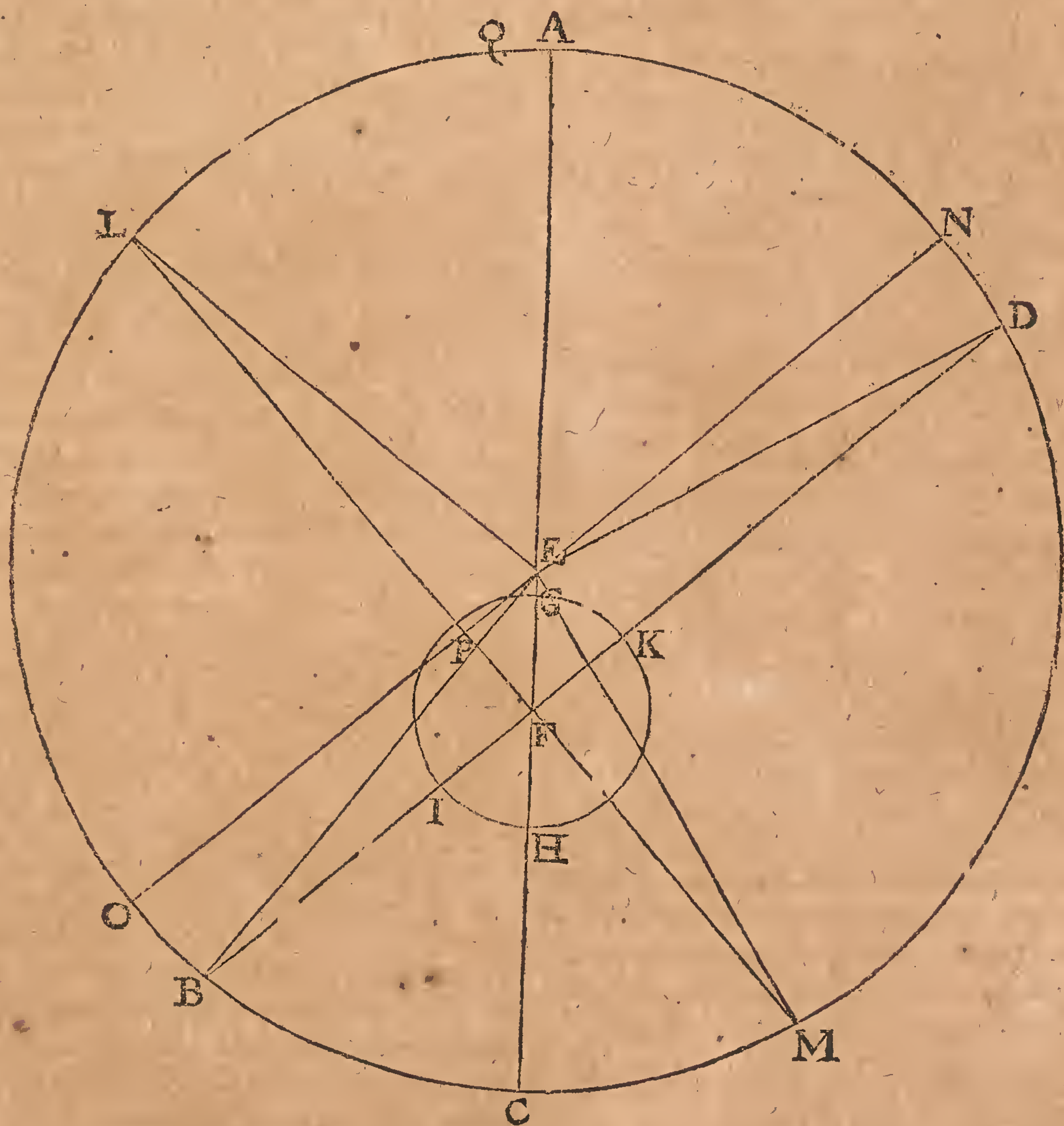
Note, contenant la declaration que le cours en latitude de Saturne, donne certain tesmoignage du mouvement de la terre.

Lors qu'en l'hypothese de terre immobile on dit que le centre de l'epicycle de Saturne est en la section de l'ecliptique, on le trouve tousiours par experience au plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu il puisse estre dans son epicycle, par le troisiesme article de la 20 proposition: ce qu'estant trouvé digne d'admiration, *Ptolemée* y a projetté une telle theorie comme a esté dit en la mesme 20 proposition: mais par l'hypothese de terre mobile, on voit que cela doit estre necessairement par le simple tournoyement du ciel de Saturne sur son axe, sans y finger rien de nouveau; voire qu'on devroit plustost trouver estrange & admirer le contraire, s'il advenoit autrement; car par exemple, si Saturne venoit de E, jusques à ce qu'il soit en la section de l'ecliptique devant C, alors il sera au plan de l'ecliptique, & puis que la terre y est tousiours aussi, assavoir en l'ecliptique; de là s'ensuit qu'en quelque lieu que la terre soit en son deferant, qu'alors Saturne est veu estre en l'ecliptique, & non dehors: Et ainsi le mouvement de la terre est si apparant que l'on peut tenir pour peu experimentez ceux qui le nient.

Proposition XXIII.

T*Rouver l'argument des deux poincts extremes de la section de l'ecliptique, & des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne; aussi la ligne du centre du deferant de Saturne, tombant à angles droicts sur la section de l'ecliptique en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient* 10000, *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.*

Le donné. Veu que pour declarer mon desseing, il faudroit marquer icy encore une fois la figure de la 21 proposition, pour y joindre quant & quant ce qui est de besoing à ceste proposition, parquoy j'useray de la susdite figure, comme s'ensuit, veu que la section de l'ecliptique passe par le centre du deferant terrestre, suivant le contenu de la 22 proposition: je mene donc par F, centre susdit, la ligne L M section de l'ecliptique perpendiculaire sur D B, & de ses poincts extremes L, M, je mene les deux lignes L E & M E: & par le poinct E le diametre N O parallele à D B, coupant L M en P.



Le requis. Il faut trouver les arguments de L, M, poincts extremes de la section de l'ecliptique L M; pareillement l'argument des N, O, qui sont poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne, & E P longueur de la ligne du centre du deferant de Saturne perpendiculaire sur L M section de l'ecliptique.

Constrvction.

De l'angle droit L F D, ostant A F D 50 deg. par le premier article de la 20 proposition, restera pour l'angle L F E 40 deg.

Le triangle L F E a trois termes cognus, assavoir L E comme raid du deferant 92308, l'eccentricité E F 5256, par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre, & l'angle L F E 40 deg. premier en l'ordre: on trouvera l'angle F L E de 2 deg. 6.

 Lequel

Lequel adjousté aux susdits 40 deg. de L F E viendra pour l'angle A E L, ou l'arc A L, argument requis d'un des poincts de la section de l'ecliptique L 42 deg. 6.

Mais pour trouver l'argument de l'autre poinct M, on voit que l'angle F M E est egal à F L E, qui sera donc de 2 deg. 6 lequel osté de C F M, 40 deg. comme opposite de L F E, premier en l'ordre, restera pour F E M, ou C E M, ou l'arc C M 37 deg. 54. auquel adjousté le demicercle A B C 180 deg. viendra pour l'argument requis du poinct M 217 deg. 54.

Et pour trouver l'argument des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne C (qui ne sont pas les poincts B, D, pour cause notoire, combien que Saturne est veu de la terre en la plus grande latitude apparante, mais N, O) je dis ainsi : veu que l'angle E D F fait 2 degr. 30 ①, par la 21 proposition, & que N E D est egal à iceluy, pource que E D est entre les deux paralleles E N, F D, alors l'angle E N D, ou l'arc D N sera 2 deg. 30 ①, lequel adjousté à l'argument du poinct D, faisant par la 21 proposit. 307 deg. 30 ①, viendra pour l'argument requis du poinct N 310 deg.

Et O poinct opposite d'iceluy sera au 130 deg.

Pour trouver maintenant la ligne E P, le triangle E L P a trois termes cognus, comme le raid E L 92308 (par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre) l'angle E L P 2 deg. 6 ①, deuxiesme en l'ordre, & l'angle P, droict; par lesquels on trouvera E P de 3378.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé les arguments des deux poincts extremes, &c.

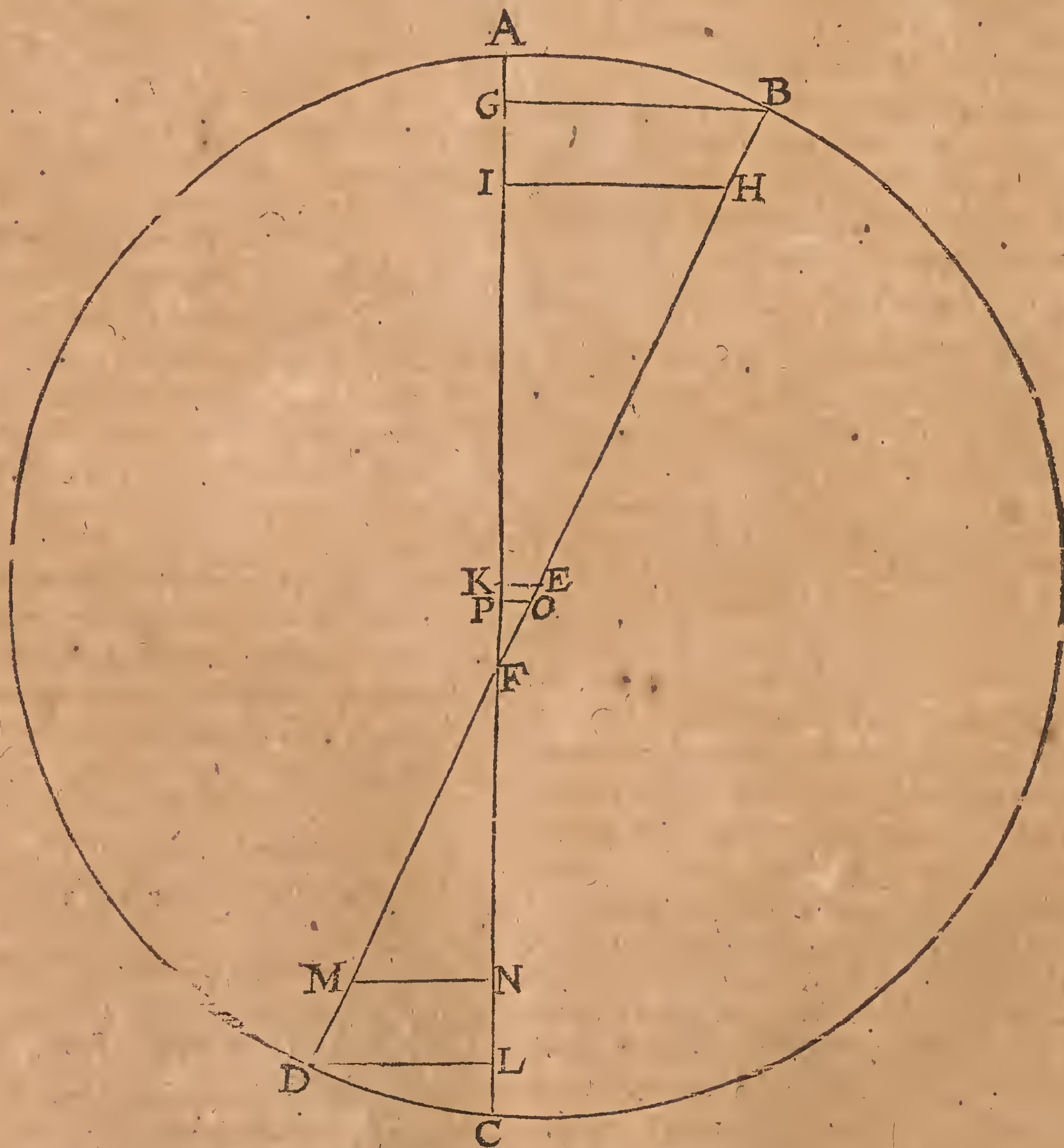
COROLLAIRE.

Il appert que Saturne en son deferant doit tousiours estre meridional du 42 deg. 6 ①, troisiesme en l'ordre (qui est de L par B à M en la 21 propos.) mais du 217 deg. 54 ①, quatriesme en l'ordre, jusques au 42 deg. 6 ①, qui est de M par A à L, doit tousiours estre septentrional: Car il faut remarquer que l'arc susdit de L par B à M, faisant 217 deg. 54 ①, est marqué en la figure de la 22 propos. par la ligne C F, veu de costé: ce qu'estant ainsi, Saturne ne pourra pas (en C E de la 22 prop.) estre en tel lieu, qu'estant veu de la terre, il puisse apparoistre autrement qu'au costé meridional de l'ecliptique F G, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant A B; & semblablement il ne peut estre en tel lieu (en C D de la 22 prop. signifiant l'arc M A L de la 21 prop.) qu'estant veu de la terre, il puisse apparoistre autrement qu'au costé septentrional de l'ecliptique F G, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant A B.

PROPOSITION XXIV.

Trouver la longueur de la ligne perpendiculaire, d'un poinct donné au deferant de Saturne, sur le plan de l'ecliptique, en telles parties que le raid du deferant terrestre en fait 10000, par voye Mathematique fondée, sur l'hypothese de terre mobile.

Le donné. Soit A B C D le ciel de Saturne, E son centre, par lequel est menée B E D. (de la qualité de



N E O en la figure de la 21 prop.) denotant le deferant de Saturne veu de costé, où soit le poinct F denotant la section de l'ecliptique veu de costé, ainsi que E F (egal à E P de la 22 prop.) est la ligne qui tombe perpendiculairement du centre du deferant de Saturne sur la section de l'ecliptique, faisant 3378 par la 23 prop. puis menée

menée par F la ligne droite A F C, denotant le plan de l'ecliptique veu aussi de costé, & l'angle B F A, estant la deviation des plans du deferant & de l'ecliptique, fait par la 22 prop. du 3 liv. 2 deg. 43 ①.

Constrvction.

Exemple I.

Premierement supposant qu'il faille trouver icy la longueur de la ligne B G, laquelle tombe perpendiculairement sur le plan de l'ecliptique A C du poinct B de majeure deviation. Pour y parvenir je dis que le raid du deferant E B est 92308 (par la recapitulation de la 13 prop. du 3 liv.) & F E 3378, leur somme pour F B est 95686, ainsi que le triangle B F G a trois termes cognus, assavoir le costé F B 95686, l'angle F 2 deg, 43 ①, & l'angle G droit par le donné, par lesquels on trouvera B G estre de 4535.

Exemple II.

Soit qu'il faille trouver H I, venant du 30 deg. du deferant à compter depuis le poinct de la majeure deviation B; mais veu que telle ligne est egale à celle qui tombe du raid du deferant E B, du poinct H, extremité du verset B H de 30 degr. soit donc prise E B pour raid du deferant, ou E H sera sinus de 60 deg. complement du susdit 30 deg faisant 8660; parquoy je dis, E B estant 10000, alors E H sera 8660, combien donnera E B estant posé de 92308? viendra pour E H 79939, auquel adjousté E F faisant par l'hypothese 3378, viendra pour F H 83317, ainsi que le triangle H F I a 3 termes cognus, comme F H 83317, F 2 deg. 43 ① & I droict: par lesquels on trouvera H I estre de 3949, & appert que H I vient du 340 deg. du deferant de Saturne; veu que ce B, est marqué N en la 21 prop. estant au deferant au 310 deg. par la 23 prop. auquel adjousté 30 deg. viendra comme devant 340 deg.

Notez maintenant que comme on a trouvé H I entre E & B, ou au demicercle E B, ainsi en fera-on au mesme demicercle où ce puisse estre.

Exemple III.

Soit qu'on vueille trouver E K venant du 90 deg. du deferant à compter du poinct de l'extreme deviation D: ce qui est facile, estant E F 3378, par l'hypothese, & ainsi le triangle E F K a 3 termes cognus, comme E F 3378, F 2 deg. 43 ①, & K droit: parquoy E K se trouvera estre 160; ayant donc fait tel progrés au demicercle E B, nous en ferons autant au demicercle E D.

Exemple IV.

Soit qu'il faille trouver D L perpendicle sur l'ecliptique A C, du poinct D de majeure deviation australe, on ostera F E 3378 de E D 92308, restera 88930 pour F D, ainsi que le triangle D F L a 3 termes cognus, comme F D 88930, F 2 deg. 43 ①, & L droict: tellement qu'on trouvera D L de 4215, pour le requis.

Exemple V.

Soit qu'il faille trouver M N, venant du 30 deg. du deferant, à compter du poinct D extreme deviation, & veu que telle ligne est egale à celle qui vient du raid du deferant, de M extremité du verset de 30 deg. D M, soit posée E D comme raid du deferant, donc E M sera sinus de 60 deg. (complement des 30 deg.) 8660: donc E D faisant 10000, E M fera 8660, combien E M, lors que E D est posé de 92308? fait E M 79939, duquel osté E F 3378, restera F M 76561; ainsi que le triangle M F N a 3 termes cognus, comme F M 76561, l'angle F, 2 deg. 43 ①, & N droict: par lesquels on trouvera N M pour la ligne requise 3629.

Notez maintenant que de mesme qu'on a trouvé M N entre F, D; ainsi seront trouvées en tout autre lieu entre les mesmes F, D.

Exemple VI.

Que si on veut trouver la ligne O P, venant du 89 deg. du deferant à compter du poinct de l'extreme deviation D; laquelle ligne est egale à celle qui vient du poinct O au raid du deferant E D, comme extremité du verset D O de 89 deg. soit donc prise E D pour le raid du deferant, où E O sera sinus de 1 degré (complement de 89 degr. qui est 175: Parquoy je dis, E D estant 10000, E O sera 175, que fera-elle estant E D posée de 92308? viendra pour E O 1615, laquelle ostée de E F 3378 par l'hypothese, restera O F 1763; tellement que le triangle O P F a 3 termes cognus, comme F O 1763, l'angle F 2 deg. 43 ①, & P droict: par lesquels on aura O P 84 pour la requise.

Et de mesme qu'on a trouvé O P entre E, F, ainsi trouvera-on tout autre entre les mesmes.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longueur, &c.

Corollaire.

Il appert comment on pourra faire une table pour trouver facilement la ligne requise du deferant de Saturne, perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, & ce de degré en degré, commençant à l'apogée: comme par exemple, pour trouver la ligne qui vient du deferant de Saturne au 1 degré, prenant la figure de la 21 prop. où soit marqué le poinct Q, ainsi que de l'apogée A à Q soit 1 degré, d'où s'ensuit que N Q sera 51 degr. (car l'argument de N fait 310 deg par la 23 prop. dont l'apotome circulaire est 50 deg. pour N A, auquel adjousté A Q 1 deg. viendra, comme dessus, 51 deg.) donc par la 24 prop. on trouvera la perpendicle du 51 deg. à compter de B, (comme a esté fait devant de la perpend. H I de 30 deg.) on aura donc ainsi le requis, pource que ceste ligne tombera du 1 degr. du deferant de Saturne, & ainsi des autres.

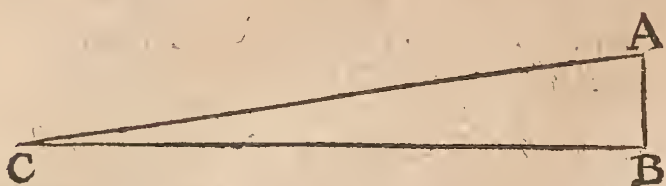
Notez encor que lors que ces choses ne seroient pas faites par exemple, mais pour servir à avoir la latitude pour l'advenir, qu'alors il sera besoing d'avoir par experience la longitude apparante de l'apogée, où il est pour le present: Aussi comment la section de l'ecliptique s'est meuë depuis le temps de *Ptolemée* (duquel j'ay pris les observations par exemple, pour les causes declarées en leur lieu) car les escrivains des Ephemerides, prennent que le cours de la section de l'ecliptique de Saturne soit egal avec celuy de l'apogée du deferant, tousiours 50 deg. l'un de l'autre, mais il faudroit des nouvelles observations là dessus; car si les cours de l'apogée & section de l'ecliptique de Saturne sont divers, comme il advient à la Lune, ce seroit la cause pourquoy on ne trouve en effect sa latitude, comme elle resulte de la supputation des Ephemerides.

Proposition XXV.

Trouver la latitude apparante de Saturne, au temps donné, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.

Le donné. Soit Saturne au temps donné au 340 deg. de son deferant, où la ligne d'iceluy perpendicle sur le plan de l'ecliptique sera 3949, par la 24 propos. au 2 exemple: & sa distance à la terre soit, je pose 8000,

trouvée par la maniere declarée au 6 article de la 15 prop. de ce 3 livre, estant là, la ligne XV.



Le requis. Il faut trouver par iceux la latitude apparante de Saturne.

Preparation. Je marque le triangle rectangle A B C, B est l'angle droit, le costé A B les 3949 donnez, & A C les 80000.

Constrvction.

Le triangle A B C a 3 termes cognus, comme a esté dit à la preparation, par lesquels on trouvera l'angle A C B de 2 deg. 50 (I) pour la latitude requise. Or pour sçavoir si elle est septentrionale ou meridionale, son argument le monstre; car il appert par la 23 proposition, qu'iceluy estant entre le 44 degr. 12 (I) & le 215 degr. 48 (I), elle sera meridionale; mais du reste elle sera septentrionale, comme en ce 340 deg.
Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la latitude, &c.

Notez.

D'autant que la regle des 6 propositions precedentes de la latitude de Saturne est commune aux autres quatre planetes Jupiter, Mars, Venus & Mercure, je ne formeray aucunes propositions particulieres pour elles, comme il a esté aussi dit au Sommaire de ceste cinquiesme distinction, mais seulement je parleray de ce qui a besoing d'advertance, comme s'ensuit.

Maintenant de la latitude de Jupiter.

Ptolemée la trouvée de mesme qualité, que celle de Saturne, & particulierement comme s'ensuit.

Premierement sa latitude majeure septentrionale estoit de 2 deg. 4 (I), advenant tousiours lors que le centre de l'epicycle estoit 20 deg. devant l'apogée de son deferant, assavoir sous le 141 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de son epicycle; mais estant hors le perigée, sa latitude septentrionale estoit pour ceste fois-la moindre, & au moins lors qu'il estoit ainsi en son apogée.

Secondement, il trouvoit en la partie australe la latitude majeure estre de 2 deg. 8 (I), advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit sous le poinct opposite du susdit 141 deg. c'est sous le 321 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de son epicycle: Mais estant hors du perigée, sa latitude australe estoit moindre pour ceste fois-la, & au moins lors qu'on le trouvoit estre en l'apogée.

Tiercement, estant le centre de son epicycle en une des extremitez de la section de l'ecliptique, il trouvoit que Jupiter estoit, comme a aussi esté dit de Saturne, tousiours au plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu il puisse estre en son epicycle.

La theorie que *Ptolemée* establit sur l'hypothese de terre immobile, est tout de mesme qualité que celle de Saturne, & partant ce seroit chose superflue d'en faire reiteration icy: comme aussi celle que j'ay emmenée cy-devant sur l'autre hypothese.

Maintenant de la latitude de Mars.

Ptolemée l'a trouvée estre de mesme qualité en tout que celle de Saturne.

Premierement, sa majeure latitude en la partie septentrionale de 4 deg. 21 (I), advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit à l'apogée de son deferant (lequel par la recapitulation de la 13 proposition estoit en l'ecliptique au 115 deg. 30 (I)) & Mars au perigée de l'epicycle: mais estant hors le perigée, sa latitude septentrionale estoit pour lors moindre, & au moins estant ainsi à l'apogée.

Secondement, il trouvoit la majeure latitude en la partie australe de 7 deg. 7 (I), advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit au perigée du deferant à l'opposite du susdit 115 deg 30 (I), c'est sous le 295 deg. 30 (I) de l'ecliptique, & Mars au perigée de son epicycle: Mais estant hors le perigée sa latitude australe estoit moindre pour ceste fois-la, & au moins le trouvant ainsi en son apogée.

Tiercement, estant le centre de l'epicycle en l'une extremité de la section de l'ecliptique, il trouvoit Mars, comme aussi il a esté dit de Saturne, tousiours au plan de l'ecliptique, en quel lieu il soit dans son epicycle.

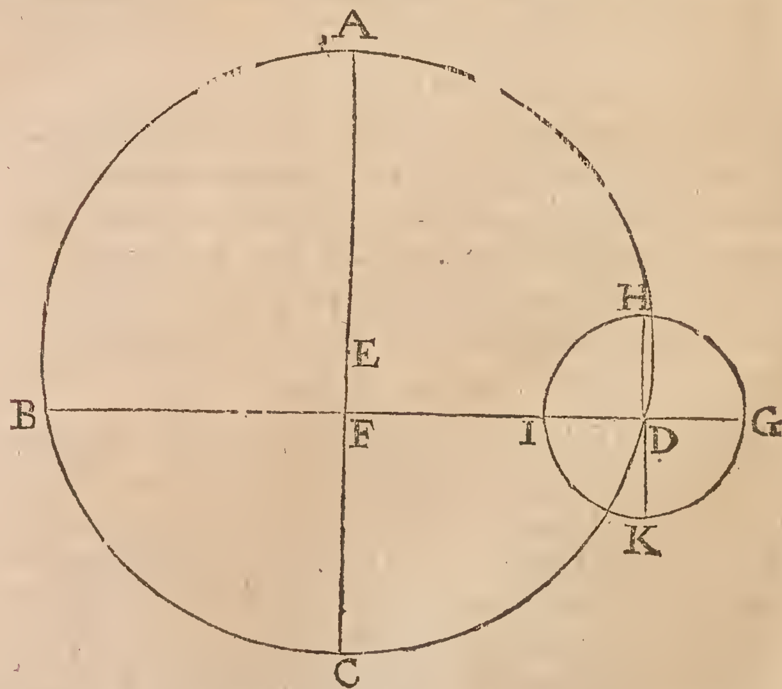
La theorie faite par *Ptolemée* est du tout de mesme qualité que celle de Saturne, tant en son hypothese; que nous en la propre: & partant inutile icy. Toutefois je diray cecy qu'en ceste construction il y a plus de briefveté qu'en celle-la, pource que l'extreme latitude de Mars advient en l'apogée & perigée de son deferant, comme dit est; car d'autant que la ligne entre les mesmes deux poincts est cognuë par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre, où le raid du deferant de Mars est de 15190, lequel pris deux fois viendra pour la mesme ligne 30380, laquelle il ne faudra pas cercher selon la maniere de la 21 proposition, ny aussi comme en la 23 proposition, les arguments des deux poincts extremes de deviation du deferant de Mars, veu qu'iceux sont l'apogée & perigée.

Maintenant de la latitude de Mercure.

Article I.

Contenant les observations de Ptolemée *touchant le cours de Mercure.*

Pour declarer plus proprement les observations de *Ptolemée*, de la qualité du cours en latitude de Mercure,



avec la somme de sa theorie establie dessus: Soit A B C le deferant de l'epicycle, E centre, F la terre, par laquelle

quelle & E est menée C F E A, A apogée, C perigée, & menée par F, la ligne B F D perpend. à A C, les poincts B, D, denoteront les 90 deg. & 270 deg. du deferant; & combien qu'il y a autant de difference que l'eccentricité y cause, toutefois nous les prendrons aussi tels, pource que *Ptolemée* le fait ainsi: & sur D, comme centre, descrit l'epicycle G H I K, duquel l'apogée G, perigée I, & moyennes eslongations H, K, entre lesquels 4 poincts sont marquez les 2 diametres I G, H K.

Ce qu'estant ainsi, *Ptolemée* a observé que la majeure latitude de Mercure estoit de 4 deg. 5 ① en la partie australe, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant: tant d'un costé, que de l'autre, c'est és 90 deg. en B, & 270 deg. en D, (lequel 90 deg. est sous le 280 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 prop. de ce 3 livre, l'apogée sous le 190 deg. de l'ecliptique) & Mercure au perigee de l'epicycle I: Mais hors le perigée, alors pour ceste fois-la, sa latitude australe estoit moindre; & au moins, estant ainsi en l'apogée G. La raison pourquoy les latitudes susdites adviennent egales, lors que le centre d'epicycle est en D, ou B, appert en la figure; pource que la ligne de la terre F à D, est egale à la ligne de F à B. Car de là s'ensuit que le centre d'epicycle estant en B, les apogée & perigée sont veus de la terre F, en telle disposition qu'estant en D.

Secondement, il trouvoit qu'au costé septentrional, la majeure latitude estoit de 1 degr. 45 ①, advenant tousiours lors que le centre d'epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, & Mercure au perigée de son epicycle, mais estant dehors le perigée, sa latitude boreale estoit pour lors moindre, & au moindre lors qu'on le trouvoit ainsi en son apogée.

ARTICLE II.

Contenant la theorie de Ptolemée, *tirée de l'observation precedente du 1 Article.*

Veu que les observations precedentes de *Ptolemée* peuvent encor estre declarées plus amplement par la theorie qu'il a establie dessus, j'en deduiray sommairement le contenu, comme s'ensuit.

D'autant que les deux poincts du deferant d'epicycle, lesquels peuvent estre veus de la terre en la latitude majeure sont B, D, il s'ensuivroit de là que la commune section de l'ecliptique & dudit deferant, doit estre perpend. à B D; & pource que *Ptolemée*, se proposoit és cours en latitude des planetes qu'elle passe par la terre F; donc selon cest ordre, la ligne A F C seroit la section de l'ecliptique, & partant le centre d'epicycle estant en A ou C, & Mercure en l'apogée ou perigée de l'epicycle, il devra estre veu de la terre F, au plan de l'ecliptique sans latitude: Mais l'experience luy monstrant le contraire, car il trouvoit sa latitude de 45 ① vers le midy: Tellement qu'il ordonna autrement la theorie de Mercure que des 3 planetes superieures (pour ceste raison, & jointement d'une autre qui sera deduite en l'appendice du cours en latitude, en l'hyp. impropre:) comme s'ensuit: Il a dit, B D passant par 2 poincts de l'extreme deviation, estre la commune section de l'ecliptique & du deferant d'epicycle, contre la regle naturelle: Mais d'autrepart a donné au deferant, & à l'epicycle quelques 3 mouvements estranges, fardez, refingez, & bien vacilles, lesquels sont nommez deviation, declinaison, & reflexion, pour les distinguer l'un de l'autre, par lesquels il est parvenu à son desseing, & seront maintenant declarez par les definitions que *Purbachius* en a doctement donné, que j'ay tiré de luy.

Pour commencer par la Deviation, il faut sçavoir que *Ptolemée* a dit, le deferant se mouvoir en ventillon de part & d'autre, sur l'axe B D, appellant tel mouvement deviation; ainsi que le centre de l'epicycle estant en B ou D, alors il n'y a aucune deviation, mais le plan du deferant est entieremẽt au plan de l'ecliptique: Mais ledit centre party de B, ou D, le deferant commence à devoyer tousiours vers le midy, laquelle deviation augmente continuellement jusques à ce que le centre de l'epicycle soit parvenu à l'apogée A, ou au perigée C; car alors la deviation est au plus, & est de 45 ① susmentioné, laquelle amoindroit puis apres, jusques à ce que le centre est parvenu en B ou D, où c'est qu'autrefois n'y a nulle deviation. Et appert d'icy que le mouvement, que le centre d'epicycle reçoit de la deviation, n'advient jamais au costé septentrional.

Touchant la Declinaison, il faut sçavoir que le plan de l'epicycle se destourne de celuy de son deferant en deux manieres. Premierement, par declinaison sur le diametre H K, passant par les moyennes distances H, K: & advient par ce mouvement que l'apogée G, du diametre I G, se destourne du deferant d'un costé, & I perigée de l'autre, tellement qu'il y a une telle regle en ce mouvement: Lors que le centre de l'epicycle, comme D, est en l'apogée A, ledit diametre I G est au plan du deferant; Mais se departant, le centre de A, alors l'apogée de l'epicycle decline vers midy, & le perigée vers septentrion, laquelle declinaison s'augmente jusques à ce que le centre d'epicycle parvienne en la moyenne distance B, où le diametre I G decline au plus, puis amoindrit de là en avant, jusques à ce que le centre d'epicycle est en C perigée, là où il n'a derechef nulle declinaison; puis de là, se mouvant vers D (moyenne distance) l'apogée, comme G, commence à decliner du plan du deferant vers le septentrion, & le perigée, comme I, vers le midy, s'augmentant ladite declinaison jusques à ce que le centre d'epicycle soit en D, où la declinaison est au plus: puis de là amoindrit jusques à ce que le centre parvienne en A, là où, comme devant, le diametre I G n'a nulle declinaison, & est au plan du deferant, & tousiours ainsi: d'où appert que la deviation du deferant estant au plus, alors l'epicycle n'a nulle declinaison, mais le deferant n'ayant nulle deviation, alors l'epicycle est en sa majeure declinaison.

Reste encore la Reflexion, qui est de l'epicycle, lequel se fait sur l'axe I G (en mouvement de ventillon, comme les autres, par dessus celuy qu'il reçoit sur l'axe H K, ainsi qu'il a esté dit, entre l'apogée & perigée de l'epicycle, assez bien accordant à celuy qui se fait en l'aiguille aymantée, à deux axes perpendicles l'un sur l'autre: Or par ce mouvement, advient que le diametre H K coupe le plan du deferant en la ligne I G, comme commune section, tellement que la gauche moitié de l'epicycle en l'un des costez du deferant, fait decliner l'autre moitié dextre du plan dudit deferant. La maniere comment ce diametre se devoye est telle: Lors que le centre d'epicycle est en la moyenne distance D, ledit diametre H K ne decline du deferant A B C D, ains est au plan d'iceluy: Mais ledit centre se mouvant de D vers l'apogée A; alors la gauche moitié du diametre H D commence à decliner (ce que nous appellerons de son nom par distinction *reflechir*, comme il a esté dit) vers le Zud, l'autre moitié vers le Nord, laquelle reflexion s'augmente continuellement jusques à ce que le centre d'epicycle est parvenu en A, où il est

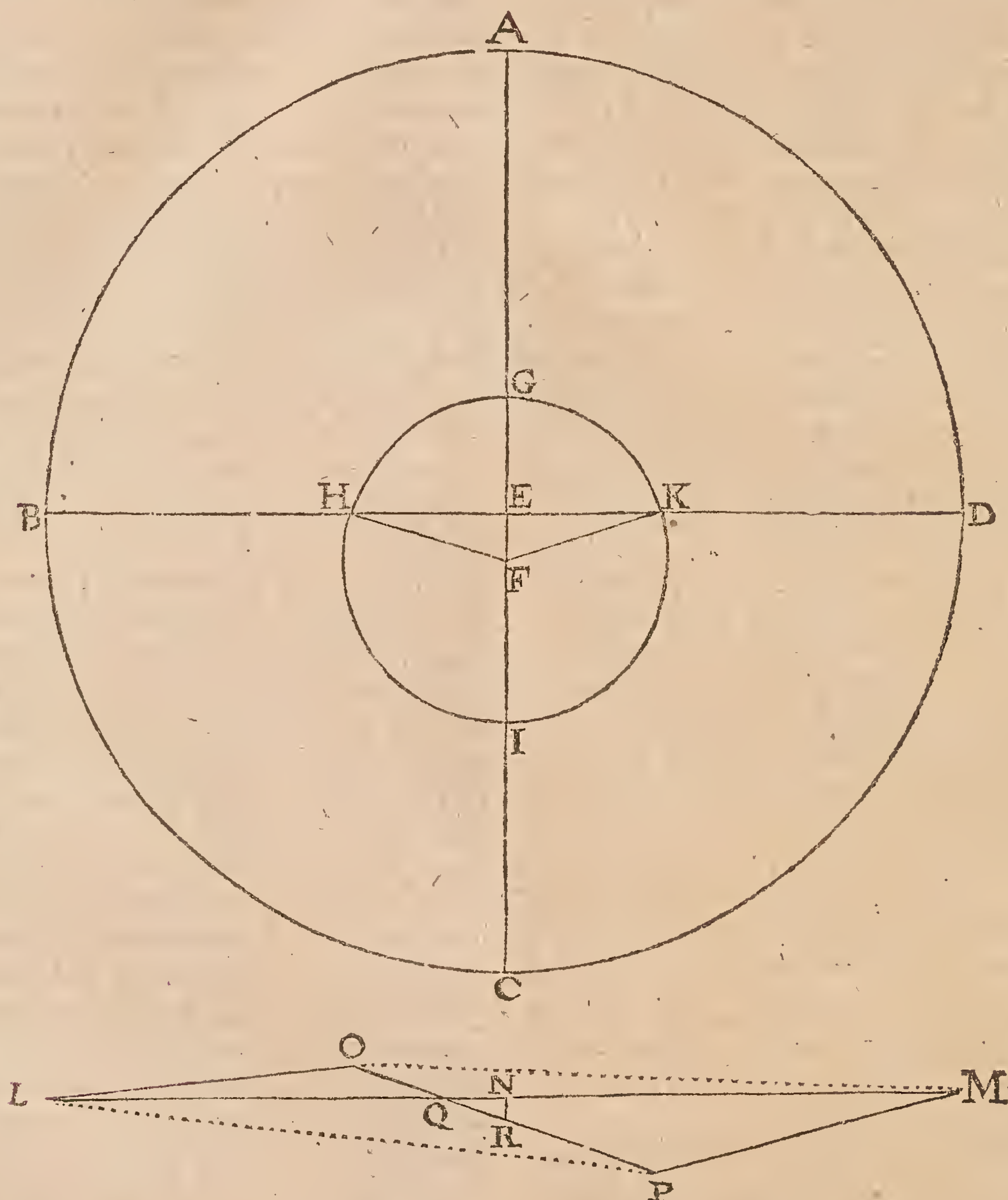
 en sa

en sa plus grande reflexion; puis en progrediant vers B, commence à diminuer sa reflexion jusques à n'en avoir plus estant en B; d'avantage progrediant vers C perigée, alors la susdite partie gauche HD commence derechef à reflefchir vers le Nord, & augmente tellement, qu'elle est en sa majeure reflexion, estant le centre d'epicycle en C, & de là en avant diminue jusques à ce que venant en D, il n'a nulle reflexion, & ainsi poursuit comme dessus a esté dit: D'icy appert qu'au poinct du deferant, où l'epicycle n'a nulle *Deviation*, là mesme se fait la plus grande reflexion.

Article III.

Contenant la declaration du cours en latitude de Mercure en l'hypothese de terre mobile.

Ayant cy-devant escrit les observations de *Ptolemée* au premier article, & pour plus ample declaration au deuxiesme sa theorie, par lesquels on pourroit bien comprendre les mesmes en l'hypothese propre, suivant la regle generale precedente; toutefois pource que la configuration des planetes inferieures est dans le deferant de la terre, & se fait autrement qu'au dehors, &



pource qu'aussi le deferant de Mercure ne passe par le centre du deferant terrestre, ce qu'aucuns trouveroyent necessaire d'estre particulierement declaré, à ceste fin soit A B C D le deferant terrestre, E son centre, G H I K deferant de Mercure, & F son centre, par lesquels centres soit menée A C, & par E la ligne B D à angles droits sur A C; alors I le poinct plus esloigné de E, & G le plus pres; d'avantage d'autant que *Ptolemée* a trouvé la majeure latitude de Mercure tousiours advenir lors que le centre d'epicycle est pres les moyennes distances; il s'ensuit qu'en l'hypothese propre, que ladite majeure latitude est tousiours veuë, lors que Mercure est ès moyennes distances de son deferant H, K, & la terre en B ou D; or H, & K estans les deux poincts, lesquels acquierent au deferant de Mercure la majeure declinaison qu'on peut voir du deferant terrestre, nous dirons donc que la commune section de ces deux poincts doit estre perpendiculaire à B D, c'est en G I, ou parallele à icelle, & non en H K, comme *Ptolemée* pose: Mais pour trouver maintenant où la mesme section d'ecliptique advient, & la declinaison du deferant de Mercure du plan de l'ecliptique, comme a esté fait ès propositions 21 & 22 de Saturne, je cerche la longueur de H K premierement ainsi: le triangle E K F a trois termes cognus, assavoir le raid du deferant Mercurial F K 3572, E F 947, par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre, & E droit: par lesquels E K sera trouvée estre de 3444.

Encor autant pour E K, viendra pour H K requise 6888.

Et de E D 10000 ostée E K 3444, premier en l'ordre, restera pour K D, aussi pour H B 6556.

Ce qu'estant ainsi cognu, je fais une autre figure, comme on a fait de Saturne en la 22 proposition, ostant premierement L M, comme deferant terrestre veu de costé, egal à B D 20000, posant N au milieu de L M, comme centre d'iceluy; & mene O P de 6888 egale à H K, deuxiesme en l'ordre, coupant L M en Q; puis L O egale à H B 6556, troisiesme en l'ordre; pareillement M P egale à K D aussi 6556; & dis que l'angle O L Q est de 1 deg. 45 ①, & P M Q 4 deg. 5 ①, suivant l'obser-

l'obseruation du premier article: ainsi le quadrilatere croisé LOMP aura cinq termes cognus, LM 20000, LO 6556, MP 6556, l'angle OLQ 1 deg. 45 Ⓘ, & PMQ 4 deg. 5 Ⓘ, par le donné: Et pour plus grande commodité est aussi cognu tant OP 6888, que PL 13444 (comme egale assez pres de OP 6888 & OL 6556 ensemble) & OM autant: par lesquels on trouvera l'angle OQL pour la declinaison requise du deferant de Mercure à l'ecliptique de 5 deg. 32 Ⓘ. Et la ligne QM de 11364, de laquelle soustrait MN 10000 restera pour la ligne, depuis la section d'ecliptique Q jusqu'au centre du deferant terrestre N 1364.

Jusqu'icy a esté descrit ce que je voulois declarer en particulier de Mercure; touchant les autres accidens, comme il a esté fait en la 6 proposition du mouvement en latitude de Saturne, nous les tiendrons comme regles generales convenantes aussi à Mercure, & aux autres planetes.

Quant aux concordances & differences de ceste position du cours en latitude de Mercure avec celle de *Ptolemée* il en sera parlé en l'appendice suivante.

MAINTENANT DE LA LATITUDE DE VENUS.

Ptolemée a observé la proprieté du cours en latitude de Venus, & la trouvé convenir du tout avec celle de Mercure, & particulierement comme s'ensuit.

Premierement sa latitude majeure estoit au costé septentrional de 6 deg. 22 Ⓘ, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, assavoir aussi bien au 270 deg. qu'au 90 (lequel 90 deg. est sous le 145 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre, veu que l'apogée est sous le 55 deg. de l'ecliptique) & Venus au perigée de son epicycle: Mais estant hors le perigée, sa latitude septentrionale estoit pour lors moindre, & à la moindre estant ainsi en son apogée.

Secondement, il trouvoit qu'au costé meridional sa majeure latitude estoit de 1 deg. 2 Ⓘ advenant tousiours lors que le cẽtre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, & Venus au perigée d'epicycle; mais estant hors le perigée, sa latitude meridionale estoit pour ceste fois moindre, & à la moindre, lors qu'on la trouvoit ainsi en son apogée.

La theorie que *Ptolemée* a ordonné sur cecy en l'hypothese impropre, avec ses deviations, declinaisons, reflexions, & autres proprietez, est du tout pareille à celle de Mercure, tellement qu'il semble inutile de la repeter icy: Et puis que la theorie sur l'hypothese propre est aussi pareille à celle de Saturne & Mercure, semblablement il ne sera besoing de la repeter icy.

Touchant les convenances & differences de ceste hypothese avec celle de *Ptolemée* quant au cours de longitude de Venus, nous en parlerons en l'adjonction suivante en l'hypothese impropre.

ADJONCTION

Du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE ADIONCTION.

Il a esté dit en la 19 proposition du troisiesme livre, qu'il estoit plus commode de faire ses calculations du cours en longitude des planetes en l'hypothese impropre, qu'en la propre; semblablement on pourroit dire le mesme du cours en latitude, & que l'ordre naturel requierreroit que ceste appendice soit colloqué non icy, mais au deuxiesme livre en l'hypothese de terre immobile, comme a esté fait avec le cours en latitude de la Lune là mesme. Pour respondre, il faut sçavoir que puis que la cognoissance fondamentale est tirée du cours en latitude de l'hypothese propre, laquelle alors n'estoit encore descrite, ny ne falloit selon mon dessein, il appert qu'elle ne pouvoit avoir son lieu pour lors: mais le mesme cours en latitude estant declaré au troisiesme livre, nous en pourrons tirer ce qu'il sera de besoing icy.

Le mesme appendice aura 6 propositions, assavoir quatre theoremes & deux problemes.

Dont la premiere, que les cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, appellez des positeurs de terre immobile, deferans d'epicycle, sont epicycles; & ce qu'ils appellent epicycles sont deferans d'epicycle.

La deuxiesme, que le plan des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus & Mercure en l'hypothese de terre immobile, est tousiours parallele au plan de l'ecliptique.

La troisiesme, qu'en deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre, que la ligne entre le centre de l'inferieur, & un poinct en la circonference du superieur, est egale & parallele à la ligne entre son poinct homologue opposite de l'inferieur, & le centre du superieur.

La quatriesme, que les planetes en l'hypothese impropre reçoivent la mesme latitude apparante, qu'ils ont en l'hypothese propre.

La cinquiesme, estant donnée la majeure latitude septentrionale & meridionale d'une planete, trouver la deviation de son deferant de l'ecliptique: aussi la distance entre la section d'ecliptique & la terre, par voye Mathematique fondée sur l'impropre hypothese.

La sixiesme, pour trouver la latitude apparante d'une planete sur un temps donné, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese impropre.

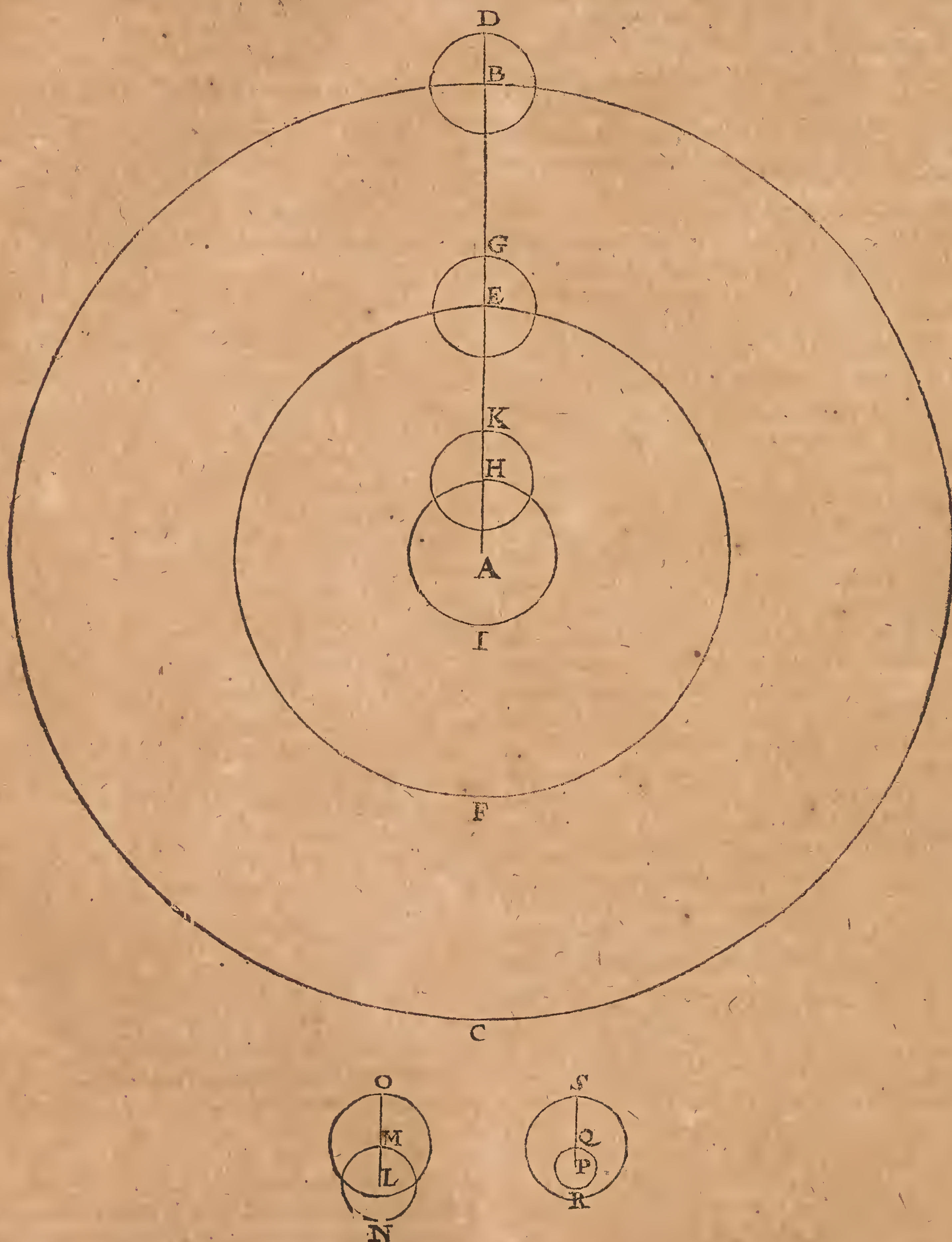
THEOREME. PROPOSITION I.

Les cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, lesquels sont appellez deferans d'epicycle par les suppositeurs de terre immobile, sont epicycles: & ce qu'ils appellent epicycles, sont deferans d'epicycle.

Il est manifeste par la precedente hypothese de terre mobile, que les epicycles des trois planetes superieures en l'hypothese impropre ne sont pas essentiels, ains fingez estre egaux au deferant de la terre; mais il en va autrement des deux planetes inferieures: car ce qu'on appelle epicycle de Venus, & aussi de Mercure n'est pas fingé, ny egal au deferant terrestre, mais à proprement parler,

parler, c'est leur voye mesme, & en l'hypothese impropre, suivant l'ordre des trois superieures, devroyent estre nommez deferans d'epicycle : Parquoy voulant que la regle precedente du cours en longitude des superieures en l'impropre hypothese, soit commune aux deux inferieures, il faudroit dire là de mesme façon, assavoir nommer deferant d'epicycle le moindre, qui est proprement deferant d'epicycle, & epicycle le grand, qui est fingé estre egal au deferant terrestre : car faisant ainsi qu'és superieures, la regle sera commune. Mais pour en parler plus amplement, il appert que puisque les epicycles de chacune planete sont egaux au deferant terrestre, qu'ils doivent estre egaux entr'eux, d'où s'ensuit que les voyes des planetes inferieures comparées à leurs epicycles, seront moindres que les voyes des superieures.

Soit par exemple en la premiere suivante figure descrit le cercle B C sur le centre A, pour deferant d'epicycle de Saturne, duquel le raid A B fait par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre, 92308, & sur



B centre, l'epicycle, duquel D B le raid est egal au raid du deferant terrestre 10000.

Secondement, soit descrit le cercle E F sur le centre A pour le deferant d'epicycle de Jupiter, duquel le raid A E fait par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre, 52174, & sur E centre, l'epicycle, duquel E G le raid soit 10000.

Tiercement, soit descrit le cercle H I deferant d'epicycle de Mars, sur le centre A, duquel le raid fait 15190 par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre, & sur H, comme centre soit descrit l'epicycle, duquel le raid H K face 10000.

Quartement sur L centre soit descrit le cercle M N, comme deferant d'epicycle de Venus M L, son raid de 7194, par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre, & sur M, comme centre, l'epicycle, duquel

quel M O eſt le raid de 10000, lequel epicycle comprend en ſoy le centre du deferant d'epicycle L, autrement que pas une des trois autres ſuſdites figures: toutefois il appert que la regle du cours en longitude, eſt generale pour toutes quatre.

Quintement, ſur le centre P deſcrit le deferant d'epicycle de Mercure Q R, ſon raid P Q, par la recapitulation de la 13 propoſition, ſera 3572, & ſur le centre Q l'epicycle, duquel Q S eſt le raid 10000; lequel comprend le deferant d'epicycle Q R entierement, autrement que non pas une d'entre les quatre figures precedentes; toutefois il appert que la regle du cours en longitude ſera generale pour toutes cinq, ſans ceſte intrication contraire, qui ſe rencontre en faiſant autrement. Ceſte mauvaiſe couſtume a ſes cauſes manifeſtes, car puis que les premiers obſervateurs n'avoyent aucune cognoiſſance du mouvement de la terre, ils ne pouvoyent pas mieux eſcrire que ce qu'ils voyoyent en apparence. Encor faut-il remarquer que la regle du cours en latitude (auſſi bien que de celuy en longitude) en l'hypotheſe de terre ferme, eſt par cecy generale de tous coſtez, comme on verra au theoreme ſuivant.

Concluſion. Les cercles donc des deux planetes inferieures Venus & Mercure, &c.

THEOREME. PROPOSITION II.

LEs plans des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus, & Mercure, ſont en l'hypotheſe impropre touſjours paralleles au plan de l'ecliptique.

Puis que l'epicycle eſt fingé eſtre egal au deferant terreſtre, & que la planete eſt ſuppoſée faire en iceluy un cours en longitude, egal & ſemblable à celuy de la terre en ſa voye; s'enſuit ſuffiſamment de là que ces deux cercles doivent eſtre poſez ou concedez paralleles, veu qu'autrement il n'y auroit nul ſemblable cours en longitude parfait, toutefois puis que ceſte parallelité ſe peut demonſtrer par la precedente, je la deſcriray comme s'enſuit, choiſiſſant à ceſte fin la figure de la 15 propoſition du troiſieſme livre. Premierement, par la regle generale deſcrite en la vingt-deuxieſme propoſition du troiſieſme livre, eſt cognuë la grandeur de la latitude de Mars au poinct N, veuë de la terre mobile O, mais autant qu'elle doit eſtre, autant doit auſſi eſtre la latitude de Mars, au poinct I en l'hypotheſe de terre ferme, veuë de A: Et ſuit puis que A I eſt egale à O N, que la ligne de I perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique, doit eſtre egale à la ligne de N perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique.

Secondement, je dis qu'autant ſera la longueur de N juſques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre mobile en P, que la ligne de F juſques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre ferme A, pource que A F eſt egale à P N.

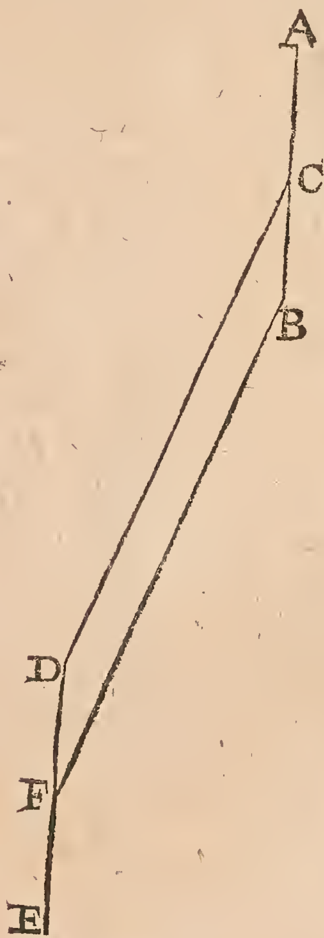
Mais chacune des deux lignes de F & N, perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique, il faut que les meſmes deux lignes de F & N perpendiculaires ſur le plan de l'ecliptique, ſoyent egales, & par conſequent le raid entier I F de l'epicycle ſera parallele au plan de l'ecliptique. Et ſur le meſme pied ſe pourra manifeſtement demonſtrer que le raid par H, perpendicle ſur F I (ſi elle eſtoit menée) ſeroit auſſi parallele au plan de l'ecliptique; car ſi on mene par le poinct K un diametre perpendicle à O P, & qu'on prenne la terre mobile eſtre en l'une extremité d'iceluy (ce qui eſt delaiſſé pour cauſe de briefveté) la demonſtration ſeroit comme devant: Or ſi les diametres F I, & par H eſtoyent menez, comme dit eſt, & eſtoyent paralleles à l'ecliptique, il s'enſuit que le plan entier de l'epicycle F I, ſera parallele au plan de l'ecliptique. Et comme eſt la demonſtration, eſtant l'epicycle avec ſon centre en H, de meſme ſera en tout autre lieu la demonſtration ſemblablement: D'avantage comme ceſte demonſtration a eſté faite ſur la figure de la 15 propoſition, ſervant aux trois planetes ſuperieures, ſemblablement ſe fera elle avec la figure de la 16 propoſition, ſervant pour les inferieures.

Concluſion. Le plan donc de l'epicycle des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure eſt touſiours parallele à l'ecliptique en l'hypotheſe impropre. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. PROPOSITION III.

EStans deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre; la ligne entre le centre de l'inferieur & un poinct en la circonference de l'autre, ſera egale & parallele à la ligne d'entre le centre du ſuperieur, & un poinct homologue & oppoſite à l'autre, à la circonference de l'inferieur.

Le donné. Soyent A B, & D E les cercles egaux & paralleles veu de coſté, C centre du ſuperieur, F de l'inferieur, & en iceux deux poincts homologues & oppoſites D, B.



Le requis. Il faut demonſtrer que D C ſera egale & parallele à F B; deſquelles choſes la demonſtration eſt manifeſte.

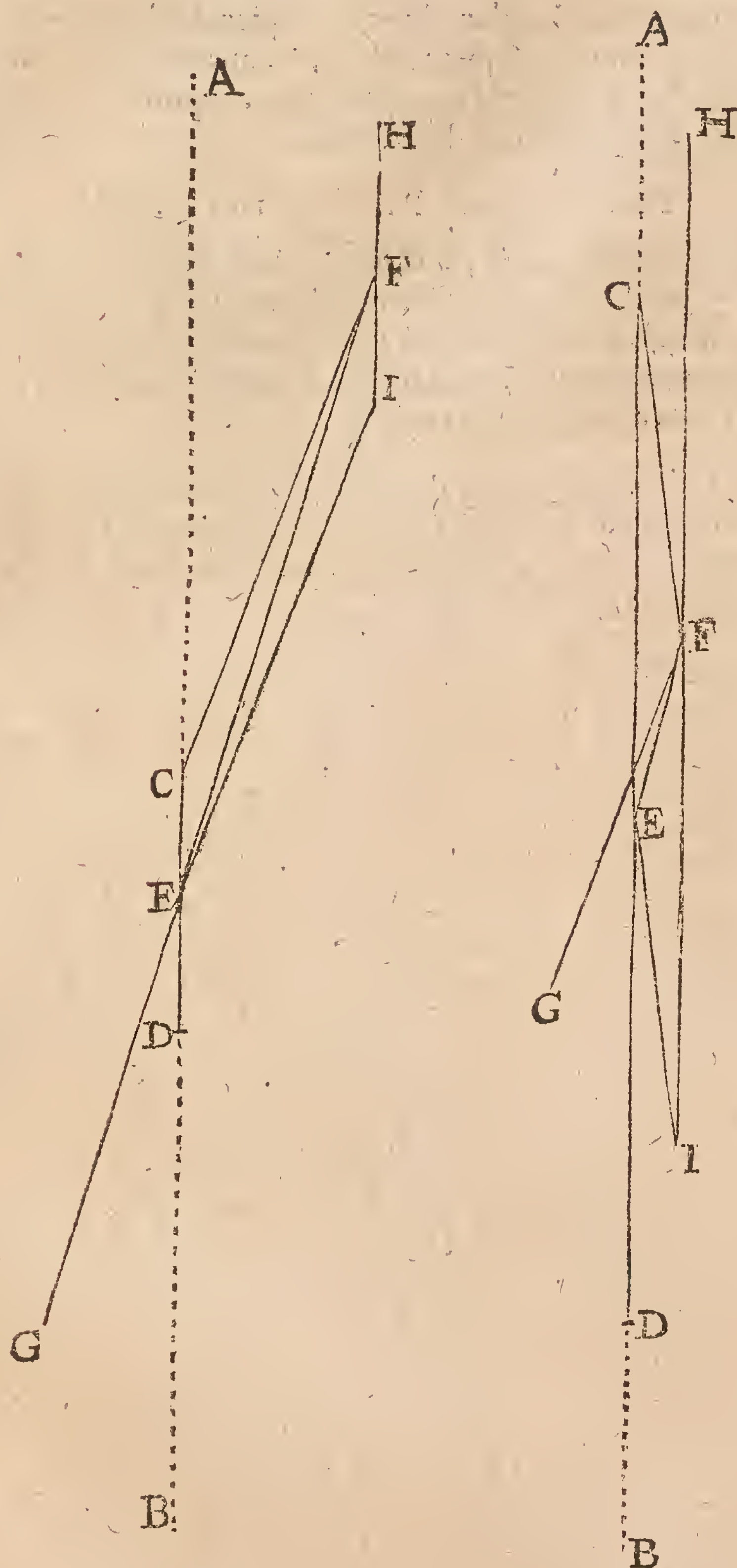
THEOREME. PROPOSITION IV.

LEs planetes reçoivent en l'hypotheſe de terre immobile, la meſme latitude apparante, qu'en celle de terre mobile.

Veu que le Soleil ou la terre n'ont aucune latitude, il ne ſera beſoing d'en parler: Quant à la latitude de la Lune, il appert aſſez és precedentes, tellement que maintenant nous n'aurons à parler que des cinq autres.

Le donné. Soit A B l'ecliptique veuë de coſté, comme auſſi les autres cercles, C D deferant de la terre, E ſon centre, par lequel en la premiere figure ſoit menée F G voye de planete, & en la deuxieſme figure (qui eſt pour les

les deux inferieures, la premiere pour les trois superieures) soit FG passant non pas par E, estant la planete, je prens au poinct superieur F, & la terre en sa voye au poinct superieur C. Et ayant jusques icy fait la delineation de l'hypothese de terre mobile, je commenceray maintenant celle de l'hypothese de terre fixe. A ceste fin je prens le centre de la voye terrestre E pour la terre



mesme, car en telle supposition elle en reviendra là, par la 15 proposition du troisiesme livre, & FG, qui estoit premierement voye de planete, je la prens maintenant pour deferant d'epicycle: D'avantage puis qu'on a posé que la planete est au poinct superieur F de sa voye, il faut que l'epicycle, soit iceluy HI, aye son centre en F, aussi egal & parallele à la voye terrestre CD par la precedente. D'avantage pource que la terre mobile estoit posée en C, la planete se posera en I, comme poinct homologue & opposite à C : Dont la raison appert en la 15 proposition du troisiesme livre.

Le requis. Il faut demonstrer que la planete en I, en l'hypothese de la terre fixe en E, a la mesme latitude apparante, qu'elle a en F en l'hypothese de terre mobile en C.

Preparation. Soyent menées les deux lignes EI, CF.

Demonstration. Veu que CD est egale & parallele à HI, leurs moitiez EC, FI auront les mesmes qualitez, & par consequent aussi CF, EI : parquoy l'angle AEI latitude apparante de la planete, veuë de la terre fixe E, sera egal à l'angle ACF qui est la latitude apparante de la planete veuë de la terre mobile C : Et ainsi qu'il a esté icy demonstré, lors que la terre & la planete sont és poincts superieurs de leurs voyes, ainsi en sera la demonstration és autres poincts.

Conclusion. Les planetes donc reçoivent en l'hypothese de terre immobile, la mesme latitude apparante, qu'en celle de la terre mobile.

Proposition V.

Estant donnée la majeure latitude boreale ou australe d'une planete, trouver la deviation de sa voye de l'ecliptique : aussi quelle distance y a de la section de l'ecliptique à la terre, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre fixe.

Veu que le deferant d'epicycle des trois planetes superieures passe par la terre, ou est pris y passer assez pres, mais des deux inferieures c'est dehors; desquels nous descrirons deux exemples.

1 *Exemple des trois planetes superieures.*

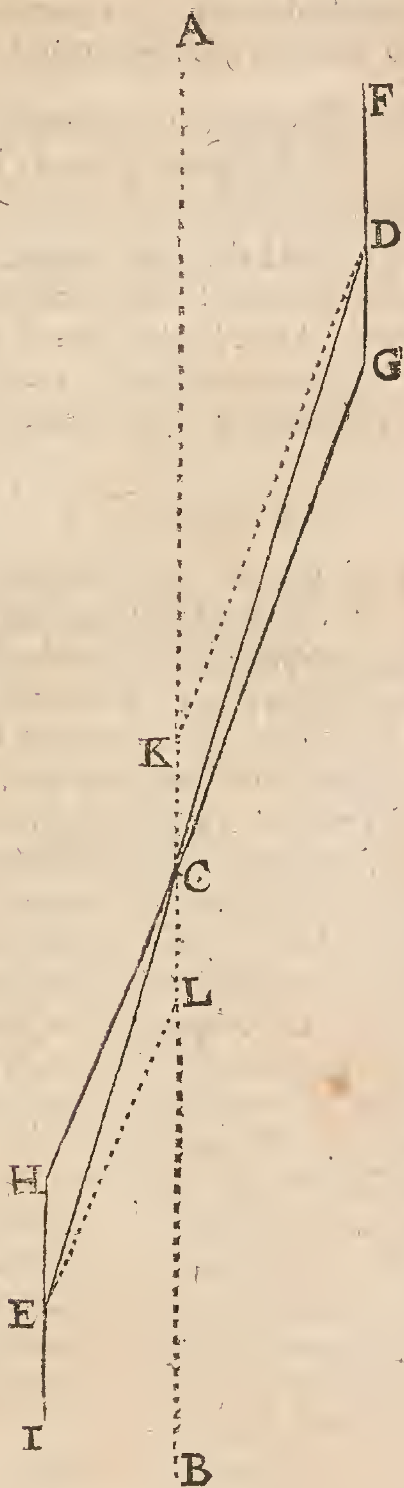
Le donné. Soit AB l'ecliptique veu de costé, son centre C, la terre fixe, par lequel soit mené le deferant d'epicycle de Saturne, DE, tirant CD vers le costé septentrional, & CE vers le meridional, ainsi que les deux angles ACD, BCE denotent la deviation du deferant d'epicycle, & par son poinct extreme D vers le nord soit, comme centre, descrit l'epicycle FG, parallele à l'ecliptique AB, duquel soit F apogée, G perigée, dont soit menée la ligne GC, & que l'angle ACG face, comme dessus a esté trouvé en l'observation de la 20 proposition du troisiesme livre, assavoir 3 deg. 2①: Semblablement sur l'extreme poinct E vers le zud, comme centre, soit descrit l'epicycle HI parallele à l'ecliptique AB, son apogée I, & perigée H; duquel est menée la ligne HC, & l'angle BCH soit, comme a esté trouvé en la premiere observation susdite de la 20 proposition du troisiesme livre, de 3 deg. 5 ①.

Le requis. Il faut trouver la deviation du deferant DE de l'ecliptique, qui est l'angle ACD.

Operation.

Le triangle CDG a trois termes cognus, comme DG 10000 par l'hypothese, CG autant que faisoit la ligne depuis la terre jusques au perigée de l'epicycle au temps de l'observation, laquelle par le corollaire de la 13 proposition du troisiesme livre, est cognue en general, & particulierement en la 21 proposition du troisiesme livre, de 88718, ou autrement pour avoir plus de facilité on prendra la ligne CD, faisant assez pres 10000 d'avantage, assavoir 98718, & l'angle DGC 176 deg. 58①, comme estant egal à l'angle GCB, lequel est adjoinct de la majeure latitude cognuë ACG 3 deg. 2①, par lesquels on trouvera CDG de 2 deg. 43① aussi pour ACD deviation requise du deferant à l'ecliptique, convenant avec les 2 deg. 43①, trouvez en la 22 proposition du troisiesme livre, faisant mesme operation de l'autre costé, cerchant l'angle BCE, disant à ceste fin : Le triangle CHE a trois termes cognus, assavoir EH 10000, par le posé, CH 75210, par le corollaire de la 13 proposition du troisiesme livre,

vre, & l'angle H 176 deg. 55①, comme egal à A C H adjoinct à la majeure latitude cognue 3 deg. 5①. Par lesquels cerchant l'angle H E C, sera trouvé de 2 deg. 43①, aussi pour B C E egal au susdit A C D aussi de



2 deg. 43, tellement qu'à ce compte G H passera par la terre fixe C : Mais si telle egalité ne s'estoit rencontrée, comme il advient és deux planetes inferieures, alors on suivroit la maniere du deuxiesme exemple suivant.

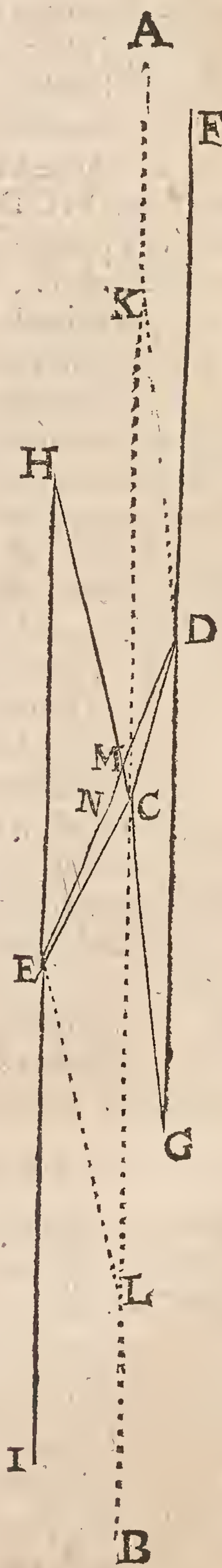
Note I.

Il faut aussi sçavoir que la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique en l'hypothese impropre peut estre autrement, laquelle je descriray quant & quant, pource qu'elle declare la communion des deux hypotheses. Soit menée D K egale & parallele à G C : de mesme E L egale & parallele à H C, alors le quadrilatere croisé K D E L sera egal & semblable au quadrilatere croisé A D E B de la 22 proposition du troisiesme livre, parquoy on trouvera la deviation du deferant C D de l'ecliptique, selon la maniere de la 22 proposition, & on aura le requis, qui doit necessairement accorder avec la conclusion de la precedente premiere operation. Et appert manifestement par cecy comment la figure de l'hypothese propre, assavoir le quadrangle croisé K D E L, avec le deferant de la terre K L, amene mesme conclusion que la figure de l'hypothese de terre immobile C, & son epicycle d'une part G D F, & d'autre part H E I : car le triangle C D G est egal & semblable au triangle D C K, de mesme est aussi C E H avec E C L; d'où s'ensuit que telle deviation, comme de C D, trouvée par les termes cognus du triangle D C K, de mesme sera trouvée par les trois termes cognus du triangle C D G: le semblable se devra entendre des deux autres triangles; D'avantage comme a esté donné exemple de Saturne, le mesme s'entendra des deux autres, Jupiter & Mars.

2 *Exemple des deux planetes inferieures.*

Combien que les lettres en la figure de ce second exemple soient de mesme signification que celles du premier, & qu'on pourroit presumer que le desseing de cestuy-cy est assez notoire par celuy du premier, toutefois voyant la diversité exterieure de la figure; assavoir qu'icy le deferant d'epicycle est plus petit que l'epicycle, là où au premier exemple il estoit plus grãd, & par dessus tout cela que ce deferant ne passe par la terre, j'en descriray ce deuxiesme exemple.

Le donné. Soyent les parties de la figure suivante A B C D E F G H I K L de Mercure avec telle signification que celle du premier exemple, qui estoit de Saturne, differant seulement en ce que ce deferant D E, trouvé selon la maniere de l'operation du premier exemple, ne passe par la terre C, mais coupe l'ecliptique en M : L'autre que l'epicycle de Saturne estoit beaucoup plus petit que son deferant, & icy plus grand de beaucoup, assavoir F G en telle raison à D E, comme en la figure de la premiere proposition de ceste Adjonction la ligne P Q à Q R; d'avantage l'angle B C G fait 1 deg. 45①, & A C H 4 deg. 5①, comme a esté trouvé en l'observation de la latitude de Mercure derriere la 25 proposition du troisiesme livre.



Le requis. Il faut trouver la deviation du deferant D E, qui est l'angle AMD.

Operation.

Par les trois termes cognus du triangle D C G on trouvera l'angle	C D G.
Et l'angle	D C G.
Auquel adjousté l'angle	B C G.
Viendra l'angle	B C D.
Son adjoinct est	D C K.
Avec l'angle donné	K C H.
Viendra l'angle	D C H.

 Par

Par les trois termes cognus du triangle E C H on trouvera, selon la maniere du premier exemple, l'angle H C E.
Lequel avec D C H, septiesme en l'ordre, viendra D C E.
Le triangle D C E a trois termes cognus, comme l'angle D C E neufiesme en l'ordre, & les deux lignes C D, C E de la terre au centre de l'epicycle, cognues par le corollaire de la 13 proposition du troisiesme livre, par lesquels on trouvera l'angle C D E.
Auquel adjousté C D G, premier en l'ordre, viendra E D G, ou M D G, lequel estant egal à A M D, pource que M D, est entre les paralleles K M, D G; donc la deviation requise sera cognue A M D.
Il appert comment on trouvera la longueur de M C, qui est autant que la section de l'ecliptique est distante de la terre: car le triangle D C M, a trois termes cognus, comme l'angle C D M (qui est C D E, huictiesme en l'ordre) puis M C D egal à C D G, premier en l'ordre, pource que C D est entre les deux paralleles K C, D G; finalement le costé C D, par lesquels on trouvera la ligne M C.

Il faut aussi remarquer que la deviation du deferant d'epicycle de Mercure, de l'ecliptique peut estre trouvée encor autrement, laquelle je descriray icy, pource qu'elle declare encore plus appertement la communauté des deux hypotheses. Soit donc menée DK parallele & egale à G C: aussi E L parallele & egale à H C; le quadrangle croisé K D E L est egal & semblable à celuy du troisiesme article de la latitude de Mercure, derriere la 25 proposition du troisiesme livre, L O M P, par lequel cerchant la deviation du deferant d'epicycle M D de l'ecliptique, selon la maniere dudit troisiesme article, ce qui viendra sera le requis, qui est necessairement egal à la conclusion de la premiere operation precedente. Et appert en cecy clairement comment les figures des deux hypotheses amenent mesme conclusion, comme a aussi esté dit plus amplement derriere le premier exemple.

Or tout ainsi que Mercure a esté icy en exemple, il appert qu'il en sera de mesme de l'autre, assavoir Venus.

Conclusion. Estant donc donnée, &c.

Proposition VI.

Trouver la latitude apparante d'une planete sur un temps donné, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre fixe.

Pour trouver le requis, nous trouverons premierement la ligne de la planete en l'epicycle, perpendiculaire sur l'ecliptique. Comme par exemple, en la figure de la cinquiesme propos. de ceste Adjonction la ligne imaginée de F, perpend. sur le plan de l'ecliptique A B; Mais telle ligne est en tout lieu de l'epicycle, egale à celle du centre d'epicycle, comme D perpend. à B A; pource que D F est parallele à AB, & partant l'on trouvera tousiours ceste-cy au lieu de celle-là: ce que faisant, on ne trouvera pas que la maniere de l'invention d'icelle aye difference à l'invention de semblable ligne en l'hypothese propre, descrite en la 24 propos. du 3 livre. La cause de ceste egalité est encore d'autant plus notoire en ce qu'en l'hypothese propre, la planete vient au lieu du centre de l'epicycle en l'impropre. Or estant telle ligne ainsi cognue, & joignant cela, par le coroll. de la 13 prop. du 3 livre, la ligne de la terre fixe à la planete, alors le triangle rectangle (compris de ces deux lignes, & la troisiesme hypothenuse) a 3 termes cognus, avec lesquels se trouvera la latitude requise, comme en la 25 prop. du 3 livre en l'hypothese propre, tellement qu'il seroit inutile de redire la mesme tout du long.

Conclusion. Nous avons donc trouvé, &c.

Collection d'aucunes convenances & disconvenances entre la description du cours en la latitude de ceste Adjonction, d'avec celle qui est descrite par Ptolemée.

Tout ainsi qu'en la description precedente, il m'est advenu de rencontrer de la discrepance entre icelle, & celle de *Ptolemée*, il m'a semblé bon de les colliger icy, plustost que les avoir entremeslé avec les documens precedens, tellement que j'en formeray les Articles suivans.

Article I.

D'autant que la cause du mouvement en latitude des planetes est tirée de l'hypothese propre, qui semble avoir esté incognue du temps de *Ptolemée*, toutefois il a atteint le but de bien pres en la theorie des 3 superieures, posant l'epicycle cependant qu'il se meut, quasi tousiours parallele à l'ecliptique; car s'il l'eust posé y estre parallele, comme il a esté demonstré devoir estre en la 2 propos. de ceste Adjonction (il n'y a difference que de 2 deg. 4 ① au cours de Saturne, comme appert en son 13 livre 3 chapitre, que l'angle formé de l'epicycle & du deferant, est plus grand, tout au plus, que celuy du deferant avec l'ecliptique: En Jupiter seulement de 1 degr. 6 ①; en Mars de 1 degr. 15 ①, voire mesme l'epicycle estant en l'ecliptique, convenoit avec iceluy du tout sans couper suivant sa position, comme aussi doit advenir selon la parfaite theorie) ainsi que l'incertaine operation faite à taston, à la recerche de la deviation des deferans d'epicycle, descrite au susdit 3 chapitre, n'est aucunement necessaire, & conviendroient les autres computations des latitudes des planetes avec celle-cy, sans differer du reste, comme il sera dit au deuxiesme article suivant.

Article II.

La table de *Ptolemée* du cours en latitude de Saturne en la 5 prop. du 13 livre, ne semble pas avoir assez grande convenance avec sa theorie: car pour en parler plus amplement, il faut sçavoir qu'en la 4 prop. dudit 13 livre, il prend la deviation du deferant d'epicycle de l'ecliptique (marquée par l'angle A C D en la 1 fig. de la 5 prop. de ceste Adjonction) de 2 deg. 26.
L'angle C D G de 4 deg. 30.
Le my-adjoinct d'iceluy fait pour C D F 175 deg. 30.
Que si de la terre C, à l'apogée de l'epicycle F, (estant son centre en l'apogée de son deferant D,) estoit menée la ligne C F, elle seroit par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre 108718.
Ainsi que le triangle C D F auroit trois termes cognus, comme l'angle CDF 175 deg. 30 ①, troisiesme en l'ordre, D F 10000, & C F 108718, par lesquels on trouveroit l'angle D C F de 25 ①.
Lequel osté de l'angle A C D 2 degr. 26 ①, premier en l'ordre, restera pour l'angle A C F 2 deg. 1 ①.

Et autant devroit estre la latitude de Saturne, suivant la theorie de *Ptolemée*, estant en l'apogée de son epicy-

epicycle F, & le centre d'epicycle en l'apogée du deferant D. Mais ſuivant l'uſage de ſa table ſuſdite il ſeroit pour lors ſans latitude, tellement que ces tables different d'autant de ſa theorie.

Et faiſant de meſme de l'autre coſté, lors que Saturne eſt en l'apogée de ſon epicycle I, on trouvera ſa latitude de 1 deg. 58 ①, auquel lieu, ſuivant ſa table, ſeroit encor ſans latitude. Tellement que ſadite table n'accorde pas bien avec ſa theorie : & de meſme en faut-il entendre de ſes tables & theories de Jupiter & Mars : Or la quantité de ces latitudes en l'hypotheſe propre eſt manifeſte en la 25 propoſition du troiſieſme livre.

Article III.

Il a eſté dit au premier article que *Ptolemée* avoit atteint bien pres de la vraye theorie és trois planetes ſuperieures, poſant leurs epicycles aſſez pres d'eſtre paralleles à l'ecliptique; mais il n'en a pas fait ainſi és deux planetes inferieures, car il ne pouvoit pas tirer telle theorie de ſes obſervations, comme des trois ſuperieures. Il ſemble que la cauſe principale qui l'en a empeſché, ſoit pour deux raiſons : dont la premiere eſt, que ce qu'il prenoit pour epicycle de Mercure ne l'eſtoit pas, par la 1 propoſition de ceſte Adjonction, mais plus petit qu'il ne falloit; ainſi qu'en le ſuppoſant eſtre quaſi parallele à l'ecliptique, comme és autres trois epicycles ſuperieurs, cela ne convenoit pas avec l'experience des obſervations : car c'eſtoit l'autre plus grand cercle qu'il falloit prendre à ceſte fin. L'autre raiſon, aſſavoir qui le faiſoit conclurre un mouvement de ventillon au deferant d'epicycle, & prendre la ſection de l'ecliptique en un coſté contraire, ſemble eſtre celle-cy. Il s'eſt imaginé que toutes les ſections des deferans & de l'ecliptique paſſoient par la terre : comme par exemple, le deferant d'epicycle D E qui en la figure de la 5 propoſition de ceſte Adjonction coupe proprement l'ecliptique en M, il la poſé paſſer par la terre fixe C; ſurquoy donc formant ſes computations, il s'eſt enſuivy que lors qu'il penſoit que le centre d'epicycle fut parvenu de D à C, & pourtant devoir eſtre en l'ecliptique A B ſans latitude, il l'a trouvé par effect eſtre dehors en N (entant que D N ſoit marquée egale à D C) avec autant de latitude que cauſe la diſtance de C à N, lequel erreur l'a fait finger le ventillonnement du deferant, deſcrit au deuxieſme article de la latitude de Mercure derriere la 25 propoſition du troiſieſme livre.

Article IV.

Mais veu que *Ptolemée* dit avoir trouvé par obſervation le ſuſdit ventillonnement en Mercure de C à N, de 45 ①, nous recercherons comment cela s'accorde avec celle-cy : A ceſte fin je dis que la diſtance de C à N eſt monſtrée par la ligne N R, en la figure du troiſieſme article du cours de Mercure derriere la 25 propoſition du troiſieſme livre : duquel je trouve la longitude ainſi : le triangle Q N R a trois termes cognus, aſſavoir l'angle Q, 5 deg. 32 ①, comme egal à O Q L, par le ſuſdit troiſieſme article, quatrieſme en l'ordre, Q N 1364, par le cinquieſme en l'ordre dudit article, & l'angle N droit, par leſquels on trouve N R de 132.

Que ſi *Ptolemée* euſt declaré en quel lieu eſtoit le Soleil au temps de ſon obſervation, lors qu'il trouvoit la deviation de 45 ①, par lequel nous trouverions en l'hypotheſe propre, le lieu de la terre, alors nous pourrions recercher ceſte convenance avec tant plus de certitude; ce qui n'eſtant ainſi, nous cercherons les deux extremes deviations pour voir ſi les 45 ① peuvent advenir entre icelles, comme s'enſuit.

Faiſant N R 132, comme dit eſt, & qu'on y adjoigne la plus grande diſtance de Mercure à la terre (par le moyen de la 25 propoſition du troiſieſme livre) faiſant par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, 14519, alors par regle generale de la meſme 25 propoſition, ſe trouvera que la latitude de Mercure eſt de 31 ① : Or entre 1 deg. 21 ① (ſur la moindre diſtance 5481) & 31 ① les ſuſdits 45 ① de l'obſervation ſe trouvent; tellement que nous euſſions peu voir la convenance plus parfaitement, ſi la ligne de Mercure à la terre euſt eſté cognue.

Touchant la deviation de Venus que *Ptolemée* poſe de 10 ①, elle ſeroit trouvée eſtre au moins de 20 ①, ſelon la precedente maniere de Mercure; quoy que c'en ſoit on en pourroit juger plus preciſement, ſi on en faiſoit de nouvelles obſervations.

Epilogue du cours en latitude.

Juſques icy a eſté traité du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, autant que mon deſſeing le requerroit; partant je penſe qu'il ne le faudra tenir pour un mouvement incognu, comme on a fait; eſtant apparant qu'il doit recevoir telle diverſité de neceſſité, par le cours de la terre, & que le ciel de chacune planete ſe meut uniformement ſur ſon axe, ſans feindre d'autres mouvements non naturels, & qu'on pourra delaiſſer ces envelopes & temps-perdu, auſſi qu'on s'exercera en ces choſes apres beaucoup plus de cognoiſſance.

APPENDICE DE L'ASTRONOMIE,

Des mouvemens incognus des planetes, obſervez par *Ptolemée* : & de la theorie formée là deſſus tant d'iceluy, que de *Copernique*.

SOMMAIRE DE CEST APPENDICE.

Ptolemée *ayant receu la deſcription de l'Aſtronomie ſur l'hypotheſe impropre, ſimplement comme il a eſté declaré cy-devant, il a obſervé le cours & les lieux des planetes treſdiligemment, pour voir comment elles accordoyent avec iceluy. La deſcription du cours du Soleil (de laquelle* Hyparque *doutoit) luy a ſemblé bonne, mais non pas des ſix autres planetes : car combien qu'elle accordaſt quant aux periodes & revolutions de beaucoup d'années, neantmoins en moindre temps, elle diſcordoit, tellement qu'il en deſcrit ſa theorie, laquelle il meſle entre les cours ſimples ſuſdits, en l'hypotheſe de terre immobile.* Copernique *auſſi en a fait de meſme puis apres, entremeſlant ſa theorie en ſa deſcription ſur l'hypotheſe de terre mobile. Mais d'autant qu'on ne voit pas que ces regles accordent avec l'experience, & partant que ces mouvemens ſemblent en-*

cor incognus, ce qui est cause que je les ay separez des cognus cy-devant; tant en l'une qu'en l'autre hypothese: Or afin qu'on sçache en quelle maniere a esté ceste separation, j'en ay fait cest Appendice, qui aura 13 propositions, desquelles les sept sont de la theorie adjoustée de Ptolemée; *assavoir les cinq premieres de la Lune; la sixiesme de Saturne, Iupiter, Mars & Venus: la septiesme de Mercure: les six autres sont de la theorie adjoustée de* Copernique; *assavoir la huictiesme de la Lune, la neufiesme de Saturne, Iupiter & Mars, la dixiesme de Venus, l'onziesme & douziesme de Mercure; la treisiesme est un narré du mouvement incognu des estoiles fixes, & de la declinaison incognue de l'ecliptique.*

PREMIEREMENT LA THEORIE des planetes adjoustée de *Ptolemée* en l'hypothese de terre fixe.

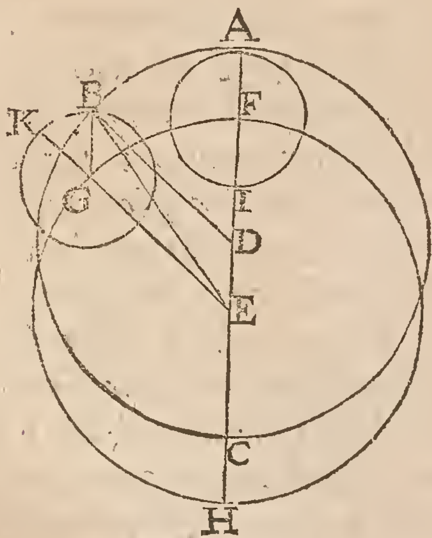
PROPOSITION I.

E*Stant une planete posée en un eccentrique, ou autrement en un epicycle; duquel le raid est egal à l'eccentricité de cest eccentrique, & cest epicycle en un concentrique, egal en grandeur & cours à l'eccentrique, & le cours de la planete en l'epicycle, egal au cours de l'epicycle au concentrique, toutefois du costé contraire: ces deux positions donnent un mesme lieu à la planete.*

Veu que la position de la Lune en un eccentrique, selon la maniere descrite és deux livres precedens, & par consequent ce qui semble estre approprié en la nature, luy donne un mesme lieu que feroit un concentrique selon ceste proposition, que *Ptolemée* choisit pour declarer plus proprement sa deuxiesme inegalité, laquelle je descriray icy ayant preallablement demonstré ceste proposition, comme aussi il a fait en son quatriesme livre au cinquiesme chapitre.

Le donné. Soit pour premiere position l'eccentrique A B C, denotant la voye de la planete, D son centre, E la terre fixe, le poinct A soit la planete premierement en l'apogée, laquelle puis apres a fait un cours de A en B, qui est aussi l'angle A D B.

Soit maintenant pour seconde position descrit sur E centre, le cercle concentrique F G H egal à A B C, & sur F, & raid F A (laquelle ligne est egale à E D) soit



descrit l'epicycle A I, duquel l'apogée A, lequel epicycle soit parvenu de F en G, ainsi que le cours F G, ou l'angle F E G soit egal au cours de la premiere position A D B, & menée E G produite en K, apogée de l'epicycle; duquel cependant la planete s'est departie vers B, (contre l'ordre premier de F vers G,) faisant un arc semblable à F G, & menée G B qui sera parallele & egale à A F ou D E.

Le requis. Il faut demonstrer que la planete en ces deux positions viendra en un mesme poinct B. Dont la demonstration est manifeste, puis que B D E G est un parallelogramme, d'autant que les angles B D A, G E F & K G B sont egaux.

Conclusion. Estant donc posée une planete, &c.

NOTEZ.

Qu'encore que ceste maniere monstre aussi le vray lieu de la Lune, qu'il semble toutefois qu'on ne la doive practiquer, en partie pource que les mesmes macules de la Lune, lesquelles sont tousiours tournées vers le Globe terrestre, tesmoignent icelle ne se mouvoir en un epicycle; & pource aussi que ce qu'on peut faire avec un cercle, est plus clair que par deux; comme aussi *Ptolemée* fait en la description du cours du Soleil, & *Copernique* en la revolution de la terre: ce que *Ptolemée* eust aussi suivy au cours de la Lune, n'estoit qu'il dit au quatriesme livre cinquiesme chap. que par la position de l'epicycle, il demonstre plus proprement son desseing touchant la deuxiesme inegalité suivante.

PROPOSITION II.

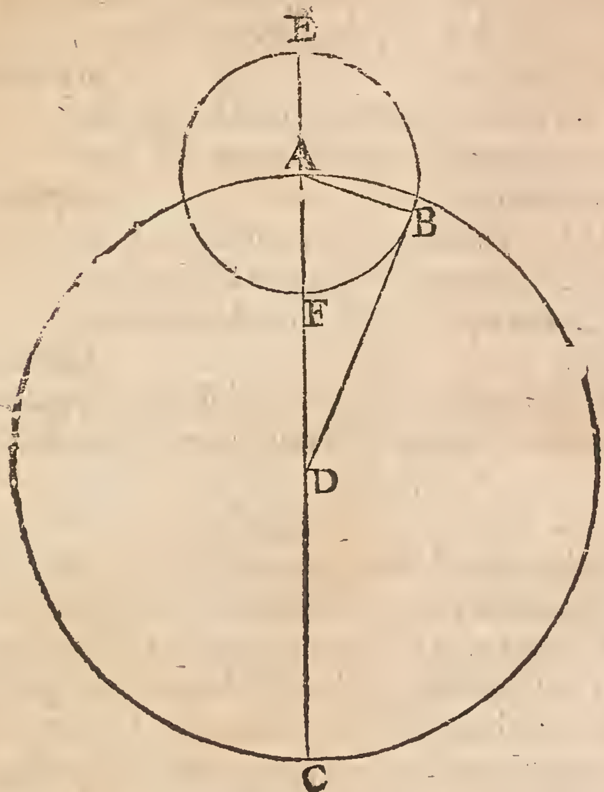
D*Eclarer ce qui a meu* Ptolemée *à la recerche de sa deuxiesme inegalité de la Lune, touchant aussi la qualité de la theorie qu'il en a fait.*

Ptolemée en sa recerche tres-diligente de l'apparante longitude de la Lune, l'ayant souventesfois trouvé differer d'avec les regles cy-devant escrites, lesquelles il avoit receu de ses devanciers, ce qu'il nomme premiere inegalité, & les ayant recorrigé à son plaisir, y a joinct une deuxiesme inegalité. Par exemple, il a trouvé que ses extremes prostaphereses en conjonction & opposition du Soleil estoyent tousiours de 5 deg. comme la 30 proposition du deuxiesme livre amene quant & soy la premiere inegalité, mais hors les mesmes y avoit de la difference, & ce au plus aux quartiers, où elle pouvoit avenir de 7 deg. 40 (I), qui est 2 deg. 40 (I) plus que l'autre; & d'autant pouvoit-on trouver de faute és lieux futurs de la Lune, prenant garde en calculant, seulement sur la premiere inegalité. Et pour declarer la cause qu'il dit estre de ceste difference, il faut sçavoir preallablement, que (comme il en parle au quatriesme livre chap. 5.) pour exposer au mieux son dessein, il a pris premierement la position de la Lune n'estre en une voye eccentrique, comme nous avons descrit cy-devant, mais en une concentrique, c'est à dire se mouvoir en un epicycle concentrique, c'est en un epicycle, & iceluy en une voye concentrique, selon la maniere descrite en la premiere proposition de cest Appendice.

Soit pour plus ample declaration A B C un deferant d'epicycle concentrique, D centre, epicycle E B F, & A son centre, aussi l'angle A D B majeure prostapherese de 5 deg. comme elle est trouvée és conjonctions & oppositions: Mais si les cieux de la Lune estoyent tels, on trouveroit tousiours la prostapherese de mesme, ce qui discorderoit d'avec les observations susdites, ainsi que *Ptolemée* a posé la cause de telle difference, comme

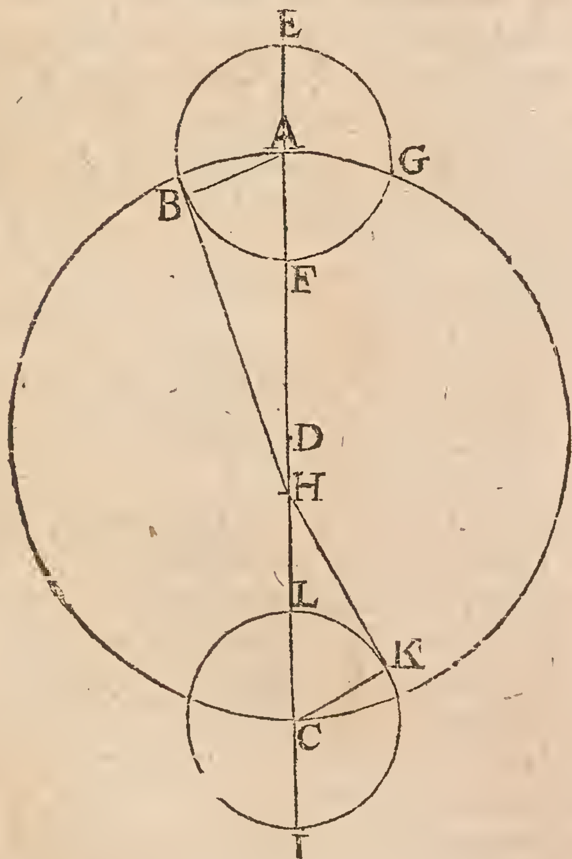
comme s'ensuit : veu que la prostapherese ADB és quadratures se trouve de 7 degr. 40 ①, qui est de

1. Figure.



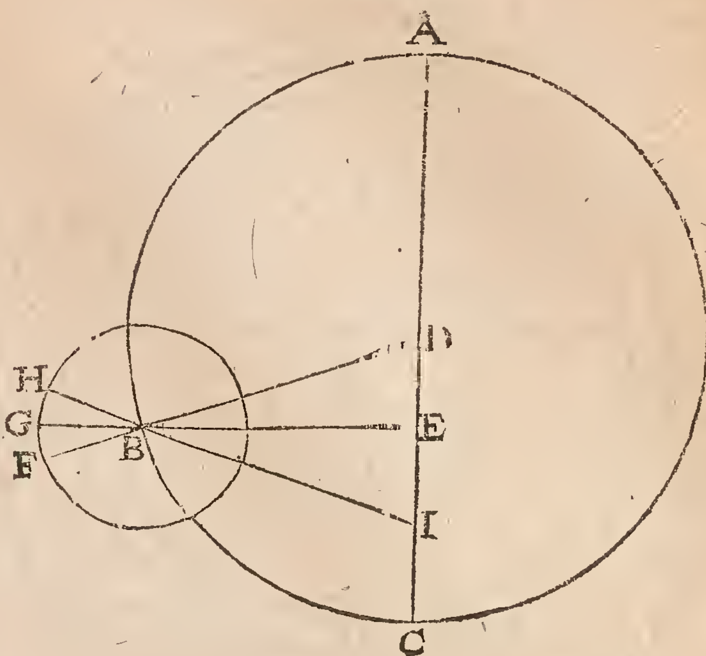
2 deg. 40 ① d'avantage, il faut que l'epicycle soit plus prochain de la terre que non pas és conjonctions; tellement que la Lune allant dans l'epicycle, alors l'epicycle doit aller dans un eccentrique, comme en ceste deuxiesme figure, où la terre H n'est au centre d'iceluy D, où menée HB touchant l'epicycle, lequel est en l'apogée de l'eccentrique, comme il advient és conjonctions & oppositions, & au perigée en C és quadra-

2. Figure.



tures; & ainsi l'angle AHB fait 5 degr. mais CHK 7 deg. 40 ① (on verra à la fin de ceste proposition la cause de sa position.) Or en ceste maniere estoit bien sauvée ceste difference, mais hors de ces poincts n'accordoit avec la regle : parquoy faisant de nouveau ceste troisiesme figure, où l'epicycle est en B au premier demicercle, & menant les lignes DBF, EBG, F sera l'apogée de D, & G de E; or suivant le posé precedent, la Lune devant estre veuë de E, par exemple, à l'apogée G; & selon l'experience, je prens, en H, ainsi il a mené la ligne HB jusqu'en I, au raid DC, tellement que par les nombres (comme on verra en la quatriesme proposition) il a trouvé que EI estoit ega-

3. Figure.

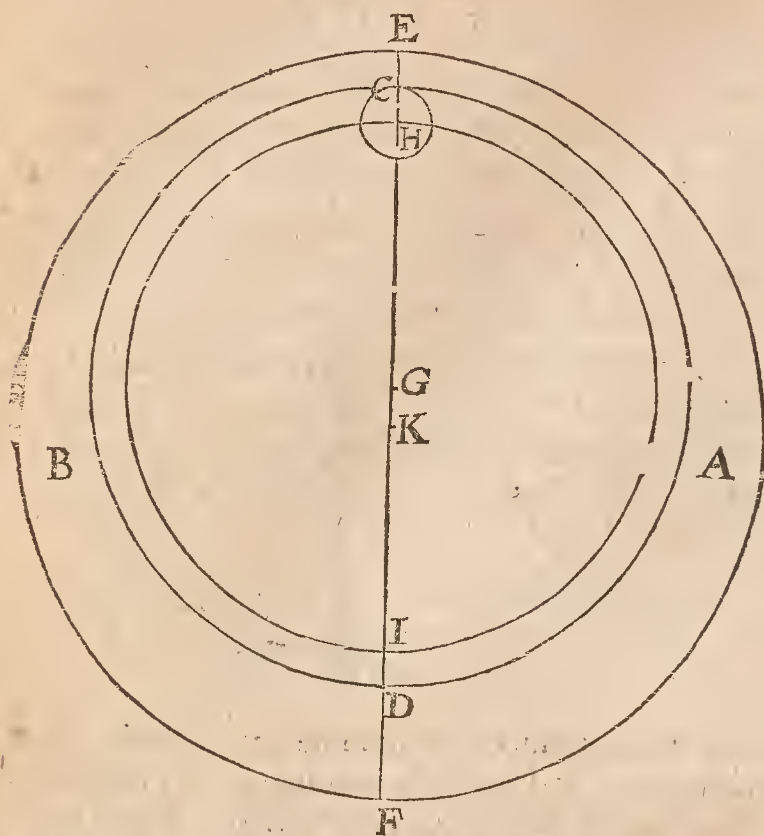


le à DE; ce poinct I est nommé par *Ptolemée* poinct d'inegalité, (& *Purbache* le nomme poinct diametralement opposé au centre de l'eccentrique) lequel est tel que son apogée H est le poinct auquel on doit commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle, & non pas de F; ce que faisant, *Ptolemée* dit qu'on trouve par la calculation fondée sur telle position, tousiours la longitude apparante de la Lune en son vray lieu, avec condition toutefois qu'on concede ces trois choses: Premierement, que le centre d'epicycle B se meut uniformement veu du centre de la terre E ; d'où s'ensuit qu'il tourne difformement veu du centre D ; ou bien, ce qui est le mesme, qu'il ne va pas uniformement le long de la circonference de l'eccentrique ABC : Secondement, que la Lune tourne en l'epicycle uniformement veuë du poinct d'inegalité I, & partant difformement veuë du centre D ; ou bien, ce qui est le mesme, qu'elle se meut tantost plus lentement, tantost plus viste en l'epicycle : Tiercement, que le centre d'epicycle B tourne deux fois en chacune moyenne lunaison, tellement qu'és moyennes conjonctions & oppositions il est tousiours en l'apogée A, & és quadratures moyennes au perigée C : Mais voicy comment tel mouvement advient.

Assavoir que le deferant d'epicycle avec son epicycle est porté dans un orbe qu'ils appellent deferant d'apogée de l'eccentrique de la Lune, lequel est denoté par un plan compris entre deux cercles; dont l'un, assavoir l'interieur, est descrit sur le centre du deferant d'epicycle par l'apogée de l'epicycle; l'autre qui est dessus, est descrit sur le centre de la terre : Et tourne contre le propre mouvement du Soleil, en telle maniere qu'autant que le centre de l'epicycle du Soleil moyen decline d'un costé, autant en fait-il decliner apparemment l'apogée du deferant d'epicycle de l'autre costé au mesme temps; avec quoy il passe en toutes les moyennes conjonctions & oppositions par le centre d'epicycle, au plus loing du centre de la terre: Mais en toutes les quadratures au plus pres : Et faut qu'ainsi le centre d'epicycle rencontre deux fois l'apogée de son deferant en chaque moyenne lunaison.

Soit pour plus ample declaration en ceste quatriesme figure, AB un plan compris entre deux cercles CD, EF, le centre de CD est G, sur lequel est descrit

descrit le deferant d'epicycle H I, le centre de E F est K: D'avantage C D est le deferant de la voye d'epicycle, & tourne (c'est assavoir avec le plan annulaire entier A B) contre l'ordre des signes, c'est de C vers A: Ce



deferant de la voye d'epicycle, dirige l'epicycle ainsi que son centre H est au plus loing du centre de la terre K, en toutes les moyennes conjonctions & oppositions, mais és quadratures au plus pres: ce qui est encor plus intelligible lors que l'on distingue ces cercles particulierement en diverses pieces mobiles, l'une sur l'autre; où l'on voit encore que le poinct K demeurant ferme, le poinct G descrit un cercle alentour.

Conclusion. Nous avons donc declaré la cause qui a meu *Ptolemée* à la recerche de sa deuxiesme inegalité de la Lune, avec la qualité de sa theorie en general, selon le requis.

Notez.

La qualité de la theorie de *Ptolemée* estant descrite jusqu'icy sans nombres, nous viendrons à l'invention des nombres, és 3, 4, & 5 propositions suivantes.

Proposition III.

Trouver le raid de la voye d'epicycle de la Lune, l'eccentricité, aussi la majeure & moindre distance de la Lune, en telles parties que la ligne de la terre jusques à l'apogée de la voye d'epicycle en fait 60, par operation fondée sur la theorie adjoustée de Ptolemée.

Le donné. Soit en la deuxiesme figure de la 2 proposition l'angle A H B de 5 deg. & C H K de 7 deg. 40 ①, avec les mesmes expositions qui sont là mesme deduites.

Le requis. Il faut trouver le raid A D, l'eccentricité D H, aussi la majeure distance de la Lune H E, & la moindre H L, en telles parties que la ligne H A de la terre H, à l'apogée A de la voye fait 60.

Constrvction.

Le triangle H K C a trois termes cognus, assavoir C K raid d'epicycle, faisant par la 5 proposition du quatriesme livre de *Ptolemée*, assavoir 5 parties 13 ①.
L'angle H K C droit, & l'angle C H K de 7 deg. 40 ①, par le donné: par lesquels cerché le costé H C, se trouvera de 39 part. 22 ①.
Auquel adjousté A H 60 parties par le donné, viendra pour l'entier diametre A C 99 part. 22 ①.
Sa moitié pour D C raid de la voye d'epicycle requis 49 part. 41 ①.
Duquel osté H C 39 parties 22 ①, premier en l'ordre, restera pour l'eccentricité requise D H, 10 part. 19 ①.
à A H 60 part. adjousté le raid d'epicycle A E 5 part. 13 ①, viendra pour H E majeure distance requise 65 part. 13 ①.
Et de H C 39 part. 22 ①, premier en l'ordre, osté le raid d'epicycle C L 5 part. 13 ①, restera pour H L moindre distance requise 34 part. 9 ①.
Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le raid, &c.

Notez.

Que la raison de la majeure à la moindre distance, est suivant ceste theorie adjoustée de *Ptolemée*, comme de H E 65 part. 13 ①, cinquiesme en l'ordre, à H L 34 part. 9 ①, sixiesme en l'ordre: laquelle raison n'estant evidente au changement du diametre visuel de la Lune, il est certain, comme nous avons dit cy-devant, que la raison des distances ne sera telle en effect, & que la theorie de la premiere inegalité, suivant la description de *Ptolemée* au 6 chap. de son quatriesme livre, est plus certaine en cecy, assavoir de 65 part. 13 ① à 54 part. 47 ①.

Proposition IV.

Trouver la ligne de la terre au poinct d'inegalité, en telles parties, que la ligne de la terre à l'apogée de la voye de l'epicycle de la Lune en fait 60, par operation fondée sur la theorie adjoustée de Ptolemée.

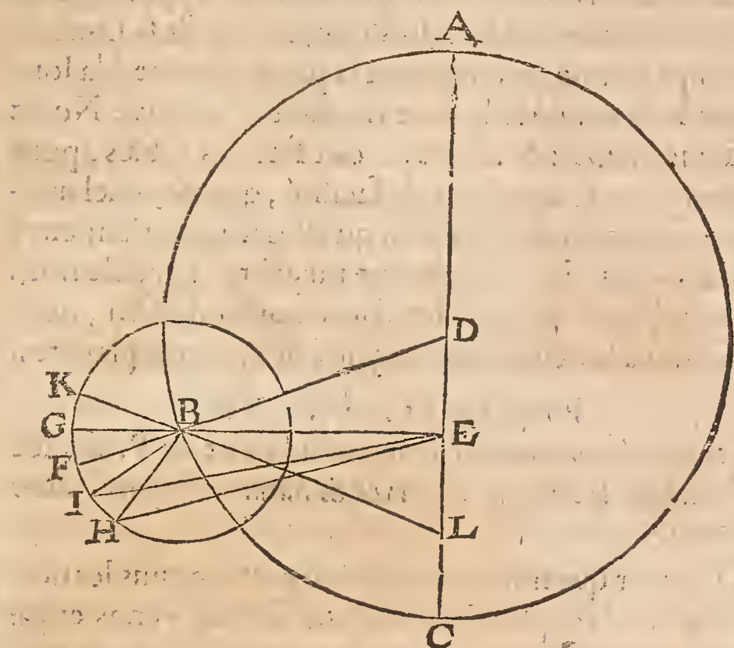
Le donné. *Ptolemée* a pris au 5 chap. de son 5 livre l'observation du lieu de la Lune faite par *Hyparque*, laquelle estoit hors de conjonction, opposition & quadrature moyenne, ou pour dire autrement, estant le centre de l'epicycle hors l'apogée, & perigée de sa voye, assavoir lors que l'arc du Soleil moyen à la Lune moyenne, est gaing moyen de Lune, de 45 deg. 15.
Et trouvant alors le moyen mouvement de la Lune en l'epicycle de 333 deg. 12.
Lequel lieu, donne prosthese (comme il sera declaré en la construction suivante) si on fait le calcul tel que l'apogée de l'epicycle soit veu de la terre, de 2 deg. 32.
Mais l'arc apparant entre le vray Soleil & Lune, mesuré en effect par *Hyparque*, fut trouvé estre prosthese, seulement de 1 deg. 26.

Laquelle diversité estant telle, *Ptolemée* vint à recercher & calculer la longueur de la ligne entre la terre & le poinct d'inegalité, duquel a esté parlé à la troisiesme figure de la deuxiesme proposition en general: Nous declarerons ceste recerche & calculation en 2 parties, dont la premiere sera de l'invention du susdit 2 deg. 32 ①, troisiesme en l'ordre: la seconde partie sera prise au lieu d'iceluy à 1 deg. 26 ①, quatriesme en l'ordre; par lequel finalement on trouvera que la ligne entre la terre, & le poinct d'inegalité fait 10 part. 19 ①, egale à l'eccentricité, qui fait aussi autant par la 3 propos. de cest Appendice.

Preparation de la premiere partie.

Soit A B C voye d'epicycle, D son centre, E la terre, ou eccentre, duquel menée E B, ainsi que A E B face 90 deg.

90 deg 30 ①, estant le double du gaing de Lune, 1 en l'ordre: on prend le double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne en l'autre, par la declaration qui en est faite en la quatriesme figure de la 2 prop. Soit l'epicycle F G descrit sur B, & menée D B F, F sera apogée de



D, appellé poinct de concavité par *Purbachius*, pource qu'il descrit l'interieure concavité du deferant de la voye d'epicycle. Soit puis apres de E par B menée E B G, G sera apogée de la terre E; puis soit H la Lune, de laquelle le moyen mouvement en l'epicycle faisoit par l'hypothese, deuxiesme en l'ordre, 333 deg. 12 ①, que je compte de l'apogée G contre l'ordre des signes jusqu'en H, & mene H E.

Le requis de la premiere partie.

Il faut trouver l'angle de la prosthese B E H.

Construction de la premiere partie.

Le triangle D E B a trois termes cognus, l'angle D E B 90 deg. 30 ①, par la preparation, l'eccentricité D E 10 part. 19 ①, par la 3 propos. D B raid de la voye d'epicycle 49 deg. 41 ①, par la mesme 3 prop. par lesquels on trouvera E B de 48 part. 31 ①,

Le triangle B E H a 3 termes cognus, assavoir le costé E B 48 part. 31 ① precedent, B H 5 part. 15 ①, par la 5 prop. du 5 livre de *Ptolemée* (il est bien vray qu'en la 3 propos. precedente estoit prise de 5 part. 13 ①, mais nous suivons du tout le posé de *Ptolemée*) & l'angle H B E 153 deg. 12 ① (car G H fait 333 deg. 12 ①, reste pour H G, ou l'angle H B G 26 deg. 48 ①, son adjoinct est pour I B E 153 deg. 12 ①, comme devant) par lesquels on trouvera l'angle requis B E H de 2 deg. 33 ①, mais soit selon *Ptolemée*, 2 deg. 32 ①.

Preparation de la deuxiesme partie.

Cest angle B E H estant trouvé de 2 deg. 32 ①, lequel ne devroit estre que de 1 deg. 26 ①, comme il a esté dit cy-devant; alors *Ptolemée* argumente, que puis que l'angle B E H est trop grand, que la Lune ne sera en effect en H, mais plus vers G: soit en I, & menée E I, alors l'angle B E I sera le susdit 1 degr. 26 ①. Ce qu'estant ainsi, G ne pourra pas estre l'apogée moyen, d'où l'on doit compter le cours de la Lune en l'epicycle, comme a esté fait devant, mais autant plus par delà G, comme de H à I; soit K ainsi que G K soit egale à H I; parquoy de mesme que de G à H y avoit premierement 333 deg. 12 ①, ainsi aussi y aura autant de K à I: & mene K B la prolongeant jusqu'au diametre en L.

Le requis de la deuxiesme partie.

Il faut trouver maintenant la ligne E L.

Construction de la deuxiesme partie.

Le triangle E B I ayant 3 termes cognus, comme l'angle B E I, 1 deg. 26 ①, par la preparation de ceste deuxiesme partie, le costé E B 48 part. 31 ①, par le premier en l'ordre de la construction de la premiere partie, & B I raid de 5 part. 15 ①, on trouvera l'angle I B E de 165 deg. 13.

Son adjoinct pour I B G, ou arc I G, 14 deg. 47.

Le mesme osté de I K apotome de cercle de 333 deg. 12 ①, qui est 26 deg. 48.

Restera pour l'arc G K, ou angle G B K, ou l'angle E B L, 12 deg. 1.

Le triangle B E L a 3 termes cognus, comme sont l'angle B E L 89 deg. 30 ①, comme apotome de l'angle B E A, faisant par la preparation de la 1 partie 90 deg. 30 ①; puis l'angle E B L 12 deg. 1 ①, quatriesme en l'ordre, & le costé B E 48 parties 31 ①, premier en l'ordre de la construction de la premiere partie, par lesquels on trouvera le costé requis E L de 10 part. 19 ①.

Lequel nombre estant egal à l'eccentricité D E, qui a esté calculée à la 3 proposition: *Ptolemée* dit aussi que cecy advient en tout lieu où le centre de l'epicycle se trouve en sa voye; tellement qu'il conclud que K est tousiours le centre, duquel il faut commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle.

Conclusion. Nous avons donc trouvé, &c.

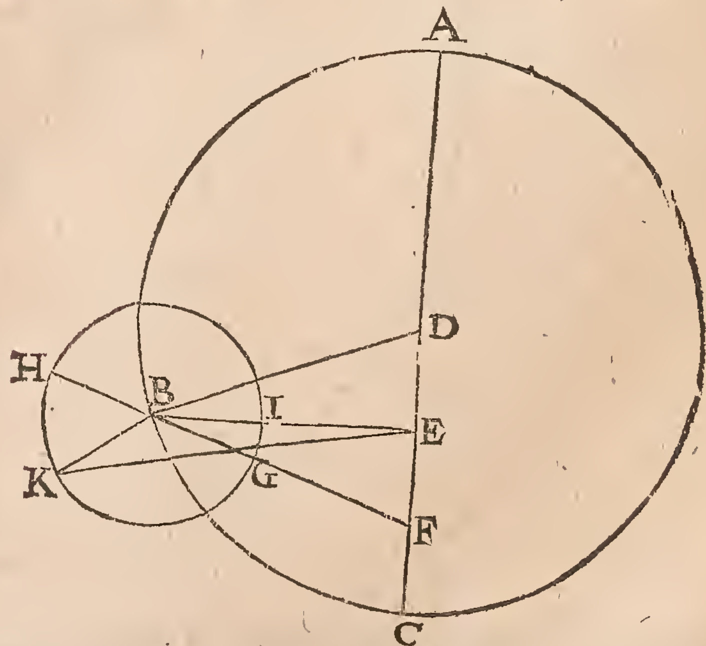
Proposition V.

Trouver en un temps donné la prostapherese de la Lune, par operation fondée sur la theorie adjoustée de Ptolemée.

Le donné. Soit un temps auquel la longitude de la Lune en l'epicycle soit de 333 deg. 12 ①, & le my-gain de Lune de 45 deg. 15 ①.

Le requis. Il faut trouver la prostapherese de la Lune, fondée sur la Theorie adjoustée de *Ptolemée*.

Preparation. Soit A B C voye d'epicycle, D son centre eccentre, ou la terre E, de laquelle menée la ligne



E B, ainsi que l'angle A E B soit 90 deg. 30 ①, double du gain de Lune 45 deg, 15 ① donné: On prent icy le double,

double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne à l'autre, par la declaration qui en a esté faite en la quatriesme figure de la 2 proposition de cest Appendice, & F est le poinct d'inegalité : D'avantage soit GHI epicycle sur le centre B, coupant EB en I, & menée FGBH coupant l'epicycle en G & H ; alors G signifie le perigée moyen, H l'apogée moyen : Et le poinct K soit la Lune, ainsi que l'arc HIGK soit les 333 deg. 12 Ⓘ donnez : Et finalement menées EK, BK, tellement que l'angle BEK signifie la prosthese de la Lune.

Le requis. Il faut trouver l'angle BEK.

CONSTRVCTION.

Le triangle DEB a trois termes cognus, comme l'angle E 90 deg. 30 Ⓘ, l'eccentricité DE 10 part. 19 Ⓘ, par la 3 proposition de cest Appendice, DB raid de la voye d'epicycle 49 part. 41 Ⓘ, par la mesme 3 proposition, par lesquels EB sera trouvée de 48 part. 31.

Le triangle EBF a trois termes cognus, EB precedente de 48 part. 31 Ⓘ, EF 10 part. 19 Ⓘ, par la 3 proposition de cest Appendice, & l'angle E 89 deg. 30 Ⓘ, adjoinct du donné DEB 90 deg. 30 Ⓘ, par lesquels l'angle B se trouvera estre de 12 deg. 1.

De l'arc HIGK 333 deg. 12 Ⓘ, osté HG 180 deg. restera GK, ou l'angle GBK, 153 deg. 12.

Auquel adjousté EBF 12 degr. 1 Ⓘ susdit, vient pour l'angle EBK 165 deg. 13.

Le triangle EBK a trois termes donnez, assavoir l'angle EBK 165 deg. 13 Ⓘ, quatriesme en l'ordre, EB 48 part. 31 Ⓘ, premier en l'ordre, & BK raid d'epicycle 5 part. 15 Ⓘ : par lesquels cerché l'angle requis de la prosthese BEK, viendra 1 deg. 25 Ⓘ, soit de 1 deg. 26.

Conclusion. Nous avons donc trouvé en un temps donné, &c.

COROLLAIRE.

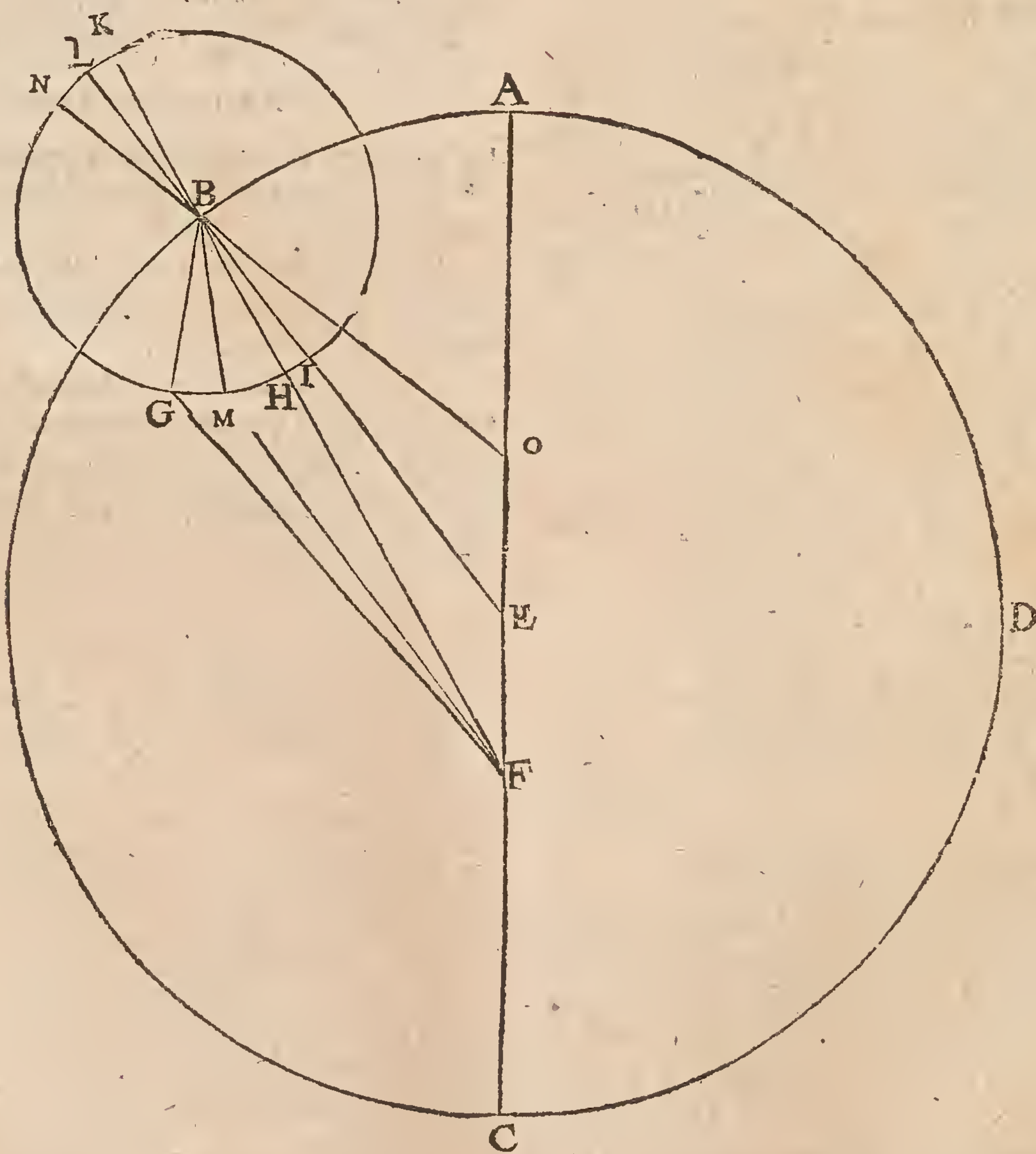
Par ceste invention de la prostapherese appert comment on trouvera la longitude apparante de la Lune en un temps donné, car joignant la prostapherese à la longitude moyenne de la lune on aura le requis : Notez aussi que *Ptolemée* & autres en ont fait des tables, pour trouver le tout avec plus de facilité, que nous delaisserons icy sans les descrire, veu qu'elles n'appartiennent à la declaration de la deuxiesme inegalité, laquelle nous avons expliqué jusques icy selon nostre dessein, nous viendrons à la deuxiesme inegalité des 5 autres planetes.

PROPOSITION VI.

D*eclarer sommairement la theorie adjoustée de* Ptolemée *touchant le cours en longitude de Saturne, Iupiter, Mars & Venus.*

D'autant que nous prenons icy pour cognus les simples cours de ces planetes, comme ils sont venus entre les mains de *Ptolemée*, veu qu'ils ont esté inserez au premier & 2 livre, alors la description de la deuxiesme inegalité en sera d'autant plus facile & briefve.

Il faut sçavoir preallablement qu'il trouvoit la longitude apparante de ces quatre planetes, és conjonctions & oppositions du Soleil moyen, lors que le centre d'epicycle estoit en l'apogée ou perigée de la voye, tousjours comme la calculation du cours simple, qui luy estoit tombée entre les mains, car il trouvoit & calculoit les eccentricitez & les raids des epicycles de chacune planete, & ainsi rencontroit de la diversité horsmis és lieux susdits.



Pour donc venir à la chose, soit ABCD la voye d'epicycle, E centre, A apogée, F l'eccentre ou la terre, B centre de l'epicycle GHIK, & menées de E & F par B, les lignes EL, FK, coupant l'epicycle en I; ainsi que

que H eſt le perigée, K apogée, I moyen perigée, L moyen apogée: Davantage je prens que la Planete, ſelon la calculation du deuxieſme livre, (c'eſt ſuivant le cours ſimple, comme *Ptolemée* la premierement receu) doive eſtre en G, tellement que la longitude moyenne d'epicycle L G face 150 deg. & ſa diſtance apparante de l'apogée A veue de la terre F, doive avoir eſté l'angle A F G: Mais il a trouvé un tel angle par effect, comme je prens A F M, joinct que la planete en l'epicycle eſtoit eſſentiellement en M, & non pas en G ſelon la calculation.

De cecy il a argumenté, que puis que de la planete juſqu'à l'apogée moyen il y doit avoir 150 deg. comme a eſté poſé premierement l'arc L G, & que la planete en l'epicycle eſt d'autant plus loing de G; que G juſqu'à M, partant le my-apogée doit auſſi eſtre autant plus loing de L; & ſoit en N, tellement que N M eſt 150 deg. auſſi bien que L G.

Or N eſtant pris pour le my-apogée, duquel on commence à compter le moyen mouvement de la planete, il a mené de N par B une ligne droite, coupant le diametre A C en O; & trouvé que E O eſt egale à E F, non ſeulement en ceſt exemple, mais auſſi en tout autre en quel lieu de l'epicycle la planete ſoit, & le centre de l'epicycle en ſa voye puiſſe eſtre: Tellement qu'il a donné à O le nom de poinct d'inegalité (*Purbache* l'appelle le centre de l'equant) auquel ſuppoſant que l'œil ſoit, alors on voit que l'epicycle dans ſa voye & la planete en l'epicycle tournent uniformement: d'où s'enſuit que les poincts ſuſdits B & M, ſont veus ſe mouvoir irregulierement du centre E; ou bien que l'epicycle dans ſa voye & la planete dans l'epicycle ſe meuvent tantoſt plus viſte, tantoſt plus lentement, contre l'ordre naturel ordinaire, & ſuivant telle hypotheſe trouvant la proſtaphereſe, & la longitude apparante, en cela conſiſte l'invention des ſuſdits de *Ptolemée*, de laquelle il en a formé une theorie qu'il a adjouſté à la deſcription qu'il a receue de ſes devanciers.

Concluſion: Nous avons donc declaré le ſommaire, &c.

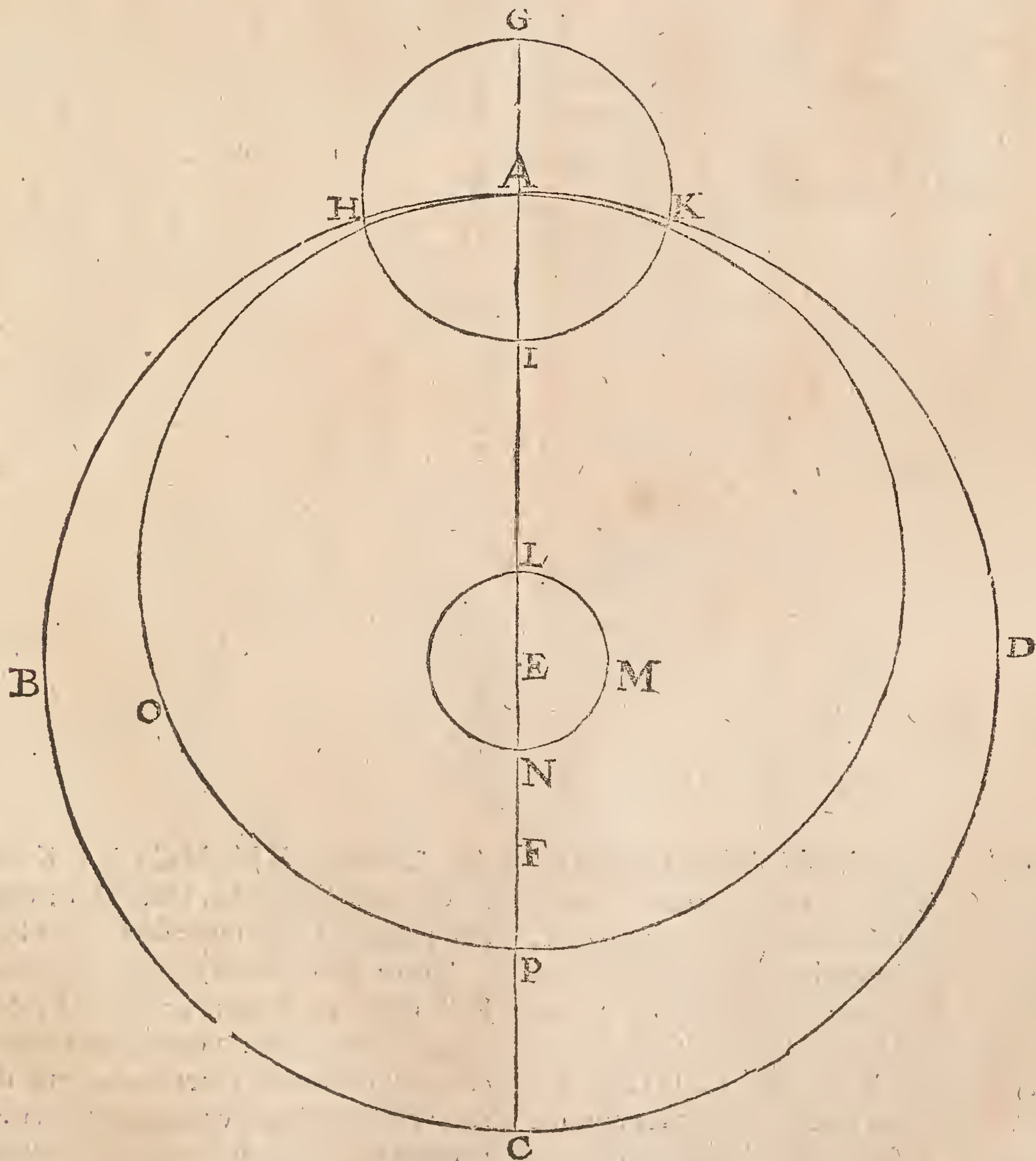
Proposition VII.

Declarer ſommairement la theorie du cours en longitude de Mercure, adjouſtée par Ptolemée.

Encore bien que *Ptolemée* ayt obſervé ſouventefois les lieux de Mercure, & joignant cela ait pris garde aux obſervations de ſes devanciers: il a trouvé que ladite planete en faiſant une revolution venoit à chacune d'icelles deux fois au plus pres de la terre (comme auſſi la Lune, laquelle il dit venir deux fois au perigée en chacune lunaiſon) ce qui advient lors que le centre de ſon epicycle eſtoit en apparence 120 degr. de part & d'autre de l'apogée apparant, qu'il trouvoit au 190 deg. de l'ecliptique. La cauſe de cecy eſt, à ce qu'il dit, que le centre de l'epicycle en chacun des 2 lieux ſuſdits, vient au plus pres de la terre: ce qu'eſtant dit en general, nous viendrons à la declaration particuliere de ſon opinion.

Soit en la premiere figure ſuivante A B C D la voye d'epicycle, E ſon centre, A, l'apogée; l'eccentre ou la terre F, l'epicycle G H I K ſur le centre A, ſon apogée

I. Figure.



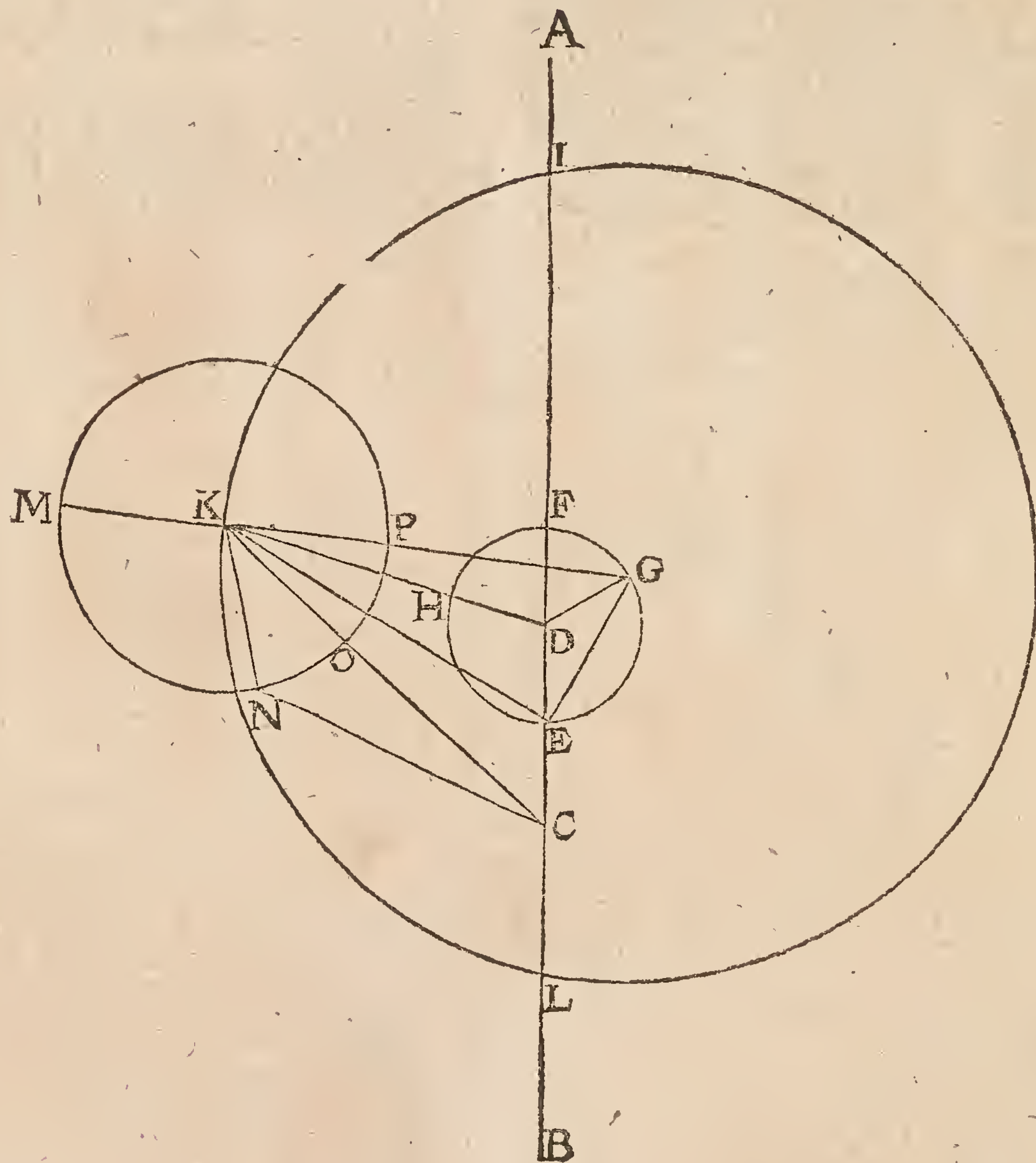
G, perigée I, & ſoit Mercure à l'apogée G, & le tout pris ſelon la ſimple maniere comme *Ptolemée* la receut de ſes devanciers, & deſcrite au deuxieſme livre, à laquelle *Ptolemée* ne trouva aucune faute; car avec cecy il a cerché en ſon neufieſme livre chapitre 8, la raiſon de l'eccentricité & du raid de l'epicycle, au raid de la voye

voye d'epicycle: Mais Mercure estant hors l'apogée ou perigée de l'epicycle ; ou le centre de l'epicycle hors l'apogée ou perigée de sa voye, alors il a trouvé de la difference: ce que *Ptolemée* raccommode apres plusieurs tastonnemens & recerches, au 9 chap. de son neufieme livre, & la remit en forme de theorie, comme s'ensuit. Il a descrit sur E centre de la voye, un petit cercle L M N coupant A C en L & N; E N estant le diametre d'iceluy petit cercle la moitié de l'eccentricité E F, icy il a pris L pour centre de la voye de l'epicycle, combien que ce soit proprement E en ceste figure, & dit que le mesme centre L tourne en un cercle de L vers M contre l'ordre des signes, faisant là dedans un tour, en mesme temps que le centre de l'epicycle fait un tour en sa voye, de l'autre costé selon l'ordre des signes, c'est de A vers B, & ainsi portant quant & soy la voye entiere de l'epicycle.

Mais veu que A L est prise icy pour le raid de la voye de ceste theorie adjoustée de *Ptolemée*, alors la circonference de la mesme voye soit moindre à A B C D, selon la position du mouvement simple, comme *Ptolemée* le receut: parquoy sur L, comme centre, soit descrit la voye de l'epicycle de la theorie de *Ptolemée* A O P, & combien qu'elle soit moindre à la premiere, toutesfois la distance de la terre F à A est la mesme, & par consequent demeure aussi le mesme diametre visuel de l'epicycle: Et lors que le centre de la voye L sera passé de L par M à N, alors selon ceste hypothese, le centre A sera parvenu à l'autre costé en C; & ainsi la distance de la terre F, au centre de l'epicycle, & par consequent le diametre visuel de l'epicycle sera aussi le mesme, le tout selon le cours simple comme *Ptolemée* le receut: Tellement que ceste theorie de *Ptolemée* ne donne aucune alteration, en la recerche susdite de la raison de l'eccentricité, & raid d'epicycle, à la ligne entre la terre & l'apogée.

Ceste qualité ainsi declarée, estant le centre d'epicycle au poinct A au plus loing de la terre, ou à son opposite C, nous viendrons à la declaration d'iceluy centre d'epicycle estant en un autre lieu, je prens de 60 degrez, distant de l'apogée A par son moyen mouvement, & Mercure au 100 degré en son epicycle. A ceste fin soit en ceste seconde figure la ligne A B par l'apogée A (lequel est colloqué par *Ptolemee* au 190 deg. de

2. FIGURE.



l'ecliptique) son poinct opposite soit B, la terre C; D le centre du petit cercle F G E H, (au lieu du petit cercle L N M de la figure precedente) son apogée F, E perigée, & D E raid egal à E G, puis soit le poinct G, tellement que l'arc de F à G contre l'ordre des signes, soit 60 deg. & soit le deferant I K L sur le centre G & menée D K, ainsi que l'angle A D K soit egal à F D G 60 degrez, assavoir de I à K, selon l'ordre des signes, comme F à G au contraire ; car l'hypothese susdite exige cela ainsi. Puis sur K centre soit descrit l'epicycle M N O P, & menée G K produite en M, my-apogée d'epicycle, puis N soit le lieu de Mercure, faisant l'arc M N 100 deg. & menées K N, N C, & C K coupant l'epicycle en O, item E K, E G, D K, D G: finalement prenons que l'epicycle soit coupé de G K en P, my-apogée.

Notez que *Ptolemée* a posé que le centre de l'epicycle K se meut egalement, veu de E; & par consequent inegalement, veu du centre du deferant: Mais si l'œil estoit au centre du deferant G, que de là Mercure seroit veu se mouvoir egalement: tellement que son mouvement en l'epicycle sera egal & naturel. Voila la maniere de la theorie adjoustée de *Ptolemée*, pour trouver la prostapherese de Mercure, & de là la longitude en l'ecliptique.

Jusqu'icy

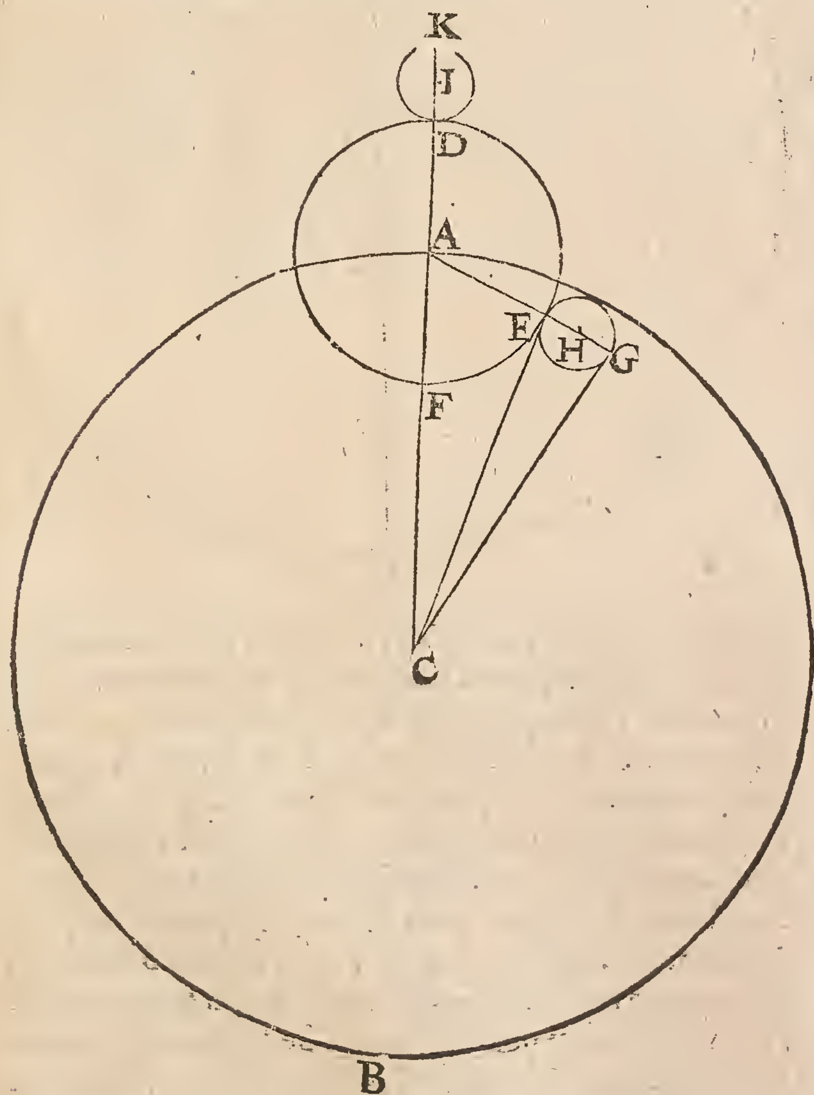
Jusqu'icy a esté traité de la Theorie adjoustée de *Ptolemée*, touchant le mouvement en longitude des planetes ; Et quant à la latitude nous en avons parlé assez suffisamment au traité precedent.

DE LA THEORIE ADJOUSTEE de COPERNIQUE, en l'hypothese de terre mobile.

PROPOSITION VIII.

D*Eclarer sommairement la theorie de la Lune adjoustée de* Copernique.

Apres que *Copernique* eust pris les epoches & lieux de la Lune annotez de *Ptolemée*, les acceptant pour vrays fondemens, idoines à establir sa theorie ; toutefois il ne trouva pas qu'en la theorie adjoustée de *Ptolemée*, ce soit bien suivre la nature d'attribuer à la Lune l'inegalité de mouvement en son epicycle, & de l'epicycle au deferant : que ceste trop grande aproximation de la Lune à la terre estoit contre l'experience, puis que le diametre visuel de la Lune n'augmentoit ny ne diminuoit selon ceste constitution : Et partant en a fait une autre en lieu d'icelle, où le plus remarquable est, qu'il veut bien que la majeure prostapherese és conjonctions & oppositions moyennes soit de 5 deg. & és quadratures moyennes observées de *Ptolemée*, estre quelquefois parvenue jusqu'à 7 deg. 40①, comme il a esté dit cy-dessus, dont il dit que la cause est telle : Soit le deferant de la Lune A B, son centre la terre C, & D E F epicycle où la Lune se meut selon la simple hypothese des anciens, dont A le centre, & menée D A F C, aussi la touchante C E, & que l'angle A C E face 5 deg. comme on a dit cy-devant, puis C G, ainsi que A C G soit de 7 deg. 40① apheretique, faisant un cercle EG touchant les deux lignes C E, C G, puis menée A E H G : or que



le mouvement de la Lune en ce cerclet soit double au my-gain de Lune, & du centre H, circuisant iceluy de mesme que le mouvement tres-simple que les anciens attribuoyent à la Lune devant l'hypothese de *Ptolemée*. D'où s'ensuit que la Lune estant en une moyenne conjonction au poinct E au plus pres de A, elle y sera aux suivantes, voire en toutes les oppositions moyennes, derechef au mesme poinct pres de A ; (combien que ce puisse estre en un autre endroit de l'epicycle D E F) car puis que la Lune moyenne gaigne un demicercle entre les moyennes conjonctions & oppositions, sur lequel temps par l'hypothese, la Lune parcourt dans le petit cercle deux fois autant, qui sera donc un cercle entier ; & partant en moyenne opposition elle sera derechef au poinct dans le petit cercle, qui est le plus pres de A.

De mesme sera-elle en toutes les conjonctions moyennes au mesme poinct, c'est aussi tousiours dans la circonference D E F ; partant la majeure prostapherese és moyennes conjonctions & oppositions, aussi és eclipses de Lune & du Soleil, ne peut pas estre trouvée au dessus 5 deg.

D'avantage és my-quadratures elle doit suivant l'hypothese estre au petit cercle au plus loing de A, qui est G : car puis que la Lune gaigne un quart de cercle depuis la moyenne conjonction jusqu'à la moyenne quadrature, auquel temps la Lune court au double dans le petit cercle, qui est un demicercle, il faut, comme a esté dit, que la Lune soit en G, qui est au plus loing de A ; ainsi que la majeure prostapherese fait 7 deg. 40①, & de mesme en faut-il sousentendre en l'autre demicercle, pour la prosthese, comme icy dans le demicercle D E F pour l'apherese : Mais le petit cercle estant parvenu dessus D, comme en I, alors ny en moyenne conjonction ou opposition n'advient aucune prostapherese : pource que la Lune est en D, & de mesme és quadratures moyennes, veu que la Lune est en K, & autant en peut-on dire quand le petit cercle est en F : Tellement que selon ceste position *Copernique* escrit que la Lune se trouve de tout costé en son lieu opportun.

Quant à la raison des lignes en ceste position, *Copernique* les calcule ainsi.

Le triangle A E C a trois termes cognus, assavoir l'angle A C E 5 deg. la ligne A C 10000, & l'angle A E C droit : par lesquels on trouvera A E raid de l'epicycle de 872, mais soit selon *Copernique*, 860.

Le triangle E C G a trois termes cognus, comme l'angle E C G 2 deg. 40①, & le costé E C 10000 (egal assez pres à C A) & l'angle G E C droit, par lesquels le diametre E G se trouvera estre de 466, mais soit selon *Copernique*, 474.

Sa moitié pour le raid E H 237.

à C A 10000 adjousté AD 860, comme egal assez pres à A E, premier en l'ordre, & encor adjousté D K 474, comme egal à E G, deuxiesme en l'ordre, vient pour C K majeure distance de la Lune à la terre 11334.

De C A 10000 osté A F 860, comme egale à A E, premier en l'ordre, & encor 474 pour le diametre du petit cercle estant en F, restera pour la moindre distance de la Lune à la terre 8666.

Tellement que la majeure distance à la moindre est en telle raison que 11334 à 8666, ce qui ne donne pas si grande difference au diametre visuel de la Lune, que les termes de *Ptolemée* en la 3 proposition de cest Appendice, de 65 part. 13① à 34 part. 9① ; qui est comme

me 57 Ⓘ à 30 Ⓘ (moindre diametre viſuel de la Lune) comme on peut voir en la 6 propoſition du deuxieſme livre : Mais ſelon *Copernique* c'eſt ſeulement 39 Ⓘ; car ſes termes ſont comme 39 Ⓘ à 30 Ⓘ, ce qui eſt encor 3 Ⓘ d'avantage qu'en la ſimple poſition que *Ptolemée* receut, qui n'eſtoit que 36 Ⓘ, qui convient comme on dit avec l'experience, veu qu'en la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre ; 445 à 531, eſt comme 30 Ⓘ à 36 Ⓘ; tellement que *Copernique* a touché en cela le but plus pres que *Ptolemée.*

Secondement *Copernique* n'a aucun mouvement irregulier avec ſon petit cercle, comme *Ptolemée.*

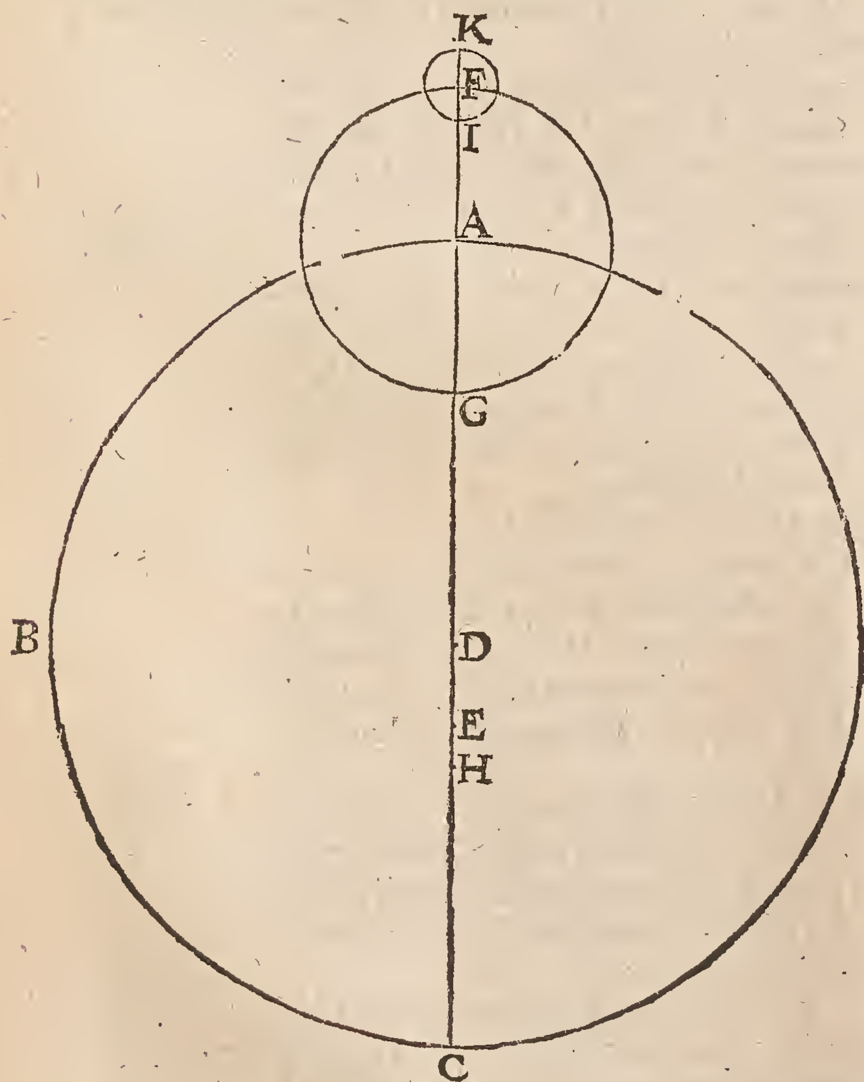
Quant aux convenances avec l'experience, les poſitions de *Copernique* & *Ptolemée* donnent une meſme ſolution en toutes les conjonctions & oppoſitions moyennes, & auſſi és quadratures moyennes, eſquelles la Lune eſt en la moyenne diſtance de l'epicycle, car alors la proſtaphereſe fait 7 deg. 40 Ⓘ en l'une & l'autre maniere; mais hors ces lieux, leſdites poſitions reçoivẽt differẽce.

Concluſion. Nous avons donc declaré ſommairemẽt, &c.

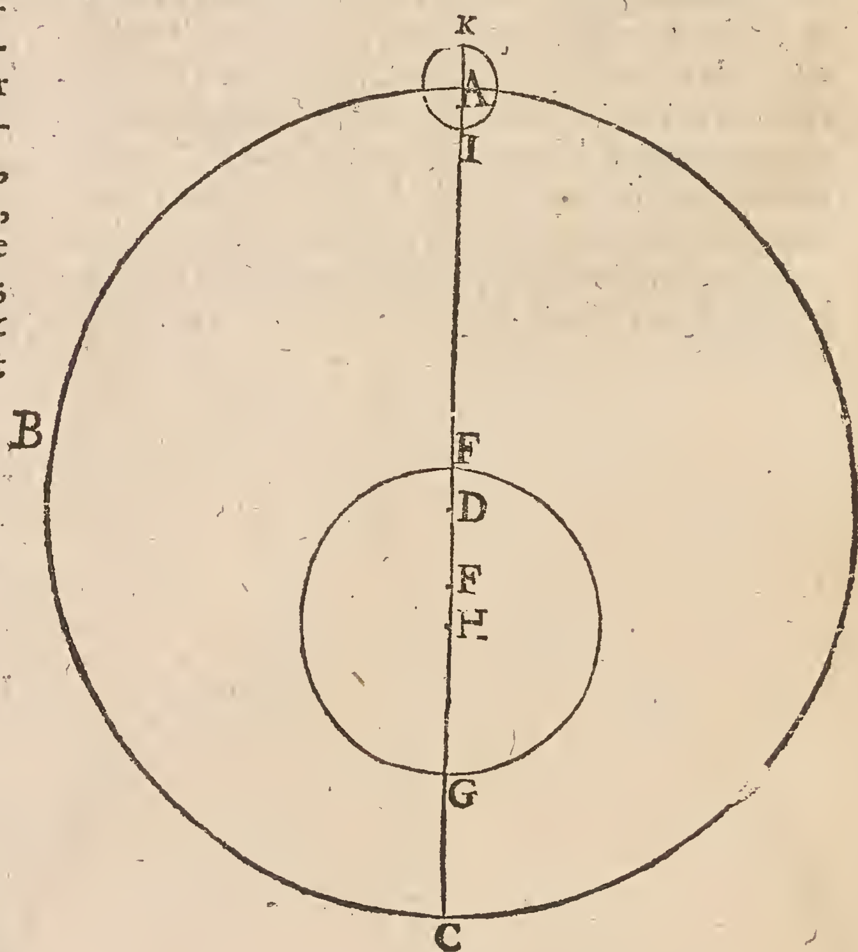
Proposition IX.

D*Eclarer ſommairement la theorie adjouſtée de* Copernique, *du mouvement en longitude de Saturne, Iupiter & Mars.*

Copernique ayant ſuppoſé que les obſervations de *Ptolemée* eſtoient bien faites, en la deſcription des lieux de Saturne, Jupiter & Mars, mais voyant qu'il ordonnoit en ſa theorie des mouvemens irreguliers aux epicycles, & en leurs voyes, comme a eſté dit en la 6 propoſition de ceſt Appendice; il en a mis d'autres en leur place ainſi : Soit A B C voye d'epicycle des trois ſuperieures, je prens de Saturne, D centre, E la terre fixe, par laquelle eſt menée A C, ainſi que A eſt l'apogée, C perigée, D E eccentricité de 3 part. 25 Ⓘ, ſelon le calcul de *Ptolemée*, en telles parties que D A en fait 60; puis ſoit l'epicycle F G ſur A, duquel F eſt l'apogée, & G perigée, & la planete ſoit en l'apogée F : ce qui eſt



juſqu'icy ſelon la ſimple poſition, comme *Ptolemée* la reçeut, tellement que *Copernique* apres pluſieurs taſtonnemens, y a adjoinct d'abondant un autre petit epicycle, prenant pour ſoy la ligne entre la terre & le poinct d'inegalité, qui eſt de 6 part. 50 Ⓘ (au 5 chap. de l'onzieſme livre de *Ptolemée*,) de telles que la voye d'epicycle en fait 60, au lieu de laquelle raiſon *Copernique* prend 1139 à 10000, au 5 chap. du cinquieſme livre : Et de ceſt 1139 (ligne entre la terre & le poinct d'inegalité) oſtant le quart, qui eſt 285, reſte 854, lequel il a marqué de D à H, prenant le meſme H maintenant pour la terre, au lieu de E : D'avantage il prit auſſi le tiers de D H 854, qui eſt E H, faiſant 285, le mettant de F en I, ſur laquelle F I, comme raid, eſt deſcrit un epicycle I K, prenant la planete eſtre au perigée I, au temps de ſa moyenne conjonction avec le Soleil moyen, & ayant un cours ſelon l'ordre des ſignes de I vers K egal au cours du centre de l'epicycle A vers B : Mais eſtant la planete en ceſte moyenne conjonction au perigée du petit cercle I, il appert qu'en toutes les moyennes conjonctions il doit eſtre là ; & en K en toutes les moyennes oppoſitions ; auſſi en toutes les quadratures és moyennes diſtances, ce qui convenoit avec la longitude de Saturne, ſelon ſon opinion. Or pource que ſon intention n'eſtoit pas de deſcrire cecy que par l'hypotheſe de terre immobile, il a changé la figure, deſcrivant ſur un poinct, comme H, la voye de la terre egal à l'epicycle ſuſdit, & ſur l'apogée de la voye de planete un petit cercle egal à l'autre, poſant que la planete s'y



mouve; aſſavoir ſoit A B C autrefois un eccentrique, D centre, & le poinct E ſoit icy en telle diſtance de D, comme en l'autre premiere figure il eſtoit de D, puis ſoit deſcrit ſur H la voye de la terre F G, eſtant H diſtant de D, comme en la premiere figure, H de D, aſſavoir 854 parties, & le raid de la voye terreſtre H G face autant comme là le raid de l'epicycle A G 1083 (car autant vient-il, diſant, raid de voye d'epicycle 60 part. donne raid d'epicycle 6 part. 30 Ⓘ, combien 10000?) puis apres avec le raid egal à H E, deſcrit le petit cercle I K ſur A, egal au petit cercle I K de la premiere figure, & ſoit Saturne au perigée I, avec un cours comme en l'autre premiere figure, de I vers K : Ceſte figure en l'hypotheſe de terre mobile, fait recevoir à la planete la meſme longitude apparante qu'en l'autre hypotheſe

en

en l'autre premiere figure, ce que j'eusse demonstré, n'estoit que le tout est assez clair par la 15 proposition du 3 livre, prenant aussi garde à l'incertitude du fondemét sur lequel il semble que ceste figure est fondée, je l'ay delaissée sans telle demonstration, pour eviter prolixité.

Notez aussi que j'ay dit cy-devant que *Copernique* a posé le petit cercle en l'epicycle, premierement en l'hypothese de terre immobile, ce que j'ay dit pour declarer mon dessein en brief; car telle chose n'apparoist pas par ses escrits, & qu'on peut bien conceder cela.

Par ceste theorie susdite, *Copernique* dit que la planete se trouve tousiours en son vray lieu.

Notez aussi qu'il appert cy-dessus, que la theorie de *Copernique* est un meslange de son invention avec celle de *Ptolemée*: veu que la ligne de laquelle il prend les trois quarts est en usage dans *Ptolemée*.

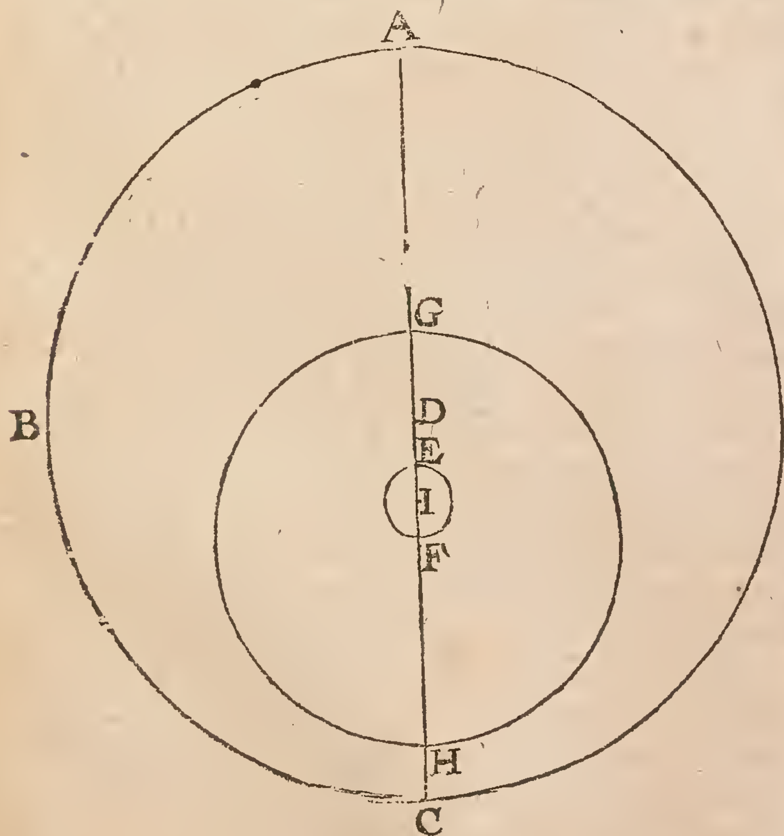
Touchant la recerche de la longitude apparante de la planete suivant ceste theorie, il est manifeste qu'en la deuxiesme figure, on trouvera la longitude apparante du centre du petit cercle, selon la maniere comme en la 15 proposition du troisiesme livre au 6 article, & encore y joindre la prostapherese, que la planete acquiert par le petit cercle; car ce qui en viendra sera le requis: Or ce que nous avons dit de Saturne, s'entendra aussi de Jupiter & Mars.

Conclusion. Nous avons donc declaré, &c.

Proposition X.

Declarer *sommairement la theorie adjoustée de* Copernique, *du mouvement en longitude de Venus.*

Veu que Venus en l'hypothese de terre mobile se meut tellement en sa voye, laquelle est dans la voye de la terre, comme les trois planetes superieures en leurs voyes, qui sont hors de celle de la terre; tellement que l'opinion de *Copernique* seroit assez suffisamment cognue par les precedentes, lors qu'on descrivoit le petit cercle sur la voye de Venus dans la voye de la terre: mais d'autant qu'il estime estre plus clair de faire tourner le centre de la voye de Venus en un petit cercle, egal à celuy lequel on feroit autrement sur la voye, comme a esté dit, pour ceste cause je la declareray presentement. Soit A B C la voye terrestre, son centre D, faisant D A raid 10000, & E est le lieu où le centre de la voye de Venus a esté trouvé, suivant la computation fondée sur



la simple position que *Ptolemée* receut, où l'eccentricité D E faisoit 208: Mais selon la theorie de *Copernique* soit marqué le poinct F, ainsi que E F soit egale à E D, signifiant ledit poinct F le centre de la voye de Venus, sur lequel est icelle voye de Venus G H de l'intervalle de F G 7194: Puis soit I au milieu de E F, comme centre, descrit le petit cercle E F, où le centre de la voye G H tourne, deux fois aussi viste que la terre, aussi selon l'ordre des signes; tellement que quand la terre est en l'apogée A, ou perigée C, alors le centre de la voye G H est en E: mais la terre estant en l'une des moyennes distances, comme en B, ledit centre est tousiours en F, & en telle maniere dit *Copernique*, que Venus est trouvée en son vray lieu.

Conclusion. Nous avons donc declaré, &c.

Notez.

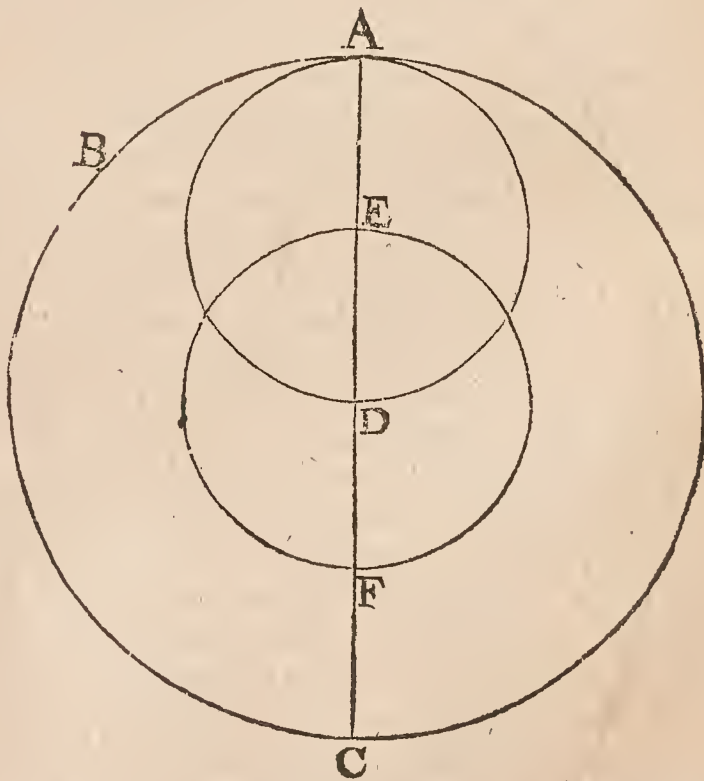
Copernique au 25 chap. de son cinquiesme livre, ayant veu qu'il estoit necessaire selon sa theorie, que Mercure se pourmenast en une ligne droite, sans toutesfois vouloir admettre aucune irregularité en ses mouvemens, il exposa quant & quant au 4 chap. de son troisiesme livre, que cela se pouvoit faire par l'aide de quelques cercles, & ce particulierement en un theoreme, lequel nous descrirons icy servant à la 12 proposition. De ces cercles en traite aussi *Proclus* commentateur des Elemens *d'Euclides.*

Theoreme. Proposition XI.

E*stans descrits deux cercles concentriques premier & second de diametres en raison double, & descrit un troisiesme egal au moindre deuxiesme, ayant son centre à la circonference dudit moindre, & ayant un cours double au deuxiesme son egal, mais d'un autre costé; chaque poinct de la circonference du troisiesme descrit une ligne droite, qui est diametre du premier majeur.*

Le donné. Soyent trois cercles, dont le premier majeur A B C & le deuxiesme E F concentriques, ayent les diametres en raison double, & le tiers A D (egal au deuxiesme E F) descrit sur un centre en la circonference

1. Figure.



de E F, ayant son cours (de A vers le costé droit) double à celuy de E F (vers le gauche) & soit pris un poinct A en la circonference du troisiesme A D.

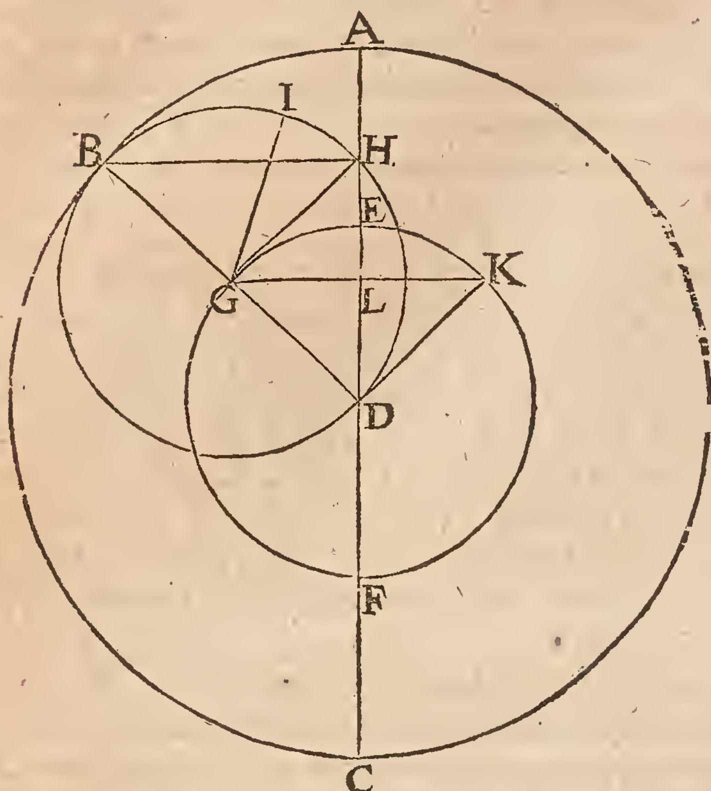
Le requis. Il faut demonstrer que le poinct A dans le troisiesme cercle A D, descrit une ligne droite A C diametre du premier cercle A B C.

Preparation. Soit le poinct E du deuxiesme cercle E F en la premiere figure parvenu de E en G, vers le

costé senestre, comme en la deuxiesme figure, ainsi que le poinct du troisiesme cercle plus esloigné de D (que nous nommerons apogée A,) soit parvenu en B, en ceste deuxiesme figure: Cependant le poinct qui est au 3 sera porté de B en H vers le costé dextre, ainsi que selon l'hypothese BH soit double à GE; & menée GH.

Demonst. D'autant que l'arc BH est double à EG, alors

2. FIGURE.



l'angle BGH sera double à l'angle BDE: Or dans le troisiesme cercle BHD, l'angle du centre BGH estant double a un angle BDE en la circonference, ils auront circonferences egales pour bases; & puis qu'elles commencent en B toutes deux, & sont vers un mesme costé I, alors elles se termineront en un mesme poinct: mais BH se termine en H, donc H sera dans DE prolongée, & ainsi se demonstrera que le poinct pris au troisiesme cercle sera tousiours dans AC en quel lieu que ledit troisiesme cercle soit parvenu.

Conclusion. Estans donc descrits, &c.

COROLLAIRE.

La ligne BH est tousiours perpendiculaire à AC, pource que l'angle est droit BHD dans le demicercle: Ce qu'estant ainsi, en un temps donné l'arc AB sera aussi donné, & partant AH son verset, par l'usage des tables des sinus, & par H est denoté Mercure, tellement que son lieu est cognu en AC au temps donné.

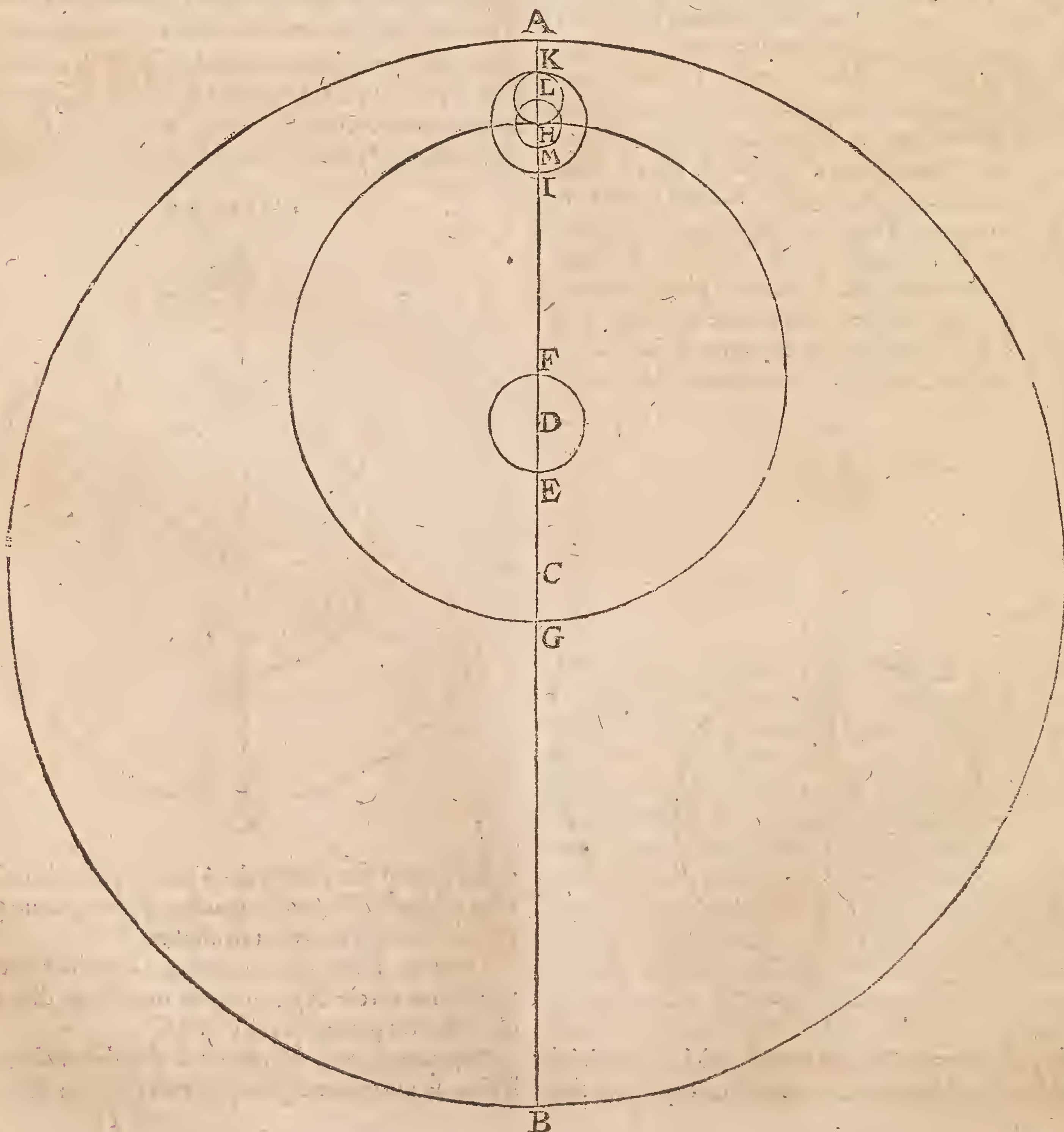
ALB. GIRARD.

Stevin *a fait la demonstration cy-dessus un peu oblique, & celle du precedent corollaire trop prolixe avec les lignes inutiles de BI, GK, KD: dequoy je ne me suis servy cy-dessus.*

PROPOSITION XII.

Declarer sommairement la theorie du cours en longitude de Mercure, adjoustée par Copernique.

Soit AB voye terrestre, C son centre, AB diametre, eccentricité DC, trouvée selon la simple position que *Ptolemée* reçeut premierement de 947 parties, desquelles AC en fait 10000: & sur D centre, d'un intervalle



egal

egal au tiers de D C soit descrit le petit cercle F E, F sera apogée, & E perigée, veus de C, & sur F, comme centre, soit descrite la voye d'epicycle G H, sur l'apogée de laquelle H, comme centre, soit fait l'epicycle I K, & un autre dedans L M concentrique à K I ayant pour son diametre la moitié de K I, & sur L, comme centre, soit descrit un autre cercle egal à L M, tel que K H, où se trouve estre Mercure : Ce qu'estant ainsi, F centre de H G fait par an deux tours, dont l'un est causé de la voye terrestre, l'autre de soy, tous deux selon l'ordre des signes : Le centre L du cercle K H est ferme dans la circonference de L M, y estant porté contre l'ordre des signes, faisant par an un circuit : Le cours de Mercure en K H est selon l'ordre des signes, egal au cours susdit de F, assavoir faisant par an deux tours : d'où s'ensuit que Mercure se pourmene dans le diametre K I sans en sortir, par le theoreme precedent. D'avantage s'ensuit que la terre estant en A, ou B, il faudra que le centre de H G soit tousiours en F, qui est l'apogée du cercle E F au regard de C; mais la terre estant és moyennes longitudes, c'est 90 deg. de A ou B, alors le susdit centre de H G sera tousiours en E, qui est perigée de E F, au regard de C, ce qui advient d'une maniere contraire à celle de Venus. D'avantage s'ensuit aussi que Mercure se pourmenant dans I K, sera tousiours au perigée I, lors que la terre est en A, ou B; mais à l'apogée K estant la terre és moyennes distances : Et par cecy advient que le centre de H G, comme F, au cercle E F, & Mercure au diametre I K font par an chacun deux tours : Cependant le propre mouvement de l'epicycle I K, ou de la ligne F H, au cercle H G, fait uniformement un tour en 88 jours. Et ainsi dit *Copernique* que Mercure est trouvé en son lieu comme il faut par telle figure.

Proposition XIII.

N*Arration du cours incognu des estoilles : & de la declinaison incognue de l'ecliptique.*

Les estoilles fixes sont dites avoir un cours incognu, en un temps plus viste que l'autre, car encore qu'on les trouvast tousiours equidistantes l'une de l'autre, toutefois leur Globe se meut d'Occident vers l'Orient, ainsi que sa longitude qui commence en la section vernale, devient continuellement plus grande, estant accreuë depuis *Ptolemée* jusqu'à present plus de 21 degrez : mais suivant l'experience faite depuis, on trouve ce mouvement fort desreglé, l'une fois plus viste que l'autre ; voire, comme quelques uns estiment, aucunefois retrograder. Plusieurs, comme *Thebit*, *les Alfonsiens*, *Purbachius*, *Copernique*, *Iean Venere*, en ont formé diverses theories, chacun à sa poste. Mais pour en dire mon opinion, il faut noter que les estoiles ont plus grande refraction en un pays qu'en l'autre, comme vers les poles, plus que vers l'equinoctial, dequoy nous en avons plusieurs exemples fort remarquables & experimentés és voyages & navigations renommées de *Guillaume Barensen* avec les siens en la Nouvelle Zemble, où l'elevation est de 76 degrez, esquels le Soleil apparut descendre sous l'horizon le 4 Novembre 1596, qu'ils devoyent jà avoir perdu dés le premier; tellement qu'il leur apparoissoit plus haut qu'il n'estoit proprement, ou avoit 1 deg. 9 ① de refraction, comme chacun peut calculer : mais 81 jours apres, qui est le 24 Janvier 1597, le bord du Soleil leur apparut derechef, qui ne devoit estre (n'eust esté la refraction) qu'au 9 Fevrier suivant; tellement qu'il se demonstroit plus haut qu'il n'estoit par refraction 5 degrez, beaucoup plus grande que la premiere, dont la cause a esté cognue au fameux Observateur & Mathematicien renommé *Philippe Lansberge*, lequel avoit eu plusieurs doutes touchant les diversitez des refractions; car combien que le Soleil fust és poincts equidistans du Solstice d'hyver, comme je prens de 50 ou 56 degrez devant & apres, toutefois il ne les a pas trouvez de mesme hauteur sur l'horizon, mais plus en la derniere observation qu'en la premiere, estimant que ceste faute ne procedoit pas de la refraction : Mais le susdit exemple de la Nouvelle Zemble luy estant notifié, il a conclud que la cause estoit, & selon mon opinion par bonne raison, que les froides humiditez d'hyver en Fevrier, estoyent plus espesses & aqueuses, que non pas és mois plus chauts d'Octobre fin de l'esté precedent. Or les refractions de la Nouvelle Zemble estant si grandes, & en autres lieux où l'on a fait des observations, comme en Prusse, Allemagne, Espagne, Italie, Egypte, aussi grandes que la Borealité y peut estre; & qui plus est, en un mesme lieu plus grandes en une saison qu'en l'autre, sans que les Escrivains des susdites theories y ayent prins garde : on peut conclurre de là, que l'inegalité qu'ils ont trouvée, n'est pas venuë de l'inegalité du cours des estoilles, car quand bien mesme ils auroyent trouvé de l'egalité, si est-ce qu'on la devroit estimer inegale, à cause de la refraction : Et pour plus ample confirmation de cecy, on remarque premierement que des observations d'Egypte, on a trouvé le cours egal à 100 ans 1 deg. jusques à 432 ans de long; secondement que l'inegalité en vitesse de mouvement, est jugée des observations faites par apres en des pays plus septentrionaux, ce qui fait soupçonner qu'on n'a pas tenu bon compte des refractions qui en peuvent estre la cause, en tout ou en partie : & soit qu'on prenne l'un des deux, les theories susdites ne se trouvent pas bien fondées, que si ces escrivains eussent suffisamment pris garde à ceste diversité de refractions qu'ils ne les eussent pas descrites ainsi : ce qui est cause que je les delaisse, estimant qu'il faudroit des plus grandes certitudes devant qu'ordonner quelque theorie là dessus. A ceste fin seroit bon de faire faire des observations en Alexandrie en Egypte, où sont faites les premieres, assavoir quand c'est que le Soleil entre és equinoxes, avec ses plus grandes declinaisons, & puis confronter ces observations avec les nostres qui sont plus septentrionales, faites au mesme temps.

Jusqu'icy a esté parlé du mouvement incognu des estoilles fixes : Quant à celuy des planetes, desquelles il a esté traité en cest Appendice, j'estime que les observations de *Ptolemée*, sur lesquelles on a fondé ces theories, sont incertaines : car combien qu'il y ait symbolisé un travail fort louable, toutefois d'autant qu'elles sont faites par un petit instrument de cuivre, construit de plusieurs anneaux, chacun tournant sur son axe, ainsi qu'on pouvoit avoir tousiours l'ecliptique parallele au celeste, & qu'il avoit des pinulles par lesquelles on regardoit au travers les estoiles, plus large que les estoilles n'apparoissoyent, & qu'il est notoire à ceux qui se servent de tels instruments annelez tant polis & bien faits qu'on voudra, combien vaciles & incertains sont leurs experiments, (sans comparaison beaucoup plus que ceux de *Tycho Brahe*) comme *Ptolemée* mesme en parle souventefois : on ne se doit donc gueres arrester sur telles observations, mais bien sur celles qui sont faites par la hauteur des estoiles, par leurs distances l'une de l'autre, & ce avec des instruments plus grands, & finalement par bonnes & vallables computations és triangles plans & spheriques.

Encor y avoit-il quelques incertitudes és observations de *Ptolemée*, quant à la longitude apparante des planetes, pource que les lieux des estoiles fixes n'estoyent descrits en moindre mesure que de 10①, comme appert en ses tables. D'avantage des hyperboliques & incroyables mouvemens, & innaturels, comme tesmoignent encor les diametres visuels qu'on peut voir és planetes, nommément à Mars, & à la Lune, lesquels ne viennent pas si pres de la terre, comme veut la theorie, ainsi que nous en avons parlé ailleurs plus amplement.

Et sans cela se trouvent encor les tesmoignages de divers observateurs, comme de *Regiomonte*, *Bernard Galterus*, & *Purbachius*, qu'on voit imprimez, tellement qu'on ne trouve pas de concordance entre l'experience & la theorie : toutes lesquelles choses bien considerées, on ne voit pas comment les planetes ont quelque cours incognu, où s'il y en a, c'est que nous n'avons pas assez de cognoissance de leur qualité ; tellement que si quelqu'un en vouloit faire quelque nouvelle & mieux reglée theorie, il devroit preallablement faire bonne provision d'observations suffisantes, & tres-bien faites pour pouvoir servir de fondemens sans soupçon. Toutefois ayant declaré mon opinion, je delaisse à chacun librement la sienne.

Conclusion. Nous avons donc fait narration du cours incognu des estoiles, & de la declinaison incognue de l'ecliptique, selon le requis.

Alb. Girard.

I'ay trouvé bon de faire suivre la table cy-dessous, à cause de la convenance de la matiere.

Albategne, Wernerus, Copernique, *& autres ont trouvé que ce mouvement incognu des estoiles fixes, estoit fort divers, assavoir 1 degré en longitude en 100 ans, d'autres dans 66 ; 61, &c. comme* Tycho Brahe *en 70 ans 7 mois, non seulement pour ce temps present, mais pour l'advenir comme il dit.*

Chronologie des Astronomes.

Ans devant la nativité de Christ.		*Spica virginis.* ♍
293	Timochare	22. 20.
281	Timeon	22. 30.
127	Hyparque.	
Ans apres la nativité de Christ.		
99	Menelaus	26. 15.
139	Ptolemée	26. 40.
880	Albategne	♎
1504	Bernard Galt.	16. 40.
1514	Joh. Werner	16. 53.
1525	Copernic	17. 3.
1585	Ticho Brahe	18. 3.

Fin de l'Astronomie.





TROISIESME VOLVME
TRAITANT
DE LA PRACTIQVE
DE GEOMETRIE.

ARGVMENT.



Omme j'avois intention d'escrire une Practique de Geometrie pour l'exercice de SON EXCELLENCE *(laquelle puis apres fut par luy corrigée & augmentée, comme il apparoistra cy apres) je consideray la communion entre grandeur & nombre estre telle, que ce qu'on fait par l'un, le mesme se peut faire aussi par l'autre: Parquoy je me suis proposé de suivre en icelle Practique de Geometrie un ordre semblable à celuy dont se servent plusieurs en l'Arithmetique. Mais comment? Premierement on y apprend à faire des lettres. Secondement à prononcer ou cognoistre leur valeur, comme ce 7 valoir sept, ce 26 vingt-six. Au troisiesme les quatre generales especes, comme Adjouster, Soustraire, Multiplier & Diviser. Au quatriesme la regle de proportion. Au cinquiesme la regle de partition proportionnelle. Au sixiesme la conversion des rompus à un nominateur commun, par lequel ils se preparent pour operer avec iceux comme l'on fait avec des nombres entiers. Lequel ordre selon le commun jugement estant naturel & commode aux nombres, on acquiert par iceluy un fondement general pour depescher plusieurs questions d'Arithmetique que nous rencontrons souvent. Nous suivrons le semblable avec grandeur en ceste Practique de Geometrie, estimant ainsi en peu d'escriture comprendre beaucoup de matiere, & mettre un fondement general, par lequel celuy qui l'entendra pourra depescher plusieurs questions Mathematiques qui se rencontrent és affaires humaines. Nous descrirons donc premierement la fabrique, ou maniere de marquer des grandeurs. Secondement la maniere pour exprimer ou cognoistre leur valeur, comme par mesurer trouver leur contenu. Au troisiesme les quatre especes generales, comme Adjouster, Soustraire, Multiplier & Diviser. Au quatriesme la regle de proportion. Au cinquiesme la regle de section proportionnelle. Au sixiesme la conversion, à sçavoir dissemblables grandeurs en semblables, pour operer par icelles comme on fait par des grandeurs semblables, en descrivant six livres particuliers. Et d'autant que la grandeur a trois especes, ligne, plan & corps, chaque livre aura trois parties. La premiere des lignes. La deuxiesme des plans. La troisiesme des corps, & chaque partie aura ses propositions necessaires. Appliquant là où les circonstances le requierent, joignant les operations Mathematiques par grandeurs, encores leurs operations par nombres, lesquelles en la Practique (ce qui soit dit icy une fois pour tout) sont plus certaines que les Mathematiques par les grandeurs mesmes. Encore que les Mathematiques soyent ordinairement cause & fondement pourquoy l'operation se forme par nombres.*

AU LECTEUR.

VEu que nous avons icy proposé de descrire la Practique de Geometrie, entre laquelle & la theorique ou elemens, on fait distinction, & que le lieu des definitions est plus propre aux elemens: nous ne descrivons point icy les definitions des grandeurs, mais les prenons par les elemens (comme *d'Euclide* ou semblables) pour cognuës, ou qu'il les faut tirer de là.

Encores, veu que quelques operations suivantes se feront par la disme: il est besoing que ceux qui les veulent entendre ayent cognoissance de la mesme disme. Laquelle se void à la fin de l'Arithmetique cy-devant. Quant à la facilité qui en est causée, elle se trouve par effect telle, comme il est mentionné en la preface de la mesme. Ce que tesmoignant SON EXCELLENCE (comme y estant versée d'une maniere plus que vulgaire) a dit par plusieurs fois qu'il se trouve telle commodité & certitude, que les operations qu'elle en avoit facilement expedié, ne se pourroyent accomplir par operations en nombres rompus sans fascheux labeur, plus grand peut estre qu'il ne seroit utile d'y employer de temps.

ALB. GIRARD.

Cy-devant, à la fin des triangles spheriques, je promis de mettre icy une annotation, comme lieu plus propre, avec ce dont il me souvint pour lors: C'est qu'en la Geometrie, nul n'a encor descrit combien il y a de subjects, pource aussi qu'ils estoyent en partie incognus, quant à leurs dimensions jusques à nous: s'ensuit donc que la Geometrie a 6 subjects qui ne sont que 5 quantitez, à cause que le poinct n'en a point: & en y a trois principaux & 2 moins principaux.

Les 6 subjects de la Geometrie.

Le poinct.	
La ligne.	*premier principal.*
L'angle superficiel.	
La superfice.	*second principal.*
L'angle solide.	
Le solide, ou corps.	*tiers principal.*

PREMIER LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE, De la Deſcription des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DU PREMIER LIVRE DE LA DESCRIPTION DES LIGNES.

PROPOSITION I.

Marquer des lignes droites.

Les lignes droites ſe marquent en la practique par divers moyens, ſelon les circonſtances, dont les trois plus renommées que nous rencontrons maintenant ſe marquent premierement avec une regle droite : Secondement avec le cordeau : Tiercement avec les rayons.

1. *Exemple des lignes droites marquées avec une regle.*

Le donné. Soyent A, B deux poincts.

Le requis. Il faut tirer de l'un à l'autre une ligne droite avec une regle, de laquelle maniere on ſe ſert le plus ſouvent ſur du papier, & autres petits plans egaux.

CONSTRVCTION.

Je prens une droite regle comme C, mettant l'un coſté ſur les poincts A, B, tirant tout du long une ligne viſible A B, avec une plume, compas, poinçon, ou de la croye, ſelon la neceſſité du ſujet ; & j'ay le requis.



2. *Exemple des lignes droites marquées avec le cordeau.*

Le donné. Soyent A, B, deux poincts.

Le requis. Il faut tirer de l'un à l'autre une ligne droite avec un cordeau, qui eſt une petite corde frottée avec de la croye, laquelle eſtant tenduë & tirée, tellement qu'elle frappe contre le fond, y marque avec peu de peine une fort droite ligne; De ceſte maniere les Charpentiers entre autres s'en ſervent ordinairement pour marquer leurs ouvrages, auſſi les ſcieurs de bois afin de couper droitement les arbres tant droits que tortus.

CONSTRVCTION.

Je prens le ſuſdit cordeau frotté de croye CD, le tendant aux deux bouts par les poincts A, B, & le tire puis apres comme la corde d'un arc, & j'ay la droite ligne requiſe AB.



3. *Exemple des lignes droites marquées par rayons.*

Le donné. Soyent A, B, deux perches en campagne.

Le requis. Il faut marquer de l'une à l'autre par l'aide des rayons une ligne droite en terre, à ſçavoir une raye gravée environ de la profondeur & largeur d'un demi pied, ce qu'on appelle proprement en Hollande *Kielſpit*, ſervant pour ſeparer des heritages, & marquer la largeur des foſſez, formes de boulevards, fortifications & ſemblables choſes ; On ſe ſert auſſi de lignes imaginées en ces rayons ſans raye, en la practique de Geometrie, comme nous en parlerons plus proprement au ſecond livre.

CONSTRVCTION.

L'operateur ſe tenant aupres de l'une ou l'autre marque A, B, fait mettre par quelque coadjuteur un baſton droit ou quelque marque entre le ſuſdit A, B, au lieu de C, tellement qu'icelui operateur voye les trois baſtons ou marques A, C, B, en un meſme rayon: La maniere pour y mettre le baſton C eſt telle : S'il faut qu'il ſoit mis vers le coſté dextre ou ſeneſtre, l'operateur fait ſigne vers le coſté dextre, ou ſeneſtre, avec la main ; ou bien ſi le coadjuteur qui met la marque eſtoit ſi loing de luy qu'il ne peuſt bien veoir le ſigne de la main, il fait ſigne avec un mouchoir, chapeau ou ſemblable choſe: Le baſton C eſtant ainſi ſur ſa vraye place, il fait ſigne avec ſa main ou autre choſe de haut en bas, pour dire qu'il faut que le coadjuteur y fiche le baſton ferme, & bien droit : tous leſquels ſignes ſuſdits il faut que le coadjuteur entende premierement.



Ce qui a eſté dit ici ſe faire par l'aide d'un qui poſe la marque, ſe peut faire plus aiſement quand la commodité de la place le permet, par l'operateur tout ſeul, en ceſte façon : Il s'en va de B vers D, mettant là une marque, tellement qu'il void toutes les trois marques D, B, A en un meſme rayon.

Il

Il y a encores une maniere pour mettre la marque entre A & B en sa place, sans qu'il soit besoing de se servir d'une autre personne, à sçavoir sans planter le baston C ou D, & cela par l'aide de la croix arpentique, qui est un instrument tel que la figure suivante le demonstre, duquel, d'autant qu'on s'en servira aussi en la practique suivante, nous declarerons ici les qualitez : A sçavoir qu'il a un baston long d'environ cinq pieds, avec une pointe de fer au bout, pour le ficher droit en terre : Sur le mesme baston se marquent d'un costé autant de pieds avec des poulces, & sur un autre costé autant de ① & ② qu'il peut comprendre, servans pour mesurer par iceux exactement les longueurs qui ne viennent point justement à des verges. Sur le susdit baston y a une plate ordinairement de cuivre, large environ de 8 ou 10 poulces, sur laquelle sont tirées deux lignes sur les poincts au milieu des costez de la plate, & s'entrecoupantes au centre de la plate en angle droit; tellement que ces deux lignes font une croix rectangulaire, dont se servent les Arpenteurs, d'où vient que cet instrument s'appelle croix arpentique : Aux quatre bouts de ces deux lignes se mettent des pinnules avec des petites visieres pour voir au travers ; ou sans visieres monstrant avec leur costé extreme, ou autrement estant ces pinnules fort menuës, faisant la demonstration avec leur propre milieu, qui s'appellent generalement dioptres ou pinnules. Aucuns marquent aussi sur la plate un cercle, avec ses 360 degrez, sur quoy tourne une regle fiduciale, mettant aussi au milieu une aguille marine. Maintenant pour mettre par le moyen de la croix arpentique, la marque C en sa place, l'operateur la fiche entre les deux marques A, B, la mettant & remettant jusques à tant qu'il voye par le milieu des deux visieres l'une & l'autre marque ; car alors la croix arpentique est en sa vraye place, pour y mettre une marque : Toutesfois les deux precedentes manieres, comme l'experience tesmoigne, sont les plus seures. Quant à ce que quelqu'un pourroit demander pourquoy on ne se tient à la maniere meilleure ? On respond là dessus qu'on se peut servir de chaque maniere selon la commodité des circonstances, car aucunefois il n'y a point de lieu propre en D, pour y mettre une marque de quelque empeschement d'eau, bastiments, arbres, ou choses semblables ; aucunefois il y a de l'empeschement entre deux, & point dehors. Ailleurs il advient qu'on n'a personne avec soy pour poser une marque : Aucunefois que l'extreme droiture n'y est pas requise : comme par exemple, pour mesurer des longues lignes droites sur la terre, combien que la marque du milieu soit un pied ou deux hors du rayon, cela ne peut apporter en la mesure difference d'importance. Mais quand c'est pour trouver la perpendiculaire d'un triangle, & le mesurer, ou pour separer des heritages, alors il faut plus de certitude, comme il sera plus amplement declaré en son lieu, tellement que, comme il a esté dit ci dessus, on pourra suivre la maniere, qui sera la plus propre selon la disposition des circonstances.



Mais quand de A jusques à B il y a si loing qu'on ne peut voir de l'une à l'autre marque, mais bien d'environ le milieu (là où on ne se peut servir de la susdite seconde maniere, car si on ne peut voir de A jusques à B beaucoup moins jusques à D) on fiche alors environ le milieu une marque ou marques, s'aidant avec cela. Et afin qu'en mettant les marques du milieu, on puisse voir de l'une à l'autre marque extreme, on envoye une personne au lieu d'icelle marque invisible, là où son corps mesme sert de marque ; ou autrement on prend une longue perche avec un chapeau, bouchon de paille, une branche d'arbre, ou autre marque visible dessus, & demeure là si long temps, ou il tient la marque debout jusques à ce que les marques du milieu soyent posées.

Cecy estant fait, à sçavoir, la marque C ou D estant ainsi dedans le rayon de AB, la raye de A jusques à B se fait ainsi : On prend une corde fort longue que je pose venir de A jusques à E. Mais pour mettre le bout E au rayon de AB, on le trouve, là où on voit accorder C sur B; Puis apres faisant la raye tout du long de la corde tenduë, la ligne de A jusques à E est faite, & procedant ainsi on vient jusques à B, bien entendu que quand on est passé la marque C, on se sert des autres deux marques C, A pour venir tout droit vers B. Mais s'il y avoit une marque, comme D, on se pourroit tousjours servir des deux mesmes marques, comme B, D.

Conclusion. Nous avons donc marqué des lignes droites, selon le requis.

Notez.

Comme Son Excellence vid, qu'au commun usage de la description actuele des lignes droites en terre il y avoit quelques imperfections, il me commanda de mettre par memoire la correction d'icelles comme s'ensuit.

Premierement s'il advient que celuy qui tient la marque ne la pose pas du tout à angle droit sur l'horizon, & que le bout d'enhaut encline un pied d'un ou d'autre costé, ce qui peut faire errer l'operateur, visant au bout d'enhaut. Mais veu que celuy qui tient la marque, ne la peut mettre parfaitement droit à l'œil, on prendra là où l'extreme perfection est requise, une perche droite avec son perpendicle y joinct, & par ce moyen on le posera tousiours droit asseurement.

Au second, il est advenu que Son Excellence logeant son armée, desiroit une ligne droite entre deux certaines marques, lesquelles combien qu'on y eust mis des hautes perches on ne pouvoit voir de l'une à l'autre, à cause de l'empeschement des hayes & arbres entre deux. Or pour declarer la chose par exemple ; soyent les deux marques A, B; & consideré qu'on ne peut voir de A jusques à B, à cela il a ordonné ceste maniere:

On ira de A vers B à tastons, toutesfois le plus droit devers B qu'on pourra, & tousiours sur une ligne droite, par l'aide des marques qu'on met aussi souvent que la chose le requiert. Doncques s'il advient que finalement on arrive droit sur B, la ligne marquée est la requise. Mais si on ne vient point à B, ains joignant com-



me en C, on mesure CB avec la grandeur de l'angle C,

& A C est mesuré en venant de A vers C, tellement que le triangle A B C a trois termes cognus, par iceux l'angle A cerché, se trouve par la 6 proposition des triangles plats. Ce qui estant ainsi, on met la croix arpentique en A, & là dessus iceluy angle trouvé, puis apres l'operateur regarde par deux des visieres sur la premiere marque laquelle tend vers C, & alors ce qu'il voit par les autres deux visieres il faut qu'il tende droit devers B; parquoy iceluy rayon suivy, on vient au poinct requis B. Ou autrement, si on ne vouloit prendre la peine de revenir derechef à A, on trouveroit au lieu de l'angle A, l'angle B, mettant la croix arpentique avec iceluy angle trouvé en B, regardant puis apres par deux des visieres vers C, & ce qu'il voit par les autres deux visieres il faut qu'il tende droitement vers A. Il est aussi à remarquer que l'angle C prins droit, quand on le peut avoir, produit quelque facilité à la computation.

Tiercement veu que la commodité de l'ouvrage requiert, qu'en foüissant la raye, on face toucher le dos de la pelle contre la corde tenduë, le milieu de la raye n'est point la vraye ligne requise, mais le bord qui touche la mesme corde, parquoy quand on requiert l'extreme perfection il faut prendre garde à cela. Comme par exemple, quand entre deux rayes on veut signifier la largeur d'un fossé, il est convenable de fouïr les deux rayes au costé de la corde qui tend vers le fossé qu'on veut faire.

Proposition II.

Marquer une ligne droite à angle droit sur une ligne droite donnée, & sur un poinct donné en icelle.

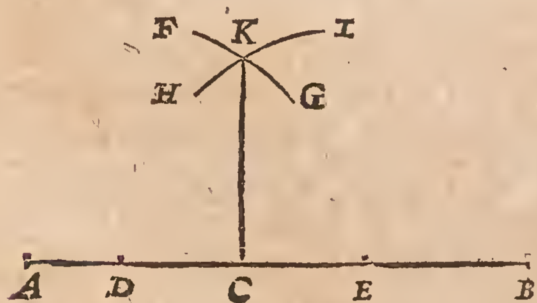
1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B une droite ligne, & C un poinct en icelle.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne à angle droit sur A B & sur le poinct C.

Constrvction.

Je marque deux poincts D, E en la ligne A B egalement distants de C, & descrits sur D comme centre un arc F G, & avec la mesme longueur sur le poinct E l'arc H I, coupant F G en K, & tire puis apres la droite ligne K C que je dis estre la requise. Dont la demonstration est faite en l'onziesme proposition du premier livre *d'Euclide*.



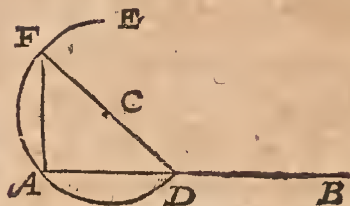
2 *Exemple, qui peut venir à propos où le poinct donné est sur l'extremité de la ligne donnée.*

Le donné. Soit A B une droite ligne, & le poinct en icelle A.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne à angle droit sur A B, & sur le poinct A.

Constrvction.

Je mets le pied mobile du compas sur le poinct A, & le pied ferme hors de la ligne A B; comme par exemple au lieu du poinct C, descrivant sur iceluy comme centre, l'arc D A E, plus grand qu'un demicercle, je tire puis apres de D par C la droite ligne D F, touchant l'arc en F, & finalement la ligne A F que je dis estre la requise.



Demonstration.

L'angle D A F estant dedans un demicercle, il faut qu'il soit droit par la 3 proposition du 3 livre *d'Euclide*, & consequemment A F est à angle droit sur A B.

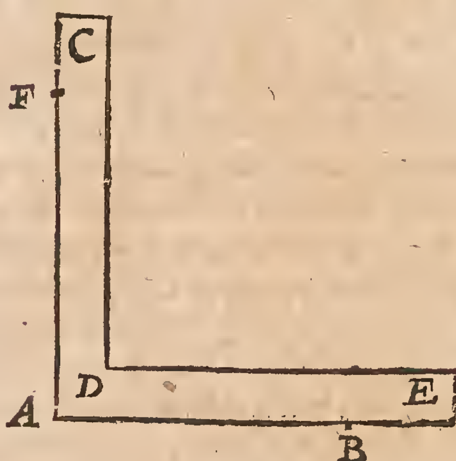
3 *Exemple avec un esquiere.*

Le donné. Soit A B une droite ligne, & le poinct en icelle A.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne à angle droit sur A B, & sur le poinct A.

Constrvction.

Je prens un esquiere comme C D E, joignant l'angle D au poinct A, & le costé D E sur la ligne A B, tirant du long de l'autre costé D C la ligne A F que je dis estre la requise: dont la demonstration est notoire par le posé, veu que l'esquiere mesme se prent pour rectangle.



4 *Exemple avec la croix arpentique.*

Les susdits exemples sont pour s'en servir sur du papier & autres petits plans egaux: Mais sur la terre les lignes rectangulaires se trouvent avec la croix arpentique, lesquelles operations nous rencontrons souvent en mesurant des terres: en marquant des forteresses & en plusieurs autres choses.

Le donné. Soyent les poincts A, B, deux marques en la campagne, avec une ligne droite entre deux fouie en terre, ou imaginée seulement, comme il se fait souvent en la practique, & soit C un poinct en icelle ligne.

Le requis. Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit sur A B.

Constrvction.

L'operateur met la croix arpentique à l'endroit de C, la tournant d'un costé & d'autre jusques à ce qu'il voye par deux des visieres d'un costé la marque A, & de l'autre la marque B: Puis apres voyant par les deux autres visieres, il fait mettre par quelque autre personne une marque en son rayon, laquelle soit D, parquoy estant gravée ou imaginée en terre une ligne droite de C jusques à D, je di qu'elle est la requise: dont la demonstration est manifeste par le posé, veu que les rayons mesmes passent par les visieres, qui sont à angle droit l'un sur l'autre.



5 Exem-

5 Exemple avec les trois nombres vulgaires, à sçavoir, trois, quatre, cinq.

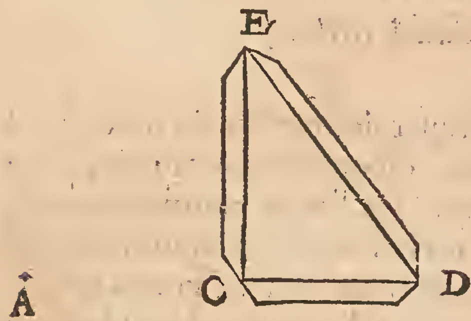
Il y a encores une cinquiesme maniere en usage, & laquelle est fort bonne; dont on se sert en campagne par faute de croix arpentique, qui se fait ainsi.

Le donné. Soyent les poincts A, B, deux marques en campagne, avec une droite ligne entre deux fouie en terre, ou seulement imaginée, & C soit un poinct en icelle ligne.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne de C à angle droit sur A B.

CONSTRVCTION.

On prend trois reigles droites de bois, plus elles sont longues, tant plus seur en provient l'ouvrage; comme CD, DE, CE, à sçavoir C D partie en trois parties egales,



les, C E en faisant quatre, E D cinq d'icelles, ces trois regles mises ensemble comme un triangle, & tellement que le bout D vienne en la droite ligne C B, alors C E est la ligne requise à angle droit sur A B.

DEMONSTRATION.

Le quarré de C D 3 faisant 9, avec le quarré C E 4 faisant 16, font ensemble 25, qui estant egaux au quarré de E D 5, il faut que l'angle C soit droit par la 47 proposition du 1 livre *d'Euclide*, & pource E C est à angle droit sur C D, & consequemment sur A B.

Conclusion. Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit sur une ligne droite donnée, & sur un poinct donné en icelle, selon le requis.

PROPOSITION III.

M*Arquer une ligne droite à angle droit sur une ligne droite infinie donnée, d'un poinct donné hors d'icelle.*

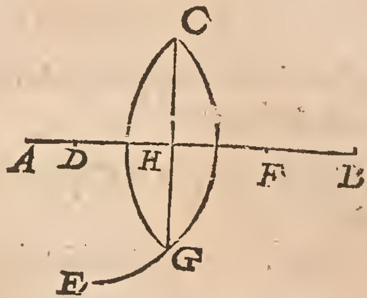
1 Exemple.

Le donné. Soit A B une ligne droite infinie, & C un poinct hors d'icelle.

Le requis. Il faut tirer du poinct C une ligne droite à angle droit sur A B.

CONSTRVCTION.

Je pose le pied mobile du compas sur C, le pied ferme quelque part dedans la ligne A B, ce qui soit en D, puis je descris l'arc C E: posant puis apres le pied mobile derechef en C, & le pied ferme en la ligne A B, mais de l'autre costé de D, ce qui soit en F, je descris là dessus l'arc C G, coupant l'arc C E en G, & je tire puis apres la ligne



C G, coupant A B en H: Ce qui estant ainsi, je di que la ligne C H est la requise à angle droit sur A B; dont la demonstration est faite en la 12 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.

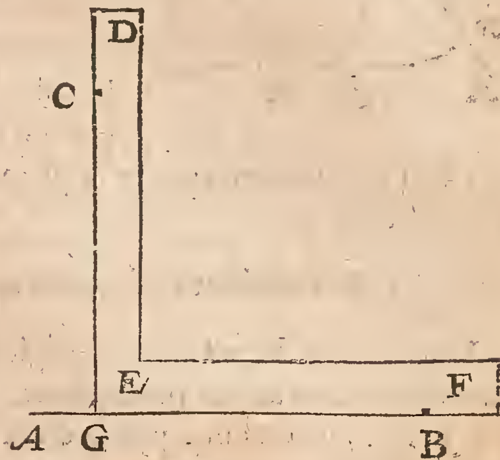
2 Exemple avec une equire.

Le donné. Soit A B une ligne droite, & C un poinct hors d'icelle.

Le requis. Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit sur A B.

CONSTRVCTION.

Je prens une equire, comme D E F, & je joins le costé E F sur la ligne A B, le faisant couler au lõg d'icelle jusques à ce que le costé D E vienne sur le poinct C: ce qui estant ainsi, je tire une ligne le long du costé D E du poinct C jusques à G en la



ligne A B, laquelle je dis estre la requise; Dont la demonstration est manifeste par le posé; veu que l'equire mesme se prend pour rectangle.

3 Exemple avec la croix arpentique.

Le donné. Soyent les poincts A, B deux marques en la campagne, avec une droite ligne entre deux fouie, ou seulement imaginée, & C un poinct hors de la ligne A B.

Le requis. Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit sur A B.

CONSTRVCTION.

L'operateur met une marque au rayon des deux marques A B entre icelles ou dehors, soit entre deux comme D, & puis apres sa croix arpentique au rayon de B D, commeau lieu de E, tellement qu'il voit par l'une paire des visieres convenir D sur B, & par l'autre paire

C

A E D B

des visieres la marque C; parquoy une ligne droite, comme de E jusques à C, estant fouïe ou imaginée, je dis que c'est la requise, dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ.

Que lors qu'on veut trouver le poinct E par la croix arpentique, sans mettre la marque comme D, selon ce qui a esté dit au 3 exemple de la 1 proposition de ce livre, le plus commode est de faire convenir tousiours premierement la croix arpentique sur la ligne donnée A B, avant que de regarder apres la marque C: car faisant autrement, cela cause grand' doute, d'autant qu'on ne vient point ainsi aux deux lignes ensemble qu'avec une facheuse incertitude & à tastons.

Conclusion. Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit sur une ligne droite infinie donnée, d'un poinct donné hors d'icelle, selon le requis.

PROPOSITION IV.

M*Arquer deux lignes qui font un angle egal à un angle donné.*

1 Exemple.

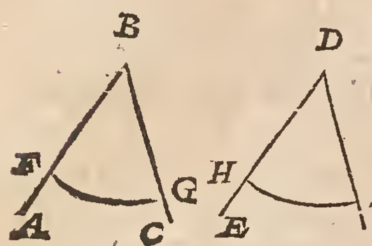
Le donné. Soit A B C un angle.

Le re-

Le requis. Il faut marquer deux lignes faisant un angle egal à l'angle A B C.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne D E, & descris sur B comme centre, l'arc F G, entre les lignes B A, B C, & avec la mesme longueur B F, je descris l'arc H I egal à l'arc F G, puis apres je tire la ligne D I: ce qui estant ainsi, je dis que l'angle E D I est egal à l'angle A B C; Dont la demonstration est manifeste par la 33 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.



2 *Exemple avec la croix arpentique.*

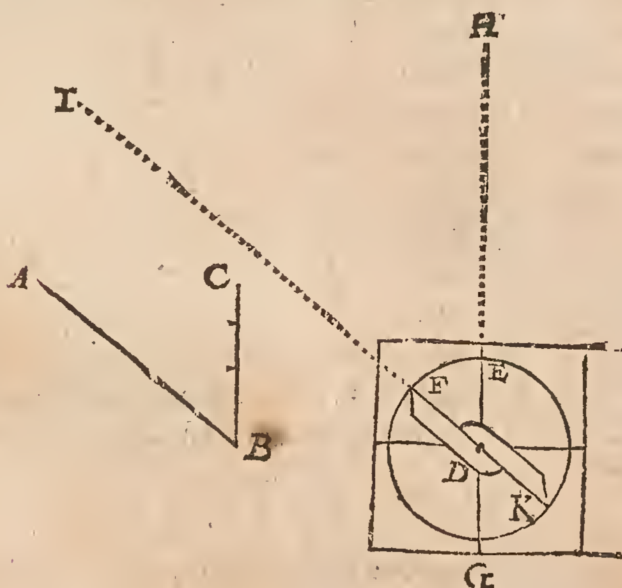
L'operation du premier exemple sert pour marquer sur du papier ou autres petits plans, mais en campagne elle se fait autrement, par la croix arpentique : dont nous parlerons maintenant.

Le donné. Soit A B C un angle comprenant 50 degrez; (mais la maniere de trouver la quantité des degrez d'un angle sera declarée au deuxiesme livre de la practique de Geometrie.)

Le requis. Il faut marquer un angle en campagne, egal à l'angle A B C.

CONSTRVCTION.

Je prens une croix arpentique avec son cercle de degrez, dont le centre soit D, mettant entre une ligne D E, & la regle fiduciale D F 50 degrez, comme l'arc de E jusques à F, je mets puis apres une marque H au rayon, tendant par les visieres E G, mettant semblablement une marque I au rayon par les visieres de la ligne



fiduciale K F; ce qui estant ainsi, je di que l'angle comprins entre les lignes fouïes ou imaginées D H, D I, comme l'angle H D I est le requis, egal à l'angle A B C. Dont la demonstration est manifeste par le posé, veu que les rayons mesmes tendent par les visieres, dont l'angle se prend de 50 degrez.

Conclusion. Nous avons donc marqué deux lignes, qui font un angle egal à un angle donné, selon le requis.

PROPOSITION V.

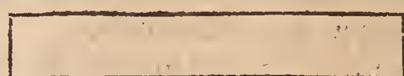
P*ar un poinct donné, à une ligne droite donnée, marquer une parallele.*

Le donné. Soit A B une ligne droite, & C un poinct.

Le requis. Il faut par le poinct C marquer une parallele avec la ligne A B.

CONSTRVCTION.

Je tire A C & B D egale avec A C toutes deux à angle droit sur A B, puis apres C D, que je dis estre parallele avec A B, dont la demonstration se tire de la 31 proposit. du 1 livre *d'Euclide*.



Quant à la designation des paralleles en campagne par la croix arpentique, veu que nous avons declaré cydevant la maniere de marquer des lignes droites sur la campagne, & des rectangulaires sur icelles, elle est assez manifeste par le susdit.

Conclusion. Nous avons donc par un poinct donné à une ligne donnée marqué une parallele, selon le requis.

PROPOSITION VI.

M*arquer des circonferences de cercles.*

La maniere de marquer des petites circonferences de cercles avec compas, ou outils à deux pieds, dont l'un demeure sur le centre, & l'autre tourne alentour, est si commune qu'elle n'a besoin de declaration. Quant aux plus grandes circonferences, voire si grandes qu'elles ne se puissent marquer par des outils à deux pieds, ou chenies tenduës comme semidiametres; en cas que cela se rencontre, on le pourroit faire par rayons & marques, comme mettre des poincts en la circonference l'un joignant l'autre, egalement eloignez du centre, & en telle quantité, que l'arc entre deux soit presques egal à une ligne droite.

Conclusion. Nous avons donc marqué des circonferences de cercles, selon le requis.

PROPOSITION VII.

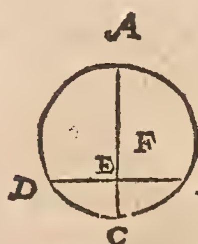
E*N la circonference donnée du cercle, marquer son diametre.*

Le donné. Soit A B C D la circonference d'un cercle.

Le requis. Il faut marquer le diametre là dedans.

CONSTRVCTION.

Je tire quelque ligne droite dedans le cercle, comme D B, & par le milieu d'icelle la ligne C A à angle droit sur D B, laquelle C A est le diametre requis par la 1 proposition du troisiesme livre *d'Euclide*.



Conclusion. Nous avons doncques marqué en la circonference donnée du cercle son diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre d'un cercle; car veu que A C est le diametre, il faut que le milieu d'iceluy, comme F, soit le centre du cercle.

PROPOSITION VIII.

E*stant donnée une partie de la circonference du cercle, parfaire toute la circonference.*

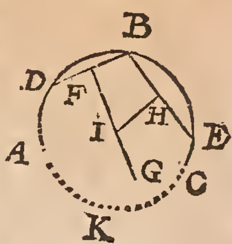
Le donné. Soit A B C partie de la circonference d'un cercle.

Le requis. Il faut parfaire l'entiere circonference.

CONSTRVCTION.

Je mets en l'arc donné quelques trois poincts, lesquels soyent D, B, E, & tire la ligne droite D B puis apres sur son milieu F, la ligne F G à angle droit sur D B, sem-

semblablement je tire B E, & sur son milieu H la ligne H I à angle droit sur B E, & touchant F G en I : Ce qui estant ainsi, I est centre de la circonference requise, parquoy sur icelle descrit l'arc C K A, on a l'entiere circonference requise A B C K ; Dont la demonstration est manifeste par la 25 proposition du troisiesme livre *d'Euclide*.



Conclusion. Estant donc donnée une partie de la circonference du cercle, nous avons parfait l'entiere circonference, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment on escrira la circonference d'un cercle, par trois poincts donnez qui ne sont point en une droite ligne.

PROPOSITION IX.

Sur le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipse, marquer sa circonference.

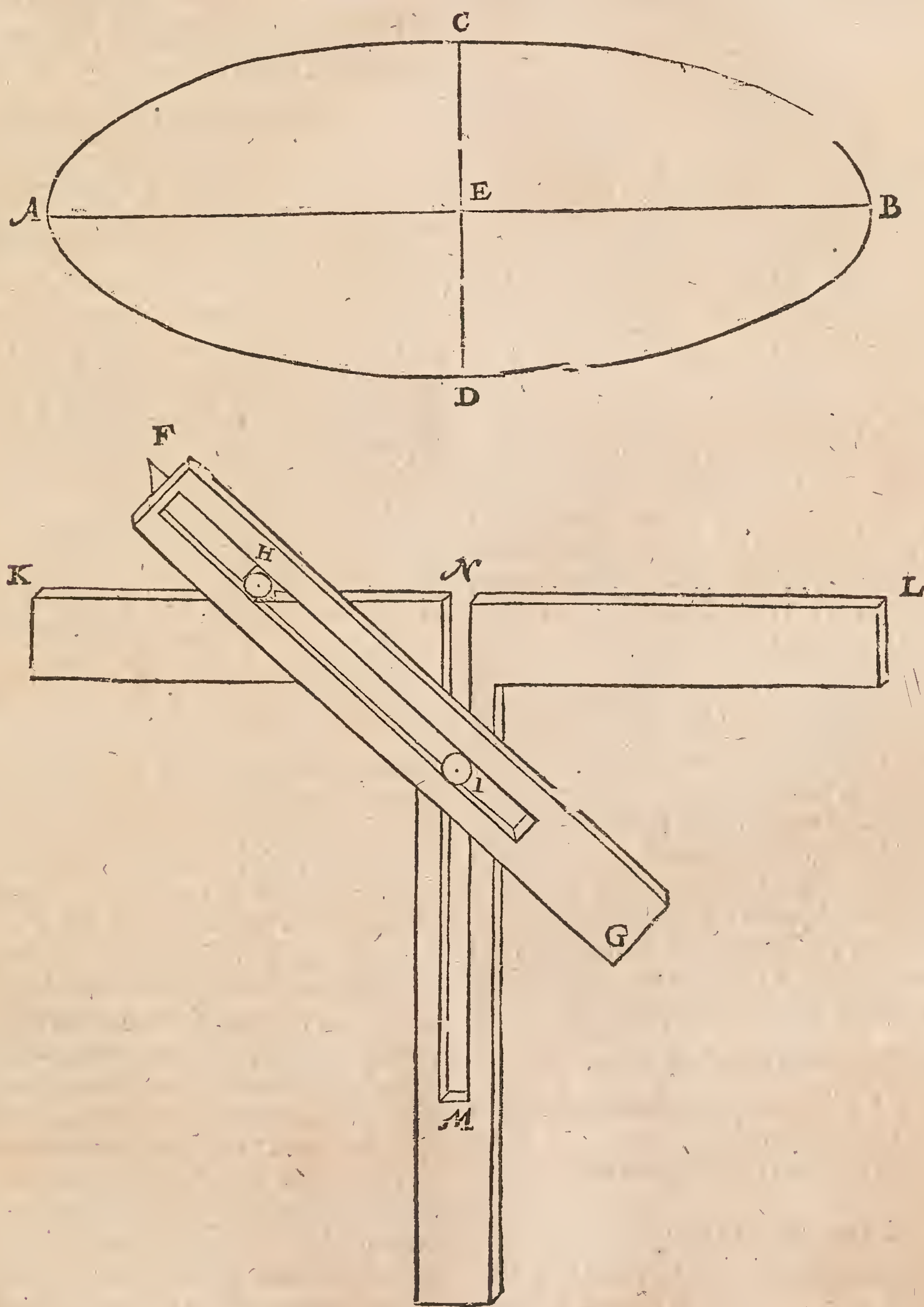
On se sert fort de ceste circonference és instruments de l'astrolabe, & principalement de l'astrolabe general dont traicte *Guido Vbaldus*; comme aussi au fait des voustes és bastiments.

Le donné. Soit A B le plus grand diametre, & C D le plus petit, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là dessus la circonference de l'ellipse.

CONSTRVCTION.

Comme avec le compas on descrit la circonference du cercle, ainsi la circonference de l'ellipse avec l'instrument ci joinct, estant de ceste qualité : F G est une



regle mobile, avec une fente au milieu, en laquelle se mettent deux cylindres H, I, à vis; au bout aupres de F est un poinct dont on marque la circonference; K L est une potence, aussi avec une fente M N.

La circonference de l'ellipse se fait ainsi avec cet instrument. La poincte du cylindre H se fiche aussi loing de la poincte F, comme de E jusques à C ; & le cylindre I aussi loing d'icelle poincte F, que de E jusques à A; puis apres on met la poincte F sur la poincte C, & le cylindre H sur le poinct N ; tellement que la regle F G vient au milieu de la potence, convenant la ligne K L sur A B ; puis apres on fait couler le cylindre H contre le costé K L ; laissant le cylindre I prendre sa course dedans la fente M N. Ce qui estant ainsi, la poincte F descrit la moitié de la circonference requise ; & faisant le semblable de l'autre costé, on a l'entiere circonfe-

conference. Toutesfois c'eſt à ſçavoir, ſi pour venir avec le cylindre H juſques au poinct B, s'il faut, venant aupres de B, tourner une fois iceluy cylindre, car il eſt fait à cela.

La demonſtration de cecy eſt faite, ſi je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* en quelque livret que j'ay perdu.

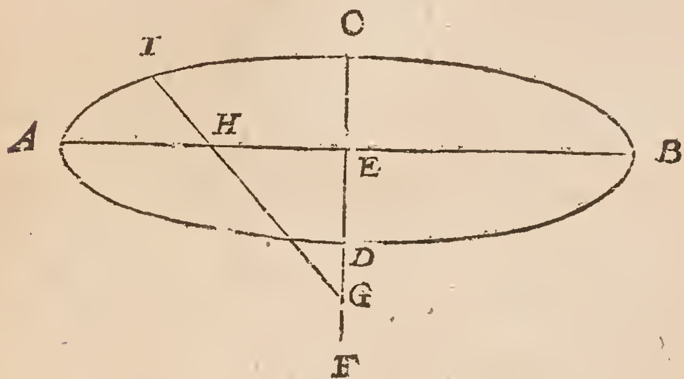
Autre maniere d'operation.

Le donné. Soit A B le plus grand, C D le plus petit diametre, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus la circonference de l'ellipſe.

Constrvction.

Je produis C D juſques à F, tellement que C F eſt egale à E A, je prens puis apres avec le compas la longueur de E F, & mets l'un pied en E F, ſoit au poinct G, l'autre en E A, lequel y vient au poinct H; je produis puis apres G H juſques à I, tellement que H I ſoit egale à E C: Ce qui eſtant ainſi, I eſt un poinct tombant en la circonference de l'ellipſe; parquoy ayant trouvé aſſez de tels poincts, afin que tirant des droites lignes de l'un à l'autre, elles n'ayent point de difference apparente de la vraye circonference, on a le requis, comme la circonference A I C B D.



Demonstration.

Veu qu'en la premiere maniere de l'operation, la longueur F H de l'inſtrument y deſcrite, eſtoit egale à C E, & F I egale à A E, & qu'alors le poinct F eſtoit en la circonference de l'ellipſe requiſe, il faut qu'en ceſte ſeconde maniere d'operation le poinct I ſoit auſſi en la circonference de l'ellipſe requiſe, veu qu'icy la meſme raiſon d'operation a eſté ſuivie. Car comme là F H eſtoit egale à ſa C E, ainſi I H à ſon C E, & comme là H I eſtoit egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid, ainſi eſt auſſi ici H G egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid.

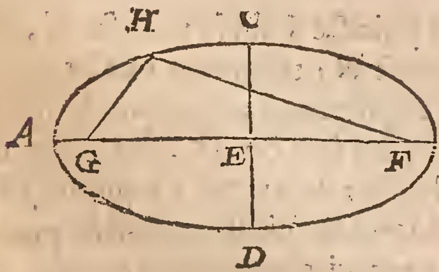
Troiſieſme maniere d'operation.

Le donné. Soit A B le plus grand diametre, C D le plus petit, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus une circonference de l'ellipſe.

Constrvction.

J'applique la longueur A E de D juſques à F, auſſi de D juſques à G en la ligne A B, marquant les deux poincts extremes F, G, je prens puis apres un filet de la longueur de A B, fichant ſes extremes aux poincts F, G; puis apres je mets une plume ou poinçon accommodé à cela, contre le filet à angle droit ſur le plan, dans lequel la figure ſe marque. Je prens que ledit poinçon ſoit icy en H, tellement que les deux parties du filet G H, H F, ſoyent tenduës, puis apres le poinçon eſtant avancé de A par deſſus C juſques à B, (entant que le filet G H F demeure touſiours egalement eſtendu, ſans s'alonger ou racourcir) on deſcrit ainſi la moitié de la circonference A C B.



Et ſemblable moitié circonference eſtant auſſi deſcrite de l'autre coſté comme B D A, on a le requis J'ay veu ceſte maniere d'operation avec la demonſtration deſcrite, ſi je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* au ſuſdit livret perdu, auquel il declaroit encore l'avoir trouvé en quelques vieux manuſcrits.

Alb. Girard.

Elle eſt tirée de la 53 propoſ. du 3 livre des Elemens Coniques d'Appollone Pergée.

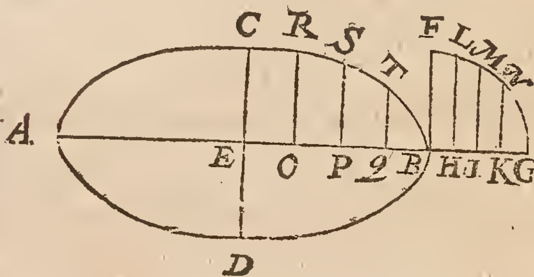
Quatrieſme maniere d'operation.

Le donné. Soit A B le plus grand diametre, C D le plus petit, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus la circonference de l'ellipſe.

Constrvction.

Je tire B F à angle droit ſur A B, & egale à E C, & produis auſſi A B plus outre juſques à G, deſcrivant là deſſus le quart de cercle B F G; Je diviſe puis apres B G en quelques parties egales, ſoit en quatre, aux lieux de H, I, K, tirant H L, I M, K N paralleles avec B F, & tellement que les extremitez L, M, N vienent dedãs l'arc F G. Je diviſe en apres E B en autant de parties egales, que B G a eſté diviſé, à ſçavoir en quatre, aux lieux de O, P, Q: tirant apres O R egale à H L, & P S egale à I M, auſſi Q T egale à K N, & toutes trois paralleles avec E C. Ce qui eſtant ainſi, les trois poincts R, S, T, vienent en la circonference requiſe. Parquoy ſi on euſt diviſé B G & E B en plus de parties egales que de quatre, tellement que la ligne droite entre deux poincts n'aye point de difference nuiſante de ſon arc, on pourroit alors tirer des lignes de poinct en poinct, ou bien par chaques trois poincts tirer des arcs, ſelon la doctrine de la conſequence de la 8 propoſition, & on auroit le quart de la circonference requiſe, achevant les autres trois quarts de la meſme façon.



Preparation. Soit A B C D un cylindre, le diametre de la baſe duquel ſoit D C: Ce cylindre ſoit tranché avec un plan E F à angle oblique ſur l'extreme ligne A D, lequel plan E F, comme il eſt declaré au premier livre de *Serenus*, eſt une ellipſe; le plus grand diametre de laquelle E F, & le plus petit une ligne egale à C D. Derechef ſoit le cylindre tranché avec un plan G H parallele à la baſe, & la ſection ſera un cercle, lequel eſtant veu au coin ſera la ligne G H, tranchant E F en I; tellement que I F vaut le quart de E F, & ſera auſſi le meſme G H le diametre dudit cercle. Sur ce diametre G H ſoit deſcrit le cercle G K H L à angle droit ſur la baſe D C, & auſſi ſur l'ellipſe E F. Puis ſoit M N un plan veu

veu par le coin prolongé par le poinct I, à angle droit sur le cercle G K H L.

DEMONSTRATION.

Puis que G F est parallele avec E H, s'ensuit que le triangle G I F sera egal au triangle H I E; & pour cela, comme F I à I E, ainsi G I à I H : mais F I est un tiers de I E, ou un quart de F E par la preparation : pourtant G I est aussi un tiers de I H, ou bien un quart de G H. Puis la ligne I L est egale à la ligne dans le plan de l'ellipse de I jusques à la circonference de l'ellipse, (car le diametre G H demeurant ferme, & le cercle estant sur cela tourné jusques à ce qu'il soit parallele avec la base du cylindre, il est notoire que I L est la mesme à ladite ligne) parquoy quand on descrit un cercle sur la ligne egale au plus petit diametre d'un cylindre (comme on fait en ceste operation) & quand on tire sur le quart de cela une ligne à angle droit à la circonference, & qu'apres on tire pareillement une semblable ligne à angle droit sur le plus grand diametre de ladite ellipse, il est necessaire que l'extreme poinct d'icelle vienne dans la circonference de l'ellipse. Et combien que cecy ne soit demonstré que sur les quarts du diametre, il est notoire qu'il en est de mesme de toutes ses autres parties; parquoy tous les poincts ainsi trouvez tombent en la circonference de l'ellipse.

Conclusion. Nous avons doncques marqué sur le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipse sa circonference, selon le requis.

NOTEZ.

En marquant la section du cone on peut faire encores une cinquiesme maniere d'operation, dont nous parlerons en la 12 proposition.

PROPOSITION X.

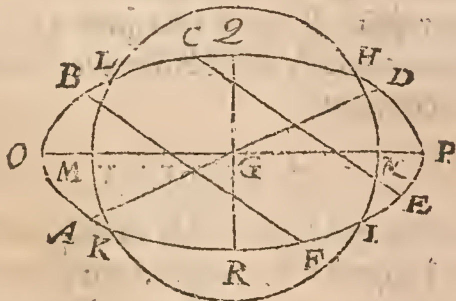
EN *la circonference donnée d'une ellipse, marquer le plus grand & le plus petit diametre.*

Le donné. Soit A B C D la circonference d'une ellipse.

Le requis. Il faut marquer là dedans le plus grand & plus petit diametre.

CONSTRVCTION.

Je tire dedans la circonference donnée quelques deux paralleles, soyent C E, B F, & par leur milieu la ligne droite A D, laquelle estant un diametre, il faut que son milieu G soit le centre de l'ellipse : Mais elle n'est point necessairement le plus grand ou plus petit diametre : Maintenant pour trouver iceluy, je descris sur le centre G, avec le semidiametre, comme il advient, un cercle H I K L, coupant l'ellipse aux quatre poincts H, I, K, L. Je tire puis apres par M milieu de l'arc K L, & par N milieu de l'arc H I, la ligne O P, pour plus grand diametre requis;



Et Q R à angle droit sur O P, est le plus petit; dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons doncques marqué en la circonference donnée d'une ellipse, le plus grand & plus petit diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre de la circonference de l'ellipse.

PROPOSITION XI.

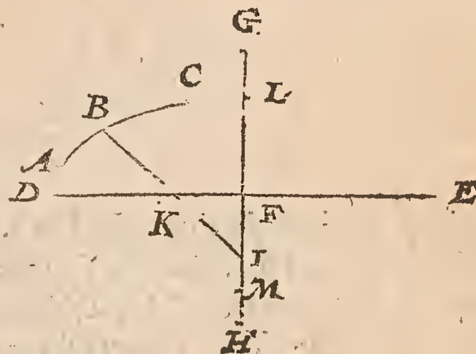
E*stant donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre : Marquer le diametre defaillant.*

Le donné. Soit l'arc A B C partie de la circonference d'une ellipse, & D E le plus grand diametre.

Le requis. Il faut marquer le plus petit diametre.

CONSTRVCTION.

Je tire par le poinct F milieu de D E, la ligne droite G H à angle droit sur D E, appliquant puis apres la longueur D F de quelque poinct de l'arc donné, soit de B, jusques en la ligne F H; laquelle longueur je prens tomber de B jusques à I, & je tire B I coupant D F en K; puis apres je marque la longueur B K en la ligne F G, laquelle je prés tomber de F jusques à L, je mets puis apres en la ligne F H le poinct M, tellement que F M est egale à F L : ce qui estant ainsi, L M est le plus petit diametre requis. Dont la demonstration se tire de la deuxiesme maniere d'operation de la 9 proposition.



Conclusion. Estant doncques donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre, nous avons marqué le diametre defaillant, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Par une operation à rebours de la precedente est aussi notoire comment on marquera le plus grand diametre d'une partie donnée de la circonference, & du plus petit diametre donné. Soit par exemple A B C la partie donnée, & L M le plus petit diametre. Pour marquer par cecy le plus grand diametre, je tire par le poinct F milieu de L M, la ligne droite infinie D E, à angle droit sur L M, appliquant puis apres la longueur L F, de quelque poinct de l'arc donné, soit de B jusques en la ligne D E, laquelle longueur je prens tomber de B jusques à K; je produis en apres B K jusques à ce qu'elle touche L M, ce qui soit en I; puis apres je marque la longueur B I en la ligne infinie F D, laquelle je prens tomber de F jusques à D, puis je mets en l'infinie F E le poinct E, tellement que F E est egale à F D : ce qui estant ainsi, D E est manifestement le plus grand diametre requis.

CONSEQUENCE II.

Par le precedent est notoire comment on pourra parfaire l'entiere circonference de l'ellipse par un arc donné & le plus grand ou plus petit diametre.

Proposition XII.

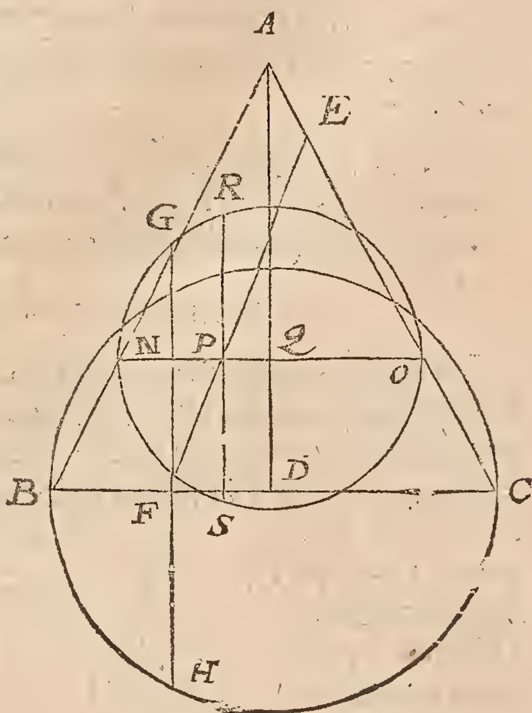
M*Arquer la circonference de la section du cone.*

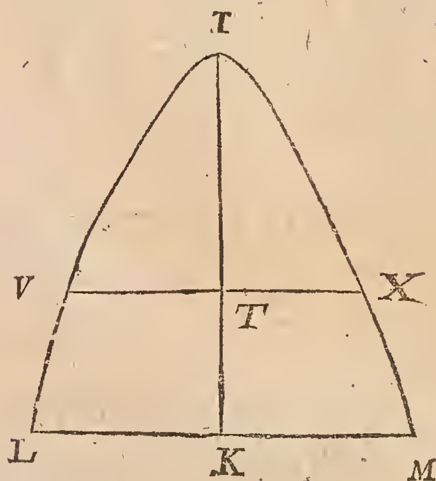
Le donné. Soit A B C un cone, dont le diametre de la base B C, & l'axe A D, laquelle est coupée avec un plan E F à angle droit sur le plan A B C, comprins entre les costez & diametre de la base du cone.

Le requis. Il faut marquer la circonference de la section d'un cone, egale & semblable avec celle qui est en iceluy plan coupant.

Constrvction.

Je descris sur D comme centre, & avec D B comme raid, le cercle B G C H, tirant là dedans G H par le poinct F à angle droit sur B C, puis apres I K egale à E F, & K L, K M à angle droit sur I K, & chacune egale à F H : Puis apres au triangle A B C quelque ligne N O parallele avec B C, & coupant E F, où il advient comme en P, & A D en Q, descrivant derechef sur Q comme centre, & avec Q N comme raid, un cercle N R O S, tirant là dedans R S par le poinct P, à angle droit sur N O. Apres je marque dedans la ligne I K le poinct T, tellement que I T est egale à E P, puis apres T V, T X à angle droit sur I K, & chacune egale à P S. Ce qu'estant ainsi, I est le sommet de la section du cone requis, L M la base, & V, X les poincts en la circonference, parquoy ayant trouvé assez de tels poincts, afin que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent point de difference remarquable de la vraye circonference, on a le requis, comme la circonference de la section du cone L V I X M.





Demonstration.

Le cercle B G C est egal à la base du cone, & G H à la base de la section du cone, ainsi est aussi L M avec G H par l'operation ; Pourtant les deux poincts extremes L, M sont en la circonference de la section du cone. Or ce qui a esté demonstré icy du cone A B C, s'entend aussi du cone A N O ; car la base de la section d'iceluy cone est aussi egale à R S, & consequemment à V X ; parquoy V, X, sont poincts en la circonference de la section du cone. Et le semblable sera aussi demonstré de tous poincts ainsi trouvez, hors desquels consistant la circonference L V I X M, elle est la requise.

Conclusion. Nous avons doncques marqué la circonference de la section du cone, selon le requis.

Notez.

Quand la ligne E F est plus esloignée de la ligne A B au bout F, qu'au bout E, alors la section du cone s'appelle hyperbole. Mais y estant plus pres, c'est un cercle ou ellipse. La ligne E F estant parallele avec A B, la section s'appelle parabole. Mais l'operation de toutes sections est semblable à la precedente. C'est assavoir quand la section du cone devient une ellipse, on trouve son plus long & plus court diametre ainsi. Soit A B C un cone, dont l'axe A D, lequel soit tellement coupé, que E F signifie le plus long diametre. Pour avoir maintenant le plus court, je marque le poinct G, milieu de E F, & tire H I parallele avec B C, coupant l'axe en K ; je descris sur K comme centre, avec K H raid, le cercle H L I M, & en iceluy la ligne droite L G M parallele avec A D, laquelle soit necessairement la longueur du plus court diametre, à cause des raisons declarées en la precedente demonstration ; parquoy quand on marque la circonference d'une ellipse, dont le plus grand diametre est egal à E F, & le plus petit egal à L M, selon la maniere de la 9 proposition, on a le requis.

Proposition XIII.

M*Arquer la circonference d'une section d'une spheroïde donnée.*

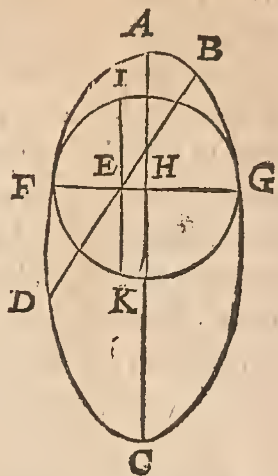
Le donné. Soit A B C D une spheroïde, dont le plus grand axe est A C, & coupé avec un plan B D, à angle droit sur le plan A B C D.

Le requis. Il faut marquer la circonference de la section, egale & semblable avec celle qui consiste en ce plan coupant.

Constrvction.

Je marque le poinct E au milieu de B D, je tire puis apres la ligne F G à angle droit sur A C, finissant de deux costez en la circonference donnée, & coupant A C en H : Je descris puis apres sur le poinct H comme centre, le cercle F I G K, tirant en iceluy I K par le poinct

poinct E à angle droit sur F G. Ce qu'estant ainsi, D B est le plus grand diametre, & I K le plus petit de la circonference requise de la spheroïde; ce qui estant tousiours un cercle, ou comme icy en ceste figure une ellipse, il n'y reste qu'à marquer sur deux diametres egaux à D B, I K une ellipse, selon la maniere de la 9 proposition, qui soit L, & on a le requis. Dont la demonstration est semblable à celle de la precedente 12 proposition.



Conclusion. Nous avons donc marqué la circonference d'une section spheroïdale, selon le requis.

Proposition XIV.

M*Arquer une ligne spirale sur une premiere ligne donnée.*

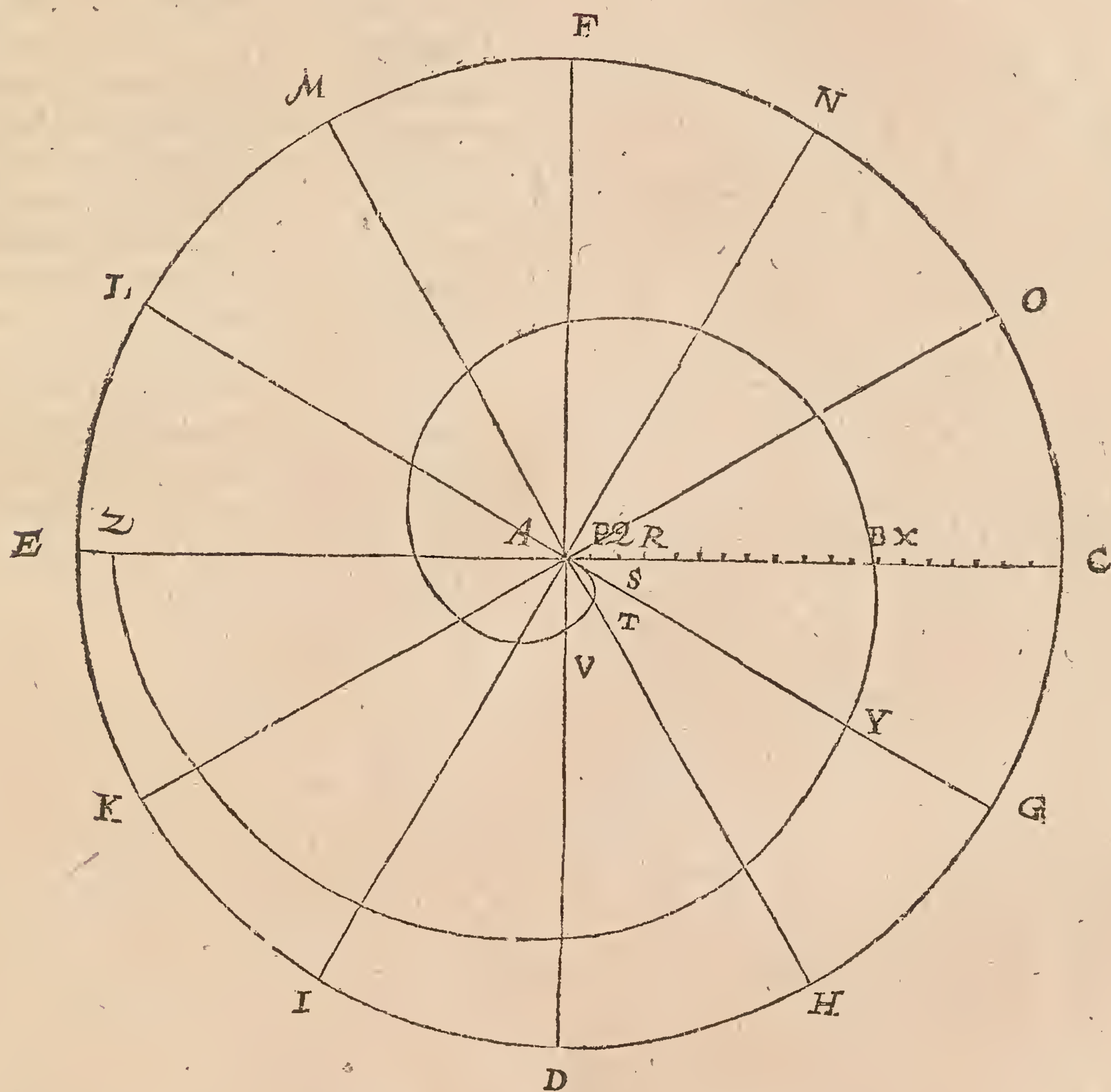
Vitruve descrit au troisiesme chapitre de son troisiesme livre la maniere de marquer une ligne spirale, toutesfois nostre intention n'est point d'imiter icy telle figure, mais de suivre la definition *d'Archimede*: Et cela à cause des speculations geometriques, qui se trouvent en icelle, comme il apparoistra en son lieu cy-apres.

Le donné. Soit A B une premiere ligne.

Le requis. Il faut marquer une ligne spirale, dont la premiere ligne soit A B.

Constrvction.

Je descris sur le poinct A comme centre, la circonference de quelque cercle C D E F, laquelle je divise en quelques parties egales, je prens pour exemple en 12,



aux poincts C, G, H, D, I, K, E, L, M, F, N, O; Je tire puis apres E C, L G, M H, F D, N I, O K, qui s'entrecoupent toutes au centre A: apres en autant de parties que la circonference est divisée, en autant divisay-je aussi la ligne A C, à sçavoir en 12, comme aux poincts P, Q, R, & semblables: Je marque puis apres la longueur A P de A jusques à S, en la ligne A G; & la longueur de A Q, je l'applique de A jusques à T, en la ligne AH, je mets semblablement la longueur AR de A jusques à V, en la ligne A D: Et faisant le semblable avec les autres poincts jusques à ce qu'on vienne à B, adonc tous les poincts A, S, T, V, B, avec des semblables, sont en la circonference de la ligne spirale requise. Pour avoir maintenant la partie de la ligne spirale AST, laquelle differera fort peu de la vraye, on trouve un poinct sur lequel on met le pied ferme du compas, tellement que le pied mobile tend par les trois poincts A, S, T, & faisant le semblable avec encores trois autres poincts, & cela aussi souvent qu'on vienne jusques à B, on a la premiere circonference. Mais si on veut descrire la ligne spirale plus avant, on marque de B vers C le poinct X, tellement que B X est egale à A P, appliquant puis apres la longueur AX de A jusques à Y en la ligne A G: Et faisant le semblable avec les autres, on fait autant de tours de lignes spirales qu'on veut. Notez encores que comme le cercle C D E F est icy divisé en 12, ainsi le peut-on diviser en 24 ou 48, ou plusieurs autres parties egales, & adonc l'operation en sera plus certaine. La demonstration de cecy est fondée sur la definition du plan de la ligne spirale *d'Archimede*.

Conclusion. Nous avons doncques marqué une ligne spirale sur une premiere ligne donnée, selon le requis.

Proposition XV.

M*Arquer une ligne semblable à une ligne courbe donnée, de qualité indefinie.*

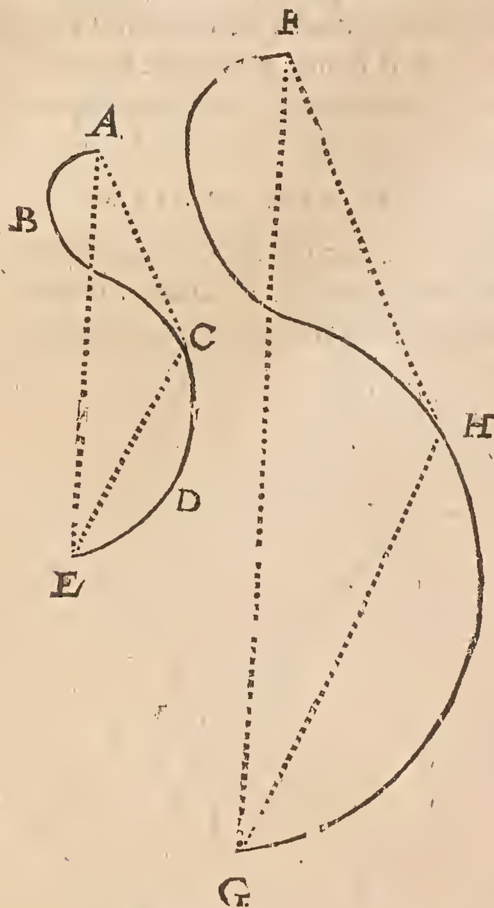
Le donné. Soit A B C D E une ligne courbe de forme irreguliere, n'estant point de la qualité de quelques

unes des precedentes, mais indefinie; apres F, G soyent deux poincts homologues avec les poincts A, E.

Le requis. Il faut tirer une ligne de F jusques à G, semblable à la ligne ABCDE.

CONSTRVCTION.

Je presuppose premierement que la ligne droite occulte ou imaginée de F jusques à G, soit parallele avec



l'occulte ou imaginée de A jusques à E; car si elle n'estoit pas donnée parallele, on la pourroit remettre ainsi: Je marque puis apres en la ligne donnée quelque poinct où que ce soit, comme C, tirant les deux lignes occultes AC, CE, puis apres l'infinie occulte FH parallele avec AC, & une ligne de D parallele avec EC, rencontrant l'infinie en H: ce qu'estant ainsi, H est un poinct en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy, le poinct H est trouvé, ainsi trouvera-on beaucoup d'autres poincts, & tant que les lignes droites tirées de l'un à l'autre, n'ayent point de difference remarquable des courbes, lesquelles devroyent proprement estre telles. Ce qui estant ainsi, on a la ligne requise FHG.

DEMONSTRATION.

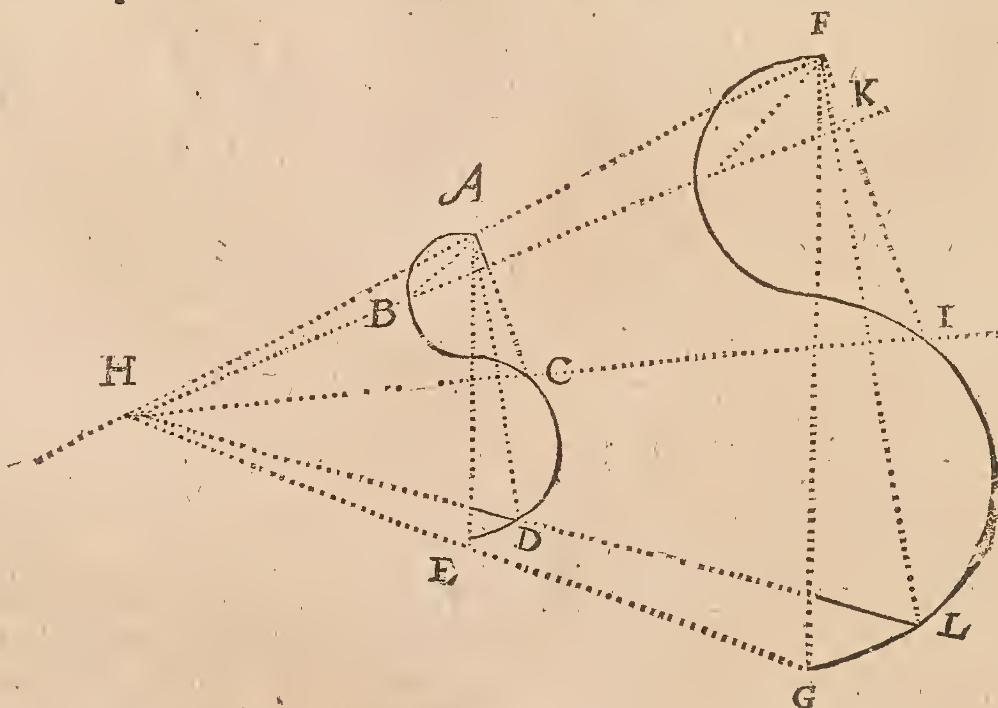
Que H soit un poinct homologue avec C, appert en la 18 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*, par où le reste est notoire.

Autre maniere d'operation.

A cecy SON EXCELLENCE a encores trouvé & fait annoter une autre maniere d'operation, en tirant certaines lignes d'un poinct hors de la figure. Laquelle pour declarer par exemple, soit encore ABCDE une ligne courbe comme dessus, F, G deux poincts homologues, avec les poincts A, E, derechef ainsi posés, que la ligne imaginée de F jusques à G soit parallele avec l'imaginée de A jusques à E.

CONSTRVCTION.

Je tire par les deux poincts homologues F, A, une ligne droite infinie FAH, semblablement une autre ligne droite par les deux poincts homologues G, E, rencontrant l'infinie en H: Posé le cas maintenant



qu'en la ligne requise de F jusques à G, je vueille trouver un poinct homologue avec C, je tire par C la ligne infinie HI, puis apres AC, & hors du poinct F une parallele avec icelle AC, rencontrant l'infinie en H: Ce qu'estant ainsi, I est un poinct en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy est trouvé le poinct I, on trouvera ainsi plusieurs autres poincts, comme par exemple K, L, homologues avec B, D, & autres semblables, jusques à tant que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent aucune apparente ou empeschante difference des courbes, lesquelles seroyent proprement telles; & on a le requis. La facilité de l'operation qui en provient, est qu'en toutes lignes infinies tirées de H par la ligne donnee où il soit, on a tousiours un poinct homologue requis, avec le poinct de la commune section de la ligne courbe donnée & infinie. Dont la demonstration est comme au precedent.

Conclusion. Nous avons doncques marqué une ligne semblable avec une ligne courbe donnée, de qualité indefinie, selon le requis.

SECONDE PARTIE DU PREMIER LIVRE DE LA DESCRIPTION DES SVPERFICES.

PROPOSITION XVI.

M*arquer des plans rectilignes de forme requise.*

NOTEZ.

Veu que la description des plans de villes, forteresses, campagnes, & païsages est un des poincts principaux, & à

& à quoy SON EXCELLENCE a pris garde és mathematiques, en quoy aussi elle s'est exercé diligemment & plus que le vulgaire, comme estant chose utile entre autres aux fortifications & assiegemens de villes, & que joignant cela ceste proposition sert de general subject, sur lequel telle matiere se fonde; nous avons eu egard à cela, & en avons descrit des exemples (ainsi qu'ils ont esté depeschez par SON EXCELLENCE, tant mechaniquement en campagne, que mathematiquement sur le papier) en plus grande quantité & plus distinctement que nous n'eussions fait. Or pour comprendre icy briefvement l'ordre d'iceux exemples comme en un argument, il faut sçavoir que la description des plans rectilignes de forme requise, selon nostre intention, se fait de deux façons; l'une mathematiquement avec pures grandeurs, l'autre mechaniquement meslée de nombres. Les exemples de la façon mathematique, sont premierement sur le papier d'un triangle, & plan rectiligne: Secondement sur terre du petit en grand, puis apres du grand en petit. La description mechanique se fait par assomption d'angles droits, ou d'angles incertains. En l'assomption d'angles droits se rencontrent des exemples en triangles, qui sont rectangulaires, ou obliquangulaires, & en plans rectilignes. La description par assomption des angles incertains, se fait par assomption d'angles internes tirez selon quelque regle, & par angles externes.

Desquelles diversitez on peut és descriptions que nous rencontrons, choisir la plus commode, selon les circonstances. Et pour plus ample declaration, nous rameutevrons les susdites distinctions en façon de table, comme cy-dessous.

La description des plans rectilignes, se fait icy
- *mathematiquement avec pures grandeurs sur*
  - *papier d'un*
    - *triangle au 1 exemple.*
    - *plan rectiligne au 2.*
  - *terre du*
    - *petit en grand au 3.*
    - *grand en petit au 4.*
- *mechaniquement par nõbres, avec assomption de*
  - *rectangles en un*
    - *triangle*
      - *à angle droit au 5.*
      - *à angle oblique au 6.*
    - *plan rectiligne au 7.*
  - *angles incertains*
    - *internes au 8.*
    - *externes au 9.*

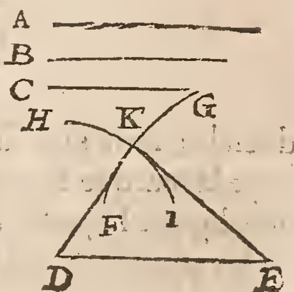
PREMIEREMENT DE LA MANIERE MATHEMATIQUE.

1 *Exemple sur le papier, d'un triangle qui soit marqué de trois lignes droites egales à trois lignes droites données, à condition que chaque deux lignes ensemble soyent plus grandes que la troisiesme.*

Le donné. Soyent A, B, C trois lignes droites, dont chaque deux sont plus grandes que la troisiesme, car autrement il seroit impossible d'en faire un triangle.

Le requis. Il faut marquer un triangle de trois lignes droites egales aux données.

CONSTRUCTION.



Je tire la ligne DE egale à une des trois, comme à A, apres je prés la longueur avec le compas de B, & descris avec iceluy sur le poinct E comme centre, l'arc FG assez grand; puis apres je prens avec le mesme compas la longueur de C, en descrivant sur D comme centre, l'arc H I, coupant F G en K, & tire D K, EK. Ce qu'estant ainsi, je dis que K D E est le triangle requis: dont la demonstration est faite en la 22 proposition du premier livre *d'Euclide*.

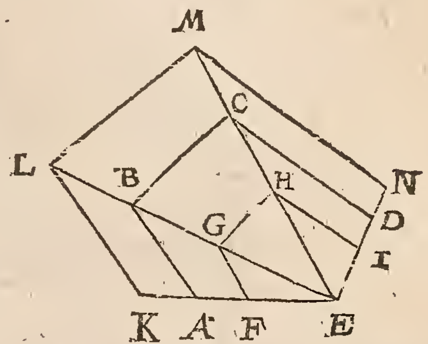
2 *Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.*

Le donné. Soit A B C D E un plan, & E F un costé homologue avec A E.

Le requis. Il faut marquer un plan sur E F, semblable à A B C D E.

CONSTRUCTION.

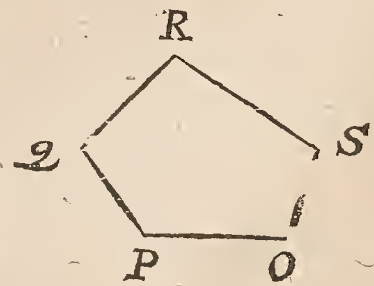
Je divise le pentagone en ses triangles avec les lignes E B, E C, puis je tire F G parallele avec A B, & ainsi que le poinct G soit en la ligne E B, semblablement G H parallele avec B C, & tellement que le poinct H soit en la ligne E C, finalement H I parallele avec C D, & tellement que le poinct I soit en la ligne E D: Ce qui estant ainsi, je dis que le pentagone F G H I E est le plan requis, semblable à A B C D E,



sur le costé E F homologue avec E A. Le susdit exemple est marqué du grand en petit. Mais si on le vouloit du petit en grand, comme si l'homologue du plan requis avec A E estoit plus grand qu'iceluy A E, comme par exemple E K, la maniere de l'operation est comme dessus; car on tireroit alors K L, L M, M N, homologues avec les susdites A B, B C, C D, hors de la figure ABCDE, tellement que le plan requis seroit KLMNE: Dont la demonstration est manifeste par la 18 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.

NOTEZ.

La ligne E F qui doit estre homologue avec E A, estoit icy mise en la mesme E A, mais si elle en estoit dehors, comme par exemple ceste O P, on marqueroit alors dedans la ligne E A la ligne E F, egale à O P, trouvant le pentagone FGHIE comme dessus. Mais pour trouver alors un autre semblable pentagone sur O P, on tireroit (si on ne le vouloit faire en perçant le papier) P Q egal à F G, & l'angle O P Q egal à l'angle E F G; & faisant le semblable avec les autres costez & angles, on a le pentagone requis.



3 *Exemple du petit en grand.*

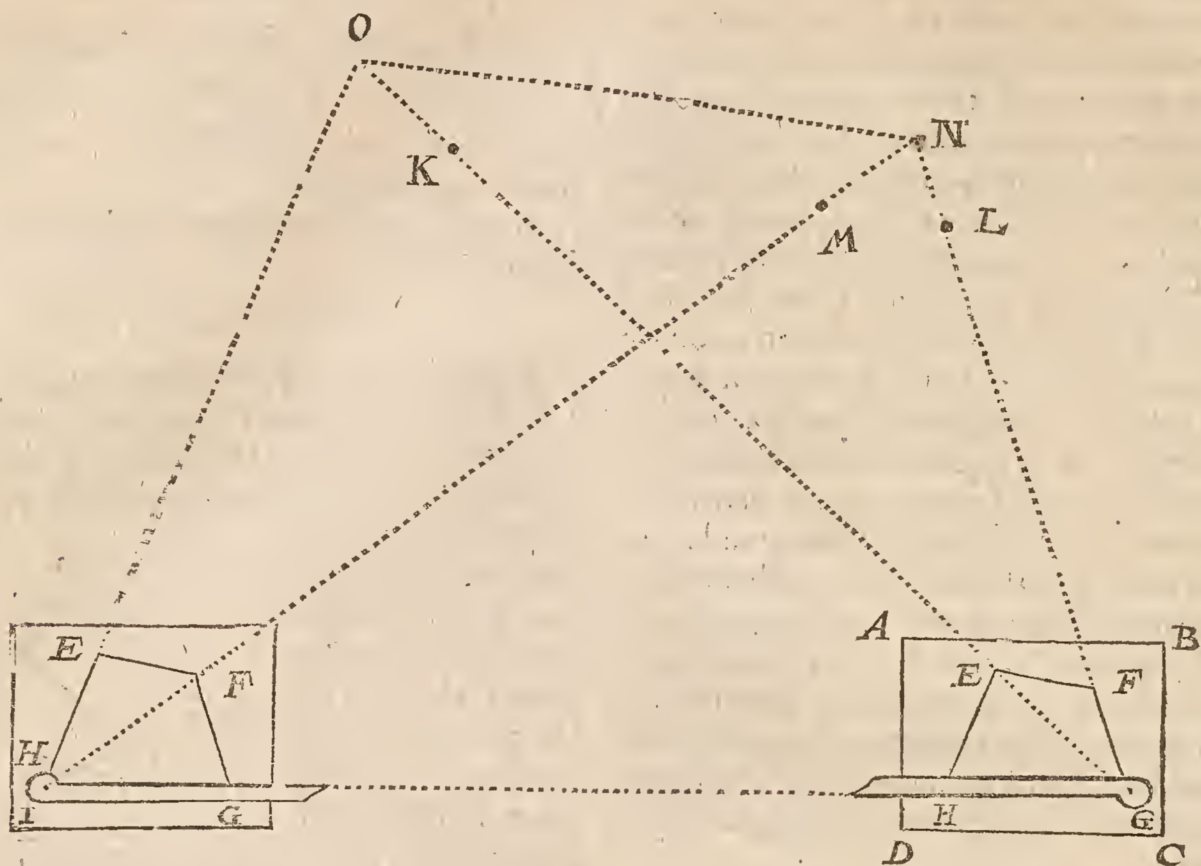
Le donné. Soit A B C D un papier quarré, & là dessus un plan rectiligne E F G H, & une ligne sur la terre depuis le susdit G jusques à I.

Le requis. Il faut marquer un semblable plan sur la campagne, tellement que G I soit homologue avec GH.

CONSTRUCTION.

Je mets le poinct G du quadrangle E F G H, sur le poinct G de la ligne G I en campagne, & par l'aide de la regle fiduciale j'applique G H sur la ligne en campagne

pagne G I; je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant ſur le poinct G, juſques à ce qu'elle ſoit deſſus le poinct E, & fais mettre au rayon de G deſſus E quelque marque, comme K; & ſemblablement une marque L deſſus le poinct F. Venant puis apres avec le papier à l'endroit de I de la ſeconde ſtation, je mets le poinct H du quadrangle H E F G, ſur le poinct I, & par l'aide de la regle fiduciale, j'applique derechef H G du papier, ſur la ligne en campagne I G, je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant ſur le poinct I, juſques à



ce qu'elle convienne deſſus F, & fais au rayon de I deſſus F pour mettre quelque marque comme M, puis apres je viens au lieu de N, & mets là une marque, en ſorte que je la voye en une ligne droite avec les deux marques I, M, en la ligne auſſi des deux marques L, G. Ce qu'eſtant ainſi, j'oſte les deux marques L, M, afin de ne point cauſer d'erreur, & le poinct N me ſignifie le poinct homologue avec F, & de meſme façon je trouve le poinct O homologue avec E, tellement que le quadrangle G I O N compris par lignes rayées en terre, ou ſeulement par rayons imaginez de l'une marque juſques à l'autre, eſt le plan requis, dont la demonſtration ſera comme la precedente.

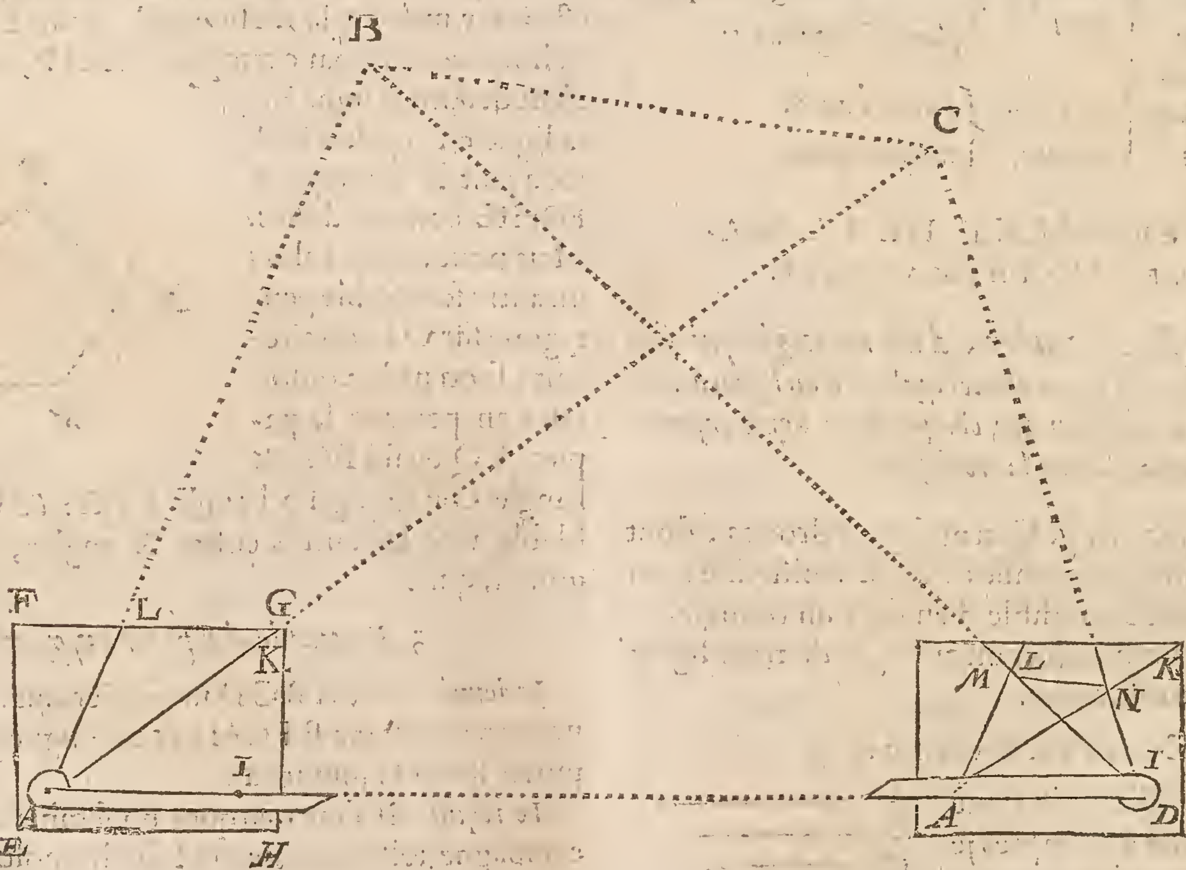
4 *Exemple du grand en petit.*

Le donné. Soyent A, B, C, D quatre marques, comme tours ou ſignes ſur la terre, comprenant un quadrangle, & E F G H un papier, avec une ligne ſur iceluy A I.

Le requis. Il faut marquer un ſemblable plan ſur le papier, tellement que A I ſoit homologue avec A D.

CONSTRVCTION.

Tournant la regle fiduciale ſur le poinct A, je fais convenir A I avec A D, puis je tourne encores icelle regle fiduciale devers C, & tire au long d'icelle la ligne A K; puis apres je tourne la regle fiduciale juſques à B, & marque la ligne A L. Venant puis apres avec le papier au lieu de D de la ſeconde ſtation, je mets le poinct I de la ligne I A ſur le poinct D, & par l'aide de la ligne fiduciale, j'applique la ligne I A du papier, ſur la ligne D A en terre; je tourne puis apres icelle regle fiduciale, mouvant ſur le poinct D, juſques à ce que je voye la marque B, & du long de la regle fiduciale je tire une ligne, laquelle coupe la ligne D L au poinct M: Iceluy poinct M eſt homologue avec le poinct B: je tourne



tourne puis apres la regle fiduciale jusques à ce que je voye la marque C, & tire du long de la regle fiduciale une ligne, laquelle coupe la ligne AK au poinct N: iceluy poinct est homologue avec le poinct C, parquoy tirée la ligne MN, je dis que AMNI est le quadrangle requis; dont la demonstration est comme la precedente.

NOTEZ.

Que par ceste maniere on pourra facilement faire le plan d'un païsage, comme de villes, villages, maisons, & autres choses semblables qui se presentent à la veuë, c'est assavoir trouvant des poincts qui soyent homologues avec toutes les marques d'alentour, & cela seulement par deux stations; car comme icy les deux poincts B, C sont marquez par devant, ainsi on peut trouver des semblables poincts sur les mesmes deux stations par derriere.

S'ENSUIT LA MANIERE MECHANIQUE PAR NOMBRES:

Et premierement de la description des plans par l'assomption d'angles droits.

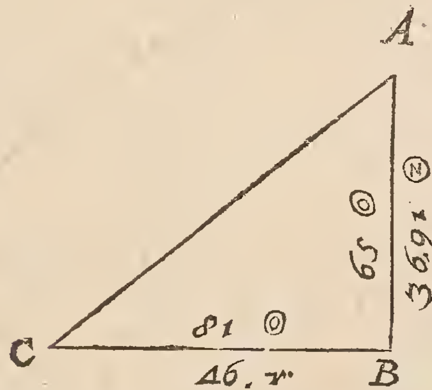
5 Exemple d'un triangle rectangle.

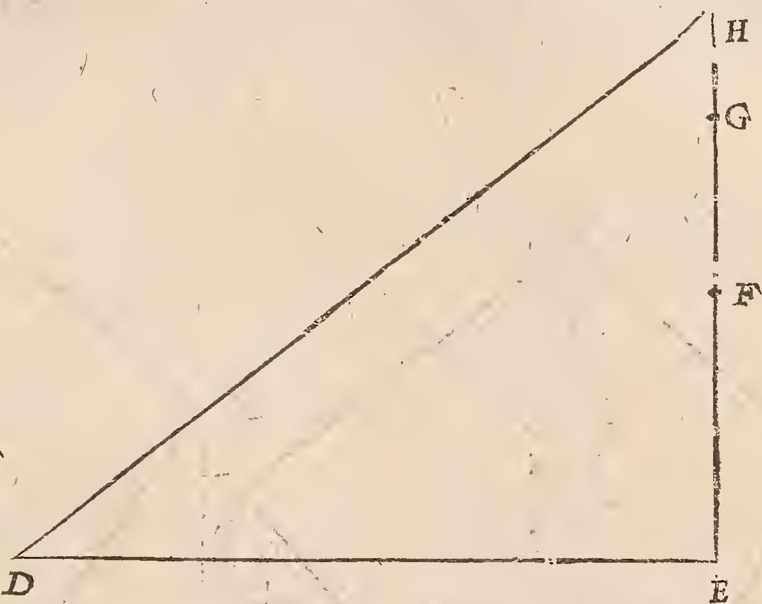
Le donné. Soit ABC un triangle en petit sur le papier, dont l'angle B est droit, & soit DE une ligne sur la terre longue de 46 verges.

Le requis. Il faut marquer un semblable triangle sur terre, tellement que DE soit homologue avec CB.

CONSTRVCTION.

Je mesure sur une eschelle le costé BC, le trouvant, je prens, de 81⓪, & AB 65⓪, escrivant chaque nombre à son costé, comme il appert en la figure. Puis apres je dis, CB 81⓪, donnent BA 65⓪, combien DE





46 verges? vient pour le costé homologue avec BA 3691②, que je mets à la figure dessous les 65⓪, & les 46 verges dessous les 81⓪, comme il appert; tellement que les nombres exterieurs signifient les costez de la figure requise. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant sur le poinct E une croix d'arpenteur, & voyant par les visieres de l'un costé la marque D, je fay mettre au rayon des autres visieres quelque marque comme F, & encores une comme G, pour aller droit en mesurant: Je mesure puis apres de E vers G 3691②, lesquelles parviennent, je prens, jusques à H. Cecy estant ainsi, je dis que le triangle sur la terre HED est le requis.

Preuve. Je mesure CA sur l'eschelle, je la trouve par exemple de 10387②, je dis puis apres, CB 81⓪, donnent CA 10387②, combien DE 46 verges? vient pour DH 5899②: Parquoy quand on mesure iceluy DH, il le faudroit trouver d'icelle longueur: Autrement (d'autant que c'est un triangle rectangle) on pourroit adjouster le quarré de DE 46 verges, faisant 2116⓪, au quarré de EH 3691②, faisant 13643481②, ensemble 34783481②, dont la racine quarrée pour DH, fait comme dessus 5899②. Et par ainsi on pourra faire de semblables preuves sur les exemples suivans.

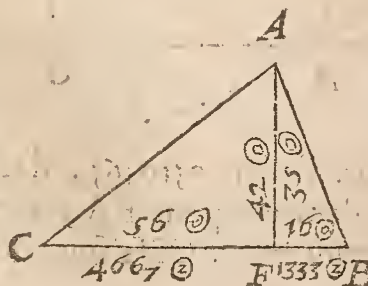
NOTEZ.

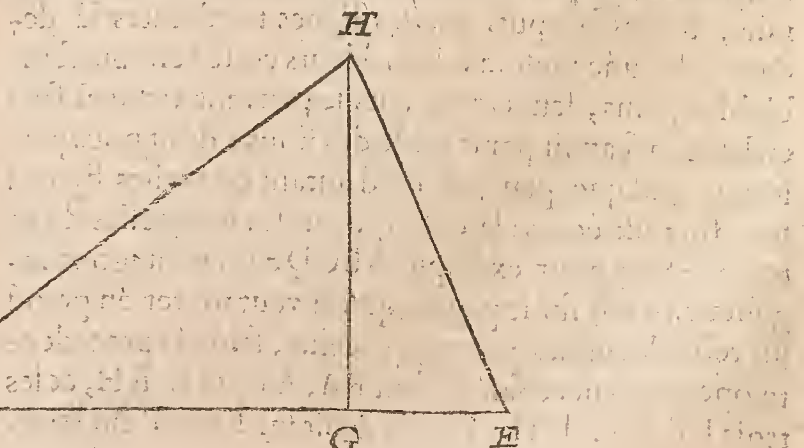
En ce cinquiesme exemple nous avons touché de quelque maniere de mesurer des lignes, comme nous ferons aussi aux exemples suivans de ceste proposition: Sur quoy quelqu'un pourroit dire que ce n'est pas le lieu de mesurer en ce premier livre de la description, mais que cela se feroit plus commodement & proprement au second livre suivant, où aussi il est parlé expressément de la chose. Sur cecy on respond, que ceste description ne se peut faire sans mesurer, ni telle maniere de mesurer sans description; & que pourtant nous sommes contraints de toucher premierement quelque mot de l'une sans avoir expliqué l'autre.

6 Exemple d'un triangle comme il advient.

Le donné. Soit ABC un triangle en petit sur le papier, & DE une ligne sur terre longue de 60 verges.

Le requis. Il faut marquer un semblable triangle sur terre, tellement que DE, soit homologue avec CB.





 CON-

CONSTRVCTION.

Je tire A F à angle droit sur l'homologue avec D E, qui est sur C B, puis je mesure C F, sur l'eschelle, la trouvant, je prens, de 56⓪, F B 16⓪, A F 42⓪, lesquels nombres j'escris chacun sur sa ligne. Je dis puis apres, C B 72⓪, donne C F 56⓪, combien D E 60 verges? vient pour l'homologue avec C F 4667②: Et ainsi viendra pour l'homologue avec F B 1333②, & pour l'homologue avec A F 35⓪ ou verges, que je mets toutes sur le papier en leur place dedans la figure, comme il appert.

Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mesurant de D vers E 4667②, lesquelles viennent, je prens, depuis D jusques à G: Puis apres je mets la marque H, tellement que GH fait 35 verges, & qu'elle vienne à angle droit sur D G, selon la maniere qui a esté dite au 5 exemple: ce qui estant ainsi, H E D est le triangle requis.

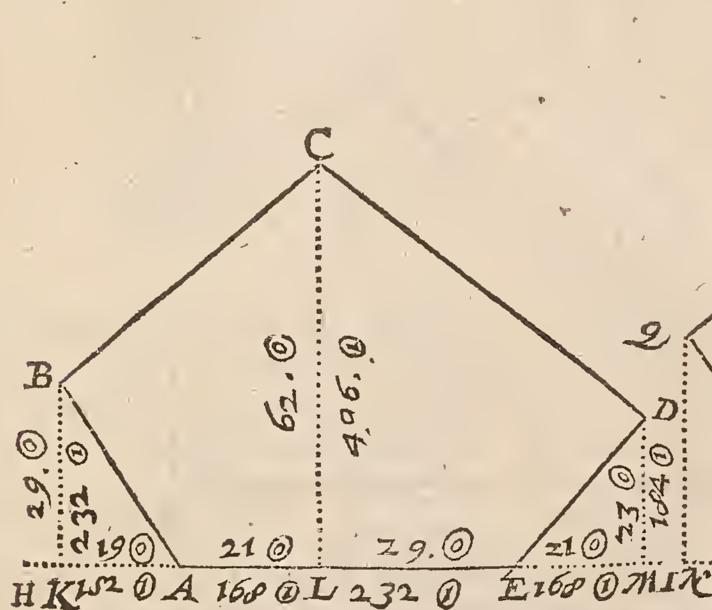
7 Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.

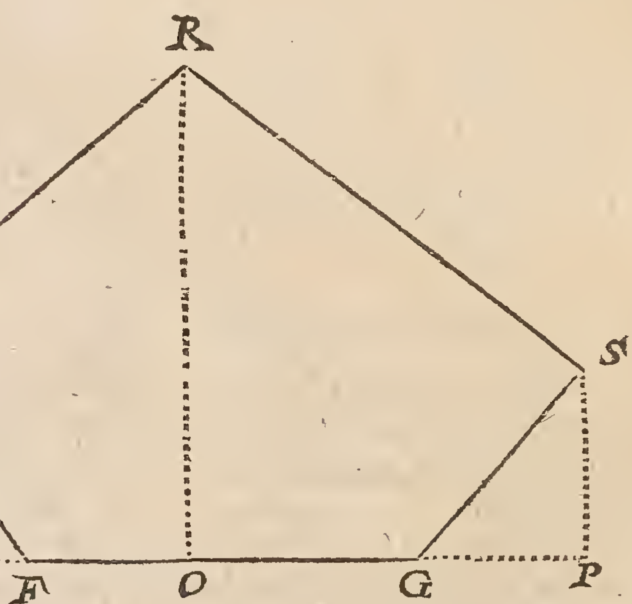
Le donné. Soit A B C D E un plan rectiligne en petit sur le papier de telle figure qu'il advient, & F G une ligne sur terre longue de 40 verges.

Le requis. Il faut marquer un semblable plan sur terre, tellement que F G soit homologue avec A E.

CONSTRVCTION.

Je prolonge l'homologue avec F G, comme A E, des deux costez assez avant; comme jusques à H, I, & tire sur HI à angle droit B K, C L, D M, je mesure puis apres sur l'eschelle les lignes K A, A L, L E, E M, B K, C L, D M, les trouvant, je prens, de 19⓪, 21⓪, 29⓪, 21⓪, 29⓪, 62⓪, 23⓪, lesquels nombres j'escris chacun sur sa ligne, comme il appert: Je dis puis apres, A E 50⓪, donne K A 19⓪, combien F G 40 verges?

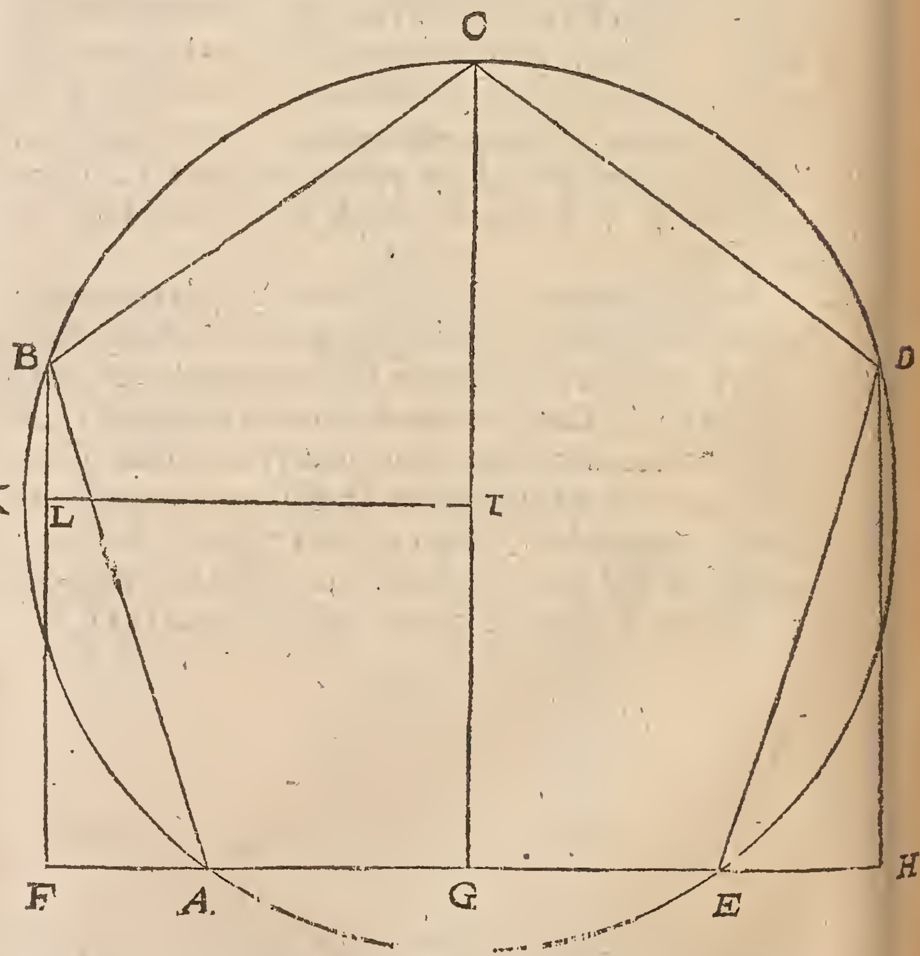




vient pour l'homologue avec K A 152①, que j'escris dessous la mesme ligne K A: Apres, A E 50⓪, donne A L 21, combien F G 40 verges? vient pour l'homologue avec A L 168①, que j'escris sous icelle A L: Et faisant le semblable avec tous les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mesurant de F jusques à N 152① (pourveu que N vienne en une ligne droite, ou rayon, en laquelle sont les marques F, G,) Puis apres de F jusques à O 168①, & veu que F G fait 40 verges, il faut necessairement que O G soit long de 232①: puis apres G P 168①, apres N Q 232①, O R 496①, P S 184①, toutes trois à angle droit sur N P. Ce qu'estant ainsi, le pentagone F Q R S G est le plan requis.

NOTEZ.

Combien que la description des plans reguliers sur terre (à sçavoir, dont les costez & angles sont d'egale grandeur, qu'on appelle aussi equilateraux au circle inscriptibles) se puisse faire par la precedente regle generale; toutesfois puis que les lignes tombantes là dedans, ont une mesme raison à leurs costez en tous semblables plans, leurs longueurs se peuvent trouver sans eschelle, à sçavoir par la table des sinus, dont nous parlerons quelque peu, & ce d'autant que telles figures sont fort usitées en la description des forteresses de ce temps. Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier en petit sur le papier, qu'on veut imiter en grand sur terre, les lignes venant en iceluy, selon la precedente operation necessaires, sont F A, A G, G E, E H, & les trois B F, C G, D H, à angle droit sur F H. Pour trouver maintenant par la table des sinus leurs raisons, on dit que A G est sinus de 36 deg. faisant (en la table dont le semidiametre 10000000) 5877852: F G egal au sinus



de 72 degr. faisant 9510565, d'iceux soustrait A G 5877852, demeure pour F A 3632713: C G consiste hors du semidiametre CI faisant 10000000, avec IG egal

egal au sinus de 54 deg. faisant 8090170, ensemble pour CG 18090170. Pour trouver maintenant BF, je tire KI à angle droit sur CG, & coupant BF en L: Ce qui estant ainsi, CK est un arc de 90 deg. & BC de 72, iceux soustraits des 90, reste KB 18 deg. dont le sinus BL fait 3090170, à iceux adjousté LF, egal à IG 8090170, font ensemble pour BF 11180340. Apres, veu que GE, EH, DH sont egaux à AG, AF, BF, les lignes sont aussi cognuës. Et semblable sera la procedure és autres plans reguliers.

S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR L'ASSOMPTION D'ANGLES INTERNES.

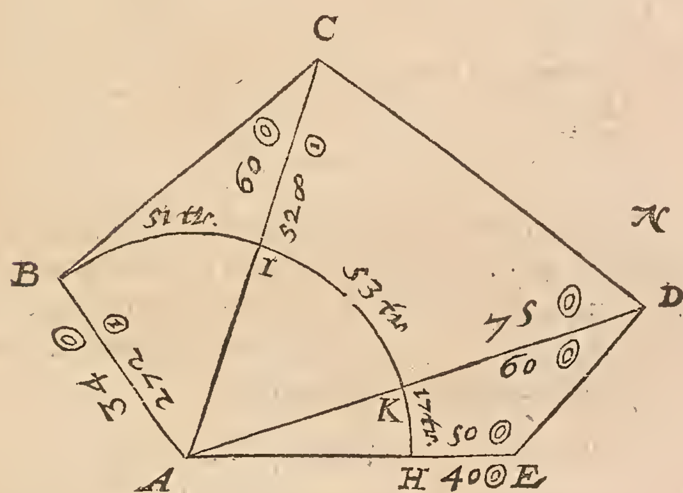
8 *Exemple.*

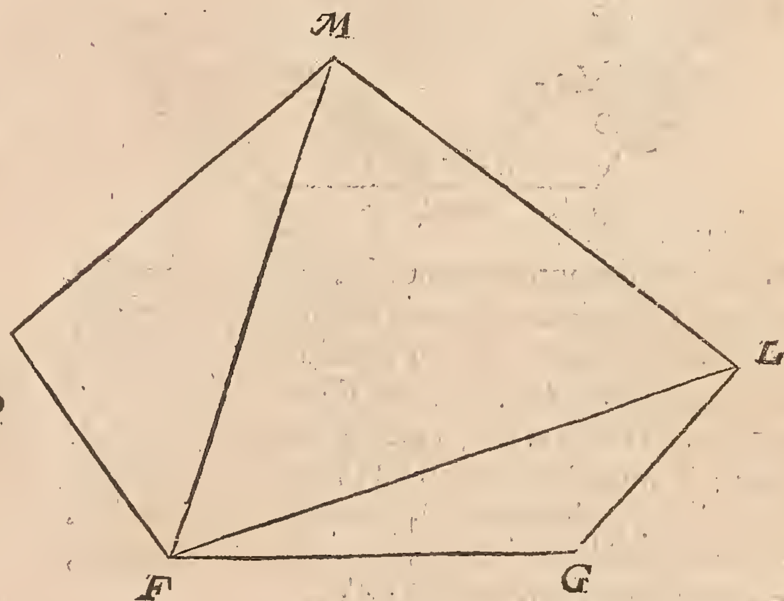
Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne en petit sur le papier de telle forme qu'il advient, & FG une ligne sur terre longue de 40 verges.

Le requis. Il faut marquer par assomption d'angles internes, un semblable plan sur terre, tellement que FG soit homologue avec AE.

CONSTRUCTION.

Je tire des lignes hors de quelque angle à tous les autres angles, comme AD, AC, & mesure AE, AD, AC, AB, sur quelque eschelle, les trouvant, je prens de 50 ⓞ, 75 ⓞ, 66 ⓞ, 34 ⓞ; que je mets chacun sur sa ligne, & dessous AE les 40 verges. Je dis puis apres; AE 50 ⓞ, donne AD 75 ⓞ, combien FG 40 ⓞ? vient pour l'homologue avec AD 60 ⓞ, que j'escris sous iceluy AD: Et faisant le semblable avec les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Je descris puis apres sur A comme centre, quelque arc dedans la figure, comme BH, coupant AC en I, AD en K, AE en H; je mesure puis apres avec un cercle gradé la grandeur de l'angle EAD, ou l'arc HK, le trouvant, je prens, de 17 deg. Semblablement de l'angle DAC,





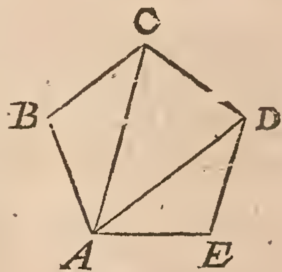
ou de l'arc KI de 53 deg. & de l'angle CAB, ou de l'arc IB de 51 deg. que j'escris chacun sur son arc. Avec ce papier je viens au lieu sur la campagne, mettant le centre d'un cercle gradé, qui est ordinairement joinct à la croix arpentique, sur le poinct F, & faisant un angle GFL de 17 deg. sur GF, comme l'arc HK le monstre, je mesure au rayon senestre FL 60 verges qui sont dessous AD, lesquelles viennent, je prens, de F jusques à L. Faisant semblablement avec les autres deux costez FM, FN, j'ay le plan requis sur terre FNMLG.

NOTEZ I.

Nous avons parlé cy-dessus de l'invention de l'angle BAC avec un cercle gradé: Mais comment il se trouve aussi par les trois costez cognus d'un triangle, est manifeste par la 8 proposition du livre des triangles plats.

NOTEZ II.

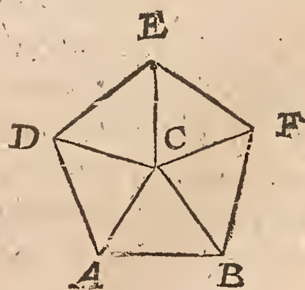
Aux plans reguliers tels angles sont tousiours d'egale grandeur, & cognus; Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier: pour trouver icy la grandeur de chaque angle des trois EAD, DAC, CAB, je dis ainsi: Les cinq angles du pentagone font ensemble 540 deg. par la 1 proposition de l'application des polygones plats au deuxiesme livre de la Cosmographie: La cinquiesme partie d'iceux est 108 deg. pour un angle, comme EAB: Et veu que les trois angles



susdits EAD, DAC, CAB, sont egaux par la 21 proposition du troisiesme livre *d'Euclide*; il faut que chacun face la troisiesme partie des susdits 108 degr. qui est 36 degr.

NOTEZ III.

Les plans rectilignes reguliers se peuvent aussi commodement marquer sur terre par angles internes s'assemblans sur le centre. Soit pour exemple AB autresfois une ligne sur la campagne longue de 60 verges, sur laquelle il faut marquer un pentagone regulier, tellement que AB soit un des costez. Premierement je voy que la ligne du centre comme C, jusques à A, avec la ligne AB, doit comprendre un angle contenant (pour les raisons declarées à la 2 marque) la moitié de 108 deg. à sçavoir 54 deg. apres il faut que AC soit long de 5104 ② (car comme on trouve par la table des sinus, AB a telle raison à AC, que 11755704 à 10000000, parquoy disant 11755704 dõne 10000000, combien AB 60 verges? vient pour AC comme dessus 5104 ②.) Puis apres le centre du cercle gradé de l'instrument posé sur C, & marqué l'angle ACD de 72 deg. & au rayon CD mesure 5104 ②; le semblable se fait aussi de C jusques à E, & de C jusques à F; on a le pentagone regulier requis ADEFB, sur le costé donné AB.



S'EN-

S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR ASSOMPTION D'ANGLES EXTERIEURS.

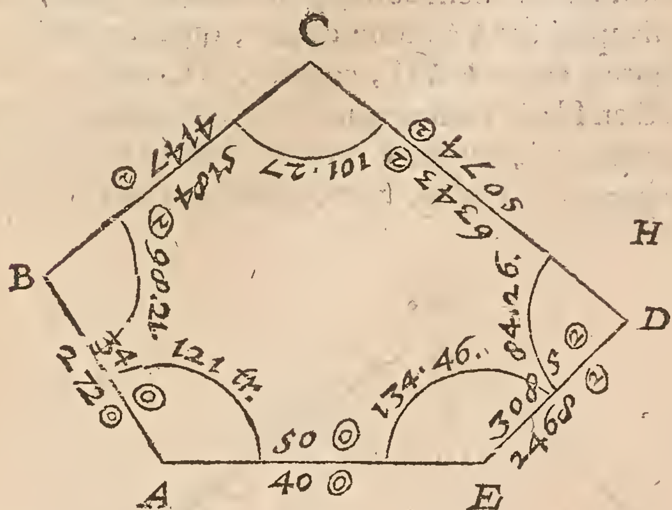
9 Exemple.

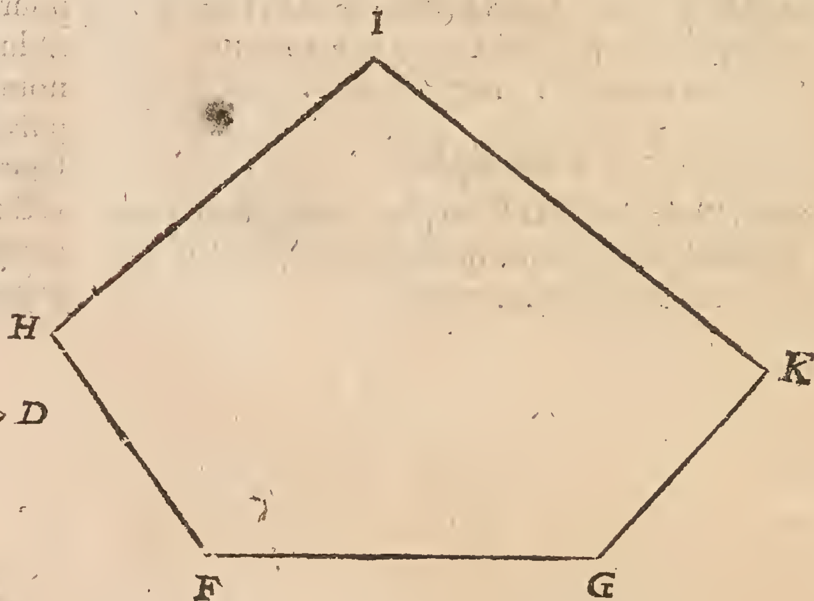
Le donné. Soit A B C D E un plan rectiligne en petit sur le papier, de telle forme qu'il advient, & F G une ligne sur terre de 40 verges.

Le requis. Il faut marquer par assomption d'angles exterieurs un semblable plan sur terre, tellement que F G soit homologue avec A E.

CONSTRVCTION.

Je mesure sur une eschelle les deux costez A E, A B, les trouvant, je prens, de 50⓪, & 34⓪; parquoy je dis, A E 50⓪, donne A B 34⓪, combien F G 40 verges? vient pour l'homologue requise avec A B 272①: Et de mesme façon je trouve les nombres des autres trois lignes B C, C D, D E, ensemble les nombres de leurs homologues requises, les marquant chacun dessous sa ligne, comme on voit en la figure. Puis apres je descris sur chaque angle son arc, mesurant le comprins des degrez d'iceluy, comme l'arc de l'angle A, de





121 deg. & ainsi des autres comme la figure le demonstre. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant le centre du cercle gradé, qui est ordinairement joinct à la croix arpentique, sur le poinct F; & faisant sur G F un angle G F H de 121 deg. comme l'arc tiré sur A le monstre; je mesure au rayon F H les 272①, qui sont dessous A B, lesquels vienent, je prens, de F jusques à H. Puis faisant le semblable avec les autres angles & costez, j'ay le plan requis sur terre F H I K G.

La preuve de telle operation se peut faire en ceste façon: Premierement les angles estant mesurez & marquez sur le papier, il faut par la premiere proposition de l'application des polygones plats, qu'ils facent ensemble 540 deg. ce qui se trouve aussi ainsi avec ces pentagones; car venant autrement, on a failli: Secondement, les trois marques H, I, K, estant mises sur la campagne, comme dessus, il faut qu'alors l'angle K soit egal à l'angle D, à sçavoir de 84 deg. 26①, & la ligne K G aussi longue que la note dessous E D, qui est 2468②; car venant autrement, il y a faute en l'operation, ou sur le papier, ou sur la terre, ou sur tous deux.

Conclusion. Nous avons doncques marqué des plans rectilignes de forme requise, selon le requis.

NOTE I.

Posé le cas que ceste figure donnée A B C D E soit egale & semblable avec la figure A B C D E du 8 exemple, il faut que les angles & costez soyent aussi grands qu'ils ont esté mis icy, car nous les avons compté ainsi par les regles des triangles plats.

NOTE II.

Nous ne mettons point icy d'exemple des plans reguliers, car puis que tous les angles & costez externes sont egaux, l'operation en est aisée & manifeste.

NOTE III.

S'il falloit marquer une petite figure hors d'une grande par assomption d'angles internes ou externes, telle operation est presques semblable par la precedente, de sorte qu'elle n'a point affaire d'exemples particuliers.

NOTE IV.

Quant à la description de cercles, ellipses, sections de cones, plans de lignes spirales, il n'est pas besoing que nous la declarions icy, car leurs circonferences marquées à la premiere partie de la description des lignes, comprennent leurs superfices.

NOTE V.

S'il y avoit à marquer un plan semblable à un plan donné, ayant des costez courbes de forme indefinie, veu que la description d'iceux costez est declarée en la 15 proposition, la description de tel plan est manifeste.

TROISIESME PARTIE DV PREMIER LIVRE, De la description des corps.

NOstre dessein est de descrire icy la maniere de marquer des corps, la fabrique desquels, pour venir à mesure, requiert une toute autre doctrine que celle qui se fait à la volée selon l'imagination des manouvriers. A cecy nous choisirons la description des corps planes, ou comprins en plans de forme requise: Les cinq corps reguliers, ensemble leurs accourcissemens, venans à certaine symmetrie: aussi la sphere.

PROPOSITION XVII.

M*arquer un corps plane de forme requise.*

Le donné. Soit A B C D E F G un corps plane, je prens un pilier quarré, & E H une ligne.

Le requis. Il faut marquer un semblable corps, tellement que E H soit parallele avec E F.

CONSTRVCTION MATHEMATIQVE.

Je tire de l'angle E des lignes à tous les autres angles necessaires A, B, G, C; puis apres H I parallele avec F A, & I K avec A B, & K L avec B G, puis la ligne H L; apres

apres L M parallele avec H E, M N avec D C, & finalement N K. Pourveu que les poincts I, K, L, M, N, viennent en leurs lignes deuës cõme la figure le monſtre: ce qui eſtãt ainſi, IKNMEHL eſt le corps requis.

Constrvction Mechaniqve.

L'exemple mis cy-deſſus conſiſte plus en ſpeculation (dont l'uſage a lieu au ſecond & ſixieſme livre de la dimenſion & de la converſion) qu'en operation mechanique. De laquelle pour parler maintenant, c'eſt que pour contrefaire un grand corps de ſemblable forme en petit, comme pour repreſenter quelque grand baſtiment en petit; ou au contraire un petit en grand, on procede ordinairement ainſi : Soit le grand corps A B C D E F G à repreſenter en petit, avec de la terre à potier, de la cire, du bois, ou autre matiere, tellement que la ligne homologue avec E F ſoit egale à E H : On meſure E F avec la meſure de longueur, ſelon l'uſage du païs, & ſe trouve, je prens de 8 pieds, F G de 4 pieds. Ce qui eſtant ainſi, on diviſe une meſure de la longueur de E H en 8 parties egales, qu'on appelle la petite meſure, & ſi on y veut joindre tels pieds d'avantage, on le peut faire. Prenant doncques d'iceux quatre pieds, pour H L homologue avec F G qui a eſté auſſi trouvée de quatre pieds, on a la deuë longueur pour H L : Et ainſi avec les autres ; Pourveu que par l'aide de l'eſquierre on mette les plans du petit corps à angle droit, comme ſont ceux du grand.

Consequence.

Il eſt notoire que l'exemple icy mis d'un pilier quarré, s'entend ainſi avec tous corps plans, moyennant qu'en l'operation mechanique pour marquer des angles obliques, on ſe ſerve au lieu de l'eſquierre d'un inſtrument nommé en Hollande par les charpentiers, *Leugenſvvee*, ſemblable à la figure icy joincte, lequel s'ouvre & ſe ferme comme un compas, pour former des angles aigus & obtus auſſi bien que droits.

Concluſion. Nous avons donc marqué un corps plane de forme requiſe, ſelon le requis.

Proposition XVIII.

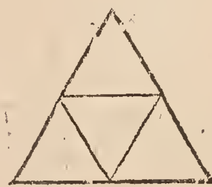
M*Arquer les cinq corps reguliers.*

Les corps compris entierement ſous plans ſemblables & egaux, s'appellent corps reguliers, leſquels, comme les plans reguliers ſe peuvent deſcrire dedans le cercle, ainſi ceux-cy dedans la ſphere : Et ſe demonſtre que de tels il ne s'en trouve que cinq. Il eſt bien vray que certaine ſection d'iceux produit divers corps (leſquels ſeront declarez en la ſuivante propoſition) qui ont grande regularité : Premierement, qu'ils ſe peuvent deſcrire dedans la ſphere. Secondement, qu'ils ont tous leurs coſtez egaux. Pour le troiſieſme, que tous plans ſemblables d'un corps ſont egaux, & tous egaux ſemblables. Pour le quatrieſme, qu'entre tous plans egaux oppoſites ſe trouvent des axes egaux. Pour le cinquieſme, qu'on trouve tous plans equilateraux & equiangles. Pour le ſixieſme, que les plans ont une qualité homologue agreable à la veuë. Toutesfois puis que quelques plans d'un tel corps ſont diſſemblables, on ne les compte point, ſuivant la definition des corps reguliers, pour reguliers. Leur plus grand uſage ſemble ſervir d'ornement. Les anciens faiſoyent des dez des reguliers, ce que quelques-uns de ce temps imitent encores : Ils marquent auſſi des horologes ſur divers plans, qui à l'horizon propoſé peuvent recevoir la lueur du Soleil.

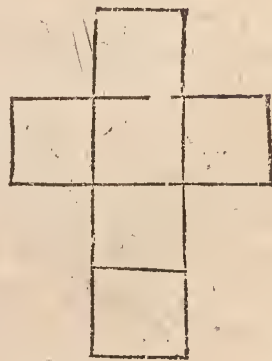
On prend ordinairement pour former ces corps quelque matiere platte, comme papier collé, du cuivre plat, ou choſe ſemblable, dont on fait autant de plans qu'il faut que le corps en contienne; leſquels joints par ordre & attachez enſemble comme il appartient, on a des corps creux, ſelon le requis. Ou autrement on les fait de matiere entierement ſolide.

Or pour parler premierement de la premiere maniere, nous commencerons avec le tetrahedre.

On prend donc quatre triangles de matiere comme deſſus, leſquels joincts enſemble, comme cy joignant; & iceux pliez comme il appartient, font le corps de quatre faces, dit tetrahedre, qui eſt une eſpece de pyramide.



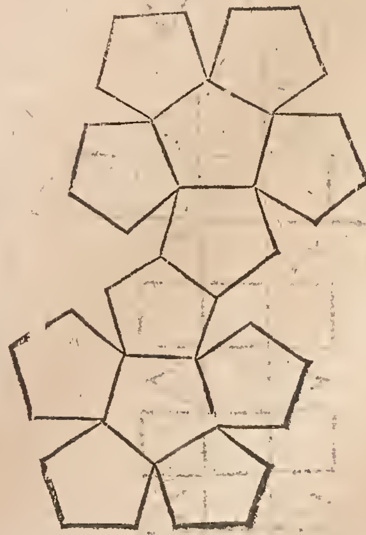
Six quarrez joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à ſix faces, dit exahedre, qui eſt un cube.



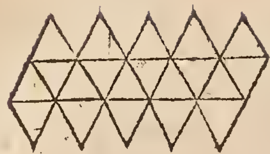
Huict triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à huict faces, dit octahedre.



Douze pẽtagones joncts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à douze faces, dit dodecahedre.



Vingt



Vingt triangles joincts ensemble comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à vingt faces, dit icosahedre.

Quant à la maniere de former tels corps reguliers de matiere solide ; estant faits de creux de plans pliez comme dessus, on les peut alors contrefaire avec matiere solide par la maniere des corps plans de la 17 proposition.

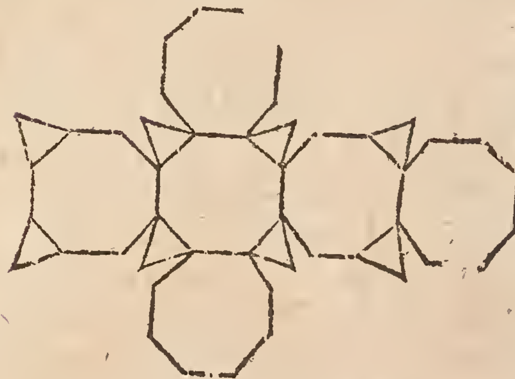
Conclusion. Nous avons donc marqué les cinq corps reguliers, selon le requis.

Proposition XIX.

M*Arquer les corps reguliers coupez.*



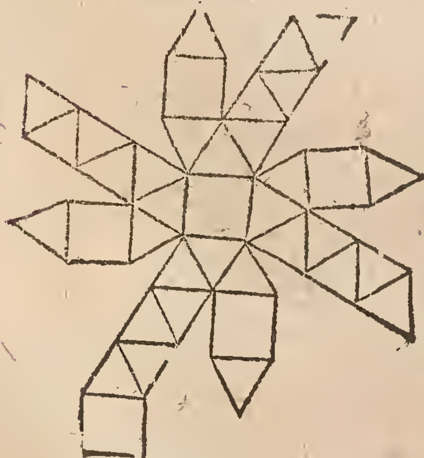
Quatre hexagones & quatre triangles joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le tetrahedre coupé par les troisiesmes parties des costez.



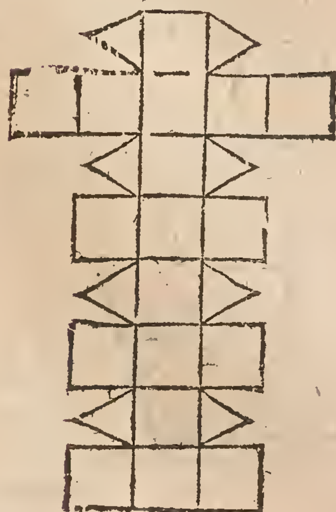
Six octagones & 8 triangles joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font l'exahedre coupé par les troisiesmes parties des costez.



Six quadrangles & huict triangles joincts ensemble, cõme icy joignant, & pliez selon le requis, font l'exahedre coupé par le milieu des costez.

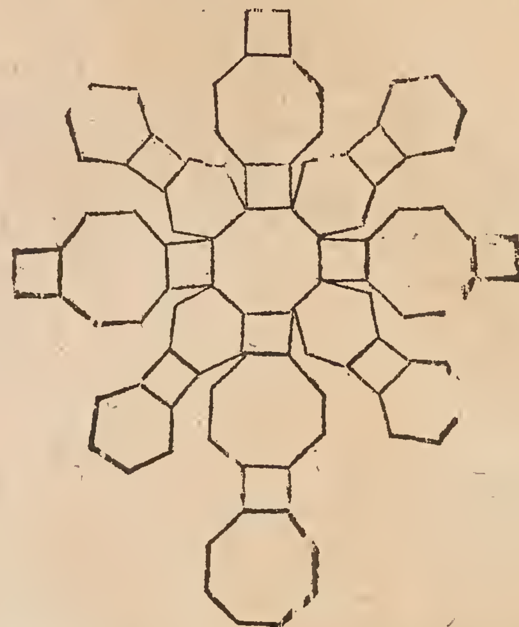


Six quadrangles & 32 triangles joincts ensemble, cõme icy joignant, & pliez selon le requis, font l'exahedre coupé sur une troisiesme maniere.

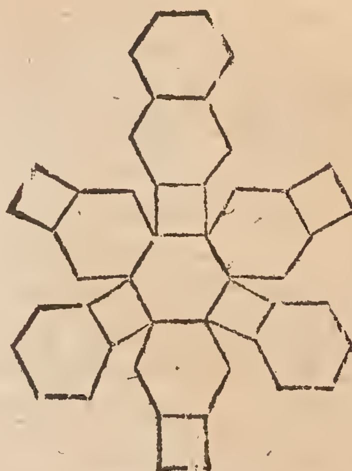


18 quadrangles & huict triangles joincts ensemble, cõme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font l'exahedre coupé sur une quatriesme maniere.

Six octagones, huict hexagones & 12 quadrangles joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez apres

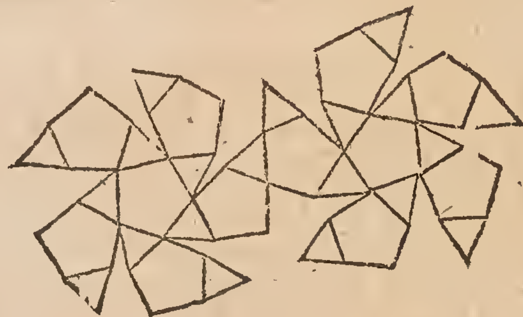


selon qu'il appartient, font l'exahedre coupé sur une cinquiesme maniere.



Six quadrangles & huict hexagones joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font l'octahedre coupé par les troisiesmes parties des costez.

Douze pentagones & vingt triangles joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon le requis, font



le dodecahedre coupé par le milieu des costez, ou autrement l'icosahedre coupé par le milieu des costez, car ils produisent tous deux semblables corps.

Conclusion. Nous avons donc marqué les corps reguliers coupez, selon le requis.

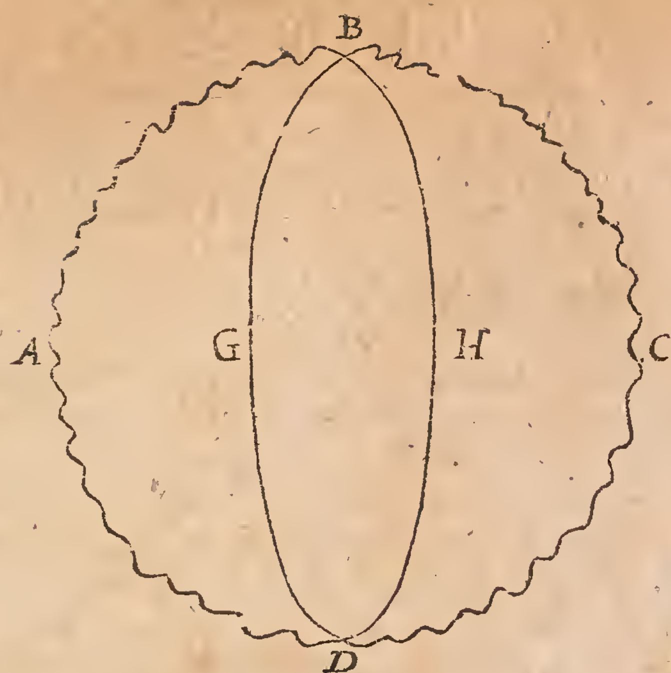
Proposition XX.

M*Arquer une sphere.*

Le donné. Soit A B C D une piece de bois difforme, & E F un cercle, dont le diametre E F.

Le requis. Il faut d'iceluy bois A B C D faire une sphere, dont le plus grand cercle soit egal au cercle E F.

CON-



CONSTRVCTION.

La sphere se peut former en deux manieres vulgai-



res, comme en petit sur un banc de tourneur, & en grand avec un patron. Sur le banc de tourneur elle se fait commodement ainsi : On tourne premierement (tournant le bois sur quelques deux poincts, comme par exemple A, C, qui s'accordent sur les deux pinnules du banc du tourneur) un cercle comme B G D H, aussi profond que son axe soit egal au diametre E F, qui se mesure avec le compas à jambes courbes que les tourneurs ont à telle fin : Puis on divise le susdit cercle B G D H en quatre ou six parties egales, & en choisissant deux poincts opposites, comme par exemple B, D, on les applique sur les deux pinnules du banc du tourneur : Apres toute matiere superflue estant ostée en tournant, jusques à ce que le cercle BGDH soit precisement emporté, sans qu'il y en demeure aucun signe, ny qu'il en soit plus osté que le cercle, on a la sphere requise.

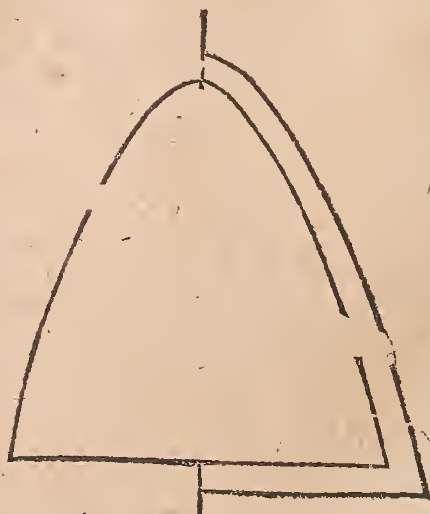
Mais les grandes spheres qui ne se peuvent tourner sur un banc, se forment commodement avec un patron, comme A B C, tournant sur les deux poincts A, C, comme poles : Puis on remplit par tout ce qu'il y a de vuide au demicercle, ou bien on oste tout ce qu'il y a de superflu.

Conclusion. Nous avons donc formé la sphere, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Par ce que dessus on peut entendre comment les Spheroïdes, Cones, & Conoïdes se peuvent former par patrons, dont nous mettons seulement icy les formes, sans en descrire des propositions particulieres.





Fin du premier livre de la Geometrie.

DEUXIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la Mesure des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DV SECOND LIVRE,

De la mesure des lignes.

LA mesure des lignes selon ce present desseing, se fait de trois façons : Premierement par mesure appliquée : Secondement par rayons visuels : Tiercement par autres lignes cognuës : Desquelles differences nous descrirons diverses propositions : & premierement,

DE LA MESURE DES LIGNES PAR MESVRE APPLIQVEE.

PROPOSITION I.

MEsurer une ligne droite par mesure appliquée.

Nostre dessein est de descrire icy ce mesurement en petit avec des eschelles, comme sur du papier, ou petits plans ; & en grand, comme sur la campagne, avec des chaines : ce que nous ferons en deux exemples.

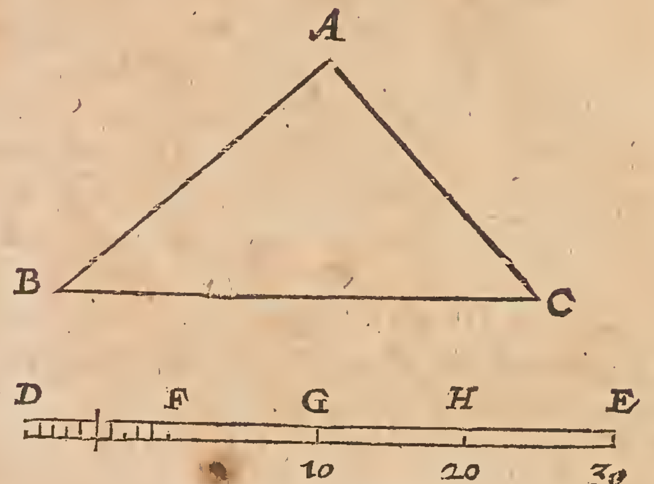
1 *Exemple de la mesure en petit avec des eschelles.*

Le donné. Soyent A B, B C, C A, trois lignes du triangle A B C, & D E une eschelle : De laquelle pour declarer la qualité, il faut sçavoir que ceux qui marquent les massonneries, bastiments, forteresses, cartes marines, terrestres, & semblables, y appliquent ordinairement une mesure, comme D E, laquelle pour sa similitude avec une eschelle, s'appelle aussi du mesme nom. Et quand ses parties ne signifient point de certains pieds, verges, lieuës ou choses semblables, alors on les appelle en general degrez, à cause de leur ressemblance avec des degrez. Soit doncques chaque partie depuis D jusques à F un pied, tellement que D F face 10 pieds; semblablement F G, G H, H E, chacune aussi 10 pieds, & consequemment (comme les nombres y appliquez le demonstrent) F H 20, F E 30, & ainsi d'autres semblables, si l'eschelle estoit plus longue.

Le requis. Il faut mesurer combien de pieds chaque ligne du triangle A B C est longue.

CONSTRVCTION.

Je prens avec un compas la longueur A B, mettant l'un pied sur un des poincts F, G, H, ou E, à sçavoir ainsi que l'autre pied vienne entre les poincts D, F, ou sur un des deux. Posé doncques que l'un pied mis sur H, l'autre vienne au quatriesme poinct de F vers D, ce que le



nombre dessous H me demonstre faire 20, lesquels avec les autres 4 font 24 ; Et les autres lignes estant mesurees ainsi, on a le requis.

Jusques icy a esté parlé de la commune maniere de l'eschelle ; Mais afin que nous en declarions encores quelque commodité ; il faut sçavoir que SON EXCELLENCE en la mesure des lignes & plans sur papier, aussi des corps en petit, pour operer par la disme, qui est par nombres entiers sans rompus, s'est accoustumé d'appeller les longueurs, comme FG, GH, HE, cõmencemens, qui sont ⓪, tellement que F E fait trois commencemens, & les parties D F primes, comme ① ; c'est assavoir qu'au lieu des degrez, il met dix poincts si proches l'un de l'autre qu'on les peut discerner par la veuë: Et si le compas en mesurant tombe au milieu entre deux poincts, pour icelle moitié se comptent 5 ② ; Mais si la veuë peut juger sur la troisiesme partie de 1 ①, on escrit pour cela 3 ②, ou 4 ②, selon l'apparence, & ainsi d'autres partitions, par lesquelles SON EXCELLENCE a fait divers mesuremens de grandeurs, comme les suivans, avec tant de commodité, facilité & certitude, que les preuves d'iceux ne lui donnoyent pas peu de contentement.

CONSEQVENCE.

Par ce que nous avons dit icy de la mesure des costez du triangle, tout se qui se mesure par mesure appetissée, ou avec des eschelles, est assez notoire.

2 *Exemple de la mesure des lignes en grand avec des chaines & verges.*

Le donné. Soyent les deux poincts A, B, deux marques sur terre, dont la distance doit estre mesurée avec une chaine.

CONSTRVCTION.

C'est une chose fort usitée entre plusieurs Arpenteurs d'avoir une chaine de fer ou de cuivre (afin qu'elle

A   C   B

ne s'allonge, comme font les cordes) longue ordinairement de cinq verges, dont les chainons se joignent selon l'opinion d'un chacun : Mais afin de mettre quelque exemple pour ceux qui n'ont point veu telles chaines, je descriray icy une façon qui est en usage, laquelle je ne trouve mauvaise, comme la figure suivante le demonstre, signifiant un chainon avec encores deux bouts de chainons joincts ensemble avec un petit anneau, estant iceluy anneau & les bouts des chainons par où il passe bien soudez. Il faut sçavoir aussi que chaque chainon

chainon depuis le milieu de l'un petit anneau jusques au milieu de l'autre, sera long justement d'un pied, mais de verge en verge il y a pour distinction un anneau plus grand que les autres. Une telle chaine est legere & forte, & ne s'embrouïlle pas facilement; & quand on ne s'en sert point, elle se peut plier commodement de la longueur d'un pied.

Quant à la verge, elle est en Hollande de 12 pieds, & chaque pied de 12 poulces, dont les trois, qui sont le quart d'un pied mesure de *Rijnlandt*, sont de ceste longueur.

A ———— C ———— B

Joignant ces 12 pieds & poulces qui sont marquez sur l'un costé de la verge, un autre costé se divise encores en 10 parties egales que nous appellons primes, & chaque prime encore en 10 qui sont secondes.

L'usage de la susdite chaine & verge est tel: Pour aller droit de A jusques à B, on met une marque au milieu, comme C au rayon des marques A, B, selon la doctrine de la 1 proposition du premier livre, puis apres l'Arpenteur va devant avec un bout de la chaine, & fait suivre un autre avec l'autre bout, & fiche à chaque longueur de la chaine, moyennement tenduë, un petit baston, ou cheville, long environ d'un pied ou plus, selon que la chose le requiert, à cause des hautes herbes ou semblable empeschement, à laquelle cheville celuy qui suit estant venu, il l'arrache, & l'emporte avec soy. L'Arpenteur a quelquefois de telles chevilles jusques à cinq, quelquefois jusques à dix; puis on prend garde combien de fois elles ont esté rapportées, car chaque fois de cinq fait 25 verges, ou de dix 50 verges. Posé donc que cinq chevilles, en mesurant ceste longueur de AB, ayent esté rapportées cinq fois, il y aura de A jusques à B 125 verges. Et s'il y restoit quelque chose ne montant pas à la longueur d'une chaine, cela se mesure avec la verge: comme pour exemple, restant encores 2 verges, 7① 6②, la ligne entiere seroit de 127 verges, 7① 6②; ou si on veut exprimer les partitions de la verge par pieds & poulces, on le peut faire aussi.

S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR RAYONS.

Veu qu'il y a une commune maniere de mesurer sans aller au long de la ligne ou chemin, dont on veut cognoistre la longueur, à sçavoir par rayons, lesquelles longueurs on appelle d'un mot usité longueurs inaccessibles, nous en toucherons un mot. A ceste fin on prepare des instrumens mathematiques, les noms desquels, combien qu'ils soyent divers, comme Planimetre, Scale altimetre, Quadran geometrique avec la regle fiduciale, Quadran geometrique avec le perpendicle, Rayon geometrique, Holometre, Triquetre, & plusieurs autres, toutesfois ils font tous des triangles, lesquels par un ou plusieurs costez mobiles se changent diversement en triangles semblables aux grands triangles mesurables, tellement que l'usage de l'un estant bien entendu, il donne assez de cognoissance de tous. Cecy consideré, nous choisirons icy au lieu de plusieurs le Triquetre. Et puis que plusieurs personnes conjoignent diversement les parties d'iceluy, chacun selon qu'il luy semble le plus commode à l'usage, leur donnant à chacune un nom, selon qu'il estime que la chose le requiert, j'en diray aussi mon opinion, & retenant ce nom commun Triquetre, je declareray la forme & disposition des parties, comme il a esté fait pour SON EXCELLENCE & autres.

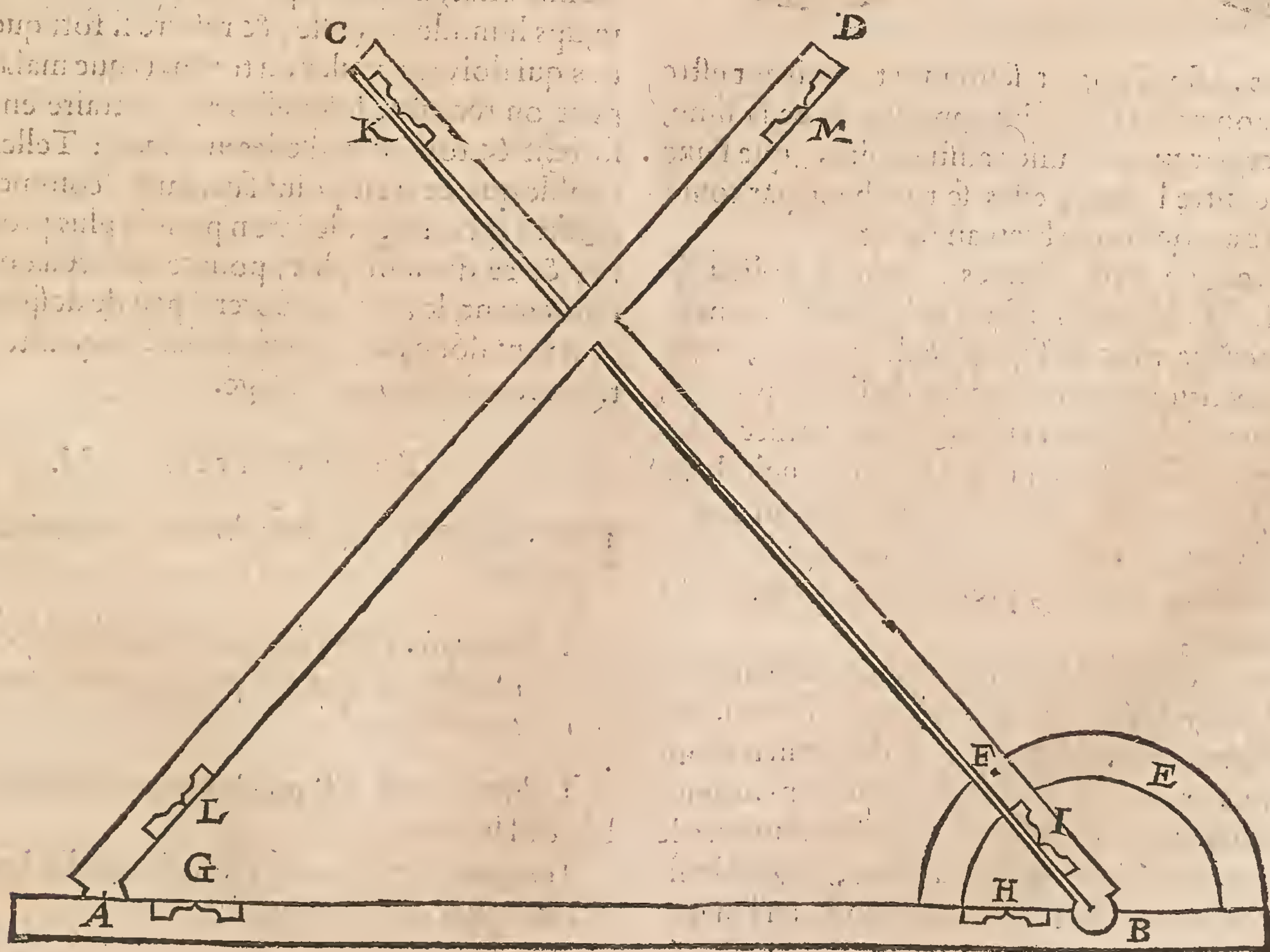
DECLARATION DE LA QUALITE DV TRIQVETRE.

AB, BC, AD sont en la figure suivante trois verges: AB s'appelle base, BC verge dextre, AD verge senestre.

L'axe aupres de B, sur lequel tourne la verge dextre, s'appelle axe dextre, l'autre aupres de A, axe senestre.

Le demy anneau E avec ces 180 deg. est pour y attacher la verge dextre avec un vis aupres de F, tellement que l'angle ABC demeure ferme en telle position qu'on le desire.

La verge senestre AD se coule avec un petit courreur dedans la base AB, là où on la veut avoir, en telle sorte



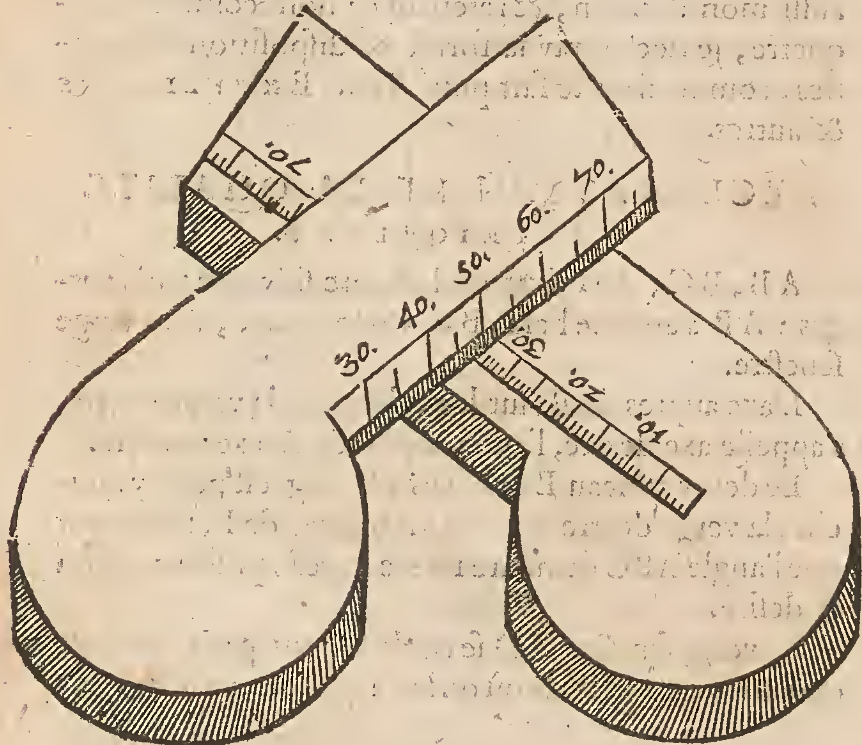
 que

que le centre de l'axe senestre convienne tousiours sur le bord de la base, contre les bouts des degrez marquez sur icelle, car la mesme base a en soy une concavité, dedans laquelle la teste de la verge senestre coule avec le petit courreur.

La base A B est aussi espesse que les autres deux verges ensemble, & encores d'autant plus que l'espesseur du bord sous lequel coule le courreur: Tellement que la verge senestre, quand on ne se sert point de l'instrument, se peut mettre sur la verge dextre, pour le transporter commodement d'une place à autre.

Il y a encores un esquiere (dont l'usage apparoistra en son lieu) lequel quand on ne se sert point de l'instrument, se met en la concavité, dedans laquelle coule le courreur.

Toutes les trois verges & esquierre se divisent en parties egales aussi pres l'une de l'autre que la veuë les peut discerner commodement; comme il se voit cy-dessous en forme plus grande. L'experience monstre qu'ainsi sur un pied de *Rijnlandt* on peut mettre quatre cents poincts ou partitions visibles: J'ay prins chaque verge longue environ de trois pieds de *Rijnlandt*: Et pour les rendre plus legeres, la verge dextre & verge senestre sont creusées par dedans.

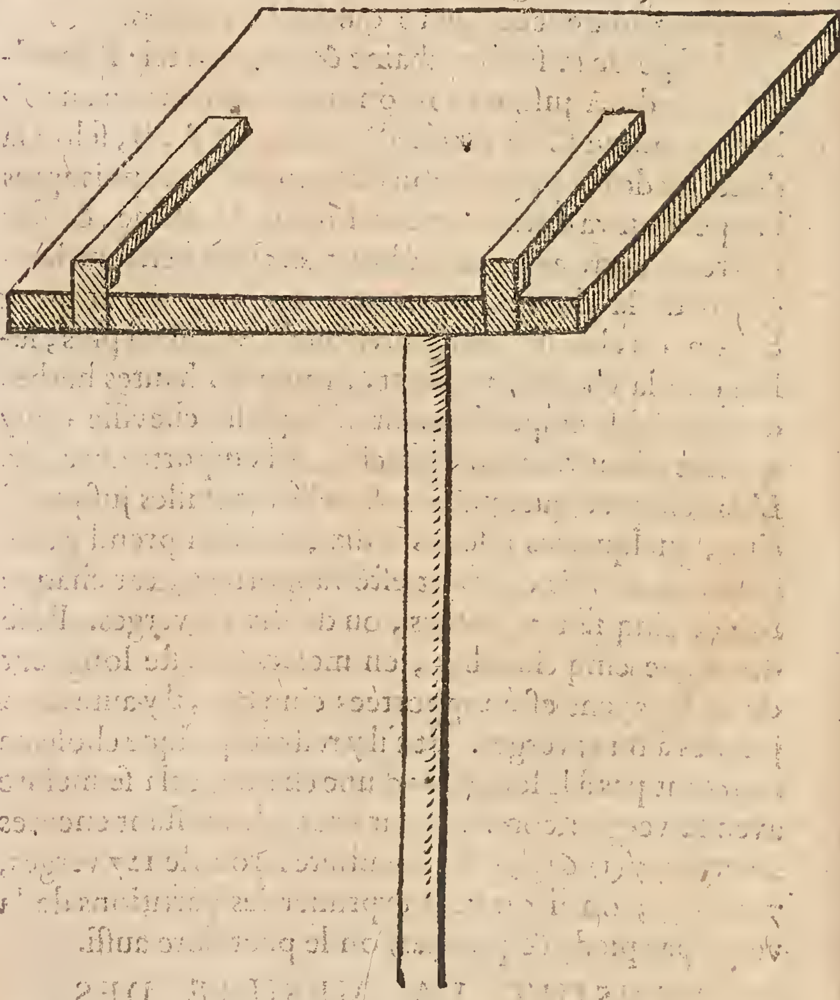


Les verges, afin d'operer seurement, doivent estre fort droites; on ne les fait point apprester avec la lime, mais rabotter par un menusier aussi droites, que l'une estant mise contre l'autre, elles se touchent par tout; car le cuivre s'accommode bien au rabot.

Chaque verge a deux visieres, comme au lieu de G, H, I, K, L, M, lesquelles estant abbaissées, viennent en egale superfice avec la superfice des verges, ayant chacune les partitions qui y viennent dessus, & pour les mettre debout, elles tournent sur certaines carnieres dedans les verges, jusques à ce qu'elles soyent à angle droit sur icelles: Et sont aussi limées & creusées d'un costé, afin de ne s'abuser en l'usage, comme il pourroit advenir si elles estoyent droites, prennant la veuë sur des costez impropres.

Ce triquetre se met en l'operation sur un instrument semblable à celuy qui suit cy-apres, lequel est une planche quarrée large envirõ d'un pied, fiché sur un baston, comme ordinairement le plan de la croix Arpentique: Et a deux crochets, sous lesquels on peut remettre le triquetre avant & arriere d'un & d'autre, & puis le ficher: Laquelle maniere est plus commode en l'usage, que d'attacher le triquetre au baston, d'autant qu'on peut ainsi plus justement appliquer l'axe de la verge dextre & senestre sur le poinct de la premiere & seconde position, sans qu'il faille remettre souvent le pied deça, delà, comme il faudroit faire, faisant autrement: Toutes lesquelles choses se pourront plus clairement entendre par les exemples suivans.

Pour parler maintenant succinctement de la matiere, on tient que le laton est le plus commode pour la pluspart des instrumens mathematiques: & combien que l'or soit plus beau, il est plus flexible & se courbe aisément. Outre cela quelque instrument d'or ou d'argent, bien fait est en danger d'estre rompu en temps de ne-



cessité pour s'en aider: le fer s'enrouïlle; le plomb & l'estain sont trop mols: quant au bois il n'est pas propre pour des choses qui doivent demeurer droites & en mesme estat, d'autant qu'il se courbe au Soleil, & qu'en temps humide il s'enfle, & reserre si fort quelques parties qui doivent couler ou tourner, que malaisément les peut on remuër, lesquelles au contraire en temps sec, sortent & tombent d'elles mesmes: Tellement qu'il semble que ce n'est point sans cause (comme il a esté dit dessus) qu'on tient le laton pour la plus propre matiere; & ce d'autant plus, pource que ceux qui desirent l'ornement, le peuvent dorer à peu de despens.

Ayant donc jusques icy declaré la qualité du triquetre, nous viendrons à l'usage.

Proposition II.

P*ar rayons visuels mesurer des longueurs horizontales inaccessibles.*

1 *Exemple d'une longueur mesurable entre l'Arpenteur, & une marque inaccessible, mesurée avec le triquetre.*

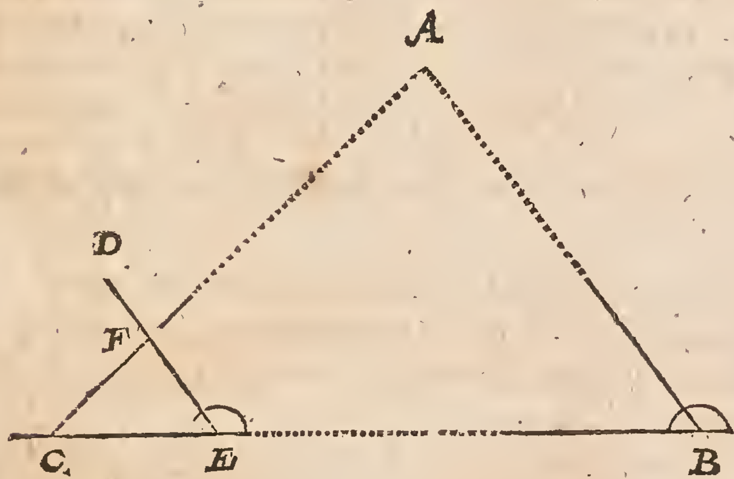
Le donné. Soit A B une longueur inaccessible parallele de l'horizon.

Le requis. On veut sçavoir de quelle longueur elle est, sans aller de la marque B jusques à A.

Con-

Constrvction.

On doit premierement ſçavoir, qu'il faut deux divers lieux ſur leſquels on ſe tienne en l'operation, qu'on appelle ſtations, les meſmes deux ſtations il faut qu'elles facent un triangle avec le poinct A : à ceſte fin je mets l'axe dextre du triquetre (dont on ſe ſert touſiours en la premiere ſtation) ſur le poinct B, comme premiere ſtation. Je regarde puis apres vers le coſté ſeneſtre par les viſieres de la baſe quelque marque qui y eſt, ou que j'y fais mettre pour y prendre ma deuxieſme ſtation, comme la marque C, & la baſe demeurant alors ainſi immobile, je tourne la verge dextre devers A, juſques à ce que par les viſieres d'icelle je voye la marque A: Ce qui eſtant ainſi, je ſerre la verge dextre avec le vis bien ferme ſur le demi cercle, tellement que l'angle qu'elle fait avec la baſe, demeure le meſme. Je porte puis apres le triquetre à la deuxieſme ſtation C, & en venant je meſure la longueur B C, que je trouve par exemple de 150 verges. J'adjouſte puis apres l'axe ſeneſtre droit ſur le poinct de la marque C; & demeurant le ſuſdit angle de la baſe & de la verge dextre, qui ſoit icy D E C touſjours le meſme : Je remets puis aprés la verge ſeneſtre, je prens, ſur 1000 ◎ de la baſe, à ſçavoir ſur un lieu commode, tellement que puis apres on en a un grand & remarquable triangle : Apres je tourne la baſe vers la marque B de la premiere ſtation (pourveu que l'axe ſeneſtre demeure ſur le poinct de la marque C) juſques à ce que je voye par la viſiere d'icelle la marque B. Or la baſe & la verge dextre demeurant ainſi immobile, je tourne la verge ſeneſtre juſques à ce que je voye par les viſieres d'icelle la marque A, & alors la verge dextre ſe coupe de la ſeneſtre au poinct F; tellement que F E fait,



je prens, 700 ◎. Ce qui eſtant ainſi, le petit triangle C E F eſt ſemblable au grand triangle C B A, car F E eſt parallele avec A B : Parquoy je dis, C E 1000 ◎ donne E F 700 ◎, combien C B 150 verges? (il a eſté meſuré autant en venant comme il eſt dit deſſus) vient pour la longueur requiſe de B A 105 verges.

Demonstration.

Le petit triangle C E F eſt ſemblable au grand triangle C B A, parquoy leurs coſtez E C, E F, homologues avec B C, B A ſont proportionaux : parquoy comme E C 1000 ◎, à E F 700 ◎, ainſi B C 150 verges, à B A 105 verges : B A doncques fait 105 verges.

Notez.

Si on vouloit ſçavoir enſemble la longueur de C juſques à A, on prendroit garde ſur les parties de la verge ſeneſtre entre C & F : Prenant doncques qu'il y ait 800 ◎, je dis, C E 1000 ◎, donne C F 800 ◎, combien C B 150 verges? vient pour C A 120 verges.

Si on eut voulu trouver la longueur A B ſans faire aucun compte, on eut remis le pole de la verge ſeneſtre ſur 150 ② de la baſe, & alors les parties meſmes de la verge dextre ſans tenir aucun compte ſignifieront autant de verges. Mais ainſi on ne peut avoir les plus grands triangles qui peuvent venir ſur le triquetre, par où l'iſſuë eſt plus incertaine : Parquoy qui veut operer plus ſeurement, prendra les plus grands triangles, leſquels il peut avoir commodement ſur le triquetre, & cercher le requis par regle de trois comme deſſus.

Si la verge ſeneſtre en la mettant vers A, ne pouvoit toucher la verge dextre, on l'avancera auſſi pres de la dextre juſques à ce qu'elle la puiſſe toucher.

Quand la verge dextre eſt adjouſté en la premiere ſtation ſur A, ſi alors on vouloit joindre enſemble icelle verge & la baſe, ſans y virer la verge dextre contre le demi cercle, & ſans eſtre contraint de garder l'angle trouvé, comme D E C, en icelle poſition; ce qui vient à propos, & eſt requis quand on veut trouver diverſes longueurs en allant ſeulement une fois vers la deuxieſme ſtation, dont nous parlerons incontinent. Au ſecond, les ſtations qui ſont loing l'une de l'autre, comme de trois ou quatre heures de chemin, ce qui advient en la deſcription des cartes geographiques, là où il ſeroit moleſte de porter ſi loing iceluy angle ſans le changer : Auſſi pour voir ſi un angle ainſi tranſporté n'eſt pas changé, ou ſemblable : On ſe peut ſervir de deux diverſes manieres pour faire telle choſe : l'une, il faut prendre garde ſur quel degré & parties du degré qui ſont au demi cercle, vient la verge dextre en la premiere ſtation, la mettant derechef là deſſus quand on vient à la ſeconde. L'autre maniere qu'on peut tenir pour plus ſeure encores, eſt telle : Pour trouver derechef entierement l'angle B, quand on vient au lieu de la ſeconde ſtation C, on mettra quelque poinct de la verge ſeneſtre, je prens le 800 ◎, ſur quelque poinct de la verge dextre, où il peut venir commodement, par exemple ſur le 700 ◎, je voy auſſi ſous quel poinct de la baſe vient le centre de l'axe ſeneſtre, je prens ſur le 900 ◎, leſquels nombres on mettra tous trois par memoire, car eſtant venu au lieu de la deuxieſme ſtation, & rejoignant les poincts derechef ainſi, on a le premier angle.

Si avec deux ſtations ſeulement on vouloit trouver diverſes longueurs, tant par derriere que par devant, la maniere de l'operation eſt manifeſte par le precedent.

2 Exemple par computations de triangles plats.

Pource que Son Excellence prend un ſingulier plaiſir au tres-admirable, grand & commun uſage des triangles plats & ſpheriques en beaucoup d'operations mathematiques qui ſe rencontrent, il a fait joindre icy ceſt exemple & quelques ſuivans : Soit encores à meſurer la longueur inacceſſible A B : Pour ceſte fin je prens quelque inſtrument, par lequel on meſure ſeulement les degrez d'un angle propoſé, comme une croix d'Arpenteur, avec ſa regle fiduciale, ou autre ſemblable : Par cela trouvée la grandeur des deux angles A B C, A C B, & eſtant meſurée la ligne entre les deux ſtations B, C, le triangle A B C a trois termes cognus, avec cela trouvé le coſté requis A B par la 4 propoſition des triangles plats. Encores y a-il icy à conſiderer, que tant ſelon l'autre maniere avec le triquetre, que ſelon ceſte-cy, qu'il faut qu'il y aye le compte d'une regle de trois.

Autre exemple ſans inſtrument mathematique.

Soit à meſurer la longueur inacceſſible depuis A juſques à B : Pour y parvenir je mets en B une marque, & meſure de B juſques à C quelque ligne, auſſi longue, ou

ou plus longue plustost, que A B, si le lieu le permet, que plus courte : Soit de 20 verges, puis je mets en C une marque, entant que C, B, A, soyent en un droit rayon : je mesure puis apres de C jusques à D autresfois 20 verges, mettant à D une marque, & tellement que C D vienne presque à angle droit sur A C, puis apres de D jusques à E derechef 20 verges, mettant une marque en E, & tellement qu'à l'œil D E soit presque parallele avec B C : Puis apres je mesure de B vers E autresfois 20 verges, lesquelles si elles tomboient par accident justement sur E, ce qui advient rarement, on laisse la marque E en sa place, mais y ayant un peu de difference, on la met autant en arriere ou avant que la mesure requiert : Finalement je mets la marque F en telle sorte, qu'elle soit droitement au rayon FEA, & aussi au rayon F D C : Cecy estant ainsi, je mesure F D, & dis, F D donne D E 20 verges, combien E B 20 verges ? Ce qui en provient est pour la requise B A : Pource que le triangle F D E est semblable au triangle E B A, pourtant les deux costez FD, DE, sont proportionaux avec leurs homologues E B, B A.

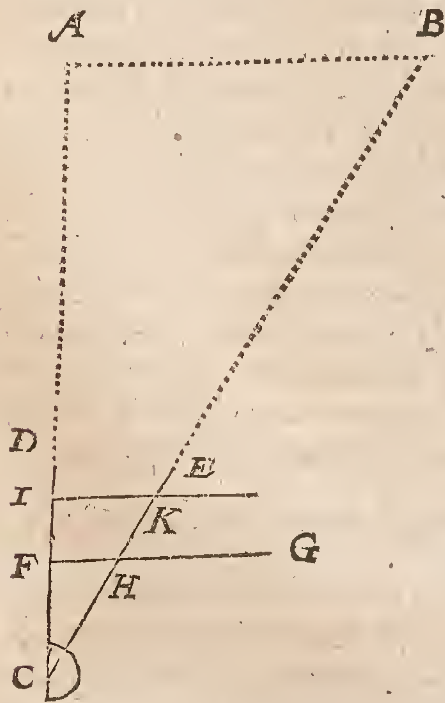
3 *Exemple d'une longueur mesurable entre deux marques inaccessibles.*

Le donné. Soit A B une longueur inaccessible.

Le requis. On veut sçavoir quelle longueur elle a sans venir à aucune des marques A, B.

CONSTRVCTION.

Je mets en quelque lieu commode un poinct comme C, & mesure combien il est distant de A & B ; & trouve, je prens, par le premier exemple, C A 500 pieds, C B 600 pieds, lesquelles deux longueurs estant cognuës, je mets l'axe dextre sur le poinct C, la base C D vers A, & la verge dextre C E vers B, je recule puis apres la verge senestre F G, tellement qu'entre l'axe senestre F & l'axe dextre C sont 5000 Ⓘ ; je mets puis apres icelle verge senestre sur les 600 Ⓘ H, de la verge dextre C E : Ce qui estant ainsi, de F jusques à H sont, je prens, 300 Ⓘ, par où je conclus que A B fait 300 pieds.



Mais si pour plus grande certitude on veut prendre un plus grand triangle que C F H, on peut faire venir le centre de l'axe senestre F plus devers D, je prens, sur 800 ◎ comme jusques à I, & dire C A 500 pieds donnent C B 600 pieds, combien 800 ◎ ? vient 960 ◎ ; parquoy de C vers E, & comptant autant de ◎, lesquels viennent, je prens, jusques à K, & la verge senestre mise de I jusques à K, les partitions I K sont adonc, je prens, 480 ◎ : Pour sçavoir maintenant combien de pieds elles signifient, je dis C I 800 ◎, donnent I K 480 ◎, combien C A 500 ? vient pour A B 300 pieds. Ou autrement C K 960 ◎ donnent I K 480 ◎, combien C B 600 pieds ? vient pour A B comme dessus 300 pieds.

DEMONSTRATION.

Veu que I C a telle raison à K C, comme A C à A B, & que l'angle I C K & A C B est tout un mesme, les deux triangles I C K, A C B sont semblables, & leurs costez homologues proportionaux, à sçavoir comme C I 800 ◎, à I K 480 ◎, ainsi C A 500 pieds, à A B 300 pieds.

NOTEZ.

Si on veut depescher ce troisiesme exemple par computations des triangles plats, on trouve les deux lignes A C, & B C, par le premier exemple, & l'angle A C B se cognoist actuellement au lieu de C : Tellement que le triangle A B C a trois termes cognus, avec lesquels cerché le costé incognu A B, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats.

Conclusion. Nous avons donc mesuré par rayons visuels des longueurs horizontales inaccessibles, selon le requis.

PROPOSITION III.

MEsurer par rayons visuels des hauteurs & profondeurs inaccessibles.

1 *Exemple de la mesure des hauteurs à angle droit sur l'horizon.*

Le donné. Soit A B une hauteur inaccessible à angle droit sur l'horizon.

Le requis. On veut sçavoir de combien de pieds A B est long, par rayons visuels avec le triquetre.

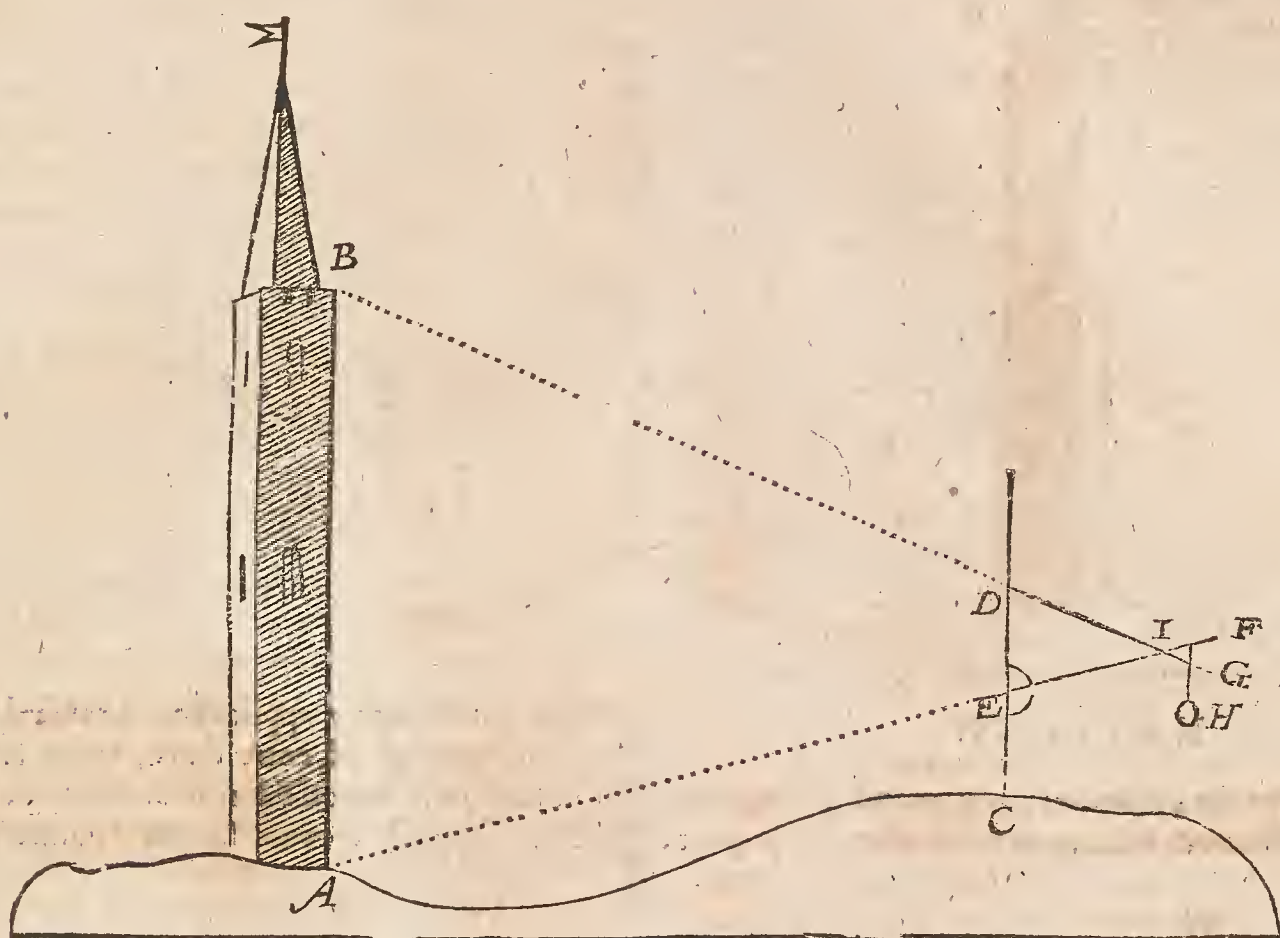
CONSTRVCTION.

Je mets en quelque lieu commode comme C, la base droitement debout par un perpendicle : Je voy puis apres par les visieres de la verge dextre E F le poinct A, & je fiche là icelle verge ferme avec le vis contre le demicercle, j'esleve puis apres la verge senestre D G aussi haut, que par ses visieres je voye le poinct B : Mais afin qu'icelle verge D G demeure à chaque fois ferme là où on la met, il y a au bout d'icelle un perpendicle, comme H ; tellement qu'avec le fil faisant un tour dessus la verge dextre, elle tient la verge senestre en telle place qu'on la met. La verge senestre D G estant ainsi qu'on voïd au travers de ses visieres le poinct B, & par les visieres de la verge dextre le poinct A, elles s'entrecoupent l'une l'autre, je prens, au poinct I : Ce qui estant ainsi, je mesure la longueur de I jusques à A, avec une mesure, comme une chaine ou verge, si j'y puis venir ; mais si pour quelque empeschement d'eau, maisons, ennemis, ou choses semblables on ne pouvoit mesurer ainsi la longueur de I jusques à A, on la trouvera par une seconde

ſeconde ſtation, ſelon la doctrine de la 2 propoſition: Icelle ſe trouve, je prens, de 275 pieds. Je voy puis apres combien il y a de degrez ſur la verge E F, de E juſques à I ſe trouvent, je prens, 1100 ◎, & ſur la baſe entre E & D, 800 ◎; pourtant je dis I E 1100 ◎ donnent E D 800 ◎, combien I A 275 pieds? vient pour la hauteur de A juſques à B, ou ce qui eſt le meſme pour la profondeur de B juſques à A, 200 pieds.

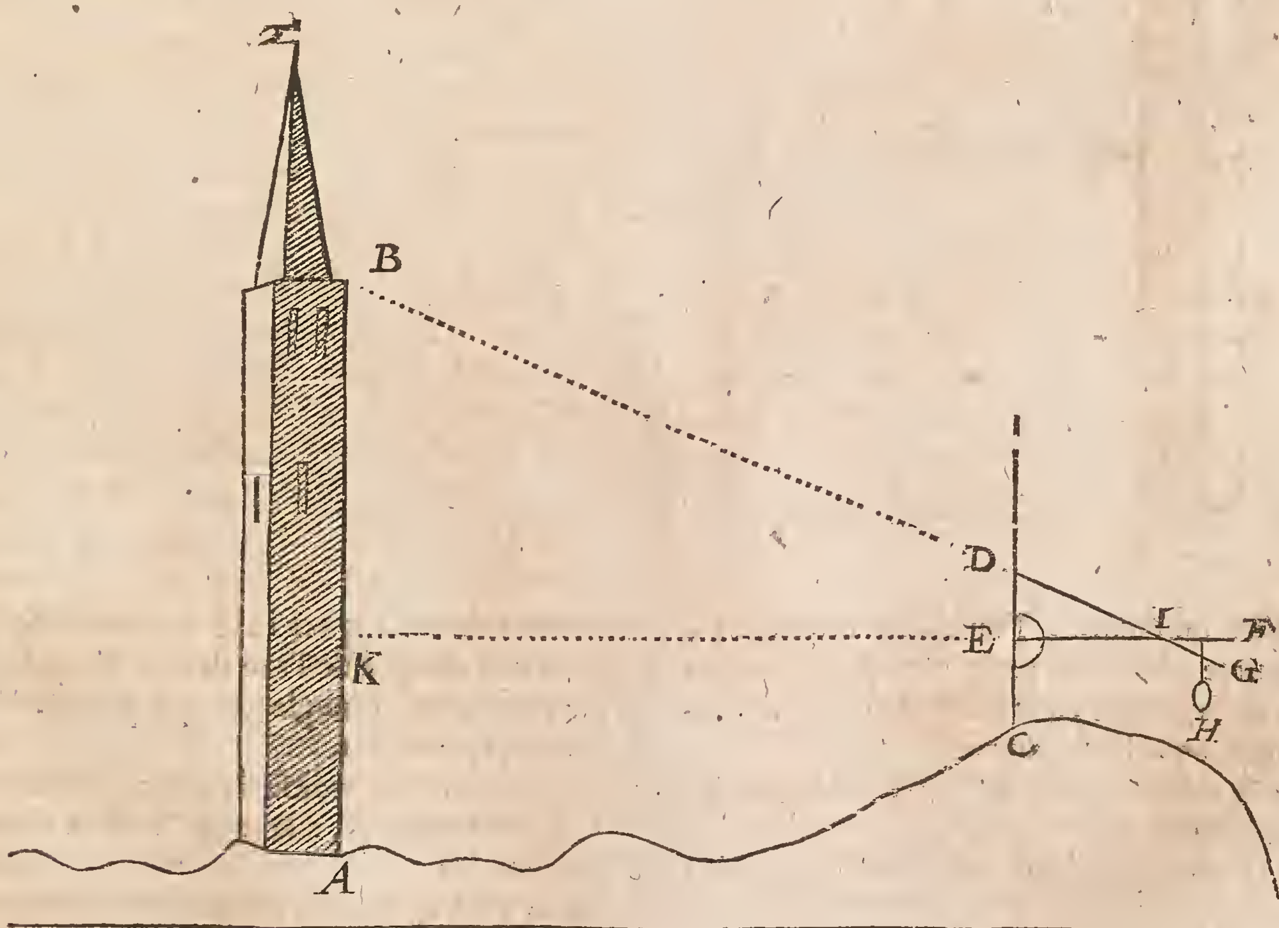
DEMONSTRATION.

Veu que AB & ED ſont toutes deux à angle droit ſur l'horizon, on les tient en tels exemples mechaniques pour paralleles (je dis en tels exemples mechaniques, car à proprement parler, & ſelon la maniere theorique, elles ne le ſont point, d'autant qu'eſtant aſſez produites, elles s'aſſemblent au centre de la terre, & s'approchent conſequemment plus pres en bas qu'en haut) parquoy le triangle D E I eſt ſemblable au triangle B A I: & par conſequent comme I E 1100 ◎, à E D 800 ◎, ainſi I A 275 pieds, à AB 200 pieds; AB doncques fait 200 pieds.



NOTEZ I.

Si on vouloit ſçavoir de combien le poinct B eſt plus haut que le poinct I; On mettra la verge dextre à angle droit ſur la baſe, & le poinct qu'on voit convenir alors en la ligne AB par les viſieres de la verge E F, ce que je prens eſtre K, eſt en la meſme hauteur de E: Parquoy ayant trouvé ſelon la doctrine du premier exemple, la longueur K B, comme la figure d'iceluy le monſtre, on parvient au requis.



Notez II.

Mais pour trouver la profondeur K A, on menera la verge droit en haut, la mettant à angle droit ſur la baſe, & puis en faiſant ſelon la precedente doctrine, & comme la figure ſuivante le demonſtre encores plus apertement, on parvient au requis.

Notez III.

Nous avons dit cy-devant, que quand la longueur entre le Meſureur & la hauteur meſurable, ne ſe peut meſurer par meſure y appliquée, à cauſe de quelque empeſchement qui eſt entre deux, qu'on la trouvera par une ſeconde ſtation ſelon la doctrine de la 2 propoſition, laquelle ſeconde ſtation il faudroit prendre de coſté ſeneſtre ou dextre : Toutesfois veu qu'il y a une autre maniere plus aiſée pour meſurer la hauteur par deux ſtations, qui ſont en meſme plan avec la longueur meſurable, nous la declarerons.

Le donné. Soit encore à telle fin A B une hauteur inacceſſible à angle droit ſur l'horizon.

Le requis. On veut ſçavoir de combien de pieds A B eſt long.

Constrvction.

Je mets la baſe C D tout droit debout, & la verge dextre D E là deſſus à angle droit comme devant, apres l'axe ſeneſtre C ſi haut & ſi eloigné de l'axe dextre D, que j'aye un grand triangle, ce qui peut advenir, je prens, ſur 550 ◎.

Puis apres ayant regardé ſur la verge ſeneſtre C F, le ſommet A, elle coupe D E en G, je prens, ſur 1000 ◎.

Je viens puis apres à la deuxieſme ſtation, que je prens en telle ſorte, qu'elle ſoit avec la premiere & la hauteur meſurable en un meſme plan ou rayon viſuel, tellement auſſi que la verge dextre vienne en

la meſ-

la mesme hauteur comme devant, & laissant les deux poles l'une de l'autre en la mesme longueur de 550 ◎, premier en l'ordre, je voy autrefois le sommet A sur la verge senestre H I, laquelle coupe alors la verge dextre en K, je prens, sur 560 ◎.
Iceux soustraicts de 1000 ◎, deuxiesme en l'ordre, reste 440 ◎.
Je mesure puis apres la longueur entre les deux stations G K, la trouvant, je prens, de 40 pieds.
Je dis puis apres 440 ◎, quatriesme en l'ordre, donne C D 550 ◎ premier en l'ordre, combien G K 40 pieds, cinquiesme en l'ordre? vient A L 50 pieds.
Et y adjoustant la hauteur G M, egale à L B, faisant, je prens, 5 pieds.
Vient pour la hauteur requise A B 55 pieds.

Preparation. Soit tiré H N sur les susdits 1000 ◎ de la verge dextre, qui est parallele avec C G, ou avec A G, & soit O le pole de la verge dextre de la deuxiesme station.

DEMONSTRATION.

Veu que H N est parallele avec A G par la preparation, & H K en A K, le petit triangle H K N est semblable au grand A K G, & consequemment (veu que H O est aussi parallele avec A L) l'entier petit triangle H O N, semblable avec le grand entier A L G, dont les lignes K N, H O, estant avec K G, A L homologues, K N 440 ◎ a telle raison à H O 550 ◎, comme K G 40 pieds à A L 50 pieds : A L doncques fait 50 pieds, qui avec les 5 L B font 55 pieds pour A B.

NOTEZ.

La raison pourquoy on ne peut trouver selon ceste plus courte maniere d'operation les longueurs horizontales, comme celles de la 2 proposition, est que la hauteur requise, comme A B, est icy tousiours parallele avec la base du triquetre; car elles sont toutes deux à angle droit sur l'horizon : Mais en la longueur horizontale, la longueur mesurable n'est que parallele avec la base par accident, dont le Mesureur n'a ny cognoissance ny certitude, si ce n'estoit que le lieu permist de faire ce que nous dirons maintenant: Soyent A, P deux marques sur la campagne, & posé le cas que le lieu me permette de pouvoir venir au rayon de A P, comme au lieu de L: Ce qui estant ainsi, on prendra au rayon L E à angle droit sur A L, deux stations, comme au lieu de G & K, appliquant le triquetre comme il y est, à sçavoir avec la base vers le mesurable, & à angle droit sur L E, le reste comme dessus; car comme ceste figure marquée sur du papier, soit qu'elle se tienne debout, ou qu'elle gise plate sur l'horizon, a tout une mesme raison; ainsi le plan dedans lequel s'imagine la mesure sur la campagne, s'il vient à angle droit sur l'horizon, ou non, a les mesmes speculations.

Notez qu'encore bien qu'il soit libre de prendre la deuxiesme station plus pres ou plus loing du mesurable que la premiere; toutesfois il est meilleur de prendre icelle deuxiesme station plus pres, comme il a esté fait dessus, à cause qu'ainsi en la premiere station on peut prendre le plus grand triangle qui peut venir sur le triquetre, ce qui autrement ne viendroit pas ainsi.

S'il y avoit une hauteur à mesurer, dont le poinct inferieur fust plus haut que la veuë du Mesureur, comme je prens la hauteur A P, on trouveroit premierement la hauteur A L, comme dessus, puis apres de mesme façon P L, laquelle soustraite de A L, reste la requise A P: Par le contraire d'iceluy se peut aussi entendre comment on fera quand le plus haut poinct de la longueur mesurable est plus bas que la veuë du Mesureur.

2 Exemple par computation des triangles plats.

Soit encore icy requise la hauteur K B de la figure en la premiere note: à ceste fin on mesure avec quelque instrument commode à cela l'angle B I K, apres l'angle B K I est droit, & le costé I K mesuré: Tellement que le triangle B K I a trois termes cognus, avec iceux cerché la requise B K, elle se trouve par la 4 proposition des triangles plats.

Et comme on a trouvé icy, par computation des triangles plats, la hauteur B K, ainsi il est notoire comment se trouvera la profondeur K A en la deuxiesme note.

Mais ceste profondeur K A de la deuxiesme note adjoustée à la hauteur K B de la premiere note, il est notoire comment on trouve par computation des triangles plats la hauteur A B de la premiere figure du premier exemple.

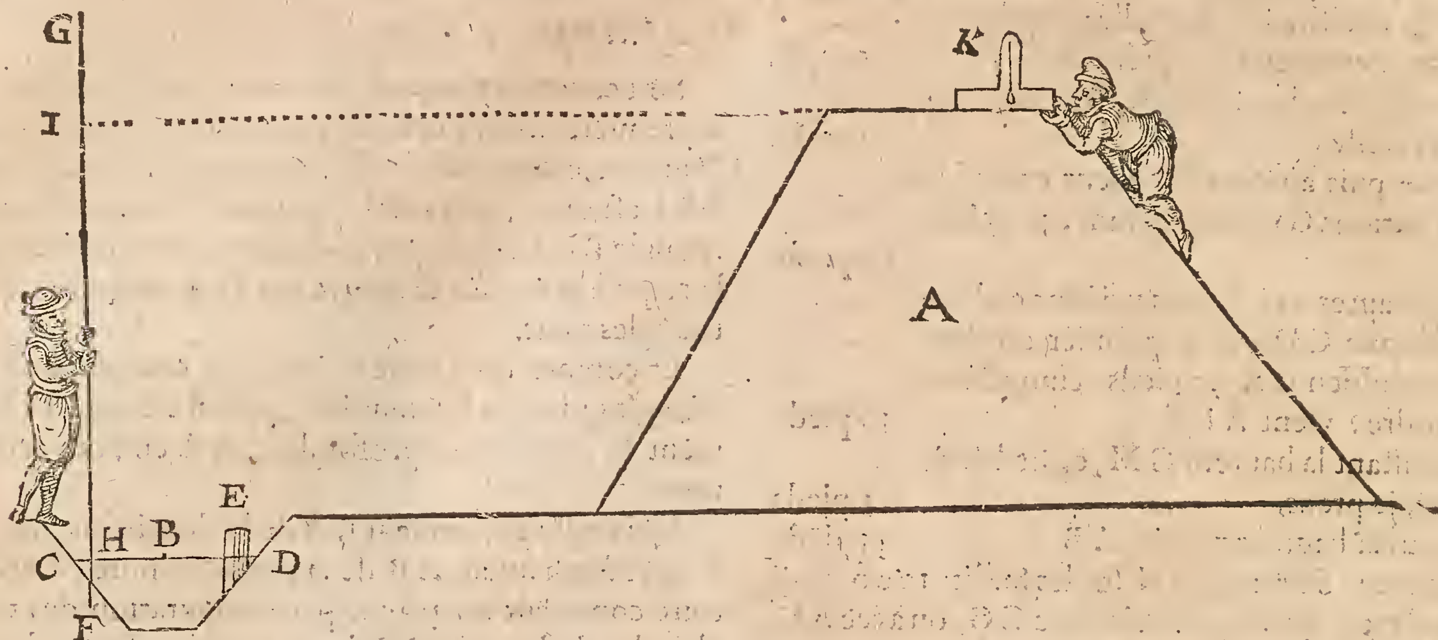
Pour avoir maintenant, par computation des triangles plats, la hauteur L A en la figure de la troisiesme note, à iceux sont trouvez deux angles A G K, A K G, du triangle A K G, estant complement de demicercle de l'angle trouvé A K L, & le costé G K est mesuré actuellement; de sorte que le triangle A K G a trois termes cognus, avec lesquels cerché la ligne A K, elle se trouve par la 4 proposition des triangles plats: Icelle estant trouvée, le triangle A K L a trois termes cognus, à sçavoir joignant le costé A K, encores l'angle A K L, & l'angle droit A K L, avec iceux cerché le costé requis L A, il se trouve par la 3 proposition des triangles plats.

3 Exemple de la maniere usitée pour mesurer les digues & remparts.

Il advient souvent aux païs diguez, & aussi en des forts, qu'il est necessaire de sçavoir la hauteur des digues, remparts, & boullevards, tant en la continuelle reparation, qu'en l'approbation quand ils sont nouvellement faits. Or puis que nous traitons icy de la mesure des hauteurs, nous declarerons aussi la maniere dont on se sert en Hollande, à cause qu'elle contient quelque commodité & facilité. Soit à icelle fin A, une digue ou rempart, B le fossé, C D la superieure superfice de l'eau du fossé, E un pieu, sur lequel on compte la hauteur de la digue, estant, je prens, un pied hors de l'eau lors qu'on veut mesurer la hauteur de la digue: Et faut que la digue soit par tout haute, je prens, de 15 pieds au dessus du susdit pieu.

Or pour mesurer ceste hauteur commodement, on prend un long baston comme F G, mettant une marque H pres du bout d'enbas environ un pied ou demi pied dessus F, puis apres on mesure de H jusques à I 16 pieds (à sçavoir 15 pour la hauteur de la digue, & un pied que le pieu est hors de l'eau) coupant en I une crenne, & mettant quelque marque visible là dessus comme un mouchoir entortillé, attaché en forme d'anneau qu'on peut hausser & baisser: Apres quelqu'un met ce baston F G au bord du fossé aussi avant en terre, que la marque H touche l'eau: Puis apres il y a une autre personne sur la digue avec le triquetre K, dont la verge dextre est fichée à angle droit sur la base contre le demicercle, & par l'aide d'un perpendicle il le met à angle droit sur l'horizon, puis apres il voit au long des visieres de la base, s'il voit convenir avec cela la marque I,

que I, la digue a en iceluy endroit sa deuë hauteur: Mais si elle y estoit plus basse, & qu'on voulut sçavoir de combien, alors l'autre personne remuë la marque I plus bas & plus haut jusques à ce qu'elle accorde avec le rayon, & d'autant qu'on voit alors la marque I baissée, il faut que la digue en cest endroit soit haussée d'autant.



Or doncques veu que l'eau d'iceluy fossé est egalement haute par tout, (si ce n'est lors qu'il fait fort grand vent, ce qu'il faut bien considerer en tel affaire) on trouve par ce moyen en tous lieux avec peu de peine grande certitude, & bien commodement la deuë hauteur de la digue pour l'entretenir.

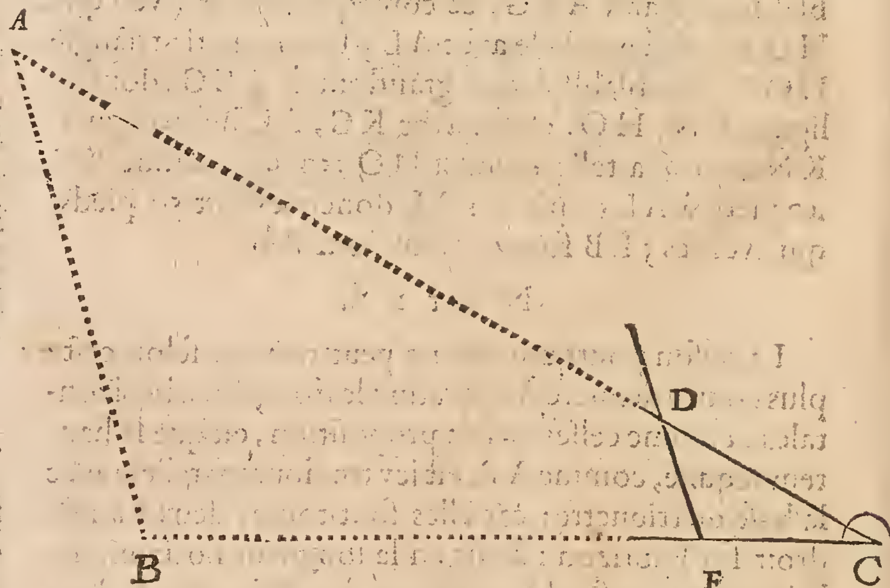
Notez encores qu'au lieu du triquetre que nous avons mis par exemple, on se sert ordinairement d'un esquierre à plomb, ou autrement d'un cercle pendant avec la regle fiduciale mise parallele de l'horizon, par lequel la maniere de l'operation est tout de mesme: mais il faut icy encor noter, que la hauteur de l'œil jusques à la digue doit estre soustraite de la mesure trouvée.

Il est aussi en usage de prendre la hauteur I sans aucun instrument, à sçavoir qu'au long du sommet de la digue on voit convenir ceste marque I avecques l'apparente conjonction du ciel & de la terre, ce qu'on appelle en ce païs la marque celeste; il faut sçavoir toutesfois qu'on ne se sert de telle marque celeste, que là où la terre d'alentour, aussi loing que la veuë s'estend, est du tout platte, ou bien de l'eau, sans montagnes, arbres, ou elevation, en quoy pour des raisons cognuës la regle n'auroit point lieu.

Mais Son Excellence voulant voir si en ceste maniere il y a parfaite certitude, pour recercher telle chose, il l'esprouva par plusieurs exemples: Mais veu que ces exemples semblent plus proprement membres de la Geographie, ils sont appliquez en la Geographie, là où il appert qu'en des grandes hauteurs, & lieux fort esloignez, il y a grande difference entre la mesure par la susdite marque celeste, & l'autre maniere.

4 *Exemple de la mesure des hauteurs à angle oblique sur l'horizon.*

Les exemples de la 2 proposition ont esté des longueurs mesurables horizontales, & de ceste 3 proposition jusques icy des hauteurs à angle droit sur l'horizon: Mais pour parler aussi de celles qui sont à angle oblique sur l'horizon, il faut sçavoir que la maniere de les mesurer est semblable à celle des longueurs horizontales du 1 exemple; car le plan tendant par les trois poincts (à sçavoir des deux stations & le mesurable) s'il est parallele de l'horizon ou non, cela ne cause point de changement en la mesure: Toutesfois afin d'en dire quelque chose par exemple, soit A B une longueur à angle oblique sur l'horizon ainsi qu'il advient.



Pour la cognoistre, soit C la premiere station, & par quelque autre deuxiesme station C B se trouve long, par exemple, de 180 pieds, C A de 240 pieds. Je prens puis apres l'angle A C B entre la verge dextre C D & la base C F, apres je prens l'extremité de la verge dextre, sur quoy la verge senestre peut commodement faire un triangle, ce qui vient, par exemple, sur D de la verge dextre, tellement que C D fait 120 ◎. Puis apres je dis, C A 240 pieds, donnent C B 180 pieds, combien C D 120? vient 90 ◎: Parquoy prenant sur la base 90 ◎, comme de C jusques à F, & sur le mesme poinct F appliqué l'axe senestre, & la verge senestre apportée de F jusques à D, alors F D se trouve long, je prens, de 60 ◎: Maintenant je dis C F 90 ◎, donnent F D 60 ◎, combien C B 180 pieds? vient pour la requise A B 120 pieds: Ou autrement on pourroit dire C D 120 ◎, donnent D F 60 ◎, combien C A 240 pieds? vient pour A B, comme dessus, 120 pieds: Dont la demonstration est manifeste, car veu qu'il faut que F D soit parallele avec B A, le triangle D F C est semblable avec A B C, & leurs costez homologues sont proportionaux.

Conclusion. Nous avons doncques mesuré par rayons visuels des hauteurs & profondeurs inaccessibles, selon le requis.

S'EN-

S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR D'AUTRES LIGNES COGNUES.

Veu qu'au livre des triangles plats est declarée la regle generale de l'invention de trois termes incognus d'un plan rectiligne par les autres cognus, nous ne descrivons point icy d'exemples de lignes, qui selon ceste maniere se trouvent par d'autres lignes & angles donnez. Mais veu qu'en la mesure par deux stations, nous rencontrons six certaines lignes, dont par cinq cognuës on trouve la sixiesme incognuë, nous en parlerons en la 5 proposition, descrivant premierement la 4 proposition traitant de l'invention de la perpendiculaire, & de leurs deux bases de perpendiculaire, car combien que cela mesme soit comprins en partie en la 8 proposition des triangles plats; toutesfois puis que la perpendiculaire se tire là par regle generale tousiours sur le plus long costé, & qu'icy elle se peut rencontrer tombant sur les autres costez, nous en descrirons la 4 proposition suivante.

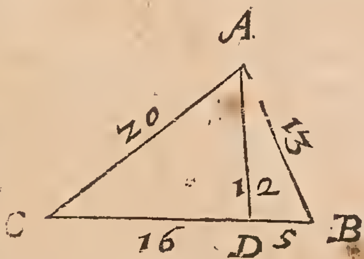
Notez encor que les operations suivantes la 5 proposition different des operations par triangles plats en cela, qu'elles peuvent en leurs solutions estre entierement accomplies par nombres radicaux, ce qui aux autres n'advient pas ordinairement ainsi.

PROPOSITION IV.

Par les trois costez cognus d'un triangle, trouver les deux bases de perpendiculaire, & la perpendiculaire.

1 *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle dont le costé A B fait 13, B C 21, A C 20, auquel est tirée la perpendiculaire A D, tombant dedans le triangle sur la base B C, la divisant aux bases de perpendiculaire D C, D B, lesquelles nous appellons bases de perpendiculaire, d'autant que ce sont deux bases sur lesquelles repose la perpendiculaire : *Euclide* en la 12 & 13 proposition de son deuxiesme livre, ne leur donne pas de propre nom defini, mais quelques autres les ont appellé en Latin *casus*.



Le requis. Il faut trouver combien font les bases de perpendiculaire D B, D C, ensemble la perpendiculaire A D.

CONSTRUCTION.

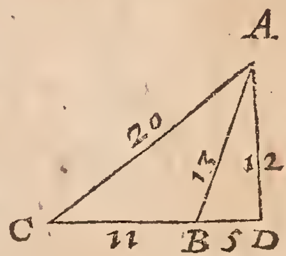
Le quarré de la base C B 21 est	441.
Adiousté le quarré du costé dextre AB 13 faisant	169.
Font ensemble	610.
D'iceux soustrait le quarré du costé senestre A C 20 faisant	400.
Reste	210.
La moitié	105.
Iceux divisés par C B 21, vient pour la base de perpendiculaire dextre requise D B	5.
Iceux soustraits de C B 21, reste pour la base de perpendiculaire senestre requise D C	12.
Mais puis que A D C est un triangle rectangle, dont les deux costez A C, C D sont cognus, le troisiesme costé A D, qui est la perpendiculaire requise, se cognoit par la 47 proposition du premier livre *d'Euclide*, laquelle sera	12.

DEMONSTRATION.

Les deux quarrez A B, B C sont ensemble autant plus grands que le quarré de A C, comme deux fois le rectangle comprins sous C B & B D, par la 13 proposition du deuxiesme livre *d'Euclide*. Mais iceux deux quarrez sont ensemble 210 plus grands que le quarré de A C, comme il appert au cinquiesme en l'ordre; pourtant deux rectangles comprins sous C B & B D font ensemble 210, & consequemment un angle droit comprins sous C B & B D fait la moitié de 210, qui est 105 : Mais l'un costé d'iceluy angle droit, comme B C, est cognu, faisant 21; parquoy divisé 105 par 21, le quotient 5 est pour l'autre costé B D. Le reste de l'operation est manifeste.

2 *Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle dont le costé A B fait 13, B C 11, A C 20, là où est tirée la perpendiculaire A D tombant hors le triangle sur la produite C B, faisant deux bases de perpendiculaire D C, D B.



Le requis. Il faut trouver combien font les deux bases de perpendiculaire D C, D B, ensemble la perpendiculaire A D.

CONSTRUCTION.

Le quarré de la base C B 11 est	121.
Adiousté le quarré du plus petit costé des autres deux, comme A B 13, faisant	169.
Font ensemble	290.
Iceux soustraits du quarré du plus grand costé A C 20 faisant	400.
Reste	110.
La moitié	55.
Iceux divisez par la base C B 11, vient pour la plus petite base de la perpendiculaire requise B D	5.
Iceux adioustez à C B 11, vient pour la plus grande base de la perpendiculaire requise D C	16.
Mais puis que A D C est un triangle rectangle, dont les deux costez A C, C D sont cognus le troisiesme costé A D, qui est la perpendiculaire requise, se cognoist par la 47 proposition du premier livre *d'Euclide*, laquelle fera	12.

DEMONSTRATION.

Le quarré de A B avec le quarré de B C est autant plus petit que le quarré de A C, comme deux fois le rectangle comprins sous C B & B D par la 12 proposition du deuxiesme livre *d'Euclide*. Mais iceux deux quarrez sont ensemble 110 plus petits que le quarré de A C, comme il appert au cinquiesme en l'ordre; parquoy deux rectangles, chacun comprins sous C B & B D font 110, & consequemment un rectangle comprins sous C B & B D fait la moitié de 110, qui est 55 : Mais l'un costé d'iceluy rectangle, comme B C, est cognu, faisant 11; parquoy divisé 55 par 11, le quotient 5 est pour l'autre costé B D. Le reste de l'operation est manifeste.

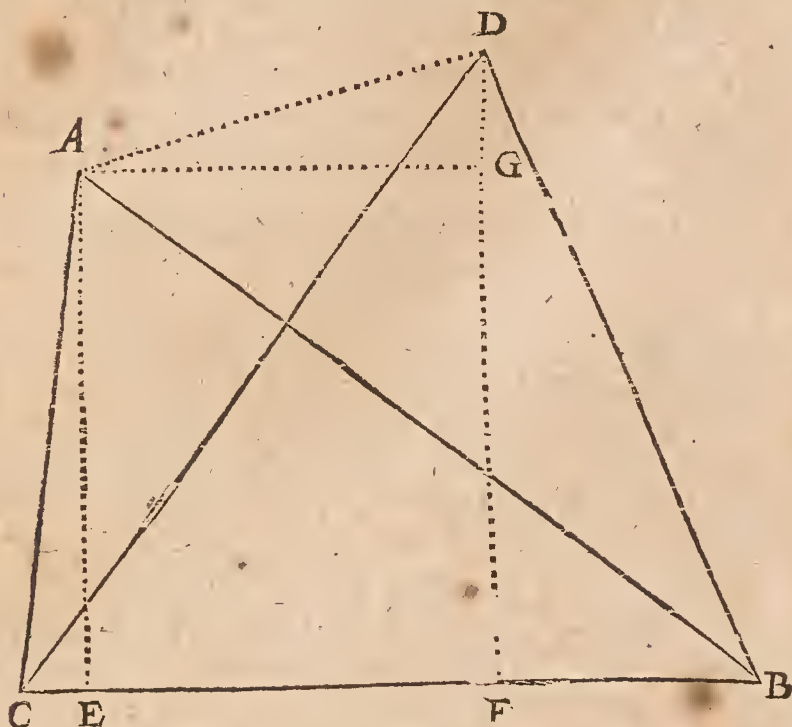
Conclusion. Nous avons doncques par les trois costez cognus d'un triangle, trouvé les deux bases de perpendiculaire, & la perpendiculaire, selon le requis.

PRO-

PROPOSITION V.

Estant cognuës les cinq lignes tombantes en la mesure des distances de deux poincts par deux stations : Trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables.

Le donné. Soit A l'un poinct mesurable, B & C deux stations, D l'autre poinct mesurable, & leurs cinq lignes, comme des deux triangles A B C, D B C, sur une mesme base commune B C sont cognuës, à sçavoir B C



mesurée actuellement avec mesure y appliquée, & trouvée de 1400 ; les autres quatre ont esté cognuës par l'operation du triquetre, ou autre instrument mechanique, à sçavoir A B 1615, A C 975, D C 1500, D B 1300.

Le requis. Il faut trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables A, D.

Preparation. Soit tiré A B à angle droit sur D F.

CONSTRVCTION.

Veu que les trois costez du triangle A B C me sont cognus par le donné, je cerche avec iceux la base de perpendiculaire E B, & la perpendiculaire A E, se trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire E B de 1292.

Et la perpẽdiculaire A E, ce qui est aussi pour E F de 969.

Derechef veu que les trois costez du triangle D B C me sont cognus par le donné, je cerche avec iceux la base de perpendiculaire F B, & la perpendiculaire D F, que je trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire F B, de 500.

Et la perpendiculaire D F de 1200.

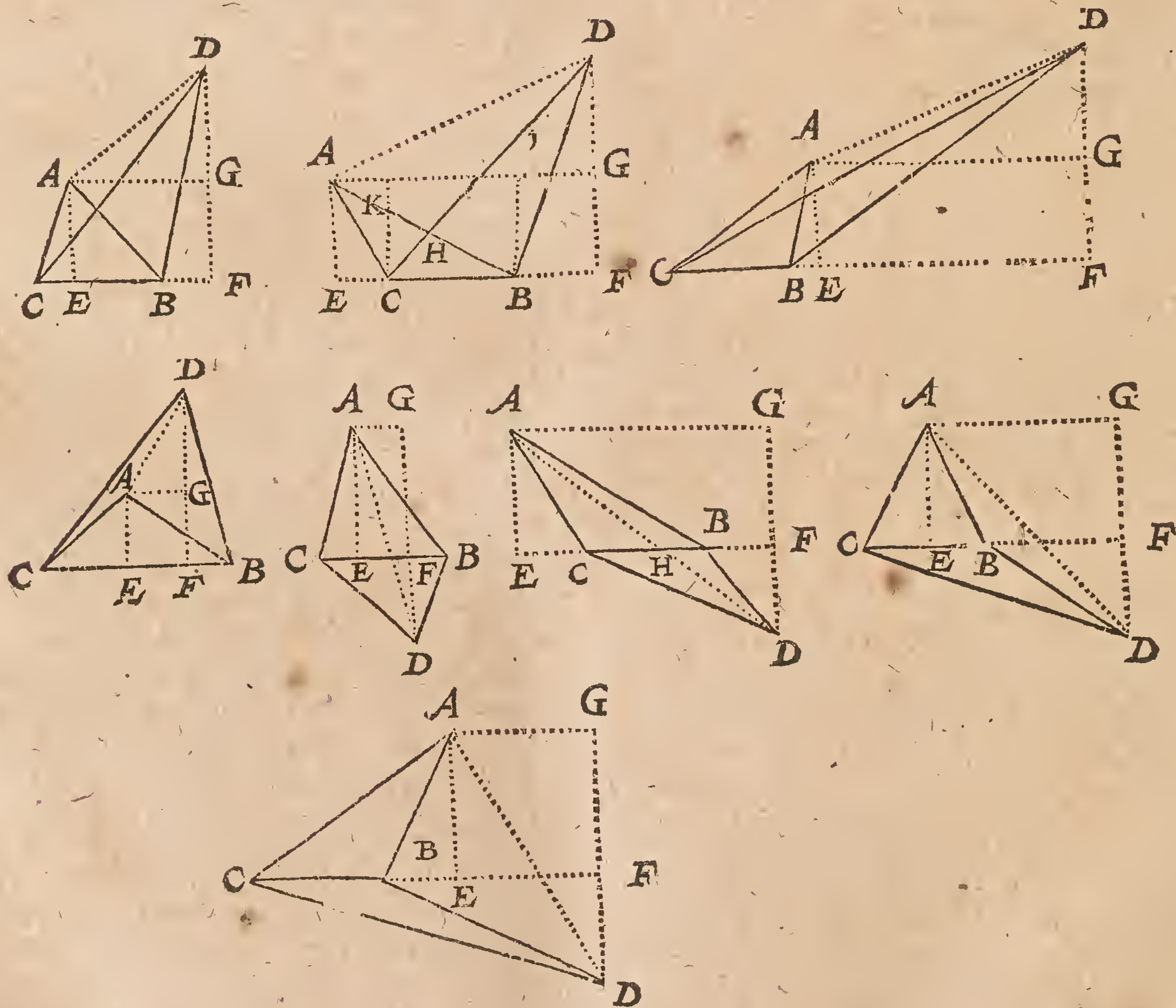
F B 500 troisiesme en l'ordre, soustrait de E B 1292 premier en l'ordre, reste pour E F, ce qui est aussi pour A G 792.

F G 969 deuxiesme en l'ordre, soustrait de D F 1200 quatriesme en l'ordre, reste pour D G 231.

A G C est un triangle droit en G, avec deux costez cognus, à sçavoir A G 792 cinquiésme en l'ordre, & D G 231 sixiesme en l'ordre, avec iceux je cerche l'hypothenuse A D, adjoustant les deux quarrez de A G, D G, & tirant hors de la somme la racine quarrée, vient pour la longueur requise A D 825.

CONSEQUENCE I.

Par ce que nous avons dit icy, est aussi manifeste, que si les deux perpendiculaires A E, D F tomboyent selon



quelqu'une des manieres marquées cy-dessus, que la ligne A D devient cognuë par tout, & cela selon la precedente maniere d'operation, moyennant qu'on adjouste & soustraye par tout comme il appartient.

CON-

CONSEQVENCE II.

Par le precedent est manifeste que si toutes les lignes de ceste figure ABCDEFGH estoient cognuës, que par là se cognoistroient les lignes qui ne sont pas marquées; comme B C, C D, D F, F G, G H, H B : car prenant A E comme base, sur laquelle viennét les deux triangles A B E, A C E, on trouve B C, & aussi les lignes de chacun des poincts B, C, D, F, G, H, à tous les autres. Semblablement prenant A E pour base, sur laquelle viennent les deux triangles A B E, A D E, on trouve B D, & ainsi avec les autres. Par cecy est notoire que si les poincts B, C, D, F, G, H, signifioient des villes, villages, ou tours, qui par les deux stations A, E auroient esté transportés de la campagne & descrits en façon de carte sur du papier, comment on trouveroit par nombres la longueur de l'un à l'autre.

CONSEQVENCE III.

Il appert aussi, comment en tout quadrangle avec quatre costez cognus, & avec deux lignes entre les angles opposites, dont l'une est cognuë, on trouvera où icelles deux lignes s'entrecoupent. Soit par exemple ABCD la cinquiesme ou sixiesme figure de la premiere consequence, je prens la sixiesme figure, un quadrangle avec des costez cognus, dont les deux lignes entre les angles opposites sont AD, CB s'entrecoupâtes en H, desquelles lignes CB est cognuë: On demãde où tombe le poinct H, à sçavoir de quelle longueur est H D, H A, H B, H C? Pour y parvenir on peut proceder ainsi: A D se trouve comme dessus, apres veu que le triangle D G A est semblable au triangle D F H, je dis, le nombre de D G, donne le nombre de D A, que donne le nombre de D F? vient le nombre de la requise H D: Iceluy soustrait de la cognuë D A, reste la requise H A: Apres je dis, le nombre de D G, donne le nombre de G A, que donne le nombre de D F? vient le nombre de F H : d'iceluy soustrait le nombre de B F, reste le nombre de la requise H B : Iceluy soustrait du nombre de C B, reste la requise H C.

Pour trouver où s'entrecoupent deux lignes, comme A B, C D, de quelqu'une des trois premieres figures de la premiere consequence, je prens de la deuxiesme figure au poinct H, à sçavoir de quelle longueur sont H C, H D, H B, H A : Je tire les deux lignes B I, C K, à angle droit sur E F : disant puis apres, la cognuë C F, donne la cognuë F D, combien C B? & viént B I cognuë. Semblablement la cognuë B E, donne la cognuë E A, combien B C? & vient C K cognuë. Apres veu qu'icelle C K est parallele avec I B, le triangle K H C est semblable au triangle B H I, & leurs costez homologues proportionaux : Parquoy comme K C à I B, ainsi C H à H I, & K H à H B. Cecy estant ainsi, je divise le nombre de C I en deux parties en telle raison l'un à l'autre, comme le moindre nombre de K C, au plus grand I B, & la moindre partie de C I est pour la partie H C requise vers le plus petit costé K C.

Iceluy nombre de H C soustrait de la cognuë C D, reste le nombre de la requise H D.

Semblablement je divise le nombre de B K en deux parties, en telle raison l'un à l'autre comme le plus grand nombre de I B, au plus petit K C, & la plus grande partie de B K, est pour la partie H B requise vers le plus grand costé I B.

NOTEZ.

Veu que la cognoissance de quelques qualitez de la hache, nous conduisent aussi à quelques regles generales, par lesquelles se cognoissent quelques autres lignes, nous en parlerons à la proposition suivante; declarant premierement qu'on nomme icy hache ce que les Latins appellent *mensa*; pource que le quadrangle avec deux costez paralleles & deux costez non paralleles (considerant les haches & tables comme elles se font à present) ressemble mieux une hache qu'une table.

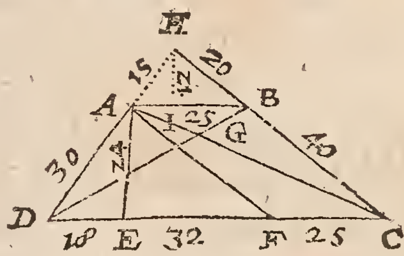
PROPOSITION VI.

Estant donnée une hache avec quatre costez cognus: Trouver sa perpendiculaire de l'un des paralleles sur l'autre.

Le donné. Soit A B C D une hache, dont A B 25, B C 40, C D 75, D A 30, & la perpendiculaire de A B sur sa parallele D C soit A E.

Le requis. Il faut trouver la longueur de A E.

CONSTRVCTION.



Je tire A F parallele avec B C, tellement que F C estant egale avec A B fait 25, iceux soustraits de D C 75, reste pour D F 50: Apres, A F estãt egale avec B C 40, il faut qu'elle face aussi 40 : Le triangle donc A D F a trois costez cognus, dont la requise perpendiculaire A E se trouve par la 4 proposition de 24 : Dont la demonstration est assez manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant doncques donnée une hache avec quatre costez cognus, nous avons trouvé sa perpendiculaire de l'un des paralleles sur l'autre, selon le requis.

CONSEQVENCE I.

Il est notoire comment on trouvera les lignes entre les angles opposites comme AC, BD, car estans cognus les deux costez A D 30, & A E 24 du triangle rectangle A E D, s'ensuit que D E fait 18, iceux soustraits de D C 75, reste pour E C 57 : Or donc estant cognu A E 24, & E C 57 du triangle rectangle A E C, la requise A C devient cognuë, & se trouve longue de $\surd$ 3825, ou 6185 (2). Et se trouve par mesme raison la ligne B D de l'autre costé.

CONSEQVENCE II.

On peut sçavoir aisement où tombe la commune section G des deux lignes A C, B D, parce que comme la cognuë A B, à la cognuë D C, ainsi A G, à G C, & B G, à G D; d'autant que ce sont costez homologues de deux triangles semblables A G B, C G D.

CONSEQVENCE III.

Si on produit D A, C B, jusques à ce qu'elles s'assemblent en H, elles font sur la base AB un triangle H A B, lequel avec le trapeze ABCD faisant un triangle HDC, auquel nous donnons un nom propre, pour ce qui en sera dit cy-apres, l'appellant triangle de complement de la hache, ce qui vaut autant qu'accomplissement de ce qui manque pour reduire la hache à un triangle. Les costez H A, H B, & perpendiculaire H I d'iceluy triangle de complement se trouvent ainsi : Veu que A D F, H A B sont deux triangles semblables, & que pourtant

ils ont leurs costez homologues proportionaux : Je dis, D F 50, donne A D 30, combien A B 25? vient pour H I 15. Derechef D F 50, donne A F 40, combien A B 25? vient pour H B 20. Finalement D F 50, donne A E 24, combien A B 25? vient pour H I 12.

Proposition VII.

Estant cognu le costé d'un plan regulier : Trouver la ligne du centre à un angle.

Notez.

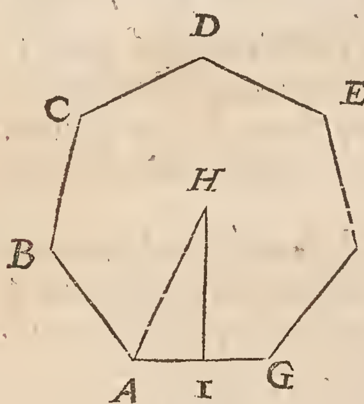
Il y a bien des solutions parfaites sans avoir recours à la construction des tables des sinus, & cela pour aucunes circonferences regulieres, comme du triangle, quadrangle, & pentagone, avec toutes cordes qui proviennent de leur addition, soustraction, mediation & duplication. Mais puis que nous en avons proprement traicté ailleurs, à sçavoir en la fabrique d'icelles tables des sinus, nous ne parlerons pas icy de ceste matiere, ains nous descrirons seulement la regle generale de toutes figures regulieres, par l'aide des tables des sinus, comme s'ensuit.

Le donné. Soit A B C D E F G un polygone regulier, à sçavoir un heptagone, dont l'un costé, comme A G, fait 6, & la ligne du centre H jusques à un angle soit HA.

Le requis. On veut sçavoir combien fait H A.

Constrvction.

Si on descrivoit un cercle alentour de l'heptagone donné, AG sera trouvée la corde de l'arc de la septiesme partie de la circonference ; parquoy je divise 360 deg. par 7, & vient 51 deg. $25\frac{5}{7}$ ①, la moitié est 25 deg. $42\frac{6}{7}$ ①, dont le sinus (ayant le semidiametre 10000000) se trouve de 4338838, le double faisant 8677676 est pour A G; tellement que comme 8677676 au sinus entier 10000000, ainsi A G à A H. Parquoy je dis 8677676 donne 10000000, combien A H? vient pour la requise A H $6\frac{7933944}{8677676}$; dont la demonstration est manifeste par l'operation.



Conclusion. Estant donc cognu le costé d'un plan regulier, nous avons trouvé la ligne du centre à un angle, selon le requis.

Conseqvence I.

Par un chemin rebours au precedent il est manifeste comment par A H cognuë on trouvera A G.

Conseqvence II.

La perpendiculaire H I se cognoist aussi, & cela de deux façons : Premierement, d'autant que les deux costez A H, A I du triangle rectangle H I sont cognus. Secondement, par les tables des sinus, car estant A I sinus de 25 degr. $42\frac{6}{7}$ ①, H I est sinus de son arc de complement.

Les precedentes propositions ont esté des lignes droites, les suivantes seront de la circonference des cercles.

Proposition VIII.

Par le diametre du cercle cognu, trouver la circonference.

Le donné. Soit A B C D la circonference d'un cercle, dont le diametre A C fait 12.

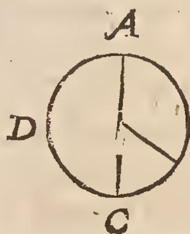
Le requis. Il faut trouver la circonference A B C D.

Notez.

Si on vouloit mesurer cest arc avec mesure y appliquée, on la pourroit prendre si petite que sa longueur comparée à l'arc accordant avec iceluy, n'ayt pas de difference visible. Or puis que ce n'est pas icy nostre dessein de mesurer ainsi, mais de trouver la longueur par lignes circonstantes, nous parlerons de ceste derniere maniere. Veu que la raison du diametre à la circonference n'est pas encore parfaitement trouvée, il se faut aider icy en la practique d'operation fondée sur imperfection. *Archimede* a prins ceste raison imparfaite de 7 à 22, & a demonstré que lors qu'on met 1 pour le diametre, que la circonference est plus courte que $3\frac{1}{7}$, mais plus longue que $3\frac{10}{71}$, qui est par rompus avec un mesme nominateur, plus court que $3\frac{71}{497}$, plus long que $3\frac{70}{497}$, ou plus court que $\frac{1562}{497}$, plus long que $\frac{1561}{497}$. Joignant cela, il y a pour ceux qui desirent une plus juste computation, un approchement infini, de sorte que la difference du vray sera moindre qu'aucun nombre defini, tant petit qu'il soit : Le tres-docte *Adrianus Romanus in Idea Mathematica* a calculé ceste raison ainsi : Faisant le diametre 10000000000000000, la circonference est plus courte que 31415926535897931, plus longue que 31415926535897930. Maistre *Ludolf* de Cologne comptant encores plus avant, a prins le diametre sur 100000000000000000000, & avec cela a trouvé la circonferéce plus courte que 314159265358979323847, & plus longue que 314159265358979323846, lesquels susdits comptes ils ont fait, sans les avoir pris l'un de l'autre. Mais puis que la raison de 7 à 22 est plus proche que l'autre de 497 à 1561, & assés pres à ce qui est requis en beaucoup d'affaires vulgaires qui se rencontrent en la practique, nous depescherons par icelle les exemples suivans à cause de briefveté : celuy qui demande une computation plus proche, peut suivre la raison plus exacte.

Constrvction.

7 donnent 22, combien A C 12? vient pour la circonference requise $37\frac{5}{7}$. La demonstration en est faite au livre de la dimension du cercle d'*Archimede*.



Conclusion. Nous avons doncques par le diametre du cercle cognu, trouvé la circonference, selon le requis.

Conseqvence I.

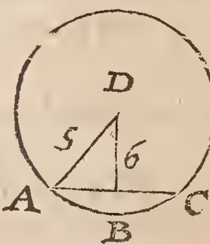
Par ceste 8 proposition il est manifeste que par raison reverse de la susdite, comme de 22 à 7, on peut par la circonference cognuë, trouver le diametre incognu.

Conseqvence II.

Il est aussi manifeste comment on trouvera une partie exprimée de la circonference. Comme par exemple soit A B un arc de 120 deg. pour trouver sa longueur je dis, 360 deg. donnent $37\frac{5}{7}$, combien 120 deg.? vient pour A B $12\frac{4}{7}$. Ou si on avoit dit que A B fait les $\frac{2}{3}$ du cercle, on prendroit alors les $\frac{2}{3}$ de $37\frac{5}{7}$.

Proposition IX.

Estant cognuë la corde d'un arc & le semidiametre de son cercle : Trouver iceluy arc.



Le donné. Soit A B C un arc dont la corde A C fait 6, & le semidiametre de son cercle A D 5.

Le requis. Il faut trouver la longueur de l'arc A B C.

Con-

CONSTRVCTION.

Faisant AD 5, l'entiere circonference, qui est 360 deg. fait par la 8 proposition de ce livre $31\frac{3}{7}$.
Maintenant il faut trouver quelle partie est l'arc ABC du cercle entier, à sçavoir combien de deg. comprend ABC. Or pour y parvenir je dis, AD 5, donne AC 6, combien le sinus entier 10000000? vient 12000000.
La moitié est 6000000.
Dont l'arc és tables 36 deg. 52 ①.
Le double pour ABC 73 deg. 44 ①.
Maintenant je dis, 360 deg. donne $31\frac{3}{7}$, premier en l'ordre, combien 73 deg. 44 ①, cinquiesme en l'ordre? vient pour l'arc requis ABC $6\frac{6608}{15120}$.
Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc cognuë la corde d'un arc, & le semidiametre de son cercle; nous avons trouvé iceluy arc, selon le requis.

CONSEQVENCE.

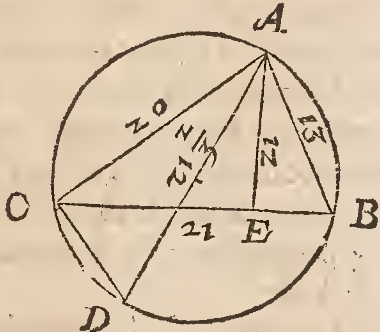
Il est manifeste par raison reverse comment avec l'arc cognu, & sa corde cognuë, on trouvera le semidiametre de leur cercle, comment aussi par l'arc cognu & le semidiametre de son cercle, on trouvera la corde.

PROPOSITION X.

Estans cognus les trois costez d'un triangle: Trouver le diametre de leur cercle circonscriptible.

Le donné. Soit ABC un triangle, dont le costé AB fait 13, AC 20, CB 21, & soit CABD le cercle circonscriptible, dont AD soit le diametre.

Le requis. Il faut trouver quelle longueur a AD.



CONSTRVCTION.

Je cerche par la 4 proposition de ce livre la perpendiculaire d'un angle à son costé opposite, ce qui soit AE sur CB, & la trouve de 12.
Puis apres je dis, la perpendiculaire AE 12, donne le costé dextre ou le costé senestre, soit le costé dextre AB 13, combien l'autre costé AC 20? vient pour le diametre requis $21\frac{2}{3}$.

DEMONSTRATION.

Veu que les deux angles ABC, ADC des deux triangles ABC, ADC, comprennent tous deux un mesme arc de la circonference AC, ils sont egaux. Apres, l'angle AEB est droit par la construction, & ACD aussi droit, comme estant au demicercle, & consequemment leurs troisiesmes angles sont aussi egaux; parquoy iceux deux triangles ABE, ADC sont semblables, & pource aussi leurs costez homologues proportionaux, à sçavoir comme AE à AB, ainsi AC à AD, sur quoy la susdite operation est clairement fondée.

Conclusion. Estans donc cognus les trois costez d'un triangle, nous avons trouvé le diametre de son cercle circonscriptible, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Par cecy est notoire comment on trouvera Arithmetiquement la longueur du semidiametre, pour en descrire un cercle tendant par trois poincts donnez n'estans point en ligne droite.

SECONDE PARTIE
DV SECOND LIVRE,
De la mesure des superfices.

Nostre mesurement proposé des superfices sera des plans qui sont rectilignes & curvilignes, comme cercles & ellipses, & puis apres des superfices spheriques.

PROPOSITION XI.

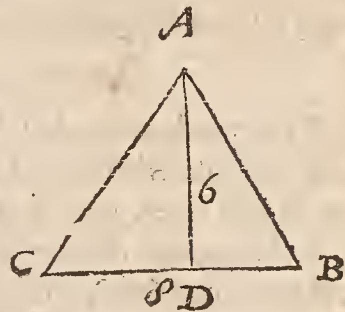
Mesurer un plan rectiligne donné.

1 Exemple de la maniere de mesurer un triangle.

Le donné. Soit ABC un triangle.
Le requis. Il faut trouver son contenu.

CONSTRVCTION.

Je mesure quelque costé comme BC, qui se trouve, je prens de 8, & tire AD perpendiculaire sur iceluy BC, que je trouve de 6, lesquels multipliez par 4, moitié de CB, vient pour le plan requis 24; dont la demonstration est manifeste par la 41 proposition du premier livre *d'Euclide*.

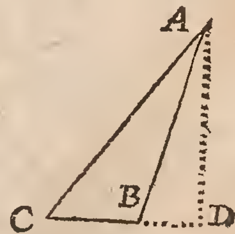


Mais qui voudroit avoir quelque certaine preuve de cecy, il pourroit tirer de l'angle B une perpendiculaire sur AC, la multipliant par la moitie de sa base AC; car ainsi on voit comment s'accordent les diverses operations.

NOTEZ.

Que nous avons cy-dessus multiplié la perpendiculaire AD avec la moitié de la base CB: Mais on peut aussi multiplier autrement la moitié de la perpendiculaire qui est 3, par l'entiere base 8, & vient aussi 24. Ou autrement dire 6 fois 8 sont 48, dont la moitié est comme devant 24. Et telle moitié se peut prendre plus commodement de deux lignes dont l'une a un nombre pair, pour eviter l'operation en rompus.

En cas que la perpendiculaire de l'angle vers la base tombast hors le triangle, alors on peut prendre la perpendiculaire de l'angle sur la base produite, la multipliant par la moitié de la base. Comme par exemple, ayant à mesurer le triangle ABC, dont la perpendiculaire de l'angle A sur la produite CB soit AD, la longueur d'icelle multipliée par la moitié de CB, donne le contenu du triangle ABC.



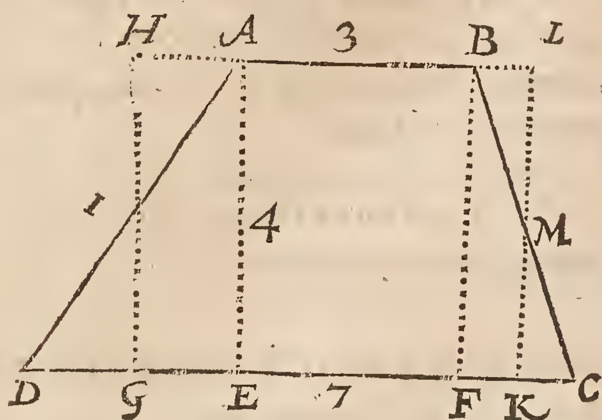
2 Exemple de la maniere de mesurer une hache.

Le donné. Soit ABCD une hache dont les deux costez paralleles sont AB, CD.

Le requis. Il faut trouver le contenu d'icelle.

CONSTRVCTION.

On pourroit partir la hache en deux triangles avec une ligne de A jusqu'à C, ou de B jusques à D, mesurant chacun d'iceux selon la maniere du premier exemple, & la somme de ces deux triangles seroit le requis : Mais veu qu'elle se peut mesurer par une voye plus courte, nous la declarerons comme s'ensuit : Je mesure les deux costez paralleles, & trouve A B, je prens, de 3, & C D de 7, lesquels font ensemble 10, dont la moitié 5 multipliée par la perpendiculaire A E faisant je prens 4, vient pour le plan requis de la hache A B C D 20.



Preparation. Soit tiré B F à angle droit sur D C, puis apres soit mis le poinct G au milieu de D E, & soit tirée G H egale & parallele avec E A, coupant A D en I, puis apres H A : Semblablement soit mis au milieu de F C le poinct K, & tirée K L egale & parallele avec F B, coupant B C en M, puis apres L B.

DEMONSTRATION.

Veu que le triangle I A H est egal au triangle I D G, & le triangle M B L egal au triangle M K C, le rectangle H L K G est egal à la hache A B C D, & H L est egale à la moitié des deux lignes D C, A B : Parquoy le rectangle comprins sous A E, ou sous H G, & la moitié des deux costez paralleles de la hache, est tousiours egal à la hache : Et pource le plan est ainsi trouvé en l'operation pour la grandeur requise de la hache A B C D.

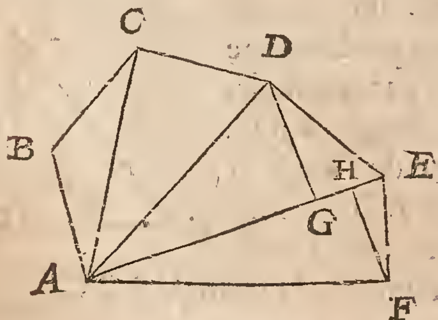
3 *Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne comme il advient, par division en triangles.*

Le donné. Soit A B C D E F un plan rectiligne, comme un hexagone, de telle forme qu'il advient.

Le requis. Il faut trouver son contenu.

CONSTRVCTION.

Je tire les trois lignes A C, A D, A E, partissantes l'hexagone en quatre triangles : Je mesure puis apres chaque triangle selon la doctrine du premier exemple, & la somme des quatre triangles est le requis. Notez encore que pour briefveté on peut assembler deux perpendiculaires qui tombent sur une mesme base, & en multiplier la moitié de la base. Comme par exemple, pour trouver par une multiplication les deux triangles ensemble A E D, A E F, je mesure la perpendiculaire D G, laquelle se trouve de 4, & F H de trois, lesquelles puis qu'elles tombent toutes deux sur une mesme base A E, je les assemble, & elles font 7, avec cela multipliée la moitié de la base A E, faisant je prens 5, vient pour le contenu des deux susdits triangles 35. Le mesme se peut faire avec les autres deux triangles, assemblant puis apres les deux quadrangles trouvez A D E F, A D C B ; dont la demonstration est manifeste.



4 *Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne par computation de triangles plats.*

Il advient en mesurant actuellement la terre, qu'on ne peut mesurer la longueur d'aucunes lignes necessaires à la computation, selon la maniere du 3 exemple, à cause d'empeschemens d'eau, maisons, ou choses semblables. Il arrive aussi que quelques autres lignes se peuvent bien mesurer, mais il faut que la construction soit depeschée par computation de triangles plats, dont nous parlerons maintenant, mettant un exemple, que SON EXCELLENCE a marqué, fort justement mesuré & compté, comme s'ensuit.

Le donné. Soit A B C D E un plan rectiligne, à sçavoir un pentagone de telle forme qu'il advient.

Le requis. Il faut trouver le contenu d'iceluy.

CONSTRVCTION.

Posé le cas qu'à cause de quelque empeschement sur terre on ne puisse mesurer les lignes interieures, comme A C, A D, avec les perpendiculaires y tombant dessus, mais bien les costez exterieurs, qui sont trouvez comme les nombres y appliquez le monstrent. Apres, supposant que de la marque A je puisse voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver là dessus les trois angles B A C, C A D, D A E, chacun de telle grandeur comme elle y est marquée : Cecy estant ainsi, l'Arpenteur peut compter le contenu de ce plan, sans en avoir autre cognoissance, de ceste façon ; Premierement, pour mesurer le plan du triangle A B C, je tire B F à angle droit sur A C, & j'ay au triangle A B F trois termes cognus ; à sçavoir l'angle F A B 47 deg. l'angle B F A droit, & le costé A B de 954②.

Avec cecy cerché le costé B F, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats de 698②.

Et F A de 650②.

Cecy estant ainsi, le triangle B F C a trois termes cognus, à sçavoir B C 97①, B F 698②, & l'angle B F C droit : avec iceux cerché le costé F C, se trouve par la 5 proposition des triangles plats de 674②.

A iceux adjousté 650② deuxiesme en l'ordre, vient pour A C 1324②.

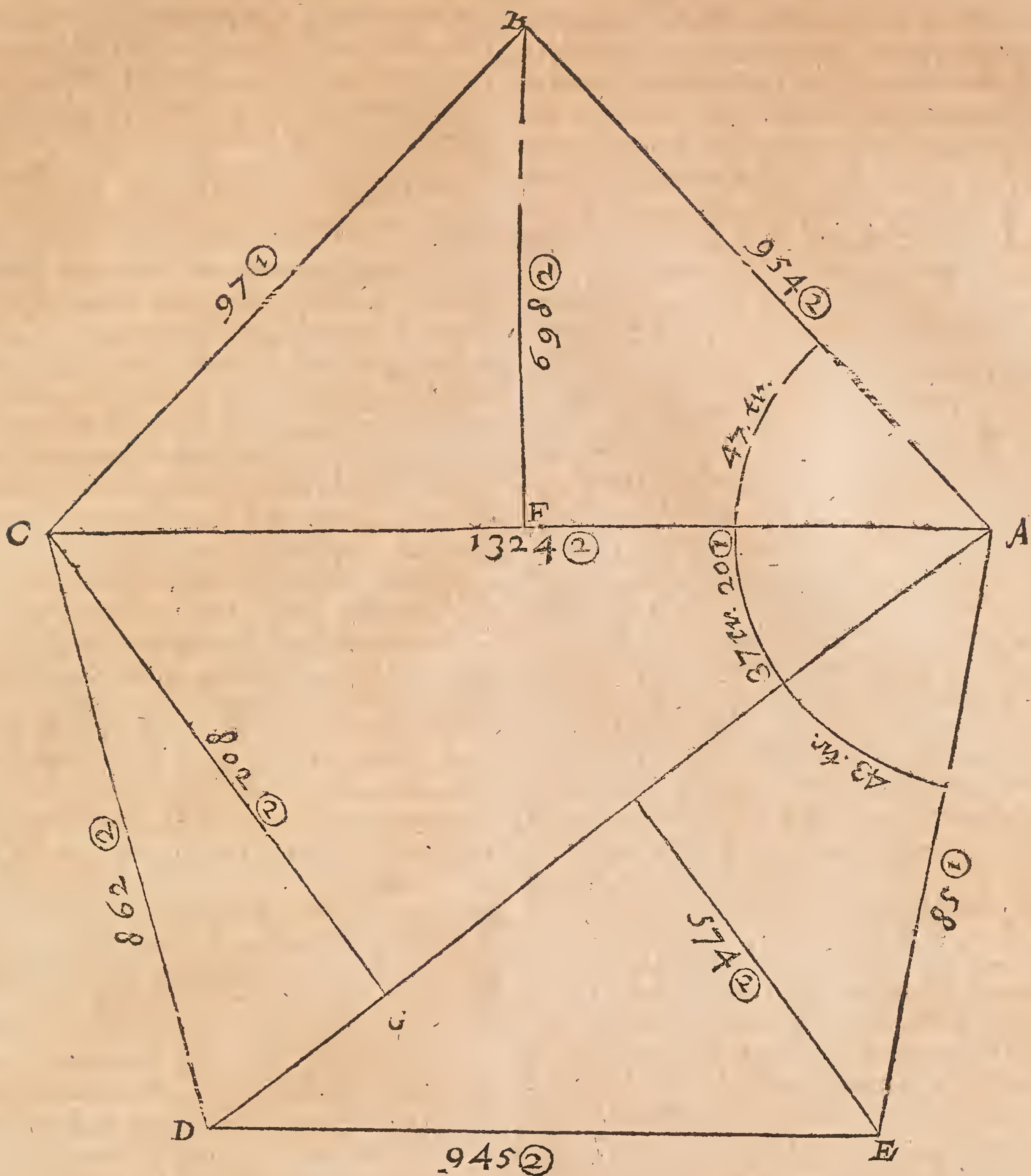
La moitié d'iceux multipliée par la perpendiculaire B F 698② premier en l'ordre, vient pour le plan du triangle A B C 4621②.

Pour mesurer maintenant le plan du triangle A C D, je tire C G à angle droit sur D A, & j'ay au triangle ACG trois termes cognus, à sçavoir l'angle G A C de 37 deg. 20①, C G A droit, & le costé A C 1324② quatriesme en l'ordre, continuant avec cecy & avec le reste, comme on a fait dessus avec le triangle A B C, on trouvera le plan du triangle A C D de 5518②.

Et faisant le semblable avec le triangle A D E, il sera trouvé de 333①.

Et adjoustez ces trois triangles, cinquiesme, sixiesme, & septiesme en l'ordre, à sçavoir 4621②, 5518②, 333①, font pour le plan requis du pentagone A B C D E 13469②.

Dont la demonstration est notoire par l'operation.

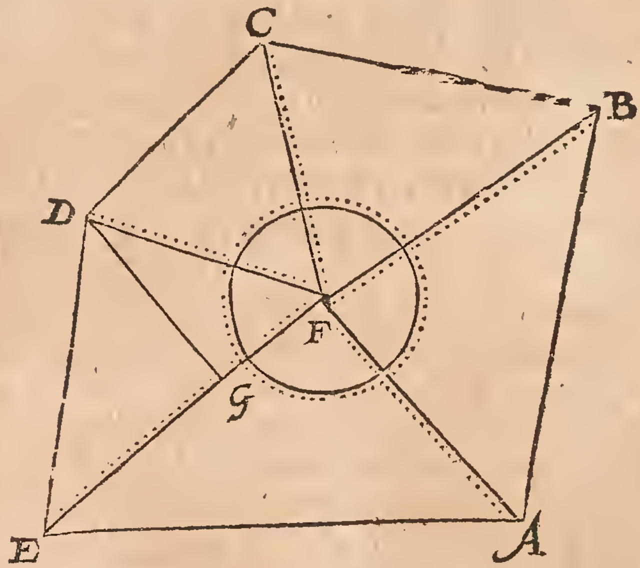


Notez I.

S'il eut arrivé que de la marque A, on n'eut peu voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver les trois angles BAC, CAD, DAE; mais qu'on eut bien peu prendre la grandeur des cinq angles exterieurs A, B, C, D, E, il est notoire qu'avec cela par computation des triangles plats, on eut aussi trouvé le requis; car iceluy triangle A B C auroit trois termes cognus, à sçavoir les deux costez A B, B C, avec le costé A C, & la perpendiculaire B F, par lequel se trouve le plan du triangle A B C. Pour trouver puis apres le plan du triangle A C D, on soustraict le susdit angle requis B C A, de l'angle mesuré B C D, le reste est pour l'angle A C D du triangle A C D, qui a aussi alors trois termes cognus, à sçavoir au mesme angle A C D encores les deux costez C A, C D; avec lequel procedant comme on a fait avec le triangle A B C, & faisant aussi le semblable avec le triangle A D E, tout le plan se cognoit comme devant.

Notez II.

Il pourroit advenir qu'on ne pourroit pas voir d'une de ces cinq marques A, B, C, D, E, jusques à toutes les autres, mais bien de quelque sixiesme mise environ au milieu de la campagne. Comme, je prens en ce pentagone A B C D E soit mise une sixiesme marque F, d'où on peut voir les autres cinq, & mesurer les cinq lignes F A, F B, F C, F D, F E, avec les cinq angles A F B, B F C, C F D, D F E, E F A: Ce qui estant ainsi, chaque triangle a trois termes cognus, avec lesquels se trouve la perpen-



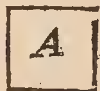
diculaire de chacun en chaque triangle, comme D G au triangle DFE, seulement par une multiplication sans division; d'autant qu'en la regle de proportion le premier des trois termes fait tousiours 100000, laquelle perpendiculaire estant trouvée, & multipliée par la moitié de la base, on a le plan d'iceluy triangle, & tels cinq triangles ensemble font l'entier plan requis.

Notez III.

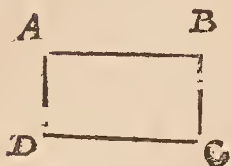
En ce 3 & 4 exemple sont descrites comme des regles

 gene-

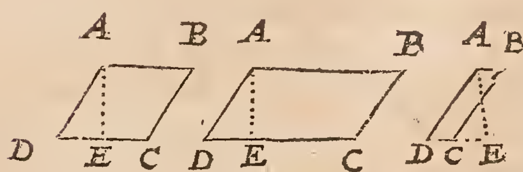
generales pour mesurer tous plans rectilignes par division en triangles, mais en des certaines especes il y a des chemins plus courts, desquels quand il vient à propos on se peut servir comme s'ensuit:



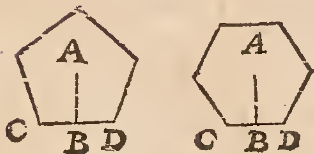
Premierement, le quarré, comme A, se trouve multipliant un costé en soy.



Au second, le rectãgle, comme ABCD, se trouve multipliant la lõgueur par la largeur, qui est AB par AD.



Au troisiesme, le rhõb & rhomboide, comme ABCD, se trouvent multipliant la base DC par une perpendiculaire là dessus, comme AE.



Au quatriesme, les polygones reguliers, comme A, se trouvent multipliant la ligne AB du centre de la figure A, jusques au milieu d'un des costez comme CD, par la moitié de la circonference, ou l'entiere circonference par la moitié de AB. Mais l'invention de la ligne AB en chaque figure reguliere par la cognuë CD, est declarée en la 7 proposition de ce livre.

5 *Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne comme il advient par division en haches.*

Le donné. Soit ABCDEFG un plan rectiligne, lequel on veut mesurer par division en haches avec lignes paralleles de la ligne HI.

Le requis. Il faut trouver par telle maniere de mesurer le contenu du plan donné.

CONSTRVCTION.

Je tire des lignes paralleles avec HI hors de tous les angles d'où elles peuvent venir, lesquelles coupent le plan, comme GK, BL, FM, CN, EO, qui divisent la

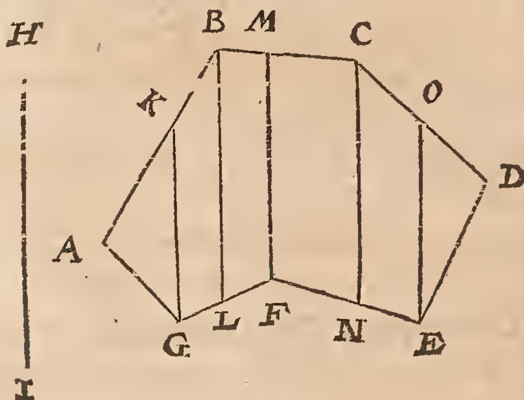


figure donnée en quatre haches & deux triangles, parquoy les deux triangles mesurés selon la maniere du premier exemple, & les haches selon la maniere du deuxiesme exemple, la somme de tous est manifestement le plan requis, tellement qu'il n'en faut pas faire de demonstration.

Ceste division en haches vient souvent à propos pour partir des terres en certaines portions, lesquelles on veut separer avec lignes paralleles: Mais la maniere de trouver telles portions, chacune de grandeur requise, sera declarée en son lieu en la 13 proposit. du cinquiesme livre de la section proportionele des grandeurs.

Quelqu'un pourroit dire maintenant qu'entre les haches, lesquelles se divisent par lignes droites, se pourroient trouver des figures, lesquelles ne seroient point haches, mais par accident quarrez, rhombs ou rhomboides: Ce qui advenant, on se pourra servir toutesfois de la precedente regle des haches, car la moitié de deux costez paralleles qui sont egaux, est un d'iceux paralleles, lequel multiplié par la perpendiculaire donne comme en la hache le contenu du plan.

Conclusion. Nous avons donc mesuré un plan rectiligne, selon le requis.

PROPOSITION XII.

E*stant donné le diametre d'un cercle; Trouver la superfice.*

Le donné. Soit ABCD un cercle dont le centre est E, & le diametre BD fait 12.

Le requis. Il faut trouver la grandeur du plan.

CONSTRVCTION.

Je trouve la circonference par la 8 proposition de ce deuxiesme livre de $37\frac{5}{7}$ (car disant 7 donne 22, combien 12? vient comme dessus $37\frac{5}{7}$) la moitié d'iceux, comme $18\frac{6}{7}$, multipliée par le semidiametre 6, vient pour le plan requis du cercle $113\frac{1}{7}$. La demonstration en est manifeste par la 1 proposition de la dimension du cercle *d'Archimede.*

B

A E C

D

Conclusion. Nous avons donc mesuré un cercle donné, selon le requis.

PROPOSITION XIII.

M*Esurer un secteur de cercle.*

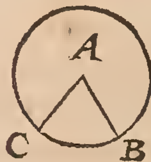
Au cercle se font deux sections diverses & renommées, l'une avec deux semidiametres, dont une partie s'appelle partie semidiametrale, l'autre avec une corde, qui s'appelle partie cordale. Il est vray que pour cela on dit en Latin *sector* & *sectio*, qui signifie coupeur & coupure, mais la distinction ne me semble assez propre, c'est assavoir pour celuy qui en meilleur langage a donné premierement les noms aux choses; car autrement il faut ceder beaucoup à la coustume. Quant à la mesure de la partie semidiametrale, nous la declarerons en ceste proposition, & de la partie cordale nous la descrirons en la suivante.

Le donné. Soit ABC la partie semidiametrale, dont le semidiametre AB fait 6, & l'arc BC 8.

Le requis. Il faut trouver le plan.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la moitié de l'arc CB comme 4, par AB 6, vient pour le plan requis 24; dont la demonstration est manifeste; parce que le cercle entier est egal au produit du semidiametre, & de la moitié de la circonference, par la susdite demonstration *d'Archimede*; & qu'outre cela, comme l'arc du cercle à l'entiere circonference, ainsi la partie diametrale au cercle entier.



Con-

Conclusion. Nous avons donc mesuré une partie semidiametrale donnée du cercle, selon le requis.

NOTEZ.

Comme se mesure ceste partie semidiametrale A C B plus petite que le demicercle, ainsi se mesure aussi la plus grande partie ACDB, car la moitié de l'arc C D B multiplié par le semidiametre, donne la partie semidiametrale requise.

PROPOSITION XIV.

MEsurer une partie cordale donnée du cercle.

Le donné. Soit A B C la partie cordale, dont l'arc A B C est long $6\frac{6608}{15120}$, & la corde A C 6.

Le requis. Il faut trouver le plan de la partie cordale A B C.

CONSTRVCTION.

Je trouve le centre D du cercle entier, puis apres la longueur du semidiametre A D, qui sera par la 8 proposition de 5, & la perpendiculaire D E (pource que les deux costez A D 5, A E 3 du triangle rectangle D E A sont cognus) de 4. Cecy estant ainsi, la partie semidiametrale D A B C fait par la 13 proposition $16\frac{5}{54}$, d'iceux soustrait le triangle D A C, faisant par la 11 proposition de ce livre 12, reste pour la partie cordale requise $4\frac{5}{54}$. Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Nous avons donc mesuré une partie cordale donnée du cercle, selon le requis.

CONSEQVENCE I.

L'exemple cy-dessus est de la partie cordale A B C plus petite que le demicercle, par lequel est notoire l'invention de la partie cordale A F C plus grande que le demicercle, car à la partie semidiametrale D A F C, adjousté le triangle A D C, on a le requis.

CONSEQVENCE II.

Si on avoit à mesurer une partie du cercle, comme icy joignant la partie A B C, on mesurera la partie cordale C B, selon la doctrine de ceste proposition, adjoustant à icelle le triangle rectiligne C B A, & on aura le requis.

CONSEQVENCE III.

Pour mesurer un anneau, comme A, à sçavoir le plan comprins entre les deux circonferences, on mesure premierement le plus grand cercle, d'iceluy soustrait le plus petit, il est notoire que le reste sera l'anneau requis.

PROPOSITION XV.

MEsurer une ellipse donnée.

Le donné. Soit A B C D une ellipse, dont le plus grand diametre A C fait 12, & le plus petit D B 6.

Le requis. Il faut trouver la superfice.

CONSTRVCTION.

Je trouve le plan d'un cercle dont le diametre A C 12, lequel par la 12 proposition de ce livre fait $113\frac{1}{7}$; Je dis puis apres A C 12, donne D B 6, combien $113\frac{1}{7}$? vient pour le plan requis de l'ellipse $56\frac{4}{7}$. On peut aussi commencer autrement avec le plus petit diametre D B, ainsi; Je trouve le plan d'un cercle, dont le diametre D B 6, fait $28\frac{2}{7}$: Je dis puis apres D B 6, donne A C 12, combien $28\frac{2}{7}$? vient pour le plan requis de l'ellipse comme dessus $56\frac{4}{7}$. La demonstration en est manifeste par la 6 proposition du livre des conoïdes & spheroïdes *d'Archimede.*

Conclusion. Nous avons doncques mesuré une ellipse, selon le requis.

PROPOSITION XVI.

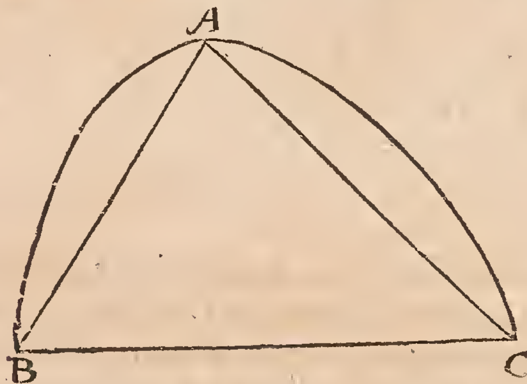
MEsurer le plan d'une parabole donnée.

Le donné. Soit A B C une parabole, dont le sommet soit A, & la base B C.

Le requis. Il faut trouver le plan.

CONSTRVCTION.

Je tire A B, A C, & mesure puis apres le triangle A B C, le trouvant, je prens, de 30, à cela par regle ge-



nerale son tiers comme 10, fait pour le plan requis de la parabole 40. Dont la demonstration est manifeste par la 24 proposition de la quadrature de la parabole *d'Archimede*, lequel demonstre là, que la superfice de la parabole est sesquitierce au triangle inscrit, ayant mesme hauteur & mesme base.

Conclusion. Nous avons doncques mesuré le plan d'une parabole donnée, selon le requis.

PROPOSITION XVII. ALB. GIRARD.

MEsurer une partie de parabole entre deux paralleles.

Le donné. *Soyent les deux paralleles B, C, entre lesquelles est comprise la parabole, & D la superfice du trapeze rectiligne inscrit.*

Le requis. *Il faut trouver la superfice de la partie de la parabole.*

Constrution. *Le quarré de (B+C) me donne le quarré de (B+C) moins le rectangle de B, C, combien 4 fois D? viendra 3 fois le requis; Dont la demonstration est manifeste par la constrution.*

PROPOSITION XVIII.

MEsurer un plan spiral donné consistant en une ou plusieurs revolutions entieres.

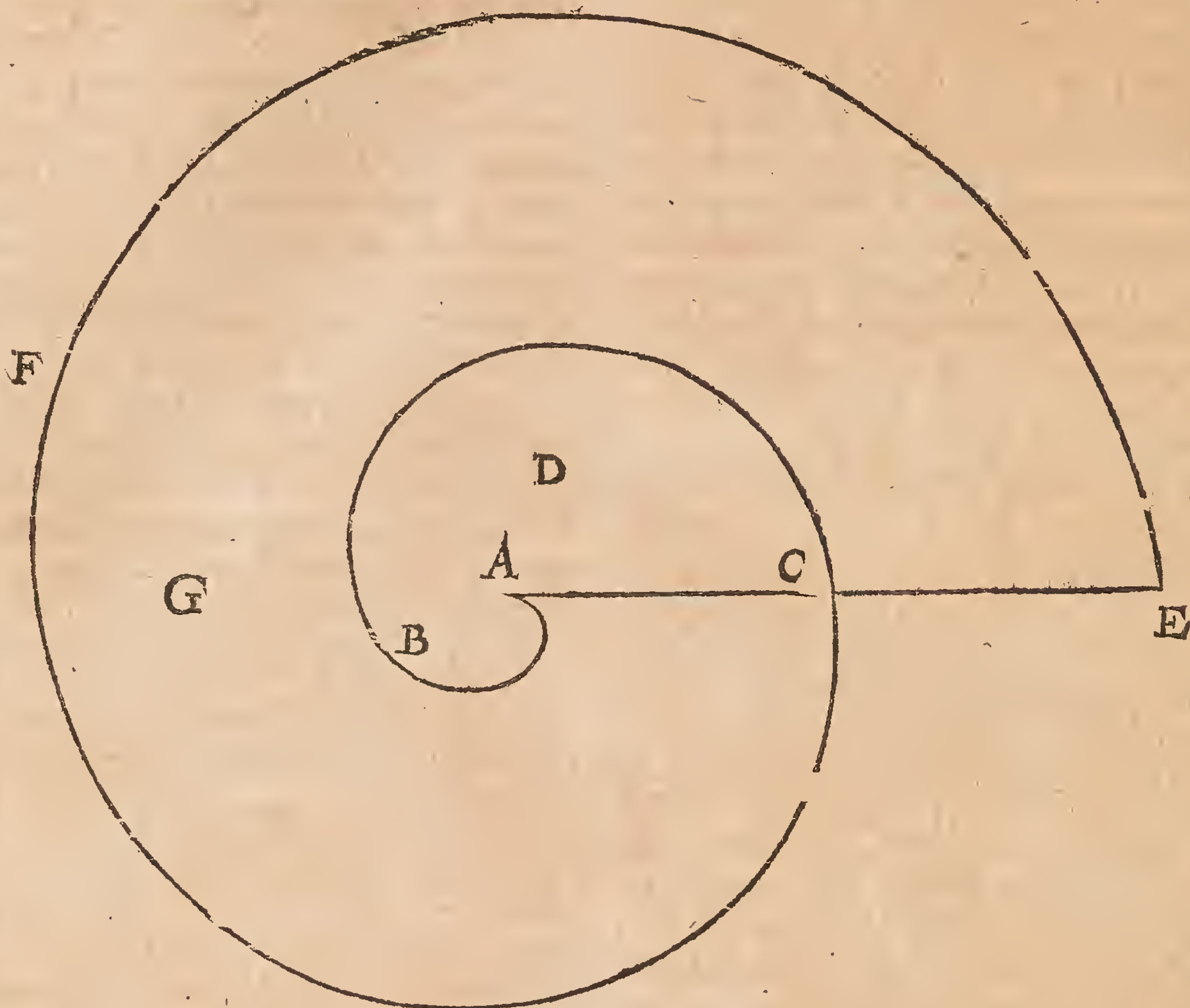
Le donné. Soit A B C la premiere revolution d'une spirale, dont la premiere ligne A C, & le plan comprins en iceluy soit D.

Le requis. Il faut trouver iceluy plan D.

Constrvction.

Je mesure la premiere ligne A C, la trouvant, je prens, de 21 : la mesme considerée comme pour semidiametre d'un cercle, je cerche de quelle grandeur seroit le plan du cercle y descrit, laquelle se trouve par la 12 proposition de 1386 : desquels prenant tousiours le tiers, vient pour le plan requis D 462.

Mais si on avoit à mesurer plusieurs revolutions, il faut sçavoir que le plan spiral deuxiesme est six fois aussi grand que le premier ; & le troisiesme 12 fois aussi grand que le premier ; le quatriesme 18 fois aussi grand que le premier, & ainsi des autres jusques à l'infini, augmentant tousiours de 6 pour chaque tour, par lequel chaque plan devient cognu.



Soit par exemple CE la deuxiesme ligne; & le deuxiesme tour de la circonference soit C F E, & le deuxiesme plan qui est compris entre la premiere & deuxiesme revolution soit G. Or suivant la susdite regle generale, le plan G fait 6 fois autant que le plan D, qui est 6 fois 462, qui font pour le deuxiesme plan 2772 ; A ceux adjousté le premier plan D 462, font ensemble pour le plan entier 3234.

Mais s'il y avoit un troisiesme tour, suivant la precedente regle il feroit 12 fois 462, qui est 5544, à cela les autres deux tours faisans comme devant 3234, feroyent ensemble pour l'entier 8778, & ainsi des autres : Dont la demonstration est faite en la 27 proposition du livre des spirales *d'Archimede*.

Conclusion. Nous avons donc mesuré un plan spiral donné, consistant en une ou plusieurs revolutions entieres.

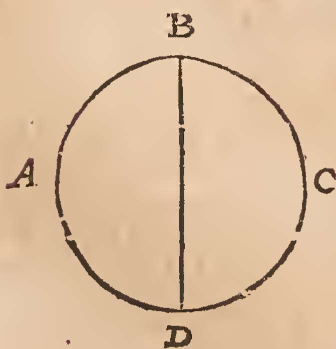
Proposition XIX.

Mesurer une superfice spherique donnée.

Le donné. Soit A B C D une sphere, dont l'axe B D fait 12.

Le requis. Il faut trouver sa superfice.

Constrvction.



Je multiplie B D 12 avec la circonference A B C D, laquelle par la 8 proposition de ce livre fera $37\frac{5}{7}$, vient pour la superfice spherique requise $452\frac{4}{7}$; Dont la demonstration est manifeste par la 30 proposition du livre de la sphere & cylindre *d'Archimede*.

Conclusion. Nous avons donc mesuré une superfice spherique donnée, selon le requis.

Proposition XX.

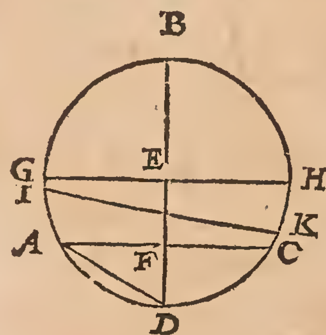
Mesurer la superfice courbe de la partie d'une sphere, coupée de la sphere entiere avec un plan.

Le donné. Soit A B C D une sphere, dont le centre soit E, & l'axe BD fait 12, d'icelle sphere soit coupée avec un plan A C à angle droit sur l'axe B D, la partie spherique A C D, & la partie de l'axe y contenuë comme F D, soit longue de 3.

Le requis. Il faut trouver la superfice de la partie de la sphere A C D.

Constrvction.

Je tire, ou imagine, la ligne A D, & la mesurant, elle se trouve, je prens, de 6 pieds : Je voy puis apres de quelle grandeur est un cercle dont le semidiametre fait 6 pieds, & se trouve par la 12 proposition de $112\frac{1}{2}$. Et de telle grandeur est la superfice courbe de la partie de la sphere A C D.



La *demonstration* en est faite en la 40 & 41 proposition du livre de la sphere & cylindre *d'Archimede*.

Consequence I.

Il est notoire par ce que dessus, que si on vouloit avoir la superfice de la plus grande partie A B C, qu'il faudroit alors multiplier l'entiere circonference $37\frac{5}{7}$, par la partie de l'axe y contenuë, comme F E 9 ; car ce qui en provient, comme $339\frac{3}{7}$, est le requis.

Con-

CONSEQVENCE II.

Si la ſphere eſtoit coupée par deux plans paralleles, la ſuperfice ſpherique, de la partie de la ſphere entre deux, eſt auſſi cognuë. Soit par exemple G H un plan coupant l'axe B D par le centre E, & parallele avec le plan A C. Pour trouver maintenant la ſuperfice ſpherique G H C A, on multiplie la circonference du plus grand cercle, par la partie de l'axe y contenuë, comme par EF 3, vient $113\frac{1}{7}$, tellement que la ceinture GHCA, & la ſuperfice de la partie ſpherique en ceſt exemple A D C ſont de meſme grandeur.

CONSEQVENCE III.

Mais ſi les deux plans coupans n'eſtoient point paralleles, comme I K avec A C, on trouve premierement la ſuperfice ſpherique de la plus grande partie I A D C K ſelon la regle generale; d'icelle ſouſtraite la ſuperfice ſpherique de la plus petite partie A D C, le reſte eſt le requis.

CONSEQVENCE IV.

On pourroit encores icy deſcrire des propoſitions de la meſure des ſuperfices courbes des cylindres & cones: Mais veu que la ſuperfice courbe du cylindre ſe meſure comme un rectangle plat, dont la longueur eſt la hauteur du cylindre, & la largeur la circonference de la baſe, nous paſſerons outre pour briefveté. Le ſemblable ſe doit auſſi entendre de la ſuperfice courbe du cone, laquelle ſe meſure comme la partie ſemidiametrale d'un cercle, ſelon la doctrine de la 13 propoſition de ce livre, car la ſuperfice du cone eſtant deployée ou eſtenduë, devient telle forme: Parquoy multipliée la moitié de la circonference de la baſe du cone, par la ligne du ſommet juſques à la meſme circonference, ce qui en provient eſt le requis.

Ou bien ſi en la meſure de la ſuperfice courbe du cylindre, & ſuperfice courbe du cone, on vouloit ſuivre l'invention *d'Archimede* à la 32 propoſition du premier livre de la ſphere & cylindre, on fera ainſi: On trouvera pour meſurer la ſuperfice courbe du cylindre, la ligne moyenne proportionelle entre la hauteur du cylindre & le diametre de ſa baſe, meſurant puis apres de quelle grandeur eſt le cercle deſcrit avec icelle moyenne proportionnelle comme ſemidiametre, car avec cela on a auſſi la grandeur de la ſuperfice courbe du cylindre. Mais pour meſurer la ſuperfice courbe du cone ſelon l'invention ſuſdite *d'Archimede*, on trouvera la moyenne proportionelle entre le coſté du cone & le ſemidiametre de ſa baſe; meſurant puis apres de quelle grandeur eſt le cercle deſcrit avec icelle moyenne proportionelle comme ſemidiametre, car avec cela on a auſſi la grandeur de la ſuperfice courbe du cone. Mais pour meſurer la ſuperfice courbe du cone accourci ſelon l'invention *d'Archimede*, on trouvera la moyenne proportionelle entre le coſté du cone accourci, & une ligne egale au ſemidiametre de la baſe avec le ſemidiametre du couvercle, meſurant puis apres de quelle grandeur eſt le cercle deſcrit avec icelle moyenne proportionelle comme ſemidiametre, car avec cela on a auſſi la grandeur de la ſuperfice courbe du cone accourci.

PROPOSITION XXI.

M*Eſurer une piece de terre ſelon la maniere des Arpenteurs.*

Nous avons deſcrit juſques icy la maniere de meſurer des ſuperfices ſervant en general pour ſuperfices de toutes matieres: Mais veu que l'arpentage des terres eſt une des principales meſures, & qui eſt fort practiquée entre les hommes, en laquelle auſſi SON EXCELLENCE s'eſt voulu exercer actuellement, nous en dirons encores quelque choſe de particulier.

Le donné. Soient A, B, C trois poincts ou marques ſur la terre, entre leſquels s'imaginent trois lignes droites de l'une à l'autre.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la terre compriſe entre les ſuſdites lignes droites.

CONSTRVCTION.

Pour poſer les trois marques à A, B, C, apres pour aller droit en meſurant, avec d'autres circonſtances requiſes, on verra & ſuivra ce qui en a eſté dit au troiſieſme exemple de la 1 propoſition du premier livre; Et on meſurera un des trois coſtez, je prens B C, ſelon la maniere du deuxieſme exemple de la 1 propoſition du deuxieſme livre; & ſuivant cela B C ſe trouve, je prens, de 1267 ①: Apres pour trouver le poinct D, duquel la ligne imaginée juſques à A, tombe à angle droit ſur B C, on verra ce qui en eſt dit au quatrieſme exemple de la 2 propoſition du premier livre, & la meſurant comme devant, elle ſe trouve, je prens, de 536 ①; par la moitié

A

B DE F C

d'icelles, qui eſt 268 ①, multipliant les ſuſdites 1267 ①, vient 3395 verges 5 ①, 6 ②. Or comptant à la maniere d'Hollande 600 verges pour l'arpent, iceluy triangle ſera de 5 arpents 395 verges, 5 ①, 6 ②. Mais ſi on vouloit exprimer les 5 ① 6 ② par pieds & poulces ſelon la maniere du païs, on regardera ſur la verge à quoy ils ſe peuvent rapporter, ce qui doit eſtre à 6 pieds $8\frac{16}{25}$ poulces. Et ſemblable ſera la procedure de tous triangles eſquels ſe diviſent les plans rectilignes.

Mais il y a icy à noter que les ſuſdits 6 pieds $8\frac{16}{25}$ poulces, ne ſont pas 6 pieds quarrez & 8 poulces quarrez, mais une ceinture de terre longue d'une verge, large de 6 pieds $8\frac{16}{25}$ poulces: car puis que l'entiere verge quarrée eſt longue de 12 pieds, faiſant 144 pieds quarrez, il faut que la moitié d'une telle verge de 6 pieds face 72 pieds quarrez. Et pour ceſte cauſe les Arpenteurs font diſtinction entre pieds de ceinture & pieds quarrez.

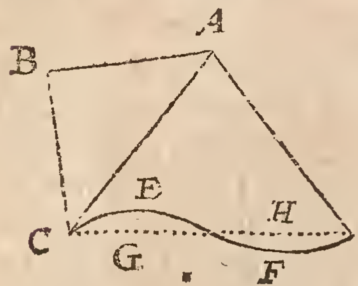
Autre exemple de parties de terre compriſes de lignes courbes irregulieres.

Pour meſurer des terres comprinſes entre lignes courbes & irregulieres, comme il advient ſouvent en la practique de meſurer les terres, on met tant de marques en la circonference, que l'obliquité cõprinſe entre deux marques, ne cauſe aucune difference d'importence: Puis



apres

apres on mesure la figure comme un plan rectiligne avec autant d'angles qu'il y a de marques. Comme il se peut voir par exemple en la figure A B C D E F. Si la chose requeroit une plus exacte computation, on y pourroit mettre plus de marques, mais si elle ne la requeroit si exacte, on en peut mettre moins; Car il faut icy considerer que les choses de peu d'importance en l'arpentage se peuvent faire à tastons, ou selon le jugement de l'œil. Ce que pour declarer encores plus amplement par exemple, estant à mesurer un quadrangle A B C D, dont un costé CEFD n'est pas droit, mais estant tirée ou imaginée une ligne droite C D, la ligne courbe a quelque obliquité interne vers E, & derechef une obliquité externe vers F; toutesfois si la terre entre EG estoit fort petite, & au jugement de l'œil aussi grande que celle d'entre F H, tellement qu'autant qu'on perdroit d'un costé, on en gaigneroit autant de l'autre: En tel accident la ligne droite C D se prend pour troisiesme costé du triangle A C D, lequel se mesure selon telle position, car si on vouloit tout faire exactement, on prendroit souvent plus de peine qu'il ne seroit besoin d'y employer. Mais si la terre comprinse entre la susdite E G, H F estoit trop grande, & requeroit plus de certitude que celle qui s'observe ainsi à l'œil, on mettra plusieurs marques en la ligne courbe comme devant, tant qu'il en est necessaire.



3 *Exemple de la maniere de mesurer les païs montagneux.*

Soit par A B C D signifié la circonference du pied ou base d'une montagne. Or veu que la superfice courbe elevée d'icelle montagne estant sur ladite base, est toute autre & plus grande que le plan comprins en une circonference comme A B C D, il se faut servir icy d'une autre façon de mesurer; ce qui se peut faire en mettant diverses marques sur la montagne, lesquelles sont icy signifiées par des poincts y comprins, lesquels on met aussi pres ou aussi loing l'un de l'autre que la chose le requiert, à sçavoir si pres que chaque superfice courbe comprinse entre quatre marques n'ait point de difference nuisante d'un plan; car alors mesuré chacun de ces quadrangles & autres parties comme plans, & iceux adjoustez ensemble, on a le requis.



Conclusion. Nous avons donc mesuré une piece de terre selon la maniere des Arpenteurs, comme il estoit requis.

Notez I.

Veu qu'il peut facilement advenir qu'en mesurant on prend tres-soigneusement garde à des choses qui ne requierent pas si grande certitude. Et qu'au contraire on ne mesure pas assez exactement des choses, lesquelles toutefois requerent plus juste mesure, nous en ferons quelque declaration comme s'ensuit.

Combien qu'en mesurant un triangle sur la campagne, la perpendiculaire, comme je prens l'imaginée A D au premier exemple de ceste proposition, ne tombe point du tout à angle droit sur la base B C, ce qui est peu de chose, moyennant qu'elle finisse en la ligne D C. Soit par exemple A D la vraye perpendiculaire, & A E un peu dehors, mais D tombant en la ligne B C, on voit que la longueur A E n'a point de difference importante de la longueur A D: Et pour en parler par exemple, si on prend A D sur 100 verges, encore que D E soit alors d'une verge entiere, (je laisse un pied ou deux) A E ne sera pas d'un poulce plus long que A D; car par les deux costez A D, D E de l'angle droit du triangle A D E, cerché l'hypothenuse A E, elle se trouve à peu pres de 100 verges & $\frac{10736}{28801}$ poulces. Parquoy il n'est pas necessaire de se travailler beaucoup pour compasser cecy si exactement sur terre. Mais la croix arpentique, ou le poinct comme E, n'estant pas justement en la ligne B C, alors la perpendiculaire abusée à la vraye, sera comme la superfice abusée à la vraye, par la 1 proposition du 6 livre *d'Euclide*. Parquoy il faut prendre garde de mettre bien justement la croix arpentique en la susdite base B C, ce qui se peut faire facilement & fort precisement par l'aide d'une marque, comme F, mise en la ligne B C, comme il a esté dit plus amplement en pareil cas au troisiesme exemple de la 3 proposition du premier livre.

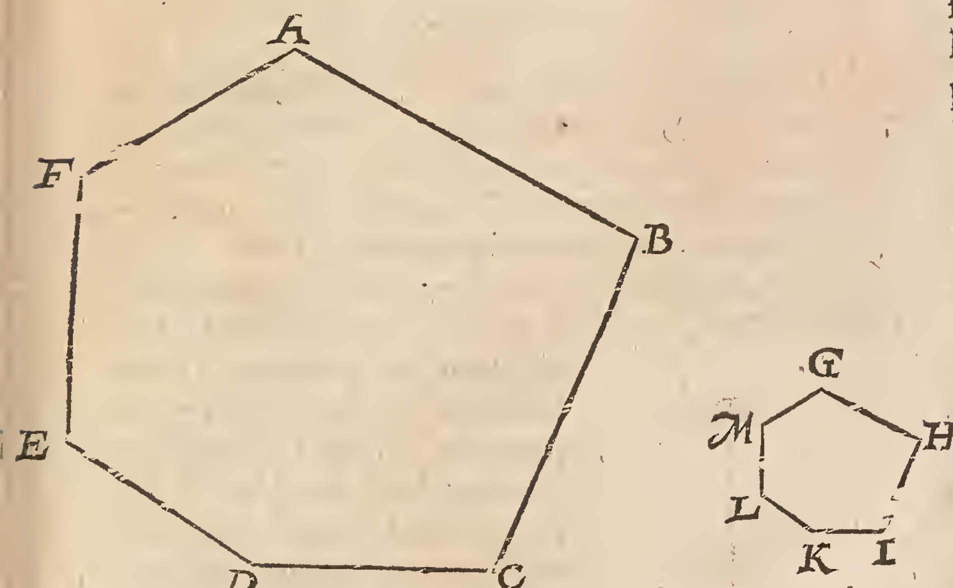
Secondement en mesurant des terres fort longues & estroites, il faut prendre garde de plus pres en mesurant le plus court costé, qu'en mesurant le plus long; car un pied manqué là, cause plus de differend au plan que d'avoir manqué d'un pied au plus long costé. Ce que pour declarer par exemple: Soit une piece de terre rectiligne longue de 800 pieds, & large de 10 pieds seulement, le plan sera de 8000 pieds quarrez. Or posé le cas qu'en mesurant le plus long costé, qui est proprement de 800 pieds, on ait manqué d'un pied, le prenant de 799 pieds, lesquels multipliez par la largeur 10 pieds, vient le plan 7990 pieds, lequel proprement devant estre de 800, on aura manqué de 10 pieds: Mais si en mesurant le plus court costé, qui est proprement de 10 pieds, on avoit manqué d'un pied, le prenant de 9 pieds, iceux multipliez par la longueur 800 pieds, vient le plan de 7200 pieds, ce qui estant proprement 8000 pieds, il y a faute de 800 pieds. Un pied doncques sur le plus long costé cause faute au plan seulement de 10 pieds, mais un pied sur le plus court costé, cause faute au plan de 800 pieds. Et pource il est convenable, comme nous avons dit, de prendre garde de plus pres en mesurant, au plus court costé, à sçavoir és terres fort longues & estroites.

On pourra entendre par cest exemple d'un quadrangle rectangle, qu'en la mesure du triangle, il faut prendre garde de plus pres quand on mesure la plus courte ligne des deux, à sçavoir la perpendiculaire & la base; car par la multiplication d'icelles se trouve aussi le plan du triangle.

Notez II.

On peut encore trouver le contenu d'une campagne sans la mesurer, ou au moins en mesurant une ligne seulement, mettant la forme de la campagne comprinse entre certains termes sur le papier, selon la maniere du quatriesme exemple de la 16 proposition du premier livre. Ceste pourtraicture estant puis apres mesurée avec la petite mesure, on dit finalement par une regle generale inventée à telle fin par Son Excellence: Le quarré d'un costé donne ce plan trouvé sur le papier, combien le quarré de son costé homologue mesuré sur la ter-

la terre, & ce qui en provient est le requis. Pour declarer cecy un peu plus clairement par exemple, soit A B C D E F une piece de terre à mesurer. De ceste campagne soit marqué en petit sur le papier le plan G H I K L M semblable à A B C D E F, & cela par la maniere de la 16 proposition du premier livre.



Ceste figure G H I K L M estant mesurée sur le papier selon la maniere de la 11 proposition, se trouve je prens de 423567 ②.
Cecy estant ainsi, je choisis quelque costé, comme je prens G H, & le trouve par exemple de 546 ①, dont le quarré 298116 ②.
Je mesure puis apres sur la terre le costé homologue avec G H, qui est A B, le trouvant, je prens de 142 verges 7 ① 5 ②, dont le quarré 2037756 ②.
Je dis puis apres, le quarré de G H 298116 ② deuxiesme en l'ordre, donne le quarré de A B 2037756 ② troisiesme en l'ordre, cõbien 423567 ② premier en l'ordre? vient pour le plan requis de A B C D E F 2895270 ②.
Qui est 28952 verges 7 ①, faisant 48 arpents, & 152 verges $8\frac{2}{3}$ pieds de ceinture.

DEMONSTRATION.

Les plans semblables sont en raison doublée de leurs costez homologues par la 20 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*: Mais les deux quarrez des deux costez A B, G H estant semblables, ils sont en raison doublée d'iceux costez; Et comme ces deux quarrez sont l'un à l'autre, ainsi par l'operation les deux plans; parquoy ces deux plans ont raison doublée de leurs costez homologues: Et pourtant le plan G H I K L M estant bien mesuré, il faut que le plan A B C D E F soit aussi bien mesuré. Il est bien vray que telle operation a plus de certitude du grand au petit, que du petit au grand, comme icy: toutesfois formant la figure sur le papier aussi grande qu'il le pourra commodement permettre, & en faisant l'operation curieusement avec de bons instruments, on s'en pourroit servir au besoing.

TROISIESME PARTIE DU SECOND LIVRE,

De la mesure des corps.

Nostre dessein en ceste mesure des corps est de mesurer des piliers, pyramides, corps plans en general, & spheriques.

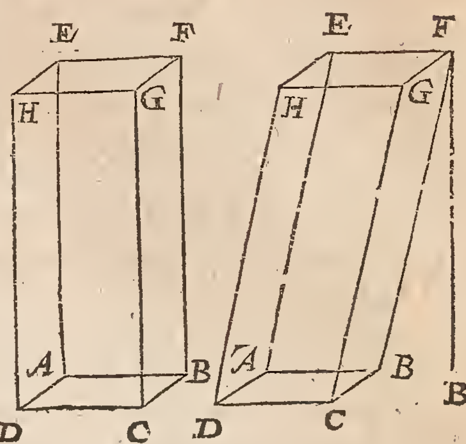
PROPOSITION XXII.

M*Esurer un pilier donné.*

Le donné. Soit A B C D E F G H un pilier quarré, dont la base A B C D fait 9, & la hauteur B F 8.

Le requis. Il faut trouver son contenu.

CONSTRVCTION.

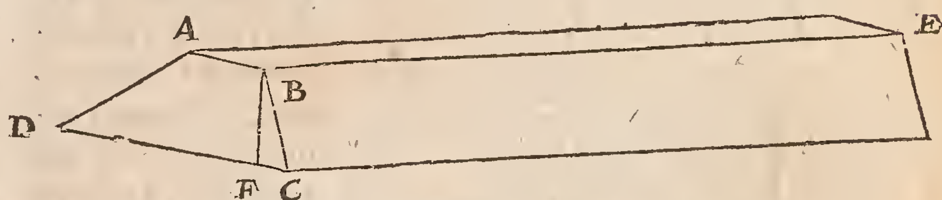


Je multiplie la base A B C D 9, par la hauteur B F 8, vient pour le contenu requis du pilier 72.

NOTEZ.

Ce que nous avons dit icy du pilier dont la base est un quarré, s'entendra ainsi aussi de tous: Car la base estant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, dont les plans se trouvent par la deuxiesme partie de ce deuxiesme livre, on les multiplie tousiours par la hauteur.

Une digue ou rempart, dont le mesurement se rencontre assez souvent és païs diguez & fortifications, se considere en le mesurant comme un pilier gisant, dont la base est une hache; parquoy son mesurement suit la regle generale: Soit par exemple A B C D E une digue, laquelle prise pour un pilier gisant, la hache A B C D signifiera la base du pilier, & F B à angle droit sur D C soit la hauteur de la digue, B E la longueur. Or prenant que D C face 36 pieds, A B 12, & F B 15, B E 100, la hache sera grande de 360 pieds par la quatriesme distinction de la 11 proposition du deuxiesme livre, iceux multipliez par la longueur B E 100, vient pour le requis 36000 pieds cubiques: dont la demonstration est manifeste.



Conclusion. Nous avons donc mesuré un pilier donné, selon le requis.

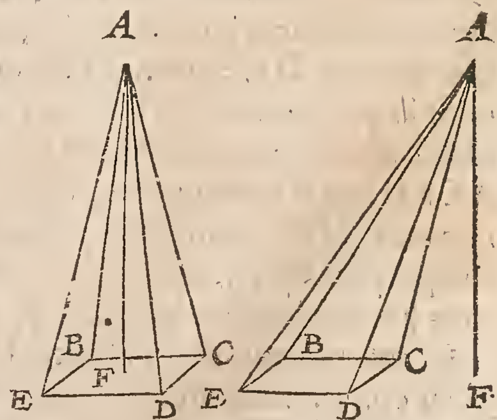
PROPOSITION XXIII.

M*Esurer une pyramide donnée.*

Le donné. Soit A B C D E une pyramide, dont la base B C D E est un quarré faisant 9, & la hauteur F A 8.

Le requis. Il faut trouver le contenu.

CONSTRVCTION.



Je multiplie la base B C D E 9 par la hauteur F A 8, vient 72, dont le tiers est 24 pour le contenu requis de la pyramide.

NOTEZ.

Ce qui a esté dit icy d'une pyramide dont la base est un quarré, s'entendra aussi ainsi de toutes autres; car la base estant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, (dont le contenu se trouve par la deuxiesme partie de ce deuxiesme livre) on la multiplie tousiours par la hauteur ou perpendiculaire,

laire, prenant le tiers de ce qui en provient; dont la demonstration est manifeste par la 7 proposition du douziesme livre *d'Euclide*.

Conclusion. Nous avons donc mesuré une pyramide donnée, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Il est notoire que multipliée la base d'un cone par la hauteur, & prenant le tiers du produit, qu'alors on aura le contenu du cone comme de la pyramide.

PROPOSITION XXIV.

MEsurer un corps comprins en plans de telle forme comme il advient.

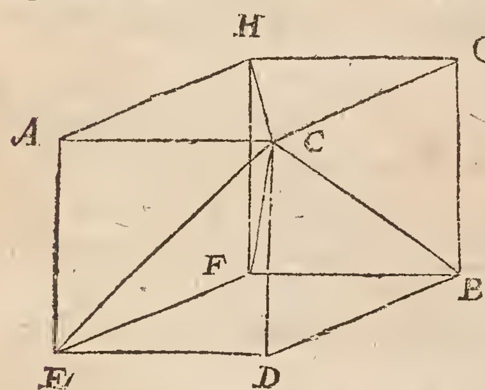
1 Exemple.

Le donné. Soit premierement AB un cube, duquel les six quarrez sont ACDE, EDBF, FBGH, GHAC, CGBD, AHFE, dont chaque costé fait 3.

Le requis. Il faut trouver le contenu du cube selon la regle generale de mesurer tous corps comprins en plans.

CONSTRVCTION.

Il faut sçavoir que comme un plan polygone rectiligne se divise par lignes tendantes d'un angle aux autres angles, en autant de triangles qu'il y a de costez, moins les costez dont est fait iceluy angle: Ainsi se divise un corps plane ou comprins en plans par lignes tendantes d'un angle corporel, à tous les autres angles corporels, en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont est fait iceluy angle. Prenons par exemple au cube, l'angle corporel C pour sommet commun de la pyramide, & tirons ou imaginons-nous encore quatre lignes, comme CE, CH, CB, CF, par icelles le cube est divisé en trois pyramides, comme CEDBF, CAEFH, CHFBG, dont le sommet commun est C: Parquoy côme nous avons dit cy-dessus, ce corps plane est par ce moyen divisé en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont est fait iceluy angle corporel C, à sçavoir trois, nommement CAHG, CGBD, CDEA, lesquels soustraits des six plans, restent encores trois plans pour bases des trois pyramides, comme EDBF, AEFH, HFBG. Or donc ce corps estant ainsi divisé en ses trois pyramides, chacune sera mesurée selon la doctrine de la 22 proposition, de ceste façon: Premierement pour mesurer la pyramide CEDBF, je multiplie ED 3 en soy, vient pour la base EDBF 9, iceux multipliez avec leur hauteur DC 3, vient 27, dont la troisiesme partie pour la pyramide CEDBF sera 9. Et faisant le semblable avec la pyramide CAEFH, multipliant la base AEFH par sa hauteur CA, & la base HFBG de la pyramide CHBG aussi par sa hauteur CG, on trouvera chaque pyramide, comme les autres, de 9, lesquelles trois pyramides font ensemble 27 pour le requis.



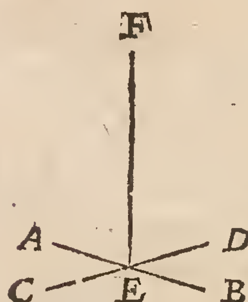
La *demonstration* est, que toutes les parties sont egales à leur entier. Et la preuve, que le cube donné mesuré comme pilier, (lequel aussi en est une certaine espece) selon la doctrine de la 21 proposition, se trouve aussi de 27.

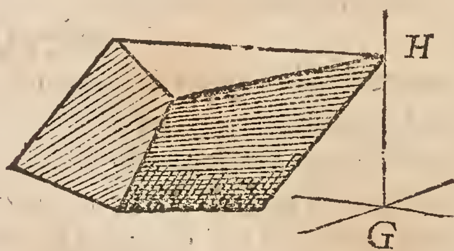
Or l'exemple que nous avons mis icy d'un corps regulier pour plus facile declaration, s'entend ainsi de tous corps planes tels qu'ils soient: car comme il a esté dit cy-devant, ils se peuvent diviser en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont est fait iceluy angle, lesquelles pyramides toutes ensemble ont un commun sommet, excepté quelque figure dont nous parlerons à la fin de ceste proposition.

2 Exemple.

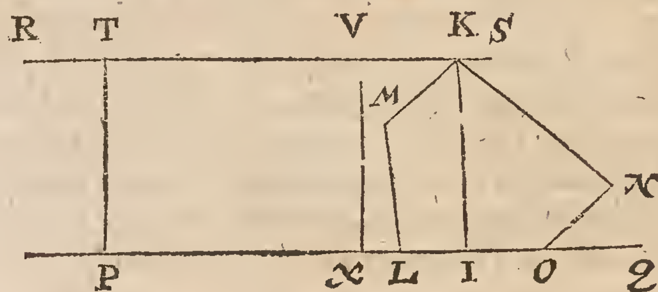
La perpendiculaire ou hauteur de la pyramide au premier exemple estoit fort aisée à trouver, voire cognuë par le donné. Mais veu qu'és corps irreguliers elle tombe aussi bien dehors que dedans le corps, nous ferons quelque declaration de l'invention d'icelle.

On prendra à ceste fin quelque matiere propre pour faire une croix, comme ABCD, & une regle EF à angle droit sur la mesme croix, tellement qu'estant mise sur un pavé plat, la regle EF sera à angle droit sur iceluy plan. Pour trouver maintenant avec cecy telles perpendiculaires ou hauteurs de pyramides, il faut sçavoir premierement que le corps mesurable est ou mobile, à sçavoir qu'on le peut tourner & retourner, & mettre dessous telle base qu'on veut; ou immobile, de sorte qu'il faut qu'il demeure sur la base sur laquelle il est posé. S'il est mobile on le mettra sur une table egale, ou sur un plan egal avec la base en bas dôt on veut mesurer la pyramide: Si alors la perpendiculaire tôbe hors le corps, on mettra le susdit instrument sur la table sur laquelle repose le corps, & on le joindra au sommet commun, comme il se peut voir en ceste figure; Puis apres ayant mesuré la longueur comme GH, on a la hauteur cerchée de la pyramide, laquelle estant ainsi trouvée, on tournera le corps sur la base d'une autre pyramide, mesurant alors sa perpendiculaire comme devant.





Mais si la perpendiculaire cerchée tomboit dedans le corps, comme cy-dessus IK perpendiculaire du corps LMKNO, avec le plan LO sur la table ou plan PQ, on prendra une regle platte & droite RS, la mettant



sur le poinct K, tellement que les lignes TP & VX, (lesquelles se sousentendent à angle droit sur les plans) sont egales, car la longueur d'icelles est aussi la longueur de la cerchée IK. Faisant doncques le mesme aussi souvent que le corps a de bases mesurables de pyramides (ce sont, comme il a esté dit dessus, tous les plans exterieurs, excepté ceux qui aydent à faire l'angle du sommet commun, car des pyramides ne peuvent tomber sur iceux) on trouve toutes les perpendiculaires requises.

Mais

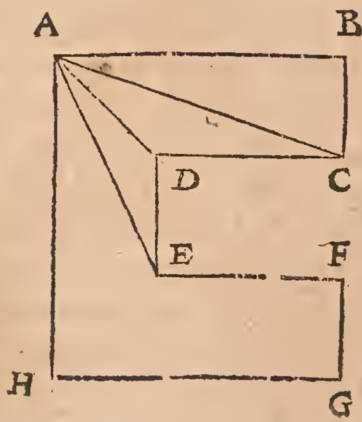
Mais si le corps estoit immobile, & s'il falloit qu'il demeurast sur la base, on mettra contre les bases des autres pyramides une planche platte, s'en servant comme de la susdite table ou pavé sur quoy repose le corps, trouvant là dessus la perpendiculaire ou hauteur de la pyramide comme devant.

Apres il faut encores considerer cecy : S'il falloit mesurer la base d'une pyramide, sur laquelle repose un corps immobile, là où on ne puisse voir les lignes, qui divisent le plan en ses triangles necessaires à la mesure. La maniere pour y parvenir entre autres peut estre telle: Soit A B C D une base invisible, sur laquelle se repose un corps, dont on desire la longueur de la ligne A C. Pour y parvenir, je tire sur la table du poinct A, la ligne A E, & C F, parallele avec icelle : Je prés puis apres avec le compas quelque longueur en la ligne A E, comme A G, mettant aussi telle longueur en la ligne C F, laquelle tombe, je prens de C jusques à H, & je tire G H, laquelle doit estre egale avec A C, pource qu'avec icelle A C elle est parallele entre deux paralleles : Parquoy G H estant mesurée, on a aussi la longueur requise A C.

Mais pour ne se point abuser quand on mesure, & afin qu'on cognoisse tousiours le sommet commun, & qu'on ne prenne l'un pour l'autre, & aussi qu'on discerne bien les plans mesurables, de ceux qui ne seront pas mesurez, on fera premierement sur le sommet commun une marque avec de la croye ou de l'encre, selon le sujećt. Puis apres on verra de quels plans & de cõbien de plans est composé l'angle corporel du sommet commun, leur mettant aussi une marque, comme une croix, ou quelque chose semblable : Ce qui estant ainsi, tous les plans qui n'ont point de marque, servent pour bases mesurables de la pyramide : Parquoy un de ces plans estant mesuré, on mettra son contenu là dessus, & apres on mesurera sa pyramide, car par là on verra tousiours quels plans sont depeschez ou ceux qui seront encores à depescher.

Son Excellence s'est voulu exercer actuellement en ceste maniere de mesurer les corps planes irreguliers (laquelle j'estime nouvelle) & l'a trouvé commode. La cause qui le mouvoit à cela, estoit que voyant qu'il y a une regle generale de la mesure des plans rectilignes, il estimoit par là qu'il y en devroit aussi avoir une des corps planes : De laquelle procedure naturelle pour ouvrir le chemin, nous en avons fait la susdite proposition.

Nous avons dit cy-devant que le corps plane se divise en pyramides, lesquelles ont toutes ensemble un sommet commun, mais qu'il y a quelques figures esquelles la regle souffre exception : Ce que pour declarer premieremēt par similitude avec un plā rectiligne, soit ABCDEFGH un plan avec huict costez, où l'on voit que du poinct A jusques aux trois angles C, D, E, se peuvent tirer des lignes, lesquelles dans le plan donné descrivent



quelques triangles, mais que de A aux deux angles F, G, on ne peut tirer telles lignes, d'autant qu'elles sortiroient hors de la figure donnée, & causeroient des triangles qui ne seroient point partie du plan donné. Ce que nous avons dit icy de l'angle A, le semblable advient à tous autres, à sçavoir qu'il est impossible que d'un angle lon puisse tirer des lignes à tous les autres angles sans sortir hors de la figure donnée : Parquoy qui voudroit diviser un tel plan en ses triangles, il faudroit que pour le moins il mit deux angles communs. Par cecy nous voulons declarer que le semblable advenant aux corps planes, il faudra prendre plus d'un sommet commun des pyramides.

Conclusion. Nous avons donc mesuré un corps comprins en plans de forme comme il advient, selon le requis.

Proposition XXV.

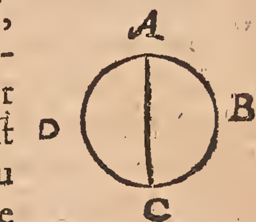
Mesurer une sphere donnée.

Le donné. Soit A B C D une sphere, dont l'axe A C fait 12.

Le requis. Il faut trouver sa grandeur.

Constrvction.

Je trouve la superfice spherique par la 18 proposition de ce deuxiesme livre de $452\frac{4}{7}$, iceux multipliez avec la moitié de l'axe 6, vient $2715\frac{3}{7}$, dont la troisiesme partie par regle generale est $905\frac{1}{7}$ pour le requis : Dont la demonstration est manifeste par la 32 proposition du premier livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*



Conclusion. Nous avons donc mesuré une sphere donnée, selon le requis.

Proposition XXVI.

Mesurer une section semidiametrale donnée de la sphere.

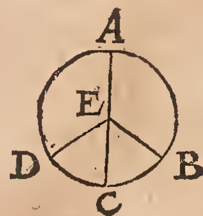
Nous appellons section semidiametrale de la sphere, ce qui est limité par la revolution du semidiametre fermé au centre, & descrivant un cercle en la superfice de la sphere.

Le donné. Soit A B C D une sphere dont le centre E, & l'axe A C, & soit E D C B la section semidiametrale, tellement que l'arc D C B fait 120 deg. ou $\frac{1}{3}$ du cercle majeur.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la section semidiametrale E D C B.

Constrvction.

Elle est tout de mesme en la partie qu'en l'entier : Je trouve la superfice spherique D C B, selon la doctrine de la 18 proposition de ce deuxiesme livre, de $113\frac{1}{7}$; icelle multipliée avec 6 du semidiametre, vient $678\frac{6}{7}$, duquel la troisiesme partie est pour le requis $226\frac{2}{7}$. Dont la demonstration est manifeste par la 42 proposition du premier livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*



Proposition XXVII.

Mesurer une partie spherale, laquelle avec un plan est coupée de la sphere entiere.

Le donné. Soit A B C D une ſphere, dont le centre E, & l'axe A C fait 12, d'icelle ſphere ſoit coupée avec un plan à angle droit ſur l'axe A C la partie B C D, coupant l'axe A C en F, tellement que F C face 3.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la partie BCD.

CONSTRVCTION.

Veu que A C fait 12, & F C 3, doncques E A fait 6, & F A 9; parquoy diſant A F 9 donne F A avec A E enſemble 15, combien le cone D C B $\frac{594}{7}$? (nous ferons cy-deſſous le calcul d'iceluy cone en brief) vient pour la partie ſpherale requiſe $141\frac{3}{7}$. Dont la demonſtration eſt faite en la 2 propoſition du deuxieſme livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede*.

Le compte du ſuſdit cone eſt tel: Veu que les deux coſtez D E 6, E F 3, du triangle rectangle E F D ſont cognus, par là ſe cognoiſt le troiſieſme D F, & ſe trouve de $\sqrt{27}$: Mais D F faiſant autant, comme ſemidiametre de la baſe du cone C D B, dont la hauteur C F 3, s'enſuit par la ſuſdite 22 propoſition de ce livre qu'iceluy cone fait $\frac{594}{7}$ comme devant.

Mais, ſuivant la ſuſdite demonſtration *d'Archimede*, pour faire encore preuve par autre maniere d'operation vulgaire, ains un peu plus longue que la precedente, on fait comme s'enſuit: Je trouve la grandeur de la ſection ſemidiametrale EDCB par la 25 propoſition de $226\frac{2}{7}$, d'icelle ſouſtrait le cone E D B, faiſant comme devant $\frac{594}{7}$, reſte pour la partie ſpherale requiſe, comme en la premiere operation, $141\frac{3}{7}$.

CONSEQVENCE.

S'il y avoit à meſurer une partie ſpherale entre les plans G H, I K on trouve premierement la grandeur de la plus grande partie cordale G I L K H, de laquelle ſouſtraite la grandeur de la plus petite partie cordale I L K, le reſte eſt le requis.

Conclusion. Nous avons donc meſuré une partie ſpherale, laquelle avec un plan eſt coupée de la ſphere entiere, ſelon le requis.

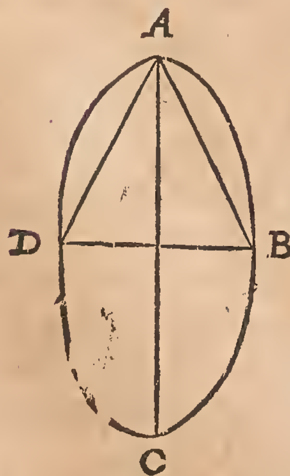
PROPOSITION XXVIII.

M*Eſurer une ſpheroïde donnée.*

Le donnée. Soit A B C D une ſpheroïde, dont le plus grand diametre A C fait 12, & D B 6.

Le requis. Il faut trouver ſa grandeur.

CONSTRVCTION.



Je tire les lignes droites AD, A B, & trouve la grandeur du cone ADB, par la conſequence de la 22 propoſit. de ce deuxieſme livre, de $56\frac{4}{7}$; dont le double $113\frac{1}{7}$ eſt pour la moitié de la ſpheroïde ADB, parquoy la ſpheroïde entiere requiſe fait $226\frac{2}{7}$. La demonſtration en eſt faite és 29 & 30 propoſitions des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede*.

Conclusion. Nous avons donc meſuré une ſpheroïde donnée, ſelon le requis.

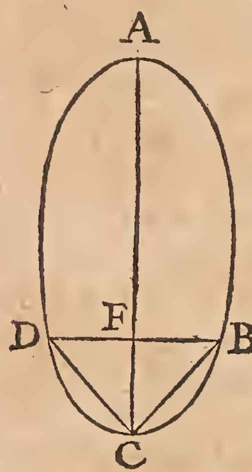
PROPOSITION XXIX.

M*Eſurer une partie grande, ou petite, ou demye d'une ſpheroïde, laquelle eſt coupée avec un plan de la ſpheroïde entiere.*

Le donné. Soit A B C D une ſpheroïde, dont le centre ſoit E, de laquelle eſt coupée avec un plan la partie D C B, dont l'axe C F fait 3, lequel axe produit juſques à la fin ſoit C A faiſant 12, & D B diametre de la baſe de la partie de la ſpheroïde fait 5.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la partie de la ſpheroïde D C B.

CONSTRVCTION.



Veu que A C fait 12, & F C 3, doncques E A fait 6, & F A 9; parquoy je dis, A F 9, donne F A avec A E enſemble 15, combien le cone D C B $19\frac{9}{14}$? (il fait autant par la 22 propoſition de ce livre) vient pour la partie de la ſpheroïde requiſe D C B $32\frac{31}{42}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 31 propoſition des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede*.

Conclusion. Nous avons donc meſuré une partie grande, ou petite, ou demie d'une ſpheroïde, laquelle eſt coupée avec un plan de la ſpheroïde entiere, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Si la ſection D B n'eſtoit pas à angle droit ſur le plus grand axe, comme cy-deſſus, mais qu'un plus petit axe tendiſt par ſon centre, il eſt manifeſte que la ſuſdite regle y aura auſſi lieu.

PROPOSITION XXX.

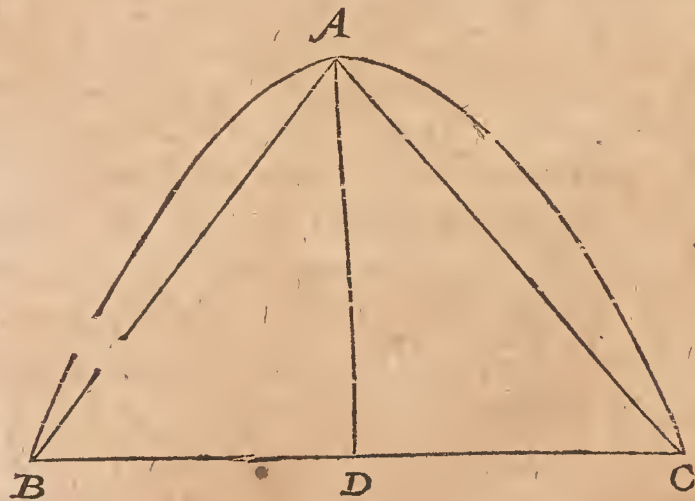
M*Eſurer un corps parabolique donné.*

Le donné. Soit A B C le conoïde parabolique, dont le diametre de la baſe B C fait 10, & la hauteur A D 6.

Le requis. Il faut trouver ſa grandeur.

CONSTRVCTION.

Je tire A B, A C, & meſure le cone A B C par la conſequence de la 22 propoſition de ce deuxieſme livre,



le trouvant de $157\frac{1}{7}$, à cela touſiours ſa moitié comme $78\frac{4}{7}$, vient pour la grandeur requiſe du conoïde A B C $235\frac{5}{7}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 23 propoſition du livre des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede*.

Conclusion. Nous avons donc meſuré un conoïde parabolique donné, ſelon le requis.

PRO-

PROPOSITION XXXI. ALB. GIRARD.

MEsurer un conoïde parabolique tronqué d'un plan parallele à la base.

Le donné. *Soyent B & C, les deux superfices paralleles du couvercle & de la base, & D la perpendiculaire qui est entre deux.*

Le requis. *Il faut trouver sa solidité.*

Construction. *D (B+C) est le double de la solidité du conoïde tronqué: Dont la demonstration est manifeste, pource que les cylindres inscrits & circonscrits au conoïde parabolique sont en mesme raison que les parallelogrammes aux triangles, tant inscrits que circonscrits.*

Conclusion. *Nous avons donc trouvé la solidité du conoïde tronqué, selon le requis.*

PROPOSITION XXXII. ALB. GIRARD.

MEsurer un corps hyperbolique donné.

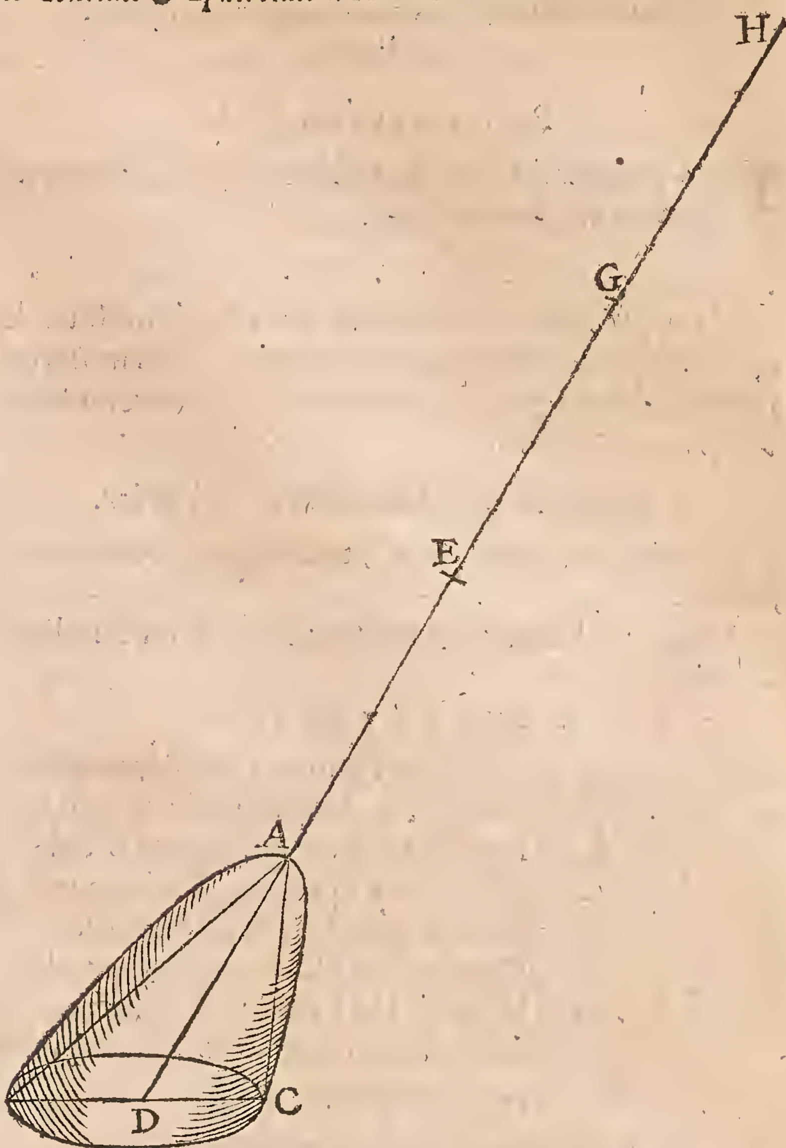
ALBERT GIRARD. J'ay adjousté ceste proposition, afin que rien ne manquast icy de la mesure de la troisiesme section conique tournée, qui est le conoïde hyperbolique.

Le donné. *Soit ABC une portion d'un conoïde hyperbolique, (estant coupé obliquement sur l'axe) dont la section BC sera ellipse, & soit la superfice 20, & AD diametre de concavité 7, mais la perpendiculaire de A sur la base BC, soit 6; soit aussi AG 16, qui est la transverse ou diametre de convexité (car c'est le diametre aussi des opposites) E centre des opposites au milieu de AG.*

Le requis. *Il faut trouver sa solidité.*

CONSTRVCTION.

Ayant prolongé AG jusques à H, ainsi que GH soit egale à GE, alors AE, EG, GH seront egales; la portion du cone ABC, (sur la mesme base BC elliptique, & mesme sommet A) sera 40; car la hauteur est 6: On dira donc GD 23 donne DH 31, combien 40 le cone inscrit? viendra $53\frac{21}{23}$ pour la solidité de la portion du conoïde hyperbolique ABC, la construction sera semblable, lors qu'il est coupé à angles droits sur l'axe; dont la demonstration se tire des 27 & 28 propositions du livre des Conoïdes & Spheroïdes d'Archimedes.



Conclusion. *Nous avons donc mesuré un corps hyperbolique, selon le requis.*

Fin du deuxiesme livre de la Geometrie.

TROISIESME LIVRE
DE LA
PRACTIQVE DE GEOMETRIE,
Des quatre Conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des grandeurs.

LEs quatre especes proposées en ce troisiesme livre, ne seront que des grandeurs semblables données, desquelles les requises sont aussi semblables aux données. Quant aux dissemblables, qui se rencontrent aussi en effect; leur conversion en semblables s'enseignera au sixiesme livre; parquoy la regle sera generale sur toutes: Comme aussi en l'Arithmetique par nombres, là où les rompus se reduisent à un nominateur commun, pour operer avec iceluy comme avec les entiers.

*Mais avant que de commencer nous ferons quelque advertissement de certain doubte qu'on pourroit proposer: Asçavoir que diverses grandeurs qui seront icy données sur le papier, ne s'adjoustent point si proprement que la somme consiste des mesmes grandeurs données, comme il semble toutesfois que les propositions le requierent, y adjoustant encores qu'*Euclide *& autres Mathematiciens renommez n'ont pas usé de telle façon de parler. A cecy on respond que le semblable est commun en l'Arithmetique, dont nous suivons l'ordre: Comme par exemple, quelqu'un voulant assembler 4 & 3, dit qu'ils font ensemble 7, lequel 7 toutesfois ne consiste point hors des essentiels 4 & 3 donnez, veu que les mesmes 4 & 3 sont demeurez en leur lieu. Parquoy si on vouloit parler icy du tout proprement, il ne faudroit point dire de l'addition des nombres donnez, ains, selon la maniere* d'Euclide, *de l'invention d'un nombre egal aux nombres donnez. Mais puis qu'une si grande proprieté seroit fort facheuse tant en l'Arithmetique, & aux autres trois especes restantes, qu'en l'Addition, ceste maniere sera permise par bonne raison, quoy qu'elle soit un peu plus impropre en la susdite Arithmetique, à cause de la facilité qui en provient. Et le mesme se doit icy entendre en la practique de Geometrie, d'autant plus que quelques Mathematiciens se servent d'une telle maniere de parler, mesmes aux grandeurs, comme disant (en la vieille question) de la duplication du cube, ce qui n'est autre chose que de trouver un cube double à un cube donné. Pourtant aussi nous nous avions proposé de faire cest advertissement.*

PREMIERE PARTIE DV TROISIESME LIVRE,

Des quatre conjugaiſons, comme Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion des lignes.

Proposition I.

Estant données des lignes ſemblables à adjouſter, trouver leur ſomme en une ſemblable ligne.

Notez.

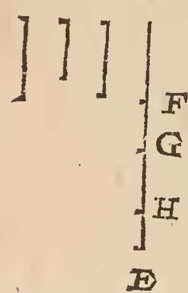
Veu que nous rencontrons en l'Arithmetique les quatre eſpeces en entier & en rompu, nous imiterons le ſemblable és grandeurs, mettant divers exemples en chaque propoſition.

1 *Exemple de lignes droites en entier.*

Le donné. Soient A, B, C, trois lignes droites à adjouſter.

Le requis. Il faut trouver leur ſomme en une ligne droite.

Constrvction.



Je tire l'infinie DE, & prens ſur le compas la longueur de la ligne A, l'appliquant en la ligne DE, de D juſques à F; puis apres la longueur B de F juſques à G, & la longueur C de G juſques à H. Ce qui eſtant ainſi, la ligne DH eſt la ſomme requiſe; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Autre operation par nombres.

Je meſure A, la trouvant je prens de 11 pieds, B de 7 pieds, C de 9 pieds; Iceux adjouſtez font 27: Parquoy tirant une ligne, comme DH, longue de 27 pieds, on a le requis.

2 *Exemple de lignes droites en rompu.*

I Soit requiſe la ſomme des $\frac{2}{3}$ de la ligne A, avec les $\frac{3}{4}$ de la ligne B.

Constrvction.

Je meſure A, & la trouve je prens de 11 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font	733 ②
Et B de 7 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font	520 ②
Somme	1253 ②

Parquoy ayant tiré une ligne auſſi longue, laquelle ſoit I, on a le requis; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Notez.

On pourroit demander ſi toutes lignes droites ſe peuvent appeller ſemblables, comme elles ont eſté dites cy-deſſus. Ma raiſon affirmative eſt telle:

Arcs comprenans angles egaux, s'appellent lignes ſemblables, mais arcs ſemblables peuvent eſtre eſtendus moins & moins obliques juſques à l'infini, tellement que leur difference de lignes droites ſoit plus petite qu'aucune ligne poſée, demeurans toutesfois arcs & lignes ſemblables: Ce qui eſtant ainſi, pourquoy eſt-ce que la derniere extenſion en une ligne droite feroit perdre le nom de ſemblable? Il ne ſemble point que la raiſon le vueille.

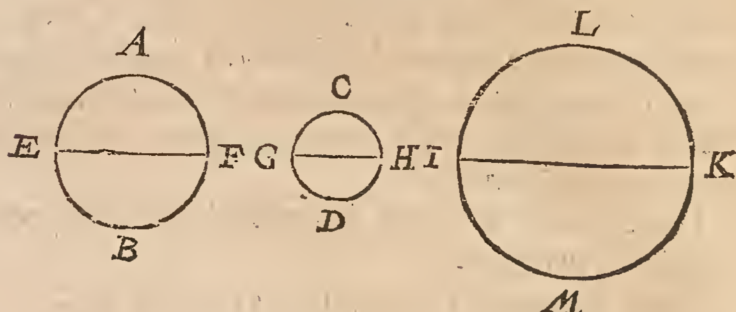
3 *Exemple de lignes courbes.*

Le donné. Soient AB, CD les circonferences de deux cercles.

Le requis. Il faut trouver leur ſomme en la circonference d'un cercle.

Constrvction.

Je marque aux circonferences données deux lignes droites homologues, comme leurs diametres: Celle de AB ſoit EF, & de CD ſoit GH: Je tire puis apres IK,



egale à EF avec GH, je deſcris ſur icelle, comme diametre, la circonference ILKM, que je dis la ſomme requiſe.

Demonstration.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB, ainſi GH à GCHD, ainſi auſſi IK à ILKM: Et par raiſon conjoincte, comme EF avec GH, à EAFB avec GCHD, ainſi IK à ILKM: Mais EF avec GH ſont enſemble egaux à IK par la conſtruction; parquoy EAFB & GCHD ſont enſemble egaux à ILKM, & conſequemment la circonference ILKM eſt la ſomme requiſe des deux autres.

Autre operation par nombres.

Je meſure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, & GH de 7, qui font enſemble 18; parquoy tirant une ligne longue de 18 pieds, comme IK, & deſcrivant là deſſus comme diametre, une circonference ILKM, elle eſt la ſomme requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente demonſtration.

Consequence.

Les figures de ceſte propoſition ſont miſes icy comme lignes dedans un plan, toutesfois il eſt manifeſte que la regle eſt generale ſur toutes lignes ſemblables telles qu'elles ſoient, deſcrites tant en ſuperfices courbes qu'en plans. Ce qui s'entend auſſi ainſi és trois propoſitions qui ſuivent immediatement.

Concluſion. Eſtant donc données des lignes ſemblables à adjouſter, nous avons trouvé leur ſomme en une ſemblable ligne, ſelon le requis.

Proposition II.

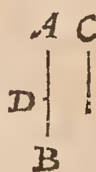
Estant donnée une ligne avec une ſemblable ligne à ſouſtraire, trouver le reſte en une ligne ſemblable.

1 *Exemple de lignes droites en entier.*

Le donné. Soit AB une ligne droite, & C la ligne à ſouſtraire.

Le requis. Il faut trouver leur reſte en une ligne droite.

Constrvction.



Je prens ſur le compas la longueur de C, l'appliquant en la ligne AB de A juſques à D: Ce qui eſtant ainſi, DB eſt le reſte requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Autre operation par nombres.

Je meſure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, & C de 7 pieds, leſquels ſouſtraits des 11 reſtent 4: Parquoy ayant tiré une ligne longue de 4 pieds, comme DB, on a le requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à ſouſtraire les $\frac{2}{5}$ de la ligne C, des $\frac{3}{4}$ de la ligne A B.

CONSTRVCTION.

Je meſure A B, & la trouve je prens de 11 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font 825(2).
Puis apres C de 7 pieds, dont les $\frac{2}{5}$ font 280(2).
Leſquels ſouſtraits du premier en l'ordre, reſte 545(2).

Parquoy ayant tiré une ligne de telle longueur, on a le reſte requis; dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit la circonference du cercle A B une ligne courbe, & la circonference C D celle qui eſt à ſouſtraire.

Le requis. Il faut trouver leur reſte en la circonference d'un cercle.

CONSTRVCTION.

Je marque aux circonferences données deux droites lignes homologues, comme je prens leurs diametres: Celle de AB ſoit EF, & de CD ſoit GH. Puis apres tirant IK egale au ſur plus de EF par deſſus GH, je deſcris ſur icelle comme diametre la circonference I L K M, que je dis le reſte requis.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre E F, à la circonference E A F B, ainſi G H à G C H D; ainſi auſſi IK à I L K M : & par raiſon reverſe, comme EF moins G H, à E A F B moins G C H D, ainſi I K, à I L K M : Mais E F moins G H, eſt egale à I K par la conſtruction ; parquoy E A F B moins G C H D eſt egale à I L K M, & conſequemment I L K M eſt le reſte requis.

Autre operation par nombres.

Je meſure E F, la trouvant je prens de 11 pieds, & G H de 7, leſquels ſouſtraits de 11 reſte 4 : parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme I K, & là deſſus comme diametre deſcrivant une circonference I L K M, elle eſt le reſte requis : dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration precedente.

Concluſion. Eſtant donc donnée une ligne, avec une ſemblable ligne à ſouſtraire: Nous avons trouvé le reſte en une ligne ſemblable, ſelon le requis.

PROPOSITION III.

Estant donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur: Trouver le produit en une ligne ſemblable à la donnée.

Nous avons demonſtré au 6 probleme de la premiere partie de noſtre Practique d'Arithmetique que le multiplicateur ne peut eſtre que nombre, ce qui s'entend auſſi ainſi du diviſeur avec le quotient, qui eſt auſſi touſiours nombre.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit A B une ligne à multiplier, & 213 le multiplicateur.

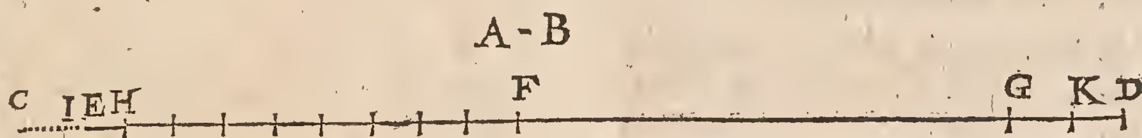
Le requis. Il faut trouver le produit en une ligne droite.

NOTEZ.

Tout ainſi que la multiplication & diviſion des nombres, ſe nomment abbreviations de l'addition & ſouſtraction, le meſme ſe rencontre icy és grandeurs : car ſi quelqu'un vouloit adjouſter 213 lignes egales à A B, ſelon la maniere de la 1 propoſition de ce troiſieſme livre, il auroit le requis, mais l'operation ſuivante eſt plus courte ; ce qui s'entendra auſſi ainſi en la ſuivante multiplication & diviſion des ſuperfices & corps.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne infinie C D, & prens ſur le compas la longueur A B, la mettant dix fois dedans la ligne C D, ce qui vient je prens de C juſques à E: J'ouvre puis apres le compas de C juſques à E, & mets cela dix fois en la ligne C D, ce qui vient juſques à F. Je prens puis apres ſur le compas la longueur C F, l'appliquant de F juſques à G, tellement que C G fait 200. Maintenant pour avoir encores 13, H E ſignifie 10, parquoy de E vers C prenant encores trois parties, comme de E juſques à I, & alors le compas ouvert de H juſques à I, & icelle longueur appliquée de G juſques à K, la ligne C K eſt la requiſe, à ſçavoir 213 fois auſſi longue que A B; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.



Par la ſuſdite decuple augmentation la procedure generale de toutes eſt notoire, car pour avoir des milliers on ouvriroit le compas ſur dix fois cent, & ainſi conſequemment avec les ſuivans.

Autre operation par nombres.

Je meſure AB, & la trouve, je prens, de 3 pieds, iceux multipliez avec 213 vient 639, parquoy tirant une ligne longue de 639 pieds, on a le produit requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à multiplier les $\frac{3}{4}$ de la ligne A B, par $\frac{5}{6}$.

CONSTRVCTION.

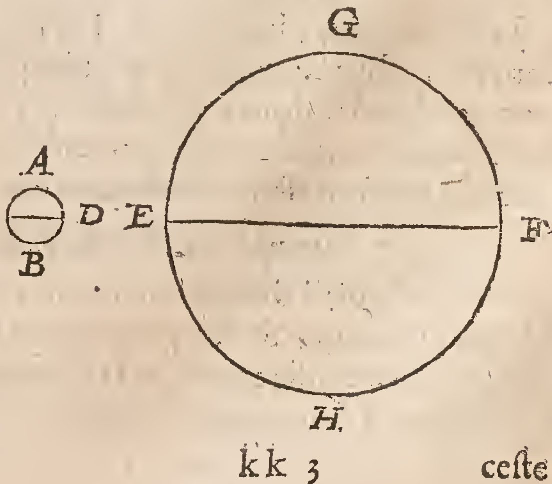
Je meſure A B, & la trouve, je prens de 3 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font $\frac{9}{4}$, icelles multipliées avec $\frac{5}{6}$ vient 1875(3); parquoy tirant une ligne de telle longueur on a le produit requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit la circonference du cercle A B une ligne courbe, & le multiplicateur 6.

Le requis. Il faut trouver le produit.

CONSTRVCTION.



Je marque en la circonference donnée quelque ligne droite, comme je prens le diametre CD, la multipliant par 6, ſelon la maniere du 1 exemple de

ceste proposition, dont le produit soit la ligne droite EF, & je descris sur icelle comme diametre la circonference EGFH, que je dis le produit requis.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EGFH, ainsi le diametre CD, à la circonference CADB: & par raison alterne, comme EF à CD, ainsi EGFH à CADB; mais EF est 6 fois aussi long que CD par la construction, parquoy la circonference EGFH est six fois aussi longue que la circonference CADB.

Autre operation par nombres.

Posé que CD soit longue de 7 pieds, lesquels 6 fois font 42, parquoy tirant une ligne, comme EF, de 42 pieds, & là dessus descrivant la circonference EGFH, on a le produit requis; dont la demonstration est manifeste par la precedente.

Conclusion. Estant donc donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé le produit en une ligne semblable à la donnée, selon le requis.

PROPOSITION IV.

Estant donnée une ligne à diviser, & une ligne diviseur, trouver le quotient.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit CK au premier exemple de la 3 proposition de ce troisiesme livre une ligne à diviser, & la ligne AB diviseur.

Le requis. Il faut trouver le quotient.

CONSTRUCTION.

Je prens sur le compas la longueur AB, & la mets dix fois en la ligne CK, ce qui vient, je prens, de C jusques à E: J'ouvre puis apres le compas de C jusques à E, & là mets dix fois dedans la ligne CK, ce qui vient jusques à F: Je prens puis apres sur le compas la longueur CF, l'appliquant de F jusques à G; tellement que CG fait 200, parquoy le quotient fait premierement 200. Mais pour sçavoir maintenant combien il faut qu'il y vienne encores à cause de GK, je prens sur le compas la longueur d'icelle GK, la trouvant, je prens, venir de H jusques à I, faisant 13, lesquels avec les susdits 200 font 213 pour le quotient requis; dont la demonstration est manifeste par la construction.

Autre operation par nombres.

Je mesure CK, & la trouve je prens de 639 pieds, & AB de trois pieds, par iceux divisez les 639, vient 213; & autant de fois est la ligne comme AB, en la ligne CK.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à diviser les $\frac{2}{3}$ de la ligne CK, au premier exemple de la 3 proposition de ce troisiesme livre, par les $\frac{3}{5}$ de la ligne AB.

CONSTRUCTION.

Je mesure CK, la trouvant, je prens, de 213 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 142: je mesure puis apres AB, la trouvant de 3 pieds, dont les $\frac{3}{5}$ font $\frac{9}{5}$: Par iceux divisez les susdits 142, vient pour le quotient requis $78\frac{8}{9}$; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit à diviser la circonference EGFH au troisiesme exemple de la 3 proposition de ce troisiesme livre, par la circonference CADB comme diviseur.

Le requis. Il faut trouver le quotient.

CONSTRUCTION.

Je tire dans les circonferences données deux lignes droites homologues, comme les diametres EF, CD, & divisant EF par CD selon la maniere du premier exemple de ceste proposition, se trouve pour quotient je prens 6, que je dis le quotient requis des circonferences, dont la demonstration est manifeste par le revers de la demonstration de la multiplication.

Autre operation par nombres.

Je mesure la ligne droite EF, la trouvant, je prens, de 42 pieds, & CD de 7, par iceux divisez les 42, vient pour le quotient requis 6: dont la demonstration est manifeste par le precedent.

Conclusion. Estant donc donnée une ligne à diviser, & une ligne diviseur, nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

SECONDE PARTIE
DU TROISIESME LIVRE,
Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication & Division des superfices.

NOTEZ.

Sur tout, qu'és quatre premieres propositions suivantes, pour briefveté nous marquerons les figures des superfices seulement des plans rectilignes, par où on entendra que la regle est generale de toutes superfices semblables, telles qu'elles soient, aussi bien courbilignes & bossues que rectilignes & plattes.

PROPOSITION V.

Estant données superfices semblables à adjouster: Trouver leur somme en une semblable superfice.

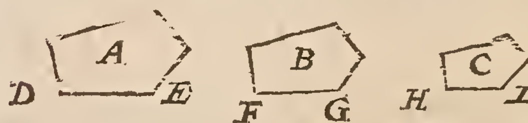
1 Exemple en entier.

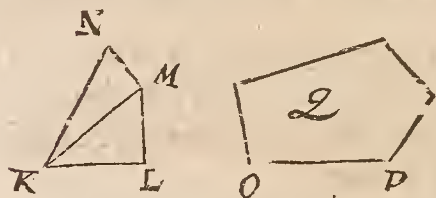
Le donné. Soient A, B, C, trois superfices semblables, desquelles DE, FG, HI sont lignes homologues.

Le requis. Il faut trouver leur somme en une superfice semblable avec A.

CONSTRUCTION.

Ie tire KL egale avec DE, & LM à angle droit sur KL, & egale avec FG, apres KM, & là dessus à angle droit MN egale avec HI, & tire KN. Puis apres OP egale avec KN, comme homologue avec DE, sur laquelle descrivant la superfice Q semblable à A, selon la doctrine de la 16 proposition du premier livre: Ie dis qu'icelle superfice Q est la somme requise, à sçavoir egale aux trois A, B, C; dont la demonstration est manifeste par la 31 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.





Autre operation par nombres.

Ie mesure les trois costez homologues, & trouve DE par exemple de 5, dont le quarré	25.
FG de 4, dont le quarré	16.
HI de 3, dont le quarré	9.
Somme	50.
Dont la racine fait	7 0 7 ②.

Par-

Parquoy tirant une ligne longue de 707 ②, comme O P, homologue avec D E, & là dessus marquant une superfice, comme Q, semblable à A, on a le requis.

2 *Exemple en rompu de l'invention de* SON EXCELLENCE *tiré de la 8 proposition suivante.*

Soit requise la somme des $\frac{2}{5}$ du plan A, avec le $\frac{1}{2}$ de B, & le $\frac{1}{3}$ de C.

CONSTRVCTION.

Ie mesure les trois costez homologues, trouvant D E, je prens, de 5 pieds, le quarré d'iceux fait 25, dont les $\frac{2}{5}$ font	10.
F G de 4, desquels le quarré 16, dont le $\frac{1}{2}$ fait	8.
H I de 3, desquels le quarré 9, dont le $\frac{1}{3}$ fait	3.
Somme	21.
Dont la racine quarrée	458 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 458 ② pieds, comme homologue avec D E, & là dessus marquant une superfice semblable à A, on a le requis: Dont la demonstration se verra au susdit lieu, à sçavoir, en la 8 proposition.

Conclusion. Estant donc données superfices semblables à adjouster, nous avons trouvé leur somme en une semblable superfice, selon le requis.

PROPOSITION VI.

E*Stant donnée une superfice, avec une semblable superfice à soustraire: Trouver le reste en semblable superfice.*

1 *Exemple en entier.*

Le donné. Soit A une superfice, & B une semblable superfice à soustraire, desquelles C D, E F sont costez homologues.

Le requis. Il faut trouver le reste en une superfice semblable à A.

CONSTRVCTION.

Ie tire l'infinie G H, apres G I, à angle droit sur icelle G H, & egale avec E F: Ie prens puis apres sur le compas la longueur C D, mettant l'un pied au poinct I, l'autre dedans la ligne G H, que je prens venir au poinct K: Ie tire puis apres la ligne L M egale avec K G, comme homologue avec C D, descrivant là dessus la superfice N, semblable à A, ce que je dis le reste requis; dont la demonstration se tire de la 31 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*

Autre operation par nombres.

Ie mesure les deux costez homologues, trouvant C D, je prens, de 5 pieds, dont le quarré	25.
Et E F de 4, dont le quarré	16.
Lequel soustrait du premier en l'ordre, reste	9.
Dont la racine quarrée	3.

Parquoy tirant une ligne longue de 3 pieds, comme L M homologue avec C D, & là dessus marquant une superfice comme N semblable à A, on a le reste requis.

2 *Exemple en rompu de l'invention de* SON EXCELLENCE *tiré de la 8 proposition suivante.*

Soit des $\frac{2}{5}$ de la superfice de A à soustraire la $\frac{1}{2}$ de B.

CONSTRVCTION.

Ie mesure les deux costez homologues, trouvant C D, je prens de 5 pieds, dont le quarré 25, desquels les $\frac{2}{5}$ font	10.
Et E F 4, dont le quarré 16, desquels la moitié fait	8.
Lesquels soustraits du premier en l'ordre, reste	2.
Dont la racine quarrée	141 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 141 ② pieds, comme homologue avec C D, & là dessus marquant une superfice semblable à A, on a le reste requis: dont la demonstration se verra au lieu susdit, à sçavoir en la 8 proposition.

Conclusion. Estant donc donnée une superfice, & une superfice semblable à soustraire: Nous avons trouvé le reste en superfice semblable, selon le requis.

PROPOSITION VII.

E*Stant donnée une superfice à multiplier, & un nombre multiplicateur: Trouver leur produit en une superfice semblable à la donnée.*

1 *Exemple en entier.*

Le donné. Soit A une superfice à multiplier, & le multiplicateur 10.

Le requis. Il faut trouver leur produit, qui est une superfice dix fois aussi grande que A, & semblable à icelle.

CONSTRVCTION.

Ie tire la ligne B C dix fois aussi longue qu'aucun des costez de la superfice donnée, par exemple le costé D E: Je trouve puis apres la ligne moyenne proportionelle entre D E & B C par la 3 proposition du 4 livre, laquelle soit F G, sur icelle comme homologue avec D E je marque la superfice H semblable à A, que je dis le produit requis, à sçavoir dix fois aussi grande que la superfice A: dont la demonstration se tire de la 20 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*

NOTEZ.

Il est bien vray qu'on declare plus commodement les propositions presentes par la doctrine precedente que suivante: Toutesfois cela est advenu autrement en l'invention des lignes proportionelles, tant icy qu'en quelques propositions de ce livre: Toutesfois si nous eussions mis le quatriesme livre devant le 3, nous eussions peu eviter telle chose, mais alors nous n'eussions pas suivi le susdit ordre general de l'Arithmetique, que nous nous avions proposé de suivre.

Autre operation par nombres.

Ie mesure la ligne D E, la trouvant je prens de trois pieds, lesquels dix fois font 30 pieds: Entre ce 30 & 3 je trouve un nombre moyen proportionel, qui est 949 ②; parquoy tirant une ligne de telle longueur comme F G, & là dessus marquant une superfice H semblable avec A, on a le produit requis.

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit encore la ligne D E de trois pieds, son quarré est	9.
Cela 10 fois vient	90.
Dont la racine quarrée	949 ②.

 Par-

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme FG homologue avec DE, & là dessus marquant une superfice H semblable à A, on a le produit requis.

2 *Exemple en rompu.*

Soient à multiplier les $\frac{2}{3}$ de la superfice A, avec 10 $\frac{1}{2}$.

CONSTRVCTION.

Je mesure DE, & la trouve je prens de trois pieds, les $\frac{2}{3}$ d'iceux comme 2, multipliez par 10 $\frac{1}{2}$ font 21. Entre ces 21 & les susdits 3, je trouve un nombre moyen proportionel, qui est 794②; Parquoy tirant une ligne aussi longue, & là dessus marquant une superfice semble à A, on a le produit requis.

Autre operation en rompu, fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient encores à multiplier les $\frac{2}{3}$ de la superfice A, avec 10 $\frac{1}{2}$.

CONSTRVCTION.

Je mesure DE, la trouvant je prens de 3 pieds, le quarré d'iceux fait 9 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font	*6.*
Iceux multipliez avec 10 $\frac{1}{2}$ vient	63.
Dont la racine quarrée	794②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec DE, & là dessus marquant une superfice semblable à A, on a le produit requis.

CONSEQVENCE.

Quand on desire en l'Arithmetique quelque partie de quelque nombre rompu, comme par exemple les $\frac{2}{2}$ $\frac{1}{}$ de $\frac{2}{3}$, on multiplie $\frac{2}{2}$ $\frac{1}{}$ avec $\frac{2}{3}$, & le produit est le requis: Ainsi aussi en la practique de Geometrie, quand on desire quelque partie de la partie d'une superfice donnée, pourveu qu'elle soit semblable avec l'entier, par exemple les $\frac{2}{2}$ $\frac{1}{}$ des $\frac{2}{3}$ de la superfice A: Il est notoire qu'on multipliera selon la maniere du susdit deuxiesme exemple, & que le produit sera le requis. La mesme consequence s'entendra aussi ainsi sur la multiplication des corps en la 11 proposition suivante.

Conclusion. Estant donc donnée une superfice à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé leur produit en une superfice semblable à la donnée, selon le requis.

PROPOSITION VIII.

Estant donnée une superfice à diviser, & une semblable superfice diviseur: Trouver le quotient.

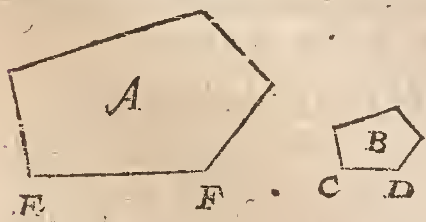
1 *Exemple en entier.*

Le donné. Soit A une superfice à diviser, & la superfice B semblable à A soit diviseur, dont le costé CD est homologue avec EF.

Le requis. Il faut trouver leur quotient, qui est, combien de fois une superfice comme B est comprinse en la superfice A.

CONSTRVCTION.

Je trouve par la 2 proposition du quatriesme livre la troisiesme proportionelle des deux EF, CD, laquelle soit G: Je voy puis apres combien de fois G est en EF, & se trouve, je prens trois fois: Ce qui estât ainsi,



G

je dis que 3 est le quotient requis, à sçavoir qu'une superfice comme B, est comprinse 3 fois en la superfice A. La demonstration se tire de la 20 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.

Autre operation par nombres, selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je mesure les deux costez homologues, trouvant je prens EF de	18.
Et CD de	*6.*
Je dis puis apres, 18 premier en l'ordre, donne *6* deuxiesme en l'ordre, combien les mesmes *6*? vient	2.
Par iceux divisez 18 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis	9.

Autre operation selon l'invention de SON EXCELLENCE.

On divisera les quarrez des costez homologues l'un par l'autre, car le quotient donne aussi le requis: par exemple ayant divisé 324 (quarré de EF 18) par 36 (quarré de CD *6*) vient comme dessus 9.

Origine de ceste operation.

SON EXCELLENCE considerant que les superfices semblables estoient en telle raison l'une à l'autre, que les quarrez de leurs costez homologues, concluoit par là que le quotient des quarrez de deux costez homologues, doit aussi estre le quotient des superfices.

SON EXCELLENCE ayant apperceu que ceste regle estoit fort generale, il depescha par icelle plusieurs operations avec une singuliere facilité, lesquelles seront descrites cy-apres chacune en son lieu.

2 *Exemple en rompu selon la susdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soient à diviser les $\frac{2}{3}$ de la superfice A, par les $\frac{3}{4}$ de la superfice B.

CONSTRVCTION.

Je mesure deux costez homologues, trouvant EF je prens de 18, le quarré d'iceux 324, dont les $\frac{2}{3}$ font	*216.*
Et CD *6*, le quarré d'iceux 3*6*, dont les $\frac{3}{4}$ font	27.
Par iceux divisez les 216, vient pour le quotient requis	8.

Dequoy la demonstration s'entend par la susdite origine.

Conclusion. Estant donc donnée une superfice à diviser, & une semblable superfice diviseur, nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

TROISIESME PARTIE DV TROISIESME LIVRE,

Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des corps.

Nous descrirons pour briefveté, és quatre propositions suivantes, les figures seulement des corps planes, par où on entendra que la regle est generale de tous corps semblables, tels qu'ils soient, aussi bien creux & courbes que planes.

PRO-

PROPOSITION IX.

Estant donnez des corps semblables à adjouster; Trouver leur somme en un corps à eux semblable.

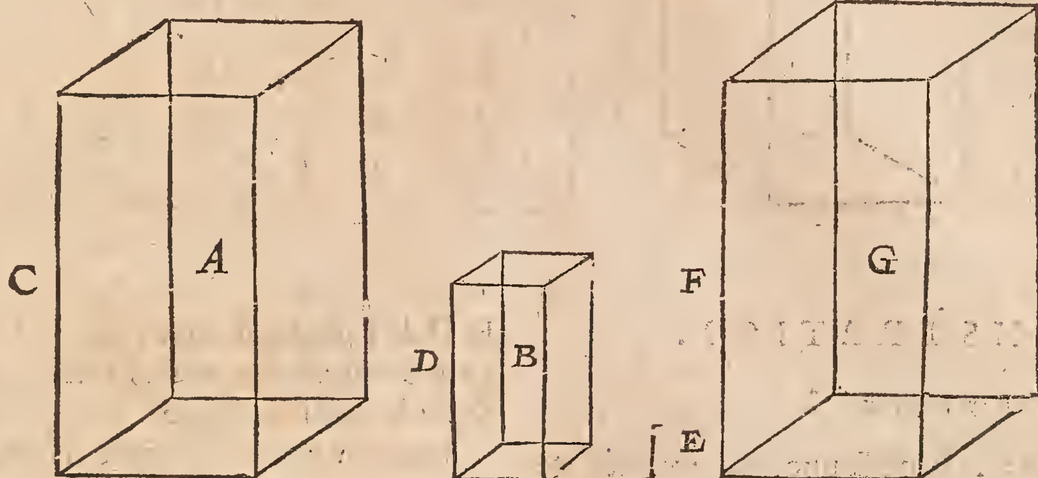
1 Exemple en entier.

Le donné. Soient A, B, deux corps semblables à adjouster, dont les lignes homologues sont C, D.

Le requis. Il faut trouver leur somme en un corps semblable à A.

CONSTRVCTION.

Ie trouve la quatriesme ligne proportionelle E des deux C, D, par la consequence de la 1 proposition du quatriesme livre: Puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C & la ligne egale à C avec E par la 4 proposit. du quatriesme livre, desquelles deux lignes moyennes proportionelles soit F la premiere. Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G semblable à A, lequel je dis la somme requise, à sçavoir egal aux deux A B.



DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

La ligne C à E a une raison triplée de la ligne C à D par l'operation: parquoy comme la ligne C à E, ainsi le corps A au corps B; & par raison composée, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainsi les deux corps A & B au corps A.

ARTICLE II.

La ligne C obtient à la ligne egale à C avec E une raison triplée de la ligne C à F par la construction: parquoy comme la ligne C, à C avec E, ainsi le corps A, au corps G. Et par raison reverse, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainsi le corps G, au corps A. Mais la mesme raison des deux corps A & B ensemble au corps A, a esté demonstrée au premier article; parquoy (car ceux-la, dont les raisons sont egales à un mesme, sont de necessité egaux entr'eux) le corps G est egal avec les deux corps A, B.

Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.
Et D de 2.
Le quatriesme nombre proportionel 4 premier en l'ordre, & 2 deuxiesme en l'ordre, est $\frac{1}{2}$.
Iceluy avec 4 premier en l'ordre fait $4\frac{1}{2}$.
Je cerche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & $4\frac{1}{2}$ quatriesme en l'ordre, qui est racine cubique de 72.
Qui fait 416 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps G semblable à A, on a la somme requise.

Autre operation par nombres selon l'invention de SON EXCELLENCE.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.
Et D de 2, dont le cube 8.
Lesquels adjoustez aux autres, vient 72.
Dont la racine cubique 416 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps G semblable à A, on a la somme requise.

2 Exemple en rompu, où l'invention de SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soit requise la somme de $\frac{3}{8}$ du corps A, avec $\frac{1}{4}$ du corps B.
Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, son cube fait 64, dont les $\frac{3}{8}$ font 24.
Et D de 2, le cube d'iceux 8, dont $\frac{1}{4}$ fait 2.
Somme 26.
Dont la racine cubique 296 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a la somme requise, dont la demonstration se tire de l'origine de la 8 proposition de ce livre.

Conclusion. Estant donc donnez des corps semblables à adjouster, nous avons trouvé leur somme en un corps à eux semblable, selon le requis.

PROPOSITION X.

Estant donné un corps, avec un semblable corps à soustraire; Trouver le reste en un semblable corps.

1 Exemple en entier.

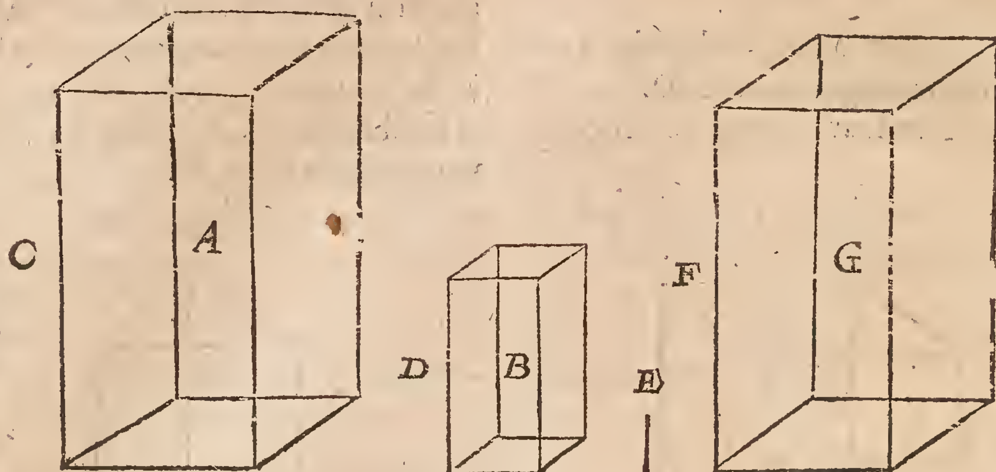
Le donné. Soit A un corps, & B un semblable corps à soustraire, dont les lignes homologues soient C, D.

Le requis. Il faut trouver le reste en un corps semblable à A.

CON-

CONSTRVCTION.

Ie trouve la quatriesme proportionelle E des deux C, D; puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C, & la ligne C moins E, desquelles deux moyennes proportionelles la premiere soit F: Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G semblable à A, lequel je dis le reste requis.



DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

La ligne C obtient à la ligne E une raison triplée de la ligne C à D par la construction : parquoy comme la ligne C à la ligne E, ainsi le corps A au corps B; & par raison disjointe, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainsi le corps A moins le corps B au corps A.

ARTICLE II.

La ligne C obtient à la ligne C moins la ligne E une raison triplée de la ligne C à F par la construction : parquoy comme la ligne C à la ligne C moins la ligne E, ainsi le corps A au corps G; & par raison reverse, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainsi le corps G au corps A. Mais la mesme raison du corps A moins le corps B au mesme corps A, a esté demonstrée au premier article; parquoy (car ceux dont les raisons sont egales à un mesme, il faut qu'ils soient egaux) le corps G est egal au corps A moins le corps B, qui est, le corps B soustrait de A, le reste est un corps comme G.

Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.
Et D de 2.
Le quatriesme nombre proportionel de 4 premier en l'ordre, & 2 deuxiesme en l'ordre, est $\frac{1}{2}$.
Iceux soustraits de 4 premier en l'ordre, reste $3\frac{1}{2}$.
Je cerche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & $3\frac{1}{2}$ quatriesme en l'ordre, le mesme est racine cubique de 56.
Laquelle fait 383 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps G semblable à A, on a le reste requis.

Autre operation par nombres selon l'invention de SON EXCELLENCE.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.
Et D de 2 pieds, dont le cube 8.
Lequel cube soustrait de l'autre, reste 56.
Dont la racine cubique 383 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le reste requis.

2 *Exemple en rompu, où l'invention de* SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soit des $\frac{3}{8}$ du corps A, à soustraire $\frac{1}{4}$ du corps B.

CONSTRVCTION.

Je mesure les deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, le cube d'iceux est 64, dont les $\frac{3}{8}$ font 24.
Et D de 2, le cube d'iceluy 8, dont $\frac{1}{4}$ fait 2.
Lesquels soustraits de 24 premier en l'ordre, reste 22.
Dont la racine cubique 28 ①.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le reste requis : Dont la demonstration se tire de l'origine de la 8 proposition de ce troisiesme livre.

Conclusion. Estant donc donné un corps avec un semblable corps à soustraire, nous avons trouvé le reste en un semblable corps, selon le requis.

PROPOSITION XI.

E*Stant donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur; Trouver le produit en un corps semblable au donné.*

1 *Exemple en entier.*

Le donné. Soit A le corps à multiplier, avec quelque ligne droite là dedans, comme B, & le multiplicateur 8.

Le requis. Il faut trouver le produit en un corps semblable à A, & 8 fois aussi grand.

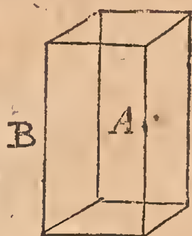
CONSTRVCTION.

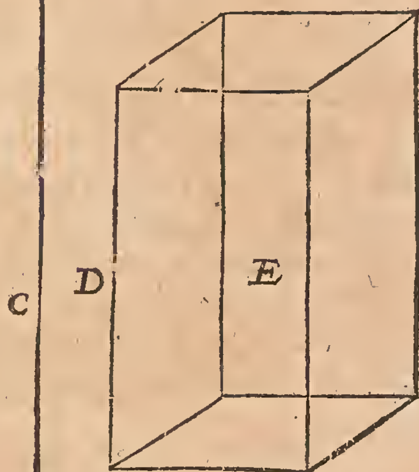
Je tire la ligne C, 8 fois aussi longue que la ligne B, pource que le multiplicateur donné est 8 : Je trouve puis apres deux lignes moyennes proportionelles par la 4 proposition du quatriesme livre, dont la premiere soit D : sur laquelle comme homologue avec B marquant le corps E semblable à A, je dis qu'il est le produit requis, à sçavoir 8 fois aussi grand que le corps A.

DEMON-

DEMONSTRATION.

La ligne B à C, a une raison triplée de la ligne B à D par la construction : Parquoy comme la ligne B à C,





C

ainsi le corps A à E : Et par raison reverse, comme la ligne C à B, ainsi le corps E à A. Mais la ligne C est 8 fois aussi grande que B, parquoy le corps E est 8 fois aussi grand que le corps A, ce qui est le produit requis.

Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Ie mesure la ligne B, la trouvant par exemple de 2.
Iceux multipliez avec 8 vient 16.
Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 & 16, qui est 4.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme D homologue avec B, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le produit requis.

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit la ligne B encore 2 pieds, son cube est 8.
Iceux 8 fois vient 64.
Dont la racine cubique 4.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme D homologue avec B, & là dessus marquant un corps E semblable à A, on a le produit requis.

2 Exemple en rompu.

Soient à multiplier les $\frac{2}{3}$ du corps A avec $\frac{3}{4}$.

CONSTRUCTION.

Ie mesure la ligne B, la trouvant je prens de 2.
Dont les $\frac{2}{3}$ font $\frac{4}{3}$.
Iceux multipliez avec le multiplicateur donné $\frac{3}{4}$, vient 1.
Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 premier en l'ordre, & 1 troisiesme en l'ordre, qui est racine cubique de 4.
Laquelle fait 159②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le produit requis : Dont la demonstration est manifeste par le precedent.

Autre operation en rompu, fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient autrefois à multiplier les $\frac{2}{3}$ du corps A, avec $\frac{3}{4}$.

CONSTRUCTION.

Ie mesure la ligne B, la trouvant par exemple de 2, le cube d'iceux fait 8 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font $\frac{16}{3}$.
Iceux $\frac{3}{4}$ fois vient 4.
Dont la racine cubique 159②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le produit requis.

Conclusion. Estant donc donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur ; nous avons trouvé le produit en un corps semblable au donné, selon le requis.

PROPOSITION XII.

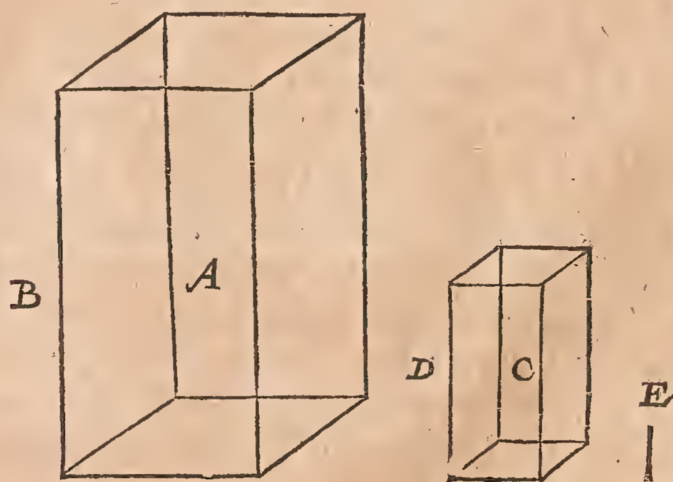
Estant donné un corps à diviser, & un semblable corps diviseur : Trouver le quotient.

Le donné. Soit A le corps à diviser, avec une ligne là dedans comme B, & le corps C semblable à A soit diviseur, avec une ligne là dedans, comme D homologue avec B.

Le requis. Il faut trouver le quotient, qui est, combien de fois un corps comme C est comprins au corps A.

CONSTRUCTION.

Je trouve des deux lignes D, B, une quatriesme proportionelle par la consequence de la 1 proposition du quatriesme livre, laquelle soit E : Je mesure puis apres combien de fois la ligne E est en B, & s'y trouve par



exemple 8 fois, par où je conclus que 8 est le quotient requis, c'est à dire qu'un corps comme C est comprins 8 fois au corps A.

DEMON-

DEMONSTRATION.

La ligne B à E a une raison triplée de la ligne B à D par la construction ; parquoy comme la ligne B à E, ainsi le corps A à C : Mais la ligne B est 8 fois aussi grande que E, parquoy le corps A est 8 fois aussi grand que le corps C ; & consequemment un corps comme C est 8 fois au corps A, & pource 8 est le quotient requis.

Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Ie mesure la ligne B, la trouvant je prens de 4.
Et D de 2.
Ie trouve puis apres le quatriesme nombre proportionel des deux 4 & 2, qui est $\frac{1}{2}$.
Par iceluy divisé 4 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis. 8.

Autre operation selon l'invention de SON EXCELLENCE.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, dont le cube fait 64.
Et D de 2, dont le cube 8.
Par iceux divisez les 64, vient pour le quotient requis 8.

2 Exemple en rompu, où l'invention de SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soient à diviser les $\frac{2}{3}$ du corps A, par les $\frac{3}{4}$ du corps C.

CONSTRVCTION.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, le cube d'iceux 64, dont les $\frac{2}{3}$ font $42\frac{2}{3}$.
Et D de 2, le cube d'iceux est 8, dont les $\frac{3}{4}$ font 6.
Par iceux divisez les $42\frac{2}{3}$, vient pour le quotient requis $7\frac{1}{9}$.

L'origine de cecy est semblable à celle de la 8 proposition des superfices : car les corps semblables sont en telle raison entre eux, que les cubes de leurs costez homologues ; d'où s'ensuit qu'il faut que le quotient des cubes de deux costez homologues, soit aussi le quotient des corps.

Conclusion. Estant donc donné un corps à diviser, & un semblable corps diviseur ; Nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

NOTEZ.

On pourroit encores desirer icy quelques exemples des quatre especes en grandeurs incommensurables ; Mais veu que nous en avons descrit ailleurs un traicté particulier, qui se peut joindre à ces quatre especes, nous passerons outre.

Fin du troisiesme livre de la Geometrie.

QUATRIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE, De la regle de Proportion des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DV QVATRIESME LIVRE, De la regle de Proportion des lignes.

PROPOSITION I.

Estant données deux lignes droites : Trouver leur troisiesme proportionelle.

Le donné. Soient A B & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur troisiesme proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je produis A B jusques à D, tellement que B D soit egale à C, puis apres l'infinie A E faisant avec A B quelque angle, & je marque là dedans le poinct F, tellement que A F soit aussi egale à C ; puis apres B F, & D G parallele avec B F touchant F E en G. Ce qui estant ainsi, je dis que F G est la troisiesme ligne proportionelle requise : dont la demonstration est manifeste par la 11 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.

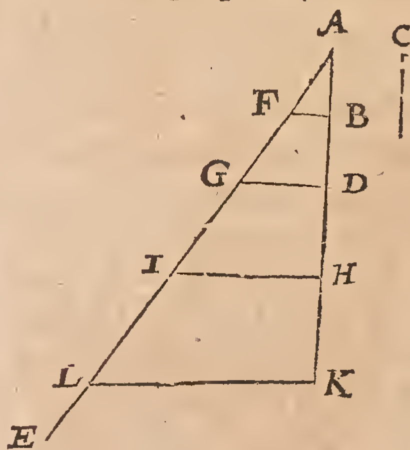
Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant A B je prens de 3 pieds, C de 4. Je dis puis apres, 3 donnent 4, combien les mesmes 4 ? Vienent $5\frac{1}{3}$ pieds : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la troisiesme requise : dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant doncques données deux lignes droites, nous avons trouvé leur troisiesme proportionelle, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Il est notoire par le precedent comment on trouvera aussi à deux lignes données une quatriesme, cinquiesme, & autres suivantes jusques à l'infini. Soit à ceste fin remise la precedente figure A B C D E F G comme cydevant. Pour trouver maintenant, apres avoir trouvé la troisiesme proportionelle F G, une quatriesme, je produis A D jusques à H, tellement que D H soit egale à F G ; puis apres H I parallele avec D G : ce qui estant ainsi, G I est la quatriesme ligne proportionelle requise : Pour avoir maintenant une cinquiesme, je produis A H jusques à K, tellement que H K soit egale à G I ; Puis apres K L parallele à H I, & j'ay pour cinquiesme proportionelle I L ; Et ainsi infiniment avec les autres, tellement que A B, A F, F G, G I, I L sont cinq lignes en continuelle proportion : Dont aussi la construction en nombres est assez notoire par la precedente.



PRO-

Proposition II.

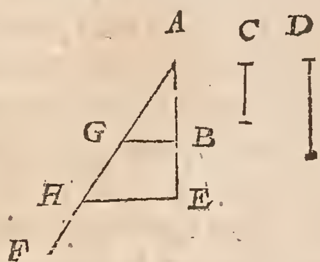
Estans données trois lignes droites : Trouver leur quatriesme proportionelle.

Le donné. Soient AB, C, D trois lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur quatriesme proportionelle.

Constrvction.

Je produis AB jusques à E, tellement que BE soit egale à C, puis apres l'infinie AF, faisant avec AB quelque angle ; puis je marque là dedans le poinct G, tellement que AG soit egale à D ; puis apres BG, & EH parallele avec BG touchant GF en H : Ce qui estant ainsi, je dis que GH est la quatriesme ligne proportionelle requise ; dont la demonstration est faite en la 11 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



Semblable operation par nombres.

Je mesure les trois lignes données, trouvant par exemple AB de 4, C de 3, D de 5 pieds : Je dis puis apres, 4 donnent 3, combien 5 ? viennent $3\frac{3}{4}$, ou375②. Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la quatriesme requise : Dont la demonstration est assez manifeste par la constructión.

Conclusion. Estans doncques données trois lignes droites, nous avons trouvé leur quatriesme proportionelle, selon le requis.

Proposition III.

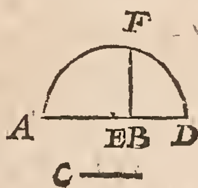
Estans données deux lignes droites : Trouver leur moyenne proportionelle.

Le donné. Soient AB & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur moyenne proportionelle.

Constrvction.

Je produis AB jusques à D, tellement que BD soit egale à C ; je marque puis apres le poinct E au milieu de AD, descrivant là dessus le demicercle AFD, & tirant de B jusques à F en la circonference la ligne BF à angle droit sur AD : Ce qui estant ainsi, je dis que BF est la moyenne proportionelle requise entre AB & C ; dont la demonstration est faite en la 13 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant je prens AB de 5, C de 3 : Ie dis puis apres, 5 fois 3 sont 15, dont la racine quarrée est 387② : Parquoy tirant une ligne aussi longue, on a la moyenne proportionelle requise : dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leur moyenne proportionelle, selon le requis.

Proposition IV.

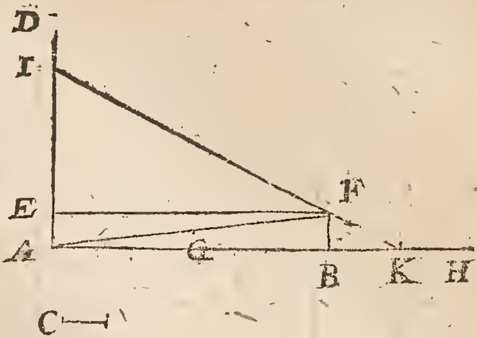
Estans données deux lignes droites : Trouver leurs deux moyennes proportionelles.

Le donné. Soient AB & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leurs deux moyennes proportionelles.

Constrvction *selon l'invention de* Hero.

Je tire la ligne infinie AD à angle droit sur AB, & marque là dessus le poinct E, tellement que AE soit egale à C, apres BF egale & parallele avec AE, tirant EF & AF, dont le centre soit G : Je produis aussi AB infiniment comme AH : Je pose en apres le pied immobile du compas sur le poinct G, & avec le mobile je marque aux deux lignes infinies AD, AH, deux poincts I, K. Or pourveu que ces deux poincts viennent ainsi que la ligne droite tirée de l'un poinct à l'autre tende par le poinct F, cela ira bien : mais autrement, il faut estroicir ou ouvrir le compas, & mettre les poincts comme I, K, plus pres ou plus loing, jusques à ce qu'une telle ligne, comme IK, tende par le poinct F. Prenant donc que la ligne IK y passe, je dis que EI & BK sont les deux lignes moyennes proportionelles requises, tellement que AB, EI, BK, C sont en continuelle proportion : dont la demonstration est faite par *Eutochius* en l'explication du deuxiesme livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*



Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant je prens, AB de 16, C de 2, & cerche entre iceux deux nombres moyens proportionaux, selon la doctrine du 45 probleme de nostre Arithmetique Françoise, les trouvant de 8 & 4 : Parquoy tirant deux lignes de telle longueur, on a le requis.

Consequence.

Il est notoire comment on trouvera par l'aide des nombres plus de deux lignes moyennes proportionelles entre deux données ; car icelles lignes données estans mesurées, & trouvées entre leurs nombres autant de moyennes proportionelles qu'il en sera requis, selon la susdite doctrine du 45 probleme, on trouve les requises.

Mais pour trouver mathematiquement entre deux lignes données, deux ou plusieurs moyennes proportionelles, autant qu'on en requiert, l'instrument *d'Eratosthenes* descrit par le susdit *Eutochius* sert à cela.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leurs deux moyennes proportionelles, selon le requis.

SECONDE PARTIE DV QVATRIESME LIVRE,

De la Regle de proportion des superfices.

Combien que nous disions que ceste deuxiesme & troisiesme partie soit de la regle de proportion des superfices & corps, toutefois la matiere requiert en quelques propositions que les superfices & corps soient quelquefois meslez tant de lignes que quelquefois de nombres.

Proposition V.

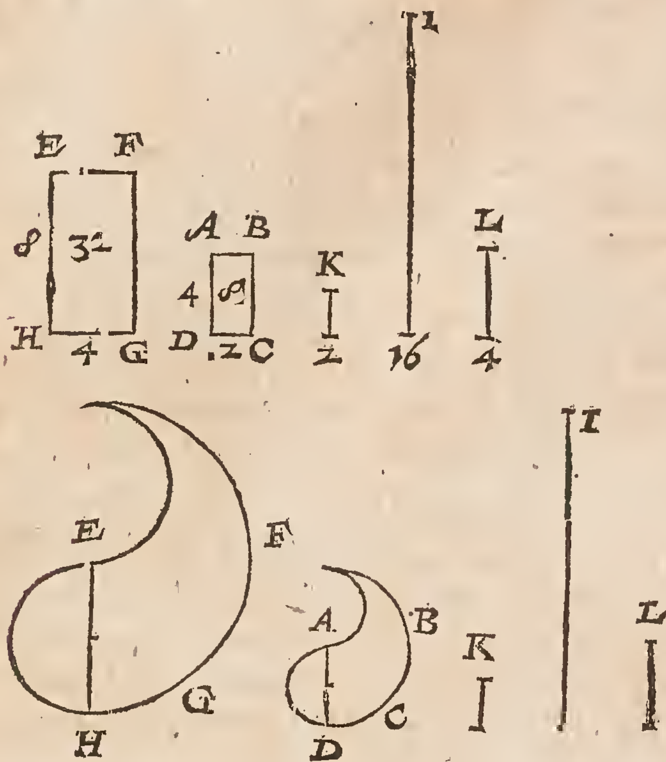
Estans données deux superfices semblables, & une ligne droite, Trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'une superfice à l'autre.

Le donné. Soient ABCD, EFGH deux superfices semblables, & I une ligne droite.

Le requis. Il faut trouver une autre ligne droite en telle raison à I, comme la superfice ABCD à EFGH.

CONSTRVCTION.

Je pose ou tire és superfices données quelques deux lignes droites homologues comme EH, AD, & trouve leur troisiesme proportionelle, laquelle soit K : Puis



apres la quatriesme proportionelle des trois EH, K, I, laquelle soit L, que je dis estre la requise, à sçavoir que comme ABCD à EFGH, ainsi L à I.

DEMONSTRATION.

Veu que K est la troisiesme proportionelle des deux lignes homologues EH, AD, par la construction. La superfice EFGH a telle raison par l'operation à la superfice ABCD, comme EH à K : Mais comme EH à K, ainsi I à L par la construction ; parquoy comme EFGH à ABCD, ainsi I à L : & par raison reverse, L a telle raison à I, comme la superfice ABCD, à la superfice EFGH.

Semblable operation par nombres.

Ie mesure AD, la trouvant, je prens, de 4 pieds, EH 8, I 16; Ie trouve puis apres le troisiesme nombre proportionel de EH 8, & AD 4, qui est 2 pour K. Ie cerche apres le quatriesme nombre proportionel des trois EH 8, K 2, I 16, vient 4 ; Parquoy tirant une ligne, comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

L'angle droit ABCD fait 8, & EFGH 32 : Or comme 8 à 32, ainsi L 4 à I 16.

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit encore AD comme devant de 4 pieds, EH 8, & I 16; Cela estant ainsi, je dis, le quarré de EH 8 faisant 64, donne le quarré de AD 4, qui est 16, combien la ligne I 16 ? vient 4 : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a le requis.

Conclusion. Estans donc données deux superfices semblables, & une ligne droite ; Nous avons trouvé une ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'une superfice à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION VI.

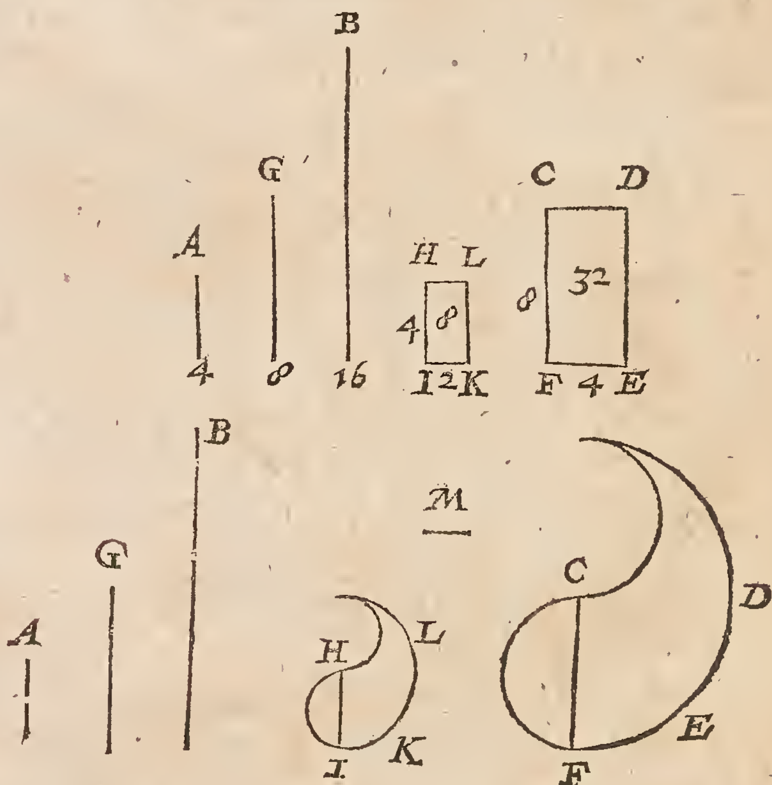
Estans données deux lignes droites & une superfice ; Trouver une semblable superfice en telle raison à la donnée comme l'une ligne à l'autre.

Le donné. Soient A, B, deux lignes, & CDEF une superfice.

Le requis. Il faut trouver une autre superfice semblable à la superfice CDEF, & en telle raison à icelle superfice comme A à B.

CONSTRVCTION.

Je trouve par la troisiesme proposition de ce quatriesme livre, la ligne moyenne proportionelle entre A & B, laquelle soit G : Je prens ou tire puis apres quelque ligne droite en la superfice donnée, comme CF, & trouve une quatriesme proportionelle des trois B, G, CF, laquelle soit HI, sur laquelle comme homologue avec CF marquant une superfice HIKL semblable à CDEF, on a le requis ; à sçavoir comme la ligne A à B, ainsi la superfice HIKL, à la superfice CDEF.



Preparation. Soit M une troisiesme proportionelle des deux CF, HI.

DEMONSTRATION.

Veu que B a telle raison à G, comme CF à HI, & que A est une troisiesme proportionelle des deux B, G, comme M est une troisiesme proportionelle des deux CF, HI : Doncques B a telle raison à A, comme CF à M : Mais comme CF à M, ainsi la superfice CDEF à la superfice HIKL (parce que M est la troisiesme proportionelle de ses costez homologues) parquoy la superfice CDEF est à la superfice HIKL, comme B à A ; & par raison reverse, la superfice HIKL est trouvée en telle raison à CDEF, comme A à B.

Semblable operation par nombres.

Je mesure CF, la trouvant je prens de 8 pieds, A 4, B 16 : Je trouve puis apres le nombre moyen proportionel entre A 4 & B 16, qui est 8 pour G : Je trouve encore le quatriesme nombre proportionel des trois B 16, G 8, CF 8, vient 4 : Parquoy tirant une ligne HI longue de 4 pieds, & dessus icelle comme homologue à CF marquant le plan HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

L'angle droit HIKL faisant 8, est en telle raison à l'angle droit CDEF faisant 32, cõme la ligne A 4, à B 16.

Autre

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de Son Excellence.

Soit C F comme cy-devant encore de 8 pieds, A 4, B 16. Cecy estant ainsi, je dis, B 16, donne A 4, combien le quarré de C F 8 faisant 64? vient 16, dont la racine quarrée est 4: Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme H I homologue avec C F, & là dessus marquant une superfice H I K L semblable à C D E F, on a le requis.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites & une superfice, nous avons trouvé une semblable superfice en telle raison à la donnée, comme l'une ligne à l'autre, selon le requis.

Proposition VII.

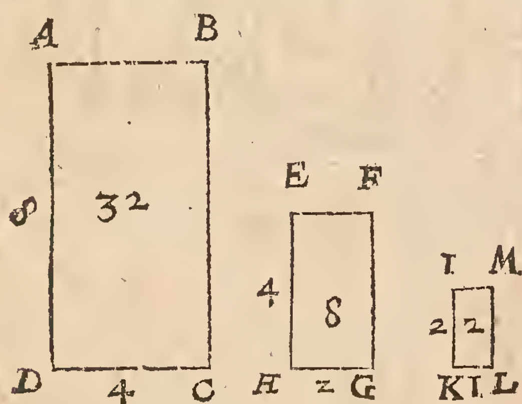
E*stans données deux superfices semblables; Trouver leur troisiesme semblable proportionelle.*

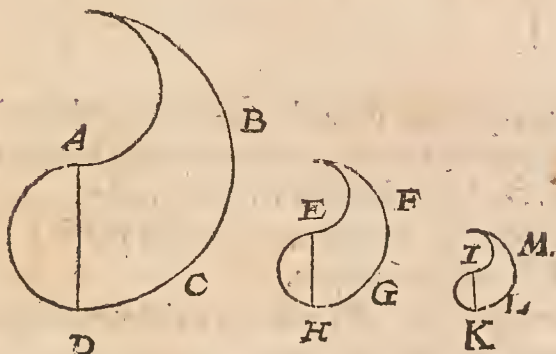
Le donné. Soient A B C D, E F G H deux superfices semblables.

Le requis. Il faut trouver leur troisiesme proportionelle.

Constrvction.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme A D & E H, trouvant leur troisiesme proportionelle I K, & sur icelle comme homologue





avec A D, je marque la superfice I K L M, que je dis estre la requise; dont la demonstration est manifeste par la 22 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.

Semblable operation par nombres.

Je mesure le costé A D, le trouvant je prens de 8 pieds, & son homologue de 4; Ie dis puis apres, A D 8, donne E H 4, combien icelle E H 4? vient 2; Parquoy tirant une ligne de deux pieds, comme I K, & là dessus comme homologue avec A D marquant le plan I K L M semblable à A B C D, je dis qu'il est le requis.

Preuve *aux figures rectangulaires.*

A B C D fait 32, E F G H 8, I K L M 2, là où il appert que la superfice I K L M 2 est la troisiesme superfice proportionelle des deux autres.

Conclusion. Estans donc données deux superfices semblables, nous avons trouvé leur troisiesme semblable proportionelle, selon le requis.

Notez.

Puis que ceste proposition est telle és superfices, que la 1 de ce livre és lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation qui aye besoing de declaration; on fera aussi le mesme és 2, 3, & 4 propositions des lignes, desquelles on pourroit joindre icy pareillement des propositions des superfices, mais la chose estãt assez claire, comme il a esté dit cy-dessus, nous passerons outre pour briefveté.

Proposition VIII.

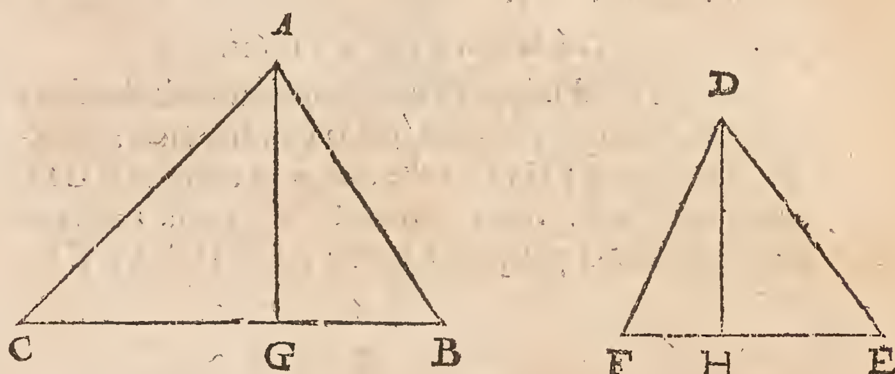
E*stans donnez divers plans rectilignes dissemblables: Trouver autant de lignes droites en la mesme raison.*

Le donné. Soient A B C & D E F deux triangles.

Le requis. Il faut trouver quelques deux lignes en la raison des triangles donnez.

Constrvction.

Je tire en chaque triangle une perpendiculaire d'un angle à son costé opposite, comme A G sur B C, & D H



sur E F: Puis je dis, la perpendiculaire A G, donne la perpendiculaire D H, que donnera la base E F? vient par la 2 proposition du quatriesme livre, par exemple, la ligne I: Ce qui estant ainsi, je dis que l'autre base BC, est en telle raison à I, comme le triangle ABC, au triangle D E F; Dont la demonstration se tire de la 14 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*.

Conseqvence I.

Il est notoire que s'il y avoit un troisiesme triangle donné, qu'alors on trouveroit selon la maniere precedente une ligne en telle raison à B C, comme iceluy troisiesme triangle au triangle ABC, & qu'alors les trois lignes seroient en telle raison comme les triangles donnez: Et semblable seroit la procedure des tous les autres triangles qu'on pourroit donner.

Conseqvence II.

Veu que les plans rectilignes polygones se peuvent partir en triangles, desquels triangles la raison se trouve en lignes cõme dessus, il s'ensuit que les lignes adjoustées des triangles de l'un plan, seront aux lignes adjoustées des triangles de l'autre plan, en la raison des plans rectilignes donnez.

Conseqvence III.

Si on donnoit deux plans rectilignes & une ligne droite, il est manifeste qu'on pourroit trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un plan à l'autre: car ayant trouvé la raison des plans en deux lignes comme dessus, & d'iceux deux & de la troisiesme donnée, trouvé la quatriesme proportionelle, par la 2 proposition de ce quatriesme livre, on a le requis.

Conclusion. Estans donc donnez divers plans rectilignes dissemblables, nous avons trouvé autant de lignes droites en la mesme raison, selon le requis.

TROISIESME PARTIE DV QVATRIESME LIVRE,
De la regle de Proportion des corps.

Proposition IX.

E*Stant donnés deux corps semblables, & une ligne droite: Trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un corps à l'autre.*

Le donné. Soient A B C D, E F G H deux corps semblables, & I une ligne droite.

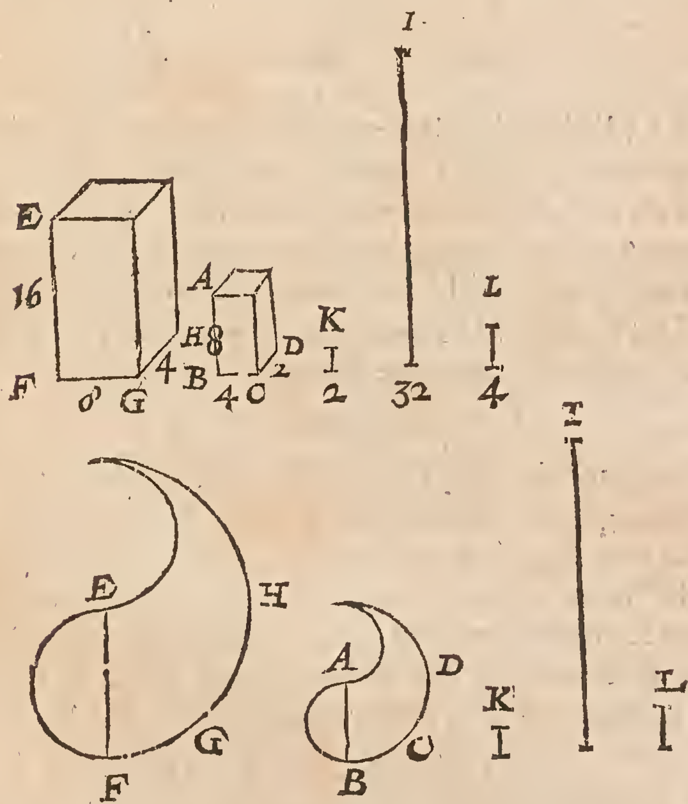
Le requis. Il faut trouver une autre ligne droite en telle raison à I, comme le corps A B C D à E F G H.

Constrvction.

Je prens ou tire au corps deux lignes droites homologues, comme E F, A B, & trouve leur quatriesme proportionelle, laquelle soit K, puis apres la quatriesme proportionelle des trois E F, K, I, qui soit L, laquelle je dis estre la requise; à sçavoir que comme A B C D à E F G H, ainsi L à I.

Demonstration.

Veu que K est la quatriesme proportionelle des deux lignes homologues EF, AB, par la construction; doncques le corps E F G H a telle raison au corps A B C D, comme E F à K. Mais comme E F à K, ainsi I à L par la construction; parquoy comme E F G H à A B C D,



ainsi I à L: & par raison reverse, L a telle raison à I, comme le corps A B C D au corps E F G H.

Semblable operation par nombres.

Je mesure les susdites lignes, & trouve A B 8, E F 16, I 32; Ie trouve puis apres le quatriesme nombre proportionel des deux E F 16, & A B 8, ce qui est 2 pour K. Puis je cerche le quatriesme nombre proportionel des trois E F 16, K 2, I 32, vient 4; parquoy tirant une ligne comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

Preuve *aux figures rectangulaires.*

A B C D fait 64, E F G H 512; & comme 64 à 512, ainsi 4 à 32.

Autre operation par nombres fondée sur l'invention susdite de Son Excellence.

Soit A B comme devant encore 8, E F 16, & I 32: Ce qui estant ainsi, je dis le cube de E F 16 faisant 4096, donne le cube de A B 8 faisant 512, combien la ligne I H 32? vient 4. Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a la requise.

Conclusion. Estant donc donnés deux corps semblables, & une ligne droite, nous avons trouvé une ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un corps à l'autre, selon le requis.

Proposition X.

E*Stant données deux lignes droites, & un corps: Trouver un semblable corps en telle raison au donné, comme l'une ligne à l'autre.*

Le donné. Soient A, B deux lignes, & C D E F un corps.

Le requis. Il faut trouver un autre corps semblable au corps C D E F, & en telle raison à iceluy, comme A à B.

Constrvction.

Je trouve la premiere des deux moyennes proportionelles entre B & A, laquelle soit G: Ie prens ou tire puis apres quelque ligne droite au corps donné, comme C D, & trouve une quatriesme proportionelle des trois B, G, C D, laquelle soit H I, sur icelle comme homologue avec C D, marquant un corps H I K L semblable à C D E F, on a le requis.

Preparation. Soit M une quatriesme proportionelle aux deux C D, H I.

Demonstration.

Veu que B a telle raison à G, comme C D à H I, & que A est une quatriesme proportionelle des deux B, G, comme M est une quatriesme proportionelle des deux C D, H I, s'ensuit que B a telle raison à A, comme C D à M. Mais comme C D à M, ainsi le corps C D E F au corps H I K L (parce que M est la quatriesme proportionelle de leurs costez homologues) parquoy le corps C D E F est au corps H I K L, comme B à A, & par raison reverse le corps H I K L est trouvé en telle raison à C D E F, comme A à B.

Semblable operation par nombres.

Je mesure les susdites lignes comme s'ensuit; C D 16, A 4, B 32: Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre B 32, & A 4, qui est 16 comme pour G: Ie trouve puis apres un quatriesme nombre proportionel des trois B 32, G 16, C D 16, vient 8. Parquoy tirant une ligne longue de 8 pieds,

8 pieds, comme H I, & là dessus comme homologue avec C D marquant le corps HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

P R E U V E *aux figures rectangulaires.*

Le corps C D E F fait 512, & H I K L 64, en telle raison à 512, comme A 4 à B 32.

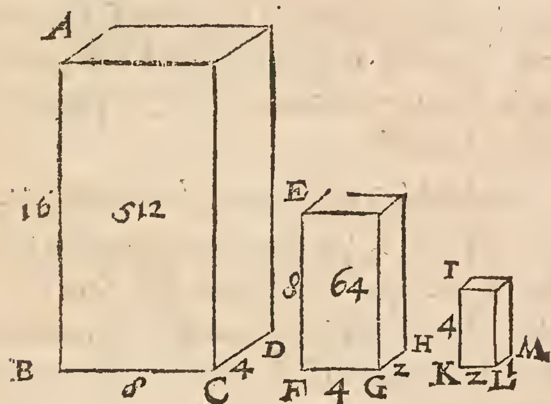
Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de S O N E X C E L L E N C E.

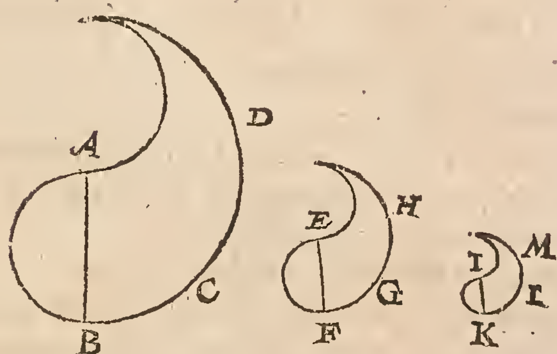
Soit C D comme devant encore 16, A 4, B 32: Cecy estant ainsi, je dis, B 32, donne A 4, combien le cube de C D 16 faisant 4096? vient 512, dont la racine cubique est 8. Parquoy tirant une ligne de telle longueur comme H I homologue avec C D, & là dessus marquant un corps semblable à C D E F, on a le requis.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, & un corps : Nous avons trouvé un semblable corps, en telle raison au donné, comme l'une ligne à l'autre, selon le requis.

P R O P O S I T I O N XI.

Estans donnés deux corps semblables; Trouver leur semblable troisiesme proportionel.





Le donné. Soient A B C D, E F G H, deux corps semblables.

Le requis. Il faut trouver leur troisiesme proportionel.

C O N S T R V C T I O N.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme A B, E F, trouvant leur troisiesme proportionelle I K; & sur icelle comme homologue avec A B; je marque le corps I K L M, que je dis estre le requis; dont la demonstration est manifeste.

Semblable operation par nombres.

Je mesure le costé A B, le trouvant je prens de 16, & son homologue E F de 8, je trouve puis apres le troisiesme nombre proportionel de 16 & 8, qui fait 4 : Parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme I K, & là dessus comme homologue avec A B marquant le corps IKLM, on a le requis: Dont la generale demonstration a esté faite cy-dessus.

P R E U V E *aux figures rectangulaires.*

Soit B C 8, C D 4 : Ce qui estant ainsi, il faut que F G face 4, G H 2, K L 2, L M 1. Parquoy le corps A B C D fait 512, E F G H 64, I K L M 8 : Mais comme 512 à 64, ainsi les mesmes 64 à 8; I K L M donc faisant 8, est le troisiesme corps proportionel requis.

Conclusion. Estans donc donnés deux corps semblables, nous leur avons trouvé un semblable troisiesme proportionel, selon le requis.

N O T E Z.

Puis que ceste proposition est telle és corps, que la 1 de ce livre és lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation laquelle aye besoing de declaration, on fera aussi le semblable és 2, 3, & 4 propositions des lignes, desquelles on pourroit joindre icy pareillement des propositions des corps : mais, comme il a esté dit cy-dessus, la chose estant assez claire, nous passerons outre pour briefveté.

Fin du quatriesme livre de la Geometrie.

CINQUIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE, De la Section proportionelle.

PREMIERE PARTIE DV CINQVIESME LIVRE, De la Section proportionelle des lignes.

P R O P O S I T I O N I.

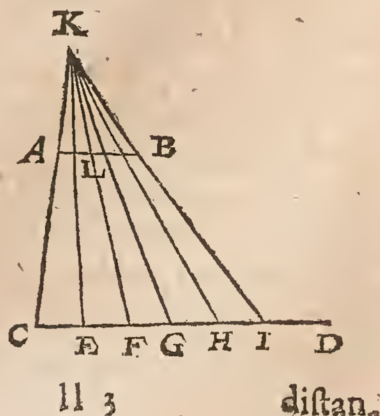
Retrancher d'une ligne droite la partie demandée.

Le donné. Soit donnée la ligne A B.

Le requis. Il en faut retrancher les deux cinquiesmes.

C O N S T R V C T I O N.

Soit menée la ligne infinie C D, parallele à la donnée A B : puis retranchant de la ligne C D, cinq parties egales à l'intervalle C E, pris à l'adventure, assavoir C E, E F, F G, G H, & H I, apres on tirera les lignes C A, I B, lesquelles estans produites se rencontrent en K. Si on en demãde donc $\frac{2}{5}$, menez une ligne droite du poinct de rencontre K, au poinct F, de la ligne C D, qui termine les $\frac{2}{5}$ de la ligne C I, cette ligne coupera A B, au poinct L. Partant la



 distan-

distance A L, seront les $\frac{2}{5}$ demandées de la toute A B, comme il appert par la 9 proposit. du 6 livre *d'Euclide.*

CONSEQVENCE.

Si on vouloit diviser la ligne A B, en cinq parties egales, il faudroit tirer des lignes droites de tous les poincts E, F, G, H, au poinct de rencontre K, car les lignes diviseroyent A B, selon ce qu'on auroit demandé.

NOTEZ.

La ligne prise C I, pouvoit estre moindre que la ligne donnée A B, & combien que mathematiquement ce soit une mesme chose, l'usage en sera plus asseuré de la prendre tousiours plus grande que la donnée.

Nous avons dit que les lignes C A, I B, se rencontroyent estant produites; mais quand mesmes elles ne se rencontreroyent point, & qu'elles fussent paralleles, il appert en ce cas-la que les parties de la ligne AB, qu'on veut couper seroyent egales aux parties de la coupée C I, cecy se peut dire de la proposition suivante.

Autre application des nombres.

La donnée AB soit de 4 pieds, les $\frac{2}{5}$ d'icelle sont $\frac{8}{5}$ de pied, c'est à dire 160 ②, la ligne A L sera donc de tant pour les $\frac{2}{5}$ qui en estoyent demandées. La demonstration en est manifeste.

NOTEZ.

Nous ne parlons point icy de la division des nombres radicaux, car nous en avons desia traicté ailleurs: Il suffit d'en monstrer l'usage par ces simples nombres que nous proposons.

PROPOSITION II.

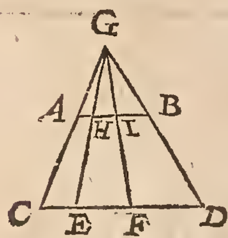
Couper semblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée.

Le donné. Soit la non coupée A B, & la ligne coupée C D, aux poincts E & F, qui luy soit parallele.

Le requis. Il faut couper la ligne A B, en telle sorte que ses segments ayent telle raison entre eux, que les segments de la ligne C D, c'est à dire que les segments de A B, soyent proportionnaux aux segments de C D.

CONSTRVCTION.

Les lignes C A, D B, estans continuées se rencontrent en G: En outre les lignes G E, G F, coupent A B, aux poincts H & I: Je dis donc que la ligne A B, est coupée aux poincts H & I, en telle raison que la ligne donnée C D l'est aux poincts E & F. La demonstration en est apparente par la 10 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



Autre exemple par nombres.

Soit la ligne A B de 4 pieds, C E 2, E F 3, F D 4; divisant donc 4 en trois parties, en sorte qu'elles ayent mesme raison que 2, 3, 4, ce seront (par la 15 proposition de nostre Arithmetique Françoise) $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{9}$, $\frac{16}{9}$, c'est à dire en les reduisant aux dismes, 82 ②, 133 ②, 178 ②: Prenant donc de la ligne A B du poinct A, au poinct H 88 ②, & du poinct H au poinct I 133 ②, & du poinct I au poinct B 178 ②, toute la ligne A B sera coupée en mesme raison que la ligne coupée C D. La demonstration est manifeste, comme nous avons dit.

Conclusion. Partant nous avons coupé semblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée; comme on avoit demandé.

PROPOSITION III.

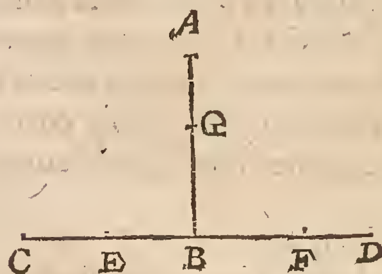
Couper une ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raison.

Le donné. Soit la ligne donnée A B.

Le requis. Il la faut couper en la moyenne, & extreme raison: c'est à dire que la toute ait telle raison à son plus grand segment, comme son plus grand segment au moindre.

CONSTRVCTION.

Soit faite la ligne B C egale à la donnée A B, & perpendiculaire sur icelle; puis soit prolongée C B infiniment comme en D, puis divisez B C en deux egalement au poinct E, & de l'intervalle E A soit retranché E F, de la ligne E D: apres soit derechef retranché B G, egal à B F: Maintenãt je dis que la ligne A B est coupée en la moyenne & extreme raison: c'est à dire que la toute A B a telle raison à son plus grand segment B G; comme le plus grand segment B G au moindre segment G A. Voyez en la demonstration en la 30 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



Semblable application des nombres.

La ligne A B soit 2, sa moitié 1 sera pour E B, mais posant A B 2, & E B 1, la droite A E sera $\sqrt{5}$ duquel ostant 1, le reste $\sqrt{5}-1$ sera pour B F: Si on en retranche donc autant du poinct B vers A en G, on aura satisfait à la question.

Ou bien par l'Algebre, ou Analytique.

Le plus grand segment soit 1 ①.
Le moindre sera 2 — 1 ①.
Lesquels 2, 1 ①, 2 — 1 ① seront continuellement proportionnaux & le quarré fait du nombre du milieu, assavoir de 1 ②.
Sera egal au rectangle fait des extremes 4 — 2 ①.

Et à rebours fera 1 ② egal à — 2 ① + 4: & par la 68 proposition de nostre susdite Arithmetique, ce que nous avions pris pour le plus grand segment B G, vaudra $\sqrt{5}-1$, comme auparavant.

Examen. Ostant B G $\sqrt{5}-1$ de A B, restera le moindre segment G A $3-\sqrt{5}$: & comme 2, à $\sqrt{5}-1$, ainsi $\sqrt{5}-1$, à $3-\sqrt{5}$. Et en les reduisant aux dismes, on trouvera B G 124 ②, & A G 76 ②.

Conclusion. Nous avons donc coupé la ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raison: ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

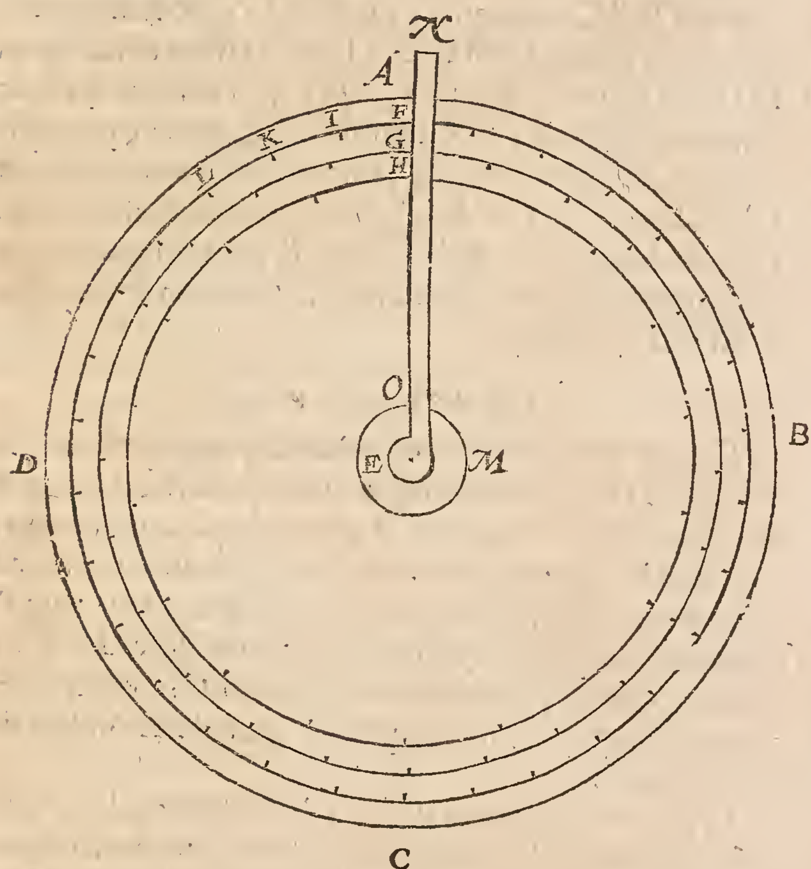
Diviser mechaniquement la circonference d'un cercle en tant de parties egales qu'on voudra.

On peut diviser Geometriquement la circonference d'un cercle en plusieurs parties egales (lesquelles servent à la composition de certaines regles Mathematiques) comme en 3, 4, 5, & autres arcs, qui se peuvent trouver en les adjoustant, soustrayant, my-partissant, & doublant continuellement: mais pource qu'on le fait plus exactement és canons de la fabrique des triangles, nous n'en parlerons pas d'avantage, & retournerons aux divisions mechaniques.

Les Horologeurs ont besoing de diviser, & edenter les rouës de leurs petites montres par distances egales: mais

mais pource qu'il eſt fort difficile, & quelquesfois impoſſible de le faire avec un compas, ils ſe ſervent de ce moyen icy; prenans une plaque de cuivre bien arondie, comme monſtre la ſuivante figure A B C D, de laquelle E eſt le centre; le diametre A C ayant de long 12, ou 14 travers de doigts, puis du meſme centre E ils deſcrivent quelques circonferences, comme F, G, H, les diviſant apres en autant de parties egales qu'il eſt de beſoing pour le nombre des dents de leurs rouës: comme par exemple, la circonference F en 30 parties egales aux poincts I, K, L, & les autres ſuivantes qui leur ſont egales.

Si on veut donc de la petite plaque M faire une rouë, de laquelle le tour doit eſtre diviſé en 30 parties egales; & pour ce faire promptement, & fort exactement, on collera la petite plaque ſur la grande, en ſorte que leurs centres ſoyent en un meſme poinct, ce qui ſe fera en y paſſant une aiguille, & tout à l'entour ſe tournera la



regle E N, laquelle eſtant poſée ſur le poinct F, on marquera la coche O avec un burin ou aiguille ſur la rouë M en ſerrant fort ladite regle, & continuant ainſi de marquer tout à l'entour, ſuivant les poincts I, K, L & les ſuivans, tout le tour de la petite plaque ſera diviſé en 30 parties egales, comme on avoit demandé, & cela ſi egalement, comme j'ay dit; car encores qu'on ſe fuſt trompé de largeur d'un cheveu plus ou moins en la circonference F, I, K, L, ceſte faute ſe trouve du tout inſenſible en la petite plaque, ou rouë M.

Par ce moyen les Mathematiciens pourront avec grande facilité deſcrire les Horologes, Planiſpheres, & quarts de cercles.

Notez.

Nous ne parlons pas icy de la monochorde, pource que nous luy avons aſſigné lieu en la theorie de la Muſique; & ce d'autant plus que noſtre advis ſur ce ſubject eſt du tout different de celuy des anciens Grecs.

SECONDE PARTIE DU CINQUIESME LIVRE,

De la Section proportionelle des ſuperfices.

La ſection, ou diviſion des figures deſcrites ſur une ſuperfice (de laquelle le plus grand uſage eſt la diſtribution des champs en telles parties qu'on les peut demander) ſera, ou de plans rectilignes, ou de ſuperfices ſpheriques: Les plans rectilignes ſont diviſez en trois manieres; aſſavoir par une ligne droite menée d'un poinct pris dans le circuit de la figure, ou hors de la figure, ou par une ligne menée parallele à une autre ligne donnée; laquelle diverſité nous avons entrepris d'expliquer par pluſieurs problemes. Et premierement

DE LA SECTION, OU DIVISION DES plans rectilignes quels qu'ils ſoyent, d'un poinct donné en ſon circuit.

Proposition V.

D'Un triangle donné couper la partie demandée par une ligne droite menée de l'un de ſes angles de quelque coſté qu'on voudra.

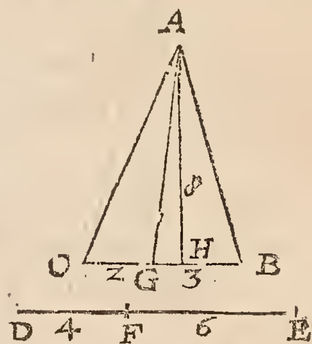
1 *Exemple.*

Le donné. Soit donné le triangle A B C, & la ligne droite D E coupée en F.

Le requis. Il faut mener une ligne droite de l'angle A, laquelle coupe le triangle en telle ſorte que le ſegment vers l'angle C ait telle raiſon au reſte, que la ligne D F à la ligne F E.

Constrvction.

Coupez le coſté oppoſé à l'angle duquel on veut mener la ligne droite, ſelon la raiſon donnée par la deuxieſme propoſition, comme C B en G, & qu'il y aye telle raiſon de C G à G B, que de D F à F E. Ce qu'eſtant fait, & eſtant menée la droite A G, je dis que la raiſon du triangle A G C au triangle A G B, eſt la meſme que D F à F E; comme il appert par la 1 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



Semblable application des nombres.

D F ſoit 4, F E 6, & C B 5, lequel eſtant diviſé en deux ſegments, l'un deſquels ait telle raiſon à l'autre que 4 à 6, ce ſeront 2 & 3: Ayant donc retranché 2 de C vers G, la ligne A G coupera le triangle comme on avoit demandé.

Examen. La perpendiculaire A H ſoit de 8 pieds; le triangle A B C en contiendra 20, A G C 8, A G B 12, leſquels adjouſtez enſemble font 20, comme auparavant: & comme D F 4 à F E 6, ainſi A G C 8 à A G B 12.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit le triangle ABC, du premier exemple.

Le requis. Duquel il faille retrancher une partie vers C, qui contienne 8 pieds (il faut toutesfois prendre un contenu moindre que celuy de tout le triangle incognu) par une ligne droite menée du ſommet A vers la baſe B C.

Constrvction.

La perpendiculaire A H ſera trouvée de	8.
Le double du contenu demandé eſt	16.
Lequel eſtant diviſé par la perpendiculaire 8 donne	2.

Donc apres avoir meſuré de C vers B 2 pieds, comme C G, & eſtant menée la ligne A G, on aura ce qu'on avoit demandé. La demonſtration eſt, que le triangle A G C eſt de 8 pieds, par la 13 propoſition du deuxieſme livre.

Conclusion. Partant nous avons retranché la partie demandée d'un triangle donné par une ligne droite menée de l'un de ses angles, & du costé qu'on a desiré: ce qui avoit esté demandé.

PROPOSITION VI.

Couper d'un triangle donné par une ligne droite menée d'un poinct donné en l'un de ses costez, une partie du costé qu'on voudra, selon une raison donnée.

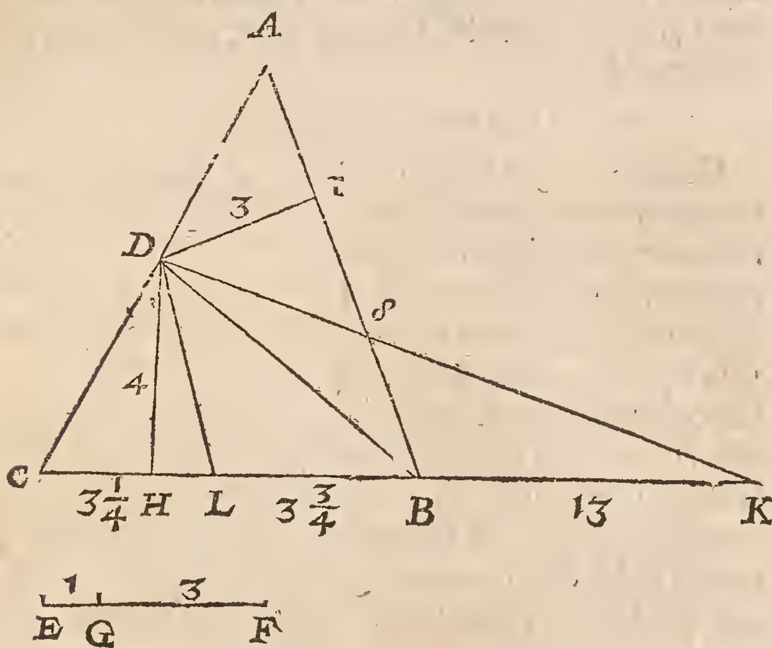
1 *Exemple.*

Le donné. Soit le triangle A B C, & le poinct D dans le costé A C, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut mener du poinct D une ligne droite, laquelle retranche du costé de C une partie du triangle A B C, qui ait telle raison au reste que E G à G F.

CONSTRVCTION.

Apres avoir mené les perpendiculaires, assavoir D H sur C B, & D I sur A B, trouvez (par la 2 proposition du quatriesme livre) la quatriesme proportionelle aux trois lignes D H, D I, A B, qui est B K: apres coupez C K en L,



selon la raison donnée (par la 2 proposition) en sorte qu'il y ait telle raison de C L à L K, que de E G à G F: Que le poinct L soit au costé donné C B, & soit menée la ligne droite D L, elle fera les segments du triangle selon la raison donnée, qui est comme E G à G F, ainsi D C L à D L B A.

Preparation. Soyent menées les lignes droites D B, D K.

DEMONSTRATION.

Puis que B K base du triangle D B K, est la quatriesme proportionelle des trois lignes droites, dont la premiere est D H, hauteur du triangle D B K; la seconde est D I, hauteur du triangle D B A; & la troisiesme A B: Le triangle D B K sera donc egal au triangle D B A, & en adjoustant à l'un & à l'autre, le triangle D L B, le trapeze D L B A, sera egal au triangle D L K; partant la raison de D L C au triangle D L K, est la mesme du triangle D L C, au trapeze D L B A: Mais comme le triangle D L C au triangle D L K, ainsi C L à L K, ainsi aussi E G à G F, comme donc E G à G F, ainsi le triangle D L C au trapeze D L B A.

Semblable construction quant aux nombres.

Premierement on trouvera D H 4 pieds, D I 3, A B 8, C B 7, E G 1, G F 3; alors dites, comme D H 4, à D I 3, ainsi A B 8, à B K — 6.

A laquelle adjoustant C B 7, la somme donnera pour C K — 13.

Lesquels estans divisez selon la raison des segments de E G 1, à G F 3, viendra pour le premier, assavoir C L — $3\frac{1}{4}$.

Retranchant donc du poinct C en L autant de pieds, & menant la ligne D L, on aura le segment requis.

Examen. Puis que D H est de 4 parties, & C L $3\frac{1}{4}$, le contenu du triangle D C L sera $6\frac{1}{2}$; & le trapeze D L B A trois fois autant, assavoir $19\frac{1}{2}$: Pour preuve de quoy on fera ainsi, C L $3\frac{1}{4}$ osté de C B 7, restera L B $3\frac{3}{4}$ base du triangle D L B, duquel la hauteur D H vaudra 4. Donc l'aire du triangle D L B sera $7\frac{1}{2}$, à laquelle adjoustant le triangle D A B 12, (car le plan fait de la base A B 8, & de la hauteur D I 3 est autant) fera $19\frac{1}{2}$ pour l'aire, ou contenu du trapeze D L B A: ce qui s'accorde avec la supposition.

Autre application des nombres.

Retenant la susdite grandeur des lignes, l'aire du triangle D B C contiendra 14, D B A 12, & leur somme est tout le triangle A B C 26: Lequel estant divisé selon la raison donnée de E G 1, à G F 3, donnera pour le premier segment $6\frac{1}{2}$; ostant donc $6\frac{1}{2}$ par la 5 proposition du triangle D B C 14, on trouvera comme devant que la ligne C L sera de $3\frac{1}{4}$, on retranchera donc C L, de telle longueur, de la ligne C K, & la ligne droite D L coupera la partie demandée: L'examen de laquelle a esté fait cy-dessus.

CONSEQVENCE.

Si la partie demandée $6\frac{1}{2}$ eust esté plus grande que le triangle D B C, alors la ligne D L, qui divise le triangle se fust terminée au costé A B: Et en ce cas on dira ainsi; puis que le segment fait vers C doit avoir au reste du triangle la raison de E G à G F, aussi le segment vers A aura au reste la raison contraire, assavoir de F G à G E; & en imitant la precedente construction Geometrique, ou Arithmetique, on coupera le triangle selon la raison donnée.

Et si d'avanture le triangle D B C estoit egal au contenu $6\frac{1}{2}$ qu'on doit retrancher; alors menant la ligne D B du poinct donné à l'angle opposé, elle couperoit le triangle, selon le requis.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit proposé le mesme triangle A B C.

Le requis. Duquel il faille vers C retrancher une partie contenant $6\frac{1}{2}$, par une ligne droite menée du poinct D, (mais il faut qu'elle soit moindre que l'aire de tout le triangle.)

CONSTRVCTION.

La perpendiculaire D H sur B C soit — 4.

Le double de l'aire donnée $6\frac{1}{2}$ est — 13.

Lesquels divisez par 4 font — $3\frac{1}{4}$.

Soit autant mesuré de C en L, & menée la ligne D L, alors le triangle D L C contiendra $6\frac{1}{2}$, comme on l'avoit demandé.

CONSEQVENCE.

Si la partie demandée estoit plus grande que le triangle D B C, il faudroit retrancher du triangle A D B vers B une partie egale à l'excez, par lequel le contenu de l'aire donnée surpasse ledit triangle D B C.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un triangle donné, par une ligne droite menée d'un poinct donné en l'un de ses costez, une partie du costé qu'on a voulu, selon une raison donnée: ce qu'il falloit faire.

PRO-

PROPOSITION VII.

Retrancher d'une figure plane rectiligne donnée une partie vers le costé qu'on voudra, selon une raison donnée par une ligne droite menée d'un poinct pris en son circuit : à condition qu'elle ne face que deux segments de la figure rectiligne donnée.

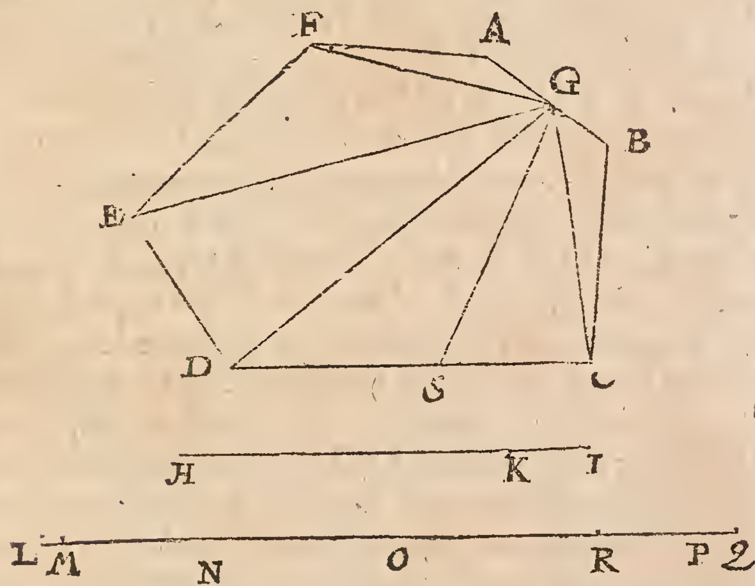
On ne demande icy sinon deux segments ; car les figures planes qui ont les angles creux, ou concaves peuvent estre coupez en plusieurs segments par une mesme ligne droite, comme en la presente figure A B C D E F, de laquelle l'angle renversé, & concave est A B C, & la ligne droite G H I K passant par les jambes dudit angle creux, coupe le rectiligne proposé en trois segments selon la raison donnée, c'est à dire que les deux triangles A G H & C I K, ont telle raison au segment H G F E D K I B, qui reste, que celle qui aura esté proposée. Ie doute si ceste sorte de section ait esté jadis cognuë au siecle sage : elle ne l'a esté de personne jusques à present, que je sçache. Nous en parlerons cy-apres en son lieu quand nous traicterons de choses semblables.

Le donné. Soit la figure plane rectiligne A B C D E F, & le poinct G en son costé A B, & la ligne H I coupée en K, selon la raison donnée.

Le requis. Il faut du poinct donné G mener une ligne droite, laquelle coupe la figure rectiligne proposée en telle sorte, que le segment vers A ait au restant la raison de H K à K I.

CONSTRVCTION.

Menés du poinct donné les quatre lignes droites GF, GE, GD, GC, lesquelles coupent la figure en cinq triangles G A F, G F E, G E D, G D C, G C D: Apres, par la 8 proposition du quatriesme livre, soyent mises



en une ligne droite les lignes LM, MN, NO, OP, PQ, lesquelles ayent telle raison entre elles, que les triangles de la figure, & en mesme ordre. En outre soit coupée la ligne L Q au poinct R, en sorte qu'il y ait telle raison de L R à R Q, que de la raison donnée de H K à K I, & si le poinct R se rencontre entre O & P (car O P represente la raison du triangle G D C) on coupera le costé D C en S de telle façon que les segments D S, S C soyent comme O R à R P, la ligne droite menée du poinct donné G au poinct S, coupera la figure rectiligne donnée selon la raison proposée ; ce sera donc comme H K à K I, ainsi la figure G S D E F A à la figure G S C D. La demonstration en est evidente par la proposition precedente.

Semblable application des nombres.

Mesurez les lignes droites susdites, comme aussi les triangles, & soyent les lignes

	H K	40.
	K I	10.
Les triangles	G A F	38.
	G F E	364.
	G E D	390.
	G D C	666.
	G B C	85.

Le contenu de l'aire de la figure hexagonale ABCDEF sera 1543.

Lequel contenu estant divisé selon la raison donnée de H K 40 à K I 10 fera le segment requis vers A $1234\frac{2}{5}$: Mais d'autant que des trois triangles G A F 38, G F E 364, G E D 390, la somme G D E F A 792, est moindre que la partie demandée $1234\frac{2}{5}$ soustrayez par la 5 proposition du triangle G D C 666, l'excez $442\frac{2}{5}$, par lequel le segment requis surpasse le contenu du quadrangle, c'est à dire que l'excez D G S contienne $442\frac{2}{5}$: Alors le segment qui est vers A, assavoir l'hexagone G B C E F A vaudra $1234\frac{2}{5}$, & le reste G S C B $308\frac{3}{5}$, lesquels sont entre eux selon la raison donnée de 1 à 4.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'une figure rectiligne donnée, par une ligne menée d'un poinct donné en l'un de ses costez, le segment requis, vers la partie demandée. Ce qu'il falloit faire.

DE LA SECTION DES PLANS RECTIlignes par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceux.

J'Estime que ces quatre subtiles & ingenieuses propositions, par lesquelles on peut dissoudre, & exposer ceste sorte de section, a esté incognuë aux Grecs ; Mais quelques cahiers qui avoyent esté composez au siecle sage, estans tombez entre les mains de *Iean Baptiste Benit* (qui les propose theorematiquement, mais nous les avons mis en practique, & demonstrez) ou entre les mains de *Nicolas Tartalia*, qui aussi les explique au premier livre de sa quatriesme partie : Et entreprenant d'y deduire par ordre la section des figures planes, il la propose par un poinct donné en son circuit, ou hors d'iceluy, comme aussi d'un poinct donné en la figure, & ce d'autant qu'on en a le plus affaire pour la division des champs. Il appert que ces gens-la ont fort travaillé sur ceste matiere ; en ce que *Baptiste Benit* a escrit sur ce probleme, qui a esté mis en avant par un autre, lequel aussi fut proposé en une dispute publique par *Cardan*, & *Louys de Ferrare*, auparavant *Tartalia*, comme il le dit luy-mesme. I'en cognoy quelques uns, lesquels, avant mesmes avoir sçeu que ceux-cy eussent dissout ces problemes, y avoyent desja travaillé, du nombre desquels j'estois.

C'est pourquoy il est vray-semblable que les inventeurs de toutes les sciences, & ces personnages du siecle sage n'ont point ignoré cest utile probleme, ou l'ont cognu à tout le moins en partie.

PROPOSITION VIII.

D'Vn triangle donné oster telle partie & de quelque costé qu'on voudra par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy.

Le donné. Soit le triangle A B C, & le poinct D donné hors iceluy, & la ligne droite F E coupée au poinct G.

Le re-

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct D, laquelle coupe le triangle selon la raison donnée, assavoir que le segment vers A ait au reste telle raison que F G à G E.

CONSTRVCTION.

PARTIE I.

Prolongez C A, ou C B, infiniment : mais d'autant qu'on ne peut pas bien souvent prolonger les lignes tant qu'on voudroit, si on void que selon la raison donnée la ligne droite menée du poinct D aille rencontrer C A, il la faut continuer, sinon, mais qu'elle rencontre C B, continuez la : Et si d'aventure on ne le pouvoit juger d'abord, alors menant la ligne droite D C du poinct donné à l'angle opposé, elle coupera le triangle donné A B C en deux segments, & le costé A B en X. Et si par hazard il y avoit telle raison de A X à X B ; que la donnée de G F à G E (ce qui s'entend par la 2 proposition du quatriesme livre) alors D C sera la ligne droite requise, coupant le triangle A B C selon la raison donnée : car comme A X à X B, ainsi le triangle A C X au triangle X C B : Mais si la raison de A X à X B est plus grande que la raison de F G à G E, alors A C (lequel aboutit au segment qui a plus grande raison) sera continué ; mais si la raison estoit moindre, alors on produiroit C B. Or maintenant qu'elle soit plus grande, & soit continuée C A infiniment, la ligne droite menée du poinct D parallele au costé A B, coupera le costé produit en H.

PARTIE II.

Trouvez la quatriesme proportionnelle aux trois E F, F G, & B A, à laquelle soit faite egale A I, apres avoir prolongé B A.

PARTIE III.

Comme D H à A I, ainsi C A à un autre? ce sera A K qu'on retranchera de A vers C.

PARTIE IV.

Soit coupée en deux egalement A K au poinct L.

PARTIE V.

Par la 3 proposition du quatriesme livre, soit trouvée la moyenne proportionnelle entre A L, & la ligne droite composée du double de A L & A H, c'est à dire de K H, soit la dite moyenne proportionnelle L M.

Si en suivant la premiere partie on trouve que L M passe au delà de C, ou que la ligne D M coupe tellement le costé A B, que le segment du costé de A ne soit pas triangle, il faudra recommencer de l'autre façon par la mesme premiere partie, en produisant le costé C B, au lieu de C A.

PARTIE VI.

En fin soit menée D M coupant A B en N ; ce qu'estant, je dis que le triangle A B C est coupé par la ligne droite D M, selon la raison donnée, assavoir comme A N M à M N B C, ainsi F G à E G.

DEMONSTRATION.

Combien qu'il faille une assez longue demonstration pour une si courte fabrique, nous la reduirons en cinq parties pour plus grand esclaircissement, & afin qu'on puisse mieux comprendre le cours de la demonstration, nous mettrons icy sommairement le but de chaque partie.

En la premiere partie nous monstrerons que le triangle ABC a telle raison au triangle ANM, que le rectangle fait de AC & AB, au rectangle fait de A M & A N.

En la seconde, que comme E F à F G, ainsi le rectangle fait de A B & A C, au rectangle fait de A C & A I.

En la troisiesme, que le rectangle fait de H D & A K, est egal au rectangle fait de A C & A I.

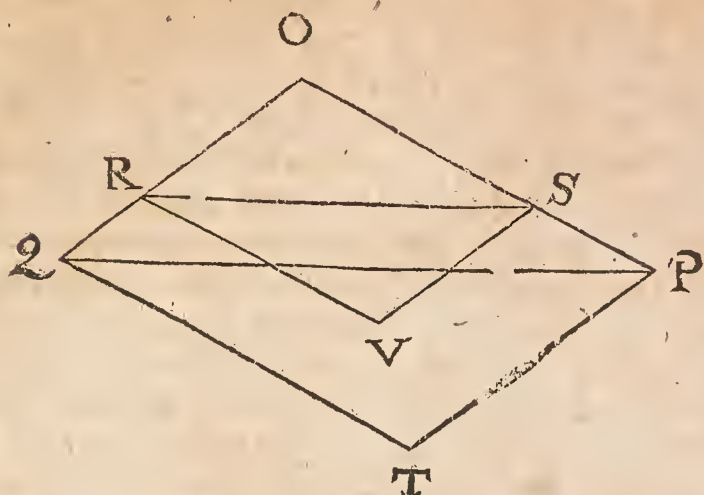
En la quatriesme, que le rectangle fait de M A & A K, est egal au rectangle fait de K A & A H.

En la cinquiesme & derniere, que le rectangle fait de M A & A N, est egal au rectangle fait de H D & A K, & partant aussi au rectangle fait de A C & A I, par la troisiesme partie : Mais par la seconde partie, comme E F à F G, ainsi le rectangle fait de A B & A C, au rectangle de A C & A I, c'est à dire M A & A N : ainsi aussi le triangle A B C au triangle A N M, par la premiere partie : & en mesme ordre, comme E F à F G, ainsi le triangle A B C au triangle A N M : & en divisant, comme E F moins F G, c'est à dire E G à F G, ainsi le triangle A B C moins A N M, c'est à dire le trapeze M N B C, au triangle A N M : ce qui avoit esté proposé. Ces choses estans ainsi exposées en general, nous dirons cy-apres plus proprement, & particulierement de chaque partie à part.

PARTIE I.

Comme le rectangle de A C & A B au rectangle de A M & A N, ainsi le triangle A B C au triangle A N M ; mais depeur de confondre la figure proposée d'une multitude de lignes, nous expliquerons cecy par ceste figure particuliere : Soit donc le triangle O P Q equilateral au donné A B C, auquel R S soit egale, & semblablement posée que la ligne M N ; soit aussi menée Q T egale & parallele à O P, & R V à O S, & joinctes par T P & V S. Partant comme le parallelogramme Q O P T à Q O, compris de Q O & O P, au triangle O P Q sa moitié ; ainsi le parallelogramme R O S V, com-

compris de R O & de O S, au triangle O S R sa moitié: Mais comme le parallelogramme de Q O & O P au



parallelogrãme de R O & O S, ainsi le rectangle de Q O & O P, au rectangle de R O & O S: & par equation, comme le rectangle de Q O & O P au rectangle de R O & O S, ainsi le triangle O P Q au triangle O S R. Mais le rectangle de A C & A B, est egal au rectangle de O Q & O P; & le rectangle de A M & A N est egal au rectangle de O R & O S : D'avantage le triangle A B C est egal au triangle O P Q, & le triangle A M N au triangle O S R. Partant comme le rectangle de A C & A B, au rectangle de A M & A N, ainsi le triangle A B C au triangle A M N.

Partie II.

Les deux rectangles, l'un compris de A B & A C, l'autre de A I & A C, à cause de leur commune hauteur A C, auront telle raison entre eux que leurs bases B A à A I. Mais comme B A à A I, ainsi E F à F G, par la deuxiesme partie de la construction : Partant comme le rectangle de A B & A C, au rectangle de A I & A C, ainsi la ligne droite E F à F G.

Partie III.

A K est la troisiesme proportionnelle aux trois H D, H I, C A, par la troisiesme partie de la construction: Parquoy le rectangle compris des extremes H D & A K est egal au rectangle comprins des moyennes A I, C A.

Partie IV.

Estans parvenus jusques icy, il falloit trouver la ligne droite A M, afin que le rectangle de A M & M K fust egal au rectangle de A H & A K. Il m'est venu en la pensée en escrivant cecy une voye Geometrique fort courte, mais tirée de l'Algebre, laquelle est telle : Premierement en exprimant le triangle donné par nombres, posant A B de 4, A C 3, A H 4, H D 8, E F 9, F G 4; Donc par la seconde, & troisiesme partie de la construction K A sera trouvé de $\frac{2}{3}$ (car comme E F 9 à F G 4, ainsi A B 4 à A I $\frac{16}{9}$: & alors comme D H 8 à A I $\frac{16}{9}$, ainsi A C 3 à A K $\frac{2}{3}$) & pour ceste cause M K $\frac{2}{3}$ est moindre que M A. Et pour trouver la ligne droite M A, afin que le rectangle compris d'icelle & de M K (laquelle estant de $\frac{2}{3}$ comme il a esté dit, est moindre que M A) soit egal au rectangle $\frac{8}{3}$, compris des costez A H 4 & A K $\frac{2}{3}$, je propose ainsi par nombres ceste question.

Trouver deux nombres, le plus grand desquels excede le moindre de $\frac{2}{3}$, & que leur produit soit $\frac{8}{3}$.

Soit donc le plus grand nombre requis pour M A 1①, partant le second seroit 1① — $\frac{2}{3}$, leur somme est 1② — $\frac{2}{3}$① egale à $\frac{8}{3}$: Soit adjousté à l'un & l'autre + $\frac{2}{3}$①, le tout 1② sera egal au tout $\frac{8}{3}$ + $\frac{2}{3}$①, par equation : Mais afin de trouver la valeur d'un costé, qui est 1①, c'est à dire la ligne droite M A, dites 1② donne $\frac{2}{3}$② + $\frac{8}{3}$, quoy 1①? par le moyen du 68 probleme de nostre Arithmetique Françoise, ainsi

La moitié de $\frac{2}{3}$ (ayant à son costé la marque ①) vaut $\frac{1}{3}$.
Son quarré $\frac{1}{9}$.
Soit adjousté au nombre donné $\frac{8}{3}$.
Le tout sera $\frac{25}{9}$.
Le costé duquel quarré $\frac{5}{3}$.

Estant adjousté à $\frac{1}{3}$, selon cest ordre, on aura premierement pour la valleur de 1①, c'est à dire de la droite A M 2.

Mais si on en oste $\frac{2}{3}$, le reste sera pour le nombre second $\frac{4}{3}$ pour K M, avec A M 2 feront $\frac{8}{3}$: ce qu'il falloit faire.

Mais l'operation Geometrique peut estre derivée de l'origine des nombres par l'Algebre, en examinant diligemment la valleur de 1①.

Ainsi, la moitié de K A, assavoir L A, vaut $\frac{1}{3}$.
Son quarré $\frac{1}{9}$.
Auquel estant adjousté le rectangle compris de A H 4 & de A K $\frac{2}{3}$, assavoir $\frac{8}{3}$.
Le tout sera $\frac{25}{9}$.
Lequel estant reduit en quarré, son costé sera $\frac{5}{3}$.
Auquel costé trouvé estant adjoustée A L $\frac{2}{3}$, selon cest ordre la premiere somme sera A M 2.
E K M sera en suite $\frac{4}{3}$.

Toutesfois en la cinquiesme partie de la construction il n'a pas esté de besoing d'examiner si curieusement par operation Algebraique, comme aussi Geometrique, que le quarré L A soit adjousté au rectangle de A H & A K; puis apres leur somme reduite en quarré, & en fin la ligne A L soit adjoustée au costé de ce quarré : Car puis que A K, qui est la hauteur de l'autre rectangle est tousiours double de la hauteur A H du rectangle restant, le rectangle donc fait de A L & du double de la ligne A H, sera egal aux deux autres rectangles ensemble, par lequel estant construit le quarré de la moyenne proportionnelle trouvée entre les costez dudit rectangle (assavoir entre A L, & la droite faite de A L, & du double de A H, comme il a esté fait en la construction de la quatriesme partie) donnera plus commodement la ligne A M. Et ainsi le rectangle de M A, M K, est egal au rectangle de A K, A H, comme il l'a fallu monstrer. Et d'autant que l'operation Algebraique est demonstrée en son lieu Geometriquement; aussi ceste construction Geometrique sera demonstrée, Geometriquement.

Partie V.

D'autant que le rectangle de M A, M K, est egal au rectangle de A K, A H, leurs costez seront reciproquement proportionnaux, c'est à dire, comme A H à M A, ainsi M K à A K : & en composant,

Comme A H & A M, c'est à dire M H,
à M A;
Ainsi M K & K A, c'est à dire A M,
à K A.

Et d'autant que H D, A N, sont paralleles, ce sera au triangle H D M,

Comme M H à M A, ainsi D H à N A.

Mais d'autant que la raison de D H à A N, & de A M à K A est la mesme que celle de M H à M A : Il s'ensuit que M A, K A, D H, A N, sont proportionnelles.

Partant le rectangle fait des extremes M A, A N, sera egal au rectangle fait des entre-moyennes K A, D H : mais le rectangle de K A, D H, est egal au rectangle de

de A C, A I, par la troisiesme partie. Donc le rectangle de M A, A N, est egal au rectangle de A C, A I.

Mais comme la droite E F à F G; ainsi par la deuxiesme partie, le rectangle de A C, A B, au rectangle de A C, A I, c'est à dire au rectangle de M A, A N.

Mais comme le rectangle de A C, A B, au rectangle de M A, A N, ainsi le triangle A B C au triangle A N M, par la premiere partie : s'ensuit donc par equation, que comme E F à G F, ainsi le triangle A B C au triangle A N M : Et en divisant, comme E F moins G F, c'est à dire E G à G F, ainsi le triangle A B C mois le triangle ANM, c'est à dire le quadrangle M N B C, au triangle A N M: ce qu'il a fallu demonstrer.

Second usage quant aux nombres.

Le donné. Au mesme triangle A B C soit donné le poinct D hors le triangle, & la raison des segments, comme E G à F G : & que A B soit de trois parties, A C de 3, E G 5, F G 4; & la ligne C A continuée infiniment soit coupée au poinct H, par la ligne D H menée parallele au costé A B, & que A H estant de 4, D H soit de 6.

Le requis. On cerche le poinct M, lequel soit autant esloigné de A dans le costé A B, que la ligne menée de D à M, face que le quadrangle M N B C aye telle raison au triangle A N M, que la ligne E G 5, à F G 4.

Constrvction.

Comme E F 9, somme de 5 & de 4, à F G 4, ainsi B A 4 à	$\frac{16}{9}$.
Comme D H 8, à $\frac{16}{9}$ premier en cest ordre, ainsi C A 3 à	$\frac{2}{3}$.
La moitié duquel est	$\frac{1}{3}$.
Avec lequel adjoustant le double de A H 4, le tout sera	$8\frac{1}{3}$.
Le plan fait d'iceluy & de $\frac{1}{3}$ troisiesme en cest ordre, est	$\frac{25}{9}$.
Le costé de ce quarré est	$\frac{5}{3}$.
Auquel estant adjousté $\frac{1}{3}$ troisiesme en cest ordre, le tout est	2.

Partant si on retranche de A vers C, 2 desdites parties, assavoir A M; & estant menée la ligne D M, laquelle coupera la ligne A B au poinct N, on aura satisfait à la proposition : La demonstration de laquelle est evidente par le premier exemple.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un triangle donné la partie requise & du costé qu'on a voulu, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors la figure. Ce qu'il falloit faire.

Proposition IX.

Retrancher d'un triangle donné un segment, qui soit possible vers la partie qu'on voudra, par une ligne droite passant par un poinct donné dans la figure.

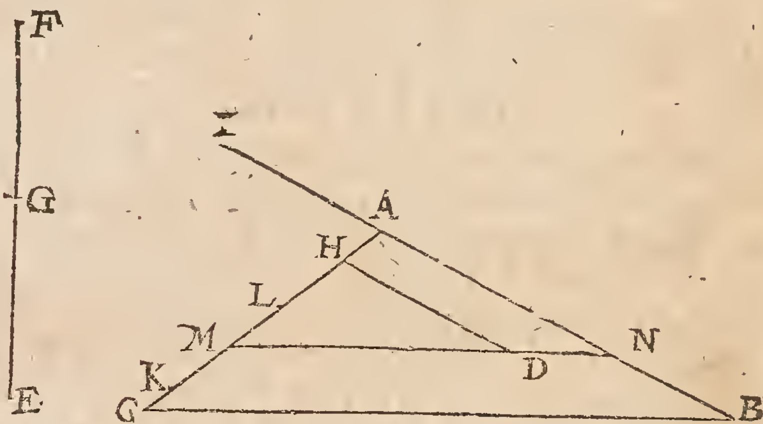
Il a esté besoing de ceste determinaison, afin qu'on demande tel segment qu'il se puisse faire; car les lignes droites passantes par un poinct donné dans la figure coupent son aire en deux segments, la raison desquels est determinée, la plus grande ne pouvant estre excedée, ny la plus petite amoindrie; afin que tous les espaces qui sont plus petis, ou plus grands que le susdit, soyent reputez n'avoir nulle explication. Car ceste sorte de section ne peut estre augmentée infiniment, ny aussi infiniment diminuée, mais est terminée par certains limites : & pour plus grande asseurance nous l'esclaircirons par un ou deux exemples. Un parallelogramme ne peut estre divisé qu'en deux egalement par les lignes droites passantes par le centre du parallelogramme : si on propo-soit donc d'en retrancher une tierce partie par une ligne passant par le centre, la chose seroit impossible. Semblablement la ligne droite passant par le centre de gravité d'un triangle (or pour trouver l'equilibre d'un plan il luy faut attribuer de la pesanteur) coupe le triangle en la plus grande inegalité, comme 4 à 9, & en la moindre, comme 5 à 9; & ainsi en suitte se fait la moindre ou plus grande inegalité, selon la diverse situation de la partie demandée : c'est pourquoy le segment qu'on desire estre retranché, doit estre possible, comme nous avons dit dés le commencement.

Le donné. Soit le triangle A B C, le poinct donné en iceluy D, & la droite E F, coupée au poinct G.

Le requis. Il faut couper le triangle donné par une ligne droite passant par le poinct D, en deux segments, en telle sorte que l'espace vers A aye au reste la raison qui est possible, assavoir de F G à E G.

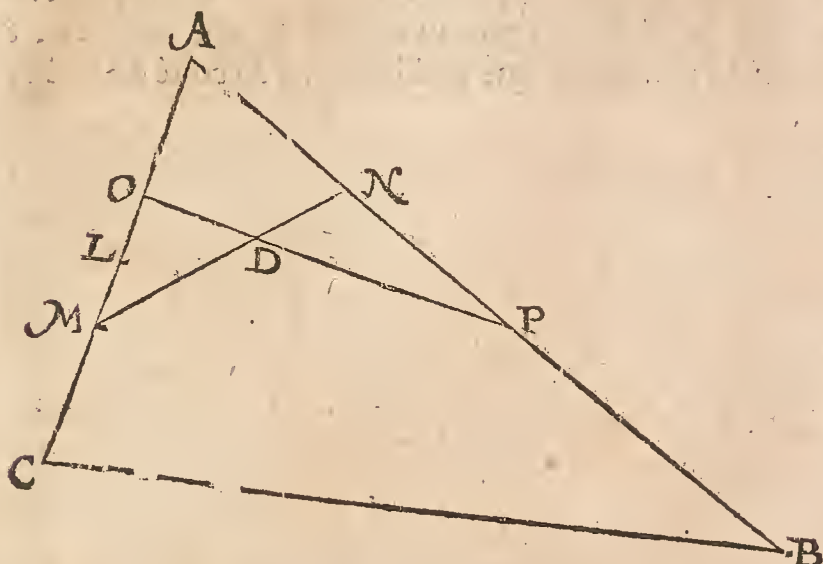
Constrvction.

Soit icy menée la ligne D H, comme en la 8 proposition du poinct donné D, & parallele à B A, rencontrant le costé C A : le reste de l'operation est tout semblable à l'operation de la 8 proposition, excepté qu'il faut icy dire en la cinquiesme partie, que la ligne soit ostée du double, & il a esté dit en l'autre, qu'elle soit adjoustée au double. Comme par exemple, en la cinquiesme partie de la cõstruction precedente on cerchoit la moyenne proportionnelle entre A L, & la droite faite de A L, & de deux fois A H : Mais icy on cerche la moyenne proportionnelle entre A L, & la double de A H moins A L. La cause en sera facilement trouvée par la perquisition Algebraique de ce probleme, auquel 1② est fait egal à 1◎—◎; & au probleme precedent, 1② estoit fait egal à ①+◎: Partant il n'est icy besoing d'aucune nouvelle operation Algebraique, ny Geometrique, & ce d'autant plus que les lettres, & caracteres de ceste figure, s'accordent avec ceux de la precedente.



D'avantage il y a icy premierement à remarquer, que la longueur de la ligne droite L M (laquelle est constituée vers C) peut aussi estre designée vers A, & si le terme est donné vers A, & que la ligne passant par le poinct D, coupe le costé A B, la solution en sera double : Mais afin que cecy apparoisse plus distinctement qu'en la figure proposée, soit le triangle icy joinct ABC, & le poinct donné en iceluy D, auquel aussi soit premierement posée L M vers C : Apres soit transposée de L en O, sous condition que la droite passant du poinct O, par le poinct D, aille rencontrer le costé A B au poinct P; comme aussi la ligne M D produite, coupe le mesme costé A B en N. Ce qu'estant ainsi les triangles A N M & A P O seront egaux, comme aussi les deux triangles O D M & N D P : par ainsi la solution sera ambigue, comme nous avons dit dés le commencement, si celuy qui propose la question, ne determine

mine lequel des deux il desire. Or la cause de ceste douteuse determinaison depend du tout de la solution de l'equation Algebraique, laquelle est double, comme on le peut appercevoir par la quatriesme partie de la construction.



Secondement, puis qu'il n'y a que deux poincts dans le costé A C, assavoir M & O, & aussi que dans le costé A B (auquel on a mené du poinct D une parallele) n'y a poinct d'autres poincts que N & P, desquels les lignes requises passent par le poinct donné D: Il s'ensuit de là, que si la ligne menée du poinct O, passant par D, ne coupe pas le costé A B entre ses termes A & B, il n'y a pas double determinaison; voire mesmes aucune, si la ligne menée de O, par D, ne rencontre le costé A B. C'est pourquoy si on ordonne que la ligne D H soit menée parallele au costé AB, (comme il a esté fait en la premiere partie de ceste proposition) & que les poincts N & P ne tombent point dans le costé A B, il sera inutile de reïterer l'operation en menant la parallele D H au costé A C, comme on avoit fait en la premiere partie du premier exemple: car si on ne trouve ce qu'on cerche en l'un des costez, il ne sera non plus en l'autre: & au contraire les lignes droites terminées en l'un des costez, lesquelles retranchent un espace qui se puisse faire, seront aussi terminées en l'autre costé.

En fin ce seroit chose superflue d'en mettre icy l'operation par nombres, veu le peu de difference qu'il y a entre celle-cy & la precedente; laquelle difference est en la cinquiesme partie. Partant nous laisserons cela là, & proposerons la section du quadrangle.

Proposition X.

D'Un quadrangle rectiligne donné retrancher un espace requis vers telle partie qu'on voudra, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy.

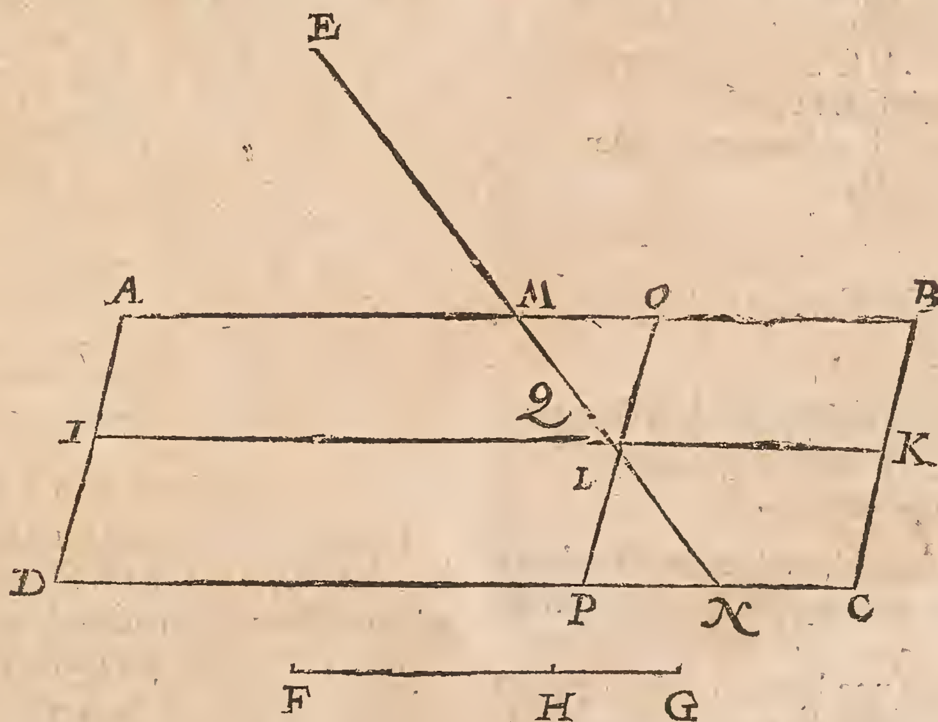
1 *Exemple d'un parallelogramme auquel la ligne droite coupant les costez paralleles, retranche d'iceluy une partie selon la raison donnée.*

Le donné. Soit le parallelogramme ABCD, le poinct donné E hors iceluy, & la ligne droite F G, coupée au poinct H.

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct E, laquelle coupe le quadrangle donné, en sorte que le segment vers B, aye au restant telle raison, que G H à F H.

Constrvction.

Soit menée la ligne I K, laquelle coupe en deux egalement les costez paralleles A D & B C: Puis dites, comme F G à G H, ainsi I K à K L, laquelle soit retranchée de K vers I en L; la ligne droite menée du poinct



donné E, passant par L coupant les costez paralleles A B & D C aux poincts M & N, retranchera du parallelogramme la partie M B C N, laquelle aura telle raison au reste A M N D, que celle qui a esté proposée: Mais si la ligne E L rencontroit le costé adjacent B C, on fera ainsi qu'il est monstré cy-apres au quatriesme exemple suivant.

Preparation. Soit menée la ligne O P, parallele à BC, passant par le poinct L.

Demonstration.

Par la construction, comme F G à G H, ainsi I K à L K; & en divisant, comme F H à H G, ainsi I L à L K, c'est à dire à cause de la parallele O P, ainsi D P à P C; ainsi aussi le parallelogramme A O P D à O B C P: mais le triangle M L O est egal au triangle P L N, par la 4 & 15 proposition du premier livre *d'Euclide*: Partant ces triangles egaux estans adjoustez au commun rectiligne A M L P D, les tous AMND & AOPD seront egaux; parquoy il y aura telle raison du rectiligne A M N D au rectiligne M B C N, que de la ligne F H à G H. Ce qu'il a fallu demonstrer.

Si le poinct estoit donné dans la figure, comme le poinct Q en la ligne M N, l'operation en est de mesme qu'en la precedente: car estant menée la ligne Q L, elle retranchera le segment requis.

2 *Exemple par nombres.*

Le donné. Soit un autre quadrangle A B C D, & le poinct E donné hors iceluy: D'avantage soit la ligne

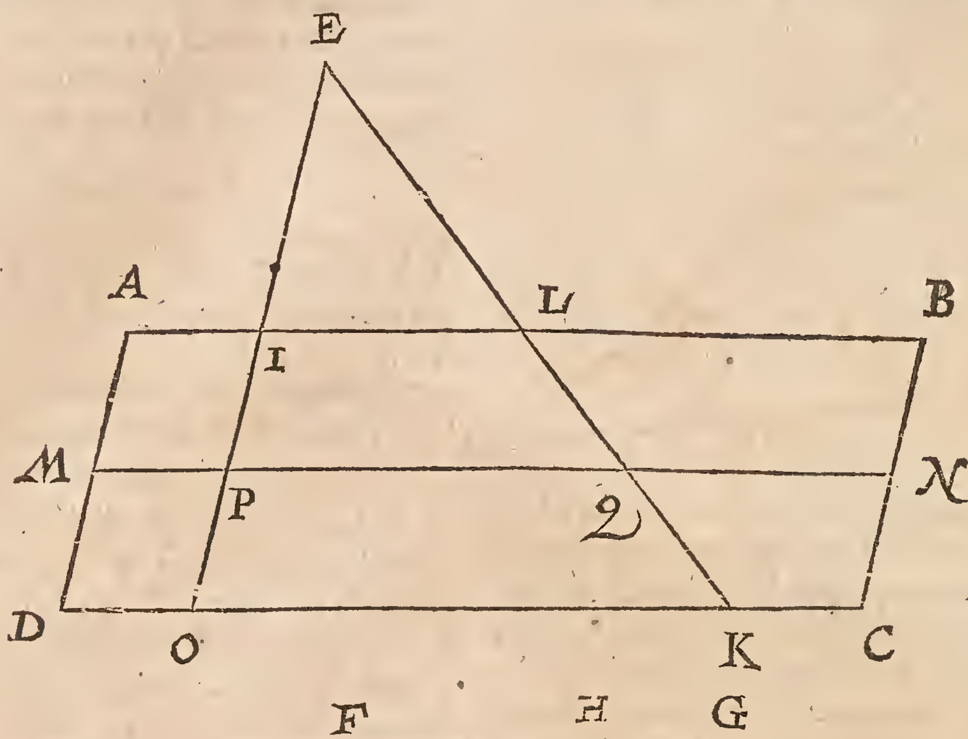
 F G cou-

F G coupée en H, que A B soit 6, A D 2, F H 2, G H 1; & afin de determiner la situation du poinct E, la ligne droite E I, menée parallele à A D, coupant A B en I, face E I 2, & I A 1.

Le requis. Il faut exprimer par nombres la distance de D à K, dans le costé D C, comme aussi la distance de A L au costé A B, en telle sorte que la ligne droite passant par les trois poincts E, L, K, face que le rectiligne A L K D aye telle raison au rectiligne L B C K, que la ligne F H 2, à G H 1.

CONSTRVCTION.

Soit menée la ligne M N, coupant en deux egalement les costez opposez A D, B C; & d'autant qu'elle est parallele & egale au costé A B, elle vaudra 6, & A M 1, d'autant que c'est la moitié du costé A D. Partant la ligne parallele E I, estant continuée jusques en O, coupera M N en P: apres dites, comme F G 3 à G H 1, ainsi M N 6 à N Q 2.



Secondement, comme E P 3, à P Q 3, ainsi E O 4, à O K 4.
A laquelle adjoustant D O, egalle à A I 1.
Leur somme sera la longueur de la ligne D K 5.
Par semblable raison A L se trouvera estre de 3; car comme E P 3, à P Q 3, ainsi E I 2, à I L 2.
A laquelle adjoustant A I 2, leur somme sera comme nous avons dit pour A L 3.

La demonstration de cecy est evidente par le premier exemple.

On operera de la mesme sorte quand le poinct sera donné dans la figure.

3 *Exemple de la section de quelque quadrangle que ce soit, où la ligne coupant la figure, coupe deux costez opposez.*

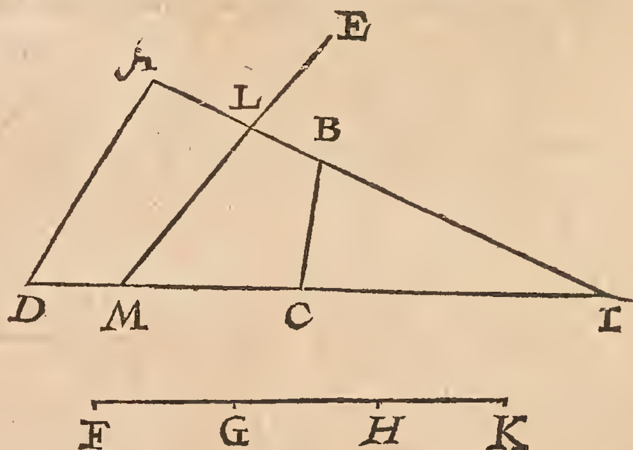
Le donné. Soit donné le quadrangle A B C D, tel qu'il puisse estre, le poinct E hors iceluy, & la raison donnée de F G à G H.

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct donné E, coupant une partie du quadrangle vers A, ayant telle raison au reste que F G à G H.

CONSTRVCTION.

Les deux costez qui ne sont pas paralleles estans continuez se rencontreront en I, & on dira par la 8 proposition du quatriesme livre, cõme le quadrangle ABCD au triangle B C I, ainsi la ligne F H à H K: Apres retranchez (par la 8 proposition) par une ligne droite menée du poinct donné E du triangle A D I un segment vers I, lequel aye telle raison au reste que K G à G F, & que ceste ligne soit E L M, coupant les deux costez opposez A B & D C.

Si ladite ligne coupante passoit par les costez aboutissans à mesme poinct, il faudroit suivre l'operation du quatriesme exemple suivant. Ces choses estans ainsi faites, je dis que la ligne droite E L M divise le quadrangle donné en deux segments, assavoir A L M D & L B C M, lesquels ont telle raison l'un à l'autre, que la ligne F G à la ligne G H.



DEMONSTRATION.

Puis que A B C D est à I B C, comme F H à H K: Et comme A L M D à I L M, ainsi F G est à G K, par la construction: En divisant donc ALMD sera à LBCM, comme F G à G H. Ce qu'il a fallu demonstrer.

NOTEZ.

Si le poinct donné estoit dans la figure A B C D, ou devoit estre enclos par la continuation des costez qui se peuvent rencontrer, alors on se servira de la 8 ou 9 proposition pour avoir la section requise.

4 *Exemple de la section de quelconque quadrangle, auquel la ligne coupante traverse deux costez aboutissans à mesme poinct.*

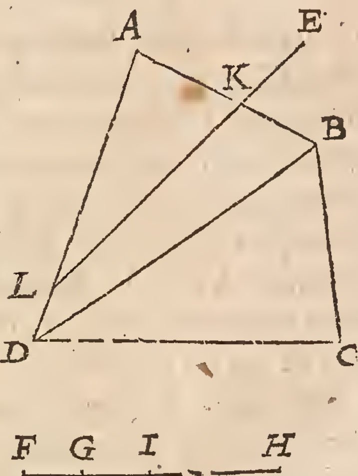
Le donné. Soit donné le quadrangle A B C D quelconque qu'il puisse estre; le poinct E hors iceluy, & la raison de F G à G H.

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct E, laquelle coupe le quadrangle donné en telle sorte que le segment vers I ayt à l'espace restant la raison de F G à G H.

CON-

CONSTRVCTION.

Si on considere l'operation du troisiesme exemple, on recognoistra que la ligne coupante, ne devant pas passer au travers des costez opposez, mais de ceux qui aboutissent à mesme poinct, on doit ainsi faire : Menez la diagonale B D, & dites par la 8 proposition du quatriesme livre, comme le quadrangle A B C D au triangle A B D, ainsi F H à F I: Apres par la 8 proposition je mene la droite E K L du poinct donné E, laquelle retranche du triangle ABD un segment vers A, lequel a telle raison au reste du mesme triangle que F G à G I; ainsi le costé A B sera traversé par la ligne coupante au poinct K, & le costé AD en L. Ce qu'estant ainsi fait, je dis que la ligne EKL coupe le quadrilatere proposé en sorte que l'espace A K L a telle raison à K B C D L, que la ligne F G à G H.



DEMONSTRATION.

Comme FI à IH, ainsi par construction A B D à B C D: & comme F G à G I, ainsi aussi par construction A K L à K B D L; & en composant, comme F G à G I avec I H, ainsi A L K à K B D L avec B C D, c'est à dire, comme F G à G H, ainsi A K L à K B C D L. Ce qu'il a fallu demonstrer.

NOTEZ.

Si le poinct donné estoit dans le quadrangle ABCD, il est manifeste qu'on peut faire ladite section par le moyen de la 9 proposition.

Conclusion. Partant nous avons coupé un quadrangle donné, selon une raison donnée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy. Ce qui avoit esté demandé.

PROPOSITION XI.

Retrancher d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on voudra vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy; & que ladite figure soit divisée en deux segments tant seulement.

NOTEZ.

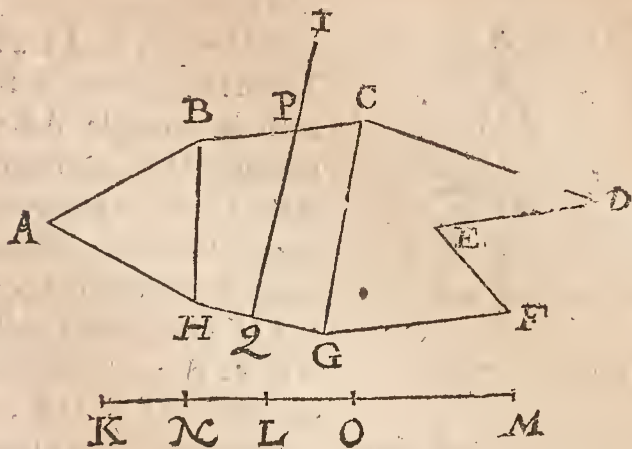
Il faut entendre ceste determinaison, assavoir que la figure donnée soit seulement coupée en deux parties, ainsi qu'il a esté exposé en la 7 proposition.

Le donné. Soit donnée quelconque figure rectiligne A B C D E F G H, le poinct donné I hors icelle, & la raison de l'espace retranché au restant, soit comme K L à L M.

Le requis. Il faut mener du poinct donné I une ligne droite, laquelle coupe le rectiligne donné en telle sorte, que la partie retranchée vers A aye telle raison à celle qui reste, comme K L à L M.

CONSTRVCTION.

On considerera premierement en quels poincts la ligne menée du poinct I doit couper le circuit de la figure, & si on ne le pouvoit juger d'abord, il se faudra servir du moyen qui en a esté proposé és precedentes; mais si ladite ligne coupante coupe les costez (comme par exemple) B C & H G, menez les lignes B H, C G; par lesquelles la figure proposée est divisée en 3 segments, assavoir le triangle A B H, le quadrangle B C G H, & le pentagone C D E F G. Apres coupez la ligne K M (par



la 8 proposition du quatriesme livre) és poincts N & O, en telle raison que les segments du rectiligne proposé, assavoir que telle qu'est la raison de A B H, B C G H, C D E F G, telle aussi soit la raison des lignes K N, N O, O M; & que N O soit le terme proportionnel au quadrangle B C G H, dans lequel est le poinct donné L: Soit divisé l'espace B C G H, par la 10 proposition, du poinct donné hors I, par la ligne I P Q, laquelle coupe le costé B C en P, & H G en Q; & que comme N L est à L O, ainsi B P Q H soit à P C G Q. Ce qu'estant ainsi fait, je dis que A B P Q H, a telle raison à PCDEFGQ, que la donnée de K L à L M, comme il avoit esté demandé. La demonstration en est semblable à celle du troisiesme exemple de la 10 proposition.

NOTEZ.

Si le poinct estoit donné dans la figure, on pourra venir à bout de ce qu'on desire par le moyen de ce qui a esté dit cy devant.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy, laquelle a divisé la figure en deux segments tant seulement. Ce qu'il a fallu faire.

DE LA SECTION DES PLANS PAR une ligne droite menée parallele à une autre ligne donnée.

PROPOSITION XII.

D'Un triangle donné retrancher tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, en sorte que la ligne coupante soit parallele à une autre ligne donnée.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit le triangle A B C, & la ligne droite D E, coupée en F.

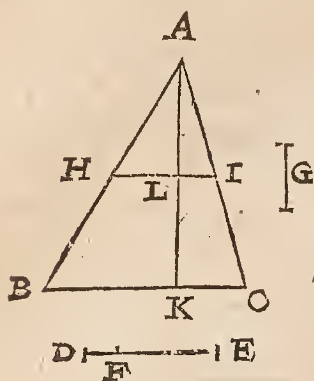
Le requis. Il faut retrancher du triangle A B C un segment vers A, lequel aye telle raison au reste, que la ligne D F à F E, à ceste condition que la coupante soit parallele au costé C B.

CONSTRVCTION.

Trouvez aux trois lignes D E, D F, A B, la quatriesme proportionnelle G; apres soit trouvée la moyenne proportionnelle entre A B & G, puis retranchez A H du costé A B, qui luy soit egale, & menez du poinct H la ligne H I, parallele à B C, laquelle coupera le triangle donné selon la raison donnée, & comme D F est à F E, ainsi le segment A H I est à H I C B.

DEMONSTRATION.

Puis que la ligne G est la troisiesme proportionnelle par construction aux deux A B, A H, la ligne A B sera en raison doublée à G, assavoir la raison de A B à A H: Et partant comme A B à G, ainsi le triangle A B C au triangle AHI; mais comme A B à G, ainsi par construction D E à D F. Donc par equation de raisons, comme D E à D F, ainsi A B C à A H I: & par la converse, comme D F à D E, ainsi A H I à A B C: & en divisant, comme D F à D E moins D F, c'est à dire F E, ainsi AHI à ABC moins le mesme A H I, c'est à dire H I C B.



Semblable usage quant aux nombres.

La ligne D E soit 4, D F 1, A B 8; apres, comme D E 4, à D F 1, ainsi A B 8 à 2.
Le nombre moyen proportionnel entre 2, & A B 8, est 4.

Partant estant mesuré 4 pieds de A vers H, assavoir A H, & menée la ligne H I, parallele à B C, on aura satisfait au requis.

Preparation. Soit menée une perpendiculaire de A sur la base B C, assavoir A K, coupant la parallele H I en L, & soit A K de 7 parties, & B C de 6.

Examen. Puis que A K est de 7 pieds, & B C de 6 par construction, tout le triangle ABC sera 21. D'avantage, puis que A H est 4, H B 4, B C 6, la quatriesme proportionnelle A L sera de $3\frac{1}{2}$; Or H I est de 3, par consequent le triangle A H I sera $5\frac{1}{4}$, lesquels ostez du triangle A B C 21, le rectiligne restant H I C B sera de $15\frac{3}{4}$, lesquels ont à $5\frac{1}{4}$ telle raison, que F E 3, à D F 1.

Autre usage des nombres inventé par SON EXCELLENCE.

Les quarrez des costez A B, A H, sont en la raison donnée de E D 4, à F D 1: Partant, comme 4 à 1, ainsi le quarré de A B 64, à qui? vient 16, pour le quarré de A H; le costé duquel, assavoir A H, vaudra 4. Il faut donc que la ligne retranchée du poinct A vers B en H, soit d'autant à l'extremité, de laquelle la ligne menée parallele à B C fera la section requise.

Autre usage des nombres procedant de l'Algebre.

On desire la quatriesme partie du triangle A B C vers A, soit $5\frac{1}{4}$ la quatriesme partie de son aire: mesurant donc la base B C, qu'elle soit de 6, & la perpendiculaire A K 17; apres souscrivez 7 sous 6 des mesmes parties, ainsi $\frac{6}{7}$, par lesquels divisant le contenu de l'aire donnée $5\frac{1}{4}$, qui est $10\frac{1}{2}$, le quotient vient $\frac{49}{4}$, le costé duquel quarré est $3\frac{1}{2}$; retranchant donc de A vers K en L $3\frac{1}{2}$, la ligne menée parallele à B C, passant par L satisfera à la question.

Car puis que l'aire du triangle A H I $5\frac{1}{4}$, est egale au plan fait de la perpendiculaire A L, & de la moitié de la base H I, aussi A L est à H I, comme A K 7 à B C 6. Je propose donc ce probleme.

Trouver deux nombres ayans telle raison l'un à l'autre que 6 à 7, & que leur somme soit $10\frac{1}{2}$.

Ceste briefve perquisition Algebraique monstrera la cause & origine de l'operation precedente.

CONSEQUENCE I.

Si on demandoit que le segment vers B C eust telle raison au segment restant vers A, que F E à F D, il faudroit renverser la raison telle qu'on la demande, assavoir que le segment vers A ait au reste telle raison, que F D à F E, & en imitant l'operation precedente on dissoudra le probleme.

CONSEQUENCE II.

Encores qu'on demande tant seulement le segment vers B C, on mesurera tout le triangle A B C, duquel on soustrayera le segment requis, apres faites l'operation comme si on avoit demandé le segment vers A, & cela comme cy-devant. En ceste sorte, qu'il soit requis de retrancher du triangle A B C $15\frac{3}{4}$, on trouvera le triangle entier A B C 21, desquels ostant $15\frac{3}{4}$, restera $5\frac{1}{4}$, lesquels retranchez vers A, comme il a esté desja dit, on aura ce qu'on a desiré.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un triangle donné tel segment qu'on a voulu vers la partie demandée, la ligne coupante ayant esté menée parallele à quelconque ligne proposée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XIII.

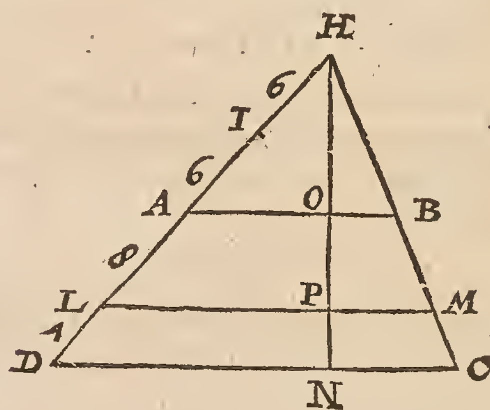
Retrancher d'un trapeze donné tel segment qu'on voudra, vers la partie requise, par une ligne droite menée parallele aux costez paralleles du trapeze.

Le donné. Soit le trapeze A B C D, duquel les costez AB & DC, sont paralleles, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher du trapeze A B C D un segment vers A B, lequel aye telle raison au reste que E G à G F, & que la ligne coupante soit parallele au costé A B.

CONSTRVCTION.

Soyent produites les lignes opposées non paralleles D A & C B, lesquelles se rencontreront en H, & que H I soit la troisiesme proportionnelle aux deux H D, H A: Puis soit trouvée la quatriesme proportionnelle



E K aux trois D I, I H, F E; apres coupez du triangle HDC, par la 12 proposition, le segment LMBA vers A, en sorte que la ligne coupante L M soit parallele au costé AB, & qu'il aye telle raison au reste, que E G à G F.

DEMONSTRATION.

Puis que H I est la troisiesme proportionnelle par construction aux deux H D, H A, les triangles semblables H D C, H A B, à cause de la ligne parallele A B, auront telle raison entre eux, que H D à H I: & en divisant, comme le triangle H D C moins le triangle H A B, c'est à dire le trapeze ABCD, au triangle HAB; ainsi H D moins H I, c'est à dire D I à H I: mais comme comme D I à H I, ainsi par construction F E à E K.

Partant

Partant comme FE à EK, ainsi le trapeze ABCD, au triangle HAB: Mais tout ainsi que KG à GF, ainsi le triangle HLM au quadrangle LMCD; car par construction la ligne droite LM coupe le triangle HDC, comme KF coupée en G: Partant KE, EG, GF seront proportionnelles en cest ordre, comme les segments de tout le triangle, assavoir HAB, LMBA, LMCD: C'est pourquoy LMBA est à LMCD, comme EG à GF.

Semblable usage des nombres.

Soit cy-dessous exposée par nombres la longueur des lignes

HD	24.
HA	12.
AB	12.
EF	27.
EG	16.
GF	11.

On dira ainsi, comme HD 24 à HA 12, ainsi HA 12, à quoy? on trouvera que HI, selon ces mesmes parties vaudra 6.

Laquelle soustraite de HD 24, le reste sera pour DI 18.

Apres, comme DI 18 à IH 6, ainsi EF 27 à EK 9.

A laquelle adjoustant EG 16, la somme sera pour KG 25.

Apres cerchez par la 12 proposition, la longueur de la ligne HL, afin que le triangle HDC soit coupé vers H, selon la raison donnée de KG 25, à GF 11, & que la coupante LM soit menée parallele au costé AB, ladite ligne HL sera trouvée selon les mesmes parties de 20.

Partant pour trouver le poinct L soit mesuré 20 du poinct H en L, ou bien (d'autant que l'operation a esté faite sans nombres, il n'a point esté de besoing de descrire le triangle AHB) mesurez de D vers H en L 4 pieds (car autant en reste, si on soustrait 20 de HD 24) la ligne droite LM menée parallele à AB retranchera le segment requis.

Examen. La perpendiculaire HN sur DC, laquelle coupe la ligne AB en O, & LM en P, soit trouvée de 18 pieds. Partant NO soit 9, OP 6, PN 3: & telle raison qu'ont les lignes DH 24, DA 12, AL 8, LD 4, telle l'auront aussi au mesme ordre NH 18, NO 9, OP 6, PN 3: D'avantage LM vaut 20, DC 24: car comme HA 12 à AB 12, ainsi HL 20 à LM 20; ainsi aussi HD 24 à DC 24: ce qu'estant ainsi fait, le segment LMBA vaudra 96, & LMCD 66, par la 11 proposition du deuxiesme livre, la raison desquels est comme EG 16 à GF 11.

Autre maniere pour l'usage des nombres.

On trouvera la ligne AB 12 parties, DC 24, ON 9: Partant l'aire du trapeze, par la 11 proposition du deuxiesme livre, sera de 162.

Lesquels estans divisez selon la raison donnée de EG 16 à GF 11, on trouvera le segment superieur qu'il faut retrancher vers A, de 96.

A quoy adjoustant le complement du trapeze HAB, lequel par la troisiesme consequence de la 6 proposition du deuxiesme livre (en laquelle est enseigné le moyen de trouver la perpendiculaire HO) sera trouvé de 54.

Leur somme sera 150.

Estant donc autant retranché de l'aire du triangle HDC, par la 12 proposition, on trouvera que la ligne HP contient de pieds 15.

Et la ligne LM menée parallele à AB passant par le poinct P, retranchera le segment requis.

Examen. Soustrayez HP 15 de HN 18, reste pour PN 3, lesquels ostez de NO 9, reste pour OP 6. Partant le rectiligne LMBA contiendra 96, LMCD 66, la raison desquels est comme EG 16 à GF 11.

Consequence I.

S'il eust fallu retrancher le segment requis vers DC, & que la raison qu'il eust eu au reste, eust esté comme EG à GF, il eust fallu se servir de la raison reverse, assavoir que le segment qui eust esté vers A, eust eu au reste la raison de FG à GE.

Consequence II.

Si aussi on eust voulu retrancher du trapeze proposé certain nombre de pieds quarrez (lequel eust toutesfois esté moindre que le contenu de son aire) il eust fallu mesurer l'aire de tout le trapeze, & d'icelle soustraire la partie demandée, laquelle eust esté au reste selon la raison donnée: En imitant l'operation precedente on dissoudra le probleme.

Conclusion. Parquoy nous avons retranché d'un trapeze donné tel segment qu'on a voulu vers la partie requise, par une ligne droite menée parallele aux costez paralleles du trapeze.

Proposition XIV.

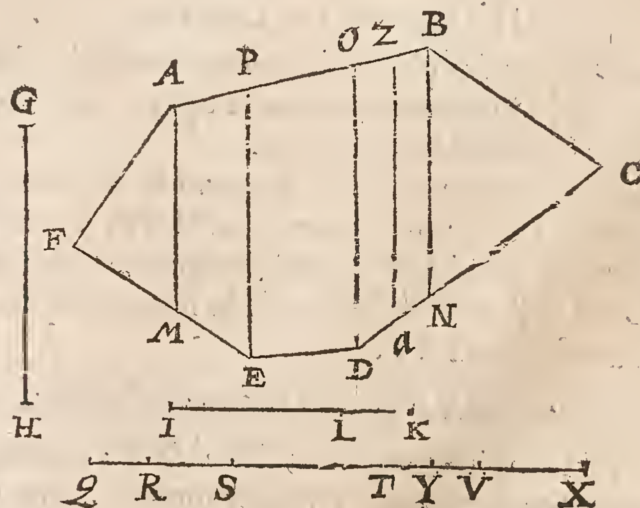
Retrancher d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par une ligne droite parallele à quelconque ligne proposée.

Le donné. Soit l'hexagone ABCDEF, la ligne droite GH, & une autre ligne IK, coupée en L, selon la raison donnée.

Le requis. Il faut retrancher de l'hexagone proposé vers F un segment, lequel aye telle raison au reste que IL à LK, & que la ligne coupante soit menée parallele à la proposée GH.

Constrvction.

Soyent tirées toutes les lignes des angles, lesquelles peuvent estre menées paralleles à la donnée GH, qui tombent dans la figure, comme de A, B, D, E, les lignes AM, BN, DO, EP, lesquelles comprennent seulement avec les costez de la figure proposée des triangles, ou quadrangles. Puis soyent trouvées les cinq lignes droites QR, RS, ST, TV, VX, par la 8 proposition du quatriesme livre, entre lesquelles y aye



telle raison, & en mesme ordre, que des plans AFM, AMEP, PEDO, ODNB, BCN. Apres coupez la ligne QX en Y, en telle sorte qu'il y ayt telle raison

 de

de I L à L K, que de Q Y à Y X : mais le poinct Y tombe dans la ligne T V, laquelle est proportionnelle au trapeze O D N B : soit donc ledit trapeze coupé par la ligne droite Z a, parallele à la proposée G H, en sorte qu'il y aye telle raison des segments que de T Y à Y V. Je dis donc que le rectiligne Z a D E F A a telle raison au rectiligne Z a C B, que la raison donnée de I L à K L : la demonstration de cecy est evidente par les precedentes. Et l'usage des nombres s'accorde entierement avec celuy des susdites operations.

CONSEQVENCE.

Il appert par la section du champ proposé ABCDEF, faite de la ligne parallele Z a, qu'on peut distribuer, & diviser quelque champ que ce soit en parties egales ou inegales, telles qu'on desirera, par une ligne parallele à quelqu'un de ses limites : Car tout ainsi qu'icy le poinct Y tombe entre T & V, ainsi le poinct d'une autre section tombera en un autre lieu, & par ce moyen on coupera aussi semblablement le plan qui luy est proportionel.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on a voulu vers la partie demandée par une ligne droite parallele à quelconque ligne proposée. Ce qu'il a fallu faire.

PROPOSITION XV.

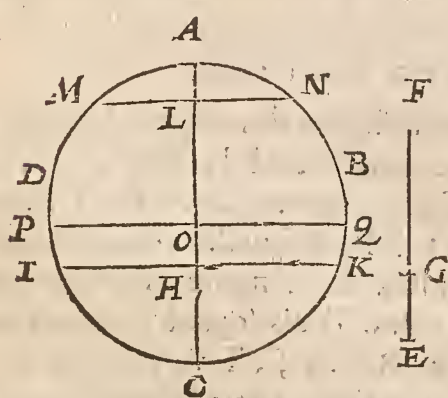
Retrancher d'un plan spherique donné tel segment qu'on voudra vers la partie requise.

Le donné. Soit A C l'axe de la sphere A B C D, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher du plan spherique d'icelle sphere un segment vers C, lequel aye telle raison au reste que E G à G F.

CONSTRVCTION.

Coupez l'axe A C (par la deuxiesme proposition) en H, en sorte qu'il y ait telle raison des segments C H à H A, que E G à G F : puis estant mené le plan I K passant par H, & perpendiculaire à l'axe A C, il coupera le plan spherique, tellement que le segment spherique I K C vers C, aura telle raison au restant I A K, que la raison donnée de E G à G F.



DEMONSTRATION.

Les sections des plans spheriques ont telle raison entre eux que leurs axes, comme il appert en *Archimede* touchant la sphere & le cylindre.

Partant comme C H à H A, ainsi la section I C K à la section I A K : mais comme C H à H A, ainsi par construction E G à G F : & aussi en mesme ordre, comme E G à G F, ainsi la section de la superfice spherique I C K à la section I A K.

Semblable usage quant aux nombres.

L'axe A C soit de 12 pieds, E G 2, G F 4, afin que la raison de l'un des segments soit à l'autre, comme 2 à 4 : Partant divisez A C 12 en deux segments ayans entre eux la raison de E G 2, à G F 4, viendra pour le moindre segment 4 : mesurés donc autant de pieds de C vers A en H, le plan passant par le poinct H, & perpendiculaire à l'axe A C, retranchera le segment requis I C K.

Examen. Toute la superfice spherique par la 18 proposition du deuxiesme livre sera $452\frac{4}{7}$; & le segment I C K $150\frac{6}{7}$, lesquels ostez du plan spherique entier $452\frac{4}{7}$, restera $301\frac{5}{7}$ pour l'autre segment I A K, auquel le plan I C K $150\frac{6}{7}$ est, comme E G 2 à G F 4.

CONSEQVENCE.

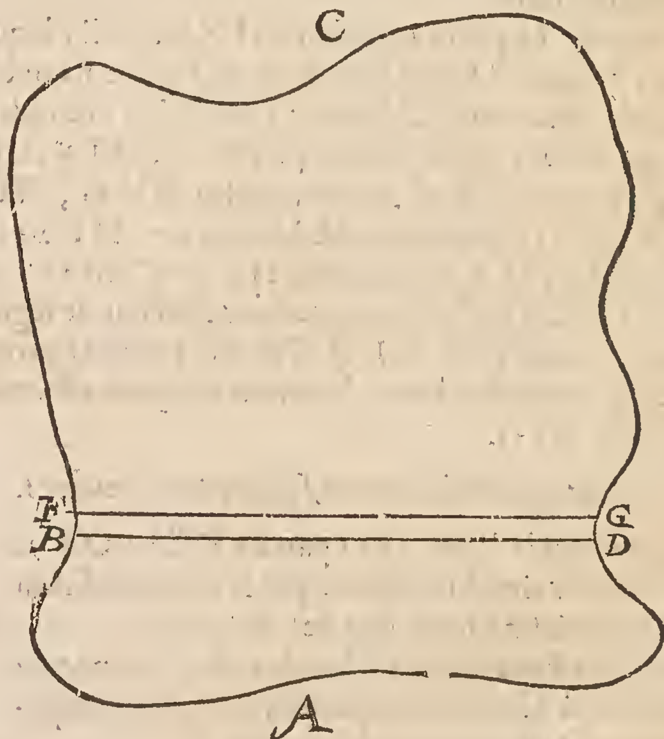
On peut cognoistre d'icy qu'il est facile de retrancher de la section d'un plan spherique donné telle partie qu'on voudra, comme si on vouloit couper la cinquiesme partie de la section I A K, soit divisé l'axe de ladite section en cinq parties egales, l'une desquelles soit A L, le plan M N mené par L perpendiculaire à son axe retranchera le plan requis M A N.

Si on aymoit mieux la cinquiesme partie de l'axe A H de H en O, le plan P Q passant par O, perpendiculaire sur l'axe retranchera la zone P Q K I, egale à la cinquiesme partie : La demonstration en estant evidente.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un plan spherique donné tel segment qu'on a voulu vers la partie requise.

NOTEZ.

Si on demandoit un segment de quelque superfice raboteuse, comme celle des champs qui sont sur les collines, on ne le pourroit pas faire par une ligne droite parallele à une autre ; car les lignes descrites sur ces sortes de superfices sont recourbées & tortuës : Toutesfois les Arpenteurs & Geometres terminent ces champs-la par le moyen d'une ligne, le plan de laquelle est perpendiculaire sur l'horizon. Or on peut trouver ceste section par le moyen de plusieurs bastons fichez en terre en ligne droite, ayant la veuë pour guide, produisant ladite ligne par dessus les fossez & tranchées, en posant les bastons en lieux où on les puisse plus commodement voir & distinguer. Pour plus grande intelligence & esclaircissement, soit le champ ABCD sur une montagne,



duquel on veut retrancher la quatriesme partie par un plan perpendiculaire sur l'horizon, & parallele à la ligne pro-

proposée E, il faudra en premier lieu mesurer (par le troisiesme exemple de la 20 proposition du deuxiesme livre) tout le champ raboteux proposé, distribué en toutes les parties (comme on le trouvera plus à propos) l'aire duquel soit par exemple de 100 arpens, la quatriesme partie en sera donc 25 arpens, lesquels il faut retrancher vers A. Et afin de ce faire, retranchez à peu pres 25 arpens vers la partie requise, marquant la ligne coupante par bastons & picquets. Puis mesurant derechef l'aire de la partie retranchée B D A, & si on trouve qu'elle contienne 25 arpens, on a ce qu'on demande: Mais si on s'est trompé en excez, ou au defaut d'un arpent, il faudra faire l'autre ligne F G, parallele à D B: & pour mieux dire, on menera un plan par F G, coupant perpendiculairement l'horizon, estant parallele au plan passant par B D, qui coupe aussi l'horizon perpendiculairement, l'aire comprise entre iceux contenant un arpent: Mais afin qu'on puisse prendre assez precisement la largeur de ceste longue zone de terre de hauteur inegale, on mesurera la longueur D B, laquelle soit trouvée de 300 perches, par lesquelles divisant 600 perches, lesquelles sont le contenu de l'aire d'un arpent, le quotient donnera 2 perches pour la largeur requise, laquelle fera ladite zone F G D B, fort prés egale à un arpent; & le segment F G A contiendra en son aire autant qu'on avoit demandé. Si on desire toutesfois un calcul plus exacte, on remesurera derechef ledit arpent, & s'il y a encore quelque difference, contenant plus ou moins, on en retranchera, ou adjoustera autant. Et s'il en falloit retrancher un segment par un plan perpendiculaire sur l'horizon passant par un poinct donné en son circuit, comme la quatriesme partie de la superfice A B C D, par le poinct F, on retranchera à peu prez comme auparavant ladite quatriesme partie de la superfice proposée, par une ligne imaginée, comme de F en D: Apres on mesurera derechef le contenu de l'aire du segment, lequel estant trouvé moindre de $\frac{1}{2}$ arpent que la quatriesme partie requise, on menera la ligne F G, donnant au triangle F D G le contenu de $\frac{1}{2}$ arpent. Et pour le trouver plus facilement, le double de demy arpent, c'est à dire 1 arpent vaut 600 perches, lesquelles divisées par la longueur F D 300 perches, le quotient donnera la longueur de laquelle la ligne requise F G doit estre esloignée du poinct D.

TROISIESME PARTIE DV CINQVIESME LIVRE,

De la Section proportionnelle des Solides.

Proposition XVI.

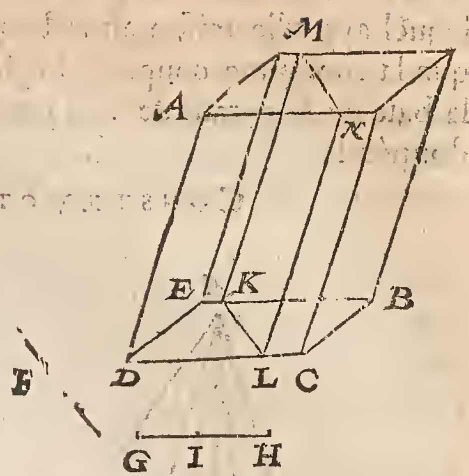
Couper d'un prisme donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à son axe; en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base, soit parallele à une ligne donnée.

Le donné. Soit la base B C D E du prisme donné A B, la ligne F, & l'autre ligne G H, coupée au poinct I.

Le requis. Il faut retrancher du prisme A B un segment vers D, par un plan parallele à l'axe, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base soit parallele à la ligne F, & que ledit segment aye telle raison au reste, que G I à I H.

Constrvction.

Coupez la base B C D E, par la ligne K L, parallele à F, en sorte que le segment K L D E aye telle raison au reste K L C B, que G I à I H: Puis coupez le prisme proposé par le plan M N L K, parallele à l'axe, ou au costé A B, qui est la mesme chose: Je dis que le segment K L N M E D A est en telle raison au reste K L N M B C, que la ligne G I à I H.



Demonstration.

Car puis que les deux segments de ce prisme sont de mesme hauteur, ils seront entre eux comme leurs bases; mais leurs bases par construction sont selon la raison donnée de G I à I H, partant les segments seront aussi entre eux en telle raison. Nous n'adjoustons point icy l'usage des nombres puis que l'operation en est evidente par les precedentes.

Conclusion. Parquoy nous avons coupé d'un prisme donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan parallele à l'axe, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base a esté parallele à une ligne donnée. Ce qu'il falloit faire.

Proposition XVII.

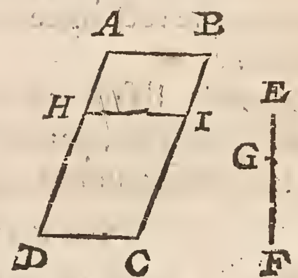
Retrancher d'un prisme donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée par un plan parallele à la base.

Le donné. Soit le prisme A B C D, la base duquel soit quelconque rectiligne qu'on voudra, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher de ce prisme un segment vers A B, par un plan parallele à sa base, ayant telle raison au reste que E G à G F.

Constrvction.

Coupez A D en H, en sorte que A H soit à H D, comme E G à G F: Apres menez le plan H I, par H parallele à la base B C: Je dis que H I B A est à H I C D, comme E G à G F.



Demonstration.

Comme A H à H D, ainsi H I B A à H I C D: car les prismes ayans mesme base sont l'un à l'autre comme leur hauteur: mais comme H A à H D, ainsi par construction est E G à G F; Partant comme E G à G F, ainsi le segment H I B A à H I C D. Nous ne donnons non plus icy aucune operation de nombres, d'autant que cecy est assez evident par la construction Geometrique.

Conclusion. Parquoy nous avons retranché d'un prisme donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à sa base.

Proposition XVIII.

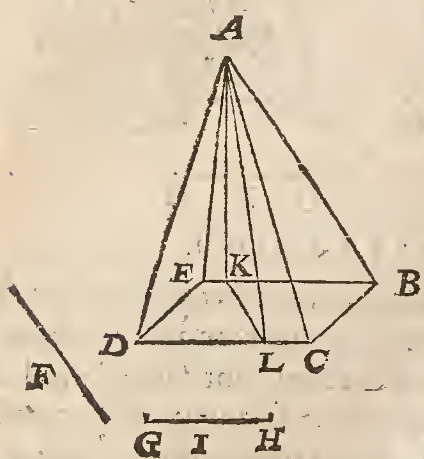
Retrancher d'une pyramide donnée tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan passant par le sommet d'icelle; en telle sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de sa base soit parallele à une ligne droite donnée.

Le donné. Soit A le sommet de la pyramide A B C D E, & B C D E sa base, la ligne droite F, & l'autre ligne G H, coupée en I.

Le requis. Il faut retrancher de ceste pyramide un segment vers D, par un plan passant par le sommet A,

lequel aye telle raison au reste que GI à IH, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base de la pyramide soit parallele à la ligne droite donnée F.

CONSTRVCTION.



Coupez la base BCDE, par la ligne KL, parallele à F: en sorte que KLDE soit à KLCB, comme GI à IH: puis coupez la pyramide par le plan AKL. Maintenant je dis que le segment AKLDE est à AKLCB en mesme raison, que la donnée de GI à IH.

DEMONSTRATION.

D'autant que les deux pyramides sont de mesme hauteur; elles seront l'une à l'autre comme leurs bases: mais leurs bases sont en telle raison que GI à IH, les pyramides le seront donc aussi. Il n'est point besoin qu'on face l'operation des nombres, cecy estant assez manifeste par ce qui precede.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan passant par le sommet d'icelle, en telle sorte que la commune coupure du plan retranchant & de sa base a esté parallele à une ligne droite donnée.

PROPOSITION XIX.

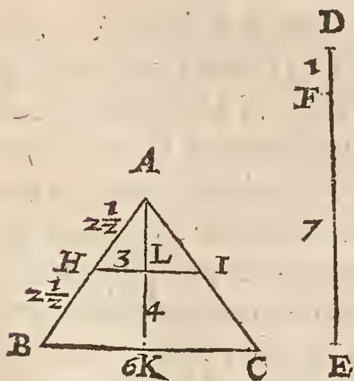
R*Etrancher d'une pyramide donnée tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à sa base.*

Le donné. Soit la pyramide ABC, ayant pour base quelconque rectiligne que ce soit; & la ligne DE coupée en F.

Le requis. Il faut retrancher de la pyramide ABC, un segment vers A, par un plan parallele à sa base, lequel aye telle raison au reste, que DF à FE.

CONSTRVCTION.

Soit la ligne G quatriesme proportionnelle aux trois autres DE, DF, AB: puis soit AH marquée au costé AB, premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre AB la premiere, & G la derniere: le plan HI mené parallele à la base BC coupera la pyramide donnée, selon la raison donnée; assavoir comme AHI à HICB ainsi DF à FE.



DEMONSTRATION.

Puis que par construction G est la quatriesme proportionnelle aux deux AB, AH, la raison de AB à G sera triple de celle qu'elle a à AH, en sorte que comme AB à G, ainsi la pyramide ABC à la pyramide AHI, qui luy est semblable: mais AB a telle raison à G, que DE à DF, par la construction. C'est pourquoy, comme DE à DF, ainsi ABC à AHI: & en raison reverse, comme DF à DE, ainsi AHI à ABC: & en divisant, DF est à DE moins DF, c'est à dire FE, comme le solide AHI à ABC moins le solide AHI, c'est à dire à HICB.

Semblable usage quant aux nombres.

La ligne DE soit en parties 8.
DF 1.
AB 5.

Je dis, comme 8, premier en cest ordre, à 1 le second, ainsi le troisiesme 5, à quoy? vient G $\frac{5}{8}$.

Le premier nombre des moyens continuellement proportionnaux entre le troisiesme 5, & le quatriesme $\frac{5}{8}$ en cest ordre est $2\frac{1}{2}$.

La ligne droite de A vers B de $2\frac{1}{2}$ pieds soit AH, le plan HI mené parallele à la base BC, retranchera le segment requis.

Preparation. Soit la perpendiculaire AK menée du sommet A, sur la base BC, coupée par le plan HI en L, & que la toute AK soit de 4 pieds, & le costé de la base (laquelle nous supposons estre quarrée) BC soit de 6.

Examen. Parce que AK vaut 4, & BC 6, par construction; le quarré qui est la base de la pyramide donnée vaudra 36, & la pyramide 48. D'avantage puis que AH vaut $2\frac{1}{2}$, HB autant, & le costé BC 6, AL vaudra 2, & HI 3, le quarré duquel sera 9 pour la base de la pyramide AHI, & ladite pyramide contiendra 6, laquelle soustraite de la pyramide ABC, c'est à dire de 48, restera 42 pour HICB, ausquels sont 6, comme DF 1, à EF 7.

Autre usage des nombres inventé par
SON EXCELLENCE.

Les cubes des costez AB, AH, sont comme ED 8, à FD 1, d'où on dira, comme 8 à 1, ainsi le cube 125 du costé AB, à quoy? vient $15\frac{5}{8}$ pour le cube du costé AH, & le costé AH sera $2\frac{1}{2}$. Si on prend donc un tel espace de A vers B, terminé en H, & estant apres mené le plan HI parallele à la base BC, on aura ce qu'on desire.

CONSEQVENCE I.

Si on vouloit retrancher certain nombre de pieds cubiques vers A, sans donner aucune raison entre le segment requis & son reste: On mesurera premierement la pyramide, apres estant donnée la quantité des pieds qu'on en veut retrancher, on verra quelle raison ils ont au total, & on achevera l'operation comme il a esté enseigné cy-dessus.

CONSEQVENCE II.

Si on vouloit retrancher la partie demandée vers BC, laquelle eust au reste vers A telle raison que la donnée de DF à FE, il faudra faire l'operation comme si on avoit demandé que le segment vers A eust telle raison au reste vers BC, comme EF à FD.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à sa base.

PROPOSITION XX.

R*Etrancher d'une sphere donnée tel secteur qu'on voudra.*

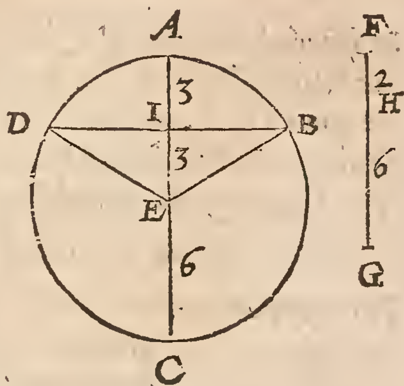
Le donné. Soit AC l'axe de la sphere ABCD, son centre E, & la ligne FG coupée en H.

Le requis. Il faut retrancher de la sphere proposée un secteur, lequel aye telle raison au reste, que FH à HG.

CON-

CONSTRVCTION.

Coupez A C en I, comme F H à H G, ainsi A I soit à I C: puis soit menée la droite D B, laquelle se termine de costé & d'autre à la circonference, & qu'elle soit perpendiculaire à l'axe A C: apres soyent menez les deux demy-diametres E D, E B. Maintenant je dis que E D A B est le secteur requis, ayant telle raison au reste E D C B, que F H à H G.



DEMONSTRATION.

Comme A I à I C, ainsi F H à H G, par la construction: mais comme A I à I C, ainsi la superfice spherique D A B, à la superfice spherique D C B: mais le secteur E D A B est au secteur E D C B, comme la superfice spherique D A B, à la superfice spherique D C B: Partant comme F H à H G, ainsi le secteur E D A B au secteur E D C B.

Semblable usage des nombres.

Soit A C de 12 parties, F H 2, H G 6; puis coupez la longueur de A C 12, selon la raison donnée de F H 2, à H G 6, & on trouvera le susdit segment estre de 3. On mesurera donc de telle distance de A vers C, terminant en I, par lequel poinct faisant passer la ligne D B, perpendiculaire sur A C; puis estans menez les demy-diametres E D, E B, alors E D A B sera le secteur requis.

Examen. Toute la solidité de la sphere est de $905\frac{1}{7}$, par la 24 proposition du deuxiesme livre; le segment D E B A sera de $226\frac{2}{7}$, lesquels soustraits de $905\frac{1}{7}$, restera $678\frac{6}{7}$ pour le segment E D C B, lequel a telle raison à $226\frac{2}{7}$, que la ligne G H 6, à F H 2.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'une sphere donnée tel secteur qu'on a voulu. Ce qu'il a fallu faire.

NOTEZ.

Si on vouloit retrancher d'un solide irregulier donné un segment, par un plan mené parallele à un autre plan donné: Il faudra imiter la façon d'operer qui a esté tenuë cy-dessus en la note de la 16 proposition de ce cinquiesme livre, en la section d'un champ raboteux, en retranchant à peu pres le segment requis; & si apres avoir remesuré ledit segment, on le trouve exceder ou defaillir de ce qui avoit esté proposé, autant en retranchera-on ou adjoustera au mesme segment par un plan mené parallele au donné.

Fin du cinquiesme livre de la Geometrie.

SIXIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la Transformation des grandeurs en semblables figures à d'autres données.

Tout ainsi que nous avons parlé au troisiesme livre de la Numeration, Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des grandeurs, non pour estre adjoustées à d'autres données, mais pour en trouver d'autres, lesquelles leur soyent egales en grandeur. Il faut icy entendre le mesme, assavoir, que la figure donnée sera transformée en une autre: car c'est la mesme chose qu'és nombres où on en propose deux parties n'ayans pas mesme denominateur, lesquelles sont reduictes à mesme denomination: laquelle chose estant de bien prés examinée, on cognoistra que c'est proprement trouver aux parties proposées, d'autres qui leur soyent egales ayans mesme nom: Ainsi on ne convertit pas les grandeurs données en d'autres; mais on descrit des grandeurs egales d'une autre forme, ce qu'on appelle Transformation: Comme aussi se doit entendre quand on parle communement de la quadrature du Cercle, Parabole, Spirale, & Lune: Ce qui ne veut dire autre chose, que de trouver un quarré egal à un cercle, ou autres de ces figures données.

PREMIERE PARTIE DV SIXIESME LIVRE, De la Transformation des lignes.

PROPOSITION I.

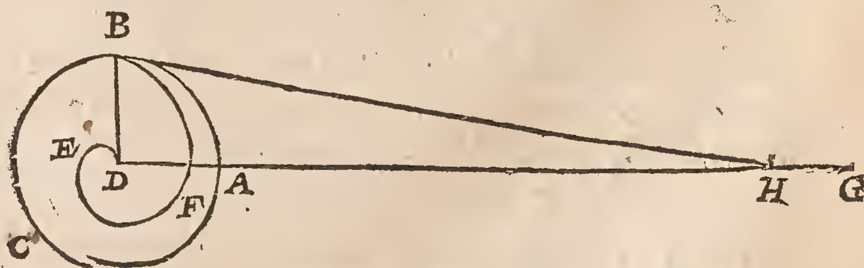
Descrire une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

Le donné. Soit la circonference du cercle A B C, duquel D est le centre, & D B le demy-diametre.

Le requis. Il faut descrire une ligne droite egale à ladite circonference.

CONSTRVCTION.

Descrivez la premiere revolution d'une spirale DEFB, sur le demy-diametre DB, sur lequel soit menée



perpendiculaire la ligne D G, & produite infiniment: Apres

Apres on menera B H, touchante en B le commencement de la circonference de spirale, laquelle estant continuée coupera la perpendiculaire D G en H. Je dis donc que la ligne droite D H est egale à la circonference du cercle A B C, comme il est demonstré par *Archimede* en sa 18 proposition de la spirale.

NOTEZ.

Combien que ceste construction soit appuyée de bonnes & valables raisons en la Theorie, on ne la peut pas toutesfois mettre en practique à cause de l'incertitude de la revolution de la spirale : Mais en suivant *Archimede*, nous avons icy mis ceste proposition avec deux autres suivantes semblables, pour la memoire de celuy qui les a inventées & demonstrées.

Autre usage des nombres.

Si la raison de la circonference au diametre, comme 22 à 7 (laquelle est toutesfois usitée) estoit veritable, il est evident qu'on pourroit par ce moyen mesurer une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

Conclusion. Partant nous avons trouvé une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

CONSEQVENCE.

Par la converse de ceste proposition on peut descrire une circonference de cercle egale à une ligne droite donnée.

PROPOSITION II.

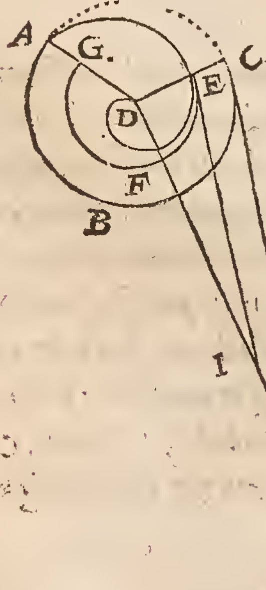
D*Escrire une ligne droite egale à un arc de cercle donné.*

Le donné. Soit l'arc A B C descrit du centre D, ayant pour demy-diametre D A.

Le requis. Il faut trouver une ligne droite egale audit arc.

CONSTRVCTION.

Achevez la circonference du cercle de l'arc donné A B C, dans lequel on descrira la premiere revolution d'une spirale D E A, laquelle coupera D C en E : puis soit descrite la circonference du centre D, & de l'intervalle D E, elle coupera le demy-diametre D A en G : En fin soit menée la ligne D H, perpendiculaire sur le demy-diametre D C, & produite infiniment, la ligne droite E I, touchant la spirale, la coupera en I, à laquelle on menera C K, parallele coupant aussi D H en K. Je dis donc que D K est la ligne droite requise egale à l'arc donné A B C.



DEMONSTRATION.

Comme D E à D C, ainsi l'arc G F E à l'arc A B C : & comme D E à D C, ainsi D I à D K. Parquoy comme D I à D K, ainsi l'arc G F E à l'arc A B C : mais D I (par la 21 proposition *d'Archimede* de la spirale) est egale à l'arc G F E. Donc D K sera egal à l'arc A B C.

CONSEQVENCE.

Par la converse de l'operation de ceste proposition, on pourra descrire un arc de cercle egal à une ligne droite donnée.

PROPOSITION III.

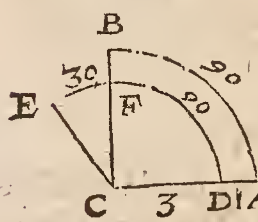
E*Stant donnée une ligne droite, & la raison d'un arc à toute la circonference de son cercle, descrire un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée egal au donné.*

Le donné. Soit l'arc A B de 90 degrez, le demy diametre duquel soit C A, sur lequel soit marquée quelque ligne que ce soit, comme C D.

Le requis. Il faut descrire de l'intervalle C D, comme demy-diametre, un arc egal au donné A B.

CONSTRVCTION.

Par proportion on dira, comme C D à C A, ainsi A B de 90 degrez, à quoy ? qu'il vienne 120 degrez : En descrivant donc de l'intervalle C D, comme demy-diametre, un arc de 120 degrez, comme D E, il sera egal à l'arc donné A B.



DEMONSTRATION.

Si l'arc D E, & la ligne C B, s'entrecoupent en F : les arcs F D, & B A seront proportionnaux à la circonference de leurs cercles (d'autant que A C B, ou D C F, sont un mesme angle au centre) & d'autant que A B est de 90 degrez, l'un & l'autre sera le quart de la circonference du cercle, & le secteur A B C sera semblable au secteur D F C. Partant leurs costez semblablement posez C A, C D, A B, D F, seront proportionnaux ; & la difference D A, entre les demy-diametres C A, C D, sera à C D, comme la difference des arcs A B & D F, à l'arc D F. Mais comme D A à C D, ainsi E F à D F, (car par construction comme C D est à C A, ainsi 90 degrez sont à 120 degrez : mais D F vaut 90 degrez, & D E 120 degrez) partant comme C D à C A, ainsi D F à D E : & en divisant, comme C A moins C D, c'est à dire D A, à C D, ainsi D E moins D F, c'est à dire E F, à D F : & E F sera la difference entre les arcs A B, D F. Partant E F, F D ensemble, c'est à dire l'arc D E, sera egal à l'arc A B.

Semblable usage quant aux nombres.

Le demy-diametre C D soit de 3 parties, & C A 4 ; selon la proportion C D 3, à C A 4, l'arc A B de 90 degrez, à quoy ? viennent 120 degrez : Donc de l'intervalle C D, comme demy-diametre, descrivant un arc de 120 degrez, lequel soit D E, on aura satisfait au probleme.

On ne peut point examiner cecy exactement, à cause de l'incertitude de la raison du demy-diametre à la circonference : C'est pourquoy nous l'avons demonstré par la voye Mathematique, laquelle est asseurée.

CONSEQVENCE.

Mais si le demy-diametre proposé estoit si petit, qu'il fallut la circonference toute entiere, voire de plusieurs cercles qui luy fussent egaux, pour egaller l'arc donné A B, on le pourra aussi aisement faire que la precedente : comme si C A estoit de 10, & C D 1, il eust ainsi fallu dire à la construction, comme C D 1, à C A 10, ainsi A B 90 degrez à 900 degrez, lesquels vallent deux circonferences entieres de cercle & encores 180 degrez. Partant il faut descrire de l'intervalle C D, comme demy-diametre, deux circonferẽces de cercles & 180 deg. & elles seroyent egales à l'arc proposé. De là s'ensuit aussi qu'estant donné le diametre d'un arc, & deux circonferences, avec un arc de 180 degrez ; on peut trouver un arc qui leur sera egal. On peut de ce que dessus

tirer

tirer aussi d'autres consequences semblables, qui en despendent.

Conclusion. Partant estant donnée une ligne droite, & la raison d'un arc à toute la circonference de son cercle; nous avons descrit un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée, egal au donné. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

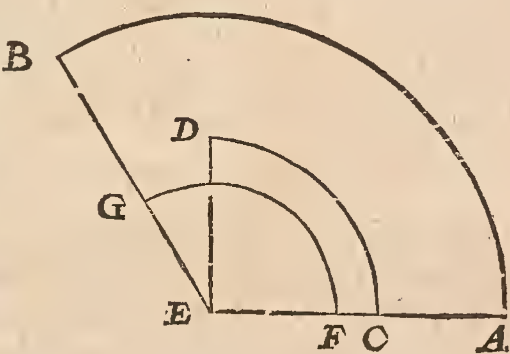
Estans donnez deux arcs dissemblables, & la raison d'iceux à leurs circonferences estant cognuë, trouver un troisiesme arc egal à l'un, & semblable à l'autre.

Le donné. Soyent les deux arcs A B 120 degrez, C D 90 degrez, ayans pour mesme centre le poinct E: le demy-diametre de l'un soit E A, & de l'autre E C, & que E A soit le plus grand.

Le requis. Il faut descrire un troisiesme arc egal à l'arc C D, & semblable à A B, c'est à dire que l'arc A B, & celuy qu'on cerche soyent tous deux proportionnaux à leurs propres circonferences.

CONSTRVCTION.

Soit menée la ligne E B, & dites, comme A B 120 degrez, à C D 90 degrez, ainsi E C à E F, duquel intervalle, & du centre E estant descrit l'arc F G terminé par les deux demy-diametres E A, E B, il sera egal à l'arc C D, & semblable à l'arc A B.



DEMONSTRATION.

D'autant que l'angle G E F, ou B E A, a les arcs F G, A B, soustendus, lesquels segments seront semblables à leurs circonferences: D'avantage puis que E F est à E C, comme 90 degrez de C D, aux 120 degrez de F G: par construction donc F G sera egal à C D, par ce qui a esté demonstré en la 3 proposition: Il est aussi evident que l'operation des nombres de ladite 3 proposition est semblable à celle-cy.

Conclusion. Partant estans donnez deux arcs dissemblables; & la raison d'iceux à leurs circonferences estant cognuë; nous avons trouvé un troisiesme arc egal à l'un & semblable à l'autre. Ce qu'il falloit faire.

SECONDE PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

De la Transformation des figures descrites sur la superfice.

PROPOSITION V.

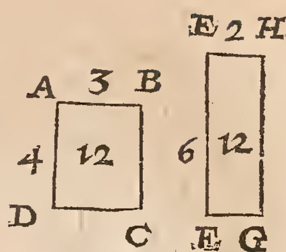
Descrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un autre rectangle donné.

Le donné. Soit le rectangle A B C D, & la ligne E F.

Le requis. Trouvez un rectangle egal au donné A B C D, ayant pour l'un de ses costez la ligne donnée E F.

CONSTRVCTION.

Trouvez la quatriesme proportionnelle F G aux trois lignes E F, A B, A D, de laquelle & de la premiere E F, on fera le rectangle E F G H, lequel sera egal au donné: comme demonstre *Euclide* en la 14 proposition de son sixiesme livre.



Semblable usage des nombres.

E F soit de 6 pieds, A B 3, A D 4: on dira donc, comme E F 6 à A B 3, ainsi A D 4 à F G 2; parquoy menant F G perpendiculaire sur l'extremité de E F, & estant achevé le parallelogramme, on aura ce qu'on avoit demandé.

Examen. L'un & l'autre desdits rectangles contient 12 par l'onziesme proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un parallelogramme rectangle de la longueur qu'on a voulu, egal à un autre rectangle donné.

SON EXCELLENCE *a voulu que cecy fust joinct à la proposition precedente.*

L'aire A B C D 12, il n'importe qu'elle soit plane, spherique, ou d'autre forme, estant divisée par le costé E F, donnera pour le costé E H 2, desquelles construisant un rectangle, il contiendra autant que la figure donnée.

PROPOSITION VI.

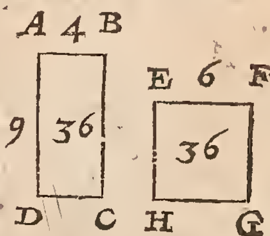
Descrire un quarré egal à un rectangle donné.

Le donné. Soit le rectangle A B C D.

Le requis. Il faut trouver un quarré qui luy soit egal.

CONSTRVCTION.

Soit trouvée la moyenne proportionnelle E F, entre les costez A B & A D, par la 3 proposition du quatriesme livre; sa puissance, c'est à dire le quarré de ladite ligne E F, sera egal au rectangle, comme il appert par la 14 proposition du deuxiesme livre d'*Euclide*.



Semblable usage des nombres.

A B soit de 4 pieds, A D de 9, le nombre continuellement moyen proportionnel est 6. Donc le quarré fait de la ligne E F de 6 pieds, sera egal au rectangle donné E F G H.

Examen. Par la 11 proposition du deuxiesme livre ils sont trouvez egaux, car tant l'aire ABCD, que EFGH, contient 36.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un quarré egal à un rectangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

PROPOSITION VII.

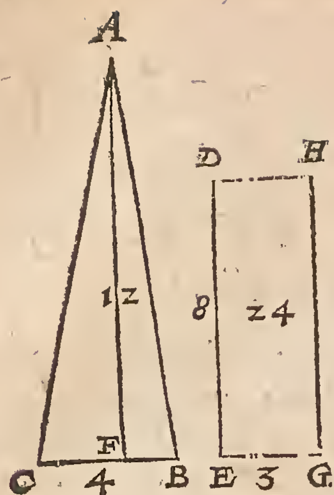
Descrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un triangle donné.

Le donné. Soit le triangle A B C, & la ligne droite D E.

Le requis. Il faut appliquer sur la ligne donnée D E, un parallelogramme rectangle, egal au triangle donné A B C.

CONSTRVCTION.

Soit menée la perpendiculaire A F, de quelconque angle du triangle sur la base opposée, comme sur B C: Puis



Puis soit trouvée la quatriesme proportionelle EG aux trois lignes D E, à la moitié de la base B C, & à la perpendiculaire AF: avec laquelle & la donnée D E, on descrira le rectangle D E G H, egal au triangle donné, comme il est enseigné en la 44 proposition du premier livre *d'Euclide*.

Semblable usage des nombres.

D E soit de 8 pieds, la moitié de la base C B 2, & A F 12 : on dira comme D E 8, à la moitié de C B 2, ainsi A F 12, à E G 3 : laquelle estant menée à angles droits sur D E, & achevant le rectangle D E G H, il sera egal au triangle donné.

Examen. Par la 11 proposition du deuxiesme livre, tant l'aire du triangle, que du quadrangle contient 24.

Conclusion. Partant nous avons descrit un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on a voulu, egal à un triangle donné ; comme on demandoit.

Proposition VIII.

Descrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un quadrangle donné.

Le donné. Soit le quadrangle A B C D, & la ligne droite E F.

Le requis. Il faut trouver un parallelogramme rectangle de la longueur de la ligne E F, egal au rectiligne A B C D.

Constrvction.

Soit coupé le quadrangle donné en deux triangles A B D, & B C D, par la diagonale D B : puis par la 7 proposit. soit fait le rectangle E F G H, egal au triangle B D C, sur la ligne E F, comme aussi le parallelogramme rectangle H G I K, egal au triangle A B D, sur la ligne H G. Je dis donc que le rectangle E F I K est egal au quadrilatere A B C D, comme il est demonstré par la 45 proposition du premier livre *d'Euclide*. L'operation Arithmetique en est evidente par celle de la 7 proposition precedente.

Conclusion. Partant nous avons descrit un parallelogramme rectangle, de telle longueur qu'on a voulu egal à un quadrangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

Consequence.

Par cecy on peut facilement appercevoir comment on reduit la raison des plans rectilignes en lignes droites. Comme par exemple, soit le mesme quadrilatere, auquel on cerche la raison du triangle A B D, au triangle B C D, ils seront reduits en parallelogrammes rectangles de mesme hauteur, les bases desquels FG & GI, seront en telle raison entre elles que les triangles B C D & A B D : Si aussi on demandoit par lignes la raison de tout le quadrilatere A B C D, à quelque autre multilatere que ce soit, il faudroit pareillement reduire l'un & l'autre en parallelogrammes de mesme hauteur, comme EF: ainsi leurs bases seront en telle raison entre elles, que les figures mesmes : & la base F I auroit telle raison, à la base de l'autre rectangle, comme le quadrangle A B C D à l'autre multilatere proposé.

Proposition IX.

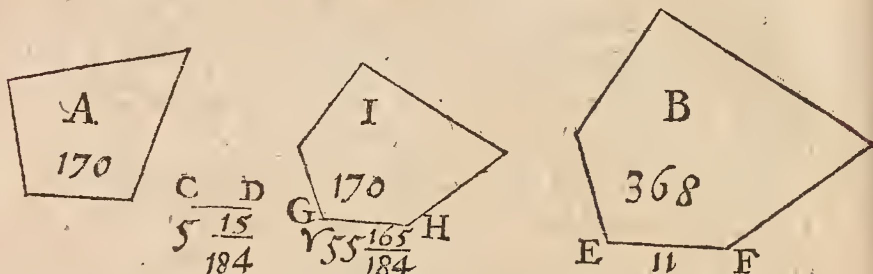
Estans donnez deux rectilignes dissemblables, en descrire un troisiesme semblable à l'un, & egal à l'autre.

Le donné. Soyent les deux rectilignes dissemblables A & B.

Le requis. Il faut descrire un troisiesme rectiligne egal à A, & semblable à B.

Constrvction.

Soyent reduits en parallelogrammes de mesme hauteur les deux rectilignes donnez A & B, par la 8 proposit. Puis dites, par la 2 proposit. du 4 livre, comme la base du



rectangle egal au rectiligne B, à la base du second rectangle formé egal au rectiligne A ; ainsi quelconque costé qu'on voudra du rectiligne B, comme E F, à C D: En fin soit trouvée la moyenne proportionnelle G H, entre E F & C D, sur laquelle comme costé proportionnel à E F, on descrira le rectiligne I, semblable au rectiligne B, alors on aura le requis.

Demonstration.

Car puis que par construction G H est moyenne proportionnelle entre E F & C D, les trois lignes E F, G H, C D, seront continuellement proportionnelles ; & comme la premiere E F, à la derniere C D, ainsi la figure descrite sur la premiere E F, à la figure I, qui luy a esté descrite semblable sur G H, comme costé proportionnel : Mais comme E F à C D, ainsi par construction le rectiligne B au rectiligne A: donc les rectilignes A & I auront mesme raison au rectiligne B. Partant les rectilignes A & I seront egaux entre eux.

Semblable usage des nombres.

Soit le contenu du plan rectiligne B en pieds quarrez 368.
Et A 170.
Le costé de la figure B quel qu'il soit, comme E F, auquel on en veut trouver un semblable, contienne de pieds 11.
Puis dites 368 premier nombre en cest ordre, donne 170 le second, combien 11 le troisiesme? vient $5\frac{15}{184}$.
Apres soit trouvé entre 11 troisiesme en cest ordre, & $5\frac{15}{184}$ le quatriesme, le nombre moyen proportionnel $\sqrt{55\frac{165}{184}}$.

En fin soit descrit le rectiligne I, semblable au donné B, sur la ligne G H, la longueur de laquelle est ledit nombre moyen proportionnel $\sqrt{55\frac{165}{184}}$, & on aura le requis.

Examen. Puis que les plans semblables sont entre eux en raison doublée de leurs costez proportionnaux, on dira ainsi : Comme le quarré de la ligne droite E F 121 à $55\frac{165}{184}$, quarré du costé GH ; ainsi le rectiligne B 368 au rectiligne I 170, egal au rectiligne A.

Semblable usage expliqué par la fraction dixiesme.

Soit derechef le contenu du plan B en pieds quarrez 368.

Et

Et le plan A de 170.
Et tel costé qu'on voudra, comme E F, de la figure B, qu'on veut imiter 11.
On dira donc, comme 368 premier nombre, à 170 second, ainsi le troisiesme 11, à 508 ②.
Apres soit trouvé entre 11 & 508 ②, le nombre moyen proportionnel 748 ②.

La ligne G H contiendra donc autant de pieds, sur laquelle, comme costé proportionnel à E F, on descrira la figure I; & ainsi on aura satisfait à la question.

Examen. Car puis que les plans semblables ont telle raison entre eux, que les quarrez de leurs costez proportionnaux, dites comme 121 quarré de E F, au quarré de G H 559504 ④, ainsi le plan B 368, aux 170 pieds quarrez & 16 ②, c'est à dire 170 $\frac{4}{25}$ pieds pour le plan I, & il ne falloit seulement que 170 pieds, & il se trouve de plus $\frac{4}{25}$; c'est pourquoy on ne se contentera pas d'aller jusques aux secondes seulement, mais bien jusques aux ③ ou ④, selon qu'on le jugera à propos pour trouver le nombre plus juste.

Autre usage plus court inventé par SON EXCELLENCE, *& exprimé par nombres.*

Comme B 368, au quarré du costé E F 121, ainsi A 170, au quarré 558967 ④, le costé duquel est 748 ②: D'autant donc sera la ligne G H, sur laquelle comme costé proportionnel à E F, on descrira le rectiligne I semblable à B, & alors on aura ce qu'on avoit demandé.

Conclusion. Partant estans donnez deux rectilignes dissemblables, nous en avons descrit un troisiesme semblable à l'un, & egal à l'autre.

PROPOSITION X.

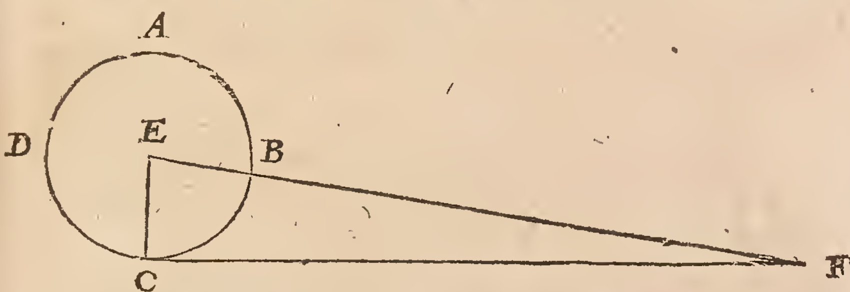
D*Escrire un triangle egal à un cercle donné.*

Le donné. Soit le cercle A B C D, duquel E soit le centre, & A C le diametre.

Le requis. Il faut trouver un triangle egal au cercle donné.

CONSTRVCTION.

Soit eslevée la perpendiculaire C F sur l'extremité du diametre A C, laquelle soit egale à la circonference du cercle A B C D: puis soit menée la ligne droite E F du centre E à l'extremité F, le triangle E C F sera egal



au cercle donné A B C D, comme *Archimede* demonstre en la 1 proposition de la mesure du cercle.

Semblable usage des nombres.

Le demy-diametre E C soit de 7 pieds; donc par la 8 proposition du deuxiesme livre, la circonference A B C D sera de 44: Partant on menera la ligne C F de 44 pieds de long, à angles droits sur l'extremité du demy-diametre E C: puis apres menant la ligne E C, on aura le triangle demandé E F C.

Examen. L'aire du cercle A B C D, & celle du triangle E F C, contient chacune 154, par les 11 & 12 propositions du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un triangle egal à un cercle donné: Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQVENCE.

On pourra aussi faire un cercle egal à un triangle donné: car estant proposé quelque triangle que ce soit, on le fera semblable au triangle E C F, & son plus petit costé sera le demy-diametre du cercle requis.

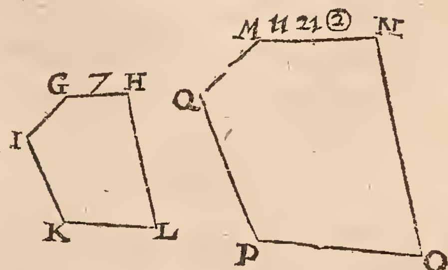
2 *Exemple inventé par* SON EXCELLENCE, *& par luy exprimé en nombres, estant donné quelque rectiligne que ce soit.*

Le donné. Soit le precedent cercle A B C D, & le rectiligne GHLKI, quel qu'il puisse estre contenant 60, duquel le costé G H est de 7 parties.

Le requis. Il faut descrire un rectiligne semblable au proposé G I K L H, & egal au cercle A B C D cy-dessus proposé.

CONSTRVCTION.

Tout ainsi que le plan G I K L H 60 est au quarré du coste G H 49, ainsi le cercle A B C D 154, à quoy? vient le quarré 1257667 ④, le costé duquel est 1121 ②: Partant on fera la ligne MN de telle longueur, estant proportionnelle au costé G H, sur laquelle on descrira le rectiligne



M N O P Q, semblable au donné G H L K I, & on aura satisfait au requis.

PROPOSITION XI.

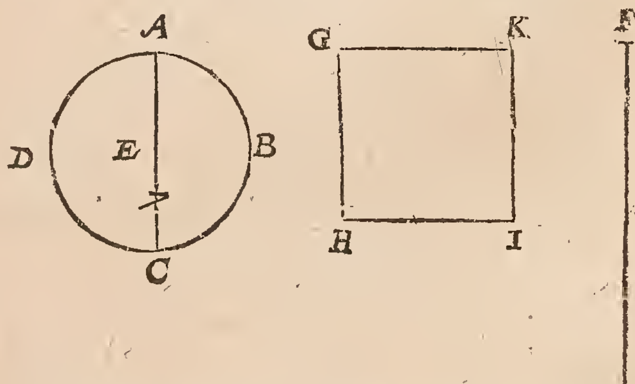
D*Escrire un quarré egal à un cercle donné.*

Le donné. Soit le cercle A B C D, son centre E, son diametre A C.

Le requis. Il faut descrire un quarré egal à ce cercle.

CONSTRVCTION.

Soit faite la ligne droite F egale à la circonference du cercle A B C D, la ligne G H moyenne proportion-



nelle entre F & le demy-diametre sera le costé du quarré G H I K, egal au cercle donné.

DEMONSTRATION.

Puis que le cercle A B C D est egal au triangle ayant pour base une ligne egale à la circonference, & pour hauteur le demy-diametre du cercle, le mesme cercle sera egal au rectangle fait du demy-diametre & de la moitié de la circonference: Et par consequent aussi au quarré fait de la ligne moyenne proportionnelle entre les costez dudit rectangle.

Semblable usage des nombres.

A C soit de 14 pieds; toute la circonference A B C D sera donc de 44, sa moitié 22, entre laquelle & E C, le nombre moyen proportionnel sera $\sqrt{154}$: Partant luy faisant egale la ligne G H, son quarré G H I K sera egal au cercle donné.

Autrement & plus aisement.

L'aire du cercle A B C D soit trouvée de 154, le costé de ce quarré sera 1241 (2): Estant donc descrit le quarré G H I K, son costé G H de ceste longueur, on aura le requis.

Examen. L'aire tant du cercle, que du quarré, contient 154, ce qu'il falloit.

Conclusion. Partant nous avons descrit un quarré egal à un cercle donné. Comme on avoit demandé.

CONSEQVENCE.

Par la converse de ceste proposition, on pourra descrire un cercle egal à un quarré donné: car toute aire de quarré estant tousiours divisée par 22, donnera le demy-diametre du cercle qui luy sera egal.

PROPOSITION XII.

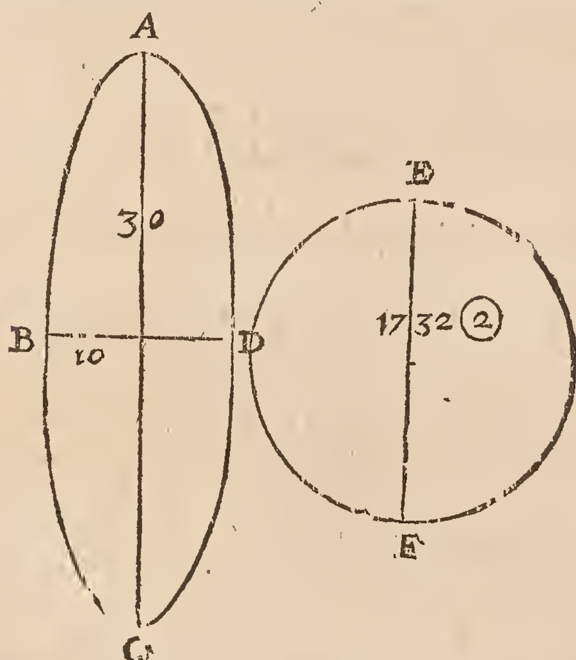
TRouver un cercle egal à une ellipse donnée.

Le donné. Soit l'ellipse A B C D, de laquelle A C est le grand diametre, & D B le petit.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à l'ellipse donnée.

CONSTRVCTION.

La moyenne proportionnelle E F, entre A C & D B, sera le diametre du cercle egal à l'ellipse donnée: Ce qui



est demonstré par *Archimede* en sa 6 proposition des Conoïdes & Spheroïdes.

Semblable usage des nombres.

Le grand diametre A C soit de 30 pieds, & le moindre D B de 10: le moyen proportionnel entr'eux sera √ 300, ou, ce qui est la mesme chose, 1732 (2); D'autant donc doit estre le diametre E F du cercle egal à l'ellipse donnée.

Examen. Car l'aire de l'un & l'autre exprimée par nombres, se trouvera estre de 23572 (2), par les 12 & 15 propositions du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à une ellipse donnée. Ce qu'il falloit faire.

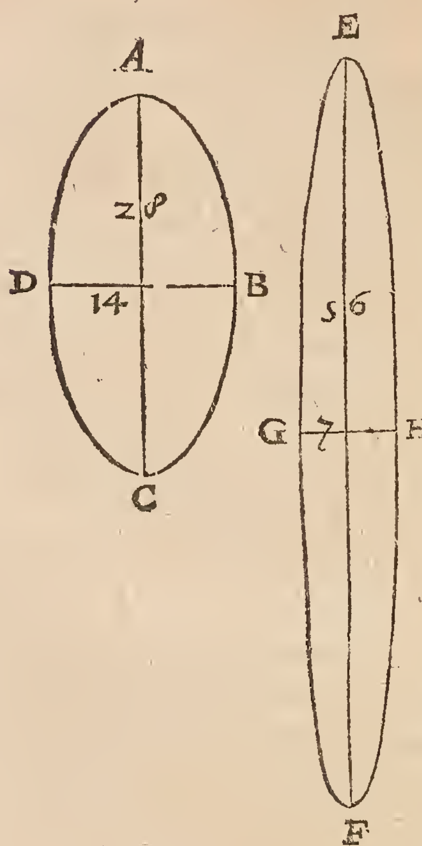
PROPOSITION XIII.

DEscrire sur un grand ou petit diametre donné une ellipse egale à une ellipse donnée.

Le donné. Soit l'ellipse A B C D, de laquelle le grand diametre est A C, & le petit D B: Soit aussi la ligne E F, pour descrire sur icelle, comme grand ou petit diametre, une ellipse egale à la donnée.

Le requis. Il faut sur E F descrire une ellipse egale à la donnée A B C D.

CONSTRVCTION.



Trouvez la quatriesme proportionnelle G H, aux trois E F, A C, D B, par la deuxiesme proposition du quatriesme livre: Puis descrivez l'ellipse sur les deux diametres E F le grand, & G H le petit, on aura ce qu'on demande: comme il appert par la 15 proposition du deuxiesme livre.

Semblable usage quant aux nombres.

E F soit de 56 pieds, A C de 28, D B de 14: on dira donc, comme 56 à 28, ainsi 14 à 7: donnant donc une telle longueur à la ligne G H, pour estre le petit diametre, & E F le grand, on fera l'ellipse requise E H F G.

Examen. L'une & l'autre ellipse contient 308, par la 15 proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Parquoy nous avons descrit sur un grand, ou petit diametre donné une ellipse egale à une ellipse donnée.

CONSEQUENCE.

Si au lieu de l'ellipse A B C D, on eust donné un cercle, il eust fallu suivre l'operation de la proposition precedente, & alors les deux diametres A C & D B eussent esté egaux. Partant on eut dit, comme E F à A C, ainsi D B à un quatriesme terme: Ou bien (ce qui est la mesme chose) la troisiesme proportionnelle à E F, & au diametre du cercle donné.

PROPOSITION XIV.

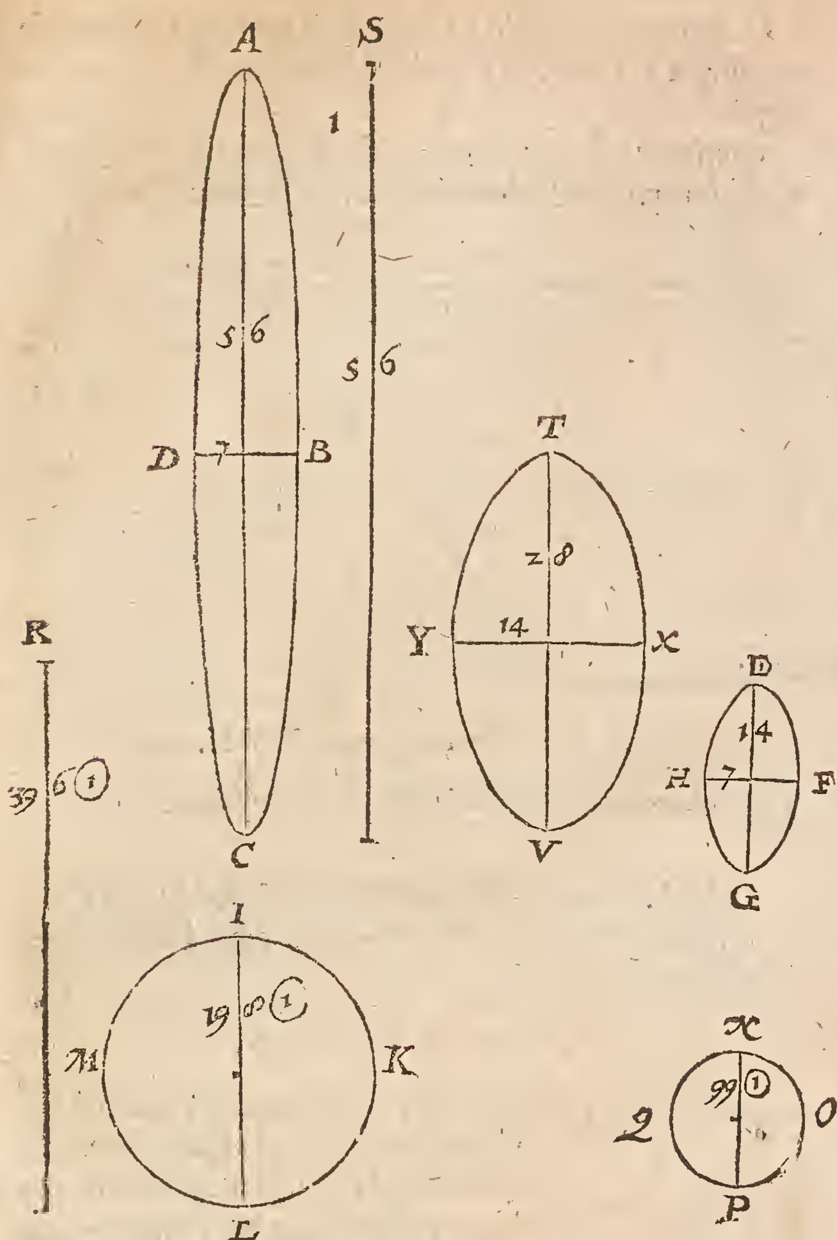
EStans données deux ellipses dissemblables, en descrire une troisiesme egale à l'une, & semblable à l'autre.

Le donné. Soyent les deux ellipses dissemblables A B C D & E F G H, desquelles les grands diametres soyent A C, E G, & les petits D B, H F.

Le requis. Il faut descrire une ellipse egale à A B C D, & semblable à E F G H.

CONSTRVCTION.

Soit transformée l'ellipse A B C D en cercle, qui luy soit egal, par la 12 proposition, comme le present I K L M, le diametre duquel est I L: Soit pareillement transformée l'ellipse E F G H au cercle N O P Q, lequel luy soit egal, le diametre duquel est N P. Puis on dira, comme N P à I L, ainsi I L à R: Apres comme N P à R, ainsi E G à S. En fin soit trouvée T V moyenne proportionnelle entre S & E G, laquelle estant le terme proportionnel à E G, on descrira l'ellipse T X V Y, semblable à la donnée E F G H, ainsi on aura ce qui avoit esté demandé. La demonstration



ſtration en eſt manifeſte par la neufieſme propoſition du ſixieſme livre.

Semblable uſage des nombres.

A C ſoit 56 pieds, & D B 7, le nombre moyen proportionnel entre eux ſera pour le diametre I L 198 ①.

En ſecond lieu, ſoit E G 14, H F 7, le nombre proportionnel entr'eux definira la ligne N P 99 ①.

Apres, dites comme 99 ① le ſecond en ceſt ordre, à 198 ① le premier, ainſi 198 ①, à quoy? vient la longueur de la ligne R 396 ①.

D'avantage, comme 99 ① ſecond en ceſt ordre, à 396 ① le troiſieſme, ainſi E G 14, à quoy? vient pour S 56.

En fin le nombre moyen proportionnel entre 56 le quatrieſme en ceſt ordre, & E G 14, eſt 28.

Eſtant donc menée la ligne T V de telle longueur, laquelle eſt proportionnelle à E G, & deſcrivant ſur icelle l'ellipſe T X V Y, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. L'aire, ou contenu de l'une & l'autre ellipſe ſe trouve eſtre de 308 pieds, par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

Autre uſage plus aiſé, inventé & calculé par Son Excellence.

Par la 15 propoſition du deuxieſme livre, l'ellipſe A B C D contient 308, & E F G H 77 : Je dis donc, comme E F G H 77, à 196 quarré du coſté E G, ainſi A B C D 308, au quarré 784, le coſté duquel eſt 28, qui ſera la longueur de la ligne T V proportionnelle à E G, ſur laquelle deſcrivant l'ellipſe T X V Y ſemblable à la donnée E F G H, on aura diſſout la queſtion.

Concluſion. Partant eſtans données deux ellipſes diſſemblables, nous en avons deſcrit une troiſieſme egale à l'une, & ſemblable à l'autre. Ce qui avoit eſté demandé.

Consequence.

Si on euſt donné un cercle au lieu de l'une des ellipſes, il euſt fallu ſe ſervir de la precedente operation : Car les diametres des cercles donnez, ont telle raiſon entre eux, que les diametres des ellipſes.

Proposition XV.

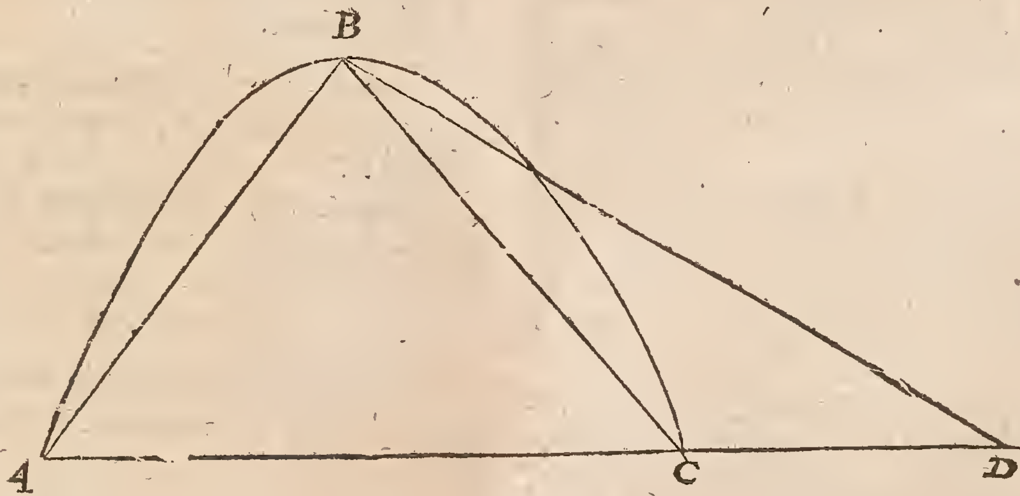
T*rouver un triangle egal à une parabole donnée.*

Le donné. Soit la parabole ABC le ſommet d'icelle B, & ſa baſe A C.

Le requis. Il faut deſcrire un triangle egal à la parabole A B C.

Constrvction.

Soit continuée ſa baſe A C, en ſorte que A D ſoit à A C en raiſon de 4 à 3 : Puis eſtans menées les lignes droites B A, B D, on aura le triangle A B D, egal à la parabole propoſée A B C.



Demonstration.

Car eſtant menée la ligne B C, la parabole A B C ſera au triangle de meſme hauteur A B C, comme 4 à 3, par la 24 propoſition *d'Archimede* touchant la quadrature de la parabole : Mais le triangle A B D eſt en telle raiſon au triangle A B C, aſſavoir de 4 à 3 : Partant le triangle A B D eſt egal à la parabole A B C.

Autre exemple inventé, & calculé par Son Excellence.

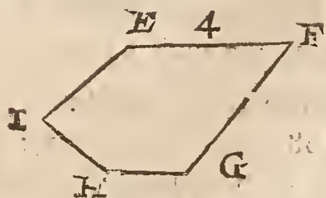
Le donné. L'aire, ou contenu de la precedente parabole A B C, ſera trouvé de 180 par la 16 propoſition du deuxieſme livre : D'avantage ſoit donné le rectiligne E F G H I 20, duquel le coſté E F ſoit 4.

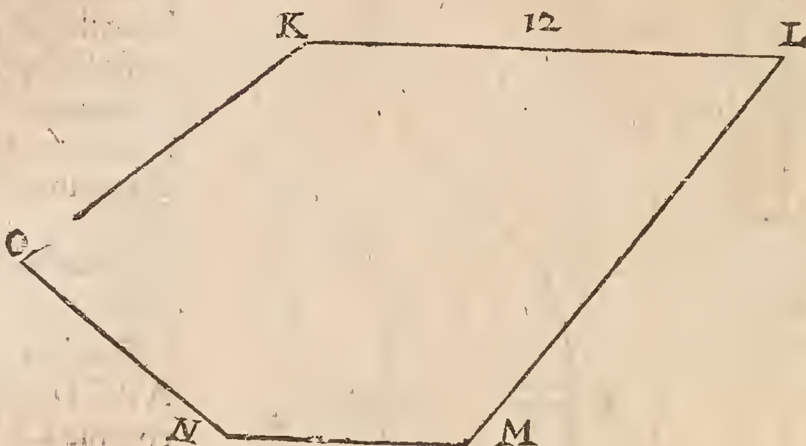
Le requis. Il faut deſcrire un rectiligne ſemblable au donné E F G H I, & egal à la parabole A B C.

Constrvction.

Comme le plan rectiligne E F G H I, 20 au quarré de F E 16, ainsi la parabole A B C 180, au quarré 144, le costé duquel vaut 12, pour la longueur de la ligne K L, proportionnelle à E F, sur laquelle descrivant le rectiligne K L M N O semblable au donné, on aura le requis.

Conclusion. Partant nous avons descrit un triangle egal à une parabole donnée. Ce qu'il falloit faire.





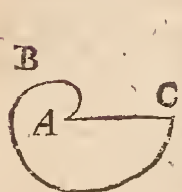
Proposition XVI.

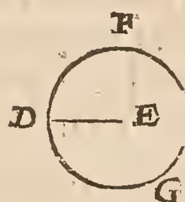
Trouver un cercle egal à une spirale donnée, d'une revolution ou de plusieurs.

Le donné. Soit A B C l'aire de la premiere conversion d'une spirale, de laquelle A C soit la premiere ligne, comme on appelle.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à ceste spirale.

Constrvction.





Soit trouvée la moyenne proportionnelle D E entre A C & sa tierce partie, de laquelle comme demy-diametre on descrira le cercle D F G, egal à la spirale.

Demonstration.

La premiere revolution de spirale de la premiere ligne A C contient la tierce partie de l'aire du cercle descrit par A C, comme demy-diametre, comme il appert par la 25 proposition *d'Archimede* de la spirale: Mais le cercle D F G est egal à ladite tierce partie, partant le cercle D F G sera aussi egal à l'aire de la spirale A B C.

Semblable usage des nombres.

Soit A C de 7 pieds, son produit par $2\frac{1}{3}$ est $16\frac{1}{3}$, le costé de ce quarré est $\sqrt{16\frac{1}{3}}$, ou bien 4 0 4 (2), qui est la mesme chose: Estant donc descrit un cercle, le demy-diametre duquel, assavoir D E, soit de telle longueur, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Le cercle, duquel AC est le demy-diametre, contient 5131 (2), qui est la troisiesme partie de 154, & le contenu de la spirale est 5133 (2), ce qui est assés juste: Mais qui le voudra avoir exactement, donnera à D E $\sqrt{16\frac{1}{3}}$.

On pourra donc trouver un cercle egal à quelconque revolution de spirale que ce soit: *Archimede* ayant demonstré en la 17 proposition de son deuxiesme livre, que l'aire de la seconde conversion contient six fois celle de la premiere, la troisiesme douze fois la premiere, la quatriesme dixhuict fois, & ainsi à l'infini en augmentant à chaque revolution six fois le contenu de la premiere. D'où appert la raison qu'il y a de quelque spirale que ce soit à son cercle: Ce que nous proposons seulement en general.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à une revolution, ou plusieurs données de spirale. Ce qu'il falloit faire.

Proposition XVII.

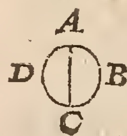
Descrire un cercle egal à la superfice d'une sphere.

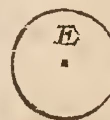
Le donné. Soit la sphere A B C D, & son axe A C.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à la superfice de la sphere donnée.

Constrvction.

Descrivez le cercle E, le demy-diametre duquel soit egal à l'axe A C de la sphere donnée.





Il sera egal à la superfice d'icelle, par la 31 proposition du premier livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.

Semblable usage des nombres.

Soit l'axe A C de 14 pieds, descrivant donc le cercle E de tel intervalle, on aura le requis.

Examen. Car tant la superfice de la sphere A B C D, que du cercle E contient 616 pieds, par la 18 & 12 proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un cercle egal à la superfice d'une sphere. Ce qui estoit demandé.

Proposition XVIII.

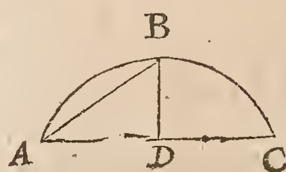
Trouver un cercle egal à la superfice spherique d'une section de sphere donnée.

Le donné. Soit la section de sphere A B C, son axe B D, son sommet B, & le diametre du cercle de sa base A C.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à la superfice spherique de la section donnée.

Constrvction.

Descrivez le cercle E, de l'intervalle A B, comme demy-diametre, & on aura ce qu'on demande, par la





40 & 41 proposition *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.

Semblable usage quant aux nombres.

Soit A B de 7 pieds, de l'intervalle duquel soit descrit le cercle E.

Examen. Car tant la superfice spherique de la section A B C, que du cercle E contient 154, par la 12 & 19 proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un cercle egal à la superfice spherique d'une section de sphere donnée, comme on l'avoit demandé.

Proposition XIX.

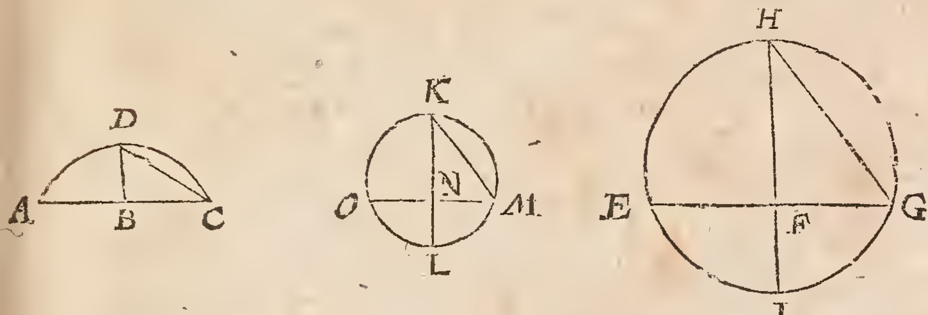
Estans données deux sections spheriques dissemblables, en trouver une autre egale à l'une, & semblable à l'autre.

Le donné. Soit la section spherique A B C D, son sommet D, son axe D B, & le diametre de sa base A C: Soit aussi l'autre section E F G H, son sommet H, son axe H F, & E G le diametre de sa base.

Le requis. Il faut descrire une section spherique egale à la donnée A B C D, & semblable à l'autre E F G H.

Constrvction.

Soit H I l'axe de tout le spherique, duquel H F n'est que partie, puis soyent menées les lignes C D & H G: apres trouvez aux trois lignes G H, D C, & H I, la troisiesme proportionnelle K L, de laquelle comme dia-



metre, soit descrit un cercle, dans lequel on inscrira la ligne K M egale à D C; & estant menée du poinct M, la ligne M N, perpendiculaire au diametre K L, laquelle soit produite & terminée en O, je dis que la section spherique O N M K est egale à A B C D, & semblable à E F G H. Ce qui est evident par la 6 proposition du deuxiesme livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.

Semblable usage des nombres.

G H soit de 20 pieds, D C de 10, H I 25, ausquels trois soit trouvé le nombre troisiesme proportionnel $12\frac{1}{2}$: Partant estant descrite la section spherique O N M K, semblable à la donnée E F G H, sur la ligne K L de $12\frac{1}{2}$, comme terme proportionnel à H I, on aura ce qu'on desire.

Examen. D'autant que K L est proportionnelle à H I, & K M à H G, on dira comme H I 25 à G H 20, ainsi K L $12\frac{1}{2}$ à K M 10: & parce que K M vaut 10, la section spherique O N M K sera $314\frac{2}{7}$: & autant vaut la section A B C D, par la 19 proposition du deuxiesme livre.

Autre usage quant aux nombres adjousté par Son Excellence.

D'autant que G H est posé de 20 parties, & D C de 10, la section spherique E H G sera $1257\frac{1}{7}$, & A D C $314\frac{2}{7}$, par la 12 proposition du deuxiesme livre. C'est pourquoy on dira, E H G $1257\frac{1}{7}$ donne le quarré de la droite A C 400, A D C $314\frac{2}{7}$ donnera donc le quarré 100, duquel le costé est 10; pour K M, comme terme proportionnel à H G; & estant descrite la section O K M, semblable à la donnée E H G, on aura le requis.

Conclusion. Partant estans données deux dissemblables sections spheriques, nous en avons trouvé une troisiesme egale à l'une, & semblable à l'autre.

Proposition XX.

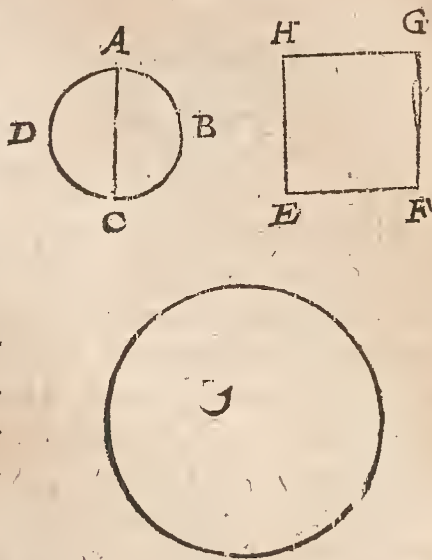
Trouver un cylindre, duquel la superfice convexe soit egale à une spherique donnée.

Le donné. Soit A C le diametre de la sphere A B C D.

Le requis. Il faut trouver un cylindre, duquel la superfice convexe soit egale à la spherique donnée.

Constrvction.

Descrivez le cylindre E F G H, duquel la hauteur & le diametre de sa base soit egale à l'axe de la sphere A C, la superfice convexe E F G H sera egale à celle de la sphere A B C D.



Preparation. Soit descrit le cercle I ayant son demy-diametre egal à l'axe A C, ou à H E, qui est la mesme chose.

Demonstration.

La superfice spherique A B C D est egale au cercle I, comme aussi la superfice convexe du cylindre E F G H, par la 13 proposition du premier livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre: Partant ladite superfice convexe du cylindre E F G H sera aussi egale à la spherique A B C D.

Semblable usage quant aux nombres.

L'axe A C soit de 14 pieds, & la hauteur du cylindre, comme aussi le diametre de sa base. Je dis donc que la superfice convexe du cylindre est egale à la spherique.

Examen. Si on reduit en plan la superfice convexe du cylindre, ce sera un rectangle de 14 pieds de large, comme E F, & de 44 de long: Mais ledit rectangle contient 616 pieds, autant pareillement contiendra la superfice spherique A B C D, par la 18 proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cylindre, duquel la superfice cõvexe est egale à celle d'une sphere donnée. Ce qu'il falloit faire.

Proposition XXI.

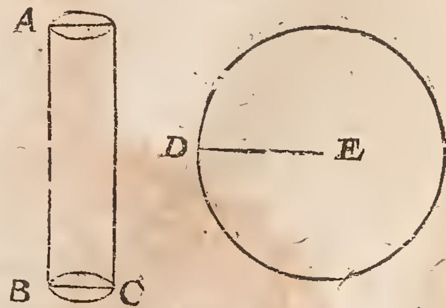
Descrire un cercle egal à la superfice convexe d'un cylindre donné.

Le donné. Soit le cylindre A B C, sa hauteur A B, & B C le diametre de sa base.

Le requis. Il faut trouver un cercle egal à la superfice convexe du cylindre proposé.

Constrvction.

Le cercle descrit par D E, comme demy-diametre, (moyenne proportionnelle entre A B & B C) donnera le requis: comme il appert par la 13 proposition du premier livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.



Semblable usage quant aux nombres.

Soit A B de 28 pieds, B C de 7; le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, est 14: faisant donc de

14 pieds le demy-diametre du cercle D E, on aura ce qu'on cerche.

Examen. La ſuperfice convexe du cylindre eſtant reduite en plan fera un parallelogramme, duquel la hauteur ſera egale à A B, & la baſe egale à la circonference du cercle B C, c'eſt à dire de 22 pieds: Or l'aire de ce rectangle contient *616*, conſequemment auſſi la ſuperfice convexe du cylindre : Mais le cercle ayant 14 pieds de demy-diametre contiendra auſſi *616*, par la 12 propoſition du deuxieſme livre.

Cecy a eſté adjouſté de plus par SON EXCELLENCE.

Combien que la maniere precedente ſoit plus courte que celle-cy, toutesfois ceſte-cy eſt plus generale, & peut eſtre accommodée à quelque ſuperfice que ce ſoit: combien qu'on pourroit donner icy pluſieurs exemples de ſon theoreme general, il n'eſt pas neceſſaire neantmoins de ſe travailler l'eſprit par divers enſeignemens qu'on en pourroit bailler, mais a voulu ſeulement que ce qui ſuit, fut icy mis. Imaginez-vous quelque cercle que ce ſoit, comme par exemple un, duquel 7 ſoit le demy-diametre, & trouvez la raiſon qu'il y a de ſon contenu, aſſavoir 154, au quarré de ſon demy-diametre, qui eſt 49 : Apres dites (de quelque forme que puiſſe eſtre A B C *616*) comme 154, au quarré 49, ainſi *616*, au quarré 196, duquel le coſté 14 denote la longueur du demy-diametre D E.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cylindre donné. Ce qu'on avoit demandé.

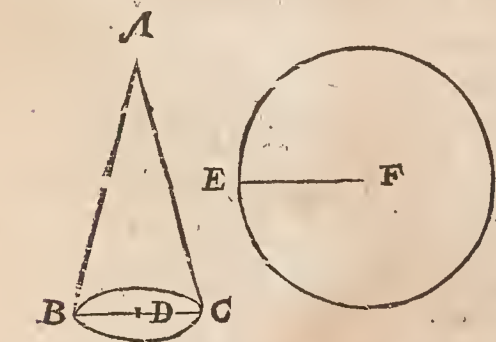
PROPOSITION XXII.

Deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone donné.

Le donné. Soit le cone A B C, duquel A B ſoit le coſté, le centre de ſa baſe D, & B C le demy-diametre d'icelle.

Le requis. Il faut deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe du cone donné.

CONSTRVCTION.



Le cercle deſcrit par le demy-diametre E F, moyen proportionnel entre A B & B D, ſera le requis, comme *Archimede* demonſtre en la quatorſieſme propoſition de ſon premier livre de la ſphere, & du cylindre.

Semblable uſage des nombres.

Soit A B de 28 pieds, B D de 7, le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, eſt 14, pour la longueur du demy-diametre E F du cercle requis.

Examen. Si on reduit en plan la ſuperfice convexe du cone, on verra que c'eſt le ſecteur d'un cercle, duquel A B de 28 eſt le demy-diametre, & l'arc d'iceluy egal à la circonference B C 44, ſur laquelle le cone eſt aſſis: Mais tant l'aire plane de ce ſecteur, que la convexe du cone contient *616*, autant auſſi contiendra le cercle, duquel E F 14 eſt le demy-diametre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone donné : Ce qui avoit eſté demandé.

PROPOSITION XXIII.

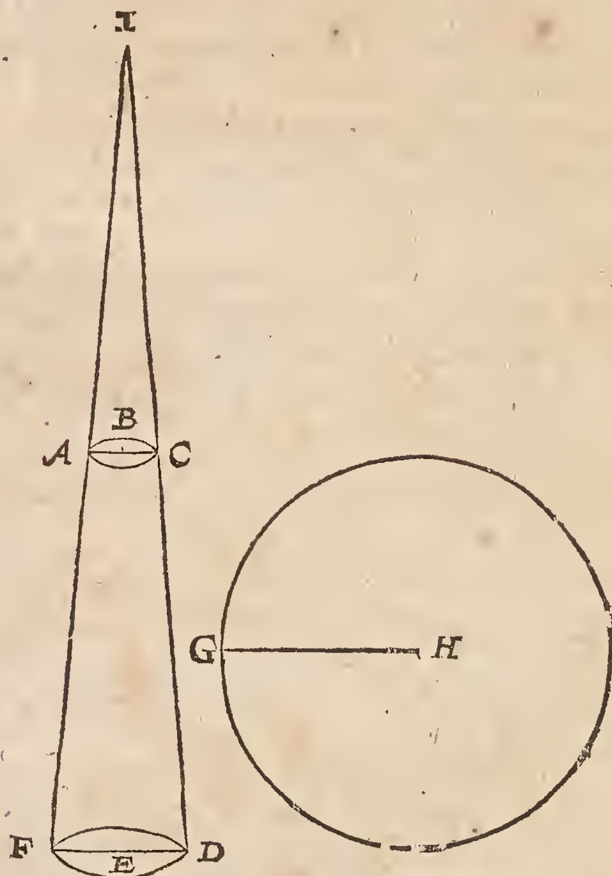
Trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone tronqué.

Le donné. Soit A B C D E F le cone tronqué, duquel C D ſoit le coſté, F E le demy-diametre de ſa baſe inferieure, & A C le demy-diametre de la ſuperieure.

Le requis. Il faut trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe du cone tronqué donné.

CONSTRVCTION.

Trouvez la ligne G H moyenne proportionnelle entre A F, & une ligne droite egale aux deux A B, F E,



de laquelle G H, comme demy-diametre, on deſcrira le cercle requis. Voyez la demonſtration de cecy en la 16 propoſition du deuxieſme livre *d'Archimede* de la ſphere, & du cylindre.

Semblable uſage des nombres.

Soit A F de 84 pieds, A B de 7, E F de 14 : le nombre moyen proportionnel entre A F 84 & 21, lequel eſt compoſé de A B 7 & F E 14, ce ſera 42 : Deſcrivant donc un cercle, duquel le demy-diametre G H ſoit de 42 pieds, on aura ce qu'on cerche.

Preparation pour l'examen. Les coſtez A F & C D diametralement oppoſez, eſtans continuez ſe rencontreront en I, eſtant F I D le cone entier.

Examen. Si on reduit en plan toute la ſuperfice convexe du cone entier, ce ſera le ſecteur d'un cercle, duquel I F 168 eſt le demy-diametre, par la *6* propoſition du 2 livre, & l'arc de ce ſecteur ſera la circonference F D, qui eſt de 88 : Mais il en faut retrancher le moindre ſecteur, duquel I A 84, eſt le demy-diametre, & ſon arc la circonference A C, qui eſt de 44. Or le premier ſecteur, le plus grand contient 7392, duquel retranchant le contenu 1848 du moindre ſecteur, reſtera 5544 pour le contenu de la ſuperfice convexe du cone tronqué : Mais le cercle du demy-diametre G H 44 contient autant, ils ſeront donc egaux.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone tronqué donné : Ce qu'on demandoit.

TROIS-

TROISIESME PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

De la Transformation des Solides.

Proposition XXIV.

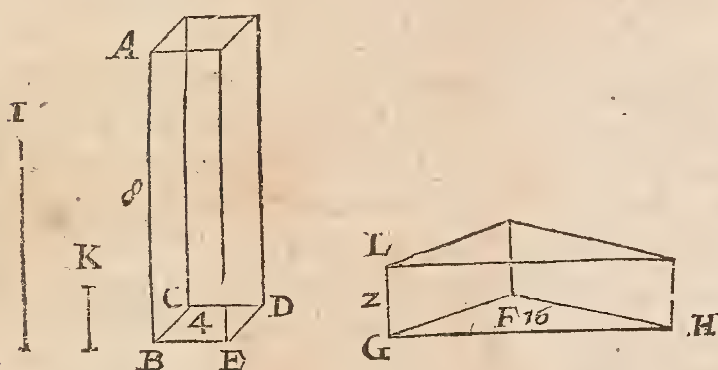
Descrire un prisme sur une base donnée, egal à un autre prisme donné.

Le donné. Soit le prisme A B C D E, duquel A B est la hauteur, & sa base quelque rectiligne que ce soit B C D E: Soit aussi proposée l'autre base F G H.

Le requis. Il faut descrire sur la base F G H, un prisme egal au donné A B C D E.

Constrvction.

Soit trouvée la raison des bases F G H & B C D E, en lignes droites, par la 8 proposition du 6 livre, soyent donc comme I à K: soit aussi la quatriesme proportionnelle G L, aux trois lignes I, K, & A B: Si on descrit sur la base F G H, le prisme L G H F, de la hauteur de G L, on aura le requis; comme on peut voir par la 34 proposition de l'onziesme livre *d'Euclide*: car les bases & hauteurs sont reciproques.



Semblable usage des nombres.

Soit la base F G H de 16 pieds, & B C D E de 4, la hauteur A B 8: ce qu'estant ainsi, je dis, comme 16 à 4, ainsi 8 à 2. Descrivant donc sur la base F G H le prisme, ayant pour la hauteur G L 2, on aura ce qu'on cerchoit.

Examen. Car par la 21 proposition du deuxiesme livre, la solidité de l'un & de l'autre est de 32.

Conclusion. Partant nous avons descrit un prisme sur une base donnée, egal à un autre prisme donné. Ce qu'il falloit faire.

Consequence I.

Si on vouloit avoir un prisme d'une hauteur donnée, qui fut egal à un autre prisme donné, il faudra trouver la base du prisme requis en telle raison à la base du donné, qu'est la hauteur du prisme donné à la hauteur donnée du prisme qu'on cerche.

Consequence II.

Il n'y a point de difference entre l'operation des pyramides, & celle-cy.

Cecy a esté adjousté par Son Excellence.

Si on donne que la solidité de A B C D E de quelque forme qu'elle puisse estre, & l'aire de la base F G H, soyent cognuës par nombres, divisez le nombre de la solidité A B C D E, par le nombre du contenu de la base cognuë, & on aura au quotient la hauteur du prisme qu'on cerche, egal au donné. Et au contraire, divisant la solidité par la hauteur donnée, le quotient donnera la base du prisme egal au donné.

Proposition XXV.

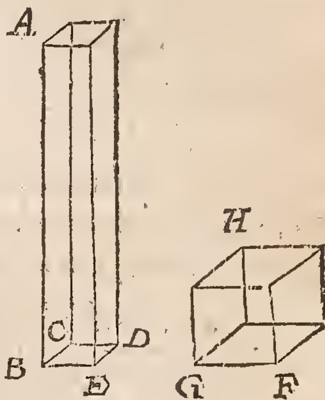
Trouver un cube egal à un prisme donné.

Le donné. Soit le prisme A B C D E, duquel A B est la hauteur, & sa base B C D E, que nous posons estre quarrée.

Le requis. Il faut descrire un cube egal au prisme donné.

Constrvction.

Si la base B C D E du prisme donné n'estoit pas quarrée, il la faudra transformer en quarré, par la neufiesme proposition: Puis trouvez deux moyennes proportionnelles entre le costé du quarré, comme B E, (laquelle est tousiours la premiere) & la hauteur A B: la premiere des deux moyennes soit F G, de laquelle descrivant le cube F G H il sera egal au prisme donné.



Demonstration.

Puis que les quatre lignes droites sont continuellement proportionnelles, ce sera comme le quarré de la premiere au quarré de la seconde, comme la premiere ligne à la troisiesme, c'est à dire, la seconde à la quatriesme. Partant le parallepipede fait du quarré de la premiere & de la derniere ligne, sera egal au cube de la seconde, par la 34 proposition de l'onziesme livre *d'Euclide*.

Semblable usage des nombres.

B E soit de 3 pieds, A B de 24, les deux moyennes continuellement proportionnelles entre elles sont 6 & 12: Si donc on descrit le cube F G H de F G 6, il sera egal au prisme donné.

Examen. La solidité de l'un & de l'autre est trouvée de 216, par la 23 proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un cube egal à un prisme donné. Ce qu'il falloit faire.

Son Excellence *y a voulu adjouster cecy.*

La solidité de A B C D E de quelque forme qu'elle puisse estre, estant cognuë par nombres; sa racine cubique donnera le costé, duquel descrivant un cube, il sera egal au solide proposé.

Proposition XXVI.

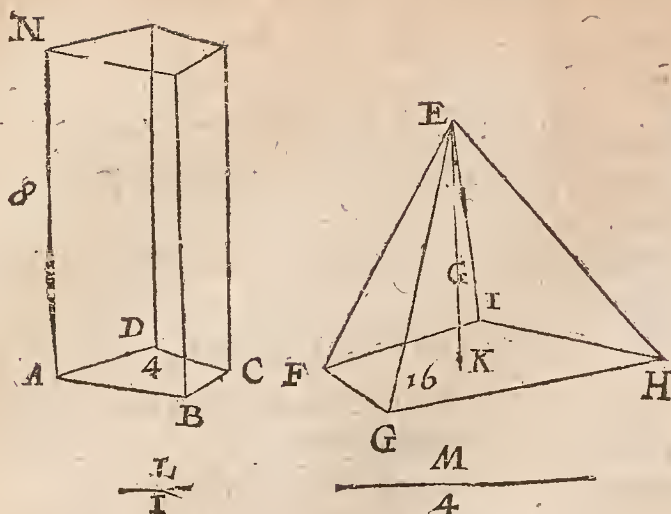
Descrire un prisme sur une base rectiligne donnée, egal à une pyramide aussi donnée.

Le donné. Soit la base rectiligne A B C D, & la pyramide E F G H I, de laquelle F G H I est la base, & E K la hauteur.

Le requis. Il faut descrire un prisme sur la base donnée A B C D, egal à la pyramide donnée E F G H I.

Constrvction.

Soyent trouvées, par la 8 proposition, les deux lignes droites L & M, en telle raison que les bases A B C D & F G H I: Puis dites, comme L à M, ainsi le tiers de la hauteur E K à A N hauteur du prisme requis. Alors descrivant le prisme N C sur la base A B C D, de la hauteur de A N, il sera egal à la pyramide donnée.



Demonstration.

Puis que la baſe, & hauteur du priſme ſont reciproques à la baſe de la pyramide & au tiers de ſa hauteur, le priſme ſera egal à la pyramide.

Semblable uſage des nombres.

Soit la baſe A B C D de 4 pieds, & F G H I de 16, E K de 6: Puis dites, comme 4 à 16, ainſi 2, qui eſt le tiers de la hauteur E K, à quoy? viendra 8 pour la hauteur A N. Deſcrivant donc le priſme N C ſur la baſe A B C D, de telle hauteur, on aura ce qu'on deſire.

Examen. Car par la 21 propoſition du deuxieſme livre, tant la ſolidité de la pyramide, que celle du priſme contient 32.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un priſme ſur une baſe rectiligne donnée, egal à une pyramide auſſi donnée. Ce qu'il falloit faire.

Proposition XXVII.

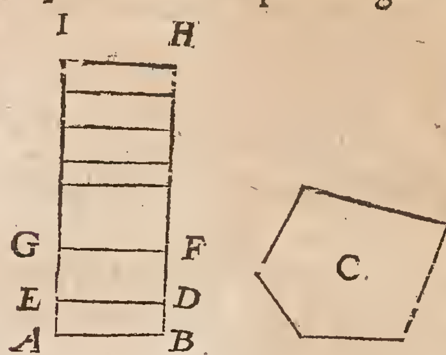
D*Eſcrire ſur une baſe rectiligne donnée un priſme egal à un plan ſolide donné.*

Le donné. Soit la baſe rectiligne A B, & le plan ſolide C.

Le requis. Il faut deſcrire ſur la baſe A B un priſme egal au plan ſolide donné C.

Constrvction.

Diviſez le plan ſolide C (par la 23 propoſition du deuxieſme livre) en autant de pyramides qu'il eſt compoſé, y en ayant autant que de faces, excepté celles par leſquelles eſt compris l'angle ſolide du ſommet commun: Puis par la precedente 26 propoſit. on deſcrira le priſme A B D E, ſur la baſe donnée A B, egal à l'une des pyramides coupées, & en continuant l'operation à chacune des pyramides, on aura le priſme A B H I, compoſé de priſmes egaux à chaque pyramide, ſur une meſme baſe, & egal au ſolide donné C. La demonſtration en eſt aſſez evidente par la conſtruction, où on peut auſſi faire l'operation Arithmetique ſelon celle de la precedente 26 propoſit.



Concluſion. Partant nous avons deſcrit ſur une baſe rectiligne donnée un priſme egal à un plan ſolide donné. Ce qu'il a fallu faire.

Conseqvence.

Il appert par cecy comment on reduit la raiſon des ſolides, en lignes droites. Comme par exemple, ayant reduit és priſmes A B D E & E D F G, ayans meſme baſe, deux des pyramides qui compoſent le ſolide C, leſdites pyramides ſeront entre elles comme les hauteurs A E & E G: Si auſſi on demandoit la raiſon du plan ſolide C, à quelque autre corps propoſé ayant pluſieurs faces, il faudra reduire l'un & l'autre ſolide en priſmes ayans baſes egales, & alors les hauteurs des priſmes, ſeront entre elles en telle raiſon que les ſolides plans propoſez.

Proposition XXVIII.

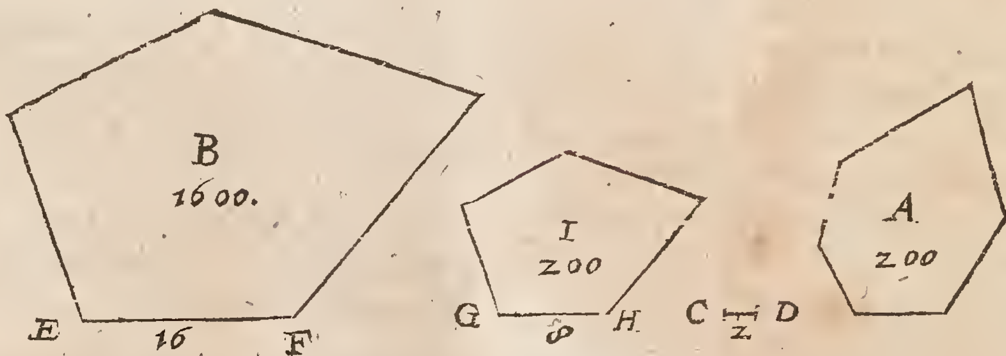
E*Stans propoſez deux ſolides plans diſſemblables, en trouver un troiſieſme egal à l'un des deux, & ſemblable à l'autre.*

Le donné. Soyent les deux ſolides A & B compris de faces planes.

Le requis. Il faut deſcrire un troiſieſme ſolide, egal à A & ſemblable à B.

Constrvction.

Dites par la 27 propoſition, comme le ſolide qu'on veut imiter B, au ſolide A, ainſi le coſté quelconque de B, comme E F à C D: Puis ſoit G H la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre E F & C D, conſtruiſant donc ſur G H (comme terme proportionnel à E F,) le ſolide I ſemblable à B, on aura le requis.



Demonstration.

Puis que G H eſt par conſtruction la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre E F & C D, ce ſera comme E F premiere à C D quatrieſme, ainſi le ſolide B fait ſur la premiere E F, au ſolide I, qui luy eſt ſemblable, & deſcrit ſur la ſeconde de G H: Mais comme E F à C D, ainſi par conſtruction le ſolide B, au ſolide A: Partant B a meſme raiſon à A, qu'à I: C'eſt pourquoy les ſolides A & I ſeront egaux entre eux.

Semblable uſage des nombres.

Le ſolide B ſoit de	1600.
Le ſolide A de	200.
Et lequel des coſtez qu'on voudra du ſolide qu'on veut imiter, comme E F, ſoit de	16.
On dira donc, comme 1600 premier en ceſt ordre, à 200 le ſecond, ainſi 16 le troiſieſme à	2.

En

En apres le premier moyen proportionnel entre 16 troisiesme en cest ordre, & 2 le quatriesme, est 8.

La ligne G H sera donc de 8 (estant terme proportionnel au costé E F) sur laquelle on descrira le solide I, semblable à B, & on aura ce qu'on cerche.

Examen. Les solides semblables sont entre eux en raison triplée de leurs costez proportionnaux : Donc comme le cube 4096 du costé E F 16, à 512 cube du costé G H 8, ainsi le solide B 1600, au solide I, qui luy est semblable & egal à A.

Autre usage fort bref inventé par Son Excellence.

Comme B 1600, au cube du costé E F 4096, ainsi A 200, au cube 512, duquel le costé cubique est 8 : Menant donc la ligne G H de ceste longueur, & descrivant sur icelle le solide I, semblable à B, comme sur le costé proportionnel à E F, on aura ce qu'on demandoit.

Conclusion. Partant estans donnez deux solides plans dissemblables, nous en avons trouvé un troisiesme egal à l'un des deux, & semblable à l'autre. Ce qu'il avoit fallu faire.

Proposition XXIX.

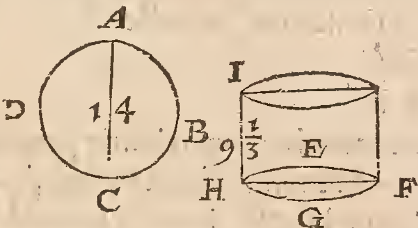
Trouver un cylindre egal à une sphere donnée.

Le donné. Soit la sphere A B C D, l'axe de laquelle est A C.

Le requis. Il faut trouver un cylindre qui luy soit egal.

Construction.

Soit fait le cercle E F G H, egal au plus grand cercle de la sphere donnée, pour estre la base du cylindre, & sa hauteur, assavoir H I estant faite egale aux $\frac{2}{3}$ de l'axe A C, il sera egal à la sphere donnée A B C D, par la 32 proposition du premier livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.



Semblable usage des nombres.

Soit A C de 14 pieds, les $\frac{2}{3}$ sont $9\frac{1}{3}$: Partant si on descrit le cylindre, la base duquel E F G H soit egale au plus grand cercle de la sphere A B C D, & que sa hauteur H I soit de $9\frac{1}{3}$, on aura le requis.

Examen. Par la 24 proposition du deuxiesme livre, tant la sphere, que le cylindre, estant multipliée la hauteur par sa base, sont trouvez egaux : l'un & l'autre contenant $1437\frac{1}{3}$ pieds cubiques.

Proposition XXX.

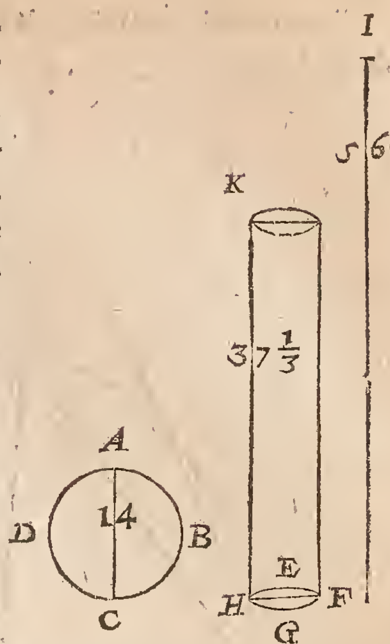
Descrire sur un cercle donné, un cylindre, egal à une sphere donnée.

Le donné. Soit la sphere A B C D, son axe A C, & la base du cylindre E F G H.

Le requis. Il faut construire un cylindre sur la base E F G H, egal à la sphere donnée.

Construction.

Soit trouvée la ligne I quatriesme, continuellement proportionnelle aux deux H F, A C : Puis soit descrit le cylindre sur la base donnée E F G H de la hauteur des $\frac{2}{3}$ de la ligne I ; & on aura ce qu'on avoit demandé : par la converse de la I proposition du deuxiesme livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.



Semblable usage des nombres.

Soit H F de 7 pieds, A C de 14, le quatriesme nombre continuellement proportionnel à ces deux est 56, les deux tiers duquel valent $37\frac{1}{3}$. Partant descrivant le cylindre de telle hauteur sur la base E F G H, on aura le requis.

Examen. Par la 24 proposition du deuxiesme livre la solidité de la sphere sera trouvée de $1437\frac{1}{3}$, à laquelle est aussi egale celle du cylindre descrit sur la base donnée.

Conclusion. Partant nous avons descrit sur un cercle donné un cylindre egal à une sphere donnée.

Son Excellence *a voulu que cecy y fut adjousté.*

Le solide A B C D $1437\frac{1}{3}$ de quelque forme qu'il soit, appliqué sur la base circulaire E F G H $38\frac{1}{2}$, donnera $37\frac{1}{3}$ pour la hauteur du cylindre proposé egal à la sphere donnée.

Consequence I.

Si on divise la solidité de la sphere donnée par l'aire du cercle donné E F G H, le double du quotient F I sera la hauteur d'un cone ayant pour base le cercle donné, egal à la sphere donnée.

Consequence II.

On pourra reciproquement descrire une sphere egale à un cylindre donné : car estant donné le cylindre E F G H K on trouvera la ligne droite I sesquialtre à la hauteur H K : Alors la premiere des moyennes continuellement proportionnelles entre la premiere H F & la derniere I, assavoir A C, sera l'axe de la sphere requise.

Consequence III.

En fin estant donnée la hauteur H K, on trouvera le cylindre egal à la sphere donnée : car estant trouvée la moyenne proportionnelle entre l'axe A C, & la ligne droite sesquialtre à la hauteur H K, on trouvera puis apres aussi la quatriesme proportionnelle à ladite moyenne trouvée, & à A C, assavoir H F, pour estre diametre de la base du cylindre requis.

Proposition XXXI.

Trouver un cone egal à un cone conoïde rectangle donné.

Le donné. Soit le cone conoïde rectangle A B C, duquel B C est la base, & son axe A D.

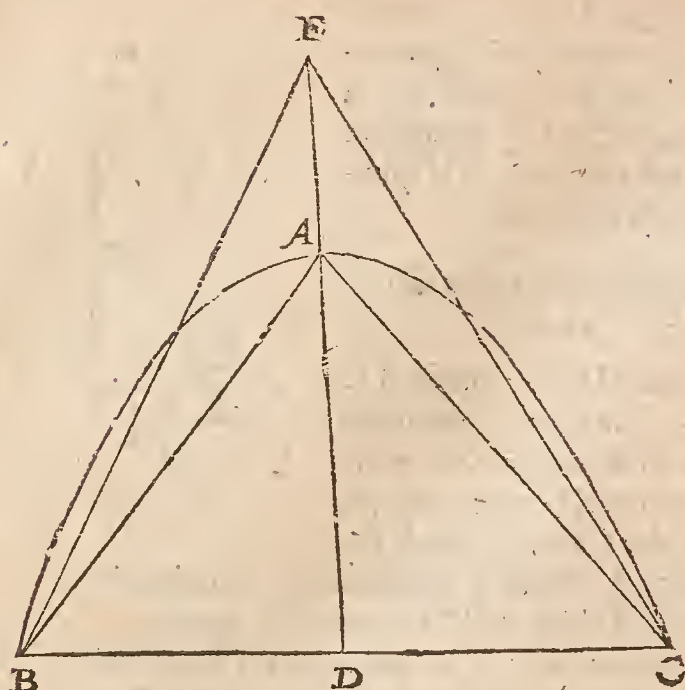
Le requis. Il faut trouver un cone qui luy soit egal.

Construction.

Soit continuée D A de sa moitié, assavoir jusques en E, le cone de la hauteur de D E, & ayant pour base la mesme A C sera le requis.

Prepa-

Preparation. Soyent menées les lignes droites A B & A C.



DEMONSTRATION.

Le conoïde A B C est au cone qui luy est inscrit A B C, comme 3 à 2, par la 23 & 24 proposition *d'Archimede* des conoïdes & spheroïdes : mais le cone E B C est aussi par construction au cone A B C, comme 3 à 2. Donc le cone E B C sera egal au conoïde A B C.

Semblable usage des nombres.

Soit l'axe A D de 6 pieds, à laquelle estant adjoustée sa moitié feront 9. On fera donc D E de 9 pieds, & descrivant le cone E B C de ceste hauteur sur la mesme base B C, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Soit le diametre B C de 10 pieds, partant la solidité du conoïde A B C sera de $135\frac{5}{7}$, par la 27 proposition du deuxiesme livre, & par la 22, le cone E B C sera trouvé luy estre egal.

SON EXCELLENCE *a voulu que cecy fut icy adjousté ; son usage n'est pas seulement pour ceste 31 proposition, mais aussi pour les suivantes 32, 33, & 34 propositions.*

Divisez la solidité par la base, puis apres triplez le quotient, & le produit sera la hauteur du cone requis.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cone, egal à un cone conoïde rectangle donné. Ce qu'on demandoit.

PROPOSITION XXXII.

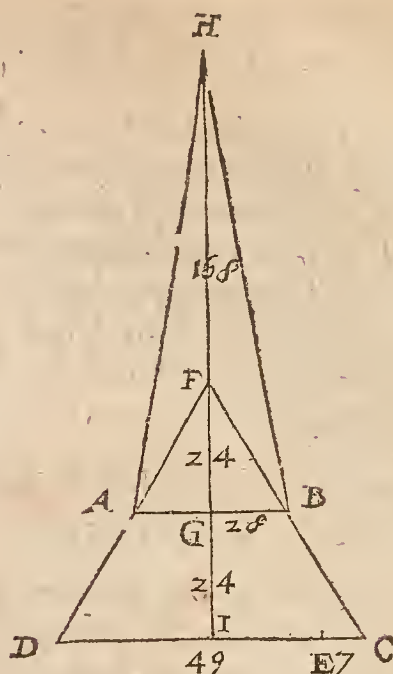
Trouver un cone egal à un cone tronqué donné.

Le donné. Soit le cone tronqué A B C D, le diametre de sa base D C, & A B le diametre de la base du cone emporté.

Le requis. Il faut trouver un cone, egal au cone tronqué donné.

CONSTRVCTION.

Soit C E quatriesme proportionnelle aux deux données D C, A B : Apres soyent produits les deux costez D A, B C, ils se rencontreront en F, puis soit menée la perpendiculaire F G. Maintenant dites, comme C E à E D, ainsi F G à G H. Alors le cone H A B de la hauteur de G H, & ayant pour base A B, sera le requis.



DEMONSTRATION.

Puis que A B & C D sont les termes proportionnaux des deux cones semblables F A B, F D C, ausquels A B & C D, la ligne C E est par construction quatriesme proportionnelle. Le cone F A B sera au cone F D C, comme la ligne E C à la ligne C D : & en divisant, comme E C à C D moins E C, ainsi le cone F A B au cone F D C moins le cone F A B, c'est à dire au cone tronqué A B C D : Mais comme C E à E D, ainsi G F à G H, ainsi aussi F A B à H A B. Partant le cone F A B aura mesme raison au cone tronqué A B C D, qu'au cone H A B ; pour ceste cause le cone H A B sera egal au cone tronqué A B C D.

Vsage des nombres imitant l'operation Geometrique.

Le segment G I de la perpendiculaire F G continuée en I, soit de 24.
D C 56.
A B 28.
Le nombre quatriesme proportionnel au second 56 & troisiesme 28, sera pour C E 7.
Lequel soustrait de 56 second en cest ordre, reste 49.
Mais posant A B, D C, G I, comme cy-dessus, on trouvera par la troisiesme consequence de la 6 proposition du deuxiesme livre, que F G est 24.
Dites maintenant, comme 7 quatriesme en cest ordre, à 49 le cinquiesme, ainsi 24 le sixiesme, à 168.

Descrivant donc un cone sur la base, de laquelle A B est le diametre, & sa hauteur de 168, il sera egal au cone tronqué A B C D.

Examen. Apres avoir multiplié la base du cone H A B, par le tiers de sa hauteur, on trouvera que sa solidité contient 34496, à laquelle est aussi egale la solidité du cone tronqué A B C D, apres avoir retranché le moindre cone F B A du plus grand F C D.

Autre usage des nombres plus court que le precedent.

Soyent G I, D C, & A B de telle grandeur qu'elles sont exposées cy-dessus, comme aussi G F de 24 pieds : Partant le cone entier F D C vaudra 39424, duquel ostant le moindre cone F A B 4928, restera 34496 pour la solidité du cone tronqué. Si on descrit donc un cone contenant autant, on aura ce qu'on desire.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cone egal à un cone tronqué donné : Ce qu'il avoit fallu faire.

PRO-

PROPOSITION XXXIII.

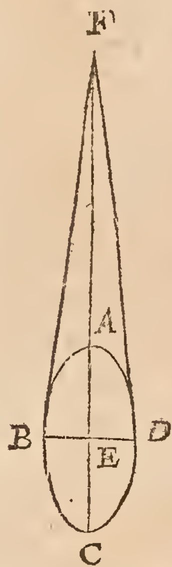
TRouver un cone egal à un spheroïde donné.

Le donné. Soit le spheroïde A B C D, duquel soit A C le grand diametre, & D B le petit qui luy est perpendiculaire, à la rencontre desquels soit le centre E.

Le requis. Il faut descrire un cone egal à ce spheroïde donné.

CONSTRVCTION.

Soit continuée E A jusques en F, en sorte que E F soit double du grand diametre A C, le cone F B D de la hauteur de F E, & ayant pour base le cercle, dont



B D est diametre, sera egal au spheroïde donné ABCD: comme il est demonstré en la 29 en 30 proposition *d'Archimede* au livre des Conoïdes & Spheroïdes.

Vsage Arithmetique imitant la construction Geometrique.

Soit trouvée A C de 28 pieds, B D de 14, le double de A C est 56, le cone F B D de ceste hauteur, ayant pour sa base le cercle, dont B D 14 est le diametre, sera le requis.

Examen. Par la 22 proposition du deuxiesme livre, on trouvera que le contenu solide dudit cone est de $2874\frac{2}{3}$, comme aussi la solidité du conoïde, par la 27 proposition du mesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un cone egal à un spheroïde donné, comme on l'avoit demandé.

CONSEQVENCE.

Il y a mesme raison de la sphere, que du spheroïde au cone; car le cone ayant pour base le plus grand cercle de la sphere, & pour hauteur deux fois son diametre, sera aussi egal à ladite sphere.

PROPOSITION XXXIV.

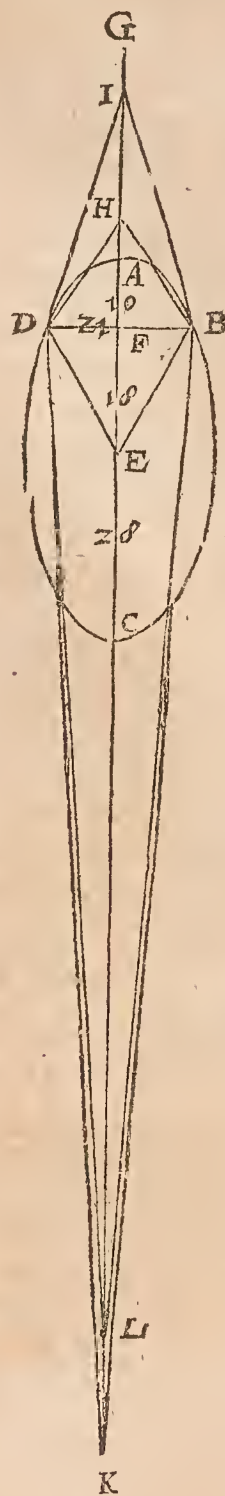
DEscrire un cone egal à une section de conoïde.

Le donné. Soit E le centre du conoïde A B C D, duquel A C soit le grand axe, soit aussi la section de conoïde D B A, & son axe A F.

Le requis. Il faut descrire un cone egal à la section A D B.

CONSTRVCTION.

Soit continuée C A infiniment; puis aux trois lignes, la premiere desquelles soit C F, la seconde la composée de C F & C E, & la troisiesme F, soit trouvée la quatriesme proportionnelle, à laquelle nous posons F H egale en la ligne infinie F G. En fin le cone H D B de la hauteur de F H, & ayant pour base le cercle, duquel D B est le diametre, il sera egal à la section pro-



posée, par la 31 proposition *d'Archimede* des conoïdes & spheroïdes: les choses semblables en despendent pareillement.

Vsage des nombres imitant l'operation Geometrique.

Soit C F de pieds	46.
C E de	28.
F A de	10.
Et dites, comme 46 premier en cest ordre, à 74 somme du premier & second, ainsi 10 le troisiesme à	$16\frac{2}{23}$.

D'autant sera F H hauteur du cone HDB, lequel estant descrit de ladite hauteur, & ayant pour base le cercle, dont D B est le diametre, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Soit le diametre D B de la base du cone H D B de 21 pieds, sa solidité sera trouvée de $1858\frac{2}{23}$, par la 22 proposition du deuxiesme livre, à laquelle sera trouvée egale la section donnée A D B, par la 28 proposition dudit deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un cone egal à une section conoïde donnée. Ce qu'il falloit faire.

NOTEZ.

On pourroit icy accumuler divers problemes, lesquels nous reduirons (pour eviter longueur) és consequences suivantes.

CON-

Consequence I.

Soit continuée F H jusques en I, egale à F E, alors le cone I D B sera egal au secteur de spheroïde D E B A. Car les deux cones H D B & E D B ayans mesme base D B, sont comme leur hauteur : Or la hauteur I F du cone I D B, est egale aux hauteurs des deux autres cones; partant le cone I D B leur est aussi egal.

Consequence II.

Tout ainsi que le secteur D E B A est composé de la section D B A & du cone E D B, ainsi le grand secteur DEBC est faict de la section DBC, moins le cone EDB. Partant si on veut descrire un cone egal au secteur D E B C, il faudra premierement faire le cone D K B egal à la section D C B, duquel on ostera D E B, c'est à dire qu'on retranchera de sa hauteur K L egale à E F, alors le cone D L B sera egal au secteur D E B C.

Consequence III.

D'autant que les spheroïdes & spheres sont comprises sous un certain genre, duquel les proprietez telles que nous les avons exposées, sont generales : c'est pourquoy il faut entendre ce que nous avons dit és consequences cy-dessus des spheroïdes, la mesme chose des spheres. On peut toutesfois transformer plus commodement les secteurs des spheres en cones qui leur soyent egaux; car ayant trouvé par la 18 proposition un cercle egal à la superfice convexe d'une section de sphere donnée, & descrivant sur iceluy, comme sa base, un cone, duquel la hauteur soit l'axe de la section, on a ce qu'on desire.

Consequence IV.

Les spheres, spheroïdes, cylindres, cones, cones tronquez, & conoïdes de cones rectangles, sont reduits en cones par ces problemes, & au contraire les cones en l'une de ces figures qu'on voudra. On peut aussi promptement transformer les unes en autres formes. C'est pourquoy il suffit de les avoir designées & monstrées comme au doigt, encores que ces choses meritassent bien un grande suite de propositions.

Consequence V.

Nous avons figuré en la plus grande partie de ce sixiesme livre les axes des segments des conoïdes, des spheroïdes, des cones, des pyramides, & des cylindres, perpendiculaires sur leurs bases, encores que ce ne soit pas chose du tout necessaire; car nous entendons icy y comprendre les solides obliques. C'est pourquoy ayant traicté des transformations de tant & de si diverses figures, nous mettrons icy

La fin de la Practique universelle de Geometrie.



QVA-



QVATRIESME VOLVME Traitant de L'ART PONDERAIRE, Ou DE LA STATIQVE.

Argument de ce present tome.

COmbien que par cy-devant j'aye fait un traité de la Statique, & que SON EXCELLENCE aye trouvé bon de se servir de ses propositions, en la practique de divers subjects: voire mesme s'y soit tellement addonné, qu'apres avoir consulté les matieres qui doivent preceder selon l'ordre necessaire, il n'a pas seulement esté cause des corrections de la premiere impression, mais aussi de quelques inventions, comme il apparoistra à l'Appendice suivant. Parquoy l'ayant mis entre ses Memoires Mathematiques, je l'ay redigé en six livres, dont le premier est de la theorie de la Statique; Le second, de l'invention du centre de gravité: Le troisiesme, de la Practique: Le quatriesme, de la theorie de l'Hydrostatique: Le cinquiesme, de la practique d'icelle: Le sixiesme, de l'Appendice.

PREMIER LIVRE DE LA STATIQVE, Des Elemens de Statique.

ARGUMENT DU PREMIER LIVRE.

LEs Elemens de Statique (lesquels traitent des pesanteurs entendues en l'idée estre sans matiere) se divisera en deux parties, dont l'une sera de 14 definitions, & la seconde de 28 propositions, de la qualité des poids, qui sont de deux sortes, comme droits & obliques. Les droits ont deux especes, assavoir elevans & deprimans, descrits és 18 premieres propositions. Les obliques sont aussi de deux especes, comme elevans & deprimans, descrits consecutivement, comme il se verra plus clairement en la table suivante.

La theorie des pesanteurs a deux parties, dont la	premiere contient 14 definitions.			
	la seconde 28 propositions des poids	droits & iceux	elevans	descrits és premieres 18 propositions.
			deprimans	
		obliques & iceux	elevans	descrits és propositions suivantes.
			deprimans	

PREMIERE PARTIE,

Contenant

Les Definitions.

Definition I.

Statique, est une science qui declare les raisons, proportions, & qualitez des poids, & pesanteurs des corps.

Declaration.

Tout ainsi que la Geometrie considere les grandeurs des figures, & non pas leurs pesanteurs, les jugeant seulement egales, ou inegales, desquelles les grandeurs sont egales, ou inegales : De mesme la Statique considere leurs pesanteurs, & non pas leurs grandeurs ; & les dit egales ou inegales, lors que leurs pesanteurs sont egales ou inegales. D'avantage comme l'office de la Geometrie, est de traiter aussi de la raison, proportion, & affections des grandeurs ; ainsi la Statique s'enquiert & declare la raison, proportion, & affections des pesanteurs : ce qui est icy nostre but, & où tend ce present traité.

Definition II.

La pesanteur d'un corps, c'est la puissance qu'il a de descendre, au lieu proposé.

Declaration.

Pesanteur & legereté des corps, n'est pas de leur forme propre ny essentielle, mais le rapport qu'ils ont à un autre, dont nous remettons une plus ample declaration à une autre fois. Car il y a des corps, lesquels sont pesants en l'air, & legers en l'eau ; & d'autres, qui legers en l'air sont pesants en d'autres lieux. Alors donc que nous dirons qu'une piece de bois pese 100 livres, nous entendrons que sa puissance de descendre au lieu donné est telle, c'est à dire, au lieu mesme où elle a esté pesée.

Le mesme s'entendra de la legereté des corps, laquelle est la puissance qu'ils ont de s'eslever enhaut ; mais bien au lieu donné, car naturellement tout corps est pesant de soy.

Alb. Girard.

Il seroit quasi besoing de reprendre icy tous nos devanciers, qui disent que la pesanteur tend en bas : Car telle est leur definition touchant la pesanteur, ce que je concede en particulier ; mais quand ils parlent de pesanteur au genre supreme, ils en parlent comme enfans ; tout ainsi que s'il n'y avoit d'autre matiere creée, que le Globe terrestre : Et que par exemple, entre tant de millions de matieres, qui sont disposées chacunes en leurs lieux, pres ou loing de nous, selon la sympatie ou antipatie qu'elles ont avec la terre ; il n'y avoit en une chacune masse de matiere conjointe (comme un chacun astre est) nulle attraction de matiere en son lieu. La definition donc generale de la pesanteur est telle :

Pesanteur, est la force qu'une matiere demonstre à son obstacle, pour retourner en son lieu.

Ce que je demonstreray, & soustiendray en temps & lieu, à ceux qui ne le pourront pas comprendre.

Definition III.

Pesanteur cognue, est celle de laquelle le poids se peut exprimer certainement.

Declaration.

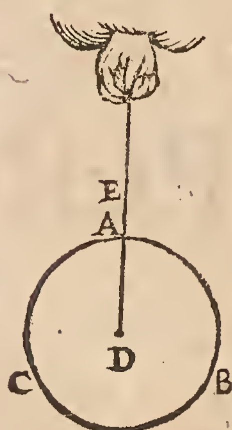
Comme lors qu'on dit qu'un corps pese 6 livres, ou 8 marcs, ou 3 onces, &c. pource qu'il est exprimé par des poids certains, telle pesanteur est dite cognue.

Definition IV.

Centre de gravité, est celuy, auquel si on imagine le solide estre suspendu, il se tiendra en toutes les positions qu'on luy peut donner.

Declaration.

Soit ABC un globe de matiere & pesanteur semblable de tout costé, suspendu en son centre D, par la ligne ED ; il appert qu'il se tiendra en toute sorte de position qu'on le tournera ; comme tournant B où A est, il y demeurera, & de mesme en tout autre lieu : autrement il faudroit que la matiere ne fut pas uniforme, mais plus pesante en un costé qu'en l'autre, contre l'hypothese, D donc sera le centre de gravité du globe ABC, selon ceste definition. Et par ainsi il faut entendre qu'il y a un centre de gravité en tous corps, tant reguliers ou irreguliers, que de matiere uniforme ou non, d'où le corps estát suspendu, tient tel position qu'on veut. Et afin qu'on puisse mieux comprendre cecy, nous declarerons encor quelque autre proprieté du centre de gravité. Le centre donc de gravité des figures ordonnées, comme Colomnes, Globes, Spheroides, & les cinq corps reguliers, &c. de matiere uniforme, est le mesme centre que celuy de leurs figures & grandeurs, qui s'appelle autrement centre Geometrique. Quant aux solides qui n'ont la matiere uniforme, il n'est pas necessaire qu'ils ayent ces deux centres en un mesme poinct. Et touchant les pyramides & autres figures irregulieres, elles n'ont pas de centre de figure ou de grandeur, ains seulement celuy de gravité : Il advient aussi en plusieurs corps que le centre de gravité est bien au dedans du corps, mais est hors de leur matiere & figure, comme és anneaux, crochets, vaisseaux & autres semblables.



Nous avons dit en la definition (*si on imagine*) pource qu'il faut admettre en la definition, ce qui declare le mieux qu'il est possible la nature du definy : ce que *Pappus* definissant le centre de gravité, au huictiesme livre de ses collections, le fait commodement par le moyen de l'imagination. On le pourroit aussi definir comme s'ensuit :

Centre de gravité d'un corps, est celuy par lequel tout plan divise le corps en deux parties equilibres.

Ce terme d'*Equilibre* sera definy en l'onziesme definition.

Definition V.

Diametre de gravité d'un corps, est une ligne droite indefinie, passant de quel costé que ce puisse estre par le centre de gravité : Et tel diametre estant perpendiculaire à l'horizon, s'appelle perpendiculaire de gravité.

Declaration.

Comme en la figure precedente, toutes les lignes indefinies passant par le centre de gravité D, sont autant de diametres de gravité ; mais AD est seule perpendiculaire de gravité, comme si on vouloit dire, perpendiculaire passant par le centre de gravité, ou diametre de gravité perpendiculaire sur l'horizon.

Notez.

En la premiere impression Flamende, nous avons seulement parlé de la perpendiculaire de gravité, comme si cela eust peu suffire : mais ayant remarqué en l'adjonction

jonction qui suit ces Elemens, combien il estoit necessaire de parler du diametre de gravité, non seulement perpendiculaire à l'horizon, mais de tout sens; cela mesme nous a poussé à faire la presente definition, y faisant difference comme du genre à l'espece; d'où aussi se verra la difference des 5 & 13 definitions de la premiere edition & de la presente.

Definition VI.

P*Lan de gravité d'un corps, est un plan tel qu'il puisse estre, qui passe par le centre de gravité d'iceluy.*

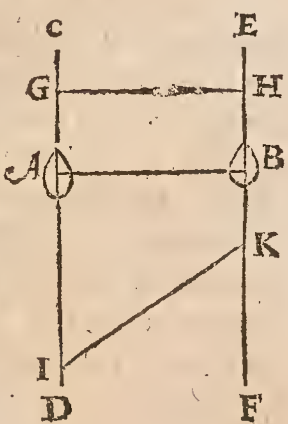
Declaration.

Comme un des plans tel qu'il puisse estre, qui passe par le centre D de la figure de la 4 definition s'appelle plan de gravité, & ainsi des autres.

Definition VII.

T*Oute ligne droite, comprise entre deux perpendiculaires de gravité, nous la nommons verge, ou barre de gravité.*

Declaration.

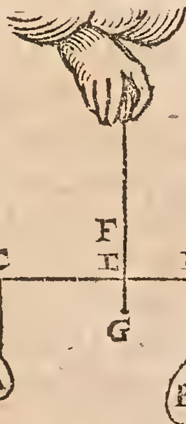


Soyent A & B deux corps, & leurs perpendicles de gravité CD, EF, entre lesquelles soyent menées quelques lignes, comme il advient GH, ou AB, ou bien IK, toute ligne tirée de mesme façon s'appelle verge ou barre de gravité des pesanteurs A, B, comme si c'estoit la verge ou barre d'une balance au dessous de l'examen.

Definition VIII.

E*Stant la verge ou barre divisée, (ayant les perpendicles de gravité,) où les corps se peuvent tenir en equilibre, nous nommons les parties de la verge, rayons.*

Declaration.



Soyent A, B, deux corps, & CD une verge divisée en E, par la perpendiculaire de gravité FG, où sont les deux pesanteurs pendantes en equilibre, les deux parties de la verge CD, comme EC, ED sont nommées, rayons.

Definition IX.

E*T la perpendiculaire de gravité des deux pesanteurs est nommée Anse.*

Declaration.

Comme FE, en la 8 definition, est nommée Anse.

Definition X.

E*T le poinct de l'anse, dans la barre, poinct stable.*

Declaration.

Comme E, en la 8 definition, est appellé poinct stable.

Definition XI.

E*T les deux pesanteurs, sont nommées Equilibres, ou Contrepoids.*

Declaration.

Comme A & B, en la 8 definition, soit que les pesanteurs soyent egales ou inegales, nous les nommons equilibres; d'autant qu'elles se contrepesent l'une l'autre selon leur disposition: car A demonstre autant de force à la verge CD, que B; & de mesme B autant que A, par l'hypothese.

Ceste equilibration doit estre necessairemẽt entenduë, & distinguée d'avec la propre equiponderance des pesanteurs, car il y a de la difference: comme, le poids qui est attaché au moindre & plus court costé de la Statere Romaine, est aucunefois 10 fois plus pesant que l'autre, & toutefois ils semblent estre de pesanteur egale, mais ce n'est pas leur propre pesanteur seulement, mais aussi leur disposition.

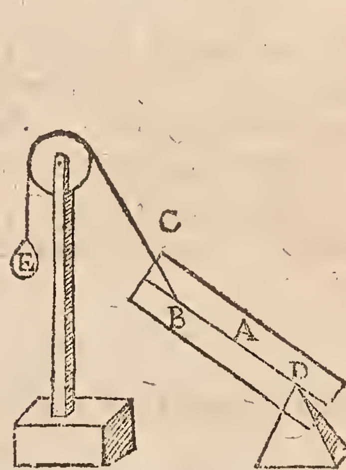
Definition XII.

L*'Elevant, c'est le poids qui cause l'elevation d'une pesanteur: & deprimant, c'est celuy qui cause la depression & abbaissement d'une pesanteur.*

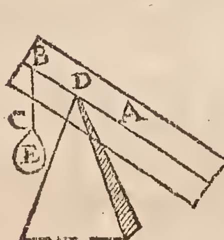
Declaration.

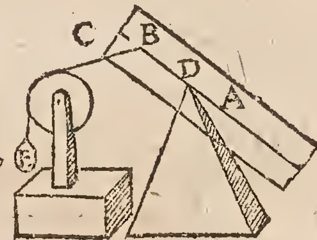
Soit la colomne A la pesanteur, & BC la ligne qui la soustient ainsi, D le poinct où elle repose, & E le poids qui tient le corps solide en telle position. En

1. Form. 2. Form.

3. Form. 4. Form.





la premiere & deuxiesme figure E est elevant, à cause qu'il eleve le solide A, ou le tient elevé en telle disposition: Mais E és troisiesme & quatriesme figure est deprimant, pource qu'il fait abaisser le solide du costé qu'il est attaché, ou le tient en telle position.

Definition XIII.

E*T la ligne droite du solide haussé vers l'elevant, comprise entre un diametre de gravité, passant par le poinct stable & une parallele à iceluy diametre, nous la nommons elevation: Mais celle du solide abbaissé vers le deprimant, comprise aussi entre un diametre de gravité, passant par le poinct stable, & sa parallele, depression.*

Comme la ligne droite CB en la 12 definition, comprise entre un diametre de gravité, qui passe par le poinct ferme, comme DB; & une parallele à iceluy BD, nous la nommons elevation en la premiere & deuxiesme figure, mais en la troisiesme & quatriesme figure, depression.

Definition XIV.

Et quand l'elevation ou depression est perpendiculaire à l'horizon, nous les nommons elevation droite, depression droite; & leurs poids, elevant droit, deprimant droit: mais estans obliques sur l'horizon, on les nomme alors elevation oblique, depression oblique; & leurs poids, elevant oblique, & deprimant oblique.

Declaration.

Comme l'elevation & depression C B, és premiere & troisiesme figures de la 12 definition, d'autant qu'elles sont par l'hypothese perpendiculaires à l'horizon, nous les nommons elevation droite, & depression droite; & leurs poids E, elevant droit & deprimant droit: mais celles des deuxiesme & quatriesme figures sont obliques.

Notez.

La figure de la colomne statique est la mesme que la Geometrique; & nous posons qu'elle soit de matiere uniforme, c'est à dire de tout costé de pesanteur egalle, & que sa base & couvercle soyent quarrez.

PETITIONS.

Combien que quelques principes soyent trescognus par les communes notions, n'ayans besoin de demonstrations; & les autres qui sont plus occultes, ne serviroyent que de matiere aux repreneurs; afin donc d'eviter ces choses, & ces demonstrations trop simples, nous demanderons qu'on nous les concede.

Petition I.

Que les pesanteurs egales aux rayons egaux soyent equilibres.

Petition II.

Qu'aux lignes Mathematiques on puisse attacher ou poser telle pesanteur que ce soit, sans qu'elles puissent rompre, ou plier.

Petition III.

Et que la pesanteur, suspendue plus haut ou plus bas, demeure tousiours de mesme poids.

Declaration.

C — D

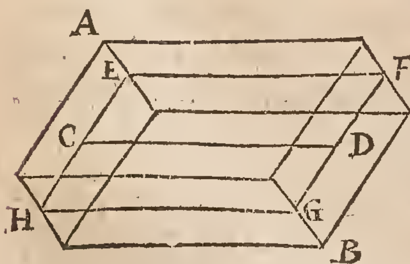
A

B

Comme la pesanteur A abaissée jusques en B, fait autant d'effort à C D en l'une place A, comme en B.

Petition IV.

Que par le plan qui coupe la colomne le long de l'axe, on entende la colomne.



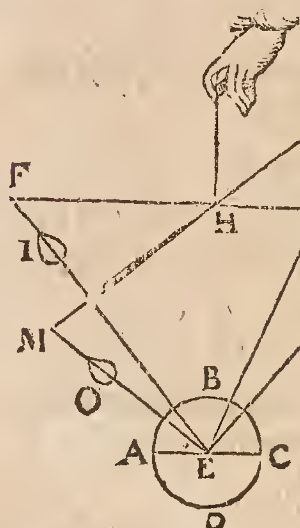
Comme estant AB une colomne, & C D l'axe, par le long de laquelle axe soit icelle colomne coupée par un plan E F G H, & le reste delaissé, prenant seulement ledit plan E F G H, on entende par cela la colomne.

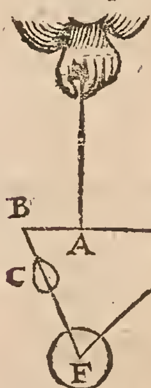
Petition V.

Toutes les lignes à plomb, (assavoir perpendiculaires à l'horizon) soyent prises pour paralleles.

Declaration.

La raison est telle: Soit A B C D le globe terrestre, E son centre, & A C horizon, F G une barre parallele à l'horizon A C, & ses rayons egaux F H, H G, & I K deux poids egaux; d'où appert que F I, G K ne seront paralleles, mais plus estroites par embas que par enhaut: Soit F G tournée où est ML à l'entour du poinct stable H: G venant en L & F en M; alors l'angle L M E est plus pres de l'angle droit, que non pas M L E, d'où s'ensuit que O (comme il apparoistra à la 24 proposition suivante) selon la disposition sera plus pesant, que N. D'où s'ensuit aussi qu'entre toutes les figures solides, (prenant tout à la perfection Mathematique) il n'y auroit que le globe qui puisse estre suspendu par le centre de gravité, & tenir telle disposition qu'on voudroit: Ou par lequel les plans le divisent en parties equilibres; mais pour les diversites infinies de position, il y auroit aussi infinis centres de gravité. Aussi le plus pesant poids n'auroit pas telle raison au plus leger, que le grand rayon au petit; mais l'un seroit selon la position plus pesant, à cause que l'angle est plus grand & plus pres du droit que l'autre: Comme, soit A B le court rayon, & que C soit à E, comme D A à A B, & F centre de la terre; alors l'angle F B A est plus ouvert, & plus pres du droit que E D A: d'où s'ensuit (par la 24 proposition suivante) que C seroit plus pesant selon la position que E.





Tous ces inconvenients viennent de ce que FB, FD ne sont pas paralleles; ou F E, G E, en la premiere figure: Mais d'autant que ceste difference est si petite en ce que les hommes pratiquent, qu'on les peut bonnement tenir pour paralleles, car il faudroit que la barre B D aye quelques lieuës de long devant qu'on y remarque quelques minutes de difference és angles, & puis ce menu espluchement ne seroit gueres profitable à la chose, assavoir à la Statique-pratique; tellement qu'il vaut mieux le laisser.

SECONDE PARTIE
Des Propositions.

Theoreme I. Proposition I.

De deux pesanteurs equilibres, la plus pesante a telle raison à la plus legere, comme le long rayon au court.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D une colomne pesante 6 ℔, laquelle soit divisée en 6 parties egales, par plans paralleles à la base A D, comme E F, G H, I K, L M, N O, coupans l'axe P Q en R, S, T, V, X; Prenons A D M L pour la plus pesante pesanteur, S est son centre de gravité; & L M C B pour la plus legere, & X centre de gravité: alors S X sera barre de ces parties par la 7 definition, & T centre de gravité de la colomne entiere, & T I

& T I anse, d'où L M D A & L M C B pendent en equilibre, T X le plus grand rayon, & T S le plus court rayon par la huictiesme definition.



Le requis. Il faut demonstrer que la pesanteur majeure L M D A est à la moindre L M C B, comme le long rayon T X, au plus court T S.

DEMONSTRATION.

La majeure pesanteur L M D A pese 4 ℔, & la moindre L M C B 2 ℔; item le long rayon T X a telle raison au court T S, comme 2 à 1, selon le donné. Mais 4 à 2 est comme 2 à 1; donc comme la majeure pesanteur L M D A à la moindre L M C B, ainsi le long rayon T X au court T S.

Mais afin qu'on ne pense pas que cela soit ainsi par accident, nous en ferons une demonstration Mathematique, comme s'ensuit.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C D derechef une colomne, coupée par un plan E F parallele à A D, & coupant l'axe G H en I, & K soit le centre de gravité de la partie E F D A, au milieu de G I; & L de la partie E F C B, au milieu de I H; & du tout A B C D soit M au milieu de G H, & M N sera l'anse des parties EFDA & EFCB, d'où elles pendent en equilibre.

1. DISPOSITION.



Le requis. Il faut demonstrer que comme le corps ou pesanteur (lesquels sont icy de mesme à cause de leur proportion, car comme le corps E F D A au corps E F C B, ainsi la pesanteur de celuy-la, à celuy-cy, d'autant que la colomne est de tout costé de pesanteur uniforme) de E F D A, à E F C B, ainsi le long rayon M L au plus court M K.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

M H est egale à M G, par le donné; soit adjoustée K M; alors K H sera egale à M G & K M; ostons de l'une G K & de l'autre K I, qui sont egales, resteront K M & K M egales à I H, ainsi K M & I H demeureront egales.

ARTICLE II.

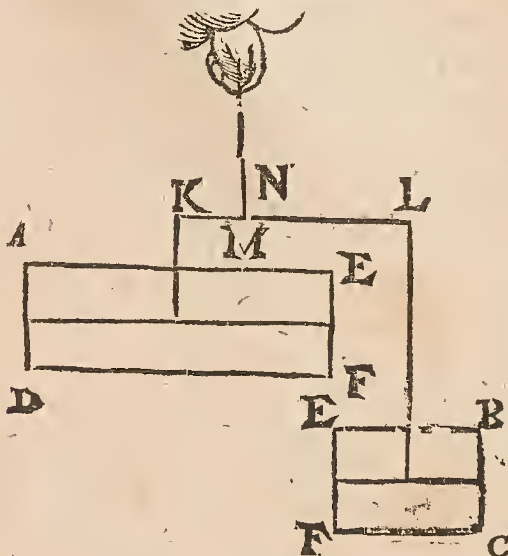
Aux susdites K M & I L egales adjoustons M I; la ligne M L sera egale à I K.

ARTICLE III.

Comme G I à I K, ainsi H I à I L; en changeant, ainsi comme G I à I H, de mesme K I à I L; & puis que K I est egale à M L, par le deuxiesme article, & I L à M K, par le premier article; partant comme G I à I H, ainsi M L à M K: Mais comme G I à I H, ainsi le corps ou la pesanteur E F D A à E F C B. Parquoy comme la majeure pesanteur E F D A à la moindre E F C B, ainsi le long rayon M L, au plus court M K.

On pourroit encor repliquer, que ceste demonstration tient lieu entre les corps de matiere uniforme & qui font ensemble une colomne, pour à quoy subvenir s'ensuit la regle generale: Soit imaginée la barre de la figure precedente demeurer en son lieu, mais la partie E F D A abaissée, tellement qu'elle demeure suspendue

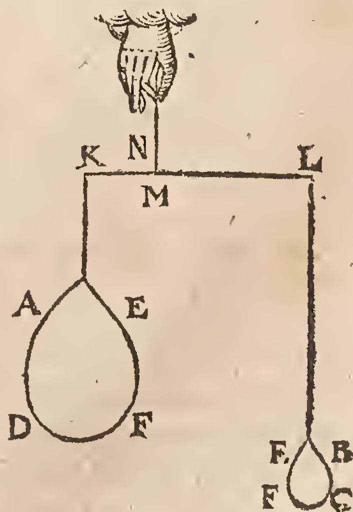
2. DISPOSITION.



à K par une ligne venant de son centre de gravité, & de mesme la partie E F B C, suspendue à L, par une ligne venant de son centre de gravité, sans toucher l'autre partie E F D A, comme la figure presente le monstre: Lors que le corps en la premiere disposition estoit suspendu à l'anse M N, alors E F D A estoit equilibre avec E F C B; mais le poids E F D A en ceste deuxiesme disposition estant abaissé plus bas, ne cause nulle alteration de plus ou moins à K L par la 3 petition: Et ainsi le poids E F C B de la 2 disposition ne demonstre pas plus ny moins de pesanteur à L K, qu'en la premiere disposition, d'où s'ensuit que E F D A demeure encor en equilibre avec E F C B. Les parties donc de la colomne separées demeurent aussi bien en equilibre, que lors qu'elles estoyent conjoinctes, & les rayons en mesme raison.

Ce qu'estant ainsi, soyent les corps E F D A & E F C B de la deuxiesme disposition, changez en autres figures (comme il y a des matieres propres pour ce faire, ainsi que la cire, l'argile, ou autre chose semblable) comme on voit en ceste troisiesme disposition; il appert que K L demeurera cóme devant, ne souffrant aucun changement, & E F D A en equilibre avec E F C B: & aussi les rayons M L, M K en mesme raison; car ce changement de figure ne cause nul changement de pesanteur, (toute la matiere demeurant.)

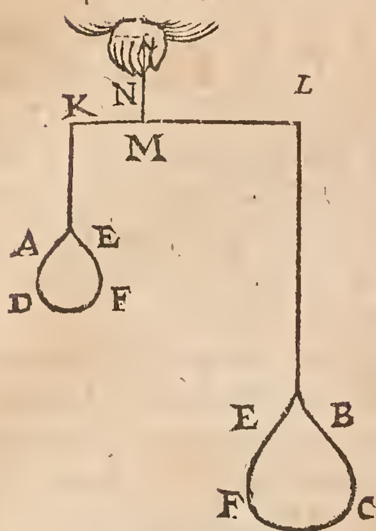
3. DISPOSITION.



Finalement ostant E F D A de la troisiesme disposition, & mettant en sa place un poids de plomb de la

 mesme

4. Disposition.



mesme pesanteur, & au lieu de E F C B un corps de bois de mesme poids, laquelle quatriesme disposition soit comme la figure icy joincte, il appert que K L demeurera en mesme disposition que devant; & E F D A avec E F C B encor en equilibre; & les rayons en mesme raison.

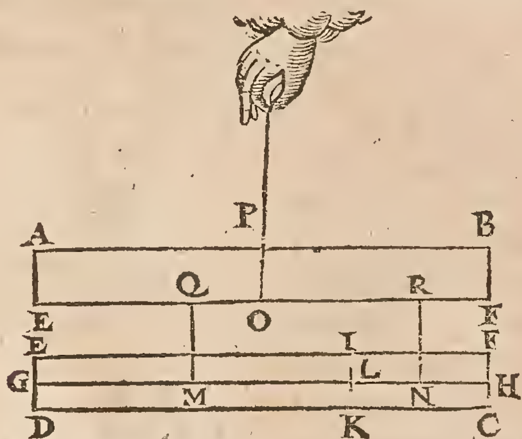
3 Exemple.

On peut aussi demonstrer le precedent, mesme lors que les deux pesanteurs sont pendues à une barre solide en ceste maniere: Soit la colomne A B C D coupée en deux parties par un plan par l'axe E F; & soit G H l'axe de la partie inferieure E C, laquelle partie soit derechef



coupée en deux autres, par un plan parallele à la base E D en I K; & M centre de gravité de l'une partie I K D E (au milieu de G L) & N centre de l'autre partie I K C F (au milieu de L H) & O centre du total (au milieu de E F) puis O P son diametre de gravité, Q M & R N des parties: Il appert que le costé dextre de la colomne totale est de pesanteur egale au costé senestre d'icelle.

Soit maintenant abaissée la partie inferieure, tellement qu'elle demeure suspendue par les lignes M Q, N R, comme icy joignant, il appert que la barre solide A B F E demeurera encor en sa premiere disposition. Et posons que les parties I K D E & I K C F soyent separées, chacune tombant comme elle voudra, suspen-



dues toutefois par leur centre de gravité M N, elles tiendront donc leur premiere disposition par la quatriesme definition, & partant ABFE demeurera encore en la sienne: Mais I K D E a telle raison à I K C F que les rayons O R à O Q, comme il a esté demonstré: Tellement que ce qui estoit demonstré de la barre statique (c'est une ligne) nous l'avons encor fait icy de la barre solide.

Conclusion. De deux pesanteurs equilibres donc, la plus pesante a telle raison à l'autre comme le plus long rayon à l'autre, comme nous voulions demonstrer.

Corollaire.

Par la converse de la precedente, s'ensuit que les pesanteurs seront en equilibre, moyennant que la plus pesante à la plus legere soit en mesme raison, que le plus long au plus court rayon.

Probleme I. Proposition II.

T*rouver l'anse des pesanteurs données.*

1 Exemple.

Le donné. Soit l'une des pesanteurs A de 3 ℔, suspendue en C, & l'autre B de 1 ℔ en D, & C D la barre.

Le requis. Il faut trouver leur anse.

Constrvction.

Il faut diviser C D, tellement que la partie majeure, plus prochaine de la perpendicle de gravité de la moindre pesanteur, aye telle raison à la moindre, plus prochaine de la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur, comme la majeure pesanteur à la moindre, ce qui soit en E: assavoir que E D à E C soit ainsi que 3 ℔ de A à 1 ℔ de B. Je dis que la perpendicle passant par E, comme E F, est l'anse.

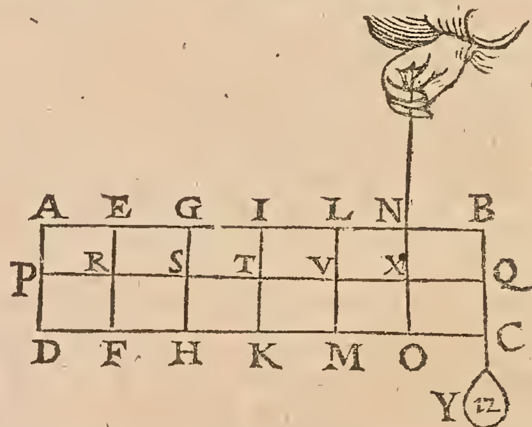
2 Exemple.

Le donné. Soit l'une des pesanteurs la colomne ABCD pesant 6 ℔, partie comme la colomne au commencement de la 1 proposition, & qu'au poinct Q il y en aye une autre, comme Y, de 12 ℔.

Le requis. Il faut trouver l'anse.

Constrvction.

La perpendiculaire de gravité de la colomne est I T, & celle du poids Y est B Q, & T Q est la barre, laquelle il faut partir en 2 parties proportionelles de 12 ℔



de Y, à 6 ℔ de la colomne, c'est assavoir que la moindre partie vers la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur Y, & le poinct divisant viendra en X; ainsi que N X soit l'anse requise.

3 Exemple.

Le donné. Soit derechef la colomne A B C D, partie comme devant: & Y 6 ℔, pendu à X.

Le requis. Il faut trouver l'anse.

Constrvction.

La perpendicle de gravité de la colomne est I T, & de Y est N X; alors T X sera la barre, qu'il faut diviser au poinct V, ainsi que les parties soyent en raison, com-

comme 6 ℔ de Y, à 6 ℔ de la colomne, & ainsi VL sera l'anse cerchée.

Autrement pour la construction.

La perpendicle de gravité de MLBCY, est NX, & de MLAD est SG; donc SX sera la barre, laquelle il faut diviser, en sorte que les parties soyent en raison comme 8 ℔ de MLBCY, à 4 ℔ de MLAD: entant que la moindre partie soit vers la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur, qui tombera en V, par ainsi VL sera derechef l'anse cerchée, comme devant.

4 *Exemple.*

Le donné. Soit derechef ABCD une colomne divisée comme dessus, & Y 6 ℔ attaché à X, & Z 24 ℔ à R.

Le requis. Il faut trouver l'anse.

CONSTRUCTION.

La perpendicle de gravité de ABCDY, est LV, par le troisiesme exemple, & de Z est RE, alors RV sera la barre, laquelle il faut diviser en deux, tellement que les parties soyent comme 12 ℔ de ABCDY, à 24 ℔ de Z: voire que la moindre partie de la barre, soit vers la perpendicle de gravité de la plus grande pesanteur, qui viendra en S, ainsi donc SG sera l'anse requise.

Autrement pour la construction.

La perpendicle de gravité de ABCDZ est ÆW, par le troisiesme exemple, tellement que SÆ fait les $\frac{3}{5}$ de SR, & la perpendicle de gravité de Y est XN, & alors ÆX sera la barre, laquelle il faut diviser en deux parties, tellement que les parties soyent en raison de 30 ℔ de ABCDZ à 6 ℔ de Y, (la partie moindre vers la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur) qui sera en S, & SG anse comme devant.

Encor autrement pour la construction.

La perpendicle de gravité de YZ, est (par le premier exemple) ΦΔ, tellement que SΦ fait la $\frac{1}{5}$ de SR, & la perpendicle de gravité de la colomne est TI adonc TΦ sera la barre qu'il faut diviser en deux parties, ayans telle raison que 30 ℔ de Y & Z, à 6 ℔ de la colomne, assavoir la moindre partie vers la perpendicle de gravité de la pesanteur majeure, qui sera en S, par ainsi SG sera derechef l'anse requise, comme dessus.

5 *Exemple.*

Le donné. Soit derechef ABCD une colomne divisée comme devant, & 3 poids, comme Y 6 ℔ attaché à X, puis Z 24 ℔ à R, & Æ 12 ℔ à Q.

Le requis. Il faut trouver l'anse.

CONSTRUCTION.

La perpendicle de gravité de ABCDYZ est SG, par le quatriesme exemple, & celle de Æ est BQ: adonc SQ sera la barre qu'il faudra diviser en deux parties, ayans la raison de 36 ℔ (de la colomne avec Y & Z) à 12 ℔ (de Æ) assavoir la moindre partie pres la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur, qui sera en T, par ainsi donc TI sera l'anse requise.

Que si on attachoit encor à P 24 ℔, l'anse seroit SG, & ainsi des autres semblablement.

DEMONSTRATION.

La majeure pesanteur du premier exemple A, a telle raison à la moindre B, comme le rayon majeur au moindre ED à EC, parquoy EF, par la 9 definition sera l'anse: Et la demonstration des autres exemples sera semblable, ce que nous obmettons pour briefveté.



Conclusion. Nous avons donc trouvé l'anse des pesanteurs données, selon le requis.

NOTEZ.

Si l'on surchargeoit le poids Y du deuxiesme exemple de 1 ℔, & qu'on attachasse à V 1 ℔: Tellement que leur disposition soit comme dessus, il appert par ce que dessus, que XN seroit encor l'anse, & que le tout pend en equilibre à icelle: Le mesme XN demeurera encor tel, si on attache Z 1 ℔, à T, & que Y face 14 ℔, ou Z 1 ℔ à S, & que Y soit 15 ℔, ou Z 1 ℔ à R, & que Y face 16 ℔: Et finalement si on attache Z 1 ℔ à P, & que Y face 17 ℔; & ainsi par ordre, si la colomne estoit plus longue: assavoir surchargeant tousiours Y de 1 ℔, pour chaque longueur de VX, qu'on fait avancer Z d'autant plus avant. D'où les qualitez de la statere Romaine sont notoires, comme il se verra plus amplement en la declaration de la pratique de Statique.





 PRO-

PROBLEME II. PROPOSITION III.

De deux pesanteurs equilibres, l'une estant cognuë, & l'anse; cognoistre l'autre pesanteur.

1 Exemple.

Le donné. Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, dont A 3 ℔ est attachée à C, & E F soit l'anse.

Le requis. Il faut trouver combien B pese.

CONSTRVCTION.



On cerchera quelle raison ont les rayons E D à E C, ce qui soit comme 3 à 1, pourtant E D 3 me donne E C 1, combien A 3 ℔? viendra 1 ℔ pour B.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D la colomne de la 2 proposition au deuxiesme exemple, pesant *6* ℔ pour l'une des pesanteurs, & soit Y la pesanteur incognue, attachée à icelle, & X N l'anse.

Le requis. Il faut trouver combien Y pese.

CONSTRVCTION.

Veu que T I est la perpendicle de gravité de la colomne, & Q B de Y, T Q sera la barre, X Q le rayon plus court, & X T le plus long; parquoy il faudra recercher quelle raison ces rayons ont, ce qui soit comme 2 à 1. Je dis apres, X Q 1, donne X T 2, combien la colomne *6* ℔? vient 12 ℔ pour Y : & ainsi des autres exemples.

DEMONSTRATION.

Soit B en l'exemple premier, plus pesant que 1 ℔, s'il estoit possible; donc la majeure pesanteur n'aura pas telle raison à la moindre que le rayon majeur au moindre, ce qui est contre la 1 proposition; B donc n'est pas plus pesant que 1 ℔. Et de mesme on monstrera qu'il n'est pas plus leger qu'une livre; & par consequent pese justement 1 ℔: ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Donc de deux pesanteurs equilibres, quand l'une est cognue & l'anse, nous avons cognu l'autre, selon le requis.

PROBLEME III. PROPOSITION IV.

Deux pesanteurs equilibres données, comme aussi la longueur d'un rayon, trouver la longueur de l'autre rayon.

Le donné. Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, desquelles A pesant 3 ℔ est attachée à C; & B 1 ℔ à D; & D E rayon soit de *6* pieds de longueur.

Le requis. Il faut trouver la longueur de l'autre rayon.

CONSTRVCTION.



On dira A 3 ℔, donne B 1 ℔, combien D E *6* pieds; viendra pour E C 2 pieds: & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

Soit E C, s'il estoit possible, plus long que 2 pieds; le grand rayon aura donc moindre raison au plus court, que la majeure pesanteur à la plus legere, ce qui est contre la premiere proposition: donc E C n'est pas plus que 2 pieds; De mesme sera la demonstration que E C n'est pas moindre de 2 pieds; & partant E C sera precisement 2 pieds: ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Deux pesanteurs donc equilibres estans données, & la longueur d'un rayon, nous avons trouvé la longueur de l'autre, selon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION V.

Estant donnée une colomne, trouver une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne.

Le donné. Soit A B C D une colomne, E F l'axe, & G le centre, & la raison donnée soit 2 à 3.

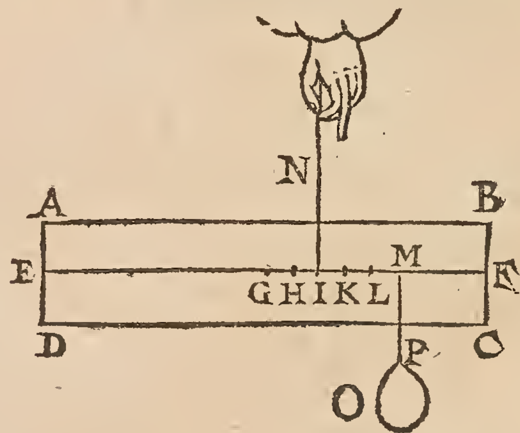
Le requis. Il faut trouver une pesanteur en telle raison à celle de la colomne, comme 2 à 3: c'est ses $\frac{2}{3}$.

NOTEZ.

Tout ainsi que les propositions Geometriques & Arithmetiques ont des constructions diverses, de mesme aussi la Statique; car on pourroit couper une partie de la colomne selon la raison donnée; ou on la pourroit peser & prendre un poids d'autre solide, afin de la laisser entiere selon ladite raison; mais nous le ferons plus statiquement, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

On marquera 5 poincts depuis le centre G, equidistans, assavoir 5 (somme de 3 & 2) comme H, I, K, L, M: Et du deuxiesme (à cause de 2 donné, pour l'autre pe-



santeur à trouver) on suspendra la colomne, luy attachant au cinquiesme en M un contrepoids, comme O: Je dis que O sera la pesanteur requise, assavoir les $\frac{2}{3}$ de la pesanteur de la colomne, qui seront donc en raison de 2 à 3.

DEMONSTRATION.

G est le centre de gravité de la colomne, & M P perpendicle de gravité de O; & puis que les pesanteurs se contrepesent mutuellement (c'est à dire sont en equilibre) comme I G à I M, ainsi O à la colomne, par la 1 proposition; mais G I à I M, est comme 2 à 3: donc O sera à la colomne en pesanteur, comme 2 à 3. Ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant donc donnée une colomne, nous avons trouvé une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne; comme il estoit proposé.

NOTEZ.

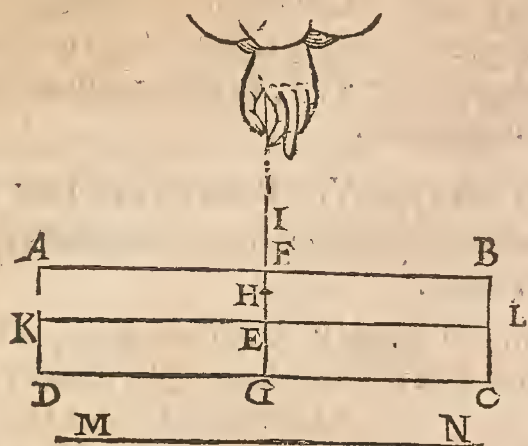
Nous pourrions aussi donner des exemples avec raisons de termes incommensurables, mais ils sont assez notoires par la precedente, avec ce que nous avons des grandeurs incommensurables en un traité particulier joint à l'Arithmetique.

THEOREME II. PROPOSITION VI.

Estant une colomne coupée par un plan parallele à la base par son centre de gravité, & estant un poinct stable audit plan, au dessus du centre de gravité: L'axe de la colomne demeurera parallele à l'horizon.

Le

Le donné. Soit A B C D une colomne coupée par son centre de gravité, d'un plan F G, parallele à sa base A D, & soit H le poinct stable, en la perpendicle de gravité

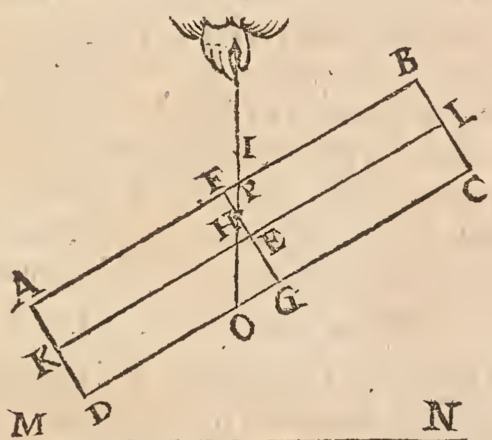


I G, au dessus du centre E, & K L est l'axe, & M N l'horizon.

Le requis. Il faut demonstrer que l'axe K L demeurera parallele à l'horizon M N.

DEMONSTRATION.

Soit K L, s'il estoit possible, non parallele à M N, comme en la figure suivante, & I H produite jusques en O, coupant A B en P, & soit posé que la partie P O C B demeure equiponderante avec P O D A; mais celle-la est majeure & plus pesante que celle-cy (car F G D A est egale à F G C B, & F H I est un triangle



moindre que O H G, & partant P O C B est majeure que P O D A) la plus pesante sera donc equiponderante à la plus legere, ce qui est absurde : K L donc demeurera parallele à l'horizon M N, comme en la premiere figure.

Il faut aussi remarquer ceste regle generale statique, que

Le centre de gravité d'un corps suspendu, est en sa perpendicle de gravité.

Mais le centre de gravité E, n'est pas (en la deuxiesme figure) dans la perpendicle de gravité I, O, c'est donc une disposition impossible.

Conclusion. Estant donnée, &c.

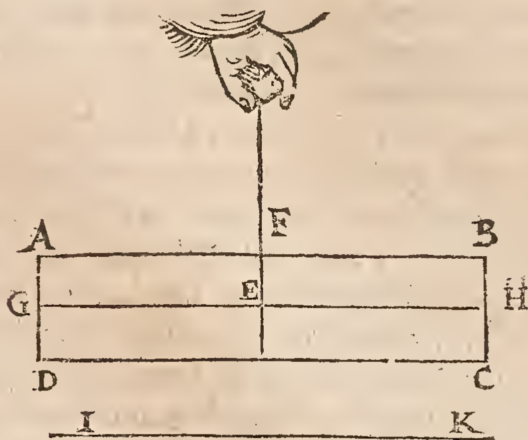
ALB. GIRARD.

On voit que Stevin *ne prouve pas du tout sa demonstration, car il s'aide puis apres d'une regle qu'il ne demonstre pas icy ; il est bien vray que* P O C B *est plus pesant que* P O D A, *mais il ne le demonstre pas, d'autant que si on veut conclurre de la grandeur à la pesanteur, (avec ce qu'il en devoit avoir parlé devant d'une maniere convenable) on trouvera des paralogismes; car il s'ensuivroit que tout plan passant par le centre de gravité, devroit couper le solide en deux egalement, or comme on verra cy-apres coupant un cone ou pyramide par un plan parallele à la base, & ce par le centre de gravité, la partie conique sera à la partie tronquée, comme* 27 *à* 37, *lesquelles ne sont point donc egales : mais ceste demonstration de* Stevin *peut avoir lieu és figures colomnales, & non pas és pyramidales : finalement il devoit plustost avoir mis sa regle cy-dessus és petitions.*

THEOREME III. PROPOSITION VII.

Le poinct stable estant au centre de gravité d'une colomne suspendue, elle se tiendra à toute disposition.

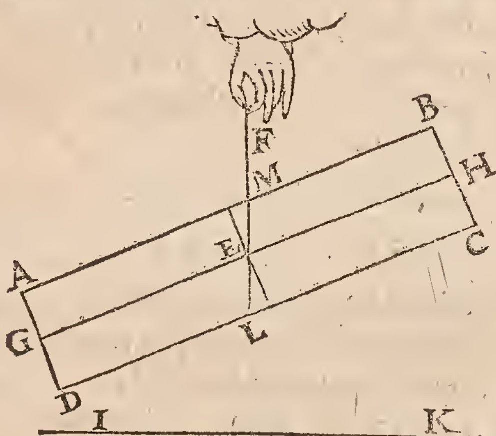
Le donné. Soit A B C D une colomne, dont E soit le centre de gravité, où soit le poinct stable, auquel elle soit suspendue par la perpendicle de gravité E F, & l'axe G H, soit parallele à l'horizon I K.



Le requis. Il faut demonstrer que la colomne A B C D tiendra telle disposition qu'on voudra.

DEMONSTRATION.

Donnons une autre disposition à la colomne, qu'au commencement, comme s'ensuit, & soit F E produite jusques à L, coupant A B en M, & posons que la colomne ne se puisse tenir ainsi, mais que l'une ou l'autre partie vueille descendre plus bas : Or ces deux parties sont egales, & partant equiponderantes, donc l'une des equiponderantes sera plus pesante que l'autre, ce qui est absurde: La colomne donc demeurera en telle position, & le mesme se pourra demonstrer des autres, telles qu'on les pourroit disposer.

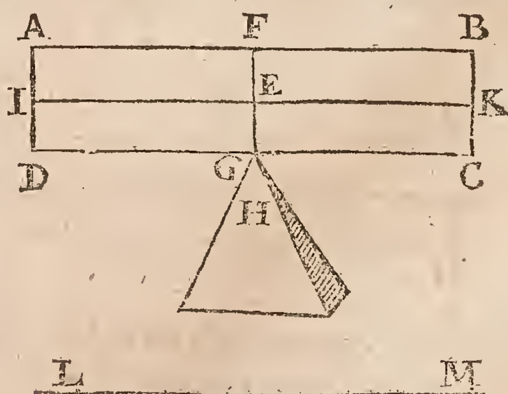


Conclusion. Nous avons donc demonstré que le poinct stable estant pris au centre de gravité d'une colomne, qu'elle se tiendra en toute position, selon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION VIII.

Estant une colomne coupée d'un plan parallele à la base par son centre de gravité, & estant un poinct stable audit plan, au dessus du centre de gravité: La colomne se tournera jusques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicle de gravité.

Le donné. Soit A B C D une colomne, coupée par son centre de gravité, d'un plan F G parallele à sa base A D,



& soit

& soit le poinct stable G, (au dessus du centre de gravité) sur la poincte H, & I K l'axe, parallele à l'horizon.

Le requis. Il faut monstrer que la colomne tournera jusques à ce que le centre de gravité soit en la perpendicle de gravité, (entendu naturellement) car Mathematiquement il pourroit demeurer dessus.

DEMONSTRATION.

A. *Tout ce qui gist, doit avoir base pour reposer dessus.*
E. *Ceste colomne n'a point de base pour se reposer.*
E. *Donc ceste colomne ne peut pas ainsi gesir.*

La mineure du syllogisme est evidente en ce que le poinct n'a nulle quantité, & partant n'est pas base : Il est bien vray qu'on prend souvent par hypothese qu'un corps repose ainsi ; mais en effect cela ne peut estre ; joint qu'encore bien que l'axe I K soit mis parallele à l'horizon L M, neantmoins il tournera du costé, où il commence premierement à decliner : mais aussi que ce soit jusques à ce que le centre de gravité vienne dans la perpendicle de gravité, est notoire par la 6 proposition.

Conclusion. Estant donc coupée la colomne, d'un plan parallele à la base par son centre de gravité, & estant un poinct stable audit plan, au dessous du cẽtre de gravité : La colomne se tournera jusques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicle de gravité, selon qu'il estoit proposé de prouver.

NOTEZ I.

Si quelqu'un s'enqueroit icy de la difference qu'il y a entre gesir, & pendre, il faut qu'il sçache qu'un solide est pendu lors que le centre de gravité est dessous, ou pres du poinct où il repose : mais le centre de gravité estant dessus, nous le pouvons dire estre couché droit, ou assis : Gesir, quand le plus grand costé est le long de l'horizon ; estre debout, quand il est perpendiculaire à l'horizon, pour autant disons nous que le cube (veu l'egalité de ses costez) gist & est debout : Asseoir est entre coucher & estre debout.

ALB. GIRARD.

Ce mot de gesir semblera fort estrange à ceux qui sont ignorans de ces deux choses; l'une, qu'encore bien qu'ils ne l'ayent jamais ouy dire, leu, ny approuvé, que nonobstant il se trouve és dictionaires François ; & que les verbes anomaux demonstrent la pauvreté d'une langue, & aussi que la langue Flamende en a fort peu, ce qui fait qu'ils disent tous, n'importe du son, moyennant qu'il soit regulier & intelligible ; l'autre qu'au faict des sciences incognuës & inusitées, on n'est tenu pour s'expliquer, & exprimer l'intention d'un Autheur, de n'admettre que les mots, lesquels s'entendent ordinairement és choses les plus vulgaires.

NOTEZ II.

Si quelqu'un vouloit experimenter le contenu des 3 propositions precedentes, il prendra pour cest effect un reglet de bois, ou d'autre matiere uniforme, d'espesseur & pesanteur, marquant E, F, G, H, au milieu des costez, & menant E G & H F se coupans en I, où, il fera

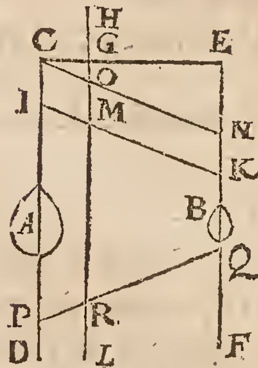


un trou fort petit, comme aussi en K & L. L'experience monstre, que passant un esguille destiée en K, le reglet, ou l'axe H F, se tiendra parallele à l'horizon : mais en I, qu'il gardera telle position qu'on voudra : Et finalement, en L, le reglet tournera jusques à ce que le centre de gravité soit dessus l'esguille du costé où il commence, & que I soit en la perpendicle de gravité. D'où la raison depend des 6, 7, & 8 propositions declarées Mathematiquement.

THEOREME V. PROPOSITION IX.

L'Anse infiniment produite, partit les barres de deux pesanteurs en leurs rayons.

Le donné. Soyent A, B, deux pesanteurs ; & leurs perpendicles C D & E F, leur barre C E, l'anse G H; tellement que C G soit à G E, comme la pesanteur B à A ; & que I K soit encor une barre non parallele à C E, & G H aussi produite vers L, coupant I K en M.



Le requis. Il faut demonstrer que I M & M K sont aussi rayons des pesanteurs A, B, assavoir que comme B à A, ainsi M I à M K.

Preparation. Soit menée C N parallele à I K coupée de H L en O.

DEMONSTRATION.

Comme C G à G E, ainsi C O à O N : mais C O est egale à I M, & O N à M K; parquoy comme C G à GE, ainsi I M à M K. Or comme B à A, ainsi C G à G E, par l'hypothese, ou bien M I à M K; & semblable sera la demonstration des barres entre C D & E F, comme seroit P Q, coupée en R, & autres semblables.

Conclusion. L'anse infiniment produite donc, partit les barres de deux pesanteurs en leurs rayons.

COROLLAIRE I.

D'icy il appert que pour trouver la perpendicle de gravité de deux pesanteurs, il n'est pas besoin de prendre necessairement une parallele à l'horizon, mais telle qu'on voudra, & comme il vient mieux à poinct.

COROLLAIRE II.

Veu que tout centre de gravité est en la perpendicle de gravité, il s'ensuit, que toute ligne droite comprise entre deux centres de gravité est aussi la barre d'icelles, & la distinction des rayons est le centre de gravité des deux pesanteurs.

PROBLEME V. PROPOSITION X.

Estans données les pesanteurs equilibres qui sont suspenduës en une colomne, de laquelle la pesanteur est cognuë, comme aussi un poinct stable en icelle : Trouver si l'axe demeurera parallele à l'horizon, ou si elle se tiendra en toute sorte de position, ou si elle se tournera jusques à ce que le centre de gravité soit en la perpendicle de gravité.

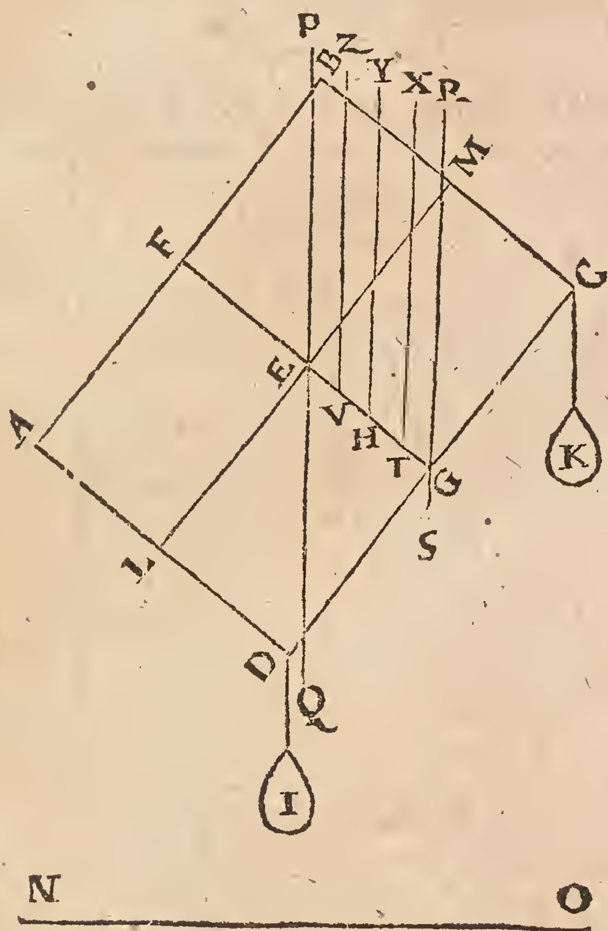
Le donné. Soit A B C D une colomne pesante 4 ℔, coupée par son centre de gravité E, d'un plan F G, parallele à la base A D ; soit aussi H un poinct stable dessous le centre de gravité E, au milieu de E G ; puis les deux poids I, K, chacun de 4 ℔, leurs poincts stables D, C, & L M axe, N O horizon.

Le requis Il faut trouver si l'axe L M, demeurera parallele à l'horizon N O ; ou tiendra telle position qu'on voudra ; ou si la colomne tournera tant que le centre de gravité E soit en la perpendicle de gravité par H, lesquelles diversitez peuvent advenir selon la raison des poids à la pesanteur de la colomne.

CON-

Constrvction.

On menera par E la perpendicle de gravité P Q de la colomne, puis par G la perpendicle de gravité R S, des poids I, K, alors E G sera la barre, puis par la 2 proposition on verra où le poinct stable de l'anse viendra: car s'il vient sous H, L M se tournera, jusques à ce qu'elle soit parallele à l'horizon N O: mais venant en H, elle tiendra toutes les positions: venant finalement au dessus de H, tout renversera. Or la colomne pese 4 ℔, & les poids aussi I & K, chacun 4 ℔, ce qui fait 8 ℔: partant divisant E G en T, ainsi que E T à T G soit comme 8 à 4, je dis que L M se viendra rendre parallele à l'horizon (puis que T vient sous H.) Soit maintenant posé que la colomne pesast 4 ℔ & I & K, chacun 2 ℔, c'est ensemble 4 ℔; parquoy partageant E G à H (car H est au milieu de E G par le donné) alors E H à H G sera en telle raison que 4 à 4: Je dis que L M (pource que le poinct est tombé en H) tiendra telle position qu'on voudra. Soit finalement posé que la colomne pese 4 ℔, & I & K, chacun 1 ℔, c'est ensemble 2 ℔; parquoy E G partie en V, ainsi que E V à V G soit comme 2 à 4: Je dis que la colomne avec tout le reste se tournera (d'autant que V vient au dessus du poinct H) jusques à ce que H soit en sa perpendicle de gravité.



Demonstration.

Premierement I & K pesans chacun 4 ℔, il appert que L M se tournera pour estre parallele à l'horizon, d'autant que la perpendiculaire par T, comme T X, est perpendiculaire de gravité de tout; parquoy en le delaissant & pendant le tout à la perpendiculaire par H, comme H Y (car H est le poinct stable donné) le costé vers B C K, sera plus pesant que vers A D I: parquoy le costé B C K descendra, tant que H soit à la perpendicle de gravité de tout, & L M sera alors parallele à l'horizon N O.

Secondement quand I, K pesent chacun 2 ℔, alors L M se tiendra à toute position: car posons que I & K soyent rehaussez, tellement que D, C soyent centres de gravité d'iceux, par la 3 petition: parquoy H sera le centre de gravité d'un tel corps avec les poids I, K: & par la 4 definition, sur iceluy H il se tiendra à toutes positions, ce qui se pourroit demonstrer de toutes les positions que L M sçauroit avoir.

Finalement lors que I, K pesans chacun 1 ℔, alors tout se doit renverser, appert que la perpendiculaire par V, comme V Z, sera perpendicle de gravité de tout le corps, & en le laissant, & le pendant par la ligne H Y au poinct stable donné H, le costé de devers A D I sera plus pesant que celuy de vers B C K, & partant A D I descendra, jusques à ce que H soit à la perpendicle de gravité du tout: que si on pensoit mettre L M parallele à l'horizon, elle ne se tiendroit pas ainsi par la 8 proposition, mais renversera.

Conclusion. Estans donc données les pesanteurs equilibres, qui sont suspendues en une colomne, de laquelle la pesanteur est cognue, &c.

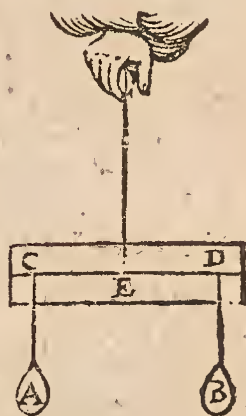
Des ces choses precedentes le progrés general des autres est assez manifeste, comme des colomnes, desquelles le poinct stable est hors de la ligne F G, & les poincts stables des poids en d'autres lieux que D, C: Mais d'autant que nous recerchons principalement la cause des qualitez de la Balance (dont nous traiterons plus particulierement en la Statique-practique) nous ne donnons aucuns exemples particuliers de telles irregularitez.

Probleme VI. Proposition XI.

Estant donnée une colomne, avec des pesanteurs cognues y attachées: Trouver le poinct stable, où le tout se tient à toutes positions.

Notez I.

On sçait que si les poincts stables C, D des pesanteurs A, B, estoyent dans l'axe de la colomne, & egalement distans du centre E, alors E seroit le centre de gravité: mais nous donnerons cy-apres des exemples plus irreguliers.

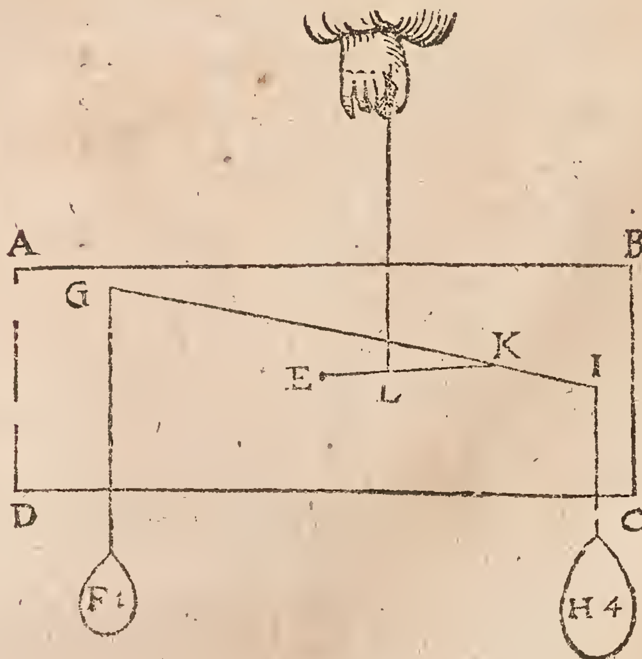


Notez II.

Il appert aussi que si les poincts stables donnés estoyent en ligne droite, comme icy C E D, & que C, D n'estoyent equidistans au poinct E, mais en raison (comme rayons) des pesanteurs C, D, si elles estoyent inegales; alors E seroit encor le poinct ferme pour tenir le corps en toute position.

Le donné. Soit A B C D une colomne pesante 10 ℔: E centre de gravité, & F 1 ℔, H 4 ℔, leurs poids y suspendus és poincts stables G, I.

Le requis. Il faut trouver le poinct stable, où le corps tienne toute position.



Con-

CONSTRVCTION.

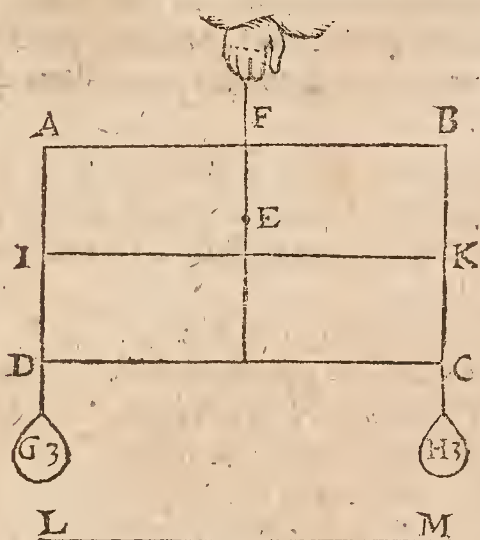
On menera G I la barre des poids F, H, trouvant les rayons selon la 2 proposition, & que K soit leur centre; puis on menera E K autre barre, de la colomne d'une part de 10 ℔, & des poids d'autre part 5 ℔, la coupant en L, tellement que E L soit à L K, comme 5 à 10: & partant L respondant pour tout, sera le poinct ferme tenant le corps en toute sorte de positions: Dont la demonstration est evidente par la 7 proposition.

PROBLEME VII. PROPOSITION XII.

Estans données une colomne, & des pesanteurs attachées à icelle aussi cognues, avec un poinct stable soustenant l'axe parallele à l'horizon: Trouver un poids propre en un lieu monstré, tenant l'axe en certaine disposition donnée.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C D une colomne, pesante 6 ℔, E poinct stable, E F anse, G, H, deux poids, chacun de 3 ℔; & D, C leur establissement; I K axe parallele

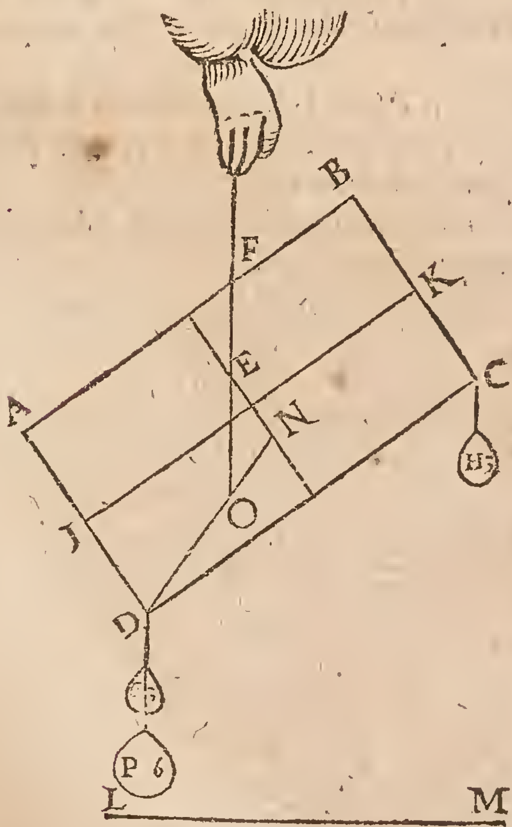


à l'horizon L M; & D le lieu monstré: puis l'axe I K (tout tournant sur E) soit disposée comme en la seconde figure.

Le requis. Il faut trouver un poids en D, tenant I K en ladite disposition.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver par l'onziesme proposition le centre



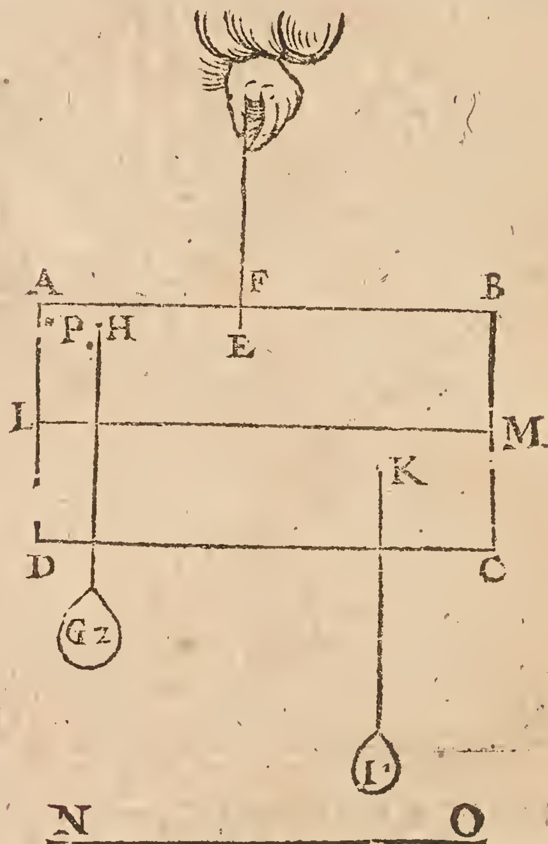
de gravité, comme icy en N, puis menés N D, & E O perpendiculaire sur l'horizon par E, & cerchez quelle raison il y a de D O à O N, laquelle soit de 2 à 1; Parquoy je dis, qu'on doit mettre en D un poids P, de 6 ℔, d'autant que 12 ℔ (de la colomne & les poids G, H,) à P 6 ℔, sont comme 2 à 1: Donc P est le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le plus pesant poids 12 ℔ du rayon O N, a telle raison à l'autre de 6 ℔, au rayon O D, comme le grand rayon O D à O N; & ainsi tout pend en equilibre, à l'anse E F, par la 1 proposition: Et par consequent l'axe I K tient ladite disposition.

2 *Exemple.*

Soit A B C D une colomne de 6 ℔, E poinct stable, E F anse, G poids de 2 ℔ en H, & I de 1 ℔ en K, L M

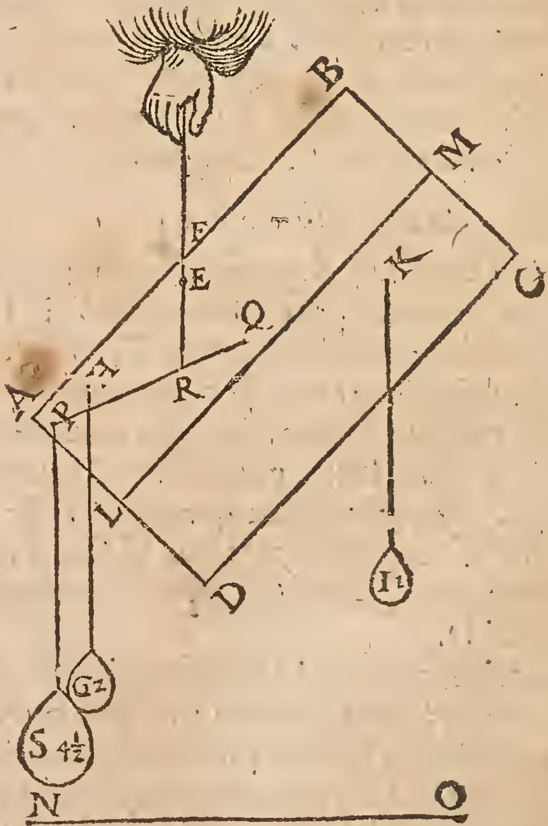


axe parallele à l'horizon N O, & P soit un poinct en la colomne pour le lieu monstré. Puis l'axe se tourne (tout sur E) comme en la deuxiesme figure.

Le requis. Il faut trouver un poids pour mettre en P, tenant l'axe L M en telle disposition qu'en la 2 figure.

CONSTRVCTION.

Par l'onziesme proposition on trouvera Q le centre de gravité, & ayant menée la barre P Q, & la perpen-



dicle E R coupant P Q en R: Et ayant recerché quelle raison

raison il y a de R Q à R P (soit de 1 à 2) j'establis en P un poids S de $4\frac{1}{2}$ ℔, assavoir ayant telle raison au poids de la colomne (jouxte G, I,) faisant 9 ℔, comme 1 à 2; & je dis que S $4\frac{1}{2}$ ℔ est le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le majeur poids 9 ℔ du rayon R Q, a telle raison au moindre poids $4\frac{1}{2}$ ℔ du rayon R P, comme le long rayon R P au plus court R Q; ainsi tout se tient en equilibre à l'anse F E, par la 1 proposition: & partant l'axe L M se tiendra en la disposition donnée, ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estans donc données une colomne & des pesanteurs, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION XIII.

VN deprimant & un elevant egaux agissent egalement, par angles egaux, aux rayons egaux.

1 *Exemple, avec des poids directs.*

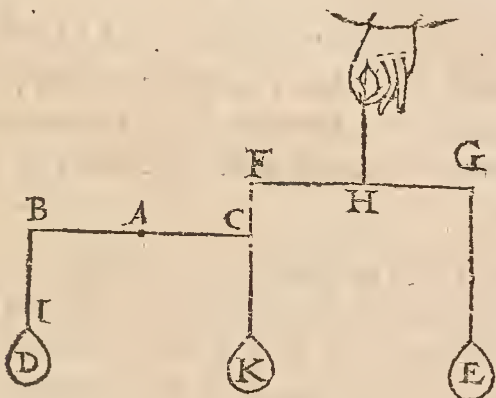
Le donné. Soit A le poinct stable de la barre B C; & A B, A C les rayons egaux; item à B est estably le deprimant direct D, & à C l'elevant direct E, egal à D, sa barre soit F G, & H poinct ferme, H F, H G aussi rayons egaux, finalement les angles A B I, A C F egaux.

Le requis. Il faut demonstrer que le deprimant direct D, & l'elevant direct E, agissent egalement aux rayons egaux A B, A C.

Preparation. Soit establi un poids K, en C egal à D.

DEMONSTRATION.

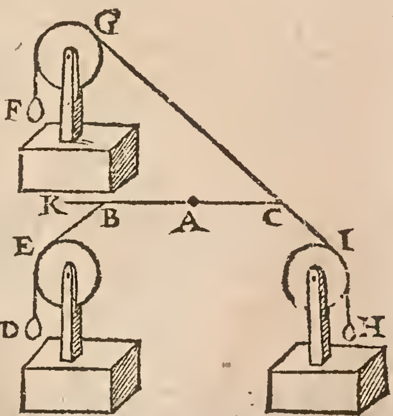
Ostons E, alors la force de D sera de tenir les rayons A B, A C en la disposition donnée; car D est egal à K, & A B, à A C; ostons maintenant D & remettons E;



la force de E est aussi de tenir les rayons A B, A C en la mesme disposition: car K & E sont egaux, & H F & H G: parquoy E, D agissent egalement aux rayons A B, A C.

2 *Exemple, avec des poids obliques.*

Le donné. Soit A le poinct stable de l'anse, & A B, A C les rayons egaux, à B est estably le deprimant oblique D, sa ligne de depression oblique soit B E, & à C soit l'elevant oblique F, egal à D, & sa ligne d'elevation oblique C G, & puis l'angle A B E soit egal à l'angle A C G.



Le requis. Il faut demonstrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agissent egalement aux rayons egaux A B, A C.

Preparation. Soit en C establi le deprimant oblique H, sa depression oblique C I, parallele à B E, & C B soit prolongée jusques à K.

DEMONSTRATION.

Ostons F, alors la force de D contre H, est de tenir les rayons A B, A C en la disposition donnée: car D est egal à H, aussi les rayons A B, A C, & les angles A C I & K B E. Ostons maintenant D, & remettons F, la force de F est de tenir aussi les rayons A B, A C en la disposition donnée, puis que H est egal à F.

3 *Exemple.*

Le donné. Soit A le poinct stable de l'anse, & A B, A C les rayons egaux, & en B soit estabIi le deprimant oblique D, sa depression oblique soit B F, & en C, l'elevant oblique F, egal à D, sa ligne d'elevation oblique C G, & les angles K C G, K B E egaux.

Le requis. Il faut demonstrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agissent egalement és rayons egaux A B, A C.

Preparation. Soit estabIi en C le deprimant oblique H, egal à D, sa ligne de depression oblique C I, ainsi que les angles A C I, A B E soyent egaux.

DEMONSTRATION.

Ostons F, il appert que la force de D est de tenir les rayons A B, A C en telle disposition donnée; car D, H sont egaux, & les rayons A B, A C, comme aussi les angles A C I, A B E. Ostons maintenant D, & remettons F derechef, alors aussi la force de F est de tenir les rayons A B, A C en telle disposition donnée, à cause que H est egal à F.

Conclusion. Un deprimant & un elevant egaux, agissent egalement, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

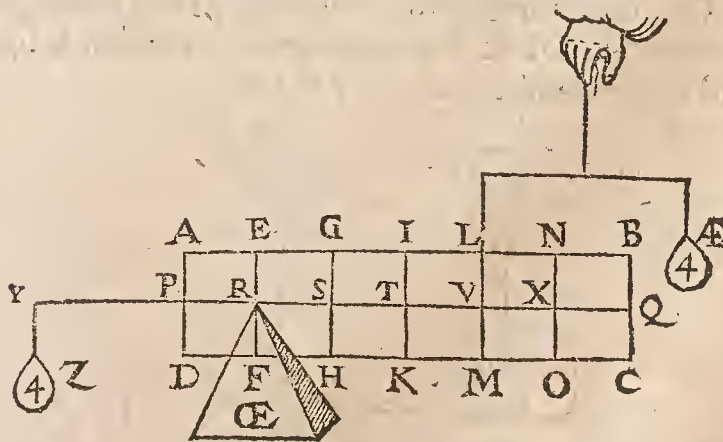
Estant donnée une colomne, comme aussi deux poincts en son axe, l'un stable, l'autre mouvant en la plus grande partie: Trouver un elevant direct au poinct mouvant, tenant la colomne en une disposition donnée.

Le donné. Soit ABCD une colomne de 6 ℔, departie comme en la 1 proposition, & le poinct stable soit R, le mouvant V, en la majeure partie de l'axe R Q: car il est impossible que quelque elevant direct puisse tenir l'axe en la moindre partie en quelque disposition donnée.

Le requis. Il faut trouver un elevant direct en V, qui tienne la colomne en ceste disposition.

CONSTRVCTION.

On produira la ligne Q R jusques en Y, ainsi que



R Y soit egale à R V: puis on trouvera par la 3 proposition le poids Z en Y equilibre avec la colomne, iceluy

sera de 4 ℔, puis que R est le poinct stable. Parquoy le poids elevant direct requis, qui est Æ, sera de 4 ℔.

DEMONSTRATION.

Veu que le rayon R V de l'elevant direct Æ, est egal au rayon R Y du poids Z; & Æ egal à Z, lesquels Æ, Z agiront egalement par la 13 proposition : mais la force de Z est telle (ayant osté Æ) que de tenir la colomne en telle disposition : Donc la force de Æ (ayant osté Z) tiendra la colomne en ceste disposition; ce qu'il falloit prouver.

Conclusion. Estant donc donnée une colomne, & aussi deux poincts, &c.

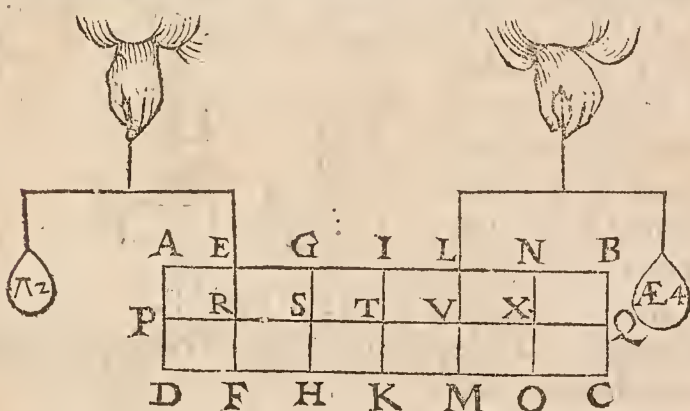
NOTEZ.

On pourroit dire briefvement V R 3, donne R T 2, combien la colomne 6 ℔? viendroit Æ 4 ℔, comme devant, dont la raison sera deduite en la suivante 15 proposition.

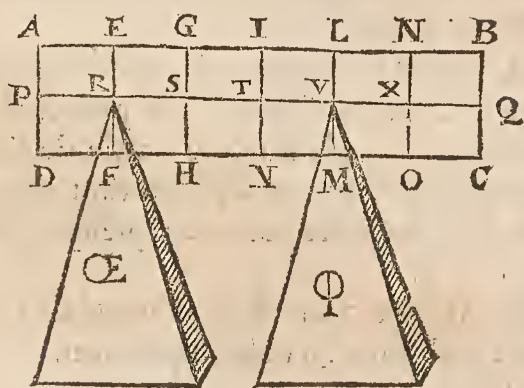
COROLLAIRE I.

Puis que la colomne pese 6 ℔, & que Æ enleve 4 ℔, il s'ensuit donc que la poincte R de la pyramide OE, en soustient 2 ℔.
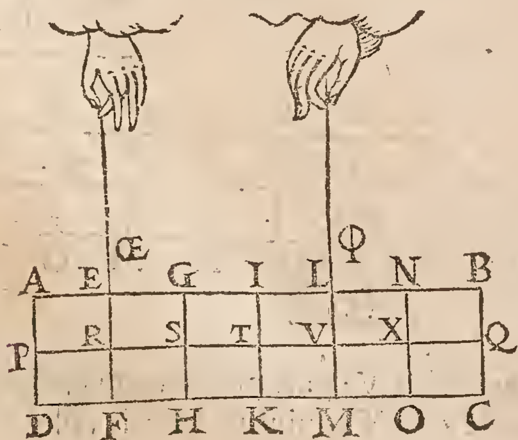
Que si on mettoit en R un elevant direct Π, au lieu de la pyramide OE, iceluy Π en esleveroit aussi 2 ℔.



Ou bien si au lieu de Æ, on supposoit la pyramide Φ, elle soustiendroit 4 ℔, & OE 2 ℔.

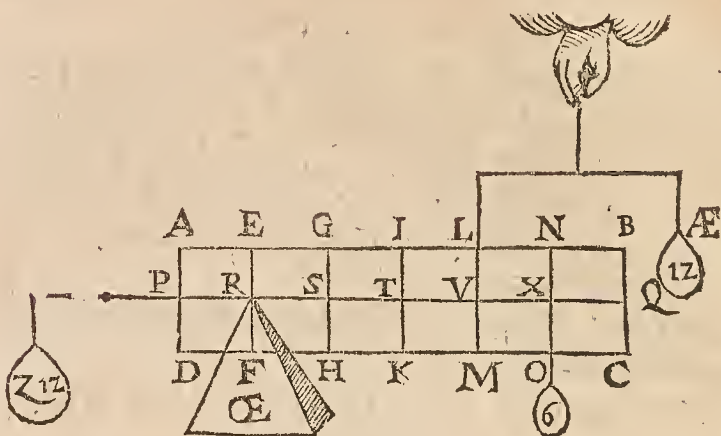


Ou, si on suspendoit la colomne par les deux lignes paralleles R OE & V Φ, comme icy, de mesme la ligne OE R soustiendroit 2 ℔, & V Φ 4 ℔.



COROLLAIRE II.

Si on attachoit un poids en la colomne, comme par exemple en X 6 ℔, Z devra peser 12 ℔, & par consequent Æ 12 ℔.



THEOREME VII. PROPOSITION XV.

Deux poincts estans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant : L'elevant direct au mouvant, tenant la colomne en equilibre, a telle raison à la colomne, comme la partie de l'axe entre le centre de gravité de la colomne, & le poinct ferme, à la partie de l'axe entre les poincts ferme & mouvant.

DECLARATION.

Il appert en la figure de la 14 proposition que comme Æ 4 ℔, à la pesanteur de la colomne 6 ℔, ainsi T R à R V : mais declarant la cause Mathematiquement, il faut sçavoir que comme le poids Z au poids de la colomne, ainsi R T à R Y, par la premiere proposition : Mais Æ est egal à Z, & R V à R Y, par l'hypothese: comme donc Æ à la colomne, ainsi T R à R V.

Conclusion. Deux poincts donc estans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant, &c.

THEOREME VIII. PROPOSITION XVI.

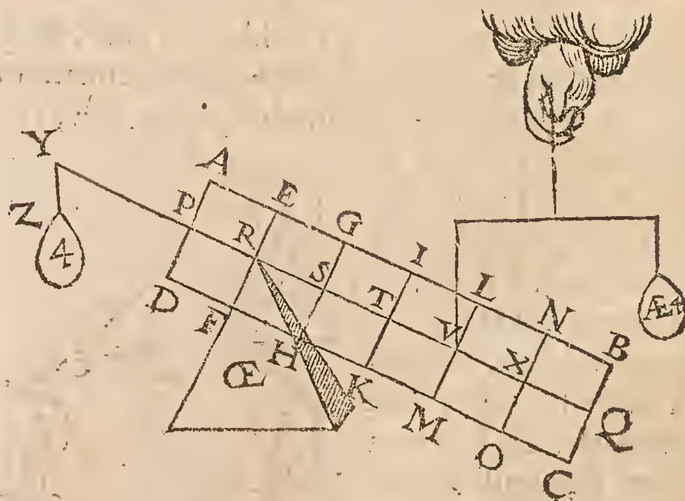
Deux poincts estans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant : L'elevant direct au mouvant qui peut tenir la colomne en une disposition, la tiendra en toute autre quelconque.

Le donné. Soit la colomne avec ses poids de la 14 proposition, changée de disposition sur le poinct ferme R, comme cy joignant, & Æ 4 ℔ elevant direct.

Le requis. Il faut demonstrer que l'elevant direct Æ tiendra aussi la colomne en ceste disposition.

DEMONSTRATION.

Ostons Æ, & attachons Z 4 ℔, alors par la 10 proposition, la colomne se tiendra en ceste disposition;



mais Æ agit en V autant que Z en Y, par la 13 proposition, parquoy ostant Z, & remettant Æ, iceluy tiendra aussi la colomne en telle disposition.

Conclusion. Deux poincts donc estans dans l'axe, &c.

THEO-

THEOREME IX. PROPOSITION XVII.

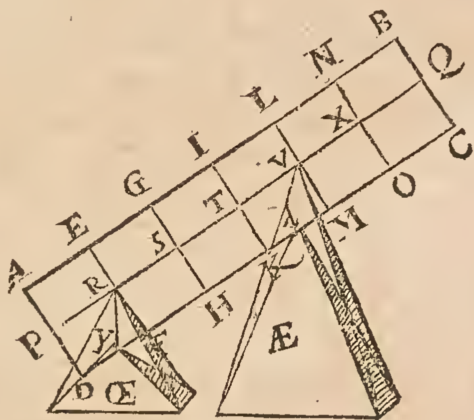
La colomne reposant sur deux poincts en l'axe ; comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & chacun d'iceux poincts, ainsi les pesanteurs de la colomne reposans sur les mesmes poincts, d'ordre reciproque.

Le donné. Soit ABCD une colomne pesante 6 ℔, partie selon la 1 proposition, reposant és deux poincts R, V, sur les poinctes ou sommets de OE & Æ.

Le requis. Il faut demonstrer que comme TR à TV, ainsi la pesanteur qui repose sur le sommet de Æ au poinct V, à la pesanteur qui repose sur le sommet de OE au poinct R.

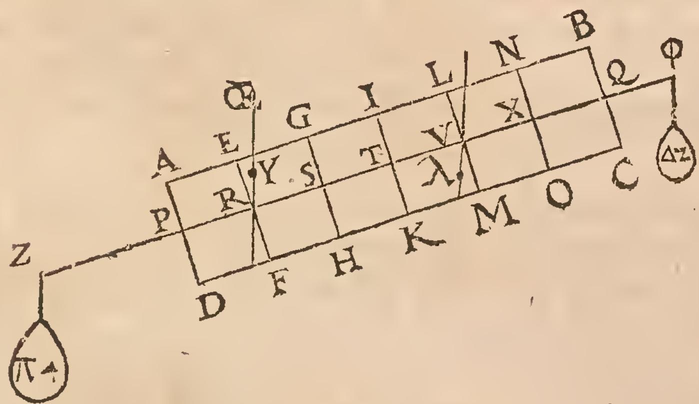
DEMONSTRATION.

TR est double à TV par l'hypothese, & sur la poincte de Æ reposent 4 ℔, & de OE 2 ℔, par le premier corollaire de la 14 proposition; mais 4 ℔ à 2 ℔ sont aussi



doubles : comme donc TR à TV, ainsi le poids reposant sur la poincte de Æ, au poids reposant sur la poincte de OE.

Mais pour demonstrer necessairement la generalité de la consequence : soit prolongée VR en Z, tellement que RZ soit egale à RV : prenant puis apres R pour le poinct ferme, alors en Z reviendra Π 4 ℔, pour tenir la colomne en telle disposition, par la 3 proposition. Or ce qui tient la colomne en V, comme Æ, y fait autant que Π : prolongeant en apres RV jusques en Φ, faisant VΦ egale à VR, & prenant V, comme poinct ferme : alors en Φ se trouvera devoir estre Δ, un poids de 2 ℔, pour tenir la colomne en telle disposition par le troisiesme exemple : mais ce qui en R, tient la colomne, (tout ainsi que OE) y apporte autant de force que Δ, par la 13 proposition. Donc sur OE repose un faix egal à Δ. Maintenant puis que Π est equilibre à la colomne au poinct ferme commun R, le rayon TR, aura telle



raison à l'autre RZ, comme Π à la colomne, par la 1 proposition : De mesme prenant V pour le poinct ferme, alors le rayon TV aura telle raison au rayon VΦ, comme Δ à la colomne, mais RZ est tousiours egale à VΦ : Nous avons donc icy deux proportions, chacune de 4 termes, desquelles 2 termes conviennent entr'eux, assavoir les deuxiesme & quatriesme ; comme,

TR, RZ; Π, colomne.
aussi TV, VΦ ; Δ, colomne.

Parquoy TR à TV sera comme Π à Δ : & puis que Π est egal au poids de la colomne, qui repose sur la poincte V de la pyramide Æ, & de mesme le poids Δ est egal à ce faix, qui repose sur la poincte R de la pyramide OE : parquoy comme TR à TV, ainsi le poids qui repose sur la poincte V, à celuy qui repose sur la poincte R, des pyramides Æ & OE.

Conclusion. La colomne donc reposant sur deux poincts en l'axe : comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & un chacun d'iceux poincts, ainsi les pesanteurs de la colomne reposans sur les mesmes poincts, d'ordre reciproque, comme il a esté proposé au commencement.

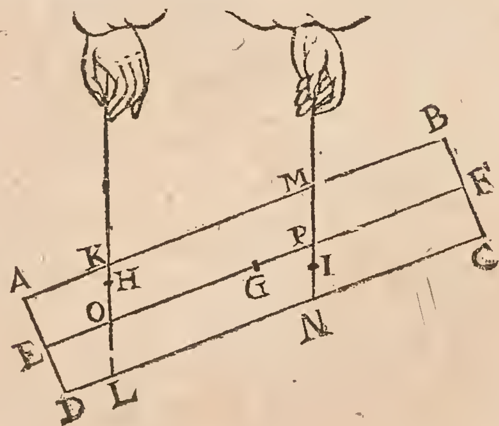
COROLLAIRE.

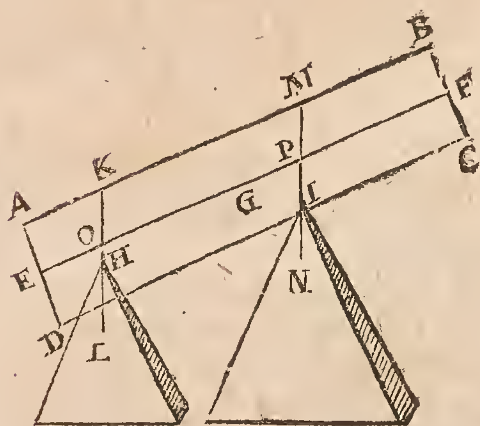
Si les deux poincts sur lesquels la colomne repose, estoyent és perpendicles par R & V, les mesmes poids s'y reposeroyent aussi bien que devant : Soyent par exemple des perpendiculaires par R & V, & en icelles pris des poincts, comme Y & λ, sur lesquels soit posé que la colomne repose; il appert que sur Y reposeront 2 ℔, & sur λ 4 ℔, d'où procede le theoreme suivant.

THEOREME X. PROPOSITION XVIII.

Vne colomne reposant sur deux poincts quelconques, comme les parties de l'axe, entre les perpendiculaires passantes par iceux poincts & le centre de gravité de la colomne, ainsi reciproquement les poids de la colomne qui reposent sur les mesmes poincts.

Le donné. Soit ABCD une colomne, l'axe EF; G centre de gravité, les deux poincts sur lesquels la colomne repose soyent H, I, par où passent les perpendiculaires KL, MN, coupans l'axe en O, P : Je dis que





comme GO à GP, ainsi la pesanteur de la colomne qui repose sur le poinct I, à celle qui repose sur le poinct H : dont la demonstration est manifeste par le corollaire de la precedente 17 proposition. Toutesfois pour faire la declaration plus ample de la necessité de consequence, soit H estimé estre au lieu de O; alors le poids reposant sur H aura telle raison au poids reposant sur P, comme GP à GO, par la 17 proposition. Supposons puis apres que H demeurant ferme, la colomne soit abbaissée plus bas, autant que de H en O; cela n'altere en rien le poids par la 3 petition : Semblablement sera demonstré que la pesanteur qui repose

 sur P,

sur P, repose aussi sur I, & partant comme G O à G P, ainsi seront les pesanteurs qui reposent sur I & H.

Conclusion. Une colomne donc reposant, &c.

Corollaire.

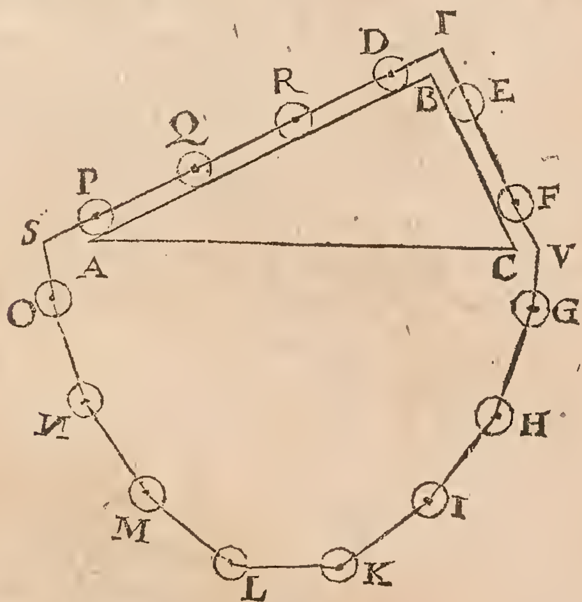
Il est manifeste par ce que devant, que voulant recognoistre la raison de la pesanteur reposant sur I, à celle qui repose sur H, qu'on doit à ceste fin mener les perpendiculaires K L, M N, coupant l'axe és poincts O, P; & que la raison de G O à G P seroit la requise; ainsi donc, lors que la pesanteur de la colomne est notoire, qu'aussi seront les pesanteurs de celles qui reposent sur chacun poinct, tel que H, I.

JUSQUES ICY ONT ESTE declarées les proprietez des pesanteurs directes; suivent les proprietez & qualitez des obliques, desquelles le fondement general est compris au Theoreme suivant.

Theoreme XI. Proposition XIX.

Si un triangle, a son plan perpendiculaire à l'horizon, & sa base parallele à iceluy; & sur un chacun des deux autres costez un poids spherique, de pesanteur egale; comme le costé dextre du triangle, au senestre; ainsi la puissance du poids senestre, à celle du poids dextre.

Le donné. Soit A B C un triangle ayant son plan perpendiculaire à l'horizon, & sa base AC parallele à iceluy horizon: & soit sur le costé A B (qui est double à B C) un poids en globe D, & sur B C un autre E, egaux en pesanteur & en grandeur.



Le requis. Il faut demonstrer que comme le costé A B 2 au costé B C 1, ainsi la puissance ou pouvoir du poids E à celle de D.

Preparation. Soit accommodé à l'entour du triangle un entour de 14 globes, egaux en pesanteur, en grandeur, & equidistans, comme D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, enfilez d'une ligne passant par leurs centres, ainsi qu'ils puissent tourner sur leurs susdits centres, & qu'il y puisse avoir 2 globes sur le costé B C, & 4 sur B A, alors comme ligne à ligne, ainsi le nombre des globes au nombre des globes: qu'aussi en S, T, V, soyent trois poincts fermes, dessus lesquels la ligne, ou le filet puisse couler, & que les deux parties au dessus du triangle soyent paralleles aux costez d'iceluy A B, B C; tellement que le tout puisse tourner librement & sans accrochement, sur lesdits costez A B, B C.

Demonstration.

Si le pouvoir des poids D, R, Q, P, n'estoit egal au pouvoir des deux globes E, F, l'un costé sera plus pesant que l'autre, donc (s'il est possible) que les 4 D, R, Q, P, soyent plus pesans que les deux E, F; mais les 4 O, N, M, L, sont egaux aux 4 G, H, I, K; parquoy le costé des 8 globes D, R, Q, P, O, N, M, L, sera plus pesant selon leur disposition, que non pas les 6, E, F, G, H, I, K, & puis que la partie plus pesante emporte la plus legere, les 8 globes descendront, & les autres 6 monteront: Qu'il soit ainsi donc, & que D vienne, où O est presentement, & ainsi des autres; voire que E, F, G, H, viennent, où sont maintenant P, Q, R, D, aussi I, K, où sont maintenant E, F: Ce neantmoins l'entour des globes aura la mesme disposition qu'auparavant, & par mesme raison les 8 globes auront le dessus en pesanteur, & en tombant feront revenir 8 autres en leurs places, & ainsi ce mouvement n'auroit aucune fin, ce qui est absurde. Et de mesme sera la demonstration de l'autre costé: La partie donc de l'entour D, R, Q, P, O, N, M, L, sera en equilibre avec la partie E, F, G, H, I, K; que si on oste des deux costez, les pesanteurs egales, & qui ont mesme disposition, comme sont les 4 globes O, N, M, L, d'une part, & les 4, G, H, I, K, d'autre part; les 4 restans D, R, Q, P, seront & demeureront en equilibre avec les 2 E, F; parquoy E aura un pouvoir double au pouvoir de D; comme donc le costé B A 2, au costé B C 1, ainsi le pouvoir de E, au pouvoir de D.

Conclusion. Si un triangle donc a son plan, &c.

Corollaire I.

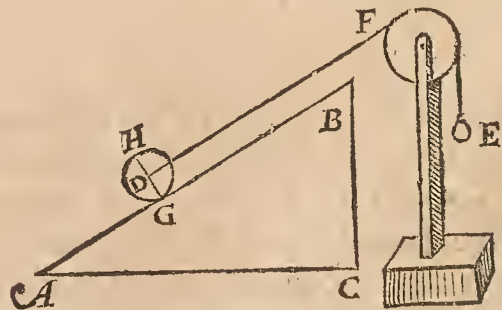
Soit A B C un triangle comme devant, & A B double à B C, & soit D un globe sur A B, double à E, qui est sur B C; en F soit un poinct ferme, par dessus lequel la ligne DFE puisse couler sans empeschement, ainsi que D F, F E soyent paralleles aux costez du triangle A B C, procedantes des centres des globes; il appert que D, E seront encor en equilibre, puis que cy-dessus P, Q, R, D, l'estoyent à E, F; parquoy comme A B à B C, ainsi le globe D au globe E.

Corollaire II.

Soit maintenant l'un des costez du triangle, comme BC (qui est moitié de l'autre A B) perpendiculaire à AC, comme cy joignant; le globe D, qui est double à E, sera encor en equilibre avec E, car comme le costé AB à BC, ainsi le globe D au globe E.

Corollaire III.

Soient derechef les mesmes posées, mais au lieu du poinct ferme F, soit adaptée une poulie comme icy, ainsi que D F demeure parallele à A B; & que E soit un

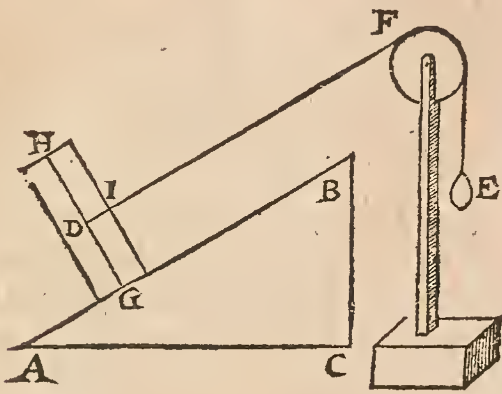


poids de quelle figure que ce puisse estre, egal en pesanteur à celuy de devant; iceluy avec D, seront encor en equilibre, parquoy comme A B à B C, ainsi D à E.

Corol-

Corollaire IV.

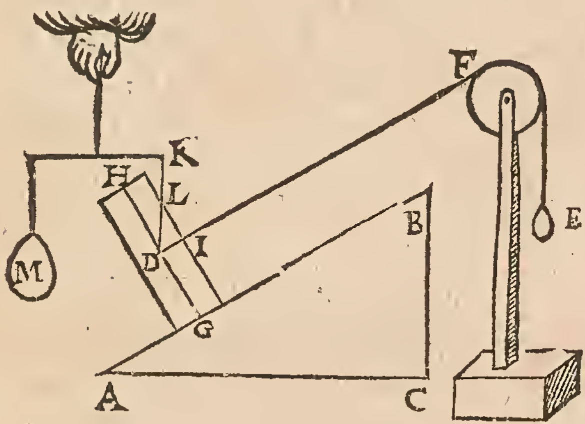
Veu qu'au globe D du troiſieſme corollaire, l'axe par G, comme G H, eſtoit perpendiculaire à A B, ſoit au lieu d'iceluy globe, mis un autre corps, comme icy D,



ayant ſon axe H G perpendiculaire auſſi à A B; & l'elevation oblique D F encore parallele à A B, coupant le coſté de la colomne en I, il appert que comme A B à B C, (double comme devant) ainſi la colomne D au poids E.

Corollaire V.

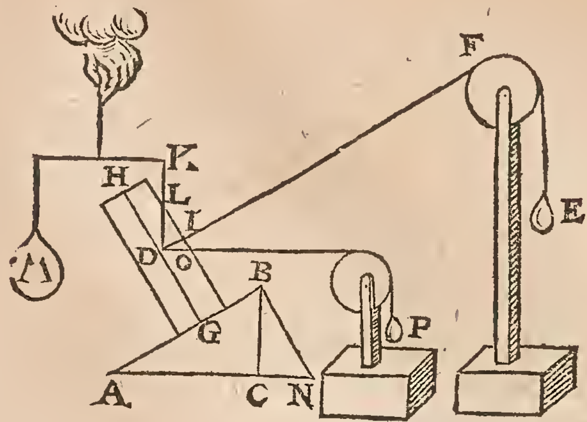
Soit icy menée une perpendiculaire par le centre de la colomne D, comme D K, coupant le coſté d'icelle en L; alors le triangle L D I ſera ſemblable au triangle A B C, car les angles A C B, & L I D ſont droits, & L D eſt parallele à B C, & D I à A B; parquoy comme A B



à B C, ainſi L D à D I: Mais comme A B à B C, ainſi la colomne au poids E, par le quatrieſme corollaire: Donc comme L D à D I, ainſi la colomne à E: Que ſi en K D on applique un elevant direct M, equilibre avec la colomne, il ſera egal en peſanteur à icelle, par la quatorſieſme propoſition: Et finalement comme L D à D I, ainſi M à E.

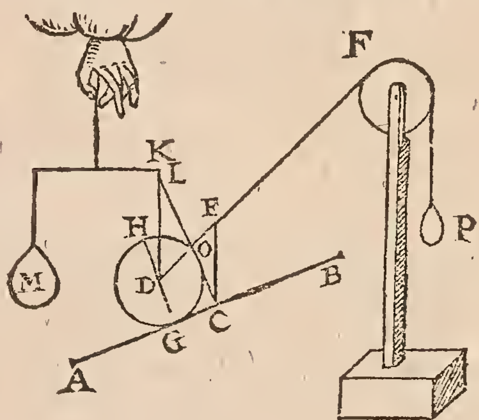
Corollaire VI.

Soit menée B N, coupant A C prolongée en N, & de meſme D O coupant L I prolongée en O, tellement que l'angle I D O ſoit egal à l'angle C B N, puis ſoit appliqué l'elevant direct P à D O, tenant la colomne en telle diſpoſition (ayant oſté les poids M, E) alors d'autant que L D eſt homologue à B A au triangle B A C; & D I, avec B C, il s'enſuit, que puis que B A à B C eſt comme le poids ſur B A au poids ſur B C, par le deuxieſme corollaire; qu'auſſi D L à D I, ainſi le poids appartenant à D L à celuy de D I, c'eſt comme M à E: Semblablement les trois lignes L D, D I, D O eſtans homologues aux trois A B, B C, B N; alors B A à B N eſtant comme les peſanteurs y appartenans, qu'auſſi L D à D O ſeront comme les peſanteurs y appartenans, c'eſt à dire comme M à P: Et de meſme ſeroit, ſi B N eſtoit de l'autre coſté de la perpendiculaire B C, aſſavoir entre AB, BC;



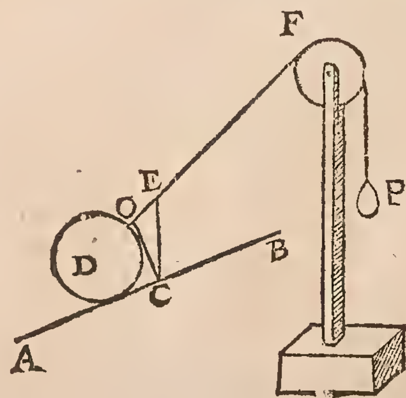
& ſemblablement D O entre D L & D I: Car ceſte proportion n'eſt pas ſeulement lors que l'elevation, comme D I, eſt perpendiculaire à l'axe, mais en toute ſorte d'angles.

Ce que deſſus peut auſſi eſtre entendu d'un globe ſur la ligne A B, comme icy joignant, là où nous dirons comme devant: Que comme L D à D O, ainſi M à P, (pourveu que C L ſoit en angles droits ſur A B, c'eſt à dire parallele à l'axe H G du globe D) & partant comme L D à D O, ainſi la peſanteur du globe, à P:



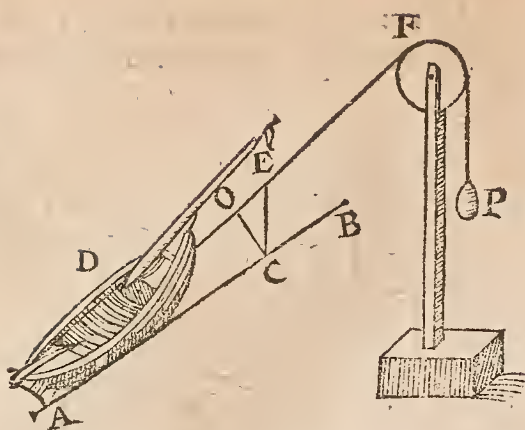
Mais puis que L D, D O ne peuvent pas bonnement eſtre tracées, au dedans du corps du globe, ſoit C E perpendicle, alors on aura un triangle C E O au dehors de ſa ſolidité, ſemblable à L D O: Dont les coſtez homologues ſont L D, C E, auſſi D O, E O; parquoy comme L D à D O, c'eſt à dire C E à E O, ainſi la peſanteur du globe, à P.

Soyent leſdites lignes à part pour plus ample declaration, comme cy joignant, où nous dirons que



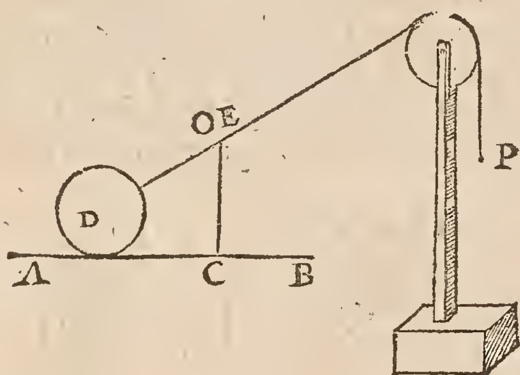
C E eſt à E O, ainſi la peſanteur du globe D à celle de P.

Et cela non pas ſeulement des globes, mais de toute autre ſorte de corps ſolides, coulans ou roulans, comme icy joignant (deſquels nous traiterons particulierement



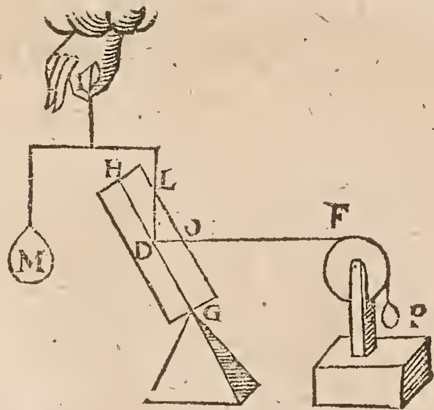
rement en la practique de Statique) où nous dirons aussi que comme C E à E O, ainsi le poids du corps solide D, au poids de P.

Il appert aussi, que la ligne A B estant parallele à l'horizon, comme icy joignant, que C E & C O, conviendront en une mesme ligne, & ainsi n'y aura nulle distance entre O, & E, & par consequent nulle raison de C E à E O, ce qui donne à entendre que la moindre pesanteur en P, quelle que ce soit, ne pourra estre en equi-



libre avec D, mais emportera & fera rouler D (entendant cecy selon la maniere de parler és Mathematiques) quelle pesanteur que D puisse avoir : D'où s'ensuit que toute pesanteur conduite le long d'un plan horizontal, comme bateaux flottans sur l'eau, chariots le long des plaines, &c. n'ont pas besoing seulement pour les faire mouvoir, de la force d'une mouche, sinon qu'à cause des empeschemens, que font l'eau, l'air, le frottement des rouës, & le choquement des mesmes contre le pavé mal uny, aussi le frottement de l'essieu dedans le moyeu, & choses semblables.

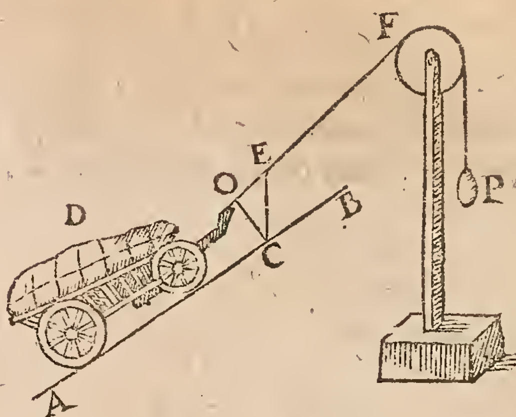
Mais d'autant que le triangle A B N du sixiesme corollaire, ne cause aucun changement en ceste proportion, ostons le doresnavant, prenant G pour poinct fer-



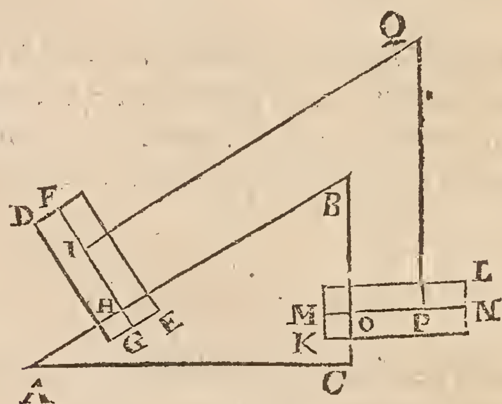
me de la colomne, reposant comme icy joignant sur la poincte ou sommet d'une pyramide, & dira-on encor comme devant, que comme L D à D O, ainsi M à P.

Corollaire VII.

Or afin qu'on voye que ceste proportion ne consiste pas seulement en ce que l'elevation directe D L, vienne du centre de la colomne, & que le poinct ferme soit à l'extremité de l'axe, comme cy-dessus en G au sixiesme



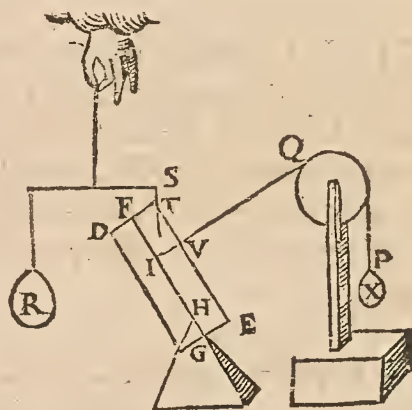
corollaire. Soit A B C un triangle, dont le costé A B soit double à B C, & B C soit perpendicle à A C : Et soit D E une colomne, dont l'axe F G est perpendiculaire sur A B, & coupant A B au poinct H, de plus soit I quelque poinct en l'axe, & K L une autre colomne egale



& semblable à la precedente D E, & O un poinct de l'axe touchant B C, & de mesme disposition en sa colomne que H à la sienne: soit aussi P un autre poinct de telle disposition à la colomne K L, que I à D E; & Q un poinct ferme, par dessus lequel la ligne I Q P, puisse couler & demeurer parallele à A B C : Alors pour les raisons deduites à la 19 proposition des 14 globes, (ce que nous pourrions aussi faire avec plusieurs colomnes;) la puissance de disposition du poids K L sera double, à celle du poids D E.

Corollaire VIII.

Soit adapté l'elevant direct R, au poinct I du septiesme corollaire; sa ligne d'elevation directe soit I S coupant la colomne en T; & I Q la colomne en V; & soit



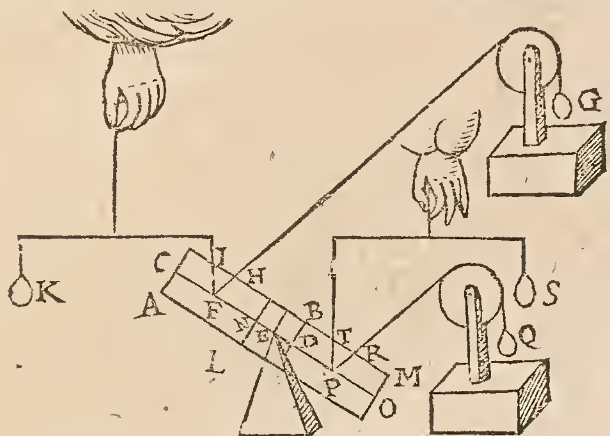
X au lieu de la precedente colomne K L, egal à la moitié du poids de la colomne susdite K L; Soit aussi osté le triangle A B C, que la colomne repose sur la poincte H, comme icy : Et pour les precedentes raisons, comme T I à I V, ainsi R à X. Et ce non pas seulement lors que I V est perpendicle sur l'axe F G, mais oblique ainsi qu'il advient: ce qu'on pourroit aussi demonstrer particulierement, n'estoit que le tout est manifesté suffisamment par le sixiesme corollaire.

Corollaire IX.

Nous avons declaré ceste proportion au huictiesme corollaire, là où le poinct mouvant I estoit plus haut que le ferme H, & où la ligne d'elevation oblique I V se te-

ſe tenoit du coſté du poinct ferme H ; nous demonſtrerons maintenant que la meſme proportion eſt aux autres diſpoſitions;& premierement où le poinct mouvāt eſt plus bas que le ferme, & là où la ligne d'elevation oblique ſe deſtourne du poinct ferme,en ceſte maniere.

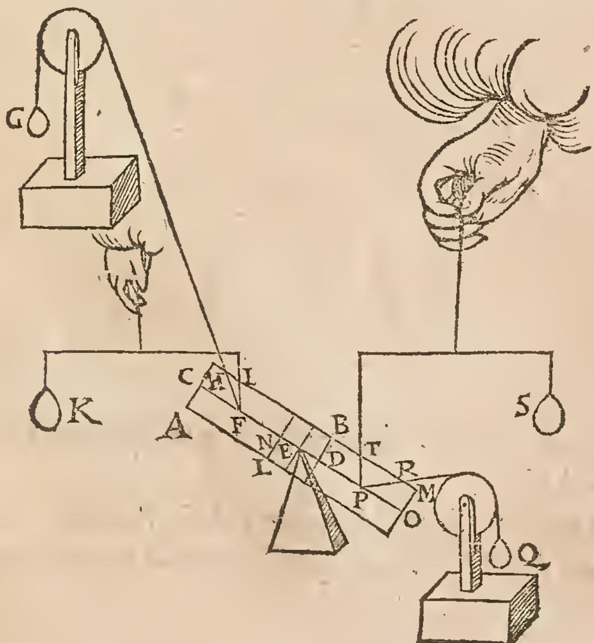
Soit A B une colomne, dont E poinct ferme a l'axe C D, & le poinct mouvant F; auſſi l'elevant oblique qui la tient en telle diſpoſition ſoit G, ſa ligne F H, & F I l'elevation directe, & K ſon poids. Soit L M auſſi une colomne, egale & ſemblable à la colomne A B, ſon axe N O, poinct ferme E, & poinct mouvant P, ainſi que E N & E D ſoyent egales, & E F à E P, auſſi l'elevant oblique Q, egal à G; ſa ligne P R ſoit parallele à F H; auſſi l'elevant droit S ſoit egal à K, ſa ligne



d'elevation directe P T : Ce qu'eſtant ainſi, prenons que A M ſoit une colomne, ſon centre de gravité & poinct ferme ſera E par l'hypotheſe : Oſtons les poids K, G, S, Q, lors la colomne A M tiendra ſur E toute ſorte de diſpoſition qu'on voudra par la 7 propoſition: il demeurera donc ainſi, & les colomnes AB, LM ſeront equiponderantes: remettons les poids Q, G, leſquels attachez de meſme à choſes equiponderantes, & de meſme diſpoſition, alors par la 13 propoſition Q, G agiront egalement à la colomne A M; & partant Q agira tellement à ſa colomne L M, que G à la ſienne A B; mais la peſanteur de G eſt de tenir A B en telle diſpoſition, par le ſixieſme corollaire; donc la peſanteur de Q, ſera de tenir L M en telle diſpoſition; & de meſme K de tenir A B, ainſi donc la peſanteur de S pourra tenir la colomne L M en telle diſpoſition : Or comme I F à F H, ainſi K à G par le huictieſme corollaire : mais T P eſt egale à I F, & P R à F H, auſſi S à K, comme auſſi Q à G: & partant comme T P à P R, ainſi S à Q. D'où ſe conclud, que ceſte proportion eſt auſſi bien aux exemples, qui ont le poinct mouvant P, plus bas que le poinct ferme E, & où l'elevation oblique P R ſe deſtourne du poinct ferme E, lequel eſt là plus haut, & la ligne d'elevation oblique tire du coſté du poinct ferme; comme nous avons dit.

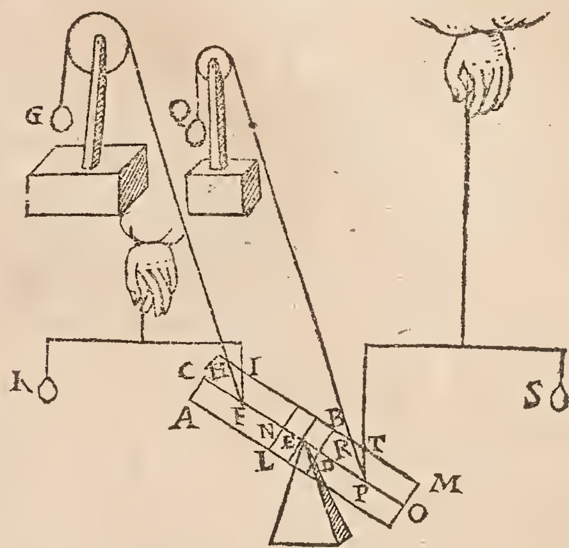
COROLLAIRE X.

Que la figure preſente ſoit de meſme que la precedente, excepté qu'icy F H ſe deſtourne de F I de l'autre coſté, & que l'angle H F C eſt egal à R P O, d'où vient que G agit autant en la colomne A M que Q, & pour les raiſons du neufieſme corollaire G agit autant à la colomne A B, que Q à la colomne L M; maintenant par le neufieſme corollaire T P à P R, ainſi S à Q; & puis que I F eſt egale à T P, & F H à P R, & K à S, & G à Q, alors comme I F à F H, ainſi K à G.



COROLLAIRE XI.

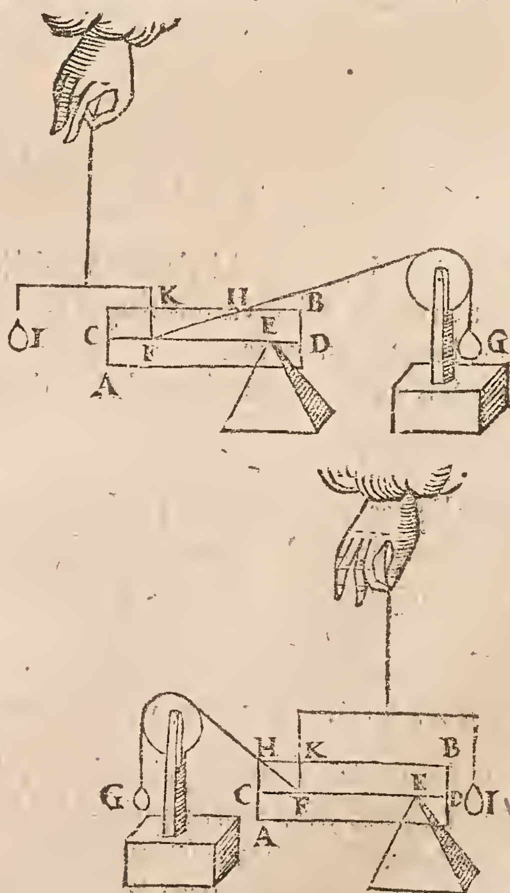
Que la figure preſente ſoit auſſi de meſme que la precedente, excepté qu'icy P R eſt de l'autre coſté de P T, & P R parallele à F H, d'où s'enſuit que Q agit autant que G à la colomne A M, & pour les raiſons du neufieſme corollaire, Q agit de meſme à L M, que



G à A B: Or comme I F à F H, ainſi K à G, par le ſixieſme corollaire; & d'autant que T P eſt egale à I F; & P R à F H, & S à K, & Q à G, alors T P à P R, ainſi S à G : Et pareillement on demonſtrera que ladite proportion eſt aux autres diſpoſitions par leurs contraires.

COROLLAIRE XII.

Or que ceſte proportion convienne auſſi à la diſpoſition, où l'axe eſt parallele à l'horizon, il eſt manifeſte comme s'enſuit : Soit A B une colomne, & l'axe C D parallele à l'horizon, E poinct ferme, F mouvant;



G elevant oblique, tenant la colomne en ceſte diſpoſition, ſa ligne F H, & I elevant droit, tenant auſſi la colomne en tel eſtat ſa ligne F K. Ce qu'eſtant icy poſé, poſons maintenant, s'il eſtoit poſſible, que K F à F H

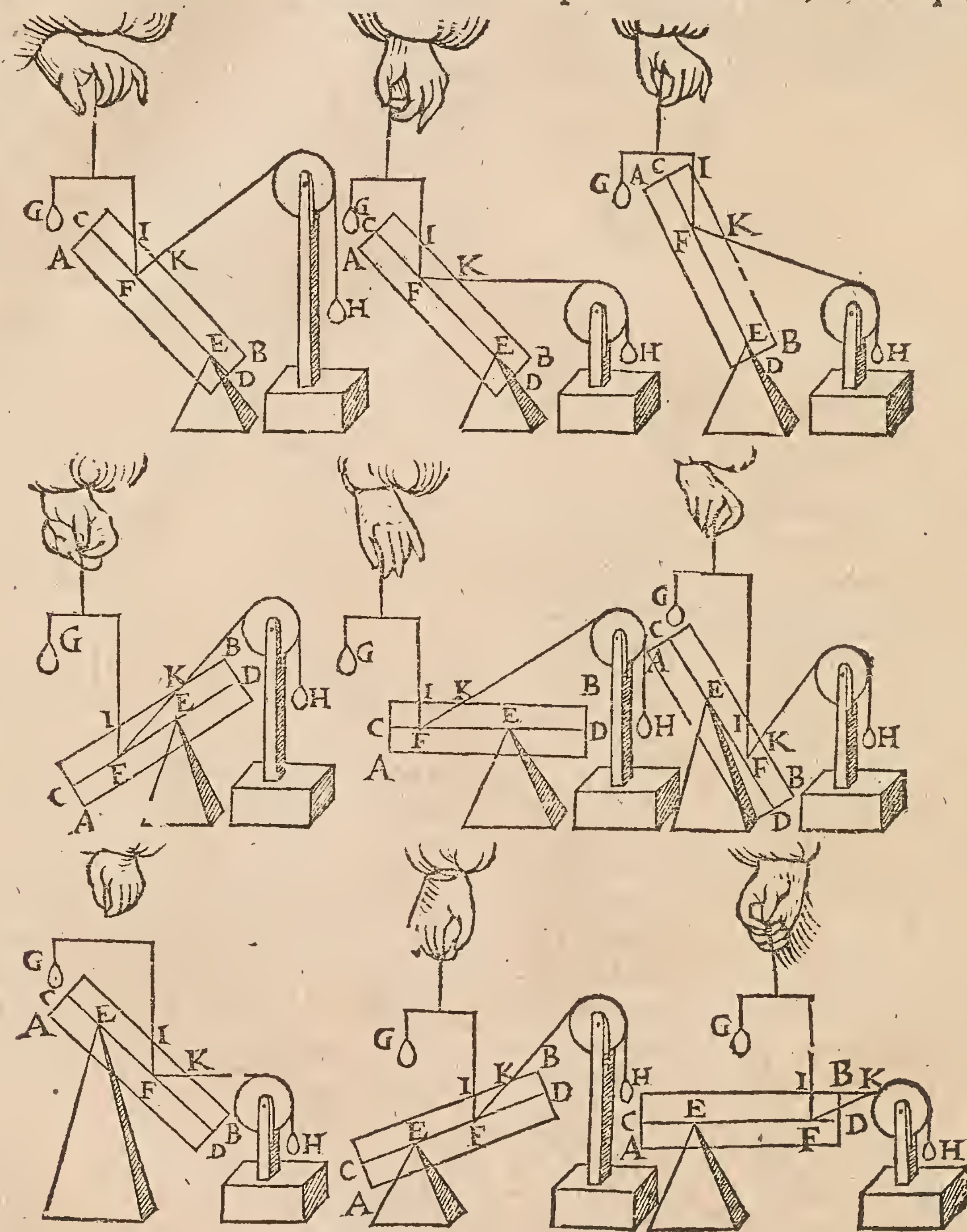
aye une autre raiſon, que I à G : Et par exemple, K F à F H, ſoit comme 1 à 2; mais I à G, comme 3 à 7 : Puis ayant abaiſſé la colomne de la premiere figure, ou hauſſé celle de la ſeconde, tant que K F à F H ſoit comme 3 à 7, alors G ſera en equilibre avec la colomne par les precedens corollaires : Tellement que la colomne eſtant elevée ou deprimée, G y demeurera en equilibre: ce qui eſt manifeſtement impoſſible, comme il ſera auſſi demonſtré Mathematiquement par la 22 propoſition ſuivante. K F donc à F H n'a autre raiſon, que I à G.

De toutes les choſes precedentes nous deſcrirons le theoreme ſuivant.

THEOREME XII. PROPOSITION XX.

S'il y a dans l'axe de la colomne un poinct ferme, & un mouvant, auquel il puiſſe eſtre tenu en quelque diſpoſition par le moyen d'un elevant direct : Comme la ligne d'elevation droite à la ligne d'elevation oblique, ainſi l'elevant direct à l'elevant oblique.

Le donné. Soit A B une colomne, ſon axe C D, E poinct ferme, F mouvant, laquelle ſoit ainſi ſouſtenue par l'elevant droit G, comme auſſi par l'elevant oblique H (lors que G n'y eſt pas) puis l'elevation droite coupe la colomne en I, & l'oblique en K : je dis, que



comme l'elevation droite I F à l'elevation oblique F K, ainſi l'elevant droit G, à l'elevant oblique H; ce qui eſt manifeſte par les precedentes.

Concluſion. S'il y a donc dans l'axe de la colomne, &c.

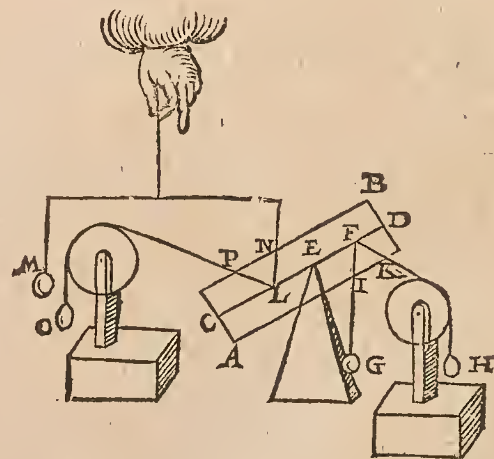
NOTEZ.

Si quelques lignes, comme I F, F K, ne coupoyent pas le coſté de la colomne, on les prolongera juſques à ce qu'elles le coupent, comme en la derniere figure precedente.

THEOREME XIII. PROPOSITION XXI.

S'il y a dans l'axe de la colomne un poinct ferme, & un mouvant, auquel il puiſſe eſtre tenu en quelque diſpoſition, tant par un deprimant direct qu'oblique : Comme la ligne de depreſſion droite à l'oblique, ainſi le deprimant droit à l'oblique.

Le donné. Soit A B une colomne, & dans l'axe C D ſoyent les poincts E ferme, & F mouvant, auquel eſtabliſſant deux poids deprimans, comme G direct & H oblique, tellement que chacun d'iceux la puiſſe tenir en ceſte diſpoſition, puis les lignes de depreſſion ſoyent la droite F I & F K l'oblique.



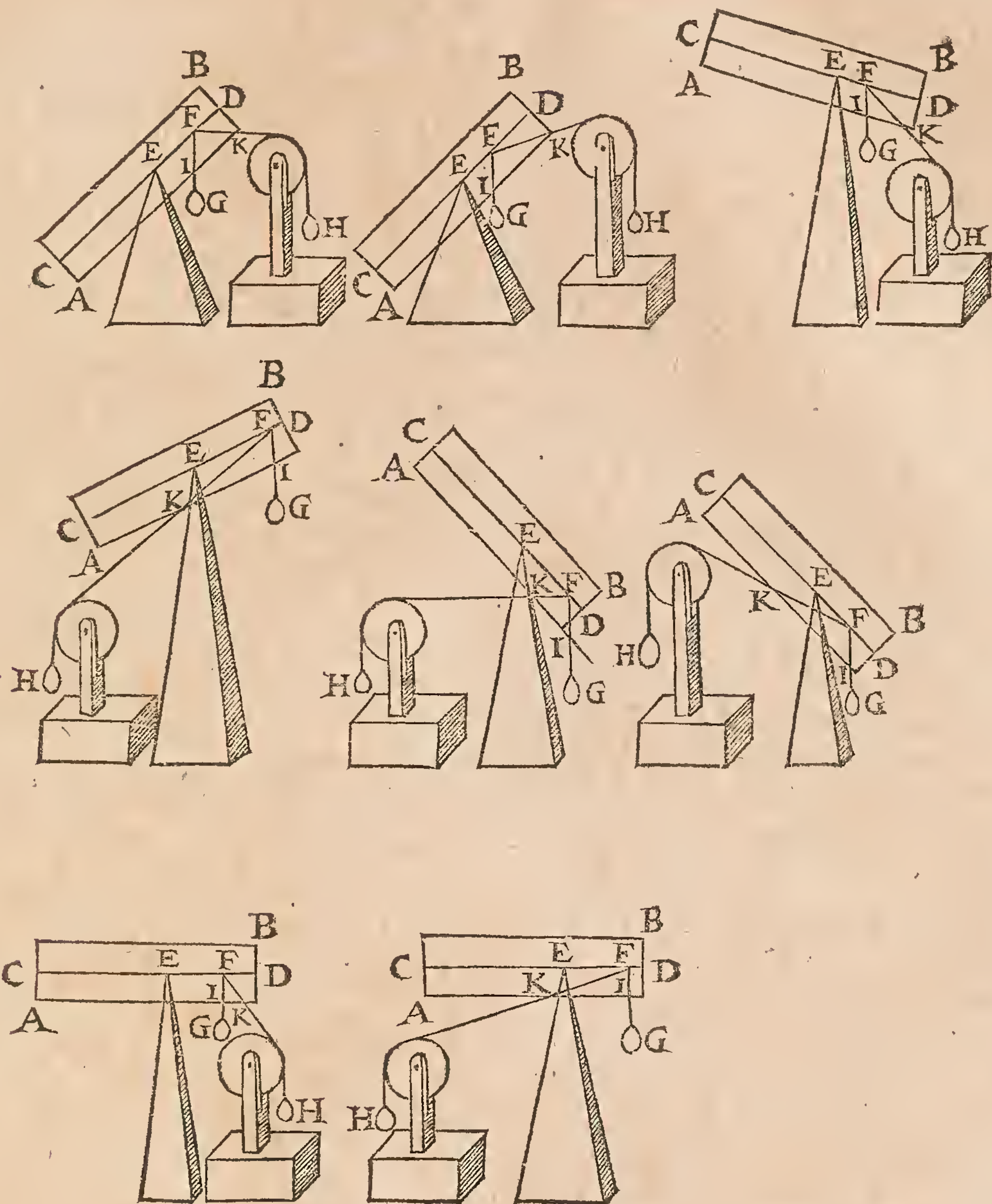
Le requis. Il faut demonſtrer que comme I F à F K, ainſi G à H.

Preparation. Soit E L egale à E F, & eſtabliſſant à L l'elevant directe M, qui puiſſe tenir la colomne en telle diſpo-

diſpoſition, dont L N l'elevation directe : Semblablement un elevant oblique O en L, & L P ſera ſon elevation oblique, tellement qu'il puiſſe auſſi tenir la colomne en telle diſpoſition, & que P L ſoit parallele à F K.

Demonstration.

Comme N L à L P, ainſi M à O, par la 20 propoſition. Or G & M agiſſent egalement à la colomne par la 13 propoſition, comme auſſi H & O : Parquoy com-



me I F à F K, ainſi G à H, d'autant que I F & L N ſont egales, comme auſſi P L & F K : Et ſemblable ſera la demonſtration des autres diſpoſitions, comme aux figures ſuivantes.

Concluſion. Si dans l'axe de la colomne, &c.

Probleme IX. Proposition XXII.

Si dans l'axe de la colomne donnée, y a deux poincts, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colomne en une diſpoſition donnée : Cognoiſtre ledit poids.

Le donné. Soit A B C D une colomne, peſante 6 ℔, departie comme en la 1 propoſition : Et les poincts donnez, X ferme, S mouvant, auquel y a un poids incognu Y elevant oblique, equilibre avec la colomne, & ſa ligne coupe le coſté de la colomne A B en OE.

Le requis. Il faut trouver combien l'elevant oblique Y peſe.

Constrvction.

On verra quel elevant direct en S, pourroit tenir la colomne en ceſte diſpoſition, lequel ſera trouvé par la 14 propoſition de 4 ℔ : Et puis on cerchera quelle raiſon il y a de quelque perpendicle, comme Z Æ à Z OE, je prens que ce ſoit comme 2 à 1, d'où faudra dire, ſi 2 donne 1, combien l'elevant droit 4 ℔ ? viendra pour Y 2 ℔, & autant peſe-il.

Preparation. Soit menée une perpendiculaire par S, comme A S.

Demonstration.

Comme A S à S OE, ainſi l'elevant droit à l'oblique Y, par la 20 propoſition ; mais le triangle OE Z Æ eſt ſemblable à OE S A ; comme donc A S à S OE, ainſi Æ Z à Z OE : & partant comme Æ Z 2 à Z OE 1, ainſi l'elevant droit 4 ℔ à Y, qui peſera donc 2 ℔ ; ce qu'il falloit cognoiſtre : Et ainſi de tous autres.

Concluſion. Si donc dans l'axe de la colomne donnée, y a deux poincts, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colomne en une diſpoſition donnée : cognoiſtre ledit poids.

Notez I.

Nous euſſions peu dire en la conſtruction, A S 2 donne S OE 1, combien l'elevant droit 4 ℔ ? eut venu pour Y 2 ℔ ; mais d'autant qu'on ne peut tracer ces lignes A S, S OE dans le corps ſolide, pourtant auſſi on a mené la perpendiculaire Z Æ exterieurement.

Notez

NOTEZ II.

Il est aussi manifeste que des 4 termes, comme elevant droit, elevation directe, elevation oblique, & la colomne, si 3 sont cognus, que le 4 quelconque sera notoire; ce qui se peut faire par raison inverse ou alterne.

THEOREME XIV. PROPOSITION XXIII.

Les poids egaux, desquels les lignes font des angles egaux à l'axe à dextre & à senestre, venans d'un mesme poinct agissent egalement à la colomne.

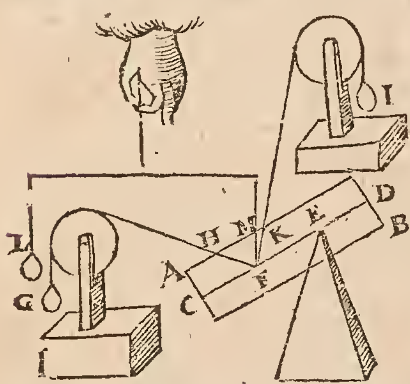
Le donné. Soit A B une colomne, son axe C D, auquel il y a un poinct ferme E, & mouvant F, d'où sont establis diversement deux poids G, I; desquels les lignes H F, F K, font des angles egaux C F H, D F K à dextre & à senestre.

Le requis. Il faut demonstrer que les poids G, I agissent egalement, assavoir que si G peut tenir la colomne en telle disposition, qu'aussi fera I.

Preparation. Soit adapté en F un elevant droit I, qui tienne seul la colomne en la mesme disposition, que G seul.

DEMONSTRATION.

D'autant que H K & C D sont paralleles, & les angles H F C, K F D egaux par l'hypothese, il s'ensuit que les lignes H F, F K seront egales; & partant qu'elles auront mesme raison à une tierce M F; assavoir que comme M F à F H, ainsi M F à F K; mais comme M F à F H, ainsi L à G, ou bien L à I (car G & I sont posez egaux:) Donc comme M F à F K, ainsi L à I; & par consequent I seul tiendra aussi la colomne A B en mesme disposition que G seul, & partant ils agiront egalement en la colomne, & semblable sera la demonstration és autres exemples.



Conclusion. Les poids donc egaux, desquels, &c.

THEOREME XV. PROPOSITION XXIV.

Les poids desquels les lignes sont à angles droits sur l'axe, agissent alors le plus sur la colomne en quelle disposition que ce soit.

Le donné. Soit A B une colomne, l'axe C D, le poinct ferme E, le mouvant F, & G un poids, duquel la ligne F H est perpendiculaire à l'axe C D; & tenant la colomne en telle disposition; puis soit un autre poids I egal à G, mais faisant avec sa ligne K F un angle oblique à l'axe C D, & au mesme poinct F.

Le requis. Il faut demonstrer que I ne pourra tenir la colomne en telle disposition, comme n'agissant pas tant que G, nonobstant qu'ils soyent egaux en poids; pource que sa ligne K F fait un angle oblique à l'axe.

Preparation. Soit adapté un poids L, elevant direct, tenant la colomne en la mesme disposition, que fait G.

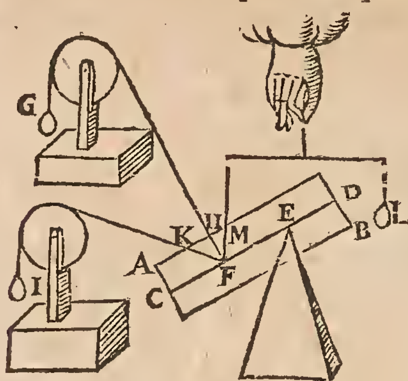
DEMONSTRATION.

A. *Tout poids qui a moindre raison à L, que sa ligne, à F M, est trop leger pour tenir la colomne en telle disposition, par la 20 proposition.*

I. *Le poids I a moindre raison à L, que K F à F M.*

I. *Le poids I donc est trop leger pour tenir la colomne en telle disposition.*

La demonstration de la mineure est telle. Le poids G a telle raison à L, que H F à F M; d'autant que G tient la colomne en telle disposition, aussi L tout seul: Et puis que G & I sont egaux, alors I à L sera comme H F à F M: mais pource que F H est perpendiculaire à C D, ou A M, K F sera majeure à F H, par la 47 proposition du premier livre *d'Euclide*; & ainsi H F à F M (qui est I à L) sera moindre raison, que non pas K F à F M; c'est à dire que I a moindre raison à L, que sa ligne K F à F M. Parquoy I sera trop leger pour tenir la colomne en telle disposition.



Conclusion. Les poids desquels, &c.

THEOREME XVI. PROPOSITION XXV.

Si une colomne est suspendue par deux lignes non paralleles, icelles produictes se rencontreront dans la perpendicle de gravité de la colomne.

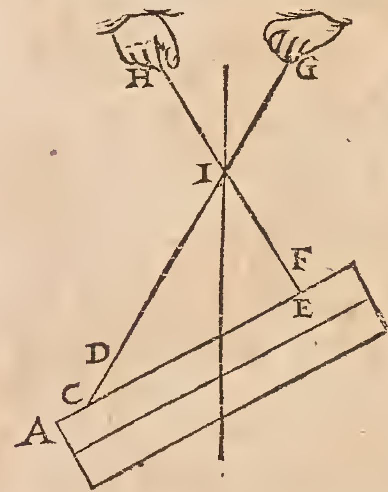
1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B une colomne, suspendue ou attachée aux deux lignes C D, E F; lesquelles produites se rencontrent en I.

Le requis. Il faut demonstrer que le poinct I est en la perpendiculaire de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

L'angle F E C, ou I E C, ou H E C est le mesme, aussi D C E, I C E, ou G C E; parquoy quelques poincts qu'on prenne à chaque ligne H E & C G pour suspendre la colomne, elle se tiendra en mesme disposition; mais estant suspédue au poinct I, qui est un poinct commun és deux lignes C G, H E, la perpendiculaire passant par I sera perpendiculaire de gravité de la colomne; le poinct I sera donc en ceste perpendiculaire de gravité.



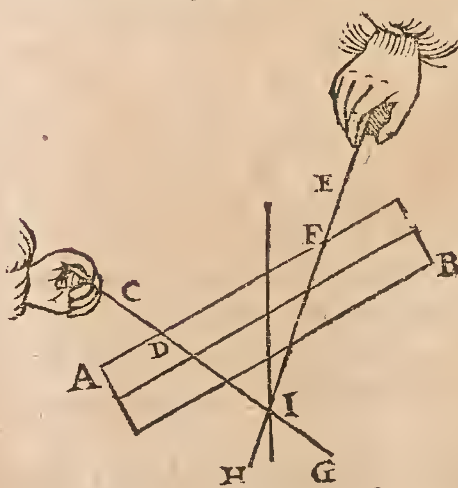
2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B une colomne attachée aux lignes non paralleles C D, E F, lesquelles produites se rencontrent en I.

Le requis. Il faut demonstrer que I est en la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Prenons que D G, F H soustiennent la colomne, lesquelles par la 2 petition ne rompent ny ne plient, elles agiront egalement sur la colomne, comme C D, E F: car elles tiennent la colomne en la mesme disposition, en une façon aussi bien qu'en l'autre; & quelques poincts qu'on prenne dans D G, F H pour soustenir la colomne, ce sera tousiours



touſiours la meſme choſe; que ce ſoit I poinct commun qui ſouſtienne la colomne, il ſera dans la perpendicle de gravité de la colomne : donc I ſera dans ladite perpendicle de gravité.

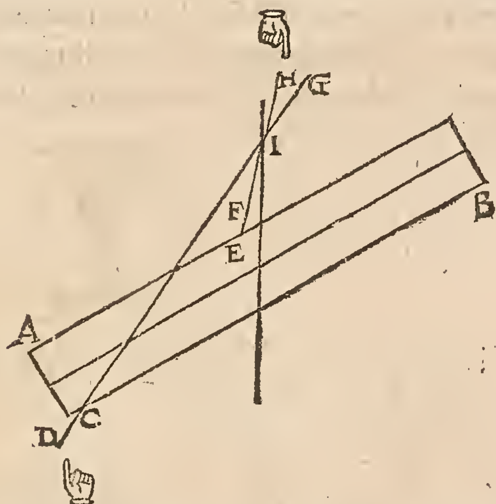
3 Exemple.

Le donné. Soit A B une colomne, comme devant, ſouſtenue par la ligne de depreſſion oblique C D, & d'elevation oblique E F, leſquelles produites ſe coupent en I.

Le requis. Il faut demonſtrer que I eſt dans la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Prenons que G C pouſſe la colomne, aſſavoir au lieu que C D la tire, que G C la pouſſe en bas : & au lieu de G C, on pourra prendre de C juſques à un poinct pris à la volonté entre C & G : & auſſi entre E & H, pour



tenir la colomne en meſme diſpoſition, ſoit I commune extremité. La colomne eſt donc tenuë par iceluy en ſa diſpoſition donnée, & attachant la colomne au poinct ſeul I ; telle perpendiculaire par I, ſera perpendicle de gravité, en laquelle eſt I.

4 Exemple.

Le donné. Soit A B une colomne, tenuë en telle diſpoſition par les lignes obliques, comme C D de depreſſion, & de E F d'elevation ; les meſmes produites ſe rencontrent en I.

Le requis. Il faut demonſtrer que I eſt en la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Poſons que H E ſupporte la colomne, laquelle avec la ligne de depreſſion oblique C D I tient la colomne en telle diſpoſition : La colomne donc eſt ſouſtenuë par le ſeul poinct I ; parquoy la perpendicle par I, eſt la perpendiculaire de gravité: donc les lignes C D, F E ſe rencontrent en la perpendicle de gravité de la colomne A B.

Concluſion. Si une colomne eſt ſuſpendue par deux lignes non paralleles, icelles produites ſe rencontreront donc dans la perpendicle de gravité de la colomne, comme il a eſté propoſé.

THEOREME XVII. PROPOSITION XXVI.

SI l'une des deux lignes, eſquelles la colomne eſt ſuſpendue, eſt perpendicle ſur l'horizon, l'autre y ſera auſſi perpendiculaire : que ſi l'une eſt oblique à l'horizon, auſſi ſera l'autre : ſi l'une auſſi ſe tourne vers l'autre, l'autre auſſi ſe tournera vers celle-cy : & ſi l'une ſe deſtourne de l'autre, l'autre ſe deſtournera auſſi de celle-cy.

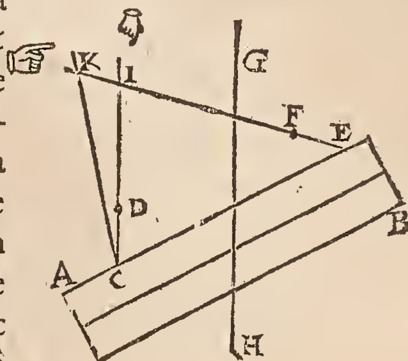
Le donné. Soit A B une colomne pendante à deux lignes, l'une C D perpendiculaire à l'horizon, l'autre E F (s'il eſtoit poſſible) oblique à l'horizon, & G H ſoit la perpendicle de gravité de la colomne.

Le requis. Il faut demonſtrer le contenu de la propoſition.

Preparation. Soyent C D, E F produites ſe coupant en I.

DEMONSTRATION.

Si la colomne ſe tient par les lignes C D, E F, elle ſe tiendra par tous les poincts fermes qu'on y pourroit prendre, d'autant que les angles I C E & I E C ne changent pas : Parquoy prenant I pour le poinct ferme commun, la colomne demeurera pendue en la meſme diſpoſition, & I C ſera perpendicle de gravité ; ce qui eſt impoſſible, car G H eſt ſa parallele ; & ſemblable ſera la demonſtration lors que E F ſe tourne de l'autre coſté : Si donc I C eſt perpendicle à l'horizon, F E n'y ſera



pas oblique, & partant y ſera auſſi perpendicle : Si auſſi E F y eſt oblique, l'autre y ſera auſſi oblique. D'avantage, veu que E F ſe tourne vers le coſté A, l'autre ligne ſe doit tourner vers E F ; car ſoit (s'il eſtoit poſſible) qu'elle s'en deſtourne, comme icy C K, coupant E F en K : tellement que pour les raiſons cy-devant dites, la perpendicle par K ſera la perpendiculaire de gravité ; ce qui eſt plus abſurde que la precedente en I : La ligne donc par C ſe doit tourner vers E F, ne pouvant eſtre parallele à icelle, ny ſe tourner d'autre coſté : De meſme pourroit-on demonſtrer, que ſi E F ſe deſtourne de l'autre, que ceſt autre ſe deſtournera de E F.

Concluſion. Si donc l'une des deux lignes, &c.

THEOREME XVIII. PROPOSITION XXVII.

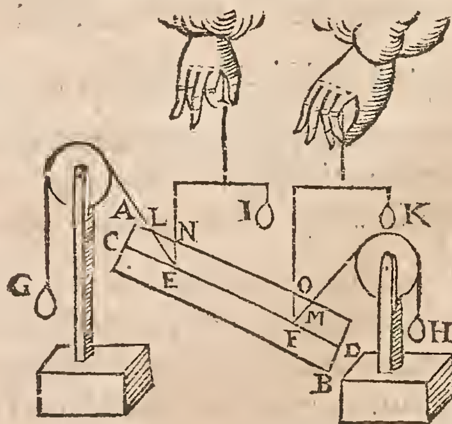
SI une colomne eſt penduë en equilibre à deux elevans obliques : Comme la ligne d'elevation oblique, à la ligne d'elevation droite, ainſi chaque elevant oblique à ſon elevant direct.

Le donné. Soit A B une colomne, ſon axe C D, & deux poincts en icelle E, F, où ſont attachez deux poids obliques elevans G, H en telle diſpoſition, leurs lignes E L, F M ; puis deux elevans directs I, K, leſquels la ſouſtiennent eux deux auſſi en meſme diſpoſition.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme L E à E N, ainſi G à I, & que comme M F à F O, ainſi H à K.

DEMONSTRATION.

Prenons F pour poinct ferme, E pour mouvant ;



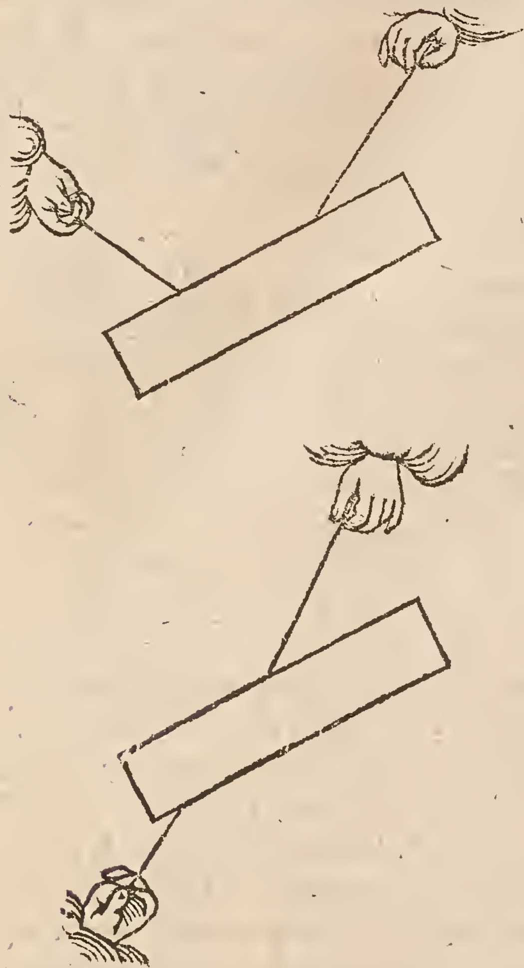
alors par la 20 propoſition, comme L E à E N, ainſi G à I : Prenons maintenant E pour ferme, & F mouvant ;

vant; & par ladite 20 proposition, comme M F à F O, ainsi H à K.

Conclusion. Si une colomne est donc pendue en equilibre, &c.

COROLLAIRE.

Il appert que si une colomne est attachée par deux lignes non paralleles, comme icy joignant, qu'on



pourra cognoistre combien chaque ligne soustiendra, ou de quelle force chaque ligne agira.

ALB. GIRARD.

Pour trouver quelle pesanteur il vient sur chaque ligne oblique, ou en quelle raison; Ie dis que les poids G à H sont en raison, comme L E à F M, joinct la raison de M O à N L, en la premiere figure precedente; ou au lieu de dire M O à N L, (en marquant au centre de la colomne la lettre Z) on pourroit dire F Z à Z E; partant comme G à H, ainsi L E à F M; joinct la raison de F Z à Z E; ce qui est notoire par les 17 & 20 propositions: Mais cecy se verra plus amplement en la Statique des cordages cy-apres.

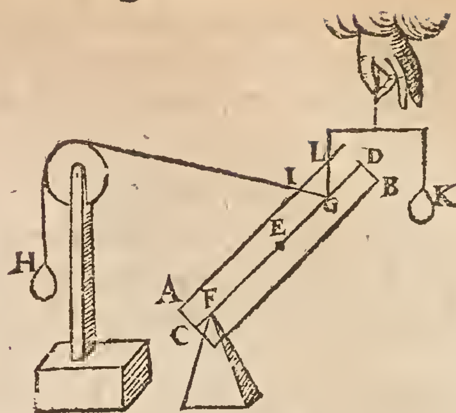
NOTEZ.

Nous avons pris une colomne en plusieurs exemples des propositions de ce livre, comme la plus convenable figure pour declarer nostre dessein, aussi par les poincts ferme & mouvant dans l'axe: Nous demonstrerons en ceste derniere proposition, que les regles desdites propositions sont generales en toutes figures, & les poincts fermes & mouvans, où ils pourront eschoir.

THEOREME XIX. PROPOSITION XXVIII.

Toutes les proportions descrites cy-devant de la colomne aux poids qui y sont attachez, & de leurs lignes: Les mesmes sont de tout autre solide, aux poids y attachez, & de leurs lignes.

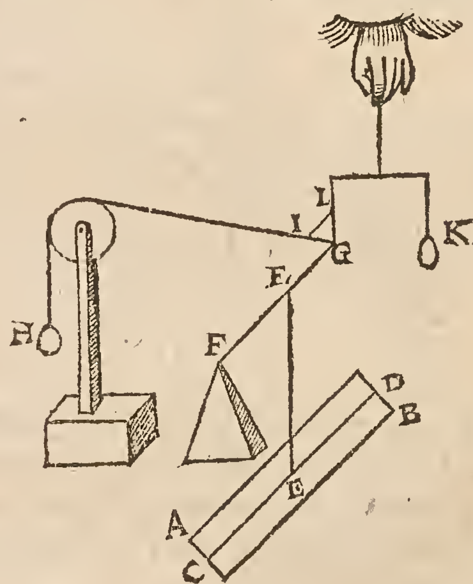
Le donné. Soit pris l'exemple de la proportion mentionnée en la 20 proposition, en ceste sorte. Soit A B une colomne, son axe C D, E centre de gravité, F poinct ferme, & G mouvant, auquel soit adapté l'elevant oblique H, & le direct K, chacun pouvant tenir la colomne en ceste disposition, leurs lignes G I, G L: où la proportion est, comme I G à G L, ainsi H à K.



Le requis. Il faut demonstrer que ceste proportion n'est pas seulement pour la colomne A B, mais pour toute autre figure, comme il eschoit.

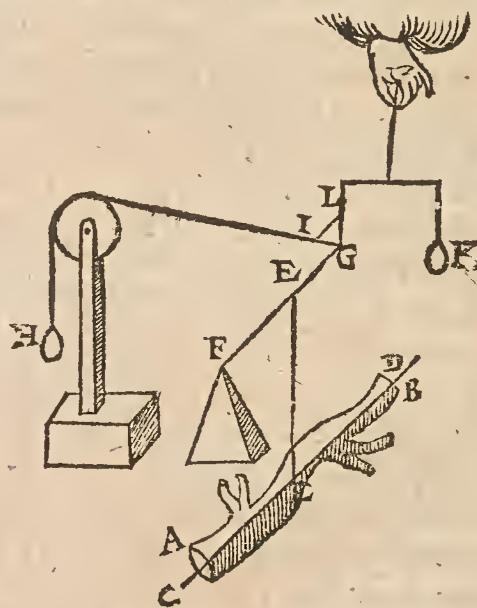
DEMONSTRATION.

Abaissons la colomne (F G, I L demeurans en leur lieu) tellement qu'elle demeure suspendue en son centre de gravité E, dont la disposition soit comme icy



joignant: Et par la troisiesme petition, la colomne ne causant aucune alteration aux poincts F, G, tout demeurera encor en equilibre; parquoy comme I G à G L, ainsi H à K.

Puis soit la figure de la colomne changée en une autre irreguliere quelconque, seulement que la mesme pesanteur demeure, comme icy A B; dont E soit cen-



tre de gravité (lequel centre de gravité sera trouvé mechaniquement comme on verra en la practique suivante) ainsi le tout demeure encor en equilibre; partant comme I G à G L, ainsi H à K, comme devant.

Soit puis apres relevé ledit corps irregulier A B, jusques à ce que la ligne C D soit en F G, comme icy, tout demeure encor en equilibre, veu que par la 3 petition le poids plus haut, ou plus bas, n'altere en rien à sa

à sa pesanteur, & partant I G à G L sera encor comme H à K. La proportion donc de la 20 proposition n'est pas particuliere pour les colomnes, mais generalement pour toutes soliditez regulieres ou irregulieres. Et semblable pourra estre la demonstration generale des autres proposit. qui prennent la colomne pour subject.

Conclusion. Toutes les proportions donc descrites cy-devant de la colomne aux poids qui y sont attachez, &c.

COROLLAIRE.

Il est notoire aussi que les poincts donnez, comme F, G, ne doivent estre de necessité dans la ligne C D, mais où il eschoit, comme par exemple aux extremitez du corps M, N; car prolongeant la ligne I N, jusques à la ligne droite C D, que je pose venir en G, & de mesme menant une perpendicle par M, jusques à la ligne C D, que je pose venir en F, la susdite proportion, assavoir I G à G, comme H à K, sera encor semblable.

Fin du premier livre de la Statique.

DEUXIESME LIVRE

DE LA STATIQVE,

TRAITANT

De l'invention du centre de gravité.

AV premier livre nous avons pris és exemples une colomne, dont le centre de gravité sans contredit est fort facile à trouver; ce qui n'est pas ainsi és autres figures, quoy qu'il se puisse trouver mechaniquement par une simple maniere, comme on verra en la pratique de la Statique, proposition premiere: Mais la maniere Mathematique est toute autre, redigée premierement par escrit par Archimedes *és plans, & puis par* Frederic Commandin *és solides, à quoy nous adjoindrons les nostres, & le tout selon nostre style; lesquelles choses sont necessaires, tant à l'Hydrostatique, qu'au traité de la practique suivante, & seront icy descrites & rangées sous le titre du deuxiesme livre des Elemens Statiques: Nous tiendrons aussi les definitions des figures pour cognuës.*

PREMIEREMENT DE L'INVENTION DU CENTRE DE GRAVITE DES PLANS.

SI les figures planes avoyent quelque pesanteur, ou si on vouloit faire demande particuliere de conceder qu'elles en eussent à raison de leur grandeur, on pourroit proprement parler de leur centre de gravité, de leur diametre de gravité, &c. Mais d'autant qu'elles n'en ont pas, il le faudra entendre Metaphoriquement, & prendre comme par hypothese que la pesanteur des plans, est à raison de leurs grandeurs. Car *Le faux est concedé, afin d'apprendre le vray puis apres.*

THEOREME I. PROPOSITION I.

LE centre des figures planes, est aussi leur centre de gravité.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C un triangle equilateral, & D le centre de la figure.

Le requis. Il faut demonstrer que D est aussi le centre de gravité du triangle A B C.

Preparation. Soit menée de A une ligne droite vers le milieu de B C, comme A E, & aussi de C vers le milieu de A B, la ligne C F.

DEMONSTRATION.

Si on suspendoit le triangle par la ligne A E, la partie A E C sera equiponderante à A E B; car elles sont egales, semblables, & de semblable disposition. A E sera donc diametre de gravité du triangle A B C; & de mesme F C sera aussi son diametre de gravité: parquoy D sera centre de gravité du triangle A B C, lequel est aussi centre de la figure.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme, duquel E est centre de la figure.

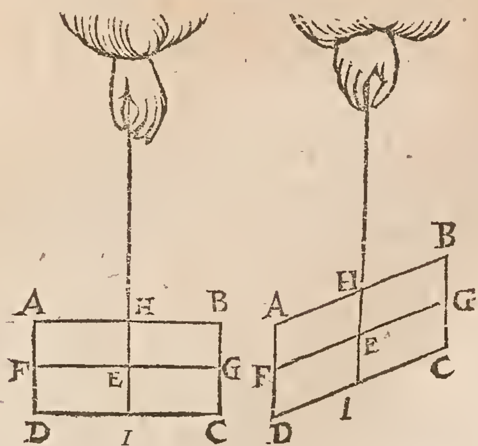
Le requis. Il faut demonstrer que E est aussi centre de gravité d'iceluy parallelogramme.

Preparation. Soit menée F G des milieux des costez opposites, & H I semblablement.

DEMONSTRATION.

Estant le parallelogramme suspendu par H I, les parties H I D A & H I C B seront equiponderantes, d'autant qu'elles sont pareilles, c'est à dire egales, semblables, & de semblable disposition; H I sera donc diametre de gravité de A B C D; Et pour les mesmes

raisons F G sera aussi son diametre de gravité. Or ces diametres se coupent en E centre de la figure, & en



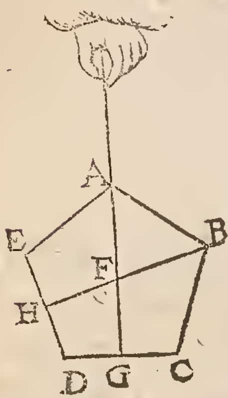
chacun d'iceux diametres est le centre de gravité: donc E sera aussi centre de gravité.

3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D E un pentagone regulier, E centre de sa figure.

Le requis. Il faut demonstrer que E est aussi son centre de gravité.

Preparation. Soit menée A G, du poinct A vers le milieu de D C, & de mesme la ligne B H du poinct B vers le milieu de D E. Dont la *Demonstration* est manifeste, & de mesme qu'és precedens exemples, telles aussi seront toutes autres figures qui ont un centre de figure, comme polygones reguliers, cercles, & ellipses, &c.



Conclusion. Le centre des figures planes donc, est aussi leur centre de gravité; ce qu'il falloit demonstrer.

ALB. GIRARD.

Que les cercles, ellipses, polygones rectilignes reguliers, & entre autres aussi toutes figures, qui ont un poinct dedans, lequel divise toutes les lignes qui y passent, en deux egalement, ayent un centre de figure, voire que ce soit celuy-la, où les lignes susdites se coupent en deux egalement; ou bien que celuy aux polygones reguliers (voire mesme de nombre impair de costez) soit celuy du cercle mesme, qui les circonscrit, ou qui est inscrit dedans, cela est notoire, mesme aux plus ignorans de la Mathematique; mais pour les figures irregulieres, autres que les susdites, quoy que terminées, cela a esté jusques icy nié, ou du moins tenu pour chose de difficile decision entre les plus relevez: mais il faut recognoistre que quand mesme nous ne sçaurions pas la definition du centre de figure; que les reguliers, tant plans que solides, & quelques irreguliers mentionnez (où le parallelogramme est compris) nous monstrent assez que le centre de figure est en toute figure terminée, & que la nature par ces eschantillons nous veut conduire à la cognoissance du milieu, qui est le lieu, où elle cache ses secrets les plus exquis: Donc tout ce qui est terminé a son milieu, & centre est plus distingué que le milieu. Finalement j'estime que ce n'est pas mal dit, que le centre de gravité est aussi le centre de figure: & au contraire, il n'importe qu'il soit aucunefois sur le circuit, voire aucunefois dehors, comme de l'anneau qui ne fait que la moitié du circuit. Quant à Stevin *il a estimé que les triangles irreguliers n'avoyent nul centre de figure, par la distinction qu'il fait de la proposition suivante d'avec la precedente: Faut aussi noter en passant, que le centre de generation n'est pas le centre de figure; comme on dit coustumierement que le centre d'un demicercle est où le centre du cercle entier estoit; mais c'est le centre de generation, & non pas celuy de la figure ny de gravité, lequel nous demonstrerons cy-apres estre dedans la superfice, & la maniere de le trouver Mathematiquement en sa perfection, comme celuy aussi de l'hemisphere, & d'autres figures, qui n'ont encor esté expliquées par personne cy devant.*

THEOREME II. PROPOSITION II.

Le centre de gravité des triangles, est en la ligne menée d'un angle, au milieu du costé opposite.

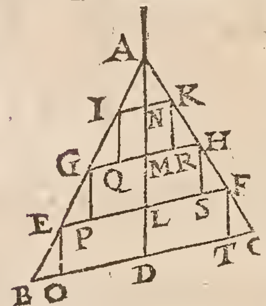
Le donné. Soit A B C un triangle quelconque rectiligne, & menée la ligne A D, d'un angle A vers le milieu du costé opposite B C.

Le requis. Il faut demonstrer que le centre de gravité du triangle est en la ligne A D.

Preparation. Soyent menées les paralleles à B C, comme E F, G H, I K, coupans A D en L, M, N; puis les paralleles à A D, comme E O, G P, I Q, K R, H S, F T.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles I R, G S, E T seront parallelogrammes, desquels les centres de gravité sont en A D; d'autant que B D estant egale à D C, leurs costez seront aussi paralleles à B C; voire le centre de gravité de la figure composée des trois parallelogrammes I T, sera dans AD:



Or tout ainsi qu'on a inscrit icy trois parallelogrammes dans ABC, on en pourra faire aussi une infinité, lesquels auront tous leurs cẽtres de gravité dans A D, pour les mesmes raisons; & tant plus il y en a, tant moins differeront-ils du triangle, veu que si on menoit des paralleles à B C par le milieu de AN, NM, M L & LD, achevant les parallelogrammes, ils ne differeront du triangle que de la moitié de la difference precedente: Parquoy on en peut tant inscrire, que la difference sera moindre qu'aucune superfice donnée tant petite soit-elle, d'où s'ensuit que prenãt AD pour diametre de gravité, la disposition de la pesanteur de la partie ADC differera moins de celle de l'autre partie A D B, qu'aucune quantité qu'on sçauroit donner si petite puisse-elle estre, d'où nous argumẽterons ainsi.

A. *Lors que deux pesanteurs different, on peut trouver une pesanteur moindre que leurs differences.*

O. *A ces deux pesanteurs A D C, A D B, on ne peut trouver de pesanteur moindre que leur difference.*

O. *Ces deux pesanteurs donc A D C, A D B ne different pas.*

Parquoy A D sera diametre de gravité, & consequemment le centre de gravité du triangle y sera.

Conclusion. Le centre de gravité donc des triangles, est en la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé opposite; ce qu'il falloit demonstrer.

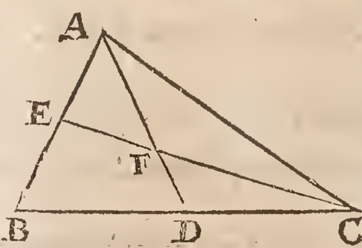
PROBLEME I. PROPOSITION III.

Trouver le centre de gravité d'un triangle donné.

Le donné. Soit A B C un triangle rectiligne donné.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRVCTION.



On menera A D, de l'angle A vers D le milieu de B C, & de mesme C E, vers le milieu de AB: alors F sera le centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Car puis que le centre de gravité du triangle A B C est par la 2 proposition dans A D, & aussi dans C E, par la mesme proposition il sera en F.

Con-

Conclusion. Nous avons donc trouvé le centre de gravité d'un triangle donné, selon le requis.

THEOREME III. PROPOSITION IV.

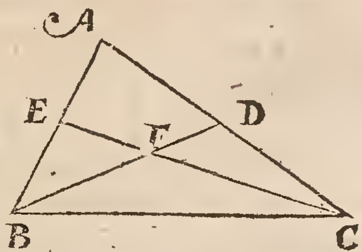
Le centre de gravité d'un triangle divise la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé opposite en telle sorte; que la partie de devers l'angle est double à l'autre.

Le donné. Soit A B C un triangle, & de l'angle B est menée B D, vers le milieu de A C; & de mesme C E, de l'angle C vers le milieu de A B, tellement que F sera le centre de gravité.

Le requis. Il faut demonstrer que C F est double de F E.

DEMONSTRATION.

Ostant la raison de E B 1 à B A 2, de la raison de C D 1 à D A 1 (c'est à dire raison $\frac{1}{2}$, de raison $\frac{1}{1}$) restera raison $\frac{2}{1}$, c'est à dire que la raison de C F à F E est de 2 à 1 : par la converse du 12 chap. du premier livre de *l'Almageste de Ptolemée.*



Conclusion. Le centre de gravité donc d'un triangle, &c.

ALB. GIRARD.

Celuy qui n'entend pas ceste maniere de demonstration doit recourir premierement au lieu cité de Ptolemée, *puis à l'Arithmetique du present Autheur vers la fin touchant l'Addition & soustraction des raisons. Les anciens, comme* Archimedes, Euclides, Apollone Pergée, Eutocius Ascalonite, Pappus Alexandrin, *&c. ont leurs livres remplis de l'egalité d'une raison à deux autres, excepté que ce qu'en a escrit* Euclides *és Elemens vulgaires est assez rare, comme en la 23 proposition du sixiesme livre, & en la 5 proposition du huictiesme livre. Mais il est à estimer qu'il en a plus escrit en ses trois livres des Porismes qui sont perdus, lesquels, Dieu aidant, j'espere de mettre en lumiere, les ayant inventez de nouveau.*

THEOREME IV. PROPOSITION V.

Si on divise deux costez d'un triangle en trois parties egales chacun : La ligne entre les deux poincts de division, qui sont pres du troisiesme costé, passera par le centre de gravité du triangle.

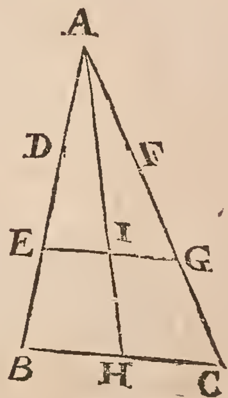
Le donné. Soit A B C un triangle, duquel les deux costez A B, A C sont divisez chacun en trois parties egales, dont les poincts proches du troisiesme costé sont E, G; & soit menée E G.

Le requis. Il faut demonstrer que E G passe par le centre de gravité du triangle A B C.

Preparation. Soit menee A H, de l'angle A vers le milieu de B C, coupant E G en I.

DEMONSTRATION.

Puis que [par la 1 proposit. du 6 livre *d'Euclides*] A E est à E B, comme A G à G C: E G sera parallele à B C, & partant A I sera double à I H, aussi bien que A E à E B; mais A H vient d'un angle vers le milieu du costé opposite; donc par la 4 proposition I sera centre de gravité du triangle.



Conclusion. Si on divise donc deux costez d'un triangle, &c.

ALB. GIRARD.

Voyez Archimedes *au premier livre des Equiponderans, proposition 13 & 14, la 15 est la 8 proposition suivante de ce livre.*

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

Estant donnée une figure rectiligne plane, trouver son centre de gravité.

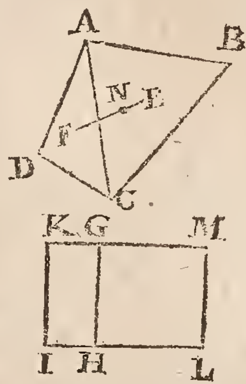
1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un polygone quelconque.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.

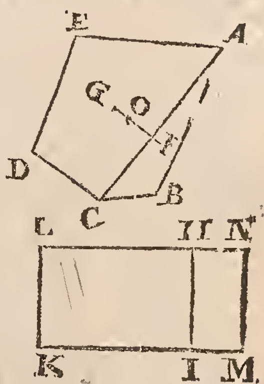
On divisera la figure en triangles, & soyent trouvez les centres de gravité de chacun, par la 3 proposition, lesquels soyent E, F; alors E F sera la barre. Puis ayant fait deux parallelogrammes de mesme hauteur, egaux aux deux triangles, chacun au sien, par la 45 proposition du premier livre *d'Euclides*; & soyent K H egal à A D C, & G L egal à A B C; & soit N, ainsi que F N à N E soyent en mesme raison, que L H à H I; alors N sera le centre de gravité de la figure totale A B C D.



2 Exemple.

CONSTRUCTION.

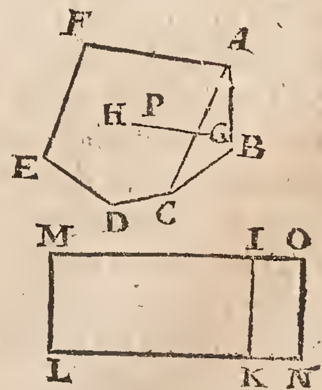
Pour le pentagone irregulier A B C D E, on menera A C, & F centre de gravité du triangle, par la 3 proposition, & G du quadrangle par le premier exemple; alors la barre G I soit divisée en O, ainsi que G O à O I soit, comme le triangle A B C au quadrangle A C D E (ce qui se fera par l'aide des parallelogrammes de mesme hauteur H M, L I changeant les parties A B C & A C D E en H M, L I, comme il a esté dit au premier exemple) alors O sera centre de gravité de toute la figure A B C D E.



3 Exemple.

CONSTRUCTION.

Et pour le present hexagone irregulier; Soit menée A C, puis soyent H, G, les centres de gravité des parties par le moyen du deuxiesme exemple, & de la 3 proposition, & finalement la barre H G coupée en P, ainsi que G P à P H, soit comme le pentagone A C D E F au triangle A B C (ce qui se fera par l'aide de la metamorphose des parties en parallelogrammes M L, I K, faisant comme dessus) alors P sera le centre de gravité de toute la figure hexagonale.



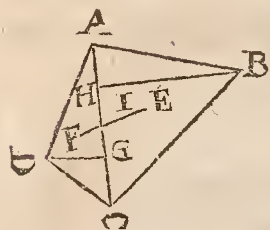
NOTEZ I.

On pourroit bien resoudre ce probleme sans changer les parties de la figure donnée en parallelogramme, comme s'ensuit.

4 *Exemple.*

CONSTRVCTION.

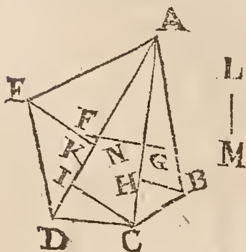
Pour le quadrangle A B C D; soit menée A C, puis F, E centres de gravité des triangles A D C, A C B, divisant la barre F E en I, ainsi que F I à I E soit comme B H à D G (perpendiculaires à A C) c'est à dire comme le triangle A B C au triangle A D C; alors I sera le centre de gravité du quadrangle A B C D.



5 *Exemple.*

CONSTRVCTION.

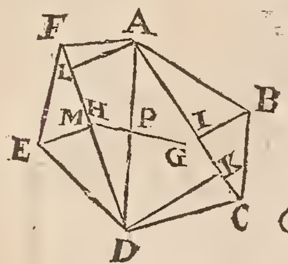
Pour le pentagone irregulier A B C D E, soyent menées A C, A D, puis trouvant le centre de gravité du triangle A B C, comme E, & du quadrangle A C D E, par l'exemple precedent: & soit F, divisant la barre F G, en N, ainsi que G N à N F soit comme le quadrangle A C D E au triangle A B C, comme s'ensuit, ayant mené B H à angles droits sur A C, & C I, E K sur A D; soit L M, quatriesme proportionelle des trois A D, A C, H B; & soit G N à N F, comme C I avec E K, à L M: alors N sera le centre du pentagone.



6 *Exemple.*

CONSTRVCTION.

Pour l'hexagone A B C D E F, soyent menées A C, F D, A D, que le tout soit divisé en triangles, sur lesquelles soyent B I, D K à angles droits sur A C, & A L, E M sur F D; puis des trois F D, A C seconde, B I & K D, comme tierce; soit trouvée la 4 proportionelle N O; & ayant trouvé G centre de gravité du quadrangle A B C D, par le quatriesme exemple; & H du quadrangle A F E D; soit divisée la barre H G en P; ainsi que les rayons G P à P H soyent en telle raison, comme A L avec E M à N O; alors P sera le centre de gravité de l'hexagone.



DEMONSTRATION.

Au premier exemple F N est à N E, estant comme L H à H I, ou M H à H K, ou le triangle A B C au triangle A C D; alors F N à N E rayons, seront comme les triangles A B C à A C D: N donc est centre de gravité du quadrangle A B C D; & semblable est la demonstration des deuxiesme & troisiesme exemples: Quant au quatriesme exemple, les triangles A B C, A C D sur mesme base A C, sont comme leurs hauteurs B H, D G; & puis que F I à I E, est comme B H à D G, qui est comme les triangles; alors I sera centre de gravité du quadrangle.

Quant au cinquiesme exemple, puis que A D, A C, H B, L M, sont 4 proportionelles, le rectangle A D, L M sera egal au rectangle A C, H B, ou à deux fois le triangle A B C:

Parquoy le rectangle A D, L M, est egal à deux fois le triangle A B C.

D'avantage il y a deux rectangles de commune hauteur A D, leurs bases sont L M, & l'autre E K avec I C, comme une seule ligne: & estans de mesme hauteur, seront comme leurs bases. Donc

Comme L M à E K avec I C bases;

Ainsi les rectangles A D, L M (ou deux fois le triangle A B C) au rectangle de A D, & E K avec I C: (ou deux fois le quadrangle A E D C.

Assavoir, comme L M, à E K avec I C;

Ainsi deux fois le triangle A B C, à deux fois le quadrangle A E D C.

Mais L M, à E K avec I C, ainsi a esté posée N F à G N:

Donc comme G N à N F, ainsi une fois le quadrangle A E D C à une fois le triangle A B C;

Et partant N sera le centre de gravité du total; puis que F, G le sont des parties: Semblable sera aussi la demonstration du sixiesme exemple.

Conclusion. Estant donc donnée une figure rectiligne plane, nous avons trouvé son centre de gravité, selon le requis.

NOTEZ.

Pendant que cecy estoit sous la presse, il m'est venu en main le commentaire de *Frederic Commandin* sur la quadrature de la parabole d'Archimedes, où il descrit en la 6 proposition une autre maniere de trouver le centre de gravité des figures planes rectilignes, si quelqu'un desire de la sçavoir, il pourra y avoir son recours.

ALB. GIRARD.

Lors que je faisois la lecture de ce livre, je fis tout mon effort pour recouvrer le commentaire susnommé; toutefois avant que de le pouvoir recouvrer, je me mis à recercher quelques manieres plus faciles que celles que Stevin *enseigne icy: (car cercher la quatriesme proportionelle, c'est un peu trop suivre la maniere Arithmetique) finalement ayant reüssy, & depuis recouvert ledit commentaire, je trouvay que la maniere que j'avois de trouver le centre de gravité d'un quadrangle convenoit du tout à la maniere de* Commandin *en sa figure troisiesme; (car sa figure quatriesme est encor autrement) or il enseigne puis apres une maniere de trouver generalement le centre de gravité des autres polygones, laquelle est fort belle, que je mettray icy és exemples 7, 8 & 9, comme s'ensuit, à celle fin de contenter, ceux qui en seroyent desireux.*

7 Exemple.

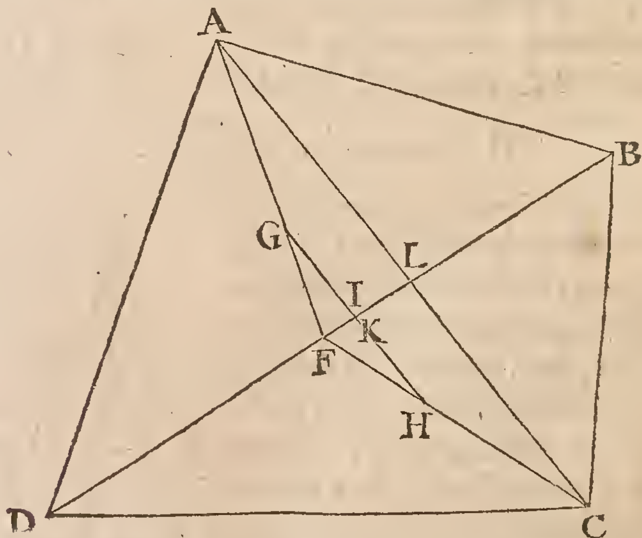
Le donné. *Soit A B C D un quadrangle.*

Le requis. *Il faut trouver son centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

Ceste maniere s'accorde du tout avec la sienne, comme j'ay dit cy-dessus:

Soit F au milieu de la diagonale B D, & menant A F, F C, de laquelle F G soit le tiers, puis G H parallele à l'autre diagonale A C; & finalement G I egale à K H; alors I sera le centre de gravité du quadrangle A B C D.



DEMON-

DEMONSTRATION.

D'autant que F G est le tiers de A F, laquelle vient de l'angle A vers le milieu de D B, alors G sera centre de gravité du triangle A B D, & H du triangle D C B; car F H est à H C, comme F G à G A; d'autant que G H est parallele à A C. G H donc sera la barre, mais les triangles susdits A B D à D C B sont comme A L à L C (ce qu'on prouve en ce que les perpendicles sur D B des angles opposez sont en mesme raison) ou comme G K à K H, ou bien comme H I à I G: donc I sera le centre de gravité du quadrangle A B C D, car I G est egale à K H.

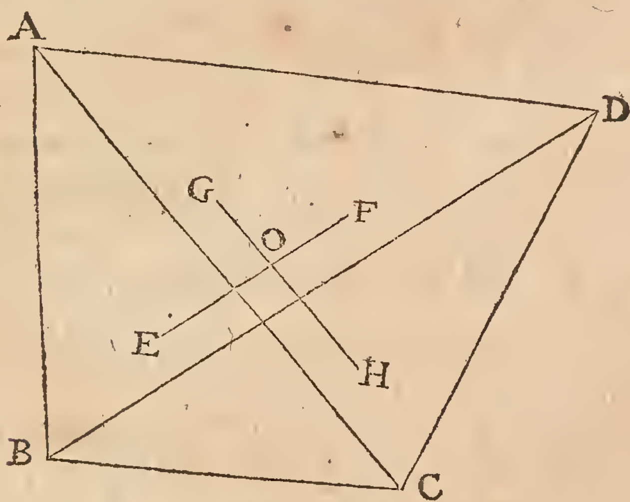
Notez que si la diagonale A C eust passé par F, que tout eust esté encor plus aisé.

8 Exemple.

Le donné. *Soit encores un quadrangle A B C D.*
Le requis. *Il faut trouver le centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

Soyent E, F centres des deux triangles A B C, A D C, & G, H, des triangles A B D, & B C D, les barres se coupans



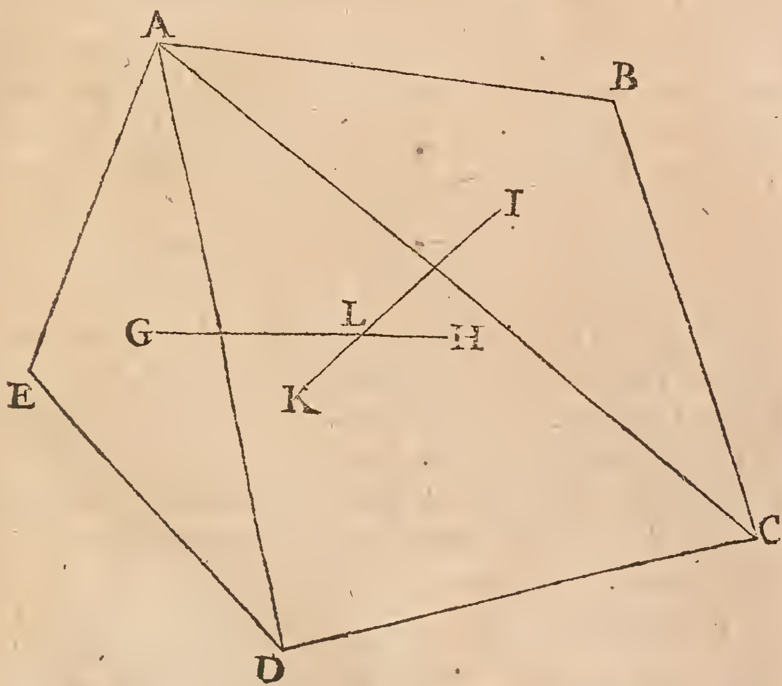
en O, lequel sera le centre de gravité du tout; dont la Demonstration *est manifeste, d'autant que le centre du tout est aussi bien en E F, qu'en G H.*

9 Exemple.

Le donné. *Soit A B C D E un pentagone irregulier.*
Le requis. *Il faut trouver son centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

Ayant mené les lignes A D, A C, soit G centre du triangle A E D, & H du quadrangle restant A D C B par le precedent exemple; donc le centre du tout, sera en G H barre; Puis soit I



centre du triangle A B C, & K du quadrangle restant; alors le centre du tout, sera en I K, mais il est aussi en G H, il sera donc en L: dont la Demonstration *est suffisamment deduite: Et ainsi des autres polygones suivans, comme* Commandin *en met encor un exemple de l'hexagone, par l'aide de ce pentagone.*

THEOREME V. PROPOSITION VII.

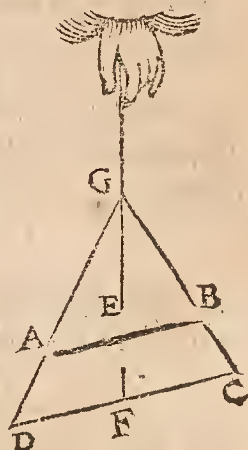
Le centre de gravité du trapeze ayant deux paralleles, est en la ligne qui conjoinct les milieux d'icelles.

Le donné. Soit ABCD un trapeze, ayant deux paralleles A B, D C, & la ligne qui conjoinct leurs milieux est E F.

Le requis. Il faut prouver que le centre de gravité est en E F.

Preparation. Soyent produites les trois lignes, lesquelles se rencontreront en un poinct G, à cause de la proportion des paralleles.

DEMONSTRATION.



Si le triangle est suspendu par la ligne F G, les triangles G D F, G F C se contrepeseront en equilibre, & les triangles A G E & G E B, ce que feront donc aussi les restes, qui sont quadrangles A F, & F B; & partant le centre de gravité du trapeze A B C D sera en E F.

Conclusion. Le centre donc de gravité des trapezes, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

Le centre de gravité des trapezes, qui ont deux paralleles, divise la ligne qui conjoinct les milieux d'icelles en telle sorte; que la partie vers la moindre parallele, a telle raison à l'autre partie, comme deux fois la majeure des paralleles avec une fois la moindre, à deux fois la moindre avec une fois la majeure.

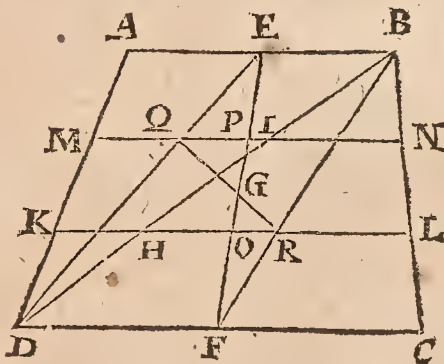
Le donné. Soit A B C D un trapeze, & E F qui conjoinct les milieux des paralleles A B, D C, & soit G le centre de gravité.

Le requis. Il faut demonstrer que E G à G F, a telle raison, comme D C 2 + A B à A B 2 + D C.

Preparation. Soyent menées E D, D B, B F, & les paralleles à A B, comme M N & K L, divisans A B en trois parties egales és poincts H, I; & finalement soit menée Q R.

DEMONSTRATION.

D'autant que Q est centre du triangle A D B, & R de D B C; alors le centre du tout sera en la barre Q R; mais il est aussi en E F, par la precedente, ce sera donc en G: Mais pource que les triangles D B C, A D B,



sont de mesme hauteur estans entre mesmes paralleles, ils seront comme leurs bases D C, à A B; Et puis que les rayons Q G à G R doivent aussi estre en raison des triangles, comme D C à A B, ainsi Q G à G R, ou bien P G à G O: assavoir,

Comme P G à G O, ainsi D C à A B.

Parquoy, comme P G 2 + G O, à P G + G O 2: ainsi D C 2 + A B, à D C + A B 2; assavoir, comme E G, à G F: ainsi D C 2 + A B, à D C + A B 2.

Conclusion. Le centre de gravité donc des trapezes qui ont deux paralleles, &c.

ALB. GIRARD.

Comme D C à A B, ainsi P G à G O. Car P G 2 + G O est egale à E G, &c.

PROBLEME III. PROPOSITION IX.

Estans donnez les centres de gravité du tout, & de la partie d'une superfice plane, avec leur raison ; trouver le centre du reste.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit ABCD une superfice plane, E son centre, & F de la partie BDA, & la raison du tout à la partie.

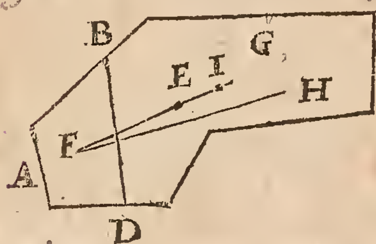
Le requis. Il faut trouver le centre du reste B D C.

CONSTRVCTION.

On prolongera F E jusques en G, ainsi que F E à E G soit comme la partie B D C à l'autre B D A; alors G sera le centre de B D C.

DEMONSTRATION.

Car d'autant que le centre de B D A est F, & du tout A B C D est E, celuy du reste B D C sera en la prolongée de F E. Car s'il est possible, soit en autre lieu, comme en H, & menée F H ; le centre donc du tout sera en F H, contre l'hypothese ; car c'est en E, ce ne sera pas donc hors la prolongée de F E.



Soit donc, s'il est possible, entre E G, comme I ; alors F E rayon aura plus grande raison au rayon E I, que B D C à B D A : ce qui est absurde & contre la 1 proposition du premier livre ; & de mesme on demonstrera que ce n'est pas par delà G ; ce sera donc en G, puis que ce n'est en autre lieu.

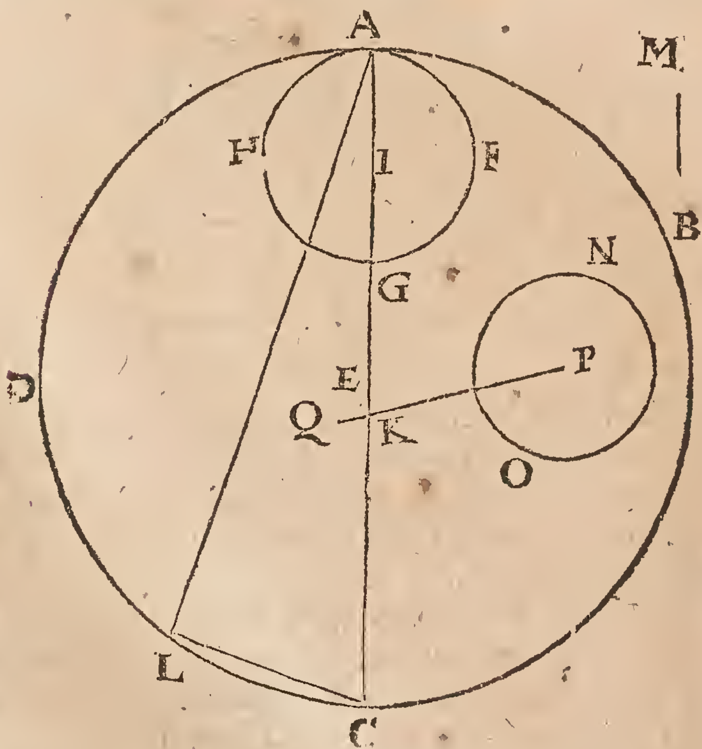
2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C D un cercle, dont le raid E A, & centre de gravité E, & du cercle (sa partie) G F A H soit I, & A G son diametre.

Le requis. Il faut trouver le centre de gravité du reste, qui est le croissant A B C D H G F.

CONSTRVCTION.

On prolongera I E jusques à K, ainsi que I E à E K soit comme le croissant G C au cercle H F ; alors K sera



le centre requis : dont la demonstration sera comme cy-dessus. Mais pour trouver la raison du croissant au cercle, soit posée C L egale au diametre A G, & menée A L ; alors le croissant au cercle, sera comme le quarré de A L au quarré de L C ; que si on la veut avoir en lignes, soit M troisieme proportionelle des deux A L, L C, alors A L à M sera la raison du croissant audit cercle H F ; pourçe que par la 31 proposition du sixiesme livre & 2 proposition du douziesme livre *d'Euclides*, les cercles sur les diametres A L, L C seront egaux à celuy sur A C, qui est A D C ; car A L C est un angle droit au demicercle.

ALB. GIRARD.

Il ne falloit pas tant prendre de peine pour trouver la raison du croissant au cercle H G, car posant C L egale à A G, une perpendicle de L sur le diametre A C l'eust divisé en la raison requise.

Que s'il y avoit encor d'autres cercles ostez du grand A B C D, comme N O : on meneroit P K, & prolongée en Q, ainsi que P K à K Q, soit comme le reste au cercle N O, alors Q sera le centre du reste.

Conclusion. Estans donnez les centres du tout & de la partie, &c.

THEOREME VII. PROPOSITION X.

Le centre de gravité des paraboles, est en leur diametre.

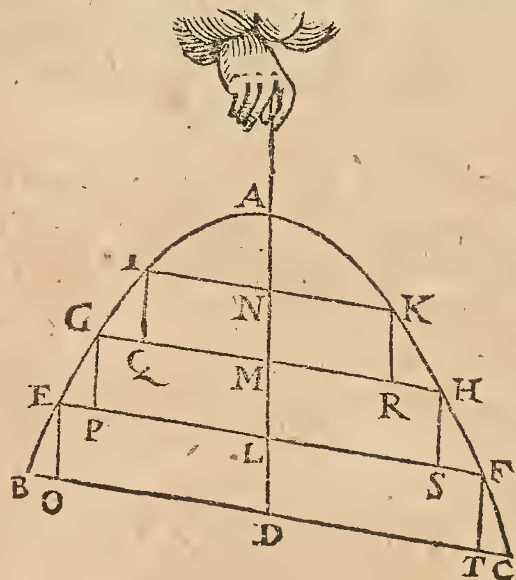
Le donné. Soit A B C D une parabole, & A D son diametre.

Le requis. Il faut demonstrer que son centre de gravité est en A D.

Preparation. Soyent menées plusieurs paralleles à B C, comme E F, G H, I K, puis des paralleles à A D, comme I Q, G P, E O, K R, H S, F T.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles I R, G S, E T, seront parallelogrammes ayans tous leurs centres de gravité en A D, pource



que ladite A D estant diametre coupe les ordonnées, comme I K, G H, &c. en deux egalement ; & partant le reste se demonstrera de mesme façon qu'au triangle de la 2 proposition de ce livre.

Conclusion. Le centre de gravité donc des paraboles A B C est en leur diametre A D : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME VIII. PROPOSITION XI.

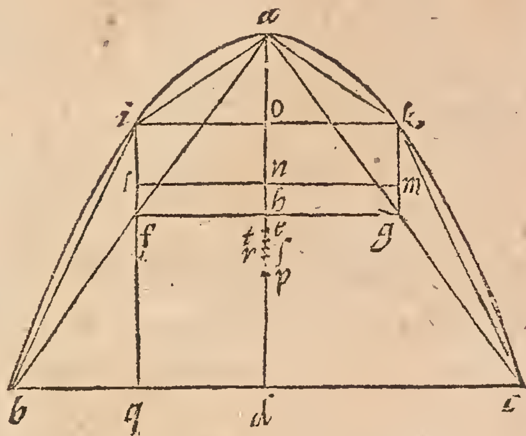
En toutes paraboles, le centre de gravité divise leurs diametres en mesme raison aux unes comme aux autres.

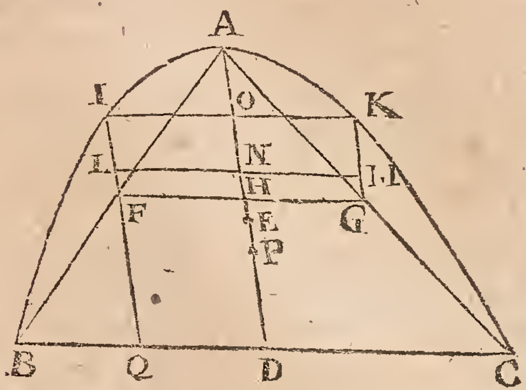
Le donné. Soyent A B C D, & *a b c d*, deux paraboles diversement disposées, c'est à dire que l'angle du diametre aux ordinées de l'une A D B, soit inegal à l'angle du dia-

du diametre aux ordinées de l'autre *adb*, E, *e*, leurs centres de gravité dans leurs diametres A D, *ad*.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme A E à E D, ainsi *ae* à *ed*.

Preparation. Soyent menées és deux figures A B, A C, & F G passant par leurs milieux, & coupant A D en H, puis F I, G K paralleles à A D; & aussi menées I A, I B, K A, K C; & L, M centres de gravité des triangles





A I B, A K C, lesquels conjoincts par L M coupant A D en N, & I K coupant A D en O: P centre du triangle A B C, prolongeant aussi I F jusques à Q; les triangles A I B, A K C estans tousiours egaux, L M sera barre, & N centre des deux N, P, sera aussi barre, laquelle divisée en R, en sorte que les rayons N R à R P soyent comme A B C aux deux triangles A I B, A K C, c'est comme 4 à 1 (car la parabole est au triangle A B C, comme 4 à 3, par la 24 proposition de la quadrature de la parabole d'*Archimedes*: parquoy, &c.)

DEMONSTRATION.

Comme A D à A O, ainsi le quarré de D B au quarré de I O; mais D Q est egale à O I, & aussi moitié de B D (car F est au milieu de A B) parquoy puis que le quarré B D, est quadruple à celuy de D Q, la ligne aussi D A sera quadruple à A O; & ainsi A O, O H, chacune $\frac{1}{4}$ de A D: N H moitié de N O sera $\frac{1}{12}$ de A D, à laquelle adjoustée H D $\frac{1}{2}$, N D sera $\frac{7}{12}$, duquel osté P D $\frac{1}{3}$, restera P N $\frac{1}{4}$. Or N R est quadruple à R P; & partant R P sera $\frac{1}{20}$, auquel adjousté P D $\frac{1}{3}$, viendra pour R D $\frac{23}{60}$: donc R A le reste de A D sera $\frac{37}{60}$: & partant comme A R à R D, sera comme 37 à 23. De mesme façon ces figures rectilignes inscrites és paraboles, ont leurs centres de gravité en leurs diametres, lesquels les divisent proportionellement; & si on inscrivoit des triangles dans les petites paraboles, B I, I A, A K, K C, comme on a fait dans les autres A I B, A C K, & recerchant le centre de gravité de la figure rectiligne inscrite totale (posé que ce soit S, & là *s*) nous demonstrerions comme dessus, que S, *s* diviseroyent A D, & *ad* proportionellement: Et en poursuivant, les inscriptions se trouveroyent tousiours A D, *ad* divisées proportionellement par un poinct, comme R, S, approchant de plus en plus vers E, & *e*: Et par consequent les paraboles A B C, *a b c* auront leurs diametres A D, *a d*, divisez proportionellement par le centre de gravité. Or si on posoit que T, *t* (plus bas que E, *e*) fussent leurs centres de gravité, on pourroit inscrire telle figure dedans icelles, selon la precedente maniere, que les centres de gravité des figures inscrites arriveroyent en T, *t*, tellement que T, *t* seroyent tant centres des paraboles, que des parties inscrites; ce qui est absurde.

Conclusion. Le centre de gravité donc és paraboles, divise proportionellement leurs diametres, ce qu'il falloit demonstrer.

ALB. GIRARD.

Quiconques desire plus ample declaration de ce que dessus, avec une demonstration plus parfaite, pourra avoir recours au deuxiesme livre des Equiponderans d'Archimedes.

PROBLEME IV. PROPOSITION XII.

Estant donnée une parabole: Trouver son centre de gravité.

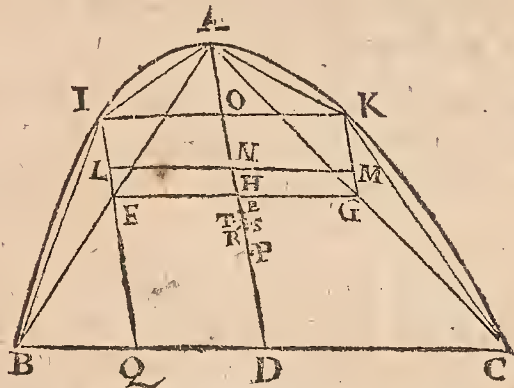
Le donné. Soit A B C parabole, & A D le diametre.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.

Soit divisée A D en E, ainsi que A E soit sesquialtere à E D: alors E sera le centre de gravité de la parabole.

Preparation. Soyent menées A B, A C, & F G du milieu à l'autre, F I, K G, paralleles à A D; puis L, M divisans I F, & K G comme en la parabole totale A E



à E D, & menée L M, & produite I F en Q, & P centre de gravité du triangle A B C: & L M, conjoignant les pretendus centres de gravité, N sera centre des deux paraboles A B I, A C K; & puis divisant la barre P N en E, ainsi que les rayons N E à E P, soyent comme le triangle A B C aux deux moindres paraboles ensemble, c'est comme 3 à 1; que N E donc soit à E P, comme 3 à 1; alors E sera le centre pretendu de la parabole totale; car ainsi A E à E D, est comme 3 à 2.

DEMONSTRATION.

A O & O H sont (comme a esté dit en la 11 proposition) chacun $\frac{1}{4}$ de A D; Or comme 3 à 2, ainsi A E à E D, aussi I L à L F, O N aussi à N H; parquoy ayant divisé O H $\frac{1}{4}$ en telle raison, comme 3 à 2, la partie N H fera $\frac{1}{10}$ de A D, où adjoustant $\frac{1}{2}$ pour H D, viendra N D $\frac{3}{5}$, duquel osté P D $\frac{1}{3}$, restera pour N P $\frac{4}{15}$, lequel par la preparation est departy en raison triple, au poinct E; donc E P $\frac{1}{15}$, à laquelle adjousté P D $\frac{1}{3}$, viendra E D $\frac{2}{5}$ de A D: parquoy E A $\frac{3}{5}$, & alors A E à E D sera comme 3 à 2. E donc sera centre de gravité de la parabole A B C; ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le centre de la parabole, selon le requis.

NOTEZ.

Il semble qu'*Archimedes* soit venu à la cognoissance de ceste proposition par l'une de ces deux manieres: La premiere, que faisant des paraboles materielles pour

faire des miroirs ardens, ou pour autre exercice, il aye trouvé par experience que les parties du diametre sont en raison sesquialtere, recerchant la certitude de cela, comme s'ensuit : D'autant que B A I, B A C sont paraboles, desquelles les diametres I F & A D sont divisez proportionellement par les centres de gravité (comme il a esté dit cy-devant) parquoy I L à L F, est comme A E à E D; mais O N est egale à I L, & N H à L F; parquoy O N aura telle raison à N H, comme A E à E D. Mais si N estoit centre des deux paraboles mineures, & P du triangle A B C, il faut que le rayon N E soit triple à l'autre E P (car le triangle est triple aux deux petites paraboles) d'où resulte ceste proposition : *Trouver deux poincts N, E, ainsi que O N, aye telle raison à N H, comme A E à E D.* Posant puis apres que A E vaut $\frac{3}{5}$ de A D, & E D $\frac{2}{5}$, & recerchant s'il pourroit y arriver selon la maniere precedente, il auroit trouvé que tout convenoit, ou bien s'il n'a point cerché en tastonnant de la sorte par la raison sesquialtere mentionnée, mais par l'abondance de science, il semble qu'il se seroit proposé une telle question Arithmetique. *Il y a deux nombres O H $\frac{1}{4}$ & H P $\frac{1}{6}$; Il faut partir un chacun d'iceux en telle sorte, que la moindre partie de O H avec la majeure de H P, soit triple à la moindre de H P; & que la majeure de O H, aye telle raison à sa moindre, comme la majeure de H P + $\frac{1}{2}$, à la moindre de H P + $\frac{1}{3}$.*

PROBLEME V. PROPOSITION XIII.

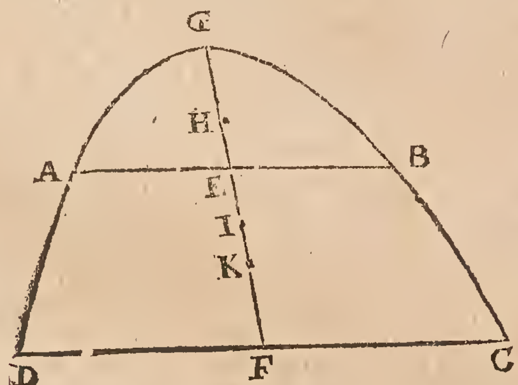
E*stant donnée une partie de parabole entre deux ordinées; Trouver son centre de gravité.*

Le donné. Soit A B C D une partie de parabole entre deux ordinées A B, D C, & E F diametre.

Le requis. Il faut trouver le centre de gravité d'icelle partie.

CONSTRVCTION.

On parachevra la partie, & soit I centre du tout, assavoir G I à I F, comme 3 à 2; aussi H tellement que G H à H E soit comme 3 à 2; donc la barre H I soit



produite en K, ainsi que H I à I K soit comme A C à A G B, alors K sera le centre de gravité de A B C D; dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donnée, &c.

ALB. GIRARD.

Afin que cecy se puisse faire facilement, je mettray la construction cy-dessous, car on peut trouver le centre de gravité de la partie de la parabole precedente par la suivante proportion, sans parachever sa figure.

Le donné. *Soit A B C D la partie de parabole entre deux ordinées, comme est la figure precedente.*

Le requis. *Il faut trouver le centre de gravité K de ABCD, par le moyen de la cognoissance de la quantité des trois lignes A E, E F, F D seulement; pour trouver donc la longueur de F K, on fera ceste regle de trois.*

OPERATION.

D F — A E donne $\frac{1}{5}$ de E F,

$$\textit{Combien donnera}\ \frac{DFq\ 2}{DF + AE} \div \frac{\textit{trois fois le cube de } AE}{DFq + DF, AE + AEq} ?$$

Ce qui viendra sera la longueur de F K, tellement que le centre de gravité de A B C D sera cognu.

Exemple en nombres.

Soit A E, 6 : E F, 7 : & D F, 8 : alors 2 me donnent $\frac{7}{5}$, ou bien 10 donnent 7, combien donneront $4\frac{198}{259}$? viendront $3\frac{62}{185}$ pour F K requise.

$$10 \textit{ donnent } 7, \textit{ combien } 4\tfrac{198}{259}?$$

$$\frac{7}{33\tfrac{13}{37}}$$

F K sera $3\frac{62}{185}$.

DE L'INVENTION DU centre de gravité des solides.

THEOREME IX. PROPOSITION XIV.

L*E centre de figure des solides, est aussi le centre de gravité.*

Le donné. Soit A B C D un tetraëdre, son centre de figure soit E, & l'axe soit A F, de A par E jusques à F centre du triangle A B C.

Le requis. Il faut demonstrer que E est aussi son centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Ce tetraëdre estant suspendu par A F, tout sera en equilibre, d'autant que tel solide est composé de 4 pyramides, qui ont leurs bases és 4 triangles equilateraux d'alentour, & leurs sommets en E, toutes semblables, egales & semblablement disposées au regard de A F; le centre donc de gravité sera en A F, & pour les mesmes raisons en C E, ce sera donc en E: Le mesme aussi se pourra demonstrer des solides qui ont un centre de figure, comme reguliers du tout & reguliers meslés, comme il se peut voir à la fin de la description des corps en la Geometrie de ces memoires.

Conclusion. Le centre de figure, &c.

ALB. GIRARD.

Nous avons dit en la premiere proposition que le centre de gravité, & de figure n'est qu'un mesme poinct, & où l'un est, l'autre y est aussi, & la maniere de trouver l'un, est pour trouver l'autre aussi. Quant à la proposition presente, voyez la 27 proposition du livre de Frederic Commandin *du centre de gravité des solides, où il le demonstre és reguliers, l'un apres l'autre.*

THEOREME X. PROPOSITION XV.

L*E centre de gravité des colomnes est au milieu de leurs axes.*

1 *Exemple.*

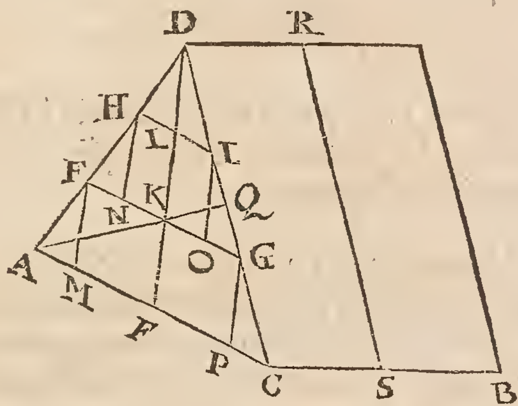
Le donné. Soit A B une colomne triangulaire, sa base A C D.

Le requis. Il faut demonstrer que son centre de gravité est au milieu de l'axe.

Prepa-

Preparation. Ayant mis la lettre F au milieu de A C, car ce doit estre un E, soit menée D E; puis F G, H I paralleles à A C, coupans D E en K, L; puis les lignes F M, H N, I O, G P, paralleles à D E; puis A Q, estant Q au milieu de D C, & de mesme soit figuré le couvercle, puis d'un plan R S parallele à iceluy, soit coupée la colomne, ainsi que S soit au milieu de C B.

Le plan passant par E D R divise la colomne inscrite composée des deux parallelipipedes par son centre de gravité; car il la divise en parties pareilles & de mesme disposition, mais tant plus on y descrit de parallelipipedes, & tant moins different-ils ensemble de la colomne A D B; & le composé des parallelipipedes aura son



centre de gravité dans le plan susdit E D R: On y en pourroit aussi tant inscrire, que la difference seroit moindre qu'aucune solidité donnée, tant petite soit-elle, d'où s'ensuit que la disposition du poids A D E differera moins de celuy de D E C qu'aucune quantité solide si petite puisse-elle estre, d'où j'argumente.

A. *On peut trouver à deux poids inequilibres une pesanteur moindre que la difference de leur inequilibration.*

O. *On ne peut trouver à ces deux poids, une pesanteur moindre que la difference de leur inequilibration.*

O. *Donc ces poids ne different pas.*

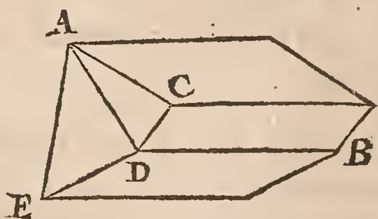
Parquoy le plan par E D R, passe par le centre de gravité de la colomne donnée, ou le centre est en ce plan, & par les mesmes raisons est au plan par A Q, & sa correspondante dans le couvercle: Or la commune section de ces deux plans est l'axe de la colomne, où sera le centre de gravité. il sera aussi au plan par R S, à cause qu'il divise le plan en deux parties pareilles, & de mesme disposition; & partant le centre le trouvera au milieu de l'axe.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C, une colomne quadrangulaire, sa base est C D E A.

Le requis. Il faut demonstrer que son centre de gravité est au milieu de l'axe.

Preparation. Soit mené un plan par A D B, divisant la colomne donnée en deux colomnes triangulaires, lesquelles ont chacune le centre de gravité, au milieu de leur axe par le 15 exemple; parquoy la ligne qui conjoinct lesdits centres sera barre, & divisée en ses rayons; alors le poinct de division sera le centre de toute la colomne entiere, lequel est au plan parallele à la base, qui coupe la colomne en deux parties pareilles, & est aussi au milieu de la ligne qui conjoinct les centres de gravité de la base & couvercle, c'est à dire au milieu de l'axe. Et semblable sera la demonstration des autres colomnes.



Conclusion. Le centre donc de gravité des colomnes est au milieu de leurs axes; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME XI. PROPOSITION XVI.

Le centre de gravité des pyramides, est en leurs axes.

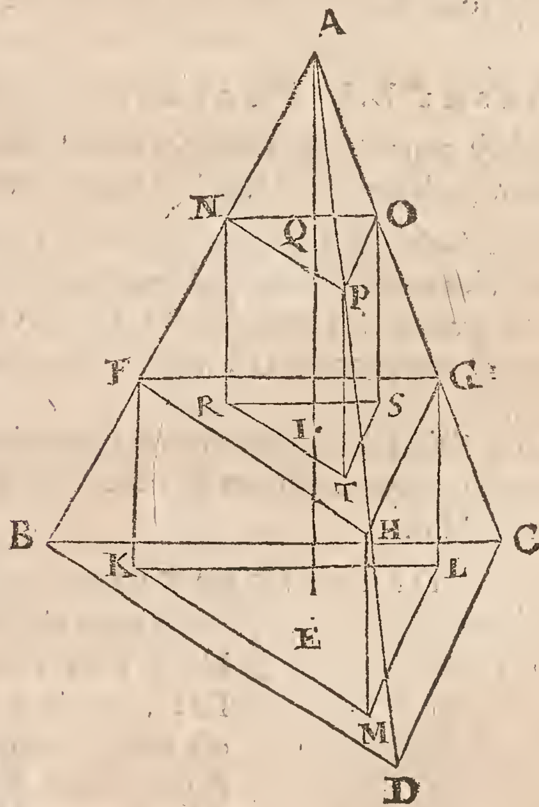
Le donné. Soit ABCD une pyramide, sa base le triangle B C D, & son centre de gravité E, & E A son axe.

Le requis. Il faut demonstrer que le centre de gravité de la pyramide est en son axe.

Preparation. Soit coupée la pyramide A B C D, par un plan F G H, parallele à B C D, & coupant l'axe A E en I: Et menant F K, G L, H M, paralleles à l'axe A E, tellement que les poincts K, L, M, sont au plan du triangle B C D, de sorte que F G H K L M est une colomne, dont la base K L M, est pareille & parallele au couvercle F G H, & semblable à la base B C D. Puis soit encor coupée, comme dessus, par le plan N O P, coupant l'axe en Q, & puis soit faite la colomne N O P R S T, assavoir N R, O S, P T, paralleles à l'axe E F, & les poincts R, S, T, au plan F G H.

DEMONSTRATION.

Veu que les triangles N O P, R S T, F G H, K L M, sont semblables au triangle B C D, dont les poincts Q, I, E, tiennent en iceux, semblables positions que E en B C D; Q, I, E donc sont centres de gravité de leurs triangles, d'où vient que I E est axe de la colomne F G H, K L M, au milieu de laquelle est son centre de



gravité, par la 15 proposition, semblablement Q I est axe de la colomne N O P R S T; & comme dit est, le centre de gravité sera au milieu de son axe; & par consequent la figure solide composée des colomnes, aura son centre dans A E; soit qu'on y en inscrive tant qu'on voudra, & tant plus on y en inscrit, tant moins differeront les corps inscrits de la pyramide, & on en peut tant inscrire que la difference sera moindre qu'aucune quantité solide donnée, tant petite soit-elle: d'où s'ensuit, que posant A E diametre de gravité de la pyramide, que la pesanteur d'un costé differera moins de celle de l'autre qu'aucune pesanteur qu'on sçauroit donner; d'où j'argumente de mesme qu'en la quinziesme proposition.

A. *A deux*

A. *A deux contrepoids differens, on peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.*

O. *A ces deux contrepoids, on ne peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.*

O. *Ces deux contrepoids donc ne different pas.*

Semblable sera la demonstration des pyramides quadrangulaires, &c. rondes ou cones, &c.

Conclusion. Les centres donc de gravité des pyramides sont en leurs axes.

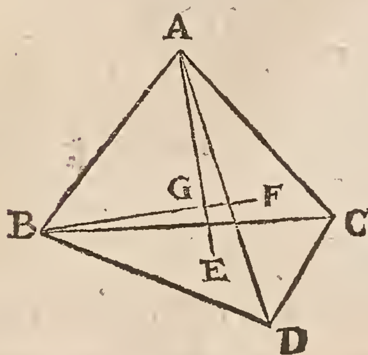
PROBLEME VI. PROPOSITION XVII.

Estant donnée une pyramide triangulaire: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit A B C D une pyramide triangulaire.

Le requis. Il faut trouver son centre, &c.

CONSTRVCTION.



Soyent E, F centres de gravité des triangles BCD, A C D, desquels vers leurs angles solides opposites, soyent menées les lignes A E, B F, se coupans en G, qui sera le centre de gravité de la pyramide donnée.

DEMONSTRATION.

Le centre de la pyramide est en A E, & en B F, par la 16 proposition, il sera donc en G.

Conclusion. Estant donnée une pyramide triangulaire, nous avons trouvé son centre de gravité, selon le requis.

THEOREME XII. PROPOSITION XVIII.

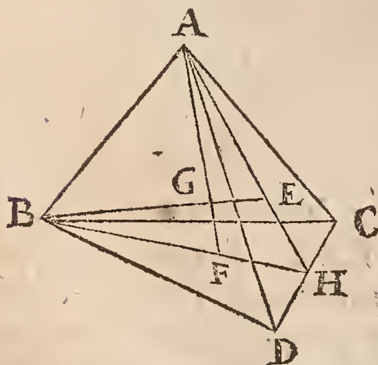
Le centre de gravité de quelconque pyramide, divise l'axe en telle sorte, que la partie vers l'angle est triple à l'autre.

Le donné. Soit A B C D une pyramide triangulaire, A sommet, les axes B E, A F, assavoir que E, F soyent centres de gravité des triangles B C D & A C D, lesquels axes se coupent en G, centre de gravité de la pyramide.

Le requis. Il faut demonstrer que B G est triple à G E.

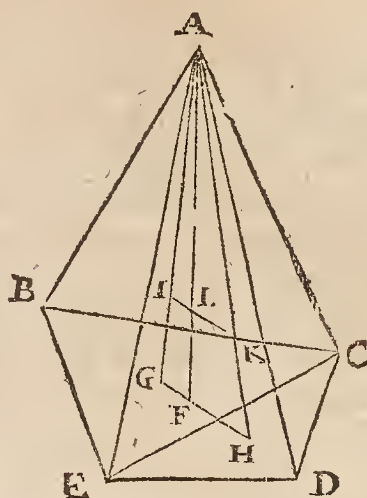
Preparation. Soyent menées de H milieu de D C les lignes H A, H B.

DEMONSTRATION.



La ligne A E sera double à E H, & B F à F H; mais B F à F H est raison composée des deux raisons B G à G E, & de E A à A H; [*par la converse du 12 chap. du 1 liv. de l'Almageste de Ptolemée.*] Et puis que B F à F H est raison $\frac{2}{1}$; & E A à A H raison $\frac{2}{3}$; si on oste raison $\frac{2}{3}$ de raison $\frac{2}{1}$, restera raison $\frac{3}{1}$ pour B G à G E, qui sera donc raison triple, assavoir B G triple à G E.

Que si la pyramide estoit quadrangulaire, on procedera à la demonstration comme s'ensuit : Soit A B C D E une pyramide quadrangulaire, sa base B C D E, laquelle se pourra diviser en deux pyramides triangulaires, dont les bases E C B, E C D, les axes A G, A H, (du poinct A aux centres de gravité des bases, G, H,) où seront les centres des pyramides I, K: Le centre donc de la totale sera en I K, & en A F son



axe, c'est donc en L; or I K est parallele à G H, & A K est triple à K H; parquoy A L sera triple à L F : & ainsi des pyramides polygonales.

Que si la pyramide a pour base un cercle (comme le cone) ou une ellipse, on pourra inscrire une pyramide dedans, ayant base avec tant de costez, que la difference sera moindre qu'aucune quantité solide donnée, & l'axe d'icelle sera encor divisée en parties ayans raison triple, comme dessus : Parquoy la distance des centres de gravité du cone & de la pyramide inscrite, sera plus petite qu'aucune longueur donnée, si petite puisse-elle estre, d'où j'argumente ainsi :

A. *Entre deux poincts quelconques en divers lieux, peuvent estre trouvez deux poincts, plus pres l'un de l'autre,*

O. *Entre ces deux poincts, on n'en peut pas trouver qui soyent plus pres.*

O. *Donc ces deux poincts ne seront en divers lieux.*

Conclusion. Le centre donc de gravité de pyramide, &c.

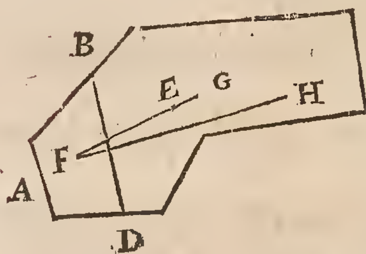
PROBLEME VII. PROPOSITION XIX.

Estans donnez les centres de gravité d'un solide total, & de sa partie, avec leur raison, trouver le centre du reste.

Le donné. Soit A B C D un corps, son centre E, & B D A sa partie, son centre F, & leur raison donnée.

Le requis. Il faut trouver le centre du reste B D C.

CONSTRVCTION.



Soit prolongée F E en G, tellement que F E à E G, soit comme B D C à A B D, alors G sera centre du reste B D C; dont la demonstration sera semblable à celle de la neufiesme proposition precedente.

Conclusion. Estans donnez les centres, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XX.

Estant donnée une pyramide tronquée: Trouver son centre de gravité.

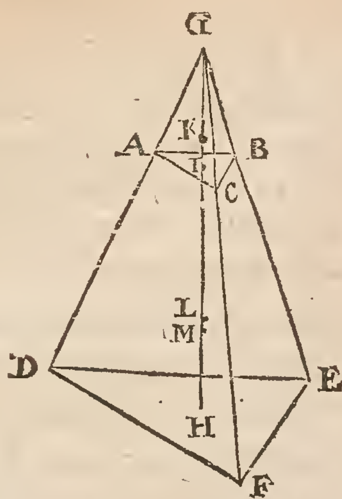
Le donné. Soit A B C D E F une pyramide tronquée, son convercle A B C, & sa base D E F.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRVCTION.

On parachevra la pyramide tronquée, puis K centre du defaut, & L centre du tout; & menant K L produite

duite en M, tellement que K L à L M, ainsi la tronquée au defaut A B C G : alors M sera le centre de la



tronquée; dont la demonstration est manifeste par la precedente.

ALB. GIRARD.

Quoy que Stevin n'aye dit en la proposition, que le couvercle & la base soyent paralleles, neantmoins il construit comme s'il l'avoit entendu ainsi, à quoy j'ay remedié : or si elles sont paralleles, & H centre de gravité de la base, le centre du couvercle sera en GH, autrement non; Mais voicy comment doresnavant on trouvera bien mieux le centre de gravité de toutes pyramides tronquées & des cones tronqués (base & couvercle paralleles) ayant seulement esté cognuës.

IH, d'un centre de gravité du couvercle I, à celuy de la base H.

B, E, deux lignes homologues, l'une du couvercle, comme B, & l'autre E de la base.

Puis par la regle de trois on dira, $E \div B$ *donne* $\frac{1}{4}$ *IH,*

Combien $E \div \dfrac{\text{trois fois le cube de } B}{Eq + E \text{ en } B + Bq}$?

Ce qui viendra sera pour MH : tellement que M sera le centre de gravité de la pyramide, ou cone tronqué, ayant sa base & couvercle paralleles : Ce qui doit estre plus estimé pour sa briefveté & generalité.

PROBLEME IX. PROPOSITION XXI.

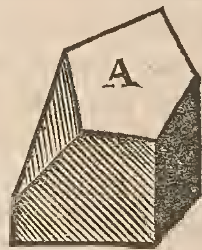
Estant donné un corps irregulier compris de superfices planes : Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit A un polyëdre irregulier.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRVCTION.

On divisera le solide en moins de pyramides qu'on pourra, au pis aller on prendra par regle generale autant de pyramides qu'il y a de superfices à l'entour, ayans leurs sommets en un poinct dedans où l'on veut. Et ayant trouvé les centres de chacune, on trouvera les centres de chaque deux, divisant la barre en ses rayons, & ainsi consecutivement selon la maniere des polygones irreguliers : excepté qu'icy l'axe de chaque pyramide se divise en raison triple, & aux polygones plans, le diametre de gravité en raison double.



Conclusion. Estant donc donné un corps irregulier, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XXII.

Le conoïde parabolique a son centre dans l'axe.

On sçait que cecy est certain à ceux qui sont coupez à angles droits sur l'axe, nous ne donnerons pas d'exemple, que de ceux qui sont coupez obliquement sur l'axe.

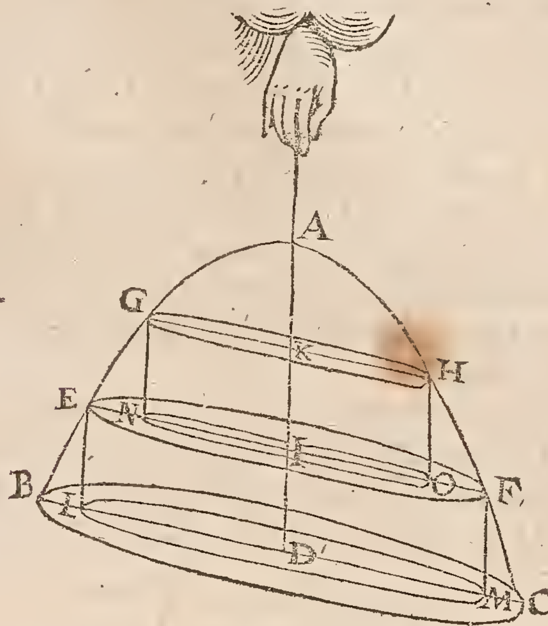
Le donné. Soit A B C un conoïde parabolique, B C sa base, A D son axe oblique sur iceluy.

Le requis. Il faut demonstrer que son centre est en l'axe A D.

Preparation. Soit iceluy coupé par deux plans paralleles à la base B C, coupans l'axe en I, K, menans les lignes puis apres de G N, E L, H O, F M; tellement que G H, E F, B C seront ellipses semblables; & puis soyent E M, G O, cylindres inscrits dedans le conoïde parabolique.

DEMONSTRATION.

Car L D, D M estans egales (à cause de E I, I F) I D sera axe du cylindre E M; & partant le centre d'iceluy sera en E M; semblablement, le centre du cylindre sera



en K I; & par consequent le centre de G M (figure composée des cylindres) sera en K D, c'est en A D: Et tant plus on y en inscrit, & tant moins y a-il de difference entre le conoïde & la figure inscrite: On pourroit donc tant inscrire de cylindres, que la difference entre iceux & le conoïde sera moindre qu'aucune quantité solide si petite qu'elle puisse estre: D'où s'ensuit que pendant le conoïde par A D, pris pour diametre de gravité du conoïde, qu'alors les pesanteurs de part & d'autre differeront moins d'equilibration qu'aucune pesanteur donnée tant petite soit-elle, sur quoy j'argumente ainsi:

A. *Quand deux pesanteurs different, on peut trouver un poids moindre que leur difference.*

O. *Or entre l'un & l'autre costé du conoïde, on ne peut trouver de quantité moindre que leur difference.*

O. *Donc ces deux costez ne different pas.*

Parquoy A D sera le diametre de gravité.

Conclusion. Le centre donc d'un conoïde parabolique est en l'axe.

PROBLEME X. PROPOSITION XXIII.

Trouver le centre d'un conoïde parabolique donné.

Le donné. Soit A B C un conoïde parabolique, dont A le sommet, & A D soit l'axe.

Le requis. Il faut trouver son centre.

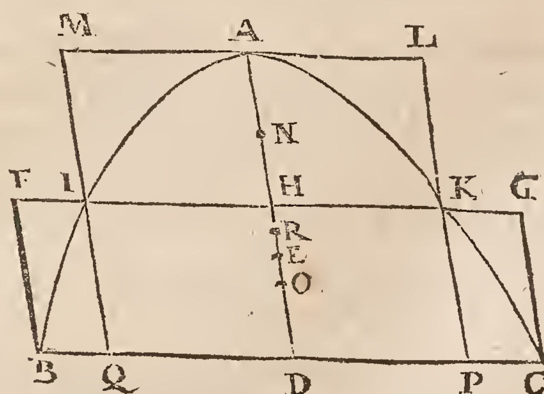
CONSTRVCTION.

On divisera l'axe A D en E, tellement que A E soit double à E D, alors E sera le centre de gravité du solide parabolique; ce qui a esté demonstré par *Frederic Commandin* en la 29 proposition : dont le sens est descrit, comme s'ensuit, selon nostre stile.

DEMON-

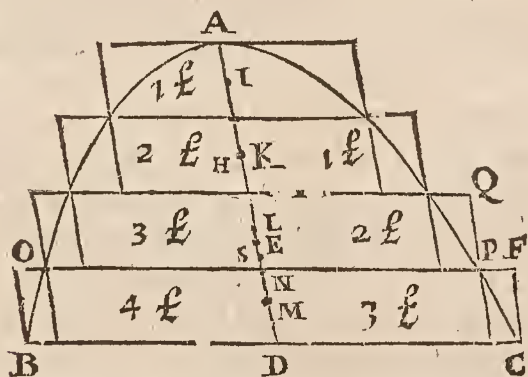
DEMONSTRATION.

Soit coupé iceluy solide par un plan FG parallele à la base BC, au milieu de l'axe en H; & soyent MK, FC deux cylindres circonscrits à l'entour d'iceluy, leurs centres N, O: & IP cylindre inscrit, son centre



sera aussi O. Maintenant comme AD à DH, (c'est 2 à 1) ainsi la superfice de la base BC à celle qui est par IK; alors le cylindre BG à IL sera comme 2 à 1; & soit que BG pese 2 ℔, & IL 1 ℔: donc NO sera la barre, laquelle divisée en ses rayons, comme en R, ainsi que NR soit double à RO; alors R sera centre des cylindres circonscrits, & O de l'inscrit; alors R & O seront equidistans de E, assavoir chacun $\frac{1}{12}$ de AD; ce qui adviendra tousiours ainsi és autres exemples: Mais afin de declarer tout plus apertement, nous y joindrons encor cest exemple.

Soyent 4 cylindres circonscrits coupans l'axe en 4 parties egales, & 3 inscrits, les centres des cylindres I, K, L, M, & AE encor double à ED. Maintenant comme DA à AN (c'est 4 à 3) ainsi la superfice de la



base BC, à celle de OP: donc le cylindre BF au cylindre OQ, ainsi 4 à 3; & pour mesme raison BF au tiers cylindre, sera comme 4 à 2; & au quatriesme, comme 4 à 1: les circonscrits soyent donc 4 ℔, 3 ℔, 2 ℔, 1 ℔: & les inscrits 3 ℔, 2 ℔, 1 ℔; tellement que par la 2 proposition du premier livre, le centre des 4 cylindres circonscrits sera en L, & des 3 inscrits en S, equidistans de E, chacun de $\frac{1}{24}$ de AD; ces deux poincts donc L, S, viennent de part & d'autre de E, & de mesme intervalle.

Que si on circonscrivoit 8 cylindres, & 7 inscrits, lesdits poincts viendroyent de part & d'autre de E chacun distant d'iceluy de la $\frac{1}{48}$ de AD.

Et si on en circonscrivoit 16 cylindres, & 15 inscrits, lesdits poincts seroyent chacun distans de E de la $\frac{1}{96}$ de AD: & tousiours selon ceste progression approchant la moitié plus pres l'une des fois que l'autre precedente.

Ce qu'estant ainsi, E sera centre de gravité du conoïde parabolique; car s'il est possible que ce soit dehors, comme entre EL, ou entre ES, alors on pourra tant prendre de cylindres à l'inscription & circonscription du conoïde, que le centre des circonscrits sera plus bas que celuy du conoïde, ou que celuy des inscrits sera plus haut que celuy du conoïde; ce qui est impossible. Et partant ce ne sera pas en autre lieu qu'en E; ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le centre d'un conoïde parabolique, selon le requis.

NOTEZ.

On trouvera au triangle, que les parallelogrammes circonscrits & inscrits ont mesme raison entre eux, comme icy les cylindres au conoïde parabolique; d'autant que leur centre de gravité divise la ligne du sommet, vers le milieu de la base en mesme raison, assavoir 2 à 1.

PROBLEME XI. PROPOSITION XXIV.

Estant donné un conoïde parabolique tronqué par un plan parallele à la base: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit en la figure suivante ABCD un conoïde parabolique, tronqué par un plan AB parallele à la base DC.

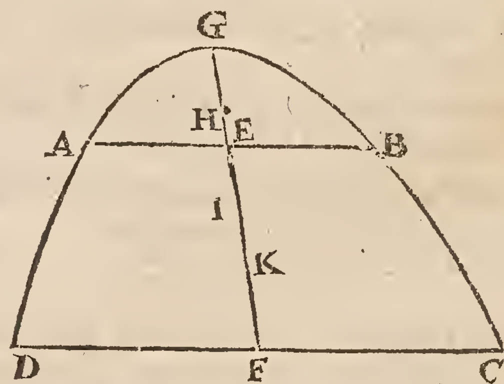
Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRVCTION.

Ayant parfait le conoïde, y adjoustant AGB son defaut, & trouvant le centre de gravité du tout I, & de la partie H, selon la precedente proposition; on trouvera le centre du reste K, par la 9 proposition de ce deuxiesme livre; dont la demonstration est manifeste.

ALB. GIRARD.

Ceste maniere a aussi ceste imperfection qu'il faut remettre ce qui estoit retranché; & Stevin prend la proposition plus generale, sans la restriction (tronqué par un plan parallele à



la base) *veu qu'il l'entendoit ainsi; ce qui a fait que nous l'avons remis en la proposition, afin qu'il n'y ait point de doute; nous ferons donc la construction plus simple, comme s'ensuit.*

Pour trouver le centre de gravité K, on usera de cest organe.

$$\frac{EF,\ AEq}{DFq + AEq} + EF : \textit{sera pour } KF,\ 3.$$

Ou bien, en divisant EF en trois parties egales; puis derechef la partie du milieu en telle raison, comme le quarré de AE, au quarré de DF, disposant les parties reciproquement aux plans paralleles, comme nous avons dit en la 8 proposition; dont la demonstration est assez manifeste par la correspondance qu'il y a entre les parallelogrammes inscrits & circonscrits au triangle, & les cylindres inscrits & circonscrits; ce qui suffira icy pour eviter prolixité. J'aurois mis icy comme aux plans, plusieurs belles inventions fort difficiles touchant le centre de gravité des sections de cercle, d'ellipse, & d'hyperbole, & d'autres figures planes; comme aussi les centres de gravité des secteurs spheriques, & des sections tant de la sphere, que du spheroïde & du conoïde hyperbolique & d'autres figures solides, qui n'ont jamais esté mises en lumiere ny inventées de personne, & qui pour la grande difficulté qu'elles ont, meritent bien le jour, afin qu'un autre ne prenne la peine de les cercher, & lesquelles pour la construction organique que je leur ay adapté, tant pour l'Arithmetique, que pour la Geometrie & Mechanique, pourroyent rendre un Archimedes desireux de les voir, mesme apres la seconde fois.

Fin du deuxiesme livre des Elemens Statiques.

TROISIESME

TROISIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

De la Practique de l'art ponderaire, ou Statique-practique.

AU LECTEUR.

D'Autant qu'il sera parlé en quelques propositions de la Practique ponderaire du mouvement des corps, il m'a semblé bon, avant que de venir là d'en declarer quelque chose: Assavoir que la Statique enseigne seulement à mettre en equilibre le mouvant avec l'esmeu. Et que touchant la pesanteur ou puissance, que le mouvant a besoin d'avoir encor d'avantage, pour faire que l'esmeu se puisse mouvoir, (laquelle puissance ou pesanteur doit gaigner & surpasser ce qui empesche le mouvement de l'esmeu) la Statique ne monstre pas la maniere de trouver telle pesanteur ou puissance Mathematiquement; pource que l'esmeu, & ses empeschemens n'ont aucune proportion, avec un autre esmeu, & ses empeschemens. Mais pour declarer cela par exemple; Soit qu'un char chargé, duquel la pesanteur soit notoire, doive estre tiré sur une montagne de pente aussi notoire; Alors la Statique-practique (comme on verra en la 9 proposition exemple quatriesme) enseigne quelle puissance ou pesanteur sera equilibre avec ce char, sans mettre en ligne de compte les empeschemens des accidens, tels que pourroyent estre le frottement de l'essieu dans le moyeu, des rouës contre le pavé mal uny, du char contre l'air, &c. lesquelles puissances & empeschemens la Statique ne monstre pas, ne consistans point en raison, où n'estans point proportionelles; partant nous pourrions demonstrer, & refuter les argumens de ceux, lesquels tombans en erreur, pensent le contraire, n'estoit que ce sera en un autre lieu, comme en l'Appendice suivant. Notez aussi que ceste cognoissance d'equilibration suffit, car on sçait qu'en une balance, où les pesanteurs sont egales, il ne faut pas grande puissance pour l'esmouvoir, (combien qu'elle ayt aussi des empeschemens à son mouvement) & ainsi és autres.

Cecy est dit touchant l'empeschement du mouvement, afin que si quelqu'un trouvant la force du mouvāt quelque fois plus grande que celle de l'esmeu, ne pense que ce soit faute en la science, mais que de necessité (comme il a esté dit) le mouvant doit estre au dessus de l'equilibration d'autant pesant, qu'il est de besoin pour forcer les empeschemens de l'esmeu. Secondement, afin que personne ne soit trompée en telle apparence de proportion, ce qui advient tres-aisement à ceux qui prennent le faux pour le vray.

ALB. GIRARD.

Ie monstreray comment il faut vuider ceste question une autre fois au livre du mouvement que je pretends mettre bien tost au jour: Cependant voyez ce qu'en dit Stevin *en l'Appendice de la Statique, chapitre deuxiesme.*

ARGUMENT.

CEste Statique-practique comprendra l'invention Mechanique du plan de gravité, Diametre de gravité, & Centre de gravité. D'avantage la construction d'une Balance tres-parfaite, avec la Declaration de quelqu'unes de ses proprietez. Aussi d'un Clavier tres-parfait: Et les proprietez des Leviers, desquels on s'aide au lieu de force. Les proprietez des pesanteurs que l'on porte; des Guindaxes, de l'Elevation des pesanteurs, & de la force infinie.

PROPOSITION I.

Estant donné un solide quelconque, trouver son plan de gravité, diametre & centre de gravité mechaniquement.

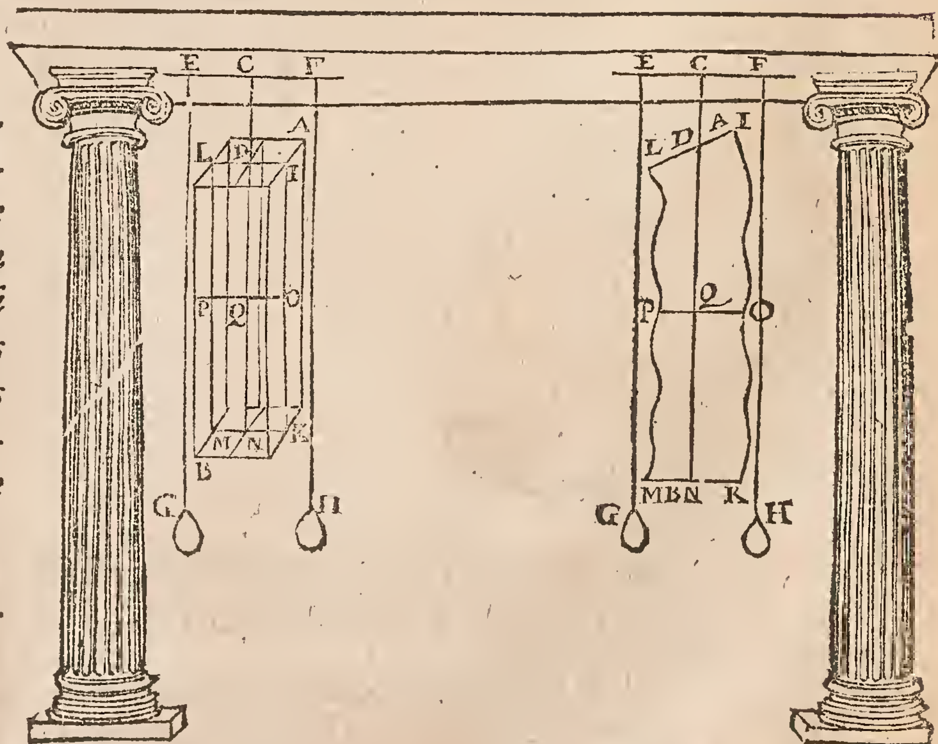
1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B un solide quelconque.

Le requis. Il faut trouver son plan, diametre & centre de gravité.

OPERATION.

On pendra le solide avec la corde C D, & menant la ligne E F par le poinct C, & és deux poincts en icelle E, F, soyent attachez des filets de soye avec leurs plombs



G, H, comme icy E G, & F H, joignant le solide A B: alors le plan par ces deux filets sera le plan de gravité,

 comme

comme passant à travers le solide par imagination; marquant ces lignes sur le solide, frottant la soye de charbon ou de croye, comme font les scieurs de bois; & soyent icy I K, L M, & de mesme L I, M K; alors le plan L I K M sera le requis.

Mais pour trouver le diametre de gravité, on tournera le solide, afin de marquer un autre plan de gravité, & ainsi on trouvera les poincts D dessus, & N au dessous; tellement que D N sera le diametre de gravité: Et pour trouver le centre de gravité, on suspendra le solide de travers, assavoir par O, par lequel on trouvera le diametre de gravité P O, coupant l'autre en Q: alors Q sera le centre de gravité du solide.

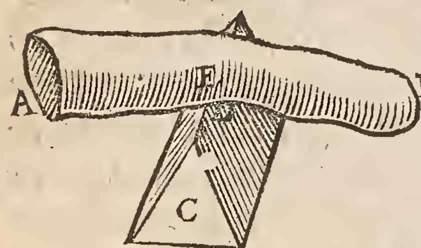
2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B un solide comme il peut advenir.

Le requis. Il faut trouver son plan perpendiculaire, & centre de gravité mechaniquement.

OPERATION.

On mettra le solide A B sur quelque anglet, ou sur le tranchant d'un cousteau, l'advançant & retirant tant qu'il soit en equilibre, & ainsi le plan perpendiculaire sur l'horizon passant par la ligne du tranchant D, sera le plan de gravité, puis trouvant un autre plan, leur commune section sera perpendicle de gravité, & encor un autre plan trouvé coupant ladite perpendicle, ce sera en son centre de gravité. Dont la demonstration est manifeste par la precedente.



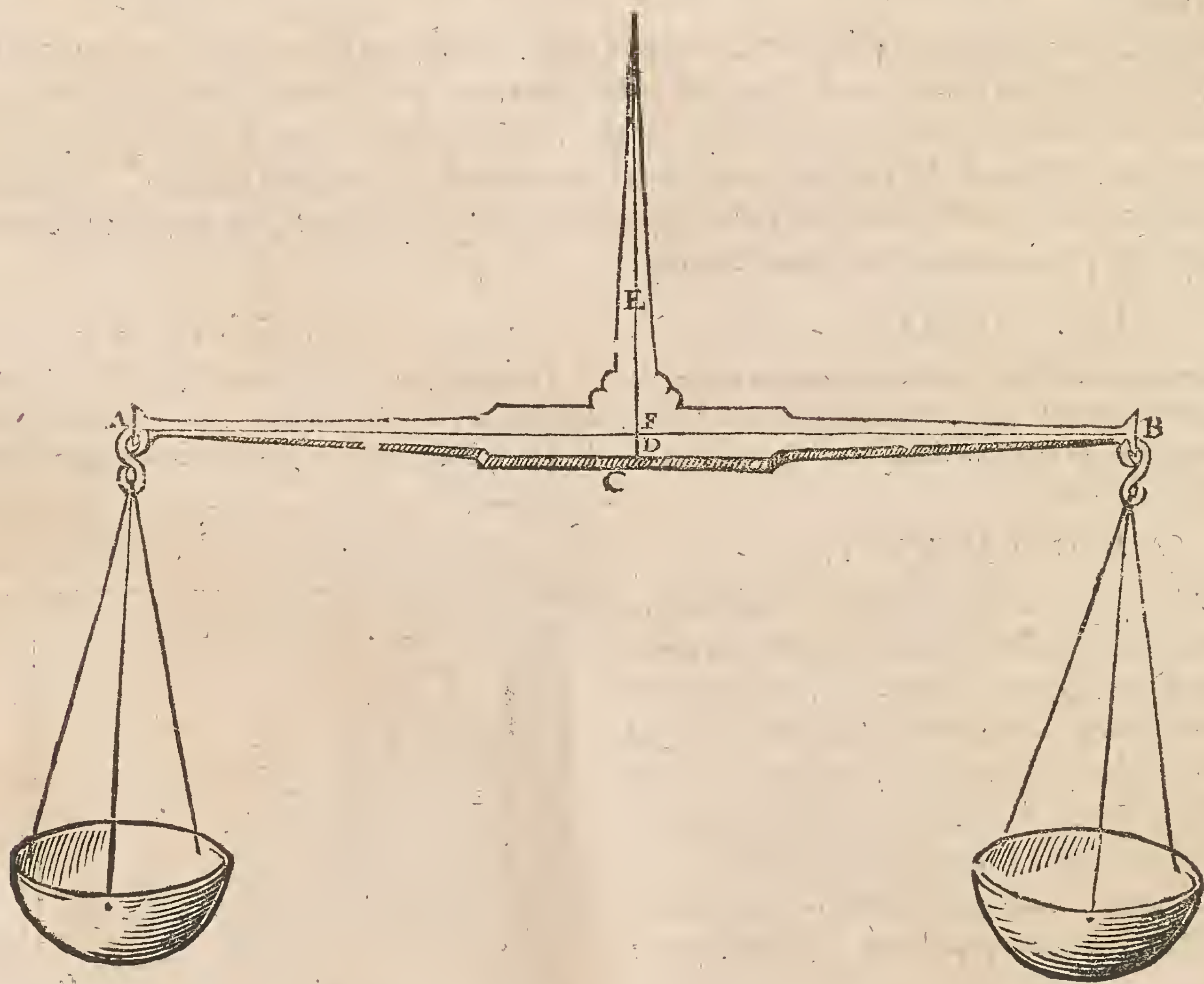
Conclusion. Estant donc donné un solide quelconque, nous avons trouvé son centre de gravité, &c. selon le requis.

PROPOSITION II.

Construire une balance tres-parfaite.

CONSTRUCTION.

On marquera premierement C D (perpendiculaire à la longueur de la barre A B,) sous le milieu de la languette, laquelle doit estre preallablement en son lieu; puis il faut limer ou oster d'un & d'autre costé autant de matiere, que le tout se tienne en equilibre sur C D, posé dessus quelque trenchant, & que les rayons A D, D B soyent egaux; puis aussi D E perpendiculaire sur l'anglet de la barre, (c'est sur la longueur de A B) & poser la barre sur une poincte d'acier, & ladite poincte dans D E pour trouver sa perpendicle de gravité, & posé que ce soit en F; & ayant marqué un poinct semblable à l'autre costé, la ligne comprise entre deux sera la perpendicle de gravité de la barre, signifiant le taillant de l'essieu. Puis si les bassins doivent estre attachez à la barre avec des crochets, on disposera les attouchemens des crochets & la barre en telle sorte, qu'ils soyent en ligne droite avec le taillant de l'essieu A F B; Or il faut bien entendre ce mot d'attouchement, car c'est le lieu precis où les crochets touchent la matiere de la barre; & aussi si on attache les bassins à la barre, avec autre chose qu'avec des crochets, on prendra garde semblablement aux attouchemens: Alors l'anse estant mise en son lieu, si on met dans les bassins des pesanteurs egales, elles se tiendront à toute position qu'on



voudra, moyennant que l'essieu demeure & repose sur son trenchant, par la 10 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

Or que telle balance soit tres-parfaite, cela est manifeste par le premier exemple de la 12 proposition du premier livre susdit, où il est demonstré que E estant poinct ferme, on peut attacher un poids en D, tel que l'axe se tiendra à telle position qu'on voudra; & que si le poinct ferme eust esté N, assavoir le centre de gravité du donné, il n'y auroit aucune pesanteur pour petite qu'elle puisse estre, qui attachée en D, ne face descendre le costé entierement pour en parler selon la perfection Mathematique: Pareillement aussi on doit entendre icy, qu'en posant à l'une ou l'autre de ces pesanteurs egales,

egales, un tres-petit poids, que le costé où ce sera, descendra incontinent jusques en bas, lequel à grand' peine pourroit faire mouvoir une autre balance.

Que si les Ouvriers trouvent trop difficile de cognoistre le lieu du tranchant de l'essieu, & aussi l'attouchement des crochets contre la matiere de la barre si parfaitement, ils se peuvent proposer ce que dessus pour but; & s'ils vouloyent aussi choisir quelque costé des deux, auquel on peut tomber n'ayant pas touché à la perfection, ils pourront mettre plustost les attouchemens des crochets qui se font contre la barre, la largeur d'un cheueu plus bas que la ligne A B, que non pas autant plus haut; car estant plus haut, tout renversera, par la 8 proposition du premier livre, ce qui n'est pas idoine pour peser; car aussi il pourroit advenir que ce qui seroit le plus pesant, paroistroit le plus leger, lors que l'axe le long de la barre ne seroit parallele à l'horizon, c'est à dire à niveau au commencement du balancement, d'autant que tout se tourne du costé où il commence à tourner premierement.

D'autant que les rayons de la barre doivent estre egaux en longueur, il est certain que si l'un d'iceux estoit la centiesme partie plus long que l'autre, que telle balance seroit fausse; car elle feroit paroistre estre en equilibre, ce qui differeroit un pour 100; & si l'un d'iceux estoit la $\frac{1}{25}$ partie plus long que l'autre, il y auroit difference de 4 pour 100, &c. Car comme le rayon majeur au moindre, ainsi l'un des poids à l'autre, par la 1 proposition du premier livre.

Notez aussi que les barres les plus longues, deliees, & legeres, ont un plus grand avantage, pour peser justement. Car si de deux barres d'egale pesanteur l'une estoit plus grande que l'autre; il est certain qu'une once, ou un grain, pourroit faire plus d'effort à l'une, que non pas à l'autre, par la proposition susdite.

Conclusion. Nous avons donc construit une balance tres-parfaite, selon le dessein.

Proposition III.

Estant proposée une balance, de laquelle la barre demeure à niveau: Trouver un poids, lequel mis en l'un des bassins; la barre se tienne selon quelque disposition donnée.

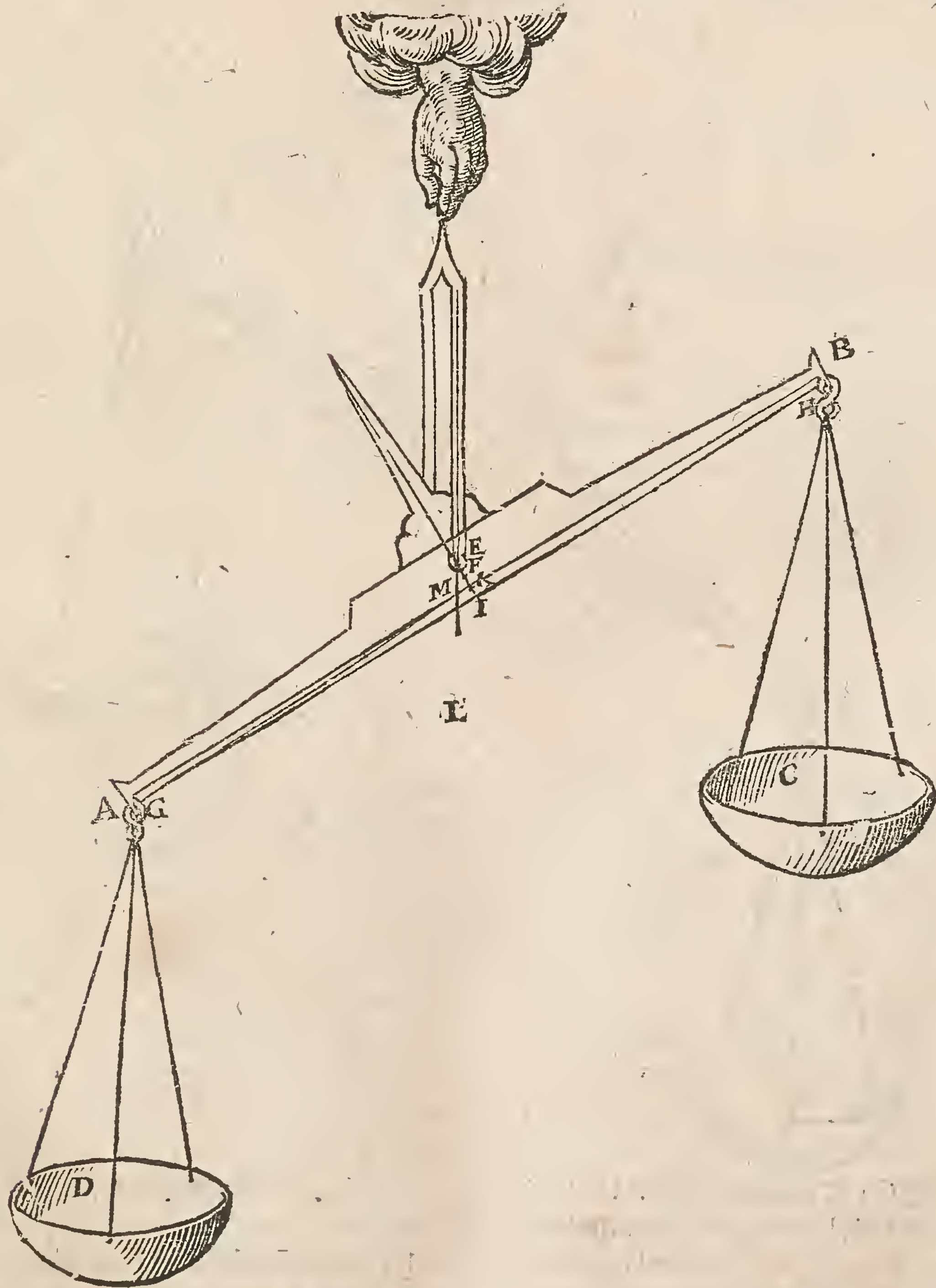
Il arrive souvent qu'une balance a son mouvement moins libre que l'autre, sans qu'on sçache d'où procede la faute, mesme le trenchant de l'essieu estant aussi bon que l'autre, on ne sçait aucunefois trouver la cause: Parquoy nous descrirons icy la raison, demonstrant quel poids on mettra en une telle balance, afin que la barre demeure en disposition donnée.

Le donné. Soit la balance A B C D; & le tout estant libre, la barre se remette au niveau, & E soit le trenchant de l'essieu.

Le requis. Il faut mettre un poids en D, tel qu'il face disposer la barre en ceste maniere.

Operation.

On ostera les bassins, cordes, crochets, & anses, trouvant le diametre de gravité de la barre avec la languette, qui soit parallele au trenchant de l'essieu E, par la



1 proposition de ce livre, & que ce soit en F; puis on menera une ligne d'un attouchement à l'autre G H, assavoir des attouchemens des crochets contre la barre, & I au milieu, puis on divisera F I, tellement que les

parties soyent en raison de la pesanteur de la barre & languette ; laquelle soit 1 ℔, à la pesanteur des bassins, cordes & crochets, lesquels je prens aussi peser 1 ℔, & partant K soit mis au milieu de FI ; alors K sera le poinct, auquel la balance proposée tiendra telle position qu'on voudra ; puis menez KG, & la perpendicle par E, comme EL, coupant KG en M : Je dis que le poids qui aura raison à 2 ℔ (assavoir de toute la balance avec ses dependances, comme il a esté dit) comme MK à MG, sera le requis, lequel mis dans le bassin D, tiendra la balance en ceste disposition. Prenant que MK soit la $\frac{1}{25}$ de MG, alors la $\frac{1}{25}$ de 2 ℔ tiendra la balance en ceste disposition ; dont la demonstration est manifeste par la 12 proposition du premier livre, mais neantmoins nous en dirons encore icy quelque chose.

DEMONSTRATION.

D'autant que K est centre de gravité du donné, alors la perpendicle par K, sera le diametre de gravité du mesme, & la perpendicle par G, sera le diametre de gravité de ce qu'on a mis dans le bassin D ; parquoy la ligne KG entre les deux centres de gravité est la barre Mathematique de gravité des mesmes, & est divisée en M, en sorte que le rayon MG aye telle raison au rayon MK, comme ceste pesanteur à celle-cy : Donc la perpendicle par M sera le diametre de gravité, ou anse du total ; & par consequent la barre demeurera en telle disposition ; ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant donc proposée une balance, &c.

PROPOSITION IV.

Estant donnée une barre, laquelle avec ses bassins demeure au niveau, mais sans iceux ne peut reposer sur le tranchant de l'essieu : Trouver de quelle pesanteur il faudra faire les bassins, afin que la barre se puisse tenir en telle disposition qu'on voudra.

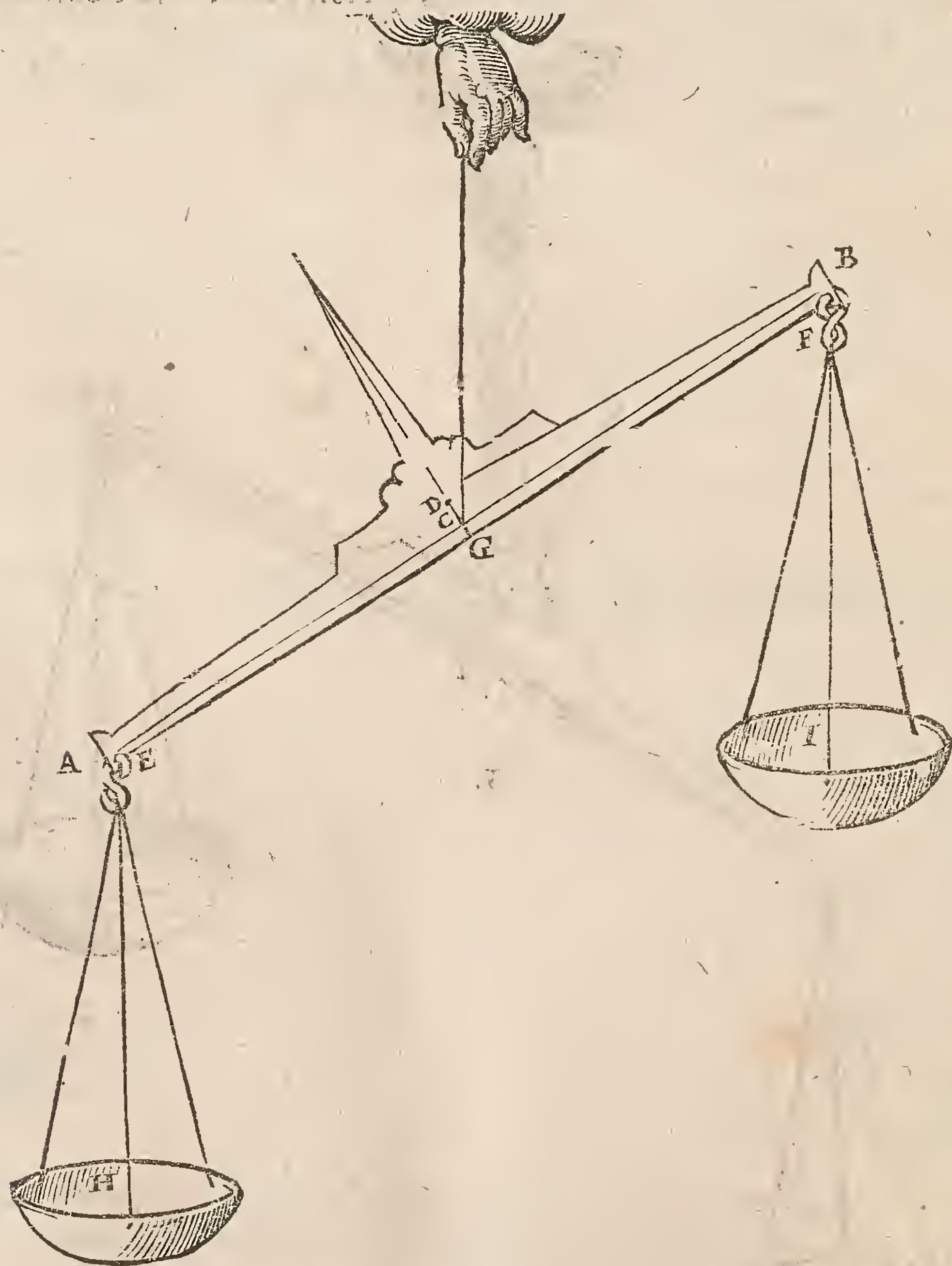
Il y a des barres, qui ne peuvent pas reposer sans bassins sur le tranchant de leur essieu, mais bien lors que les bassins y sont ; dont il nous faut recercher la cause par la practique.

Le donné. Soit AB une barre de la qualité de la proposition, & C tranchant de l'essieu.

Le requis. Il faut trouver à ceste barre des bassins (c'est assavoir avec cordages, & crochets,) de telle pesanteur, qu'ils facent tenir la barre en telle disposition qu'on voudra.

OPERATION.

On trouvera le diametre de gravité de la barre joincte avec la languette, parallele au tranchant de l'essieu C, par la 1 proposition de ce livre, & soit D au dessus de C ; d'autant que la barre ne se peut tenir sur C par l'hypothese, & encor moins sous C. Puis soit menée EF entre les touchemens, assavoir de la barre & des crochets, laquelle de necessité passera sous C ; veu qu'elle passera sur C ou dessus, il n'y auroit bassins si pesants puissent ils estre, qui pourroyent faire que la barre se tienne au niveau, & encor moins en toutes les positions qu'on voudra. Puis marquant G au milieu



de EF, on menera DCG ; & comme DC à CG, ainsi la pesanteur des balances H, I, à la pesanteur de la barre ; & si CD, CG estoyent egales, alors la pesanteur des bassins, & celle de la barre devroyent estre egales ; dont la demonstration est faite en la 10 proposition du premier livre, à quoy nous adjousterons encore cecy.

DEMONSTRATION.

La perpendicle par D, sera la perpendicle de gravité de la barre d'une part, & par G, la perpendicle de gravité des bassins d'autre part : Ainsi GD sera la barre Mathematique : Mais comme le rayon CD à CG, ainsi ceste

ceste pesanteur à celle-là, par l'hypothese : la balance donc se tiendra sur C en telle disposition qu'on voudra; ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant donc donnée une barre, laquelle avec ses bassins, &c.

NOTEZ.

Il appert, que si les bassins estoyent plus pesans qu'il n'a esté dit cy-devant, ou qu'on mette dans les bassins des poids egaux, alors la barre ne tiendroit pas telle position qu'on voudra, mais sera parallele à l'horizon; parquoy telle balance n'est pas la plus parfaite.

PROPOSITION V.

C*Onstruire un clavier tres-parfait.*

OPERATION.

On prolongera le bord superieur A B jusques en C, & dans B C, les deux tranchans des essieux D, & E, pourveu que le tranchant de D vienne vers le bas, & de E vers le haut : Puis de l'extremité plus grosse de la barre vers B C, on en limera ou ostera tant, que tout balance, & demeure en equilibre en l'anse F, & qui plus est que le tranchant de l'essieu D (ayant osté l'anse F) demeure le diametre de gravité de la barre corporelle A C. Ce qu'estant ainsi, & la mesme barre suspendue à l'anse, elle se tiendra en telle disposition qu'on voudra, tant que l'essieu D reposera sur son tranchant. Puis on verra de quelle pesanteur le curseur G, & le crochet H seront, je pose que G soit 1 ℔, & H une once, ce qui est la $\frac{1}{16}$ de G, on posera I en sorte, que la ligne entre I & le tranchant de l'essieu D, soit egale à la $\frac{1}{16}$ de D E, puis on marquera la longueur D E, (la distance des deux essieux) de I vers A, tant que faire se pourra, comme en K, L, M, N, O, P, Q, R : puis on divisera chaque partie de I K, K L, L M, &c. en autant de parties egales que le lieu le permettra, comme en 2, en 4, ou en 8, ou en 16, &c. & alors tout sera achevé.



Mais si l'ouvrier trouve ceste exactitude difficile & trop laborieuse, il aura au moins pour but, & taschera de le faire au plus pres qu'il pourra, mettant toutefois plustost le tranchant de l'essieu D, un cheveu plus haut, que la ligne A C, que plus bas qu'icelle.

Et quant à l'usage, lors que G est pendu en O, & une pesanteur au crochet H, equilibre au reste, ceste pesanteur pesera 5 ℔, d'autant qu'il y a de I en O 5 distances : Et si chaque distance, comme I K, K L, L M, &c. estoit partie en 16, chacune denoteroit une once : Comme si G estoit pendu entre P & Q en la 15 partie de P vers Q ; alors ce qui pendroit au crochet H, peseroit 6 ℔ 15 onces ; & ainsi des autres. Or d'autant que ce clavier, avec les poids equilibres de part & d'autre, se tiendra en telle disposition qu'on voudra, (posant que le curseur G ne s'escoule en bas, lors que l'un des deux costez descend,) & partant ce sera un clavier tres-parfait, pour les raisons deduites en la proposit. precedente. Quant à la demonstration, tout est manifeste par la 2 proposition du premier livre.

Conclusion. Nous avons donc construit un clavier tres-parfait, selon le dessein.

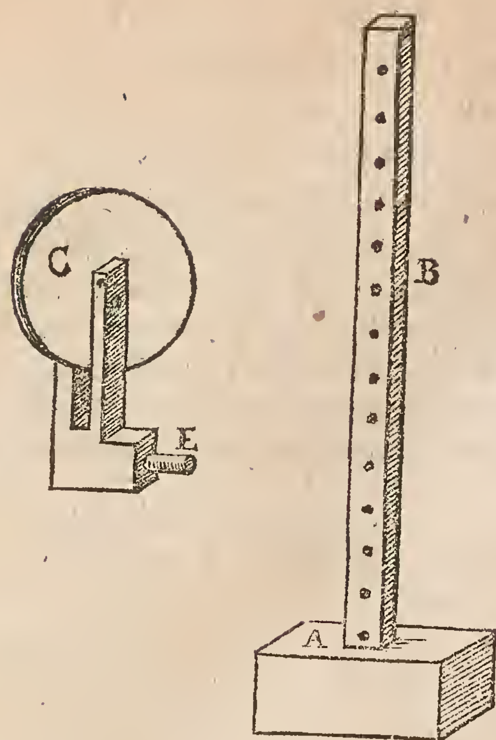
PROPOSITION VI.

C*Onstruire la balance oblique.*

D'autant que les poids ne se meuvent pas seulement droit en bas, & droit en haut, mais aussi de biais, & obliquement, comme en divers exemples cy-devant & cy-apres, il faudroit avoir une balance d'autre façon que les communes, laquelle par distinction nous pourrions nommer balance oblique : Leur fin principale est de demonstrer à l'œil, rececher, & entendre la verité des propositions, touchant la proportion descrite par voye Mathematique de tels poids obliques au premier livre, afin d'estre tant plus certain des choses qui tirent de là leur fondement, pour servir à l'avantage & utilité des hommes.

OPERATION.

On fera un pied A, avec un reglet dessus, percé en plusieurs lieux, comme B, & puis une poulie C, avec une roye à l'entour du bord, où l'on puisse faire couler un filet, ayant au milieu un essieu D, reposant de ses deux bouts dans un pertuis, & puisse estre attachée à la regle B, mettant la poincte E dans l'un des pertuis d'icelle regle, si haut ou si bas qu'on voudra, & sera achevée. Mais ce à quoy on doit bien prendre garde, afin d'estre bien exacte, est que la poulie & son essieu de dedans, doivent estre tournez ensemble, & le plus delicatement qu'il est possible, faisant la poulie fort deliée, & que l'essieu soit à peu pres aussi gros que les plans de la poulie, afin d'empescher de vaciller, ou toucher la mortaize, & les bouts de l'essieu fort deliés. J'en ay fait tourner une de buis pour mon usage, dont l'espesseur est comme le dos d'un delié couteau, ayant de diametre environ 5 pouces; & l'essieu (tournez en-



semble l'un avec l'autre) d'yvoire de la grosseur d'une esguille de Tailleur d'habits, assavoir aussi desliée que l'ouvrier la pouvoit tourner.

PROPOSITION VII.

Recercher les proprietez des leviers.

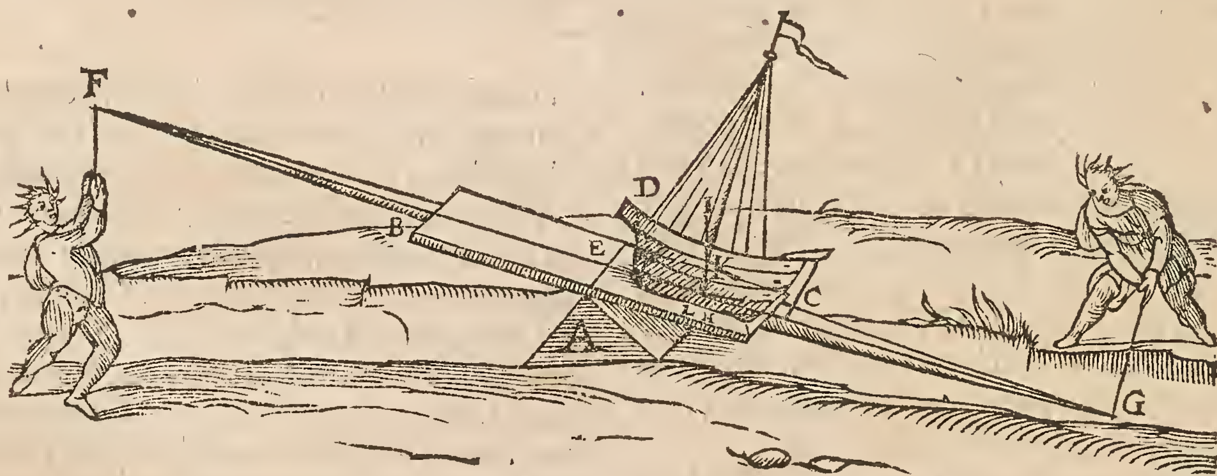
Les hommes ayant remarqué qu'ils agissoyent avec plus de force avec des longs leviers, ils s'en sont puis apres servy en plusieurs affaires, mais cognoissans cela seulement par experience, & non par raison, il est advenu que plusieurs ouvrages nouveaux ont mal reüssy, au dam des ouvriers, & au desavantage & reculement de l'ouvrage. Afin donc de sçavoir leurs puissances devant que commencer à les practiquer, nous en dirons icy quelque chose, combien que cela se puisse aisément tirer des propositions du premier livre; & comme il est advenu, que quelques uns ont pensé qu'il seroit meilleur de transporter les batteaux par dessus les dosdanes à force de leviers, & avec moindre frais qu'avec des guindaxes, selon la maniere ordinaire, nous prendrons premierement cest exemple pour voir qu'est-ce qu'il en adviendroit.

1 Exemple, des leviers à double queuë.

Le donné. Soit A un dosdane, & B C un bois plat, sur lequel le batteau D, pesant 24000 ℔, peut reposer, (côment on peut cognoistre combien pese un batteau, avec tout ce qui est dedans, & son equipage, cela se trouvera en l'Hydrostatique en son lieu) & E, milieu de B C vienne sur le milieu du dodasne A; B F un des leviers, & C G l'autre egal à B F; & F E de poids egal à E G (quand le batteau n'y est pas) & pour transporter le batteau, on tire en F, ou on leve seulement en G, ou bien ensemble. Puis soit H I la perpendicle, & F E soit sextuple à E H, on requiert de trouver un contrepoids en F, ou en G, qui soit en equilibre avec le batteau.

OPERATION.

D'autant que F G est comme la barre d'une balance, & E son poinct ferme, & H I la perpendicle de gravité; & puis que F E est sextuple à E H; alors le poids du batteau sera sextuple au poids attaché à F, tellement que posant que le batteau pesast 24000 ℔, comme dit est, il faudroit 4000 ℔ à F: Or s'il y avoit 25 personnes,



& que chacune pesast 160 ℔, ils tiendroyent le batteau en equilibre: Ce qui se doit entendre en la disposition presente, mais si le batteau estoit eslevé plus haut, K estant le centre de gravité, & K L de nouveau, perpendicle de gravité, il faudroit moins que 4000 ℔ à F, veu que posant F E septuple à E L, il ne faudroit que 342 $8\frac{2}{7}$ ℔, pour tenir le batteau en equilibre.

NOTEZ.

Nous avons proposé un exemple, lequel serviroit en telle occasion, où le levier devroit estre bien grand pour estre sextuple à E H. J'estime qu'és grands navires cela ne pourroit pas bien succeder, mais seulement és batteaux. Il est bien vray qu'on se serviroit de guindaxes en F, G, pour n'avoir besoing de tant de gens; nous en descrirons une autre plus facile, en la 10 proposition suivante, & suffit d'avoir expliqué, & declaré cest exemple comme dessus, puis qu'en le voulant practiquer, on accommode les choses selon qu'il vient mieux à poinct.

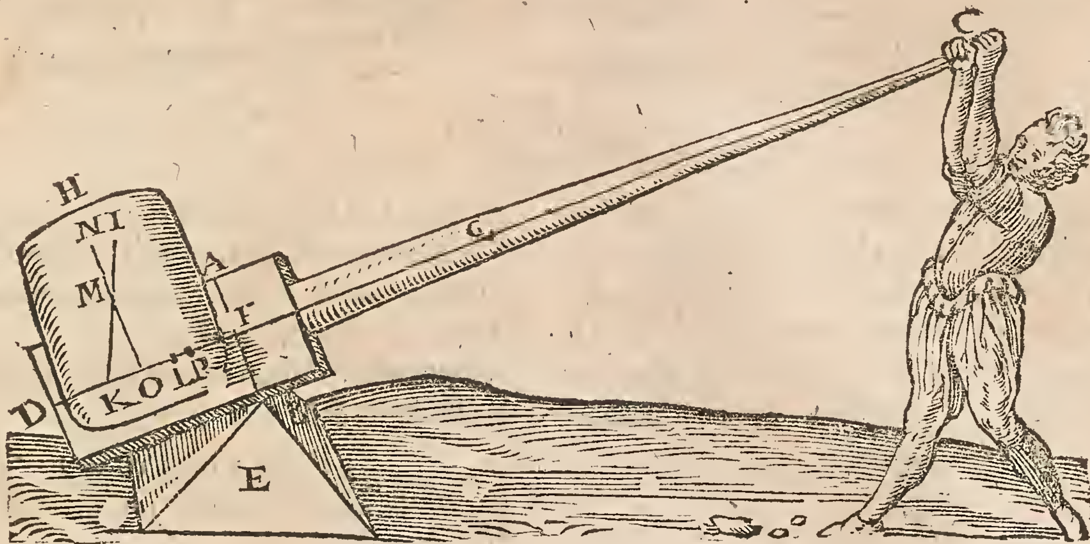
2 Exemple, des leviers à simple queuë.

Le donné. Soit A B C D un levier, D F, F C inegales sur l'anglet de E le long de A B, coupant D C axe en F, iceluy levier pesant 400 ℔, dont le centre de gravité soit G, (le plan de gravité perpendiculaire sur l'axe D C eust peu suffire, comme aussi és exemples troisiesme & quatriesme suivants, mais nous prendrons icy le centre de gravité pour parler plus proprement) & il y a sur la partie A B D une pesanteur H de 2000 ℔, I K sa perpendicle de gravité, assavoir K en l'axe C D, on demande quelle pesanteur il faudroit en C pour lever H.

OPERATION.

On trouvera la perpendicle de gravité du poids H & du levier H, comme d'une chose, ainsi que s'ensuit: Soit partie K G en L, ainsi que G L aye telle raison à L K, comme 2000 ℔ à 400 ℔, c'est comme 5 à 1, une perpendicle par L sera leur perpendicle de gravité. Or je pose que F C soit trouvée dodecuple à F L; parquoy F C 12 donne F L 1, combien 2400 ℔ (assavoir du levier

levier A B C D & de H) viendra 200 ℔ pour le poids qui doit estre en C, pour estre equilibre à H en ceste disposition; parquoy si un homme pesant 200 ℔, tiroit en C aussi fort que 200 ℔, il seroit en equilibre au reste; ce qu'il faut entendre en la disposition, comme elle est presentement: car prenant M, pour le centre de gravité de H, & la partie A B D s'elevant, C n'aura pas besoing de 200 ℔; veu que menant N O, perpendi-



culaire à D F, (ou sur le plan A B D) par le poinct M, tellement que quand ledit plan sera parallele à l'horizon, N O sera perpendicle de gravité de H; & divisant O G en P, ainsi que P G soit derechef quintuple à P O, assavoir comme 2000 ℔ à 400 ℔, la perpendicle par P sera alors diametre de gravité du total: Je pose maintenant que F C soit quindecuple à F P, il faudra dire, F C 15, donne F P 1, combien 2400 ℔? viendra 160 ℔, qu'on devra attacher à C, afin de contrepeser le reste.

3 *Exemple.*

Combien que la qualité des pesanteurs des choses qu'on porte sur l'espaule, comme lances & semblables longueurs, se rapporte assez à ce que dit est au deuxiesme exemple, nous en ferons neantmoins mention en ce troisiesme exemple.

Le donné. Soit A un homme, ayant sur son espaule B, une lance C D, pesant 12 ℔, dont l'axe est C D, & E son centre de gravité: & du poinct d'attouchement de la lance & de son espaule, soit menée la ligne B F, perpendicle à l'horizon, coupant l'axe C D en G: Et tirant avec sa main directement en bas, vient au poinct H en l'axe, & que G H soit double à G E.

Le requis. Il faut trouver quelle force c'est que la main fait en attirant.

Operation.

D'autant que G H est double à G E, la pesanteur en E, qui est la lance, sera double à celle qui est en H,



la force que la main fait: Mais la lance pese 12 ℔, la main donc attirera 6 ℔.

Mais si c'estoit un soldat qui ayt esté à la picorée, & ayt pendu un chappon I, en K, pesant 3 ℔: tellement que K G soit triple à G H; il appert que le butin luy appesantira la main de 9 ℔, & attireroit 15 ℔ en tout.

On suppose icy qu'il tire droit en bas la main, mais si c'estoit obliquement, alors comme la depression directe à l'oblique, ainsi le deprimant direct à l'oblique, par la 21 proposition du premier livre des Elemens, d'où tout pourra estre cognu.

Alb. Girard.

Mais d'autant qu'il arrive, comme icy, d'autres inconvenients au porteur; qu'à la main, comme sur l'espaule; on demande quel poids il porte sur son espaule? ce qui servira une fois pour tout, tant icy qu'en autre lieu.

La lance C D *pese* 12 ℔,
En K, *y a* 3 ℔,
Et la main H *tire* 15 ℔,

Vient en somme 30 ℔.

sur l'espaule B, *& ainsi des autres: que s'il mettoit tout à l'equilibre, sans la main il ne porteroit que la moitié.*

4 *Exemple.*

Nous avons declaré jusques icy les proprietez des leviers à deux bouts, de part & d'autre du poinct ferme.

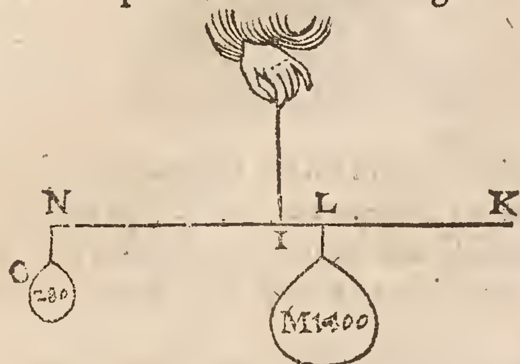
Le donné. Soit A B un levier, ferme en A, & le reste mouvant, pesant 400 ℔, l'axe A B, & C D diametre de gravité, & A B soit 10 pieds de long, sur lequel est un poids de 1000 ℔ E, son diametre de gravité F G. L'on demande de quelle force il faut elever le bout B, afin de lever & le levier & le poids E.

Operation.

On trouvera le diametre de gravité du total, partissant quelque barre entre les diametres F G, & C D; comme G D en H; tellement que H G à H D soit comme 400 ℔ du levier à 1000 ℔ du poids F: (c'est comme 2 à 5) Et posant que A H soit 2 pieds, je dis A B 10 pieds, donne A H 2 pieds, combien 1400 ℔ pour le poids tant du levier que du faix? vient 280 ℔: On doit donc mettre une telle force en B, pour estre equilibre au reste, comme si on levoit 280 ℔; dont la demonstration est manifeste par la 14 proposition du premier livre des elemens.



Mais si l'artisan eust voulu faire le compte par une cognoissance plus exquise des principes, il eust peu faire quelques figures, telles que les Geometres font, afin d'aider à l'imagination : Comme menant cy-dessous la ligne IK, denotant le levier de 10 pieds; & d'autant que AH estoit 2 pieds, & H centre de gravité, je marque L, ainsi que IL denote 2 pieds, attachant M 1400 ℔ à L, & faisant IN egale à IK, prenant I pour le poinct ferme, je recerche quel poids viendra à N, afin qu'il soit equilibre à M ; ce qui est manifeste par la 3 proposition du premier livre ; car IL, est la $\frac{1}{5}$ de IN; parquoy à N sera la $\frac{1}{5}$ de M, comme O, 280 ℔; & par la 13 proposition du premier livre, O fait tel effort à N en deprimant, que le mesme poids en K en elevant,



veu que IN est egale à IK ; & ainsi il faudra elever le poids de 280 ℔ en K pour satisfaire au requis, assavoir pour elever M, & le trouver en equilibre : & ainsi des autres qui sont de mesme.

Conclusion. Nous avons donc recerché la proprieté des leviers, &c.

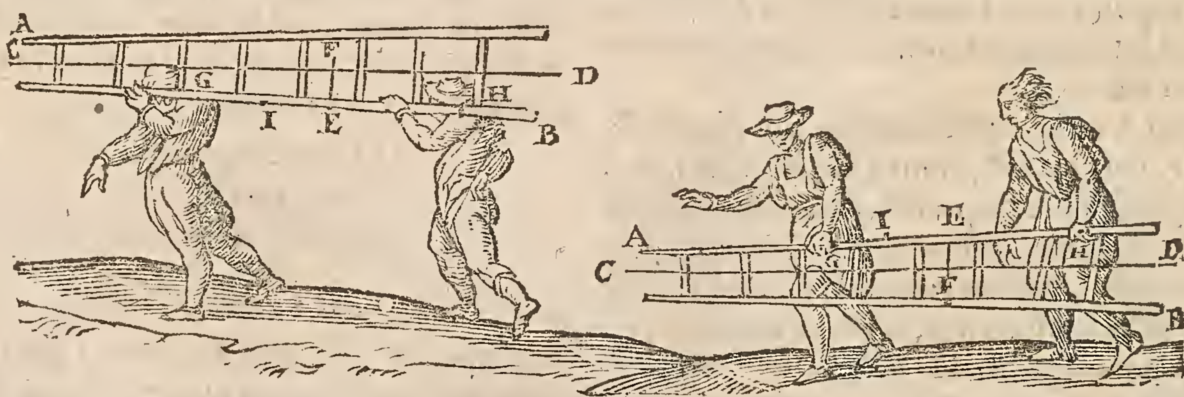
Proposition VIII.

R*Ecercher les qualitez des fardeaux qu'on porte.*

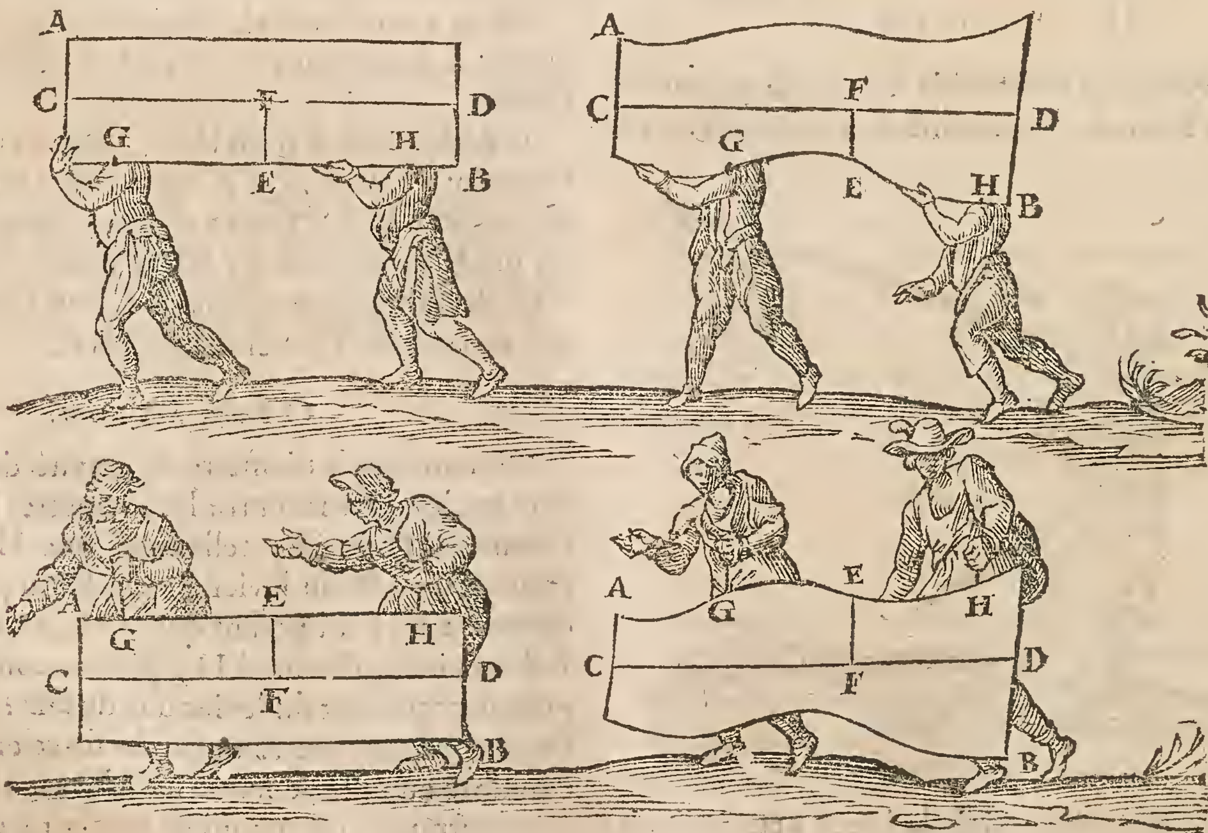
Le donné. Soit AB une eschelle, plus pesante en un bout qu'en l'autre, laquelle doit estre portée de deux hommes, tellement que l'un porte autant que l'autre, assavoir chacun la moitié de la pesanteur d'icelle; & soit CD son diametre, lequel on requiert estre parallele à l'horizon.

Operation.

On balancera l'eschelle sur quelque anglet tranchant, recerchant où elle se peut tenir en equilibre, & soit en E, y faisant une marque, si on la doit porter souventefois de lieu en autre ; & menée la perpendicle EF, coupant CD en F, duquel on posera deux poincts equidistants, & de part & d'autre d'iceluy, comme en G, H ; car là ils porteront les pesanteurs egales.



Que si on vouloit que l'un portast le double de l'autre, on prendra l'une des distances HE, double de l'autre EI, alors celuy qui sera plus pres de EF, comme en I, portera le double de l'autre en H, & ainsi des autres.



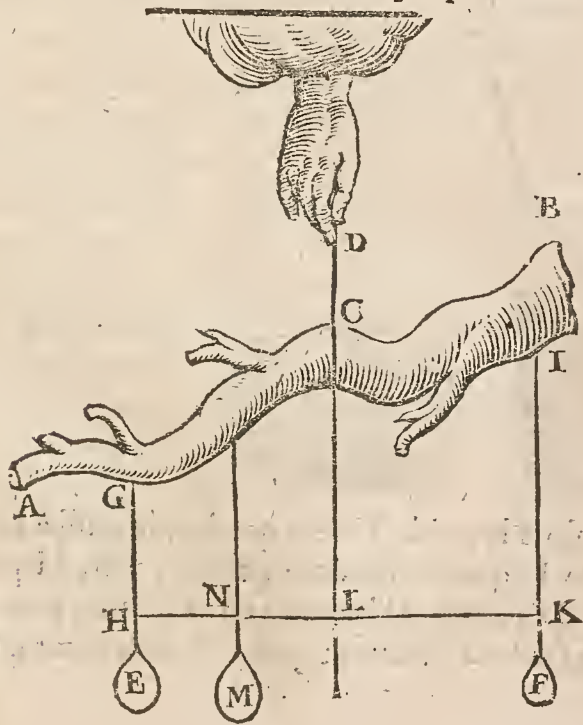
Or ce qui a esté dit de l'eschelle, se peut aussi entendre d'autres faix, comme cy-dessous; trouvant prealablement les lignes CD, par la 1 proposition de ce livre, lors qu'elles sont irregulieres; & que les perpendicles par G,&H, coupent CD, és poincts equidistants de EF.

Ce que dessus est, lors que CD est posée parallele à l'horizon (c'est à dire au niveau) mais si elle estoit oblique à l'horizon, comme cy-dessous, quand les porteurs montent ou descendent, alors la raison des pesanteurs se changeroit, mais elle seroit toutesfois

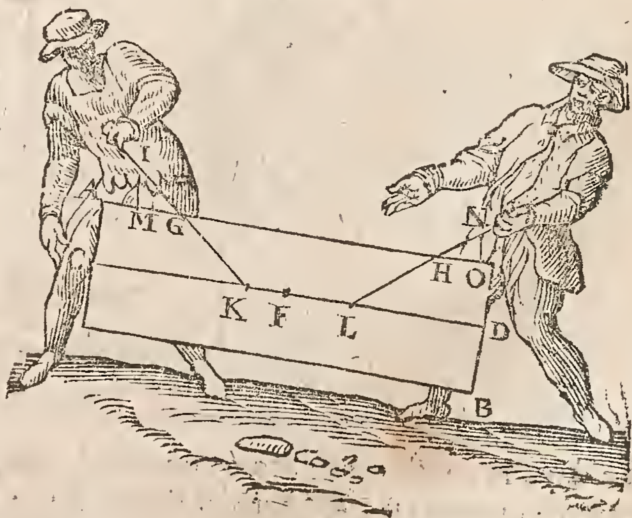


cognuë. Car soit pour plus ample declaration, que les porte-faix ayent à monter quelque montagne, comme cy-dessus.

Ayant mené des perpendicles par les poincts G, H, coupant C D en K, L, ils ne porteront pas autant l'un que l'autre, comme au precedent exemple, veu que F K (és deux figures d'enhaut) est majeure à F L, & moindre aux deux de dessous: Comme aussi F K à F L, ainsi le poids en H, à celuy de G. D'où s'ensuit que lors que les poincts fermes G, H, sont au dessous de C D, que celuy de devant porte le moins; mais au dessus, il porte le plus. Et que si les poincts fermes estoyent en C D, qu'ils porteroient tousiours les mesmes poids, tant en pente, qu'en pleine campagne, ce qui est du tout manifeste, par les 14, 15, 16, 17, 18, 27, 28 propositions du premier livre. Mais d'autant que plusieurs manouvriers n'entendent, ny ne peuvent mettre leur temps à lire ces propositions, qui toutefois voudroyent voir à l'œil quelque raison qui les induisist à croire cela, ils pourront prendre un baston droit & regulier, ou tortu & irregulier, comme il arrive, tel que A B, le suspendant par un ligament C D en C, puis attachant des poids egaux E, F, au baston, tellement que les cordages G H, I K, soyent equidistans de la ligne C D produite en bas, assavoir H L egale à L K; le baston tiendra la mesme disposition qu'auparavant: ce qui se fera aussi, si en ostant E, on y met M double à F, moyennant que K L soit aussi double à L N, d'où s'ensuit necessairement ce qui a esté dit cy-dessus, & ainsi ils le pourront entendre facilement.



Les lignes és figures precedentes, par lesquelles les porte-faix supportoyent les fardeaux, estoyent perpendiculaires à l'horizon, que si elles y estoyent obliques,



comme icy joignant, ils soustiendront un plus grand faix, que le fardeau ne pese. Et pour sçavoir combien de

de pesanteur revient à chacun ; on menera les perpendicles I M, N O, disant comme M I à I G, ainsi l'elevant direct au poids que l'homme soustient en G ; & derechef comme O N à N H, ainsi l'elevant direct, au poids que l'autre homme soustient en H, par la 27 proposition du premier livre des Elemens ; & par la 22 du mesme livre on sçaura combien chacun soustiendra.

Nous mettrions encor d'autres exemples touchant la qualité des fardeaux portatibles, mais la briefveté nous en divertissant, ceux-cy suffiront pour le present.

Proposition IX.

Recercher les proprietez des guindaxes, & des pesanteurs attirées.

L'attirant & l'attiré des guindaxes, sont proportionaux aux raids de l'axe, & de la rouë, & pour mettre le tout par ordre nous descrirons le theoreme suivant.

Theoreme.

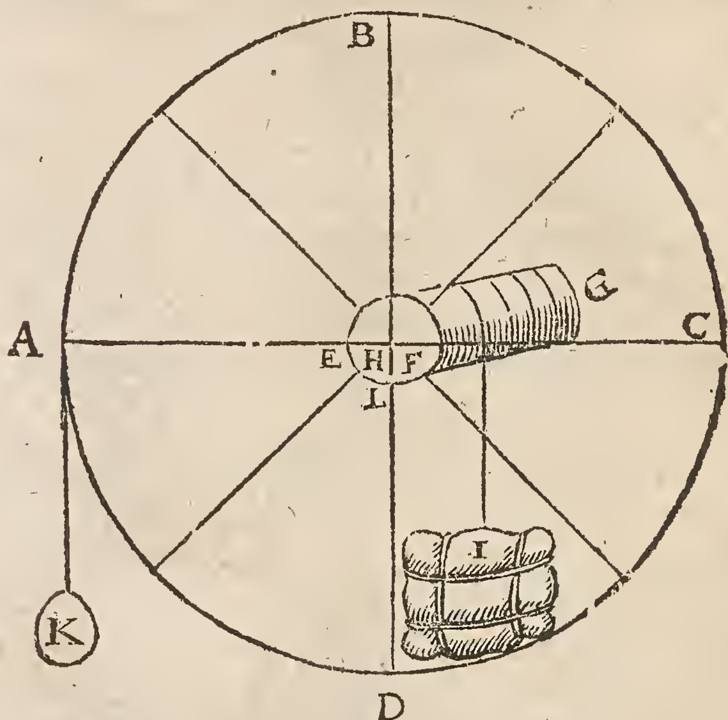
Estant proposé un guindaxe, & une pesanteur pendue à son axe, equilibre au poids, qui est mis à l'extremité du raid de la rouë, estant ledit raid parallele à l'horizon : Comme le raid de la rouë, au raid de l'axe ; ainsi le poids à l'axe, au poids qui est à la rouë.

Le donné. Soit A B C D E F G un guindaxe, son axe E F G, & raid E H, & centre H ; & I un poids suspendu à iceluy : puis A B C D la rouë, & H A raid parallele à l'horizon, en l'extremité duquel A est un poids K, equilibre à I, & L soit l'attouchement de l'axe, & le lieu où il repose.

Le requis. Il faut demonstrer que comme A H à H F, ainsi I à K.

Demonstration.

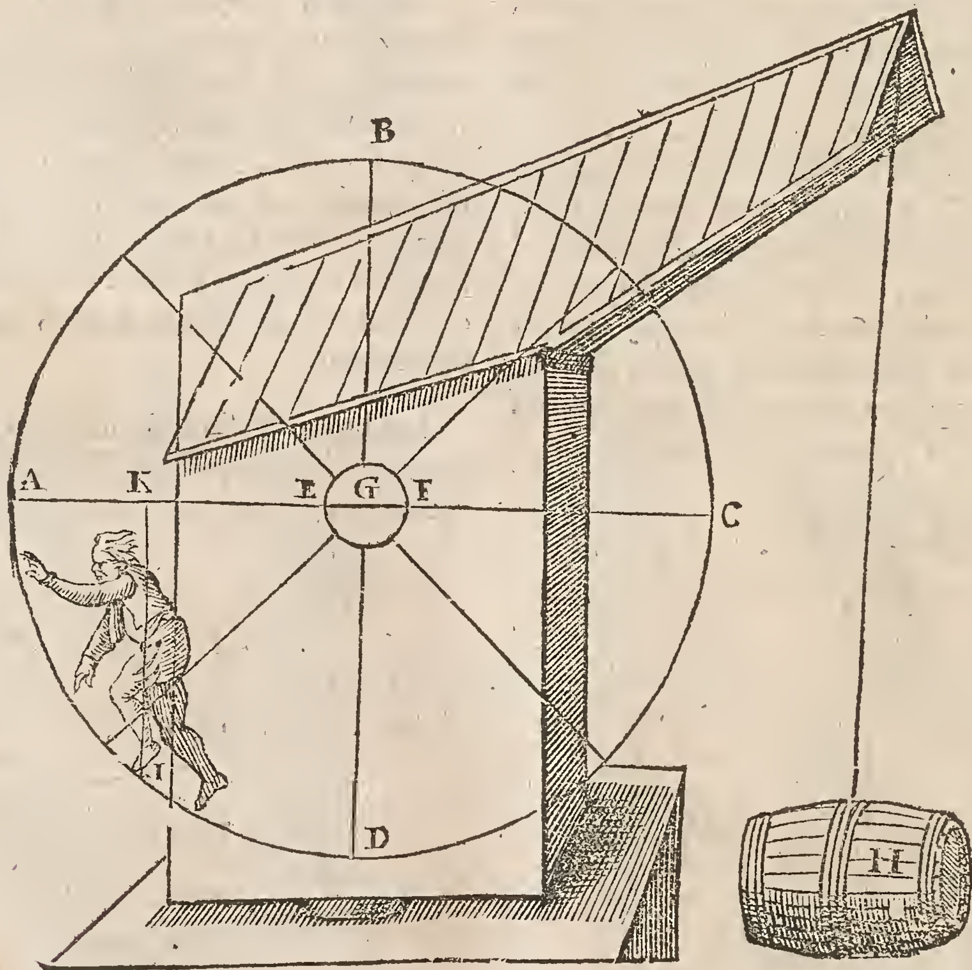
Soit prise la rouë A B C D comme la barre d'une balance, & B L l'anse, tellement que le costé B D A (ayant osté prealablement les poids K, I,) soit equilibre à l'autre costé B D C. Posons maintenant que le poids I soit attaché au poinct F (car c'est tout un) alors comme les rayons A H à H F, ainsi I à K (qui est proportion de majeure inegalité) parquoy si H A est sextuple à H F, aussi sera I à K, assavoir que si I pese 600 ℔, que



K en pesera 100, que si un homme pesoit, ou faisoit autant d'effort que 100 ℔ en A, il tiendroit I en equilibre, excepté qu'à cause de l'attouchement L, c'est à dire le froyement de l'axe contre le moyeu, il doit faire quelque effort au dessus des 100 ℔.

2 *Exemple.*

Les proprietez & qualitez des guindaxes, qu'on nomme grues, & autres semblables roüages, où l'on fait marcher quelqu'un dedans, sont assez manifestes par ce que devant. Soit par exemple A B C D une rouë, A G son raid parallele à l'horizon, & G F celuy de l'axe, G son centre, H un poids à l'axe, & I un homme qui



marche dans la rouë, equilibre au poids H, duquel le diametre de gravité est I K, perpendicle à A C : Il appert, que comme K G à G F, ainsi le poids H à la pesanteur de l'homme I ; & posé que G K soit quadruple à G F, alors le poids H sera quadruple aussi à celuy de l'homme I, que si l'homme pesoit 150 ℔, H peseroit 600 ℔. D'avantage l'homme en ce lieu ne pourra pas elever le fardeau, d'autant qu'il y est seulement en equilibre,

libre, mais s'il marche en avant vers A, alors il elevera H, car ainsi G K à G F sera une raison majeure comme devant. Et tant plus on est vers A, & tant plus de force a-on pour elever H : dont la raison de ces choses appăroit à la 3 proposition du premier livre.

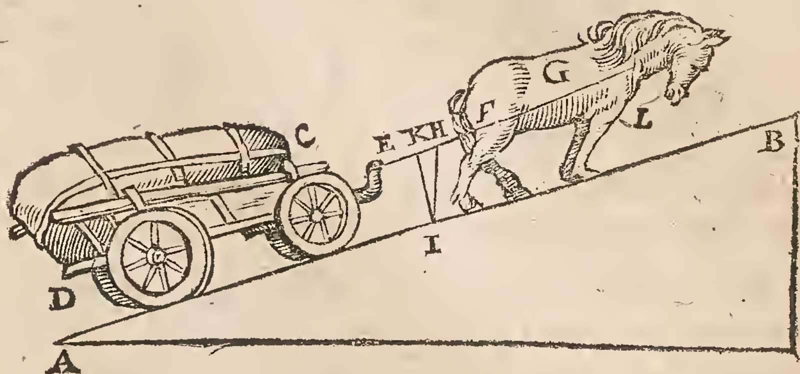
3 *Exemple.*

Voila quant aux poids qu'on eleve directement, comme balles de marchandises, & tonneaux qu'on tire des navires par le moyen des grues & autres semblables. Mais quant aux poids qu'on tire obliquement, comme on fait les batteaux, lors qu'on les tire au dessus des dosdasnes és pays bas, il y a quelque autre raison. Soit par exemple A un dosdasne, B un batteau qui doit estre attiré par dessus, C D la rouë, & C L son raid parallele à l'horizon, & de l'axe K L, un homme aussi qui estant en la rouë tient le batteau en equilibre, son diametre de gravité F E, la corde du batteau à l'axe G H; soit aussi menée la perpendiculaire au plan du dosdasne, M un poinct d'icelle en la corde; puis la perpendicle O N. Soit maintenant L F sextuple à L K, & N O triple à O M, & que l'homme pese 150 ℔. Ce qu'estant ainsi, comme L F à L K, ainsi le poids qui pendroit droit en bas à la corde G H, au poids de l'homme, par le theoreme precedent; mais L F est posée estre sextuple à L K : le poids donc susdit, qui pendroit droit en bas, peseroit 900 ℔ : Parquoy l'homme fait un tel effort au batteau B, comme s'il y avoit 900 ℔ attachées à l'axe obliquement; Et alors le poids du batteau a telle raison à 900 ℔, comme N O à O M, par la 20 proposition du premier livre. Mais puis que N O est triple à O M par l'hypothese, le batteau pesera trois fois 900 ℔ (c'est 2700 ℔) qui sont 18 fois la pesanteur de l'homme. Ce qui s'entend lors que le batteau est en telle disposition; mais venant plus haut, la corde sera moins parallele que devant (n'estoit qu'on la remette autrement) & partant la ligne M O auroit plus grande raison à O N, que non pas maintenant, d'où le contrepoids pour tirer le batteau seroit alors plus de 900 ℔ : Et ainsi quiconques voudra construire une rouë & un axe, qui ne soit trop grãde ny trop petite, il pourra faire son compte propre pour le plus pesant batteau qui y doit passer.

Il faut sçavoir aussi que l'homme E, fait le plus d'effort, lors que la corde G H est parallele au plan du dosdasne P A, par la 24 proposition du premier livre des Elemens; car alors H G est perpendiculaire sur l'axe du batteau (s'il faut ainsi dire) c'est sur le diametre de gravité du batteau, qui est perpendicle sur P A; tant plus donc G H est parallele à P A, tant plus le batteau est facile à tirer, & tant moins elle l'est, tant moins aussi y a-il de facilité.

4 *Exemple.*

Par les choses susdites il est manifeste, combien de pesanteur un cheval tire plus, en tirant un fardeau le long d'une pente en montant, que sur la plaine. Soit par exemple A B le plan d'une montagne, & C D un chariot, pesant avec tout le reste 2000 ℔, & E F la corde, G le cheval contrepesant au chariot. Soit menée aussi H I perpendicle, & I K à angles droits sur le plan



de A B : Soit aussi posée I H quadruple à H K, il appert par la 20 proposition du premier livre des Elemens, que comme K H à H I, ainsi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot; mais K H est le quart de H I; le poids donc de la balance oblique seroit de 500 ℔, qui est le $\frac{1}{4}$ de la pesanteur du chariot : Et ainsi la pesanteur du chariot cause un tel pressement contre la poitrine du cheval L, qu'un fardeau de 500 ℔ sur son dos le presseroit, & cela (c'est assavoir quand il marche) par dessus ce qu'il est pressé en tirant le chariot en rase campagne.

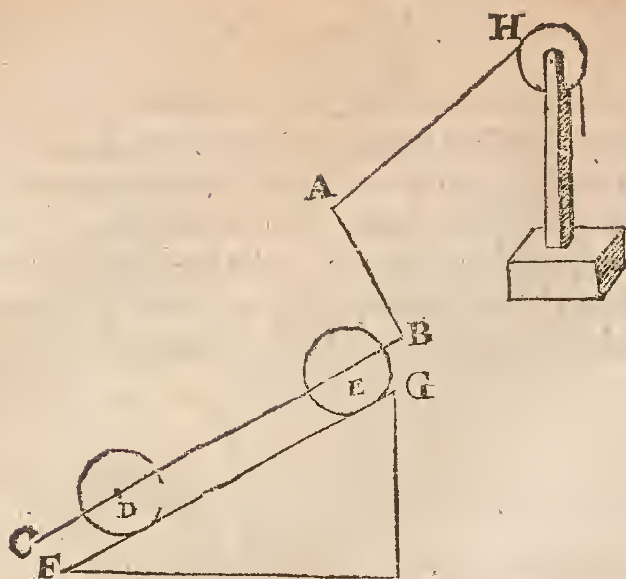
Il est aussi manifeste par la 24 proposition du premier livre, & par ce que nous avons dit cy-devant du batteau, que lors que la corde E F est parallele au plan A B, que le cheval a plus de facilité, c'est assavoir sur un chemin bien uny & dur; mais sur un chemin mal uny & sabloneux, la corde doit estre plus basse par derriere que devant : ce qui n'est pas incognu aux chartiers de Hollande par l'experience, car leurs chariots sont faits à l'advenant, pour lever la corde au derriere, lors qu'ils ont un chemin dur & uny, comme sur la greve de la mer, & la rabaisser és chemins mal unis, sabloneux, & fangeux. La raison est, que la corde E F estant parallele au chemin, elle ne l'est pas aux elevations rabotteuses, lesquelles augmentent le travail du cheval, plus que quand la corde est un peu plus basse derriere, tellement qu'elle semble estre un peu mieux parallele à ces entraves.

Notez.

Quelqu'un pourroit objecter deux raisons : La premiere, pourquoy nous avons dit cy-dessus, *Comme K H à H I, ainsi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot* : Estimant qu'on ne devroit dire *au poids du chariot*; mais, *à l'elevant direct du poids du chariot.*

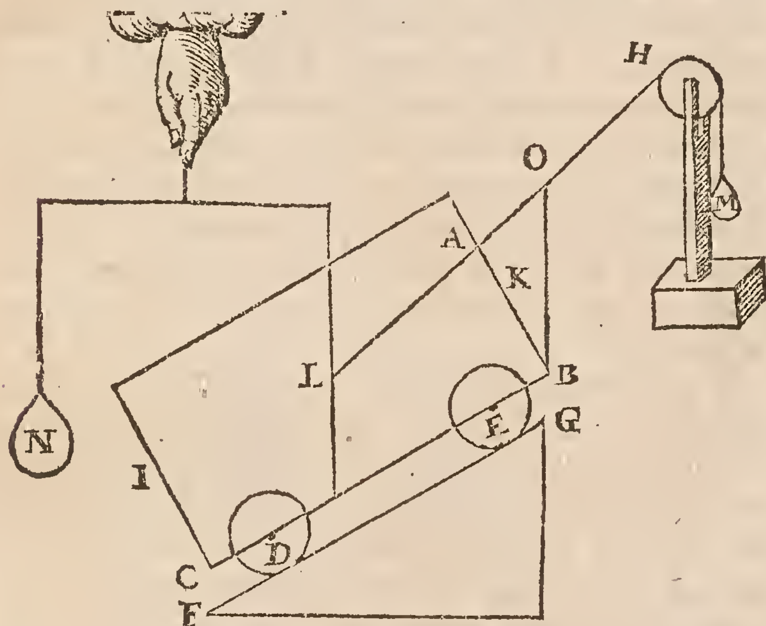
Secondement, pourquoy nous n'avons pas fait de distinctions touchant la place de la corde E F, doutant si la mesme estant produite par le centre de gravité du chariot, causeroit une autre poids pour le cheval, que non pas venant plus haut ou plus bas. Pour à quoy respondre, & demonstrer Mathematiquement, que la proportion susdite est parfaite : Soit A B C un chariot fait de lignes Mathematiques, dont les rouës soyent

D, E,



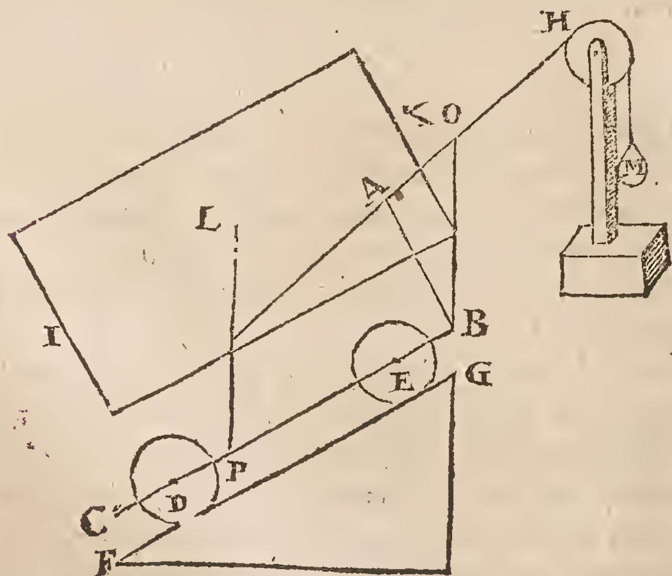
D, E, & F G le chemin, la corde A H du poids oblique qui doit estre elevant.

Soit maintenant posée une colomne sur le chariot, comme cy-dessous I K, tellement que H A prolongée, parvienne au centre de la colomne L; & M soit un elevant oblique, equilibre avec la colomne: Soit aussi menée la perpendicle B O, coupant A H en O; ce qu'estant ainsi, nous dirons par la 20 proposition du premier livre, que comme A O à O B, ainsi M à l'elevant



droit N; mais d'autant que N est appropriée au centre de gravité L de la colomne I K, N sera equiponderant à la colomne, par la 14 proposition du premier livre. Et ainsi nous pourrons dire, comme A O à O B, ainsi M à la colomne; ce qui manifeste la doute de la premiere objection, lors que A H passe par le centre L.

Mais quant à la deuxiesme objection, encore bien que ce sera la mesme proportion, quoy que H A ne vienne dans le centre L, soit elevée la colomne directement hors du chariot, reposant sur la perpendicle L P, comme icy joignant; & par la troisiesme petition, elle



n'altere en rien son poids de dessus le chariot A B C; & par consequent M, n'a pas plus à tirer qu'auparavant: Mais H A prolongée vient dessous L, le centre: venant donc au dessous du centre, il ne trouvera aucune alteration ny changement en ce qu'il tiroit auparavant. Ce qu'on pourra aussi prouver semblablement H A venant au dessus de L, c'est assavoir tirant la colomne du haut en bas au dessous du chariot: par lesquelles choses le dessein est manifeste & demonstré.

PROPOSITION X.

D*Eclarer les qualitez & circonstances des forces indefinies.*

Les hommes construisent divers instruments pour agir avec plus de force, par lesquels ils peuvent augmenter leurs efforts sans fin; ce que nous appellons en general force indefinie. Et pour declarer ses qualitez & ses circonstances, pourveu qu'on use de force par le moyen de quelque instrument, on demande combien de temps il faudra pour attirer le poids jusques à un certain lieu, & choses semblables. A ceste fin je traceray la figure de quelque instrument de qualitez simples, & tel que par iceluy je puisse proprement exposer mon dessein, ayant premierement parlé de la force indefinie d'*Archimedes*, selon que rapporte *Plutarque* & autres: Assavoir que *Hieron* Roy de Sicile ayant fait construire un navire d'une notable grandeur, & d'une façon scientifique, pour faire un present à *Ptolemeus* Roy d'Egypte: que lors qu'il fut achevé, que les Bourgeois de Syracuse ne le peurent faire venir en mer; mais qu'*Archimedes* y ayant appliqué son instrument, qu'on appelle en Grec *Charistion*, que *Hieron*, estant mesme seul, l'y attira de la main. Ce *Charistion* (selon la figure que *Iacques Besson* a mis en lumiere ainsi qu'il l'a trouvé en la Bibliotheque du Roy de France) avoit des essieux avec des vis-sans-fin: Oeuvre certes digne de perpetuelle memoire, lequel nous eussions icy figuré, puis que nous sommes sur semblable matiere, n'estoit que nous posons la susdite force indefinie en son lieu, comme pouvant plus aisément declarer mon intention, & la regle generale des proprietez & qualitez des semblables, par le moyen d'iceluy: Assavoir comme estant fort & plus durable, & à meilleur marché: par lequel à temps egaux on pourra faire plus d'effort, il est aussi de forme indefinie, comme estoit le *Charistion*. La construction duquel est telle.

On prendra un bois, comme A B, de grandeur & force, selon ce à quoy on le veut mettre en œuvre, puis une estoilette de fer, dont le diametre soit de trois pouces, ayant six dents, à travers laquelle passe un axe de fer C D, quarré au bout, excepté qu'il est rond de part & d'autre; puis la rouë E ayant 18 dents, & l'estoile F de 6 sur mesmes axes, pareille à C D, assavoir quarrée, où elle passe par les rouës, mais ronde de part & d'autre: & ainsi des autres G H, I K, &c. les estoiles estans de 6 dents, & les rouës de 18. Mais d'autant que les rouages d'enhaut supportent plus de charge que ceux de dessous, comme il apparoistra cy-apres, ils doivent aussi estre plus forts & plus gros à l'equipollant; d'où s'ensuit que les essieux estans paralleles, la rouë H pourra accrocher F, & non pas K, de mesme aussi G accrochera I, & non pas E; ce qui doit estre ainsi.

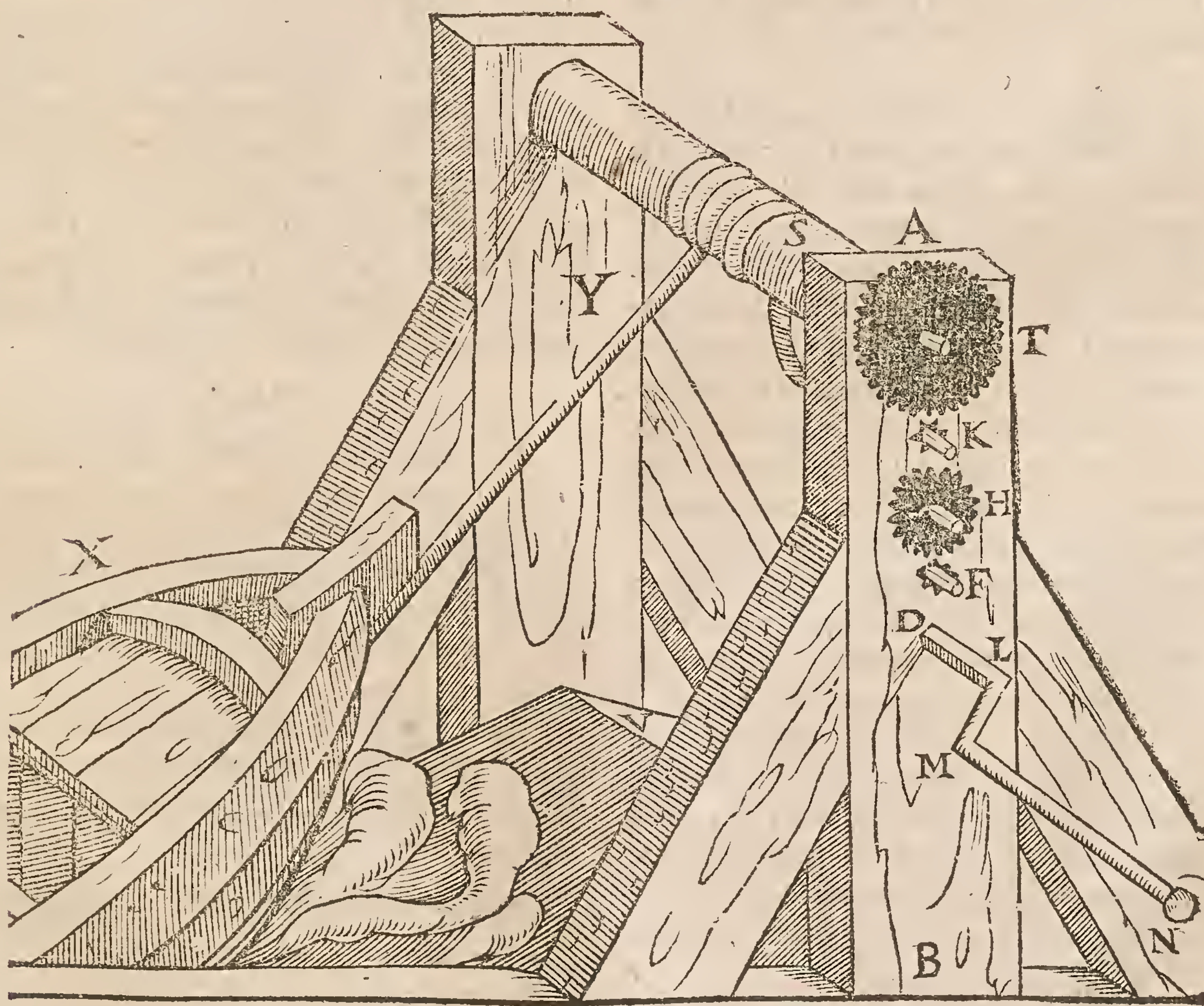
En apres on fera le manche L M N en sorte, que sa matrice aye un emboistement quarré D, egal aux bouts quarrez des axes D, F, H, K, pour l'y pouvoir approprier, & soit L M un pied de long, tels que sont ordinairement les manches des pierres à aiguiser le fer, & autres;

autres; & MN long, comme il ſera dit cy-apres. Puis à la piece de bois A B, ſeront faits 4 trous, eſloignez l'un de l'autre, comme les eſſieux; tellement que O, P, Q, R, paſſants tout outre; & ce bois de meſme eſpeſſeur, que les entredeux des rouës, afin qu'elles puiſſent eſtre dehors de part & d'autre de l'arbre A B; qu'auſſi les bouts quarrez des eſſieux ſoyent d'environ 3 ou 4 pouces dehors les rouës K, H, F, D: Et oſtant la rouë I, on mettra l'axe I K dans le trou O; & G H en P, de meſme E F en Q, & C D en R; puis on remettra les rouës aux eſſieux par derriere, en ſorte que les dents de F accrocheront ceux de H, & ainſi ceux de C, E; & de G, I; dont la diſpoſition de l'inſtrumét achevé, ſemblable quaſi à celuy qu'on nomme Cricq, eſt telle comme icy joignant.

Or on pourra faire en iceluy plus ou moins d'axes, & la raiſon du nombre des dents, comme icy 6 à 18, ſe pourra changer, le tout ſelon l'exigence, & l'effort qu'on veut faire avec le Cricq.

DE L'USAGE, ET AUTRE dependance du Cricq.

Pour donc declarer l'uſage du Cricq, nous en donnerons un tel exemple, que les autres ſeront aſſez cognus par iceluy, aſſavoir l'elevement des batteaux par deſſus les dodaſnes ou digues; car c'eſt une choſe fort neceſſaire en ces pays, & principalement en Hollande. Soit A B le Cricq, cy-deſſus deſcrit, avec les roüages K, H, F, d'un coſté de l'arbre, & I, G, E, C, de l'autre coſté; & L M N le manche, & S axe duquel le diametre



ſoit de $1\frac{1}{2}$ pied, paſſant par l'arbre avec une rouë au bout T, ayant, je poſe, 2 pieds de diametre; car il faut qu'elle aye bien autant, excedant le diametre de l'axe S, afin que la rouë interieure I ne touche ladite axe S, & que la rouë T aye 36 dents, ſoit auſſi V le dodaſne, haut de 4 pieds, aſſavoir depuis le ſommet V, juſques au plan parallele à l'horizon, paſſant par le deſſous du batteau lors qu'il flotte encor librement ſur l'eau, &

soit X le batteau. Or pour l'attirer, on tournera le manche L M N, & partant M N sera de telle longueur, que ceux qu'on y voudra faire travailler, s'y puissent aisément mettre de part & d'autre.

La raison qu'il y a d'un tour du manche à celuy de l'axe.

C'est que le manche L M N tourne trois fois, pendant que F tourne une fois; & partant le manche fera 9 tours contre 1 de H, ou 27 tours contre 1 de K, ou bien 162 tours contre 1 de l'axe S; de mesme adaptant le manche en F, il tournera 54 fois contre 1 de S; & en H, il tournera 18 fois contre 1 de S; en K il tournera 6 fois contre une fois S, & en T une fois pour un de S: Mais voulant tourner en l'un d'enhaut, comme en K, on pourra esconduire l'axe de dessous immediatement, lequel est icy G, afin de n'estre point empesché par ceux d'embas.

La raison qu'il y a de la force du mouvant au manche, à la pesanteur attirée, comme le batteau X.

D'autant que L M est un pied de long par l'hypothese, qui est octuple au raid de l'estoille C, alors le poids causé de la rouë E sur C, à son contrepoids ou force en M N, sera comme 8 à 1; & par mesme raison, par le poids causé de H sur F, comme 24 à 1; & de I sur G, comme 72 à 1; & de T sur K, comme 216 à 1: Mais la rondeur de l'axe S est en puissance egale à la rondeur de T (je dis en puissance, car en effect le diametre de S est $1\frac{1}{2}$ pied, & de T, 2 pieds: or les dents de T sont sextuples à ceux de K, & partant son diametre sera sextuple en puissance au diametre de K, lequel est de 3 pouces, & de T 18, ou $1\frac{1}{2}$ pied, comme le diametre de S) le poids donc pendant directement à l'axe S, aura telle raison à son contrepoids, ou à la force qui est en M N, comme 216 à 1. On eust peu faire le compte en descendant de S jusques à M N, comme il a esté fait en montant.

La calculation se pourroit aussi faire ainsi: D'autant que M N tourne 162 fois, contre S une fois, comme il a esté dit cy-dessus; & puis que le diametre d'un tour de M N au diametre de S, est comme 4 à 3 (car L M est 1 pied, & le raid de S est $1\frac{1}{2}$ pied) alors L M descrira 162 circonferences, qui auront telle raison à la circonference de S, comme 216 à 1; de mesme aussi des raids, comme des circonferences: Et partant par la 1 proposition du premier livre, le poids aura là mesme raison, au poids icy, c'est comme 216 à 1, comme devant. D'où s'ensuit que s'il y avoit en M N une force continuelle, telle que 25 livres pourroyent tirer embas (autant estime-je la force d'un homme, & d'avantage quand il veut, voire de beaucoup, mais c'est par exemple ce que j'en pose icy) elle pourroit contrepeser 5400 ℔ (qui est 216 fois 25) qui pendroyent embas à l'axe S: Posant maintenant que le batteau X pese six fois plus que son contrepoids, attaché à S, pendant directement embas, le batteau peseroit alors 32400 ℔ (ce sont 9 lasts en pesanteur, posant qu'un last pese 3600 ℔) ce que 25 ℔ à M N pourroit attirer.

Alb. Girard.

Stevin *est un peu obscur au commencement de cest article-cy, lors qu'il veut declarer par parenthese, que c'est bien par puissance, & non par effect, &c. Ie proteste, sauf son honneur, qu'il estoit bien en peine lors qu'il escrivoit cela; car il maintient un erreur: nonobstant je veux croire que cela s'est fait sans qu'il sceut d'où venoit la cause; & c'est qu'ayant posé le diametre de la rouë T 2 pieds, qui sont 24 pouces, il ne luy donne que 36 dents, au lieu de 48: Tellement que cela est le fondement de l'erreur, duquel il ne se sçait pas desengager en la parenthese mentionnée, laquelle doit estre effacée, & je ne l'eusse traduite, n'eust esté que tout estoit compté là dessus; & notez particulierement la faute qu'il y a d'abondant là, lors qu'il dit, que puis que les dents de T sont sextuples à celles de K, que partant son diametre sera sextuple en puissance à celuy de K. Or comment cela se pourroit-il faire, veu que les diametres sont en raison octuple; semblablement les circonferences en raison octuple, & partant T devroit avoir 48 dents, si K en a 6; mais il ne luy en donne que 36: On pourra voir comment, en quelle forme, & de quel nombre on pourra faire les dents des vigoureux roüages en mes Mechaniques; car il y a une raison, une consideration, & une invention non vulgaire sur ce subjet, mais estant icy en pays estrange, sans Mœcenas, & non sans pertes, avec une grande famille, je n'ay pas le loisir, ny le pouvoir d'escrire icy tout ce qui y pourroit estre convenable.*

Combien de tours il faudroit faire faire au manche, pour tirer le batteau de l'autre costé du dodasne.

Ayant posé que le batteau pesast le sextuple de son contrepoids pendu à l'axe S; il s'ensuit par la 19 proposition du premier livre, que la distance du sommet du dodasne le long de la pente, sera aussi sextuple à la hauteur d'iceluy, laquelle a esté posée de 4 pieds; & partant le batteau doit estre attiré 24 pieds; posons d'abondant que ces 24 pieds de cordage se doivent attirer par l'axe S, pour faire venir le batteau au milieu du dodasne, & la circonference de S seulement triple à son diametre (c'est seulement par exemple & à peu pres, car on sçait bien la raison ordinaire) son circuit sera $4\frac{1}{2}$ pieds (car le diametre en a $1\frac{1}{2}$.) qui se trouvent $5\frac{1}{3}$ fois en 24 pieds: donc $5\frac{1}{3}$ fois 162 tours de M N, seront 864 tours, que doit faire M N pour tirer le batteau au milieu du dodasne V.

Mais nous estimons qu'un homme peut faire 1000 tours en M N en un quart d'heure, il attirera donc le batteau pesant 9 lasts en moins d'un quart d'heure: que s'il y avoit trois hommes, ils pourront adapter le manche en F, & l'attireront en $\frac{1}{12}$ d'heure & moins; & s'il y avoit 9 hommes, adaptant le manche M N en H, ils le feront en moins de $\frac{1}{36}$ d'heure. On pourroit aussi accommoder un instrument en Y, comme en AB, & mettre les hommes és deux instruments.

Notez.

Nous avons posé cy-dessus par exemple que le batteau soit egalement facile à attirer, & toutesfois il change selon la diverse disposition; car il est plus difficile à la fin qu'au commencement, pour les raisons deduites au troisiesme exemple de la 9 proposition de ce livre; Parquoy on se servira de cet exemple pour faire son compte en chose semblable.

Quant à ce que les roüages de l'instrument mentionné sont droits les uns sur les autres, on les pourroit mettre en plusieurs autres manieres, selon que l'affaire le requiert.

Declaration de ce qui a esté promis cy-devant.

Nous avons dit au commencement de ceste proposition, que ceste force indefinie, estoit (comme nous estimons) de plus longue durée, & de moindre despens que non pas le *Charistion;* & qu'on fait plus d'operation en moins de temps: & aussi de force indefinie.

Qu'il soit de plus longue durée, il semble (sauve correction) estre assez manifeste; car en telle affaire que deman-

demanderoit-on d'avantage, qu'un fort bois comme il est creu, duquel la matiere se tient mieux en un, que non pas un autre de diverses pieces. Il appert aussi qu'on en a meilleur marché.

Quant à ce qu'il y faut moins de temps, cela se voit assez en ce qu'on peut mettre le manche en tel essieu des roüages qu'on voudra, selon le nombre des mannouvriers qu'on y voudra mettre, mettant le manche plus haut pour les moindres pesanteurs, & plus bas pour les plus grandes; tellement que par un labeur convenant, on avance tousiours à l'elevation ou attraction de la pesanteur proposée, de quelle grandeur elle puisse estre; ce qui ne se peut faire par le *Charistion*, ny par les guindaxes, veu que pour un petit batteau, on met en œuvre és guindaxes ce qu'il faudroit pour un plus grand, ce qui fait perdre autant de temps: & quand la pesanteur est plus grande, il faut prendre plus de gens, ou chevaux, lesquels aucunefois vont à grand' peine, voire s'arrestent, & ainsi perdent beaucoup de temps: Tellement que les navires sont souventefois endommagez; car les plus grands qu'on tire par dessus le dodasne de Leyden, sont de 13, ou 14 lasts, où en a besoing de 20 hommes pour marcher dans les roues pour les attirer, lesquels s'arrestans aucunesfois tout coy, vont apres tous ensemble, & agissent ainsi si violemment qu'ils font rompre le navire, ce qui ne se fait par le Cricq, lequel attire uniformement & doucement.

Quant à sa force indefinie, il faut sçavoir que le manche estant adapté cy-devant en D, a autant de pouvoir qu'auroit un guindaxe ayant 324 pieds de diametre, ce qui se peut demonstrer ainsi: Soit une roue de 324 pieds de diametre, & S son axe de pied & demy de diametre, & partant les raids seront en raison, comme 216 à 1; & la pesanteur pendue à l'axe, à son contrepoids à l'extremité de la roue, sera comme 216 à 1, par la 9 proposition de ce livre: la raison est aussi semblable de la pesanteur à l'axe S, à son contrepoids en M N; ce qui estoit à demonstrer. Or les plus grandes qu'on fait ne peuvent pas estre de 30 pieds, d'où s'ensuit de combien le Cricq est au dessus des guindaxes: Il est bien vray qu'un homme marchant dans la roue, n'a pas tant de peine; mais à cause des circonstances susdites, ce n'est pas la meilleure maniere. Toutefois si quelqu'un se vouloit servir de ceste facilité, allant dans une roue, il pourroit agencer une roue à dents en l'un des axes D, F, H, K, T, au lieu du manche, mettant aussi des dens à l'extremité d'un guindaxe, pour faire tourner la susdite, mais cest avantage ne vaudroit pas les frais.

Que si on vouloit augmenter la force, pour s'en servir, les despens ne seroyent pourtant pas perdus; car mettant encor un axe au dessous de D, triplant les susdits 216; & le manche adapté là, aura la force d'agir avec 1 contre 648, à l'axe S, &c.

Que si on faisoit un Cricq avec 30 axes, & les dents des grands roüages, decuples aux dents des estoiles: & L M partie du manche, egal au raid d'une des plus grandes roues (l'instrument ne seroit pas si grand, qu'il ne se puisse aisément faire) le poids pendant à l'axe auroit telle raison à son contrepoids au manche, comme 1000000000000000000000000000000 à 1. Posant donc que le circuit de la moindre estoille soit 1 pied, le circuit d'un guindaxe (duquel le circuit de l'axe est aussi 1 pied) sera pour faire le mesme effort de 1000000000000000000000000000000 pieds: Mais le circuit d'un cercle majeur du globe terrestre (prenant que le degré soit de 480 stades, & chaque stade de 125 pas geometriques, & chaque pas geometrique de 5 pieds) n'est que de 108000000 pieds; voyez donc combien de millions de fois le circuit d'un guindaxe seroit plus grãd que celuy de la terre pour faire autant d'effort que le Cricq, seulemẽt de 30 essieux. Posons qu'un enfant tourne son manche, ayant seulemẽt autant de pouvoir qu'une livre pendante, iceluy attireroit un poids de 1000000000000000000000000000000 ℔ (mais il faut sçavoir que l'axe superieur ne feroit pas un tour au premier jour) qui est un poids plus pesant 4000 fois que toute la terre avec tout ce qui y est; ce qui se pourroit demonstrer ainsi. Le circuit de la terre est de 108000000 pieds, cõme dit est, donc la superfice de la terre sera moindre que 40000000000000000 pieds, & la $\frac{1}{6}$ du diametre est moindre que 6000000 pieds, lequel multipliant la superfice susdite de 400000, &c. sa solidité sera moindre que 240000000000000000000000 pieds cubiques, soit qu'un pied pese 100 ℔, il ne peut pas peser gueres plus, le mesme globe terrestre pesera moins que 24000000000000000000000000 ℔, qui sont en tout plus de quatre mille fois plus que 1000000000000000000000000000000 ℔: ce qu'il falloit demonstrer.

Nous disons donc avec raison que cest instrument est de force indefinie: Partant lors qu'*Archimedes* disoit, que si on luy monstroit un lieu ferme hors la terre, où il peut mettre son *Charistion*, qu'il attireroit le globe de la terre hors de son lieu, quoy que cela soit estrange, neantmoins cela est vray, car s'il n'estoit pas ainsi, le poids majeur n'auroit pas telle raison au moindre, comme le grand rayon au moindre; ce qui est impossible par la 1 proposition du premier livre: Mais pour en parler par exemple, posant donc que le *Charistion*, ou le Cricq, soit en telle place, comme dit est, & que la terre pese, comme dit est, 24000000000000000000000000 ℔, & qu'un homme à chaque tour du manche eleve 100 ℔, 3 pieds de haut, & le face tourner 4000 tours en une heure, & cela durant le terme de 10 ans, prenant chaque an de 365 jours, il appert qu'il eleveroit lors la terre $\frac{10512}{24000000000000000000}$ partie d'un pied hors de son lieu, ce que est quasi $\frac{1}{240000000000000}$ d'un pied; & combien que ce ne soit pas beaucoup, cela servira neantmoins à monstrer la force indefinie de tels instruments.

On s'en peut servir en plusieurs manieres, il est fort necessaire aussi que chaque navire, ou batteau, aye un Cricq, lequel n'est pas grand instrument, ny de grand frais, mais de grande force, pour charger, ou descharger; pour lever des grandes ancres; d'avantage pour faire des presses, comme pour les draps, & choses semblables, plus pressant que n'a fait jamais presse; Pour lever des grandes pierres és edifices, & plusieurs autres faix, ce que nous pourrions mieux esclarcir par exemples que de le dire simplement, mais il nous suffit d'avoir traité icy ses proprietez.

Fin du troisiesme livre.

QUATRIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

Des Elemens hydrostatiques.

ARGUMENT.

Nous descrirons premierement les definitions des propres mots de cet art, avec les petitions : Puis les propositions, dont les 9 premieres declareront, quelques proprietez des corps en l'eau ; les 10, 11, 12, 13, 14 & 15 propositions, seront touchant la force du pressement de l'eau contre ses fonds ou retinacles. Les 16 & 17 propositions des longueurs des costez necessaires, pour avoir tel pressement de l'eau, qu'on pourroit requerir à l'encontre d'iceux. Les 18, 19 & 20 propositions des centres de gravité des pressemens de l'eau, congregez à l'encontre de ses fonds ou retinacles. La 21 proposition pour trouver la quantité de l'eau par son poids. La 22 & derniere proposition, de la proportion qu'il y a entre la grandeur des solides, pesanteurs de matiere, & de leurs poids. Et à la fin suivra un Appendice de la practique de l'Hydrostatique.

DEFINITIONS.

Definition I.

Pesanteur cognue, est celle dont la quantité cognue est exprimée par poids cognus.

Definition II.

Matieres parigraves, sont celles dont les grandeurs egales sont aussi equiponderantes.

Definition III.

Matiere multigrave, est celle qui en comparaison d'autres de mesme grandeur, est neantmoins plus pesante.

Definition IV.

Matiere minugrave, est celle qui en comparaison d'autres de mesme grandeur, est plus legere.

Definition V.

Et autant de fois que la multigrave est plus pesante (des egales en grandeur) que l'autre, autant de fois est-elle dite plus pesante que l'autre, comme dupligrave, tripligrave, &c.

Definition VI.

Corps solide est celuy qui n'est pas liquide, ou fluide, ny qui ne se liquifie pas dans le liquide dont il est question.

Definition VII.

Vasiforme, est celuy qui a seulement la superfice exterieure du corps qu'il contient ; & duquel il peut estre separé par imagination.

Definition VIII.

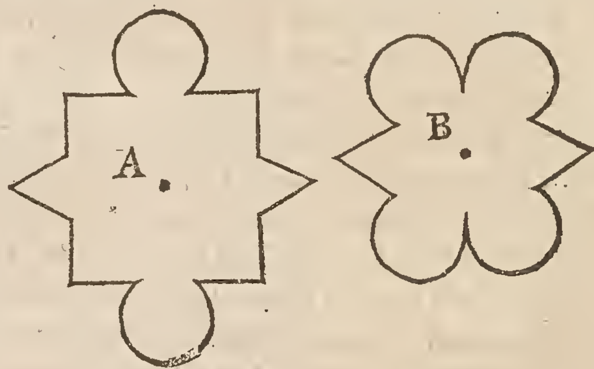
Fond est toute superfice où l'eau se repose à l'encontre.

Definition IX.

Fond convenant, est celuy duquel chaque deux moitiez convienent : On pourroit dire que c'est celuy, dont tous les diametres sont coupez en deux egalement par le centre.

Declaration.

Comme les cercles, ellipses, parallelogrammes, & polygones reguliers de nombre pair, & tout autre de quelle mixtion de lignes que ce pourroit estre, comme A, B, lesquels sont coupez en deux egalement par la ligne droite, qui passe par le centre, sont dits fonds convenans, pour les distinguer des autres reguliers & irreguliers, lesquels ne sont pas ainsi coupez en deux egalement par les lignes droites passant par leur centre, & partant seront appellez autrement que ceux de ceste definition, assavoir fonds inconvenans, comme les triangles & polygones de nom impair. La raison de ceste



definition (comme on verra cy-apres) est en ce que les colomnes ayans telles bases estans coupées par un plan diagonal, passant par les deux poincts homologues du couvercle & base, sont coupées en deux egalement.

Definition X.

Vvide, est un lieu où il n'y a nul corps.

Definition XI.

Vvidé, est un vase où il n'y a que de l'air dedans.

Alb. Girard.

Il y a d'autres definitions qui sont necessaires, comme celles qui suivent, lesquelles j'eusse mis en leur lieu, n'estoit que je ne desire pas mesler ce que l'auteur dit, avec ce que j'escris.

Definition XII.

Diversigravité, c'est quand deux corps sont d'egale grandeur, & neantmoins pesent diversement, ou inegalement.

Definition XIII.

Quantigravité, c'est la raison de la pesanteur de deux corps egaux en grandeur, & inegaux en pesanteur.

Definition XIV.

Creux exterieur du submergeant, c'est le creux d'un corps solide multigrave à l'eau, lequel creux est sous la fleur de l'eau, & cause qu'il flotte.

PETI-

PETITIONS.

Petition I.

L*A pesanteur propre d'un corps, soit celle de laquelle il est trouvé estre pesant en l'air; mais dans l'eau, qu'elle soit dite sa constitution en icelle.*

Petition II.

Q*Ve l'eau proposée, soit de tout costé de pesanteur uniforme.*

Petition III.

L*E poids qui ne fait pas enfoncer si avant, soit dit plus leger; mais plus avant, plus pesant: & qui fait enfoncer egalement, equiponderant.*

Petition IV.

Q*Ve le vasiforme puisse contenir eau, ou autre matiere sans rompre, ou changer de figure.*

Petition V.

Q*Ve le vasiforme plein d'eau, puisse demeurer vuidé, ayant versé son eau.*

Declaration.

Demeurer vuidé, n'est pas à dire vuide, selon la 10 definition, mais bien selon l'onziesme; car alors le poids de l'air y defaudroit.

Petition VI.

Q*Ve la superfice superieure de l'eau (qu'on appelle ordinairement la fleur d'eau) soit une superfice plane, au niveau, c'est à dire parallele à l'horizon.*

Declaration.

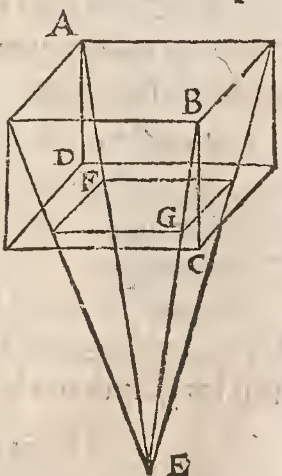
On sçait que toute la superfice de l'eau est spherique, ou à peu pres, & aussi une partie d'icelle, est partie spherique; mais pource que si on prenoit cy-apres telle superfice estre spherique, les demonstrations en seroyent plus difficiles, & ne serviroyent pas pourtant d'avantage en la practique; & puis que nous ne prenons pas en la practique pour une goutte d'eau, pourtant nous delaissons aussi la contradiction, qu'elle apporteroit à nostre petition, touchant sa superfice superieure.

Petition VII.

S*I une colomne droite d'eau a sa base & couvercle parallele à l'horizon, & sa superfice laterale perpendiculaire dessus (assavoir toutes les lignes droites entre les poincts correspondans du couvercle & de la base perpendiculaires à l'horizon) qu'on nous concede que ces perpendiculaires tendent au centre de la terre, & que la base & le couvercle, soyent parties de la superfice de la terre.*

Declaration.

Soit ABCD une eau, en figure de colomne droite, AB, CD paralleles à l'horizon, & AD, BC, &c. perpendiculaires dessus; soit aussi E centre de la terre, duquel menées EFA, EGB, &c. & fait FG semblable à DC; cela estant ainsi, combien que AD, BC ne tendent pas en E, nous demandons qu'on nous concede qu'elles y tendent, veu l'insensible difference qu'on y trouve en la practique, n'y ayant que des longueurs, superfices, & corps qui n'ont aucune raison sensible aux dimensions de la terre totale; En apres qu'on nous concede que AB, CD soyent parties de la superfice de la terre, assavoir AB, si la superfice de la terre estoit aussi esloignée du centre; & DC, si la superfice de la terre estoit en apres aussi esloignée du centre E.



LES PROPOSITIONS.

Theoreme I. Proposition I.

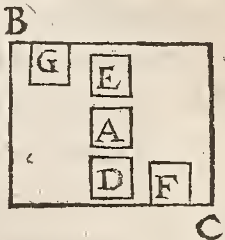
L*'Eau proposée, tient telle position qu'on voudra dans l'eau.*

Le donné. Soit dans le vasiforme A, l'eau proposée, mise dans l'eau BC.

Le requis. Il faut demonstrer que l'eau A demeurera là.

Demonstration.

Si on pouvoit faire autrement, assavoir que A ne demeurast là, mais qu'il descendist où D est; alors l'eau qui survient en son lieu, descendra plus bas, pour la mesme raison, & ainsi du reste; tellement que ceste eau sera en perpetuel mouvement, à cause de A; ce qui est absurde. Et on demonstrera pareillement que A ne montoit, ny se mouvoit vers aucun costé; & qu'elle demeurera où on la mettra, soit en D, E, F, ou G, ou en autre lieu dans l'eau BC.



Conclusion. L'eau donc proposée, se peut tenir dans l'eau où on voudra; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme II. Proposition II.

V*N corps solide plus leger que l'eau, ne submerge pas tout, mais une partie demeure dehors.*

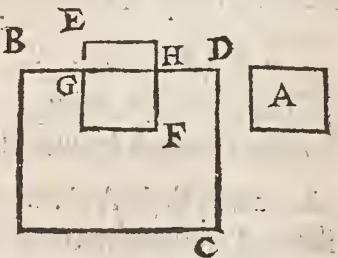
Le donné. Soit le corps solide A, plus leger que l'eau BC, de laquelle BD est la superfice superieure.

Le requis. Il faut demonstrer que A mis dans l'eau BC, ne submergera pas du tout, mais qu'il y aura une partie d'iceluy au dehors.

Preparation. Soit EF un vasiforme, la partie duquel dedans l'eau, & remplie d'eau soit GF, egale & semblable à A, sa superfice GH sera en la superfice BD; d'autant que le vasiforme, n'a nulle pesanteur, ny legereté.

Demonstration.

Veu que A est plus leger que l'eau GF, par l'hypothese, & que GF est egal à A; GF donc sera plus pesant que A: Or si on vuide GF, & qu'on y mette A, qui y convient par la preparation: alors A estant plus leger que l'eau qui y estoit, fera que le vasiforme n'enfoncera pas si avant dedans l'eau, & partant une partie de A sera dehors l'eau.



Conclusion. Un corps solide plus leger que l'eau, ne submergera pas du tout, mais une partie sera hors d'icelle; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme III. Proposition III.

V*N corps solide multigrave à l'eau submerge jusques au fond.*

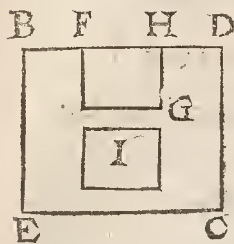
Le donné. Soit A un corps solide plus pesant que l'eau; BD le dessus d'icelle, & le fond EC.

Le requis. Il faut demonstrer que A dans l'eau BC, submergera jusques au fond EC.

Preparation. Soit FG un vasiforme remply d'eau, egal & semblable à A, le dessus duquel FH soit à fleur de BD.

DEMONSTRATION.

D'autant que A est multigrave en comparaison de l'eau F G, & que F G est egal en grandeur à A; A donc sera plus pesant que F G. Vuidons le vasiforme F G, & au lieu de l'eau mettons y le corps A, lequel remplira precisement le lieu par l'hypothese : & puis que A est plus pesant que l'eau qu'on a jetté, le vasigrave enfoncera plus de A, que de l'eau F G, par la troisiesme petition. Nous avons donc demonstré que A enfoncera : mais que ce soit jusqu'au fond, il appert en ce que dessus a esté dit; car on demonstrera de mesme que A ne se pourra tenir comme icy I, mais qu'il enfoncera plus que l'eau au mesme lieu, & partant qu'il ira jusqu'au fond de l'eau.



Conclusion. Un corps donc solide multigrave à l'eau, submergera jusqu'au fond; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

VN *corps solide, parigrave à l'eau, se tient dans icelle en telle disposition, & lieu qu'on voudra.*

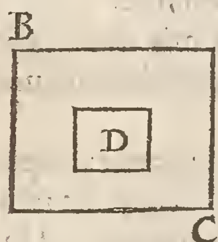
Le donné. Soit le corps solide A, parigrave avec l'eau B C.

Le requis. Il faut demonstrer que A se tiendra dans l'eau B C, en tel lieu qu'on voudra.

Preparation. Soit D un vasiforme plein d'eau, pareil à A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A est parigrave à l'eau D, & D egal en magnitude à A, alors D sera equiponderant à A : vuidons l'eau du vasiforme D, & mettons A dedans, lequel y conviendra, d'autant qu'ils sont posez estre pareils : Le vasiforme donc D n'enfoncera pas plus de A, que de l'eau D, par la troisiesme petition : Mais l'eau D se tenoit en tel lieu qu'on vouloit par la 1 proposition. A donc se tiendra dans l'eau B C en tel lieu qu'on voudra.



Conclusion. Un corps solide donc, parigrave à l'eau, se tient dans icelle, en telle disposition & lieu qu'on voudra; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME V. PROPOSITION V.

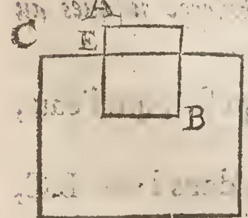
VN *corps solide, minugrave à l'eau où il git, est equiponderant à l'eau de laquelle il occupe le lieu.*

Le donné. Soit A B minugrave à l'eau C D, sur laquelle il flotte, son vasiforme A B, & sa partie dans l'eau soit E B.

Le requis. Il faut demonstrer que le corps solide A B, est equiponderant à l'eau, qui est egale à la partie E B, qui est dans l'eau C D.

DEMONSTRATION.

Ostons A B corps solide du vasiforme A B, & puis remplissons-le d'eau jusques à ce que ledit vasiforme enfonce dans l'eau, autant comme devant avec le corps solide, l'eau de dedans & de dehors est tousiours de mesme hauteur, d'autant que le vasiforme n'a ny pesanteur ny legereté : parquoy l'eau de dedans pesera autant que le corps solide A B, par la troisiesme petition.



Conclusion. Un corps solide donc minugrave à l'eau, &c.

ALB. GIRARD.

Les trois propositions precedentes se pourroyent dire avec plus de perfection, mais il faut un peu, comme on-dit, aider à la lettre: car il falloit premierement definir, que c'est de corps massif, creux interieurement; & creux exterieurement, selon l'eau proposée, &c. Comme par exemple on pourroit faire une instance contre la generalité de la 3 proposit. en ceste sorte. Il est possible qu'un corps solide multigrave, non seulement à l'eau, mais que le corps plus pesant à toute autre matiere terrestre, comme l'or fin, puisse demeurer sur l'eau en flottant, tellement qu'une partie soit plus haute que la fleur de l'eau; il est aussi possible qu'il tienne telle place qu'on voudra dans l'eau : Car c'est selon la figure qu'on luy donnera; veu que si on luy donne la figure d'une hemisphere creuse (ou autre semblable) il pourra flotter sur l'eau, ce qui s'appelle creux exterieur du submergeant : telle qu'est la 14 definition, d'autant que si on le coupe d'un plan à fleur d'eau, on verra de combien il est creux exterieurement au dessous de l'eau; le reste est facile à entendre.

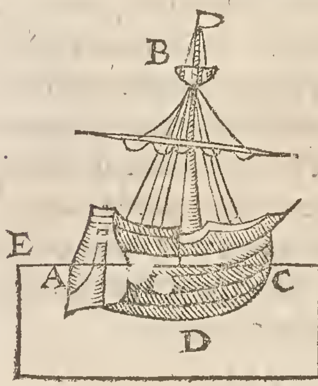
PROBLEME I. PROPOSITION VI.

VN *corps solide de grandeur cognue, flottant sur l'eau de pesanteur cognue, ayant une partie dehors l'eau : Trouver la pesanteur du corps solide entier.*

Le donné. Soit A B C D un corps solide de telle figure qu'il peut advenir : & E F eau, dont le pied cubique pese 65 ℔ (autant pese un pied d'eau de Delft en Hollande, par experience, sur laquelle nous fondrons les calculations suivantes) & la partie submergée du corps solide soit de 10000 pieds cubiques.

Le requis. Il faut trouver la pesanteur du corps solide entier A B C D, & de tout ce qu'il porte.

OPERATION.



On multipliera 10000 par 65 ℔, viendra 650000 ℔ pour le requis; dont la demonstration est manifeste par la precedente.

Conclusion. Un corps donc solide de grandeur cognue, flottant sur l'eau de pesanteur cognue, ayant une partie dehors l'eau : trouver la pesanteur du corps solide entier, selon le requis.

THEOREME VI. PROPOSITION VII.

SI *un corps solide est minugrave à deux eaux diversigraves : comme la pesanteur de l'eau multigrave, à la pesanteur de l'autre eau, ainsi la grandeur submergée du corps solide dans l'eau minugrave, à la grandeur submergée dans la multigrave.*

ALB. GIRARD.

C'est à dire en deux mots : que si un corps solide est minugrave à deux eaux diversigraves : la quantigravité des eaux sera reciproque à la submersion.

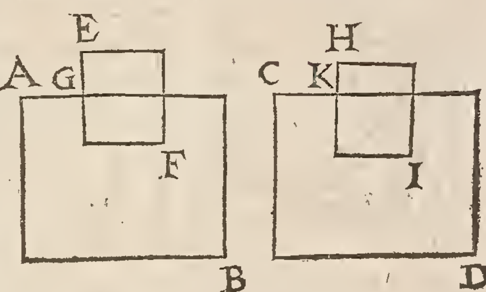
Le donné. Soit A B eau multigrave à l'eau C D, & E F un corps solide minugrave aux deux eaux; lequel mis premierement dans A B, G F submerge, mais en C D, K I submerge.

Le requis. Il faut demonstrer que comme la pesanteur de l'eau multigrave A B, à celle de l'eau minugrave C D, ainsi les grandeurs K I à G F.

DEMONSTRATION.

L'eau multigrave egale à G F, pese autant que le corps E F; & l'eau minugrave egale à K I pese autant que

que HI, par la 5 proposition : mais les corps EF, HI sont un mesme corps par l'hypothese ; l'eau donc de AB, egale à GF, sera egale à l'eau de CD, egale à KI. Mais par ce qui resulte necessairemét de la 5 definition concedée : Estans deux corps GF, KI equiponderans, leurs grandeurs seront reciproques à leurs quantigravitez, c'est à dire à la pesanteur des matieres : parquoy comme les pesanteurs des eaux AB à CD, ainsi les grandeurs KI à GF.



Conclusion. Si un corps solide donc est minugrave, &c.

Theoreme VII. Proposition VIII.

Tout corps solide, est plus leger dans l'eau, qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, egale en grandeur à iceluy.

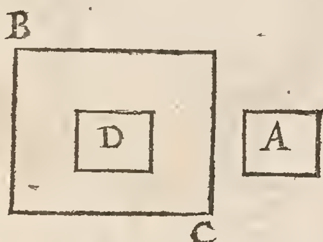
Le donné. Soit A un corps solide, & BC l'eau.

Le requis. Il faut demonstrer que A mis dans l'eau BC, y sera plus leger qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, egale à iceluy A en grandeur.

Preparation. Soit D un vasiforme pareil à A.

Demonstration.

Le vasiforme D plein d'eau, n'est dans l'eau BC, pesant ny leger, veu qu'il se peut tenir où l'on le met, par la 1 proposition : parquoy vuidant l'eau D, & y mettant le corps A, qui y conviendra, il se trouvera estre de la legereté mentionnée, assavoir la pesanteur A moins la pesanteur de l'eau vuidée ; mais telle eau est egale à A en grandeur; A donc en l'eau BC se trouvera estre plus leger, qu'en l'air de la pesanteur de l'eau egale en grandeur à iceluy; ce qu'il falloit demonstrer.



Probleme II. Proposition IX.

Estant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps : Trouver sa constitution dans l'eau.

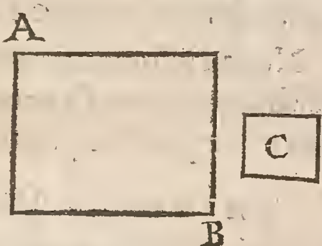
1 Exemple, d'un corps solide minugrave à l'eau.

Le donné. Soit AB l'eau, C un corps solide pesant 2 ℔, & la quantigravité de l'eau & du corps solide soit de 5 à 1.

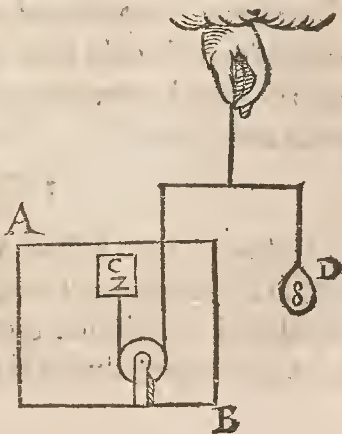
Le requis. Il faut trouver la constitution de C dans l'eau.

Operation.

On verra combien un corps d'eau egal à C pesera, & se trouvera peser 5 fois 2 ℔, qui sont 10 ℔, le mesme soustrait de 2 ℔ (du corps solide) reste moins 8 ℔, c'est à dire leger ou elevant 8 ℔, pour C en l'eau AB.



Ce qui se pourroit declarer plus apertement, prenant que C soit mis en l'eau BA, & D un poids de 8 ℔, comme icy joignant, lesquels seront en equilibre.



2 Exemple, là où le corps solide est multigrave à l'eau, dont l'operation est comme devant.

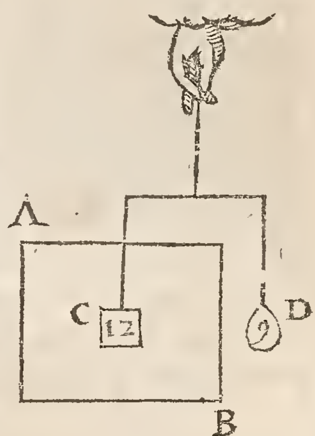
Le donné. Soit la quantigravité de l'eau AB, au corps solide C, comme 1 à 4; & C pese 12 ℔.

Le requis. Il faut trouver sa constitution dans l'eau AB.

Operation.

On verra combien un corps d'eau pesera pareil à C, & se trouvera le $\frac{1}{4}$ de C 12 ℔, ce sont 3 ℔, lesquelles ostées de 12 ℔ de C, resteront 9 ℔ pour la pesanteur de C dans l'eau.

Ce qu'on pourra entendre ainsi, posant D 9 ℔, lequel est en equilibre avec C 12 ℔ dans l'eau, comme la figure cy-jointe.



Nous pourrions mettre encor un tiers exemple là où l'eau & le corps solide soyent parigraves, mais il est manifeste qu'un tel corps n'aura ny pesanteur ny legereté dans l'eau, par la 8 prop.

Conclusion. Estant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps; nous avons donc trouvé sa constitution dans l'eau ; ce qu'il falloit faire.

Alb. Girard.

Il y a des lieux qui requierent des noms propres, d'autres s'en peuvent passer en usant de circonlocution. Les Grecs ont bien usé de composition de noms radicaux, afin d'avoir des noms propres, mais neantmoins il se sont servi de grandes circonlocutions, comme il est notoire à ceux qui y sont tant soit peu versez : & par exemple, au lieu que nous disons raid, pour signifier le demidiametre d'un cercle, ils disent (ligne du centre,) & ainsi au lieu d'autres noms souventesfois ; or si on ne pouvoit composer, il vaudroit mieux inventer des mots equivallans par suppositions, ou radicaux tout à fait. Stevin a bien apperceu que le Flamen estoit naturellement propre à la composition, c'est pourquoy il le loue par dessus les autres langues aussi ; mais quand il faut faire distinction, comme cy-devant en la premiere petition, il faut qu'il y aye de l'industrie à l'Inventeur, & du jugement à suffisance au traducteur, pour comprendre l'intention des Autheurs, comme aussi de la facilité au Lecteur à conceder ces nouveaux termes, qui sont substituez au lieu de ceux qu'il faudroit avoir; car il faut croire qu'il n'y a langue au monde qui soit perfectionnée. Cela est cause, que Stevin *a inventé un nouveau nom assez bizarre en la premiere petition mentionnée ; tellement que celuy qui l'a traduit en Latin, n'a sceu comprendre son intention : Or il le mettoit là pour le suivre, ce qu'il n'a bien fait, ny son traducteur aussi, lequel a tourné* Secundum hypothesin, *ce que nous disons icy (constitution.) Ce qui soit dit sans blasmer personne, mais pour advertir les lecteurs, à ce qu'il leur plaise entendre les definitions, & petitions, & les termes nouveaux, alors tout sera clair, facile, & bien dit; autrement tout leur sera obscur, difficile, & barbare.*

Theoreme VIII. Proposition X.

Sur le fond de l'eau, parallele à l'horizon, repose un poids, egal à la pesanteur de l'eau, qui est egal à la colomne, dont la base est le fond susdit ; & la hauteur, la perpendicle sur l'horizon entre le fond & la fleur de l'eau.

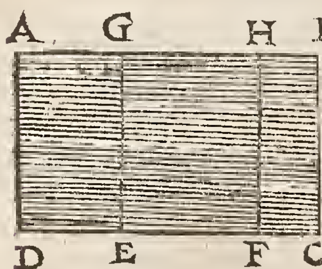
Le donné. Soit ABCD une eau, en figure de parallelipipede rectangle, sa fleur AB, & EF un fond à niveau, EG la perpendicle entre le fond EF & la fleur d'eau ;

la colomne soit celle qui est comprise entre le fond pour sa base E F, & G E hauteur, assavoir la colomne G E F H.

Le requis. Il faut demonstrer que sur le fond E F repose un poids egal à la pesanteur de l'eau de la colomne G E F H.

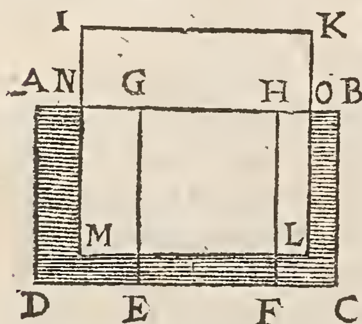
DEMONSTRATION.

Si sur le fond E F repose un poids plus grand que G E F H, cela viendra à cause de l'eau prochaine : Soit, s'il est possible, de l'eau A D E G, & H F C B ; & de mesme pourra-on dire que sur le fond D E repose plus que l'eau A D E G, & sur F C plus que l'eau H F C B ; tellement que sur D C reposera plus que l'eau ADCB ; ce qui est absurde, estãt iceluy un parallelipipede rectangle. Semblablement on demonstrera que sur E F ne repose pas moins que G E F H, & par consequent sur E F reposera precisement un poids egal à la colomne d'eau G E F H.



COROLLAIRE I.

En l'eau A B C D de la 10 proposition, mettons I L un corps solide minugrave à l'eau, c'est à dire, flottant sur l'eau, N L dedans, & N K dehors, comme cyjoignant ; alors le solide I L, sera equiponderant à l'eau N O L M, par la 5 proposition, d'où s'ensuit que le corps I L, avec le reste de l'eau d'alentour, est equiponderant à un corps d'eau, egal à A B C D ; parquoy nous dirons encor selon la proposition, que sur le fond E F, repose un poids egal à la pesanteur de l'eau d'une telle colomne que G E F H, de laquelle E F est la base, & G E perpendicle, entre le fond & la fleur de l'eau pour la hauteur d'icelle : D'où l'on peut conclurre que quand quelque matiere flotte sur l'eau, qu'elle n'apporte aucun changement au poids que le fond soustient lors que l'eau demeure en la mesme hauteur.



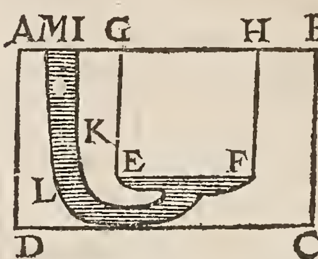
COROLLAIRE II.

Soit encore en l'eau A B C D, un ou plusieurs corps solides parigraves à l'eau, tellement qu'il n'y aye place que pour l'eau I K F E L M, alors ce corps ne surcharge, ny n'allege le fond E F pas plus que devant : Et partant selon la proposition, sur le fond E F, repose un poids egal à la pesanteur de l'eau, laquelle est egale à la colomne, ayant ledit fond pour base, & la hauteur egale à la perpendicle sur l'horizon, qui est entre le fond & fleur d'eau.



COROLLAIRE III.

Soit derechef A B C D entierement eau, EF un fond en icelle parallele à l'horizon ; alors l'eau poussera autant par dessous, en elevant que par dessus en abaissant ; Autrement le plus fort emporteroit le plus foible : ce qui n'arrive pas ainsi, d'autant que tout tient la disposition qu'on luy donne, par la 1 proposition. Soyent maintenant dedans l'eau quelques corps solides parigraves à icelle, & tellement disposez que l'eau I K E F L M pousse par dessous E F, assavoir contre le corps solide, comme devant contre l'eau ; mais l'un contrepoussoit egalement l'autre : donc contre E F y a un effort qui le pousse enhaut, de mesme que la colomne d'eau G E F H pousse le mesme fond E F embas, selon la proposition ; car la hauteur G E est la perpendicle interceptée entre la fleur de l'eau & le fond E F.



COROLLAIRE IV.

Que si on mettoit les corps solides des deuxiesme & troisiesme corollaires en leurs lieux, & l'eau vuidée, y ayant une place vuide I K F E L M ; alors le fond E F ne portera aucune pesanteur ; que si on remply le lieu vuidé, avec de l'eau, le fond patira autant d'effort, que lors que le vaisseau estoit entierement plein d'eau (ayant osté les corps solides.)

COROLLAIRE V.

Mais si on ostoit la matiere inutile des corps solides, & s'il n'y en demeuroit pas d'avantage que pour tenir l'eau en ceste figure ; alors le fond E F patira autant d'effort,



que s'il y avoit dessus une colomne d'eau, comprise sur le mesme fond comme base, dont la hauteur soit la perpendicle entre ledit fond & la fleur d'eau.

Conclusion. Sur le fond de l'eau parallele à l'horizon, repose donc un poids, &c.

Lisez les espreuves deduites en l'Appendice de la practique de l'Hydrostatique.

NOTEZ.

Nous pourrions aussi proposer la 10 proposition comme s'ensuit :

SUr quelconque fond d'eau, de superfice parallele à la fleur d'icelle, repose un poids egal à la pesanteur de l'eau, comprise dans un secteur spherique, tronqué par une superfice spherique parallele, ou homocentrique à la superfice spherique de la terre.

Nous eussions fait aussi les demonstrations comme dessus, mais nous l'avons delaissé pour les raisons descrites en la septiesme petition.

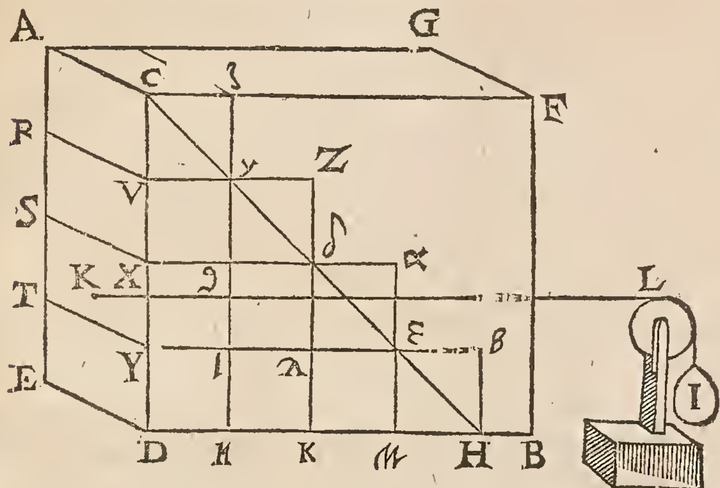
THEOREME IX. PROPOSITION XI.

SUr un fond convenant, duquel le plus haut poinct est à fleur d'eau, repose un poids egal à la demi-colomne d'eau, de laquelle la base est pareille audit fond, & sa hauteur egale à la perpendicle comprise entre les niveaux qui passent par le plus haut & plus bas poinct dudit fond.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B un vaisseau plein d'eau, & le fond A C D E soit premierement un parallelogramme, non parallele à l'horizon, comme devant, mais perpendiculaire à iceluy ; duquel le plus haut costé A C est à fleur d'eau,

d'eau, & A E soit la perpendicle comprise entre les deux niveaux qui passent par les extremitez plus haute & plus basse dudit fond : & soit marquée H dans D B, parallele à l'horizon, tellement que D H soit egale à D C, & menée C H, tellement que par A C H D E soit denotée la demi-colomne, ayant A C D E pour base, & D H hauteur egale à A E perpendicle.



Le requis. Il faut demonstrer que le poids qui repose contre le fond A C D E est egal à la demi-colomne A C H D E : C'est à dire (pour declarer le tout plus amplement) que si I estoit un poids oblique, equipondérant A C H D E, & K L corde soit parallele à D H, & K centre de gravité de l'effort du poussement congregé à l'encontre du fond (lequel centre de gravité se trouvera par la 18 proposition suivante) le poids I equiponderant à l'effort de l'eau tient le fond (posant qu'il soit mobile) en ceste disposition.

Ou bien pour donner à entendre ce que dessus autrement, Soit M N O P un fond, pareil à A C D E, assavoir M P homologue à A C; M N à A E, sur lequel fond M N O P repose un corps solide M N O P Q, pareil & equiponderant à ACHDE, & Q O (egale à D H) soit perpendicle à l'horizon: je dis que le pressement que MNOPQ fait sur le fōd MNOP, (assavoir pressant plus vers NO, que vers MP, pource qu'il est là plus espais & pesant qu'icy) est le mesme que l'eau contre le fond ACDE, (assavoir poussant plus vers E D, que vers A C.)

Preparation. Soit divisée A E en 4 parties egales par R, S, T, & menées R V, S X, T Y paralleles à A C; & V Z, X α, Y β paralleles à D H, coupans C H en γ, δ, ε, & tellement que chacune des lignes γ Z, δ α, ε β, soyent egales à V γ. Soit aussi menée par γ la ligne ζ η, parallele à C D, coupant X α en ϑ, & Y β en ι; de mesme la ligne Z κ par δ, coupant Y β en λ, & ainsi la ligne α μ par ε; & finalement β H.

D E M O N S T R A T I O N.

Contre le fond A C V R repose plus que rien, car si ledit fond estoit tout à fleur d'eau, rien ne reposeroit à l'encontre, mais il vient plus bas, donc il repose plus que rien à l'encontre d'iceluy : D'avantage je dis qu'à l'encontre d'iceluy repose moins que le corps d'eau A C ζ γ V R, car s'il estoit parallele à l'horizon par R V, alors ledit corps y reposeroit, par la 10 proposition; mais il est plus haut, & par consequent il y repose moins à l'encontre. Je dis semblablement que contre le fond R V X S repose plus que le corps d'eau A C ζ γ V R, veu qu'il vient plus bas que V γ, mais ledit corps d'eau est egal à R V γ ϑ X S : D'avantage je dis que contre iceluy repose moins que le corps d'eau A C ζ ϑ X S, veu que le fond R X est plus haut que le fond S X ϑ; or ledit corps d'eau A C ζ ϑ X S est egal à R V Z δ X S; parquoy contre le fond R X repose moins que R V Z δ X S. De mesme contre le fond S Y, repose plus que A C ζ ϑ X S; car il vient plus bas que le fond S X ϑ, lequel corps est egal à S X δ λ Y T; parquoy contre S Y repose plus que S X δ λ Y T. D'avantage je dis qu'il y repose moins que A C ζ ι Y T, car il est plus haut que le fond T Y ι; or ledit corps A C ζ ι Y T est egal à S X α ε Y T, donc contre le fond S Y repose moins que S X α ε Y T. Pareillement contre le fond T D repose plus que A C ζ ι Y T, car il vient plus bas que le fond T Y ι; iceluy corps est egal à T Y ε μ D E; parquoy contre le fond T D repose plus que T Y ε μ D E. D'avantage il y repose moins que le corps A η, car il vient plus haut que le fond E D η; mais ledit corps A η est egal à T Y β H D E; donc contre le fond T D, repose moins à l'encontre que T Y β H D E. Or veu que contre

Le fond	A V	repose plus que	rien	& moins que	A C ζ γ V R.
	R X		R V γ ϑ X S		R δ Z.
	S Y		S X δ λ Y T		S ε α.
	T D		T Y ε μ D E		T H β.

Il s'ensuit que contre le fond entier A C D E reposera plus que les corps susdits ensemble, qui font le corps inscrit R V γ ϑ δ λ ε μ D E dans la demi-colomne A C H D E, & que contre ledit fond A C D E entier reposeront moins que les corps circonscrits ensemble, qui font le corps A C ζ γ Z δ α ε β H D E, lequel est circonscrit à la demi-colomne A C H D E.

Que si on divisoit le fond A C D E en plus de 4 parties egales, soit en 8; il appert que les corps inscrits & circonscrits ne differeroyent que de la moitié de la difference precedente; & est manifeste qu'on pourroit partir le fond en tant de parties egales que la difference des corps inscrits & circonscrits à la demi-colomne, differeroyent moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-il estre, d'où j'argumente ainsi.

A. *Toute pesanteur qui differe moins du poids reposant contre le fond A C D E, qu'on ne sçauroit donner, est egale au poids reposant contre le fond A C D E.*

I. *Le poids de la demi-colomne A C H D E, est une pesanteur differant moins du poids, qui repose contre le fond A C D E, qu'on sçauroit donner.*

I. *Le poids donc de la demi-colomne A C H D E est egal au poids qui repose contre le fond A C D E.*

2 Exemple.

Le donné. Soit encore A B un vaisseau plein d'eau, & le fond A C D E d'iceluy soit un parallelogramme oblique à l'horizon, A C la plus haute extremité à fleur d'eau A C F G; lequel soit divisé comme au premier exemple, & soit A ν perpendiculaire à l'horizon, jusques au niveau par E D.

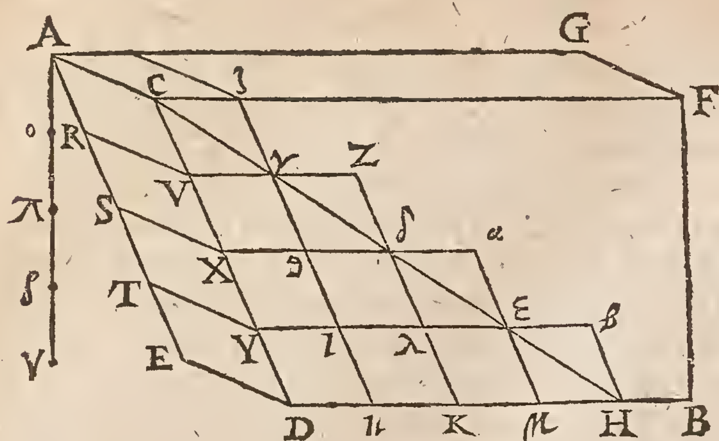
Le requis. Il faut demonstrer que le poids d'eau qui repose contre le fond A C D E, est egal à la moitié de la colomne qui a pour base le fond A C D E, & hauteur A ν.

Preparation. Soit divisée A ν en 4 parties egales par les poincts ο, π, ϱ.

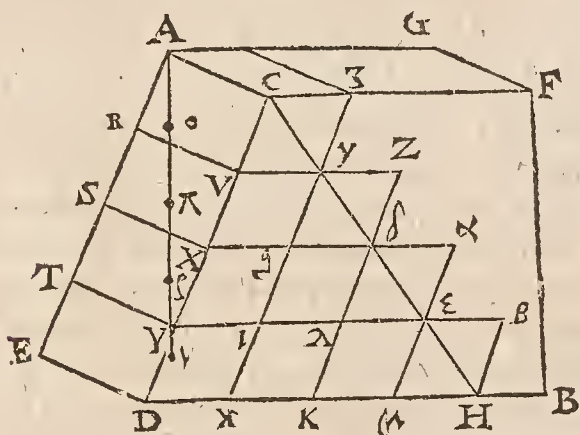
D E M O N S T R A T I O N.

Contre le fond A V repose un poids plus que rien, d'autant qu'il est plus bas que le fond A ζ, contre lequel rien ne repose : D'avantage il repose contre ledit fond

fond A V moins que le corps A γ, d'autant qu'il eſt plus haut que le fond R V γ, ſur lequel repoſe la colomne



Aγ par la 10 propoſition, de laquelle A o eſt hauteur; & ainſi ſe demonſtrera comme en la precedente demonſtration que contre A C D E repoſe autant que la demi-colomne A E D H; (eſtant comme devant D H egale à D C) Or le parallelogramme E H eſt pareil à A C D E; donc la demi-colomne A H eſt egale à la demi-colomne ayant pour baſe A D, & hauteur A ν; par-



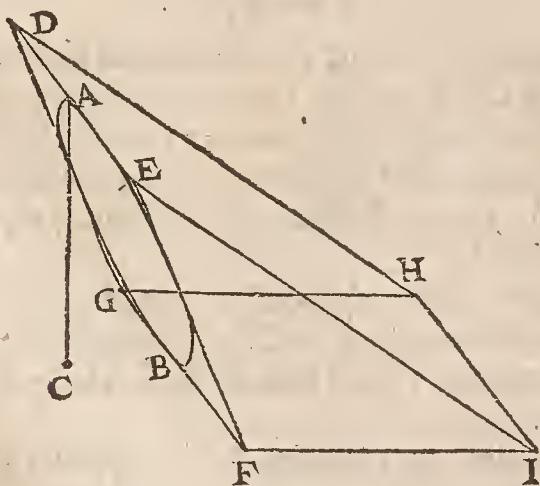
quoy le poids qui repoſe contre A C D E eſt egal au poids de la demi-colomne d'eau, ayant A C D E pour baſe, & hauteur A ν.

3 *Exemple.*

Le donné. Soit A B un fond convenant, je prens, une ellipſe, le plus haut poinct A eſt à fleur d'eau, B le poinct plus bas, par lequel paſſe un niveau, ſur lequel tombe une perpendicle A C.

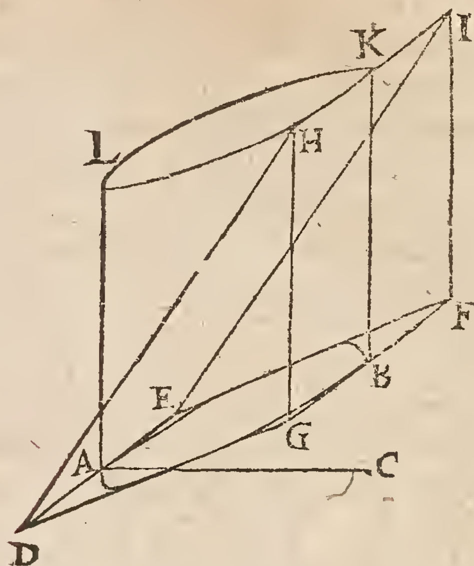
Le requis. Il faut demonſtrer que le poids d'eau qui repoſe contre le fond B A, eſt egal à la moitié de la colomne, dont le fond eſt A B, & hauteur A C.

Preparation. Soit fait un parallelogramme D E F G, à l'entour de l'ellipſe AB, ainſi que DE ſoit à fleur d'eau,



& touche au poinct A, & que G F touche au poinct B: Soit puis apres menée F I egale à F E, & perpendicle à FG, ſur le plan de l'horizon, & puis parachevé le rectangle F G H I, & menée E I & D H.

Soit puis apres une autre figure pareille, & equiponderante à la precedente, mais en telle ſorte que F I ſoit perpendicle à l'horizon, comme cy-joignant. Et en



ceſte figure ſoit D E F G H I un corps ſolide, repoſant ſur le fond D E F G.

Demonstration.

Tel preſſement que le corps ſolide D E F G H I de la deuxieſme figure, fait contre le fond D E F G, le meſme preſſement ſe fait par l'eau de la premiere figure, contre le fond D E F G, comme il a eſté demonſtré cy deſſus, & partant tel preſſement qui ſe fait contre l'ellipſe A B de la deuxieſme figure, le meſme ſe fera contre l'ellipſe A B de la premiere figure, mais le preſſement ſur l'ellipſe de la deuxieſme figure eſt la demi-colomne (comme nous declarerons cy-deſſous) la baſe de laquelle eſt l'ellipſe, & la hauteur egale à A C (car menant une perpendicle de K, ſur le plan de l'ellipſe, elle ſera egale à A C) & ainſi le preſſement de l'eau contre l'ellipſe A B de la premiere figure, eſt egal à la moitié de la colomne, de laquelle la baſe eſt l'ellipſe, & la hauteur A C.

Mais que le poids repoſant en ceſte deuxieſme figure contre l'ellipſe A B, ſoit egal à la demi-colomne, ayant pour baſe l'ellipſe, & hauteur egale à A C, cela eſt manifeſte en menant B K egale & parallele à F I: Soit maintenant le deſſous B, de la meſme B K, tourné au circuit de l'ellipſe A B, tout à l'entour, demeurant touſiours parallele à F I, icelle deſcrira une colomne entre deux baſes A B K L, laquelle eſt coupée par deux poincts homologues diagonalement oppoſites: Mais toute colomne, dont la baſe eſt fond convenant, ſe peut couper en deux egalement par deux poincts diagonalement oppoſites; parquoy la partie de la colomne ſous le plan D E I H, eſt la moitié de la colomne entiere A B K L, repoſant ſur l'ellipſe AB; & auſſi que la colomne ABKL ſoit egale à la colomne qui a pour baſe A B & hauteur A C, il appert en ce que ſa hauteur eſt egale à A C, parquoy le poids repoſant contre l'ellipſe A B eſt egal à la demi-colomne, dont la baſe, eſt l'ellipſe, & la hauteur egale à A C.

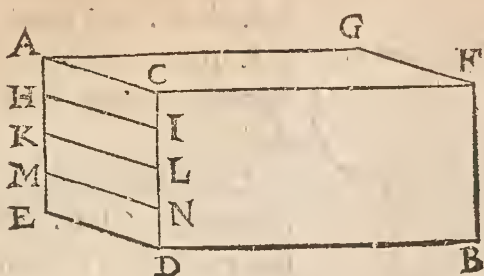
4 *Exemple.*

Nous avons donné cy-deſſus trois exemples, par demonſtrations Mathematiques, & ainſi le fondement eſt tant mieux declaré; toutefois nous ferons encor ceſte demonſtration par nombres, laquelle n'apporte aucun deſavantage à la choſe.

Le donné. Soit A B un vaſe plein d'eau, & A D un fond perpendiculaire à l'horizon, eſtant un quarré, & C D un pied de hauteur, comme auſſi A C, lequel eſt à fleur d'eau, & A F ſoit auſſi long qu'on voudra.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'eau repoſant contre le fond A D, eſt egale à la demi-colomne d'eau, ayant

ayant A D pour baſe & A E perpendicle pour ſa hauteur : Or ceſte demi-colomne ſera demi-pied cubique.



Preparation. Soit diviſé le fond en 4 parties egales par les lignes H I, K L, M N, paralleles à A C.

DEMONSTRATION.

Il appert que contre le fond A I repoſe plus que 0, car il eſt plus bas que tout à fleur d'eau : D'avantage il repoſe moins à l'encontre que $\frac{1}{16}$ pied ; car il eſt plus haut que le fond par H I à niveau : De meſme contre H L repoſe plus que $\frac{1}{16}$, & moins que $\frac{2}{16}$; & contre le fond K N plus que $\frac{2}{16}$, & moins que $\frac{3}{16}$: finalement contre M D, repoſe plus que $\frac{3}{16}$, & moins que $\frac{4}{16}$. Adjouſtant les poids qui ſont plus legers , aſſavoir 0, $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, font enſemble $\frac{6}{16}$. De meſme les poids plus legers $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$, font enſemble $\frac{10}{16}$. Donc contre A D repoſe plus que $\frac{6}{16}$, & moins que $\frac{10}{16}$, entre leſquels eſt $\frac{1}{2}$ pied , lequel doit eſtre demonſtré repoſer contre A D.

Or comme le fond a eſté diviſé cy-deſſus en 4 parties egales ; il ſe pourroit auſſi diviſer en tant qu'on voudroit , & ſoit en 10 ; alors par les raiſons ſuſdites, les poids trop legers ſeront 0, $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, &c. le dernier $\frac{9}{100}$ enſemble font $\frac{45}{100}$: Et les poids trop peſants font $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, &c. le dernier $\frac{10}{100}$ font enſemble $\frac{55}{100}$: contre A D donc repoſe un poids plus que $\frac{45}{100}$, & moins que $\frac{55}{100}$: Or $\frac{1}{2}$ eſt entre deux ; & ces termes ſont plus approchans que les ſuſdits, tellement que ſi on coupoit encore le fond en plus de parties, on approcheroit plus pres de $\frac{1}{2}$.

Poſons donc qu'il repoſe contre A D $\frac{1}{1000}$ pied plus, ou moins , que $\frac{1}{2}$, s'il eſtoit poſſible : & partiſſons le fond en 1000 parties egales, alors les poids trop legers ſeront 0, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, &c. le dernier $\frac{999}{1000000}$, leſquels ſont tous enſemble $\frac{499500}{1000000}$. De meſme les mils trop peſants ſeront $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, $\frac{3}{1000000}$, &c. le dernier $\frac{1000}{1000000}$, leur ſomme $\frac{500500}{1000000}$; il repoſe donc plus contre A D , que $\frac{499500}{1000000}$ & moins que $\frac{500500}{1000000}$: mais l'un & l'autre eſt moins ou plus que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2000}$; il n'y avoit donc pas tant de difference que le $\frac{1}{1000}$ ſuſdit ; & ainſi on demonſtrera touſiours , qu'il y a moins de difference entre le corps qui repoſe contre A D , & $\frac{1}{2}$ pied , qu'aucune quantité qu'on ſçauroit donner ; d'où j'argumente ainſi.

A. *Entre un poids quelconque & $\frac{1}{2}$ pied d'eau , s'ils ſont differens , ſe peut trouver un poids moindre que leur difference.*

O. *Or entre le poids qui repoſe contre le fond A D , & $\frac{1}{2}$ pied d'eau , on ne peut donner aucun poids moindre que leur difference.*

O. *Le poids donc qui repoſe contre le fond A D, n'eſt en rien differant de $\frac{1}{2}$ pied d'eau.*

Concluſion. Sur un fond donc convenant, duquel, &c.

La raiſon pourquoy le $\frac{1}{2}$ demeure touſiours egalement diſtant des deux termes , leſquels en approchent touſiours , ſans que jamais ils y puiſſent parvenir, eſt contenuë en ce theoreme.

THEOREME.

En une progreſſion naturelle commençant par l'unité , & augmentant de l'unité progreſſivement ; la moitié du quarré du dernier , qui eſt le majeur , eſt § la ſomme de tous les nombres, mais ff la ſomme de tous les nombres ſans le dernier.

ALB. GIRARD.

Car c'eſt preciſement la ſomme de tous les nombres , moins la moitié du dernier.

NOTEZ.

On pourroit dire une colomne entiere , au lieu de la demi-colomne mentionnée cy-deſſus , aſſavoir la meſme baſe , mais la $\frac{1}{2}$ perpendiculaire , forme ainſi le theoreme.

Estant propoſé un fond convenant dans l'eau , à la fleur de laquelle ſe trouve la plus haute extremité du fond : le poids qui repoſe à l'encontre eſt egal à la colomne d'eau , ayant le meſme fond pour baſe , & la hauteur la demi-perpendiculaire compriſe entre les niveaux qui paſſent par la plus haute & plus baſſe extremité du fond.

Et la derniere partie de ceſte douzieſme propoſition ſera exprimée par ſemblable maniere.

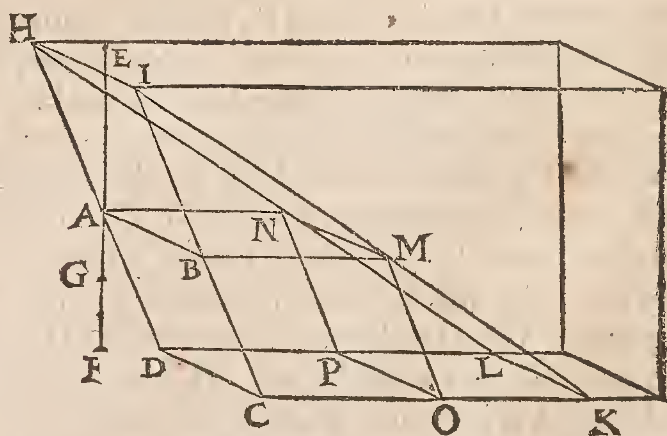
THEOREME X. PROPOSITION XII.

Estant un fond convenant dans l'eau ayant ſon extremité ſuperieure , ſous fleur d'eau ; le poids qui repoſe à l'encontre eſt egal à la peſanteur de la colomne d'eau , ayant ledit fond pour baſe , & pour hauteur la perpendiculaire entre la fleur d'eau , & le plus haut poinct du fond ; & d'avantage la moitié de la perpendicle , depuis le plus haut poinct du fond juſques au niveau paſſant par le plus bas.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C D un fond convenant , comme premierement un parallelogramme , A B ſon coſté le plus haut ſoit au deſſous de la fleur d'eau , parallele , preſuppoſe-je , à l'horizon ; & E A ſoit la perpendicle depuis la fleur d'eau , juſques au poinct plus haut du fond A, & A F la perpendicle de A juſques au niveau , qui paſſe par D C : & A G ſoit moitié de A F.

Le requis. Il faut demonſtrer que le poids d'eau contre le fond ABCD, eſt egal à la colomne ſur la baſe ABCD, & hauteur G E.



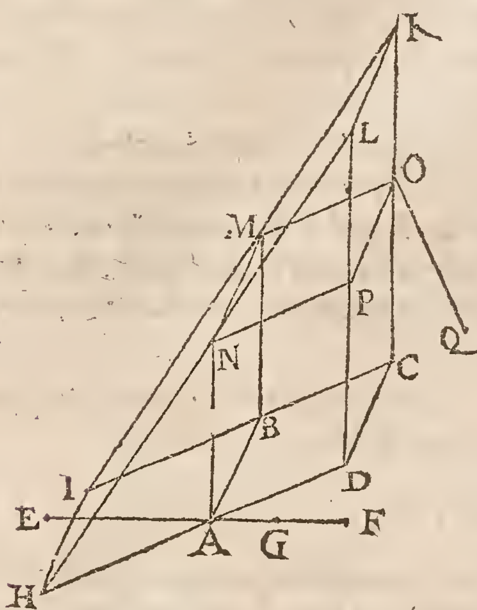
Preparation. Soyent D A , C B , produites juſques à H , I à fleur d'eau : & menée H I. Puis C K à niveau egale à C I, & perpendicle à D C : de meſme D L egale & parallele à C K, &c. Puis A N, B M paralleles à C K rencontrant I K en M , &c.

D'avantage ſoit faite une autre figure, pareille & equiponderante à la precedente eau , mais en ſorte que C K ſoit perpendicle à l'horizon.

DEMON-

DEMONSTRATION.

En la deuxiesme figure le pressement que cause CDHIKL contre le fond CDHI, ainsi en la premiere figure l'eau contre CDHI, comme il a esté demonstré en la 11 proposition, & de mesme tel pressement que cause ABCDLKMN en la deuxiesme figure sur ABCD, ainsi l'eau contre ABCD en la premiere figure, mais ABCDLKMN est egal à la colomne sur la base ABCD & hauteur GE, comme nous verrons cy-apres; le poids donc d'eau qui repose contre ABCD de la premiere figure est egal à la colomne, dont la base est ABCD & la hauteur GE.



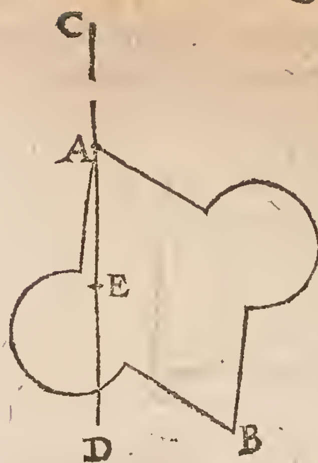
Or que ABCDLKMN soit egal à la colomne, ayant pour base ABCD, & hauteur EG, il appert en ce que si on mene OQ perpendiculaire au plan de ABCD: alors OQ sera hauteur de AO: lequel AO est egal à la colomne sur ABCD pour base & OQ hauteur, mais puis que AH, & OC sont egales, & les angles HAE, COQ aussi egaux; & les angles HEA, CQO, droits; alors EA & OQ seront egales; & ainsi le corps AO, sera egal à la colomne sur ABCD base, & hauteur EA: D'avantage le corps MNOPLK est egal à la colomne ayant pour base POKL, c'est à dire MNOP, ou ABCD, & hauteur AG: par le corollaire de l'onziesme proposition; parquoy ces deux corps faisans ensemble ABCDLKNM, sont egaux à la colomne ayant ABCD pour base, & EG pour hauteur.

Autre DEMONSTRATION.

Posant qu'il y ait en l'eau de la premiere figure cy-dessus, un fond pareil à ABCD, mais à niveau par AB; iceluy supportera un solide egal à la colomne, ayant ABCD pour base, & AE pour hauteur, par la 10 proposition: le mesme poids repose aussi & d'avantage sur les fonds plus bas; contre ABCD donc repose un poids, comme la colomne, ayant ABCD, pour base & pour hauteur AE: Or ostant l'eau qui est au dessus du fond, assavoir que AB soit à fleur d'eau; alors il reposera contre ABCD autant que le corps MOL, c'est à dire une colomne ayant la base OL, ou ABCD son egale, & AG hauteur; lesquels corps font ensemble comme devant, autant que la colomne sur la base ABCD, & la hauteur EG.

2 *Exemple.*

Soit AB un fond convenant, ayant son plus haut poinct A sous fleur d'eau C, & AD perpendicle de A sur le niveau, passant par le plus bas poinct B; & prolongée jusques à fleur d'eau C: soit E au milieu de AD.



Je dis que le poids qui repose contre AB, est egal à la pesanteur de la colomne, ayant ledit fond AB pour base, & CE pour hauteur: dont la demonstration sera comme dessus.

Conclusion. Estant un fond convenant dans l'eau ayant son extremité superieure, sous fleur d'eau; &c.

NOTEZ.

Nous avons traité cy-devant des poids contre les fonds convenants, avec l'aide des perpendiculaires par les plus hauts poincts des fonds: Mais quand c'est un fond inconvenant, le poids ne se peut cognoistre par les perpendicles: Il est bien vray, que contre iceluy repose plus, que s'il estoit plus haut au niveau, qui passe par son plus haut poinct, c'est à dire plus que la colomne d'eau ayant pour base ledit fond, & hauteur la perpendicle entre la fleur d'eau & le plus haut poinct du fond, mais l'autre partie n'est pas egale à la moitié de la colomne, ayant pour base le mesme fond, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut poinct du fond, jusques au niveau qui passe par le plus bas: la raison est, que la colomne n'est pas coupée en deux egalement (comme avec un fond convenant) par un plan qui passe diagonalement par deux poincts homologues: mais afin de cognoistre le poids contre les fonds inconvenants, nous ferons le probleme suivant.

PROBLEME III. PROPOSITION XIII.

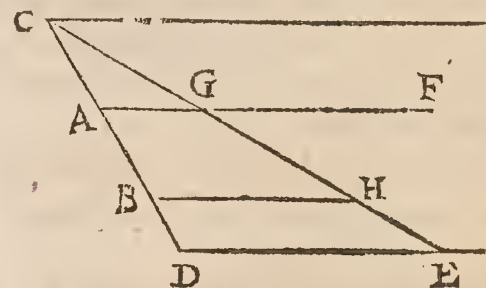
Estant dans l'eau un fond plat de figure quelconque; Trouver un corps d'eau equiponderant au poids reposant contre ledit fond.

Le donné. Soit AB un fond plat dans l'eau, de figure quelconque.

Le requis. Il faut trouver un corps d'eau equiponderant au poids qui repose contre AB.

OPERATION.

Je produis le plan de tout costé indefiniement, coupant la fleur d'eau en C, & de C je mene une ligne CD, par AB, comme le plan par CD, lequel soit perpendiculaire à l'horizon; soit aussi perpendiculaire sur le plan du fond AB; puis ayant mené la ligne DE, egale à DC, mais à niveau, & perpendicle sur la commune section des deux plans, le premier susdit par le fond AB, l'autre par DE parallele à l'horizon. Puis je mene par C, E, un plan indefiny, perpendiculaire au plan CDE; D'avantage d'un poinct du circuit du fond donné, comme de A, une ligne AF indefinie, tournant le mesme avec le poinct A au circuit du fond, un tour entier demeurant tousiours parallele avec DE, descrivant ainsi un corps compris entre les deux parties des plans indefinis, & la superfice faite de la ligne mouvante, comme le corps AGHB: Je dis qu'un corps d'eau egal au corps AGHB, est equiponderant au poids qui repose contre le fond donné.

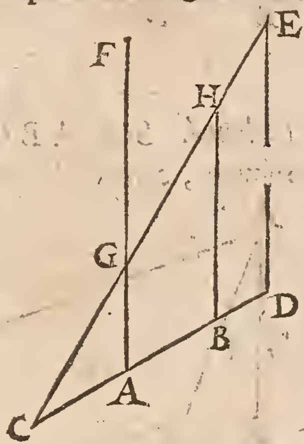


Prepa-

Preparation. Soit descrite ceste seconde figure, egale & semblable à la premiere, & equiponderante à l'eau, mais en sorte que la ligne D E soit perpendicle à l'horizon.

Demonstration.

Tel poids qui repose sur A B en la deuxiesme figure, tel aussi reposera contre A B de la premiere figure, comme il a esté demonstré cy-devant; mais sur A B de la deuxiesme figure, repose le poids du corps A G H B, parquoy contre le fond A B de la premiere figure, repose aussi un poids egal au corps d'eau A G H B: ce qu'il falloit demonstrer.



Conclusion. Estant donc dans l'eau, &c.

Theoreme XI. Proposition XIV.

Estans deux fonds parallelogrammes de mesme largeur, & egalement profonds dans l'eau, ayans leurs plus hauts costez à fleur d'eau: Comme la longueur d'un fond à la longueur de l'autre, ainsi les pressements d'eau contre iceux.

Le donné. Soit ABCD une eau, où il y aye deux fonds parallelogrammes E F, G H de mesme largeur, & egalement profonds dans l'eau, assavoir que les perpendicles I F; & K H, & leurs hauts costez E, G, soyent à fleur d'eau.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme la longueur E F, à la longueur G H, ainsi le pressement de l'eau contre le fond E F, au pressement contre le fond G H.

Demonstration.

Le poids de l'eau reposant contre le fond E F, est egal à la demi-colomne d'eau, dont la hauteur est I F, & la base le plan E F, par la 11 proposition: De mesme le poids d'eau contre le fond G H, est egal à la demi-colomne, dont la hauteur est K H, & la base le plan G H: mais ces colomnes sont de mesme hauteur, parquoy elles seront en raison de leurs bases: tellement que comme les longueurs E F à G H, ainsi les colomnes; & par consequent les demi-colomnes, assavoir les pesanteurs d'eau qui reposent à l'encontre des fonds E F, G H.

Conclusion. Estans donc deux parallelogrammes, &c.

Probleme IV. Proposition XV.

Si le fond de l'eau, est un parallelogramme non parallele à l'horizon, avec son plus haut costé cognu, & à fleur d'eau, cognoissant aussi la ligne menée du plus haut costé, perpendiculaire sur le costé opposite, aussi cognoissant la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le niveau passant par le costé plus bas: Trouver le poids d'eau reposant à l'encontre.

Notez.

Tout parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant son plus haut costé à fleur d'eau, est ou rectangle, ou oblique, & un chacun d'iceux est perpendiculaire ou oblique à l'horizon; parquoy il y aura 4 divers accidens, pourtant nous en donnerons 4 exemples, tant icy qu'és deux propositions suivantes: Le premier, d'un rectangle perpendiculaire à l'horizon, duquel les trois lignes, comme l'un des costez non-paralleles à l'horizon, & la ligne d'une extremité du plus haut costé, perpendiculaire au costé opposite d'embas, & la perpendiculaire de la mesme extremité jusques au niveau passant par le costé d'embas, ne sont qu'une mesme ligne: Le deuxiesme exemple sera d'un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, duquel les deux lignes, comme celle qui vient de l'extremité du plus haut costé perpendiculaire sur le plus bas; & la perpendiculaire de la mesme extremité du plus haut costé jusques au niveau passant par le plus bas costé, sont une mesme ligne: Le troisiesme exemple sera d'un rectangle, oblique à l'horizon, dont les deux lignes, comme le costé non parallele à l'horizon, & la ligne de l'extremité du plus haut costé, perpendiculaire sur le plus bas, sont une mesme ligne: Le quatriesme exemple d'un parallelogramme oblique, & oblique sur l'horizon, duquel les trois lignes susdites sont diverses.

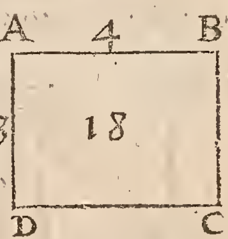
1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, duquel AB est à fleur d'eau, & à 4 pieds, & A D trois pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau, reposant contre A B C D.

Operation.

Je multiplie A D 3, par A B 4, vient 12, lequel je multiplie encor par A D 3, vient 36; dont la moitié fait 18 pieds pour le requis: Or prenant que 1 pied pese 65 ℔, alors les 18 pieds peseront 1170 ℔.



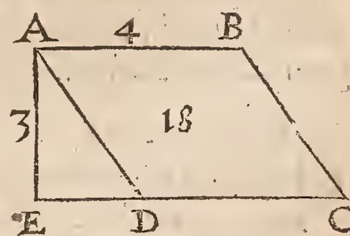
2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, A B à fleur d'eau est 4 pieds, & A E perpendiculaire de A sur C D, soit 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau reposant contre A B C D.

Operation.

Je multiplie A E 3 par A B 4, vient 12, lequel encor multiplié par A E 3, vient 36, dont la moitié est 18 pieds: On peut faire autrement par le quarré de A E par la moitié de A B.



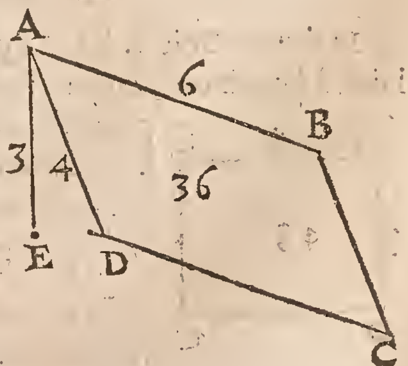
3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, oblique à l'horizon, son costé A B à fleur d'eau soit 6 pieds, & A D 4 pieds; mais A E perpendiculaire de A sur le niveau passant par le costé d'embas, est 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau qui repose contre A B C D.

Operation.

Je multiplie 6, 4, 3, vient 72; sa moitié est 36 pieds.



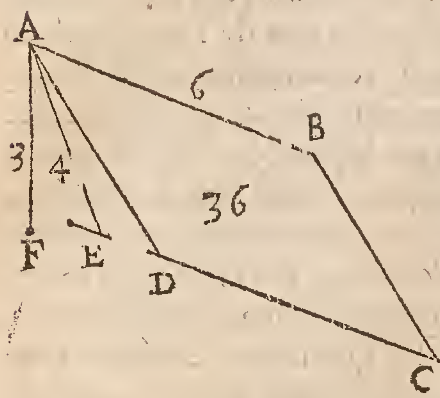
4 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, oblique sur l'horizon: A B à fleur d'eau 6 pieds,

A E perpendiculaire sur D C est 4 pieds, & A F à plomb 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau qui repose contre A B C D.

OPERATION.



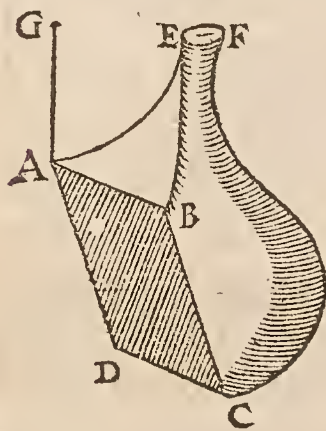
Je multiplie 6, 4, 3; vient 72, sa moitié est 36 pieds d'eau, qui repose contre A B C D: dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc le fond de l'eau, un parallelogramme non parallele à l'horizon, &c.

CoROLLAIRE I.

De ce que dessus appert, comment on trouvera le poids d'eau reposant contre un parallelogramme, lors que le plus haut costé est au dessous de fleur d'eau; car au poids trouvé comme dessus, y joignant la colomne, ayant pour base le mesme fond, & hauteur, la perpendiculaire depuis le plus haut costé jusques à fleur d'eau, alors la somme sera le requis.

Soit par exemple A B C D un parallelogramme oblique à l'horizon, A B sous fleur d'eau E F G, G A est



3 pieds, & A B C D soit 20 pieds, & si A B estoit à fleur d'eau, il y auroit, je prens, 40 pieds d'eau qui reposeroient à l'encontre; On demande combien il y en repose dessus maintenant? Je multiplie A B C D 20, par G A 3, vient 60 pieds, lesquels adjoustez à 40, font 100 pieds, qui reposent contre A B C D.

CoROLLAIRE II.

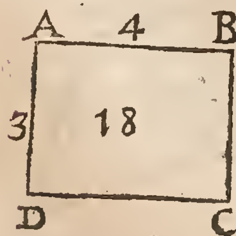
Si le fond plat estoit inconvenant, on trouveroit un corps d'eau, equiponderant au poids qui repose contre le fond, par la 13 proposition; le mesme corps fera cognoistre la pesanteur requise.

PROBLEME V. PROPOSITION XVI.

Si le fond de l'eau est un parallelogramme, non parallele à l'horizon, ayant son plus haut costé à fleur d'eau, & cognoissant le poids qui repose à l'encontre, aussi la ligne du plus haut costé perpendiculaire au plus bas costé, aussi la perpendiculaire du plus haut costé, jusques au niveau passant par le costé plus bas: Trouver le costé plus haut.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repose un poids de 18



pieds d'eau, & A B le plus haut costé soit à fleur d'eau & incognu.

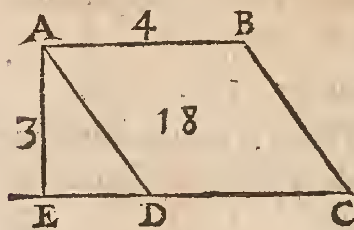
Le requis. Il faut cognoistre A B.

OPERATION.

Je divise 18 par le quarré de A D 3, viendra 2, son double sera 4 pour A B.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repose le poids de 18 pieds d'eau, & le plus haut costé A B soit incognu, à fleur d'eau, mais A E perpendiculaire sur D C soit 3 pieds.



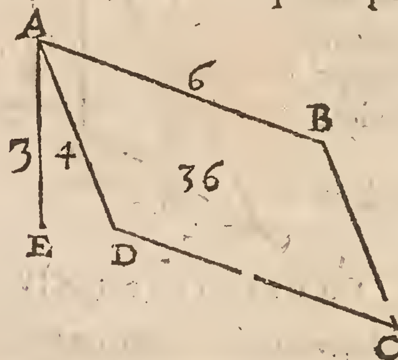
Le requis. Il faut cognoistre le costé A B.

OPERATION.

Je divise 18 par le quarré de A E 3, viendra 2, son double est 4 pieds.

3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, oblique sur l'horizon, contre lequel repose le poids de 36 pieds



d'eau, & A B le costé plus haut à fleur d'eau soit incognu; mais A D soit 4 pieds, & A E 3, à plomb jusques au niveau par D C.

Le requis. Il faut trouver A B.

OPERATION.

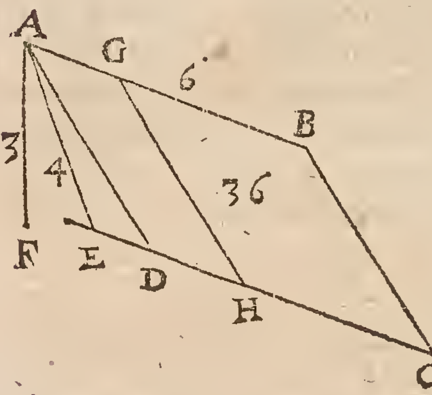
Je multiplie A E 3 par A D 4, vient 12, par lequel party 36, viendra 3 pieds, son double sera A B 6 pieds.

4 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, & oblique sur l'horizon, contre lequel repose le poids de 36 pieds d'eau, & A B incognu, soit à fleur d'eau; mais A E 4 pieds, perpendiculaire sur D C, & A F 3 pieds, à plomb.

Le requis. Il faut trouver le costé A B.

OPERATION.



Je multiplie A F 3, par A E 4, vient 12, lequel divisant 36, viendra 3, son double est 6 pieds: dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc le fond de l'eau un parallelogramme, &c.

CoROLLAIRE I.

Il appert de l'exemple precedent, comment on trouvera le plus haut costé, lors qu'il est au dessous de fleur d'eau; car du poids entier d'eau reposant contre le fond, osté la colomne ayant le fond pour base, & hauteur la perpendiculaire du plus haut costé du fond jusques à fleur d'eau, il restera le poids d'eau, reposant sur le fond, quand le plus haut costé est à fleur d'eau, d'où il sera cognu, comme il a esté enseigné cy-dessus.

Mais pour trouver la colomne qu'il faut soustraire, on prendra une partie du poids entier, ou de la colomne entiere, en telle raison à la mesme colomne entiere, comme la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le plus haut costé du fond, à la perpendiculaire donnée entre la fleur d'eau & le plus haut costé du fond, avec la moitié de la perpendiculaire entre le plus haut costé du fond, & le niveau par le costé plus bas d'iceluy: Comme par la figure du premier exemple de la 12 proposition, la partie qu'il faut soustraire se trouve là: Je dis, E G donne E A, combien le poids donné? ce qui vient est la colomne qu'il faut soustraire.

CoROL-

COROLLAIRE II.

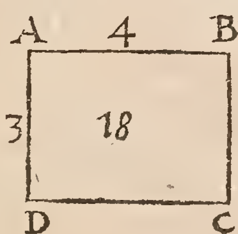
Si on vouloit mener une ligne sur le fond, qui soit parallele à un costé non parallele à l'horizon ; la longueur necessaire du plus haut costé sera cognue. Soit par exemple à la figure du quatriesme exemple precedent, qu'on vueille mener une ligne, comme G H, parallele à A D, ainsi que sur A G H D repose un poids de 12 pieds d'eau. Je voy quelle partie 12 sont de 36, qui reposent à l'encontre, & se trouvent $\frac{1}{3}$; parquoy aussi A G sera $\frac{1}{3}$ de A B, qui sont 2 pieds.

PROBLEME VI. PROPOSITION XVII.

Estant le fond qui est dedans l'eau un parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant son costé plus haut cognu, à fleur d'eau, comme aussi le poids qui repose à l'encontre, & la perpendiculaire du costé plus haut sur le niveau qui passe par le costé le plus bas ; Trouver la perpendiculaire du costé plus haut sur le costé opposite.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel reposent 18 pieds d'eau, & A B le costé plus haut soit à fleur d'eau, est de 4 pieds.



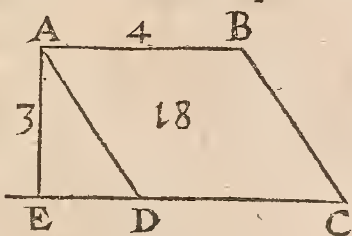
Le requis. Il faut trouver A D.

OPERATION.

Je divise 18 par 2, moitié de A B, vient 9, sa racine est pour A D 3 pieds.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, contre lequel reposent 18 pieds d'eau, & le costé plus haut A B soit 4 pieds, & à fleur d'eau.



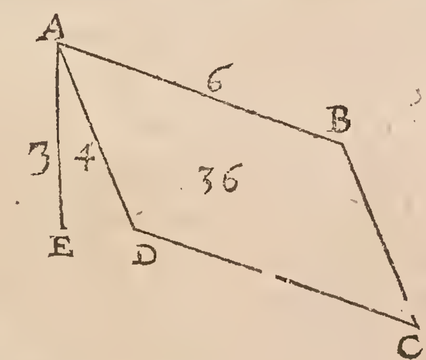
Le requis. Il faut trouver A E.

OPERATION.

Je partis 18 par 2, moitié de A B, vient 9, sa racine est pour A E 3 pieds.

3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, mais oblique à l'horizon, contre lequel reposent 36 pieds d'eau, & A B à fleur d'eau soit 6 pieds, aussi A E perpendiculaire 3 pieds.



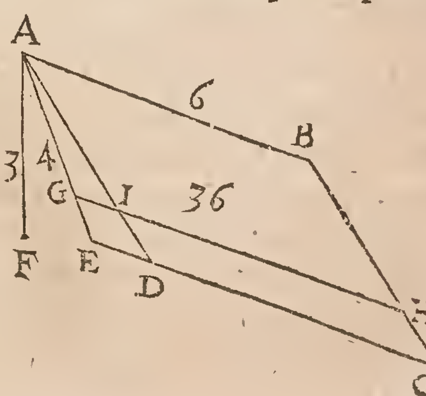
Le requis. Il faut cognoistre A D.

OPERATION.

Je divise 36 par 3, moitié de A B, vient 12 : le mesme party par A E 3, viennent 4 pieds pour A D.

4 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, & oblique à l'horizon, contre lequel reposent 36 pieds d'eau, & A B le costé plus haut à fleur d'eau soit 6 pieds, & A E soit une perpendiculaire de A sur C D, & A F 3 pieds, perpendiculaire à plomb.



Le requis. Il faut trouver A E.

OPERATION.

Je divise 36 par 3 moitié de A B 6, vient 12, le mesme encor par A F 3, viennent 4 pieds pour A E ; dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc le fond qui est dans l'eau, &c.

COROLLAIRE I.

Il s'ensuit comment on trouvera la ligne perpendiculaire du plus haut costé, sur le plus bas, lors que le costé plus haut est sous fleur d'eau ; car de tout ce qui repose contre le fond, si on en oste la colomne qui a le mesme fond pour base, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut costé, jusqu'à fleur d'eau ; il restera le poids d'eau reposant contre le fond, lors que le plus haut costé est à fleur d'eau, alors elle sera cognue, comme il a esté dit cy-dessus.

COROLLAIRE II.

Que si on vouloit mener une ligne parallele au plus haut costé, en sorte qu'elle retranche une partie du fond, contre lequel repose un poids requis ; alors on trouvera la longueur de la ligne perpendiculaire entre les deux costez plus haut & plus bas. Soit par exemple en la figure du quatriesme exemple, menée une ligne, comme G H, coupant A D en I parallele à A B, tellement que sur A B H I repose un poids de 24 pieds d'eau : Je divise 24 par 3, moitié de A B, vient 8 ; puis je trouve deux nombres en raison, comme A F à A E, c'est 3 à 4, tellement que leur produit soit le susdit 8, ces nombres là sont $\sqrt{6}$ & $\sqrt{10\frac{2}{3}}$, le dernier sera pour A G ; car de G faisant G H parallele à A B, alors contre A B H I reposera le poids de 24 pieds d'eau, par la 15 proposition.

NOTEZ.

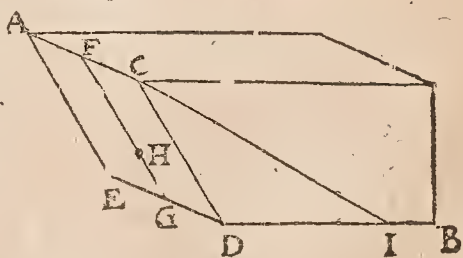
Maintenant, il faut parler du centre de gravité du pressement de l'eau congregée contre le fond, és suivantes 18, 19, 20 propositions, selon qu'il a esté mentionné en l'Argument au commencement de ce livre ; & semble ne venir pas mal à propos de parler du fond à niveau, n'estoit qu'il n'est que trop facile par le moyen du deuxiesme livre des Elemens de la Statique ; partant nous commencerons par les fonds non paralleles à l'horizon, comme s'ensuit.

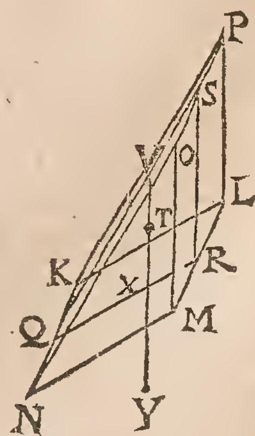
THEOREME XII. PROPOSITION XVIII.

Si le fond d'une eau n'est à niveau, estant parallelogramme, duquel le plus haut costé soit à fleur d'eau, & de son milieu, au milieu de son costé opposite, est menée une ligne ; le centre de gravité (du pressement de l'eau congregé contre le fond) divise ceste ligne de telle sorte, que la partie haute à la basse est en raison double.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B une eau, & A C D E le fond un parallelogramme non à niveau, A C à fleur d'eau, F H double à H G, lors que F G est menée du milieu au milieu des costez opposites.





Le requis. Il faut demonstrer que H est le centre de gravité du pressement congregé contre le fond.

Preparation. Soit menée C I, ainsi que D I soit egale à D C,

 & A C I D E

& A C I D E soit la moitié de la colomne, dont la base A C D E, & hauteur la perpendiculaire de A sur le niveau passant par E D; Soit puis apres marqué le corps solide K L M N O P, pareil & equiponderant au corps ACIDE, assavoir K L M N plan homologue à A C D E, & M O perpendiculaire sur l'horizon, soit homologue à D I, & Q R à F G; & de S au milieu de O P, soit menée S Q, & S R; soit aussi T centre de gravité du triangle Q S R, par lequel soit menée V X à plomb.

DEMONSTRATION.

Tel pressement que le corps K L M N O P fait contre le fond K L M N, tel est aussi celuy de l'eau A B contre le fond A C D E, par la 11 proposition: parquoy comme le centre de gravité du pressement advient contre le fond K L M N, ainsi adviendra-il au fond A C D E: Or pour venir à la demonstration, il appert que T est aussi centre de gravité (aussi bien que du triangle QSR) du corps K L M N O P, par la 15 proposit. du deuxiesme livre des Elemens Statiques; mais V X est perpendiculaire à l'horizon par T, V X donc sera perpendicle de gravité: parquoy si on tire la ligne X Y embas, le corps K L M N O P, tiendra sa disposition donnée, s'il faut ainsi dire, sur le poinct X, sur la ligne X Y; & ainsi X sera centre du pressement du corps, congregé contre le fond K L M N, mais V X est à plomb par le centre T, elle sera donc parallele à S R, & partant elle coupera Q R (par la 2 proposition du deuxiesme livre des Elemens Statiques) ainsi que Q X sera double à X R; mais comme nous avons dit, le centre advient dans le fond A C D E, en telle maniere qu'au fond K L M N; la partie donc d'enhaut sera double à celle d'embas: ce sera donc en H, comme il falloit demonstrer.

2 Exemple.

Pour les raisons deduites au quatriesme exemple de la 11 proposition, nous adjoindrons à la precedente demonstration Mathematique, ceste-cy en Arithmetique.

Soit A B C D un fond, & soit menée E F par les milieux des costez opposites; divisant puis apres le fond en parties egales (que nous nommerons mesures) par lignes paralleles à A B, G H en fait deux: coupant E F en I, soit E K double à K F, lequel K doit estre demonstré qu'illec est le centre de gravité du pressement: Prenant donc que contre A B H G repose 1 ℔, ou poids d'eau, alors contre G H C D il y en aura 3 ℔: Cela estant ainsi, j'estime premierement que le centre de A B H G



est en I, & celuy de G H C D en F (il est certain que c'est plus haut) alors I F sera barre, lequel divisé en ses rayons en telle raison que les poids susdits 3 à 1, viendra au poinct L, tellement que F L est $\frac{1}{4}$ d'une mesure (c'est $\frac{1}{4}$ de I F.) Secondement j'estime que le centre de gravité soit en E, & de G H C D en I, (il est certain qu'ils sont plus bas) leur commun centre tombera une mesure au dessus de I, comme en M: il appert donc que le vray centre de gravité est entre M & L. Mais comme nous avons divisé le fond en deux, ainsi se peut-il diviser en infinies parties, desquelles trouvant deux centres de gravité comme devant, entre lesquels est le vray centre: Et par tel moyen on peut tousiours approcher, assavoir que L ne parvienne jamais en K, mais demeure tousiours dessous, & M dessus, en approchant de plus en plus, sur cela nous conclurrons que K est le vray centre. Mais pource qu'il seroit difficile de trouver les centres de gravité de tous les fonds, nous en donnerons une maniere plus briefve, descrivant une progression comme 1, 3, 5, 7, 9, &c. car en telle progression & raison, sont les pressements des parties egales d'un fond A B C D, par la 15 proposition. Puis je suscris $\frac{1}{4}$ sur le deuxiesme nombre (lequel $\frac{1}{4}$ a esté trouvé cy-dessus pour F L) comme cy-dessous:

$$\begin{array}{cccccc} & \frac{1}{4} & & & & \\ 1. & 3. & 5. & 7. & 9. & 11. \end{array}$$

Puis j'adjouste 4 (nominateur de $\frac{1}{4}$) avec 5 troisiesme en l'ordre, font 9, qui est nouveau nominateur; puis pour numerateur la somme des notes 4 & 1 (de $\frac{1}{4}$) qui sont 5, que je pose sur le 5 troisiesme en l'ordre de la progression, & sera comme cy-dessous.

$$\begin{array}{cccccc} & \frac{1}{4} & \frac{5}{9} & & & \\ 1. & 3. & 5. & 7. & 9. & 11. \end{array}$$

Et ainsi des autres, comme on verra icy:

$$\begin{array}{cccccc} & \frac{1}{4} & \frac{5}{9} & \frac{14}{16} & \frac{30}{25} & \frac{55}{36} \\ 1. & 3. & 5. & 7. & 9. & 11. \end{array}$$

Cela estant ainsi, on veut par exemple sçavoir où le poinct L doit escheoir lors que le fond est divisé en 5 parties egales; A ceste fin je regarde quel nombre il y a dessus le 5 en l'ordre (qui est icy 9) qui est $\frac{30}{25}$, ou bien $\frac{6}{5}$, d'où s'ensuit que L F sera (d'un tel fond divisé en 5 parties egales) les $\frac{6}{5}$ d'une mesure; mais que les mesmes soyent moins que $\frac{1}{3}$ de E F, & que leur extremité tombera, comme L sous K, il se demonstrera ainsi: Les $\frac{6}{5}$ d'une mesure sont $\frac{6}{5}$ de la $\frac{1}{5}$ de tout, assavoir la $\frac{6}{25}$ de EF, lesquels $\frac{6}{25}$ sont moins que F K, qui est $\frac{1}{3}$; car $\frac{6}{25}$ est moindre de $\frac{7}{75}$ de la ligne E F, & autant sera esloigné le poinct L de K: Or pour trouver le poinct M, j'adjouste 1 mesure à $\frac{6}{5}$, vient $\frac{11}{5}$ d'une mesure, ou bien $\frac{11}{25}$ de la toute E F, lesquelles $\frac{11}{25}$ sont plus que $\frac{1}{3}$ de $\frac{8}{75}$ de la ligne E F; & autant sera M esloignée de K, assavoir $\frac{1}{75}$ plus loing que L n'estoit: & ainsi des autres; que si on divisoit le fond A B C D en 40 parties egales, la ligne, comme F L, se trouveroit estre de $\frac{20550}{1600}$ d'une mesure, qui est la quarantiesme de EF, par laquelle on trouveroit les limites plus pres que dessus, mais jamais ne se trouveroit K; La raison de ceste briefveté des centres de gravité des parties se trouvera aisement & bien au long par celuy qui la cerchera en la 2 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

Conclusion. Estant donc, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XIX.

Estant un fond dans l'eau, parallelogramme, non à niveau, & son plus haut costé sous fleur d'eau, & à niveau, du milieu duquel costé au milieu de son opposite on mene une ligne: En icelle ligne est le centre de gravité de compression congregée contre le fond; la divisant entre deux certains poincts, dont celuy d'enhaut est centre du fond, l'autre divise la ligne totale en raison double: Or entre ces deux poincts, ledit centre se trouve diviser l'intervalle, ainsi que la partie inferieure à la superieure est, comme la ligne à plomb entre fleur d'eau & le plus haut costé du fond, à la ligne à plomb entre ledit plus haut costé, & le niveau qui passe sous son costé opposite.

Le donné. Soit A B C D un fond parallelogramme, non à niveau, mais bien son plus haut costé A B, & sous fleur d'eau G de la distance de A G, & A I moitié de la ligne à plomb A H, estant H dans le niveau qui passe par D C; puis K L qui divise par le milieu les costez opposites, N centre du fond, & L M tiers de K L, assavoir K M double à M L, & O entre N M, tellement que comme M O à O N, ainsi G A à A I.

Le re-

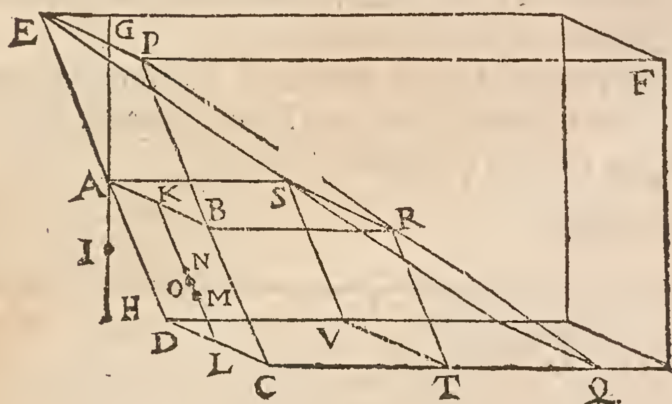
Le requis. Il faut demonstrer que O est centre de gravité de compression congregée contre le fond A B C D.

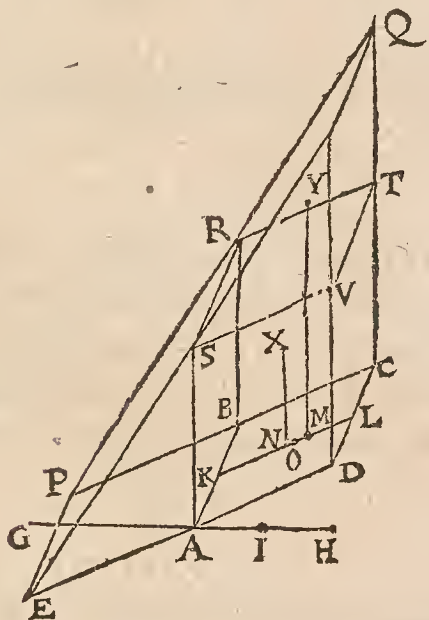
Preparation. Soit C B, & D A aussi produites jusques à fleur d'eau P, E : & C Q egale à C P, & à niveau, & à angles droits sur C D ; puis B R parallele à C Q, estant R en P Q : De mesme A S egale & parallele à B R, puis R T & S V egales & paralleles à B C.

En apres soit construit un autre corps pareil & equiponderant au precedent, ainsi que C Q soit à plomb, & X soit centre de gravité de la colomne ABCDRSTV, & Y centre de gravité du corps R S V T Q : & menées X N, & Y M.

DEMONSTRATION.

Veu qu'en la deuxiesme figure X est centre de gravité de la colomne A T, & N de sa base A B C D, & que C Q est à plomb, aussi sera X N qui luy est parallele;





& partant N sera centre de gravité de la compression congregée de la colomne : Or M est par la 18 proposition centre de gravité de compression du corps Q R S T V ; & partant M N sera la barre, laquelle est divisée en O, que comme M O à O N, ainsi G A à A I, par l'hypothese, qui est cõme la colomne ABCDRSTV au corps S R T V Q ; parquoy comme la colomne A B C D R S V T au corps S R T V Q, ainsi M O à O N ; d'où s'ensuit que O est le centre de gravité de compression de la deuxiesme figure, lequel le sera aussi la semblablement à la premiere figure, pour les raisons deduites cy-dessus ; O donc est centre de compression en la premiere figure.

Conclusion. Estant donc un fond, &c.

PROBLEME VII. PROPOSITION XX.

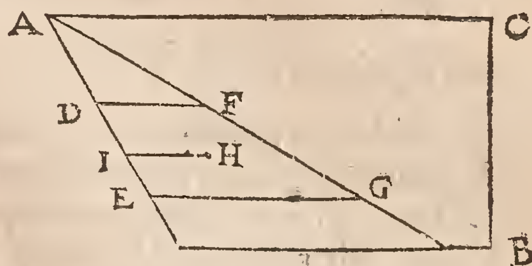
Estant donné un fond de figure rectiligne plane quelconque ; Trouver le centre de compression congregée contre iceluy.

Le donné. Soit A B une eau, dont D E est un fond plan rectiligne sous fleur d'eau A C.

Le requis. Il faut trouver son centre de compression congregée à l'encontre d'iceluy.

OPERATION.

On trouvera premierement un corps d'eau equiponderant à la compression contre le fond D E, selon la 13 proposition, lequel soit D E G F, trouvant son centre de gravité par la 21 proposition du deuxiesme



livre des Elemens Statiques, lequel soit H ; puis menant H I parallele à G E, je dis que I sera le centre de compression requis ; dont la demonstration sera comme és precedentes 18 & 19 propositions.

Conclusion. Estant donné un fond, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXI.

Estant donnée une quantité incognuë d'eau, mais de pesanteur cognue : Trouver sa quantité par son poids.

NOTEZ.

On pourroit mesurer la grandeur de l'eau Geometriquement, comme on fait ordinairement, mais d'autant qu'en petite forme, il est plus certain & plus commode par la Statique, & principalement és figures irregulieres.

Le donné. Soit A une eau de figure quelconque, de grandeur incognue, mais de pesanteur cognue, selon la 1 definition, comme je prens, que 1 pied d'icelle pese 65 ℔.

Le requis. Il faut trouver sa grandeur par son propre poids.

OPERATION.

On pesera l'eau, laquelle pese, je prens, 5 ℔, lesquelles divisées par 65 ℔, vient $\frac{1}{13}$ pied pour la grandeur requise de A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A pese 5 ℔, & qu'un pied d'icelle eau pese 65 ℔, il s'ensuit que 5 aura telle raison à 65, que sa grandeur à un pied : mais 5 à 65, ainsi $\frac{1}{13}$ à 1 ; donc $\frac{1}{13}$ pied sera la grandeur de A.



Conclusion. Estant donc donnée une quantité incognue d'eau, mais de pesanteur cognue : Trouver sa quantité par son poids.

PROBLEME IX. PROPOSITION XXII.

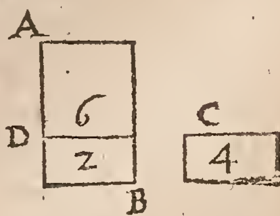
Estant donnée la raison des grandeurs de deux corps, & leur quantigravité, & le poids de l'un d'iceux ; Trouver le poids de l'autre.

Le donné. Soit A B l'un des corps, C l'autre, & la raison de leur grandeur soit 3 à 1 ; leur quantigravité 1 à 2, & A B pese 6 ℔.

Le requis. Il faut trouver le poids de C.

OPERATION.

Je retranche D B egal à C, & trouve que D B pese 2 ℔ (comme $\frac{1}{3}$ de A B) mais D B à C est en pesanteur, comme 1 à 2 ; C donc pesera 4 ℔, dont la demonstration est tres-manifeste.



Conclusion. Estant donc donnée la raison, &c.

Corollaire.

Il s'ensuit de la precedente que telle addition est certaine.

Ingrediens { raison de grandeur. / raison de pesanteur de matiere, icy nommée quantigravité.

Somme { raison de pesanteur.

D'où est manifeste que l'un des trois termes estant incognu, on le pourra cognoistre par addition ou soustraction (selon la precedente regle) des termes cognus. Mais pour declarer cela par exemple, soit que A pese

A	B	*Raisons.*
6 ℔.	$4\frac{1}{5}$ ℔.	*Pesanteur.*
5 *pieds.*	2 *pieds.*	*Grandeur.*
4.	7.	*Quantigravité.*

6 ℔, de la grandeur de 5 pieds; & B de la grandeur de 2 pieds; la quantigravité de A à B est de 4 à 7. Or pour trouver le poids incognu de B; ayant la grandeur & quantigravité, il faudra adjouster les raisons, comme on peut remarquer cy-dessus; adjoustant donc raison $\frac{5}{2}$ avec raison $\frac{4}{7}$, viendra raison $\frac{10}{7}$; parquoy 10 donnent 7, combien 6 ℔? viendra pour la pesanteur de B, $4\frac{1}{5}$ ℔.

Secondement, si la grandeur de B estoit seule incognue, on la trouvera par les deux raisons, dont l'une est $\frac{4}{7}$, qui est la quantigravité, laquelle il faut oster (selon la regle cy-dessus au commencement de ce corollaire) de raison de pesanteur 6 à $4\frac{1}{5}$, ou 10 à 7, assavoir raison $\frac{10}{7}$, & restera raison de grandeur de A à B: qui est $\frac{5}{2}$: parquoy si A pese 5 ℔, alors B en pesera seulement 2 ℔.

Tiercement, si la quantigravité estoit incognue seulement, il faudroit soustraire raison de grandeur $\frac{5}{2}$ de raison de pesanteur $\frac{10}{7}$, restera raison $\frac{4}{7}$, qui est la quantigravité de A à B: & voila les trois sortes de questions qui peuvent advenir seulement.

Ceste proposition est commune en toute matiere, mais il semble que son usage est plus frequent és questions qui traitent de l'eau.

Fin du quatriesme livre.

CINQUIESME LIVRE DE LA STATIQVE, Commençant la Practique de l'Hydrostatique.

AU LECTEUR.

Il semble fort à propos, assavoir que la Practique de l'Hydrostatique, suive les Elemens d'icelle; mais nous avons jugé plus expedient du commencement de la practiquer en effect, & non par escriture; & ce pour certaines raisons: Nonobstant nous mettrons icy trois propositions, lesquelles se tirent manifestement des precedentes, les ayant nommez commencemens de la practique, d'autant que la paucité ne meritoit le nom de practique simplement. Lesquelles, Amy Lecteur, tu prendras en bonne part, s'il te plaist, attendant le reste en son temps.

La pesanteur d'un batteau, avec tout ce qui est dessus, ou de quelque corps flottant sur l'eau, estant assez notoire par la 6 proposition; nous passerons ceste matiere & viendrons à la consequence de la 7 proposition ainsi.

Proposition I.

Trouver combien un mesme corps minugrave à l'eau, enfoncera plus en une eau, qu'en une autre plus pesante.

Soit par exemple, qu'on vueille sçavoir combien un navire enfoncera plus dans la mer devant Catwijck, que dans la riviere du Rhin à Leyden. On recerchera à ceste fin la quantigravité des eaux, assavoir la douce à la salée, comme 42 à 43, ainsi l'ay-je trouvée estre en effect au mois de Juillet; car prenant deux corps egaux, celle du Rhin pesoit 4260 grains, mais celle de la mer 4362 grains, ce qui est à peu pres de 42 à 43.

Parquoy on dira que la grandeur de la partie submergée du navire dans le Rhin, à la partie submergée dans la Mer, sera comme 43 à 42. D'où le Geometre pourra juger de combien il enfoncera plus en l'une qu'en l'autre eau: dont la necessité de la regle depend de la 7 proposition des Elemens hydrostatiques.

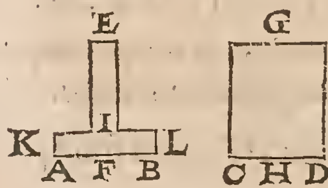
Proposition II.

Declarer en effect le contenu de la 10 proposition de l'Hydrostatique.

Nous avons demonstré en la 10 proposition susdite au 5 corollaire, que le fond de l'eau illec E F, n'est non plus chargé de beaucoup d'eau que de peu (la hauteur demeurant la mesme) mais egalement: Et d'autant que plusieurs estimeroyent cela estre contre nature, nous en descrirons icy (combien que nous l'ayons des-ja demonstré Mathematiquement) un exemple en practique, par lequel on le pourra entendre, & mieux comprendre.

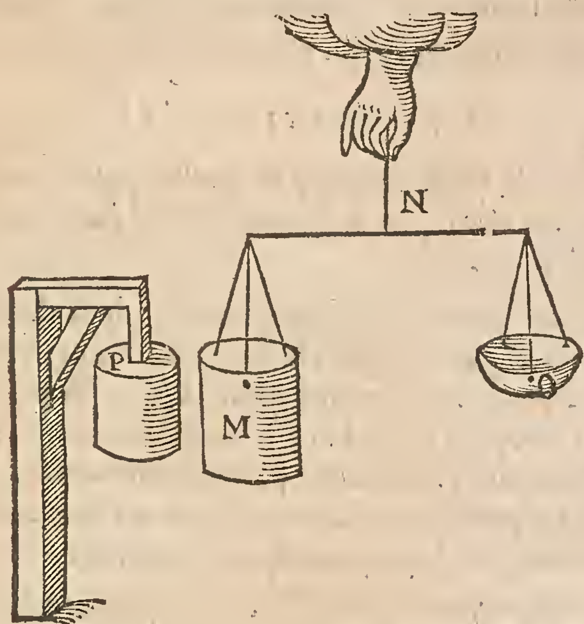
1 Exemple.

Soit le fond A B, pareil à C D, & les hauteurs E F, C H egales, & que l'eau en E I F soit moindre qu'en G C D, tellement que E A B soit 1 ℔ & G C D 10 ℔, la figure aussi de G C D soit une colomne ronde, ainsi G C D contiendra 10 fois plus d'eau, & sera autant plus pesante que E A B, ce nonobstant, l'eau E A B presse autant le fond A B, que l'eau



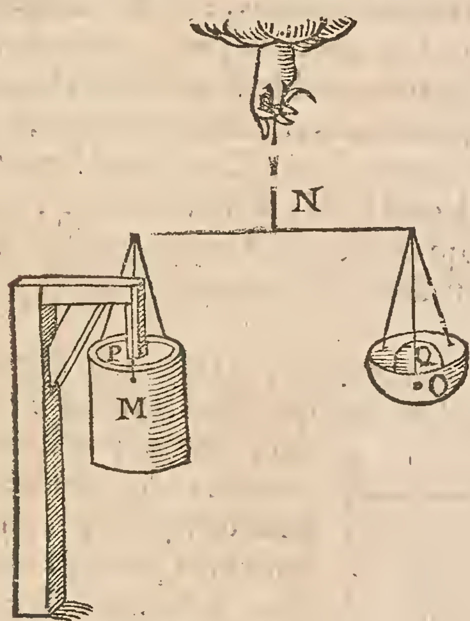
G C D fait le fond C D: ce qui ſe peut demonſtrer par experience ainſi.

Soit M N O une balance, ſes baſſins ſont M, O, deſquels M, ſoit en forme de colomne, pareille au vaiſſeau ſuſnommé G C D, & contiendra 10 ℔ d'eau: Soit



auſſi P un corps de bois ferme & immobile, comme icy joignant, & ſemblable à M, en ſorte qu'il puiſſe entrer en M ſans toucher.

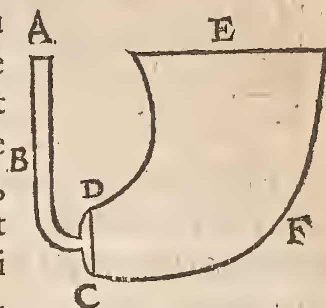
Soit maintenant mis le baſſin en P, comme en la ſeconde figure ſuivante, & dans le baſſin O, ſoit mis le poids Q, de 10 ℔; alors M preſſera le deſſous de P, d'autant que le poids de Q eſt peſant. Je poſe à ceſte heure que le vuide d'entre P, & M ſe puiſſe remplir d'une livre d'eau, aſſavoir d'un corps d'eau egal au corps E A B. Tellement donc que 1 ℔ d'eau en la place vuide, fera deſcendre le baſſin M, & elever O, comme l'experience le monſtrera, auſſi comme la raiſon deſcrite en la ſuſdite 10 propoſition. Donc 1 ℔ d'eau en M, aura autant de force en ceſte maniere, que 10 ℔ dans le baſſin M, ſoit de fer, cuivre, ou autre matiere que ce ſoit. Et pour la meſme raiſon 1 ℔ d'eau fera autant de force que 1000 ℔ d'autre poids. Ce qu'eſtant ainſi, il



y a de l'eau entre le baſſin M & le deſſous de P, contre laquelle le fond de M preſſe autant à l'encontre, qu'il preſſoit par devant contre le deſſous de P, devant que l'eau y ſoit; aſſavoir ſelon le poids de Q, c'eſtoit comme 10 ℔: le fond donc de M preſſe autant contre l'eau, que les 10 ℔ de Q le peuvent; & au contraire, l'eau preſſe autant contre le fond de M, que peuvent cauſer les 10 ℔ de Q: Poſons que l'eau maintenant repoſant contre le fond M ſoit egale à l'eau K L B A, & le reſte eſtant à l'entour de P, egale à l'eau I E; alors l'eau E A B, preſſera autant contre le fond A B, comme ceſte eau contre le fond M; aſſavoir autant comme feroit 10 ℔: mais autant preſſe l'eau dans G C D contre le fond C D: Il s'enſuit donc que les eaux des vaiſſeaux E A B, & G C D, preſſent egalement contre leurs fonds A B & C D, aſſavoir 1 ℔, autant que 10 ℔, & de meſme on pourra faire que 1 ℔ preſſera autant & plus que mille livres.

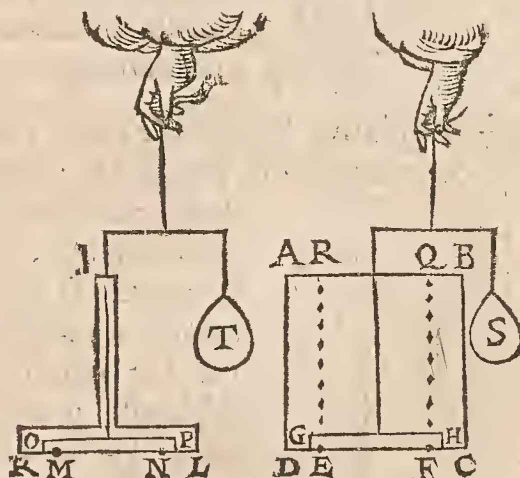
2 *Exemple.*

Soit A B C D un delié canal, & C D E F un grand vaiſſeau ſeparé du petit canal par le fond C D, leſquels remplis tous deux d'eau, en ſorte que les fleurs d'eau ſoyent au meſme plan. Or ſi on oſtoit le fond, & que l'eau C E pouſſaſt plus que l'eau A D C, alors le foible feroit place au plus fort, & partant l'eau A D C ſortiroit eſtant en meſme plan, ce qui contredit à l'experience; parquoy la petite eau A D C pouſſe autant contre le fond D C que la grande eau C E.



3 *Exemple.*

Soit A B C D un vaiſſeau plein d'eau, au fond duquel (eſtant à niveau) il y a un pertuis rond E F, ſur lequel eſt une aſſiette de bois le couvrant, minugrave à l'eau; Soit auſſi I K L un autre vaiſſeau de meſme hauteur que l'autre, & un pertuis egal au fond, comme auſſi une aſſiette de bois pareille & equiponderante à l'autre,



bouchant juſtement les pertuis, on trouvera par experience que les aſſiettes ſeront egalement chargées, & ne s'eleveront comme fait ordinairement le bois dans l'eau, mais preſſeront egalement le fond, ce qu'on peut recognoiſtre par experience, en attachant des poids elevans egaux T, S, equiponderans à l'eau que l'aſſiette G H ſupporte, aſſavoir à la colomne d'eau E R Q F.

N O T E Z.

Il eſt evident, que ſi la difference des peſanteurs de l'aſſiette, comme G H, & celle de l'eau de meſme grandeur, ſurpaſſoit la peſanteur de la colomne d'eau E F Q R, telle aſſiette ne pourroit repoſer contre le pertuis E F, mais s'eleveroit au deſſus de l'eau.

Que ſi telle aſſiette eſtoit auſſi multigrave en l'eau, comme le plomb, fer, &c. elle preſſeroit le fond autant que la peſanteur de la colomne d'eau E F Q R, & au deſſus encor de ce que l'aſſiette peſe plus que l'eau egale en grandeur à icelle.

Mais ſi l'aſſiette eſtoit parigrave à l'eau, il eſt certain qu'elle preſſeroit autant contre le pertuis E F, comme un poids egal à la peſanteur de la colomne d'eau E F Q R.

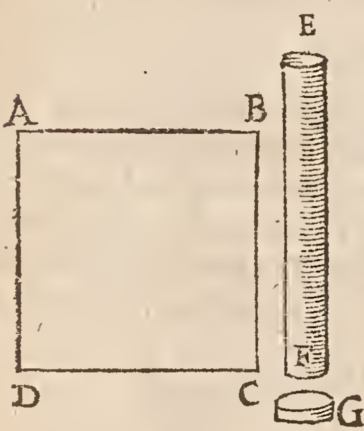
4 Exemple.

Soit ABCD un vaisseau plein d'eau, avec un pertuis EF au fond CD, sur lequel repose une assiette, minugrave à l'eau, la mesme pressera le fond, comme il a esté dit cy-dessus. Soit puis apres IKL un petit canal, dont le trou superieur I soit de mesme hauteur que AB, & son trou inferieur soit EF: Et remplissant ce canal plein d'eau, ce peu d'eau poussera autant contre l'assiette par dessous que la grande eau par dessus; car alors l'assiette GH s'elevera enhaut. Tellement que 1 ℔ d'eau (je pose qu'autant contienne le canal IKL) fera plus d'effort contre l'assiette GH, que non pas 100000 ℔, comme S cy-dessus; ce qu'on pourroit estimer un mystere en la nature, si la cause estoit incognue.



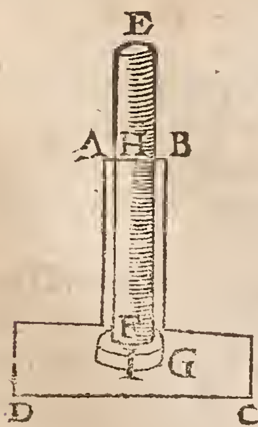
5 Exemple.

Or pour donner un exemple tres-clair sur les exemples où l'eau pousse enhaut contre le fond, comme au troisiesme corollaire de la 10 proposition mentionée: Soit ABCD une eau, & EF un canal, G une platine multigrave à l'eau, comme plomb, &c. comme en ceste premiere figure.



Supposant la platine G contre le trou F, le bouchant justement, & le canal ainsi joinct à la platine soit mis dans l'eau ABCD, je prens, jusques en H, comme icy joignant, la platine G ne tombera pas au fond comme fait coustumierement le plomb, mais demeurera suspendue au canal, pressent à l'encontre de mesme que feroit la colomne d'eau ayant la base egale au trou F, & la hauteur HI, moins la difference de la platine G, & le corps d'eau egal à icelle: mais si la platine n'estoit pas bien joincte au trou, l'eau y entreroit, & la platine y demeureroit suspendue jusqu'à ce que l'eau entrée ait gaigné le poids susdit.

Mais si quelqu'un pensoit que la platine se tient plus suspendue au canal en eau large, il pourra voir en effect que c'est la mesme chose en une eau estroite, comme icy a costé.



Conclusion. Nous avons donc declaré la 10 proposition mentionnée, par effect, selon le desseing.

NOTEZ.

Quant à l'onziesme proposition, par laquelle entre autres, est notoire quel effort l'eau fait contre les portes des escluses; Aussi que l'eau d'un costé, n'ayant qu'un brin de largeur pressera autant à l'encontre que le grand Ocean de l'autre costé, moyennant que les eaux soyent de mesme hauteur, ce qui estant assez clair, sera obmis.

PROPOSITION III.

Declarer la raison pourquoy un homme nageant au fond de l'eau, ne meurt pour la grande quantité d'eau, qui est au dessus de luy.

Soit un homme 20 pieds de profondeur dans l'eau, le pied d'eau pesant 65 ℔, & la superfice entiere de son corps 10 pieds: cela estant ainsi, 13000 ℔ presseront contre son corps, par la 10 & 11 proposition des Elemens Statiques: Partant on pourroit demander, comment il est possible qu'une personne ne creve d'une si grande charge? Aquoy la responsefera telle.

A. *Tout pressement qui blesse le corps, pousse quelque partie du corps hors de son lieu naturel.*

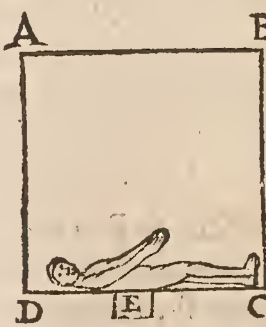
O. *Ce pressement causé par l'eau, ne pousse aucune partie du corps hors de son lieu naturel.*

O. *Ce pressement donc causé par l'eau, ne blesse nullement le corps.*

La mineure est manifeste par l'experience, dont la raison est, que s'il y avoit quelque chose qui soit poussée hors de son lieu, il faudroit que cela rentrast en un autre lieu, mais ce lieu n'est pas dehors, à cause que l'eau presse de tout costé egalement (quant à la partie de dessous, elle est un peu plus pressée que celle de dessus, par la 11 proposition des Elemens Hydrostatiques; ce qui n'est d'aucune estime, d'autant que telle difference ne peut pousser aucune partie hors de son lieu naturel) ce lieu n'est pas aussi dedans le corps, car il n'y a rien de vuide non plus que dehors; d'où il s'ensuit que les parties s'entrepoussent egalement, pource que l'eau a une mesme raison à l'entour du corps. Ce lieu-là donc n'est dehors, ny dedans le corps, & par consequent en nulle part, ce qui fait que nulle partie n'est poussée hors de son lieu, & partant ne blesse nullement le corps.

Ce que pour declarer plus apertement; soit ABCD une eau, ayant au fond DC un trou, fermé d'une broche E, sur lequel fond gist un homme F, ayant son dos sur E; Ce qu'estant ainsi, l'eau le pressant de tout costé, celle qui est dessus luy ne pousse aucune partie hors de son lieu.

Mais si on veut voir par effect que cecy est la cause veritable; il ne faut qu'oster la broche E; alors il n'y aura aucun poussement contre son dos en E, comme aux autres lieux de son corps; pourtant aussi son corps patira là une compression, voire aussi forte, comme il a esté demonstré au troisiesme exemple de la 2 proposition du present livre: assavoir autant que pese la colomne d'eau, ayant le trou E pour base, & AD hauteur; & ainsi le dessein est demonstré apertement.



Fin du cinquiesme livre.

APPEN-

APPENDICE
DE LA STATIQVE,
Où sont inserées entre autres les refutations des erreurs en la qualité des pesanteurs.

AU LECTEUR.

Me ressouvenant du mescontentement que j'eus autrefois és Argumens de quelques Escrivains, lesquels poussez de leurs passions, reprennent les autres avec tel mespris, & si aigrement, qu'ils donnent assez à cognoistre par là leurs tres-grandes imperfections quant aux mœurs : & que joignant cela, j'avois matiere à suffisance de pouvoir refuter plusieurs erreurs commis par quelques Escrivains quant au faict de la Statique : I'ay eu crainte qu'en la declaration d'iceux, le Lecteur n'en reçoive des mescontentemens, comme j'en reçeus des autres. Toutefois si je les passois sous silence, je serois cause qu'un autre s'y pourroit tromper : mais au lieu de particulariser les erreurs, il suffira qu'és deux premiers chapitres suivans leur origine soit notée, non pas pour ramoindrir la renommée de si excellens autheurs, mais plustost pour aider à l'augmenter par la recognoissance que nous leur devons, comme ayans esté la cause mouvante de leurs successeurs, sans lequels beaucoup de singularitez eussent esté envelopées dans le silence.

CHAPITRE I.

Que la cause de l'equilibration n'est pas cachée sous les circonferences descrites par les extremitez des rayons.

La raison pourquoy les pesanteurs egales, suspendues és rayons egaux, sont equilibres, est cognue par commune sentence, mais non pas la cause de l'equilibration des pesanteurs inegales, és rayons inegaux, proportionaux à icelles : laquelle cause ayant esté recerchée par les anciens, ils ont estimé qu'elle estoit cachée sous la description des circonferences descrites par les extremitez des rayons, comme il se voit en *Aristote* en ses Mechaniques, & ses sectateurs : Ce que nous nions par ceste raison.

E. *Ce qui demeure coy estant suspendu, ne descrit aucune circonference.*
A. *Deux pesanteurs pendues en equilibre sont coyes.*
E. *Deux pesanteurs pendues en equilibre donc, ne descrivent aucune circonference.*

Et partant il n'y a aucune circonference : mais où il n'y a pas de circonference, elle ne sera pas cause de ce qui advient, ainsi donc la circonference n'est pas la cause de l'equilibration. Or afin de declarer la mineure du syllogisme, le mouvement ou la description des circonferences n'advient là que par accident, comme par le vent, ou poussement, &c. Il est donc certain qu'elles ne sont pas la cause, mais bien ce qui a esté demonstré Mathematiquement en la 1 proposit. du premier livre. Parquoy ceux qui prennent tels erreurs pour fondement certain, ce n'est pas de merveilles, s'ils s'exerçoyent en beaucoup de fausses propositions, sans aucune forme d'ordre, ny methode, lesquelles pour eviter prolixité nous ne refuterons, & pour les raisons cy-dessus alleguées.

On pourroit aussi refuter quelques propositions de poids obliques descrites par *Cardan. lib. 5. de Proportionibus*, où il les pense deriver de quelques angles de lignes, ou plans ; mais que ce soit un erreur, il est manifeste par la demonstration Mathematique d'une autre proportion, comme en la 19 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

CHAPITRE II.

Que l'esmeu & ses empeschemens n'existent en aucune proportion.

Nous avons dit au Lecteur en la Preface de la Practique de la Statique, que l'esmeu & ses empeschemens ne sont pas proportionnaux, là où nous avons promis d'en faire quelque demonstration en apres, ce que nous avons entrepris de faire icy, refutant les Argumens de ceux qui pensent le contraire. *Aristote*, au quatriesme livre de la Nature, au chapitre du vuide, & ses sectateurs vuellent, que deux corps semblables, parigraves, tombans par l'air, comme la pesanteur de l'un à celle de l'autre, ainsi vistesse à vistesse, assavoir ainsi empeschement à empeschement : Et que telle soit son opinion, il le monstre en divers livres, comme au sixiesme livre de la Physique, & au 1, 2, 3 & 4 livre du Ciel en plusieurs lieux. *Iean Taisnir* de Haynaut a escrit contre Aristote de ceste matiere-la, voulant aussi qu'il y subsiste une proportion, toutesfois ainsi que les corps mentionnez passent en mesme temps, chemin egal ; de laquelle opinion a esté aussi *Cardan. lib. 5. de Proportionibus, prop.* 110. Mais l'un ny l'autre n'a atteint le but, ce que nous demonstrerons par experience, puis apres y adjoustant la cause. L'experience qui refute *Aristote*, est telle : Qu'on prenne deux balles de plomb (comme le tres-docte *Iean Grotius*, grand recercheur des secrets de Nature, & moy avons fait) l'une decuple à l'autre en grandeur & pesanteur, les laissans cheoir ensemble en mesme temps d'environ 30 pieds de haut, sur une planche ou sur quelque autre chose où on puisse aisement entendre la cheute, là on pourra voir manifestement que le plus leger ne demeurera pas 10 fois plus long temps au chemin que le plus pesant, mais qu'ils tomberont si egalement sur la planche qu'il semble que ce ne soit qu'un seul coup. De mesme en est-il de deux corps egaux en grandeur, mais decuples en quantigravité, & partant la proportion d'*Aristote* n'est pas bonne. L'experience qui fait contre *Taisnier* est telle. Prenez un poil de cotton, & fort court, & un pacquet de mesme cotton bien lié, pesant 1 ℔, & de mesme figure que le petit poil ; les laissant tomber chacun de 5 ou 6 pieds de haut, & on verra qu'ils ne tomberont pas en mesme temps, comme

me il penſe, combien que le petit poil ſoit plus maſſif que le pacquet, lequel eſt plein d'air; & que ledit pacquet tombera bien 25 fois plus lentement: Semblablement auſſi quant à l'elevation des legeretez, on demonſtrera contre *Taiſnier* qu'il n'y a nulle proportion, comme en un verre long & clair plein d'eau, laquelle eſtant eſmeue juſques à ce qu'il y aye beaucoup de bouteilles d'air dedans, puis le tenant coy, les grandes bouteilles s'eleveront viſtement, mais les petites, comme grains de ſable, tres-lentement, à la maniere des limaçons, ce qui eſt loing de temps egaux. Voila quant à l'experience, reſte maintenant à parler de la proportion, & comment il n'y en a point. Tout corps mouvant a quelque empeſchement de ſe mouvoir, car d'un corps par l'air, c'eſt le touchement de ſa ſuperfice & l'air, & partant le majeur des corps ſemblables reçoit bien le plus d'empeſchement, mais d'autant que les corps ne ſont point en meſme raiſon que leurs ſuperfices (car deux cubes en raiſon octuple, leurs ſuperfices ne ſont qu'en raiſon quadruple) ils ne peuvent avoir raiſon avec leurs empeſchemens: voila pourquoy les corps moindres ont plus d'empeſchement au regard de la proportion, que les corps majeurs, & partant vont plus lentement.

Et encore bien que les corps ſeroyent en meſme raiſon que leurs ſuperfices; le moyen par lequel les corps paſſent, eſt auſſi contraire à la proportion; ce qui eſt manifeſte lors que deux corps mis en l'eau, l'un flotte, l'autre ſubmerge: & combien qu'il y ait une raiſon d'empeſchement de leurs ſuperfices, toutefois il n'y a nulle raiſon au temps de penetrer parmy le moyen. Quelqu'un me pourroit dire qu'il entend parler de la comparaiſon des choſes pareilles, aſſavoir de celles qui enfoncent. Et je dis qu'à ceux-la il n'y a non plus de proportion; car ſoyent A, B deux corps ſubmergeans, dont A ſoit le plus peſant: Il eſt certain qu'on en peut trouver une infinité d'autres de plus en plus legers, & chacun plus leger que B, qui enfonceront tous. Or chacun d'iceux comparé à A, on viendra inſenſiblement à ce qui a eſté dit cy-deſſus, c'eſt à dire, en nulle proportion, aſſavoir qu'on approchera de la comparaiſon d'un corps ſubmergeant avec un flottant: Mais cecy approchant touſiours, & en A, B exiſtant la proportion requiſe, nul de ces corps en nombre infiny, comparé avec A, n'aura ceſte proportion; car ſi elle y eſtoit, elle n'approcheroit pas, ce qui eſt contre l'hypotheſe. Parquoy comme nous avions entrepris de demonſtrer, le moyen par où paſſent les corps, eſt auſſi une choſe qui contredit à la proportion.

Or ayant ainſi demonſtré qu'il n'y a aucune proportion entre l'eſmeu & ſes empeſchemens, par des exemples tres-reguliers, où il n'y a qu'un ſimple touchement, de la ſuperfice avec l'air, la raiſon ſera encor plus forte, qu'és exemples irreguliers & de matieres differentes, il n'y aura aucune proportion, comme és inſtruments de bois, de fer, &c. ceux-cy ſont enhuilez & engraiſſez, ceux-la ſont alterez ſelon le temps, comme le bois s'enfle en l'humidité, & devient plus maſſif eſtant ſec, & l'autre s'enrouïlle, ce qui cauſe une legereté ou peſanteur és inſtruments. Et partant on ne ſe doit aucunement fonder ſur ceſte reſſemblance de proportion, comme il a eſté dit en la Preface ſuſmentionnée de la Statique, tenant pour erreurs ce que *Cardan au 5 livre des Proportions*, & autres Autheurs en diſent, ſe contentant de la cognoiſſance de l'equilibration du mouvant & de l'eſmeu, laquelle eſt aſſez ſuffiſante pour declarer noſtre deſſein.

CHAPITRE III.

Que la Statique, eſt une ſcience liberale particuliere de Mathematique.

IL eſt bien vray, que pour les noms, leſquels n'obſcurciſſent pas la choſe, on fait ſouventesfois des queſtions inutiles, entre leſquelles quelques uns pourroyent penſer qu'on y pourroit mettre celle-cy; mais d'autant que nous appellerons la Statique par cy par là une ſcience liberale particuliere, il nous en faudra donner icy quelque raiſon en peu de mots. D'autant que la matiere des nombres, eſt autre choſe que celle des grandeurs, c'eſt à bon droit que leurs principes ſont diſtinguez, & chacune tenue pour une ſcience à part, comme Arithmetique & Geometrie, afin qu'on les puiſſe deſcrire plus proprement, & avec meilleure intelligence. Secondement, d'autant que leurs accidens profonds ne nous ſont pas cognus de nature, mais ſeulement par les rapſodies de ceux qui par leurs diligentes eſtudes nous en ont delaiſſé des memoires; qu'elles ſont auſſi nommées ſciences, ou arts liberaux, d'autant qu'elles ſont fort profitables. Tiercement, puis que leur certitude eſt ſi grande au pris des autres, on les appelle fort proprement ſciences Mathematiques, comme ſi on vouloit qu'elles ne perſuadaſſent ny n'inſinuaſſent pas par raiſons probables, mais qu'elles forçaſſent en demonſtrant. Il en eſt de meſme de la Statique, en partie pource que ſa matiere eſt diverſe des deux autres, aſſavoir des nombres & grandeurs; en partie auſſi qu'elle ne leur cede en rien en ſubtilité; car entre autres arguments elle eſt venuë des dernieres en lumiere. Finalement conſiſtant du commencement juſques à la fin, en demonſtration ſi manifeſte, elle peut eſtre dite par meſme droit une des ſciences liberales particuliere.

Quelqu'un me pourroit objecter, que ſes figures ſymboliſent avec celles de la Geometrie, & que pour ceſte raiſon elle en eſt une eſpece: Je reſponds que l'Arithmetique a des ſemblables accidens, car quels theoremes a-elle, qui ne ſoyent tirés de la Geometrie? voire meſme la Geometrie ne ſe ſçauroit paſſer de l'Arithmetique: Ne voit-on pas en la Geometrie, que l'une figure ſera double à l'autre, ou que trois ſuperfices ſeront egales à une ſeule? d'où s'enſuit que les propoſitions Geometriques ne ſe peuvent paſſer des nombres, combien que ce ſoyent des ſciences diverſes, & partant qu'on en peut dire autant de la Statique.

D'avantage en l'Optique & Catoptrique, qui ne ſont point arts Mathematiques peculiers, mais un genre de Geometrie, il y a d'autre raiſon qu'en la Statique, & fort diſſemblable; car en la Statique le ſubject, ou la matiere eſt peſanteur, non moindre que le nombre & la meſure (ſuivant le commun proverbe, que tout conſiſte en nombre, poids, & meſure) en ſubſtance quelconque à la grande utilité des hommes, mais des ſuſdites il n'en eſt pas ainſi. Parquoy comme nous voulions demonſtrer cy-deſſus, la Statique eſt une des ſciences Mathematiques liberale.

CHAPITRE IV.

Que quelques propoſitions demonſtrées cy-devant par les nombres, le ſont auſſi Mathematiquement.

LEs demonſtrations ſont diſtinguées par les Doctes en Mathematiques & Mechaniques, & ce non ſans raiſon; car celles-la ſont generales, & donnent raiſon tout à faict, pourquoy la choſe qu'on veut demonſtrer eſt telle; mais celles cy ne demonſtrent ſeulement que la figure dont eſt queſtion, & ſpecialement par les nombres.

bres. Comme si voulant demonstrer qu'au triangle rectangle l'hypotenuse peut autant que les deux autres costez, on ne prenne que le triangle de 3, 4, 5, en monstrant qu'il est rectangle, & que 25 (quarré de l'hypothenuse) est egal à 16 & à 9. Ainsi faisant on n'a demonstré la verité qu'en ceste figure-là seulement, & pour en avoir la vraye certitude, il en faudroit demonstrer autant de tous les triangles rectangles, chacun en particulier; & encor que ce ne seroit jamais fait, on n'auroit pas entendu pourquoy cela doit estre ainsi en tout, parquoy telle demonstration s'appelle Mechanique: Mais celle qu'*Euclides* fait en la 47 proposition du premier livre, est generale & suffit pour tout, & par bonne raison est appellée Mathematique. Or là dessus on me pourroit objecter, pourquoy j'ay demonstré les 4, 11, 12, & 18 propositions du deuxiesme livre des Elemens Statiques par nombres? La response est, qu'il y a deux manieres de demonstrer par nombres; dont l'une, comme termes, declare seulement les raisons & proportions des parties de la figure proposée, laquelle est la maniere Mathematique, car elle s'estend sur toutes les especes, & en monstre la cause; mais l'autre maniere non celle qui ne touche que la quantité: De la premiere *Eutochius* commentateur *d'Apollone* sur la 11 proposition du premier livre des Elemens Coniques parle ainsi: *On ne doit trouver estrange que ceste demonstration est faite par nombres, d'autant que telles estoyent les demonstrations des anciens, estans plus Mathematiques qu'Arithmetiques, à cause de la proportion: Notez aussi que le requis est Arithmetique; car premierement les proportions, la quantité des proportions, & les multiplications sont des nombres; secondement des grandeurs par les nombres, selon le proverbe,* ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι εἶμεν ἀδελφά; *assavoir que les disciplines Mathematiques semblent estre sœurs.* Quelqu'un pourroit objecter que *Ptolemée, Archimedes, Apollone, Commandin, Regiomonte,* & plusieurs autres, n'ont usé de nombres en semblables propositions comme icy. Sur quoy je respons que tout ainsi qu'ils disent que les termes sont en raison double, ou triple, que de mesme l'on peut aussi dire en raison exposée par nombres, comme dodecuple, ainsi que A D à D R en la 23 proposition susdite, & de leur raison 37 à 23, comme A R à R D de la susdite 11 proposition, & ainsi des autres; car telles lignes n'ont autre raison. Or pource qu'en la recerche de la proprieté de telles figures on use de nombres, lesquels comme certaine demonstrance, nous conduisent à la cognoissance de la chose avec facilité; il est donc necessaire, comme on voit, d'en user, afin qu'entre autre chose on ne vienne à obscurcir ce qui estoit si manifeste à l'inventeur. Car telle demonstration est directement Mathematique, qui declare le dessein par les causes; ce que nous avions entrepris de demonster.

Quant à ce que quelques uns ne trouveroyent pas estre selon la maniere des demonstrations Mathematiques, aucunes du premier livre des Elemens Statiques & Hydrostatiques, à cause que les pesanteurs sont exprimées par nombres, mais les prendroient pour Mechaniques, ils sçauront qu'elles peuvent voirement estre telles, mais que c'est pour plus ample declaration, veu qu'elles ont esté auparavant demonstrées telles Mathematiquement; assavoir qu'elles suivent leur vraye demonstration, ne servant d'autre chose que d'esclarcissement des precedentes, comme le premier exemple de la 1 proposition du premier livre, où la proposition est demonstrée par nombres, & poids cognus.

CHAPITRE V.

Contenant la declaration de la 8 proposition des Elemens Hydrostatiques.

IL a esté dit en la susdite 8 proposition, *Que tout corps solide, est d'autant plus leger dans l'eau, qu'en l'air, qu'emporte la pesanteur de l'eau egale à iceluy.* D'où quelqu'un voudroit tirer en consequence, que *Tout corps solide est d'autant plus leger dans l'argent-vif, qu'en l'eau, qu'emporte la pesanteur de l'argent-vif egal à iceluy.* Ou bien ainsi: *Que tout corps solide est d'autant plus leger dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la pesanteur de l'eau egale à iceluy:* Et ainsi des autres, lesquelles consequences necessaires sembleroyent du commencement estre contre l'experience. Car une livre de plomb ne sera (selon la maniere ordinaire) pas plus legere dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la pesanteur de l'eau egale à iceluy, mais seulement plus legere que la difference des deux corps d'eau & d'huyle egaux à iceluy. Toutefois regardant de plus pres, & posant les choses, comme on dit, *ceteris paribus,* le tout se trouvera estre en son extreme perfection. Car il faut remarquer qu'en la premiere petition des Elemens Hydrostatiques, on requiert que *la pesanteur des corps en l'air soit dite estre leur propre.* Et en la cinquiesme que *le vasiforme plein d'eau, estant icelle ostée demeure vuide,* c'est à dire plein d'air selon la 11 definition; partant prenant que les deux moyens argent-vif & eau soyent en la place des autres, qui sont l'eau & l'air, assavoir l'argent-vif au lieu de l'eau, & l'eau au lieu de l'air; On pourra faire de telles petitions, *Que la propre pesanteur des corps soit celle qu'ils ont en l'eau. Aussi le vasiforme plein d'argent-vif, estant vuidé demeure plein d'eau.* Alors les propositions susdites au commencement seront veritables. Et prenant le cas qu'un homme soit bien profondement sous l'eau ayant une balance, de l'or aussi & de l'argent-vif, que l'eau luy soit comme à nous l'air; alors il est certain que l'or sera d'autant plus leger dans l'argent-vif qu'en l'eau, qu'emporte la pesanteur de l'argent-vif egal à iceluy. Il est bien vray que si l'on prenoit, que *La vraye pesanteur des corps dans le vuide soit leur propre,* comme il est en simple apparence, on pourroit dire que *Tout corps est d'autant plus leger en l'eau, qu'au vuide, qu'emporte la pesanteur d'eau egale à iceluy.* Mais remarquant les circonstances de nostre maniere vulgaire à peser (à laquelle la Theorie doit tousiours aspirer). ne se fait pas au vuide, mais en l'air, il sera donc plus à propos de dire selon la premiere maniere que la propre pesanteur des corps est faite en l'air: Et au regard d'icelle la 8 proposition susdite, & celles qui s'en ensuivent, sont en leur extreme perfection, comme nous avions entrepris de declarer.

Fin de l'Appendice.

ADJON-

ADJONCTION DE LA STATIQVE,

Sommaire de ceste adjonction de Statique.

APres la premiere description de la Statique, me sont venuës au devant diverses matieres de la qualité des pesanteurs : lesquelles eussent peu estre inserées en leur lieu entre les precedentes en une seconde edition, mais d'autant qu'apres icelle on en pourroit encor trouver d'autres semblables, qui pourroyent avec autant de raison estre inserées entre les precedentes, que celles-cy, tellement qu'il y auroit à chaque fois du changement sans fin. Et combien que cela seroit fort necessaire, toutesfois pour le peu de loisir que d'autres affaires me donnent, la chose n'a peu reüssir : pourtant ceste adjonction aura six parties :

La premiere de la Spartostatique, ou des cordages.
La seconde des Poulies, ou Trochleostatique.
La troisiesme des pesanteurs au sommet du flottant ou des Acrobariques.
La quatriesme de la compression des freins, ou Chalinothlipse.
La cinquiesme de l'Hydatolcie ou attraction d'eau.
La sixiesme de l'Aërostatique, ou poids de l'air.

PREMIERE PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQVE,

TRAITANT

De la Spartostatique, ou de l'art ponderaire par Cordages.

Sommaire de la Spartostatique.

Nous avons descrit és trois dernieres propositions du premier livre de la Statique, la qualité des pesanteurs qui sont suspenduës à deux lignes, attachées au solide, en deux lieux divers. Mais d'autant que les pesanteurs peuvent estre suspenduës, en d'autres manieres aux lignes, mesme qu'on requiert de sçavoir quel effort chacune d'icelles fait, nous en avons fait ce present traité à part, l'ayant pour ceste cause denommé Spartostatique, dont le sommaire est, qu'il a esté demonstré en la 27 proposition du premier livre, que lors qu'une colomne est suspenduë en equilibre contre deux elevans obliques, qu'alors comme l'elevation oblique à l'elevation directe, ainsi l'elevant oblique à l'elevant droit : De là nous tirerons diverses consequences, au lieu desquelles on eust peu former des propositions, ce qui a esté delaissé pour eviter prolixité, & aussi pource qu'elles sont assez manifestes consequences l'une de l'autre.

PREMIER COROLLAIRE de la 27 proposition du premier livre de la Statique.

SI en la figure de la 27 proposition du premier livre, on admet le poinct ferme icy E, au lieu du poids oblique G illec : il appert que sur ce poinct ferme, y aura une pesanteur egale au poids G, & cela selon une telle obliquité contre E, que l'elevation oblique L E le monstre.

COROLLAIRE II.

Si à la susdite 27 proposition on produit les deux elevations obliques, jusques à ce qu'elles se rencontrent, il est manifeste par la 25 proposition, que le poinct de conjonction viendra dans la perpendiculaire de gravité du corps : Parquoy si on desiroit sçavoir quelle compression oblique vient sur E, (poinct ferme du premier corollaire) je mene du centre du corps P la perpendicle de gravité P Q, rencontrant la produite de M F en Q, duquel on mene Q E R ; & ainsi on dira que la compression oblique sur E est de R vers E, & pour sçavoir de combien E R sera elevation oblique, & E S directe ; par lesquelles le tout est manifeste.

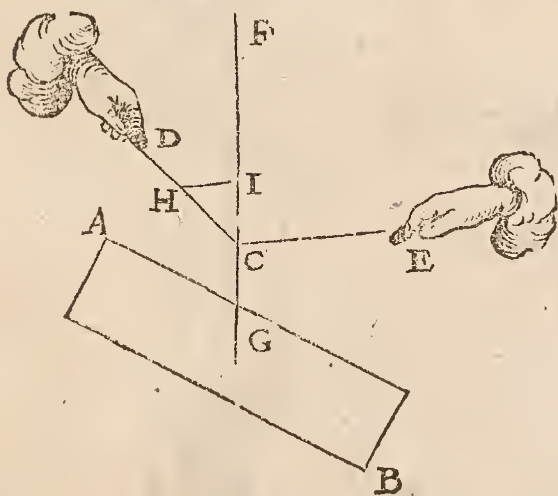
Corollaire III.

Or pour venir à la declaration de la qualité des pesanteurs suspenduës par cordages, soit AB une colomne, de laquelle C soit le centre, suspenduë à deux lignes CD, CE (venans dudit centre C) és poincts fermes D, E, lesquels seront diametres de gravité par la 5 definition: parquoy menant HI entre DC, CF, parallele à CE, alors par la 13 definition, CI sera elevation droite, CH oblique; tellement que comme CI à CH, ainsi cest elevant direct à l'elevant oblique: mais l'elevant direct de CI est egal au poids de la colomne: Donc comme CI à CH, ainsi le poids de la colomne entiere, au poids qui avient en D; & de mesme maniere trouvera-on le poids qui advient en E, en menant de I jusques à CE, la ligne IK, parallele à DC; & disant, comme l'elevation droite CI à l'elevation oblique CK, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur E.

Mais CK est tousiours egale à HI; parquoy il n'est pas besoing de mener ceste ligne derniere IK, car sans cela les termes necessaires sont cognus au triangle HIC, avec lequel on dira: comme CI à CH, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur D. D'avantage CI à IH, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids qui advient sur D, au poids qui advient sur E.

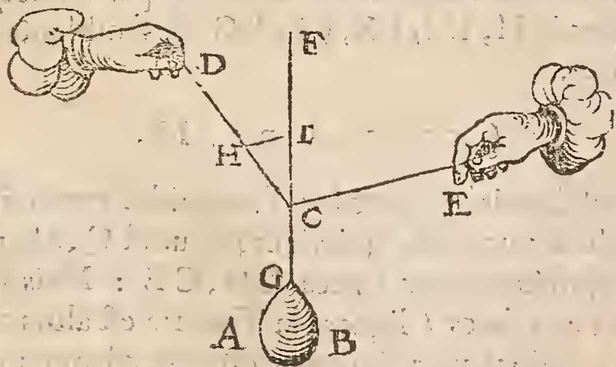
Corollaire IV.

Et pour proceder plus avant, soit AB la colomne abaissée, comme cy joignant, & par la troisiesme petition, il n'y a en cela aucune alteration, & partant la mesme proportion que dessus y sera encore.



Corollaire V.

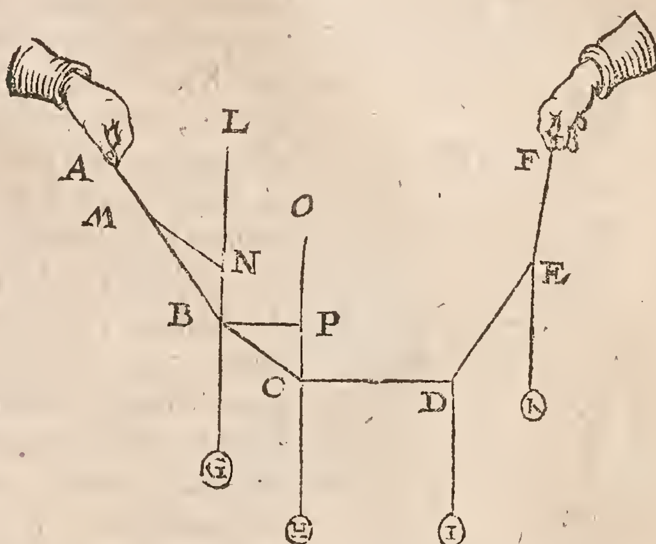
Soit maintenant au lieu de la colomne precedente, un corps d'egale pesanteur à icelle, de figure & matiere quelconque, alors la mesme proportion demeurera; assavoir, comme CI à IH, ainsi AB au poids qui advient en E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids que D soustient, à celuy que E soustient.



D'icy est manifeste, que s'il y avoit à la ligne DCE comme corde, un poids AB cognu, & les angles FCD, FCE, aussi cognus, qu'on pourra dire quel poids advient sur chaque partie, comme DC, CE.

Corollaire VI.

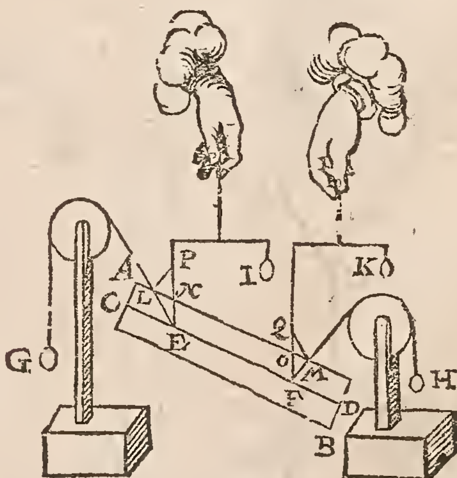
Mais s'il y avoit plusieurs poids suspendus en une mesme ligne, comme icy la ligne ABCDEF, ses poincts fermes extremes A, F, à laquelle sont suspendus 4 poids cognus, G, H, I, K; il est manifeste qu'on peut dire quel effort ils font à la corde, à chacune de ses parties AB, BC, CD, DE, EF: Car par exemple, produisant GB enhaut vers L, & MN parallele à BC: Je dis BN donne BM, combien le poids G? viendra l'effort qui est fait à AB.



Derechef BN donne MN, combien le poids G? ce qui viendra sera l'effort qui est fait à BC.

Soit encore HC produite jusques en O, & BP parallele à CD: Je dis alors, CP donne CB, combien le poids H? Ce qui en sortira sera pour la force qui eschoit sur BC, d'où s'ensuit, qu'il faudra trouver le mesme qu'à BC cy-dessus. De ces choses, & de plusieurs autres S. Excel. a trouvé que la practique s'accorde du tout avec la Theorie.

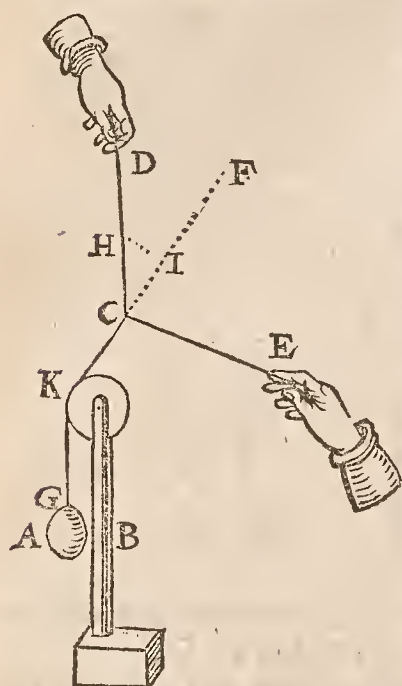
La proportion de la 27 proposition peut encor estre autrement exposée, que cy-dessus, d'où s'ensuit une operation plus facile. Soit par exemple la figure de la 27 proposition, où est dit, que comme l'elevant oblique au direct, ainsi chaque elevant oblique à son elevant direct. Mais pour dire cecy d'une autre maniere, d'où resulte une operation plus facile: Soit menée entre les elevations droite, & oblique une ligne, comme LP, parallele à FM: Ce qu'estant ainsi, je dis maintenant, que comme l'elevation directe, à l'elevation oblique, ainsi la pesanteur de la colomne entiere, à son elevant oblique;



oblique; assavoir comme E P à E L, ainsi le poids de la colomne, à G. Derechef, comme E P à P L, ainsi le poids de la colomne, à H. Selon laquelle maniere, l'invention des termes incognus est plus facile, qu'auparavant. Notez aussi qu'au lieu de L P, on eust peu mener une ligne entre l'autre elevation droite, & son elevation oblique, comme M Q, ce qui seroit la mesme chose; car comme P E à E L, ainsi Q F à F M, à cause que les triangles F M Q & L P E sont pareils, veu que Q F est parallele à P E, & M F à L P: & aussi que F O est egale à E N.

Corollaire VII.

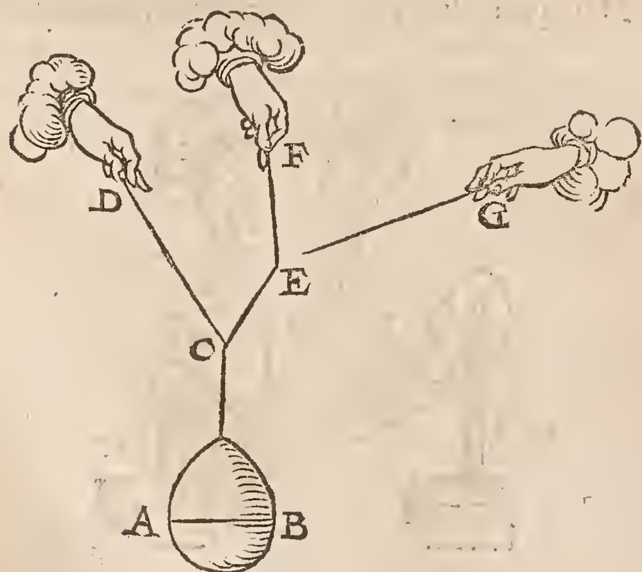
Il a esté parlé jusques icy des poids suspendus à deux lignes: cy-apres nous traiterons des pesanteurs qui sont suspenduës à plusieurs lignes. A ceste fin soit prise icy la figure du cinquiesme corollaire, seulement que la ligne C G vienne dessus une poulie K; & combien que K C F soit une ligne droite, neantmoins elle est oblique à l'horizon: Et que le poids A B soit le mesme que devant, aussi les angles D C F, F C E de mesme; il appert, que comme au 5 corollaire, on pourra dire, comme C I à C H, ainsi le poids A B au poids qui escheoit en D: D'avantage comme C I à I H, ainsi le poids A B au poids qui escheoit en E. Derechef comme C H à H I, ainsi le poids qui escheoit en D, à celuy qui escheoit en E.



Il appert d'icy, que si à la ligne D C E comme corde, on avoit suspendu un poids A B, qu'on pourroit dire, quelle pesanteur il escheoit sur chacune partie D C, C E.

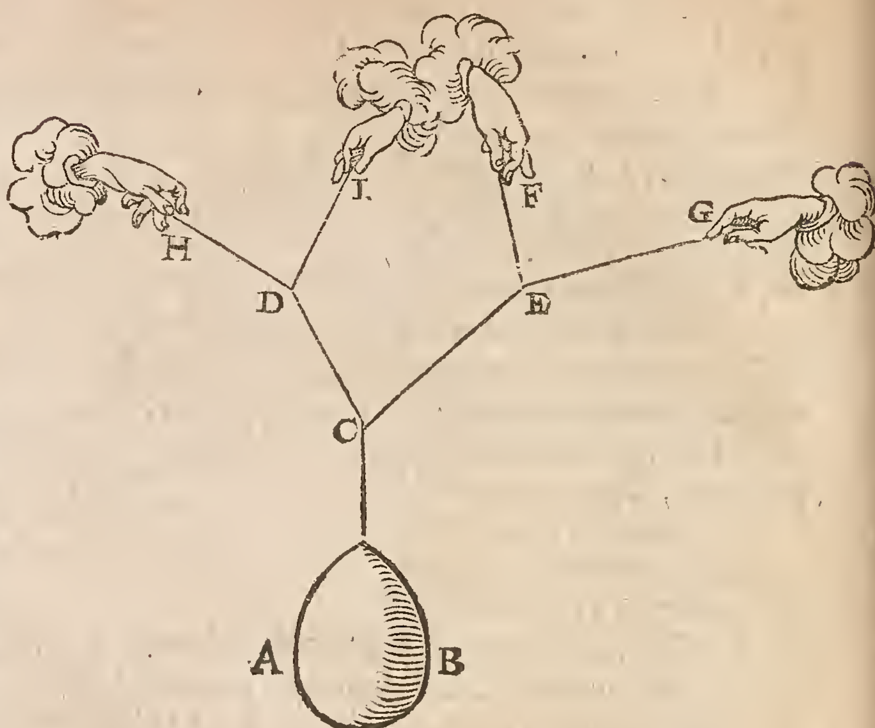
Corollaire VIII.

Si un poids estoit suspendu à trois lignes, comme cy-dessous, le poids A B pendant aux deux lignes C D, C E, mais C E à deux autres E F & F G; tellement que le le poids A B soit suspendu à 3 lignes C D, E F, E G, on



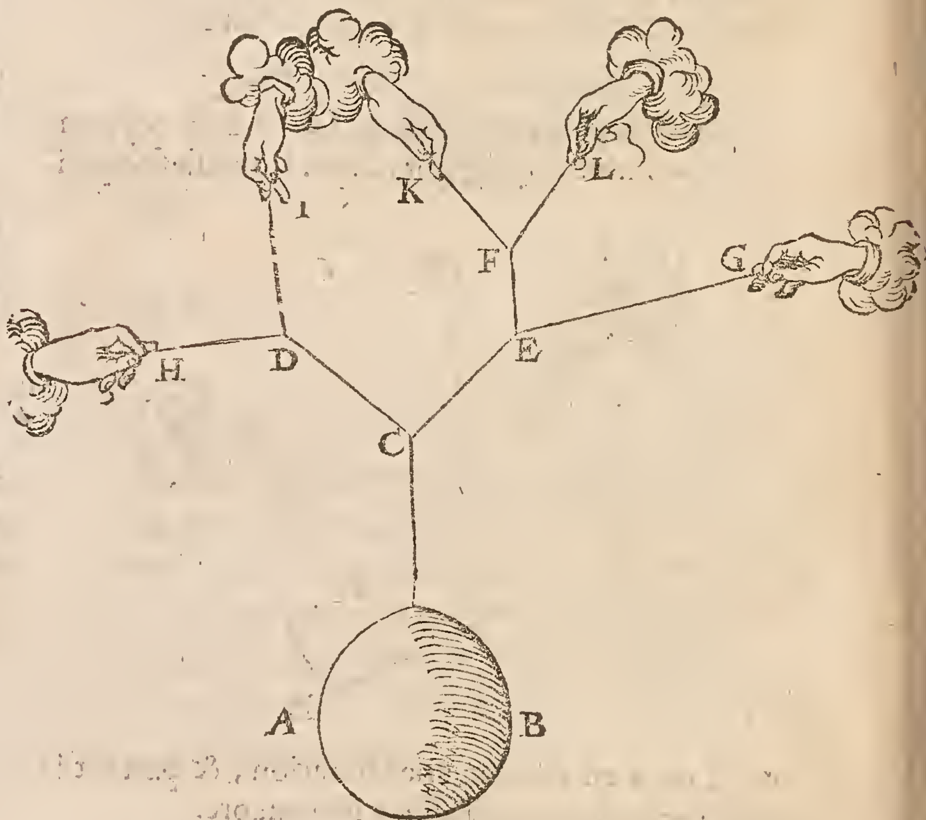
pourra sçavoir quel poids escheoit sur chacune ligne des trois. Car par le cinquiesme corollaire est manifeste ce qui escheoit sur C D, ou C E. Mais ayant cognu quel effort est fait à C E alors par le septiesme corollaire on sçaura ce qui escheoit aux deux lignes E F, E G.

Mais si on en attache encor deux autres à la ligne C D, comme D H, D I cy-dessous, il appert que le poids qui appartient à une chacune d'icelles lignes, seroit cognu



comme és deux autres de l'autre costé, E F, E G; & partant combien à chacune des 4 lignes, soyent qu'elles soyent en mesme plan, ou non.

Notez aussi que les lignes C E F & C E G, & semblables, font un angle en E, & ne peuvent pas estre droites; car C E F faisant quelque effort, il faut que G E cause une curvité en E, faisant aussi quelque effort.

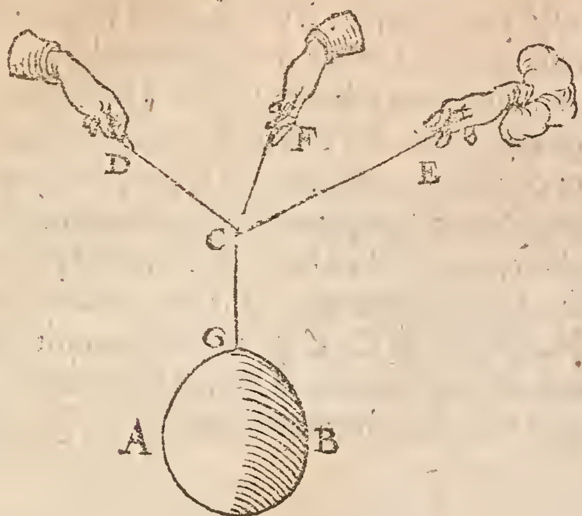


Que si on adjoignoit encor deux autres lignes à E F, comme icy, on fera comme devant pour sçavoir quel effort il escheoit à chacune d'icelle, & par consequent és 5 lignes D H, D I, F K, F L, E G, & semblablement des autres.

Corollaire IX.

Il a esté traité jusques icy d'un poids, comme A B; suspendu à une ligne qui vient jusques à C, à laquelle sont adjoinctes deux autres C D, C E: Mais si à C estoyent attachées 3 lignes, la Theorie est alors autrement; car alors ces 3 lignes ne doivent estre en mesme plan, comme icy; d'autant qu'on ne sçauroit rien conclurre de certain, veu que si on coupoit, ou retranchoit infi-

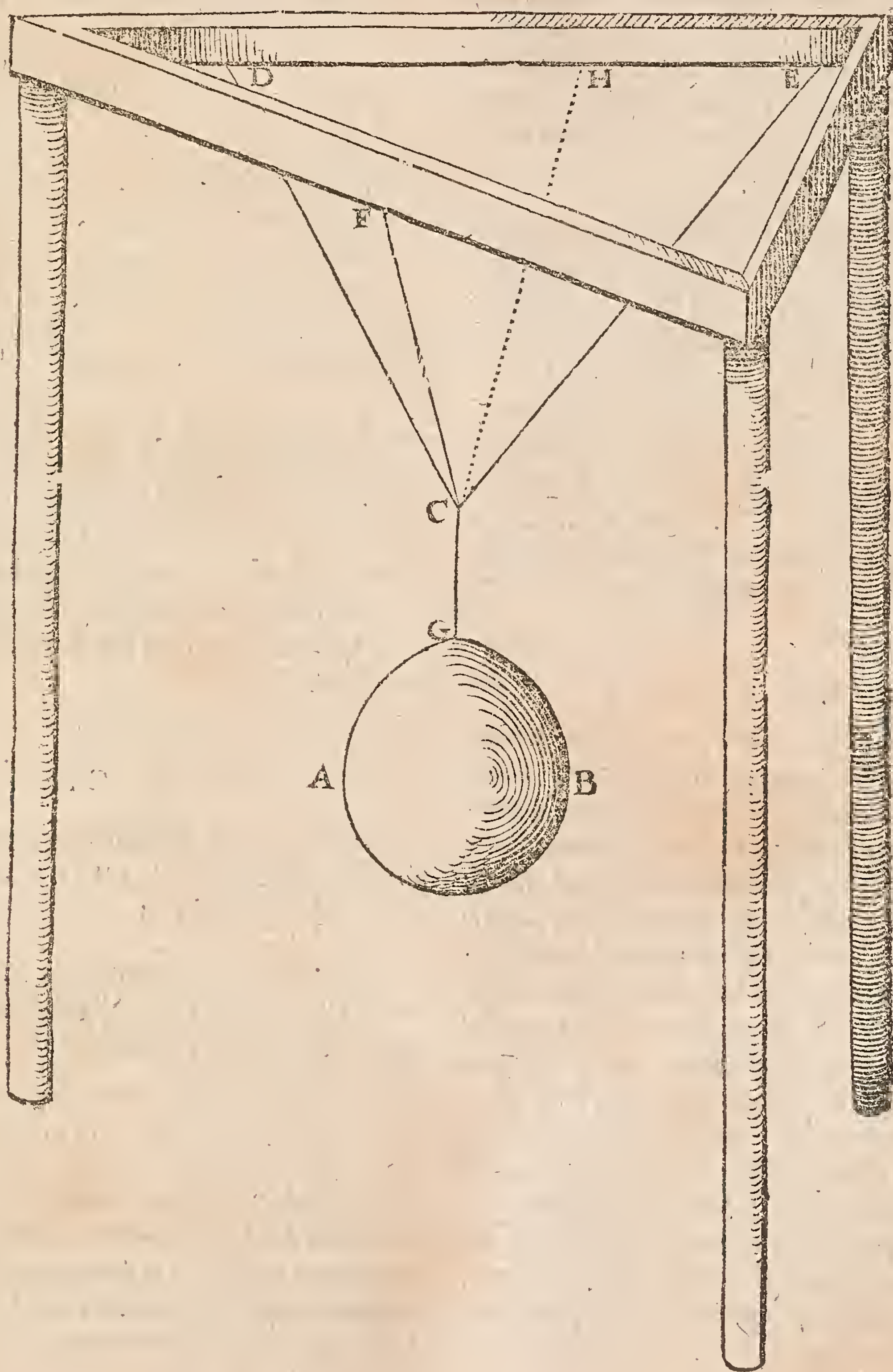
CF, la mesme disposition des lignes CD, CE demeurera, assavoir les angles GCD & GCE de mesme,



combien que lesdites lignes CD, CE soustiennent plus qu'auparavant, devant que FC soit retranchée; car elle allegeoit les deux autres d'autant, que sa force pouvoit importer: & puis que CF peut faire effort en infinies diversitez, l'une plus grande que l'autre, d'où s'ensuit que telle figure n'a aucune conclusion certaine, comme aussi j'avois entrepris de declarer.

COROLLAIRE X.

Que si les trois lignes susdites estoyent en plans divers, la proposition n'auroit qu'une conclusion, & icelle cognuë; car soit AB un poids suspendu aux trois lignes CD, CE, CF, en divers plans, alors pour trouver le poids que chaque ligne soustient, comme CF; soit CG ligne à plomb, à laquelle est suspendu AB, & CH commune section des plans DCE & GCF: posant donc que le poids AB ne soit suspendu qu'és deux lignes FC, CH, (ayant retranché les autres DC, CE) il appert que l'angle GCF demeurera le mesme angle, qu'il estoit devant le retranchement des lignes DC, CE; & l'effort fait à CF demeure encor le mesme, partant le poids que CF supporte, sera notoire par le cinquiesme corollaire; & de mesme se trouvera le poids que chacune des lignes DC, CE supporte.



Il est evident que si à quelque ligne, ou à chacune de 3, estoyent annexées deux autres lignes à la maniere du huictiesme corollaire, qu'on pourroit sçavoir quel poids chacune attirera.

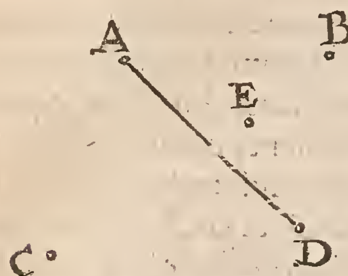
ALB. GIRARD. COROLLAIRE XI.

Il est aussi certain que si à quelque ligne, ou à chacune estoyent annexées 3 autres lignes à la maniere du 10 corollaire, assavoir en divers plans, qu'on pourroit cognoistre quel poids chacune tirera.

COROLLAIRE XII.

Que si un poids estoit suspendu à 4 lignes, comme au 10 corollaire à 3, la proposition n'auroit point de conclusion certaine. Car soit ABCD ichnographie

des 4 poincts superieurs des 4 lignes, ausquelles le poids est suspendu : la perpendicle de gravité d'iceluy viendra en la ligne AD, ou dehors, dedans le triangle ADB, ou dedans le triangle ADC (car hors le quadrangle ABCD, ou à sa circonference, cela est impossible) & si c'est dans la ligne AD, il appert que le poids qui eschoit aux deux lignes, sous les poincts B, C, peuvent bien alleger le poids que soustiennent les lignes sous les poincts A, D ; mais les lignes sous B, C ne changent pas la disposition estans ostées, parquoy il n'y a aucune conclusion certaine. Que si ladite perpendicle de gravité eschoit dans le triangle ADB, comme au poinct E, il appert que l'effort que fait la ligne de C, n'altere la disposition, & ainsi il n'y aura point de certaine conclusion.



Il faut encor noter cecy, que si la proposition, n'a point de certaine conclusion à 4 lignes, comme au precedent 12 corollaire, combien moins à 5, 6 ou d'avantage, aussi que si la proposition n'a nulle certaine conclusion à 3 lignes en mesme plan, comme au 9 corollaire, combien moins à 4, 5, ou d'avantage de lignes?

NOTEZ.

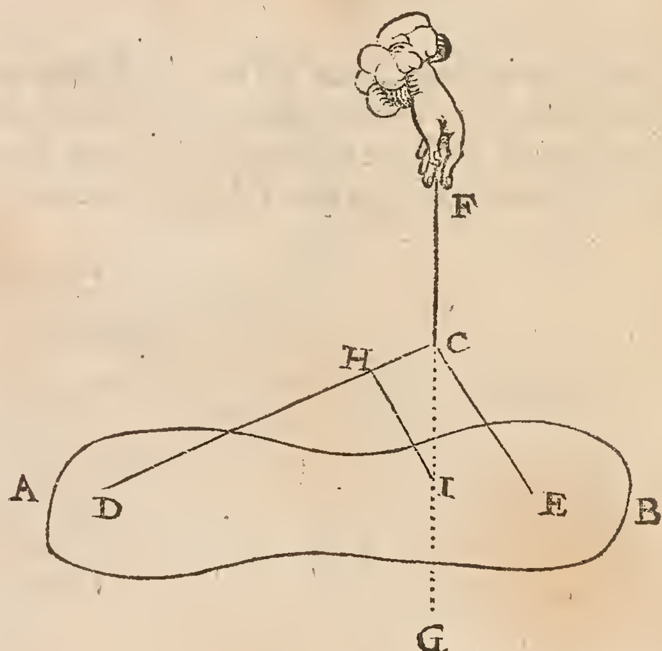
Un corps peut estre suspendu à 3 lignes d'autre façon que dessus au 10 corollaire, assavoir que les lignes soyent attachées au corps mesme en divers lieux, tellement qu'estans produites, elles ne se rencontrent en mesme poinct, comme il doit advenir de necessité à deux lignes par la 25 proposition du premier livre : Mais comment il faut trouver le poids qui eschoit sur chacune ligne des trois ; y ayant pensé, je n'ay trouvé en ceste description aucune maniere pour trouver le requis, quant à ce que je feray une autre fois, ou que quelqu'autre y trouvera, ou non, le temps l'apprendra.

ALB. GIRARD.

Quant à ce que Stevin *dit cy-dessus, combien que je n'aye encore rien recerché, il se peut faire que les trois lignes ne se rencontrent à mesme poinct, comme lors que deux sont attachées paralleles, ou s'estroississant par enhaut (car on les peut attacher pres l'une de l'autre à la poultre soustenant, & arriere l'une de l'autre au corps suspendu) neantmoins je croy d'abord, que le plan perpendiculaire à l'horizon, passant par une des trois laquelle on voudra, & par le poinct de rencontre des deux autres (ce qui me semble estre possible, excepté quand deux lignes sont paralleles, comme dit est) que ce plan passera par le centre de gravité du corps suspendu : Mais il faut sçavoir que* Stevin *dit à propos, des lignes au lieu de cordes, & qu'il a bien veu qu'elles ne sont pas en lignes droites estans estenduës, sinon que la seule corde perpendiculaire à l'horizon ; car les autres cordes lasches ou fort estenduës, sont lignes paraboliques, (comme j'ay autrefois demonstré, environ l'an 1617.) ainsi que je demonstreray cy-apres. à la fin du corollaire suivant, ce qui viendra icy fort à propos pour l'ornement de ceste Spartostatique.*

COROLLAIRE XIII.

Il a esté parlé jusques icy des poids suspendus à une ligne venant d'un poinct d'où plusieurs lignes procedent, tendantes vers divers lieux : D'où s'ensuit aussi qu'on pourra trouver l'effort de chaques lignes attachées au contraire, assavoir que le corps estant attaché à plusieurs lignes, qui ont un nœud commun, d'où elles descendent, lequel est au bout de la ligne à plomb comme anse. Soit par exemple, AB une pesanteur suspenduë à deux lignes DC, CE, se rencontrant au nœud, ou poinct C, au bout de la ligne à plomb FC : Pour trouver le faix que chacune supporte soit produite FC



plus bas vers G, & de quelque poinct en DC, comme H, soit HI parallele à CE : Alors je dis que comme CI à CH, ainsi le poids AB au poids, qui eschoit en D. D'avantage comme CI à IH, ainsi le poids AB, au poids qui advient sur E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids qui eschoit en D à celuy qui eschoit en E ; dont la demonstration est manifeste par le cinquiesme corollaire.

ALB. GIRARD.

Pour retenir cecy plus aisement & plus briefvement, on pourroit dire, que comme CI, IH, HC, ainsi le poids AB, l'effort de CE, & l'effort de CD.

Les proprietez que nous avons dit advenir aux figures des 8, 9, 10 & 12 corollaires, adviennent aussi és figures telles qu'au 13 corollaire.

ALB. GIRARD.

Pour satisfaire à ma promesse qui precede le dernier corollaire, & n'ayant pas le loisir toutefois de mettre icy la copie de ma demonstration entiere, je la donneray un autre fois au public, avec mes autres œuvres, moyennant l'aide de Dieu, lors que la recerche des sciences sera plus recommandable, qu'elle n'est à present.

Fin de la Spartostatique.

DEUXIES-

DEUXIESME PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQVE,

TRAITANT

Des Poulies, ou de la Trochleostatique.

Sommaire de la Trochleostatique.

Apres que Son Excellence *eust leu un livre intitulé* Delle fortificationi di Buonaiuto Lorini, *& illec veu un traité touchant les poulies, & ce seulement par elevations perpendiculaires à l'horizon, par le moyen des forces attirantes du haut en bas directement, ce qui n'arrive pas tousiours en la practique, il a esté quant & quant desireux de sçavoir la proprieté de celles qui ne s'elevent ny ne s'abaissent perpendiculairement, afin d'avoir la cognoissance parfaite d'icelles, qui est necessaire pour sçavoir quelle force est requise pour elever quelque pesanteur. Tellement que s'estant exercé en la Statique precedente, & en la premiere partie de ceste Adjonction, par laquelle les proprietez des poulies peuvent estre aisement comprises, joint que s'estant aussi addonné à la recerche des mesmes, c'a esté bien à propos donc de les joindre à ses memoires Mathematiques, comme s'ensuit.*

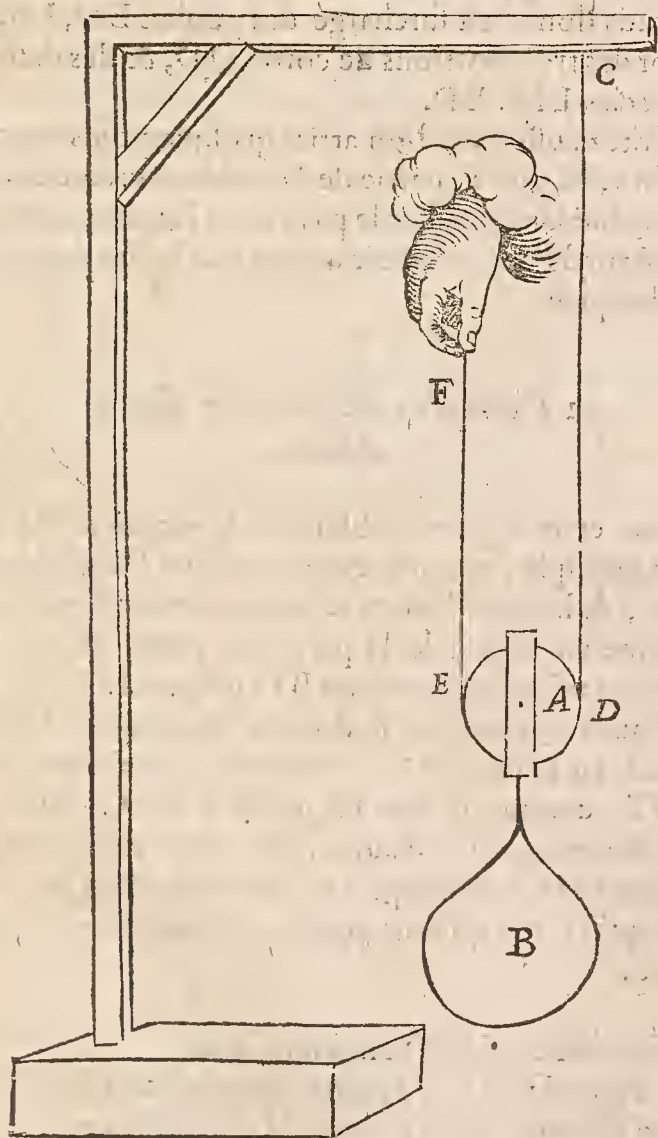
Proposition.

R*Ecercher la qualité des pesanteurs elevées par le moyen des pouliës.*

Avant que de venir à la chose, nous dirons en general, que lors que nous parlerons d'un poids donné, nous entendrons le poids suspendu, & celuy des pouliës d'embas, quant au poids des cordes nous n'en traiterons point, & partant nous prendrons qu'elles n'ayent aucune pesanteur, afin de n'amener en avant que la qualité des pouliës simplement.

1 *Exemple des poids, & forces directes.*

Soit en ceste premiere figure A une poulie, à laquelle est attachée la pesanteur B, & la corde C D E F, dont les

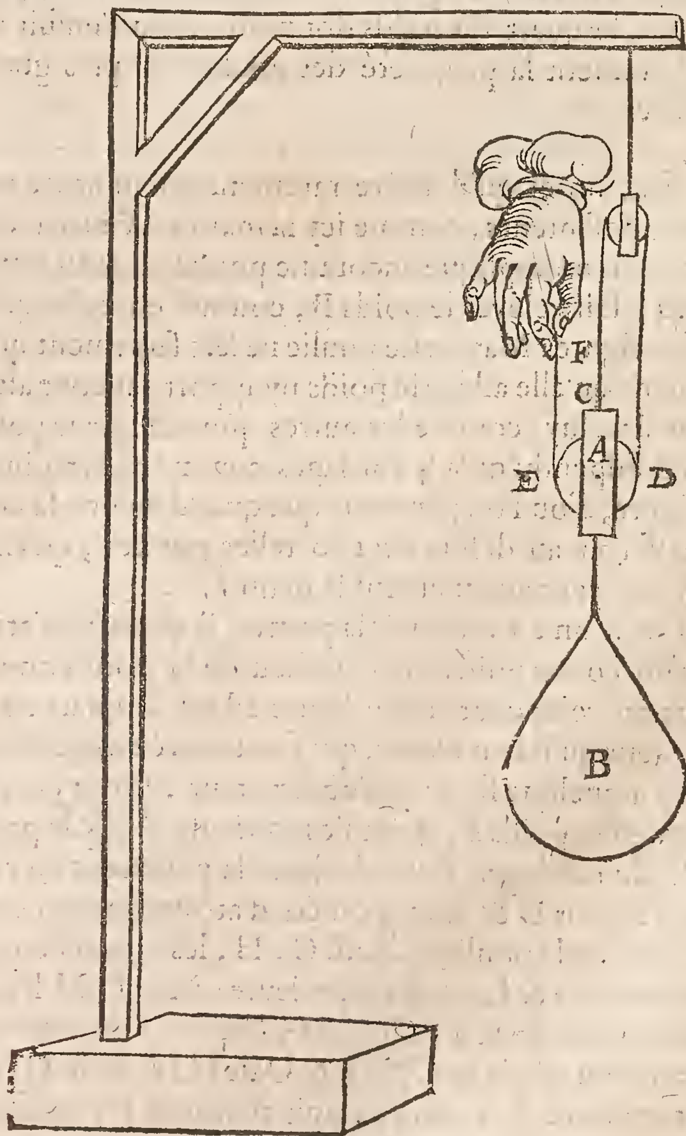


parties C D, E F soyent paralleles, assavoir toutes deux à plomb. Ce qu'estant ainsi, il est certain que le poids B est suspendu à deux cordes, chacune soustenant la moitié d'iceluy, à cause que la poulie tire également à l'une comme à l'autre; Tellement que si quelqu'un venoit à examiner la pesanteur B de sa main en F, tenant le poids en ceste position, il soustiendroit la moitié de B, d'où appert qu'il est plus facile de tirer un poids avec une poulie ainsi, que sans poulie. Car on tient pour regle generale en Mathematique, que

Comme l'espace de l'agent, à l'espace du patient:
Ainsi la puissance du patient, à la puissance de l'agent.

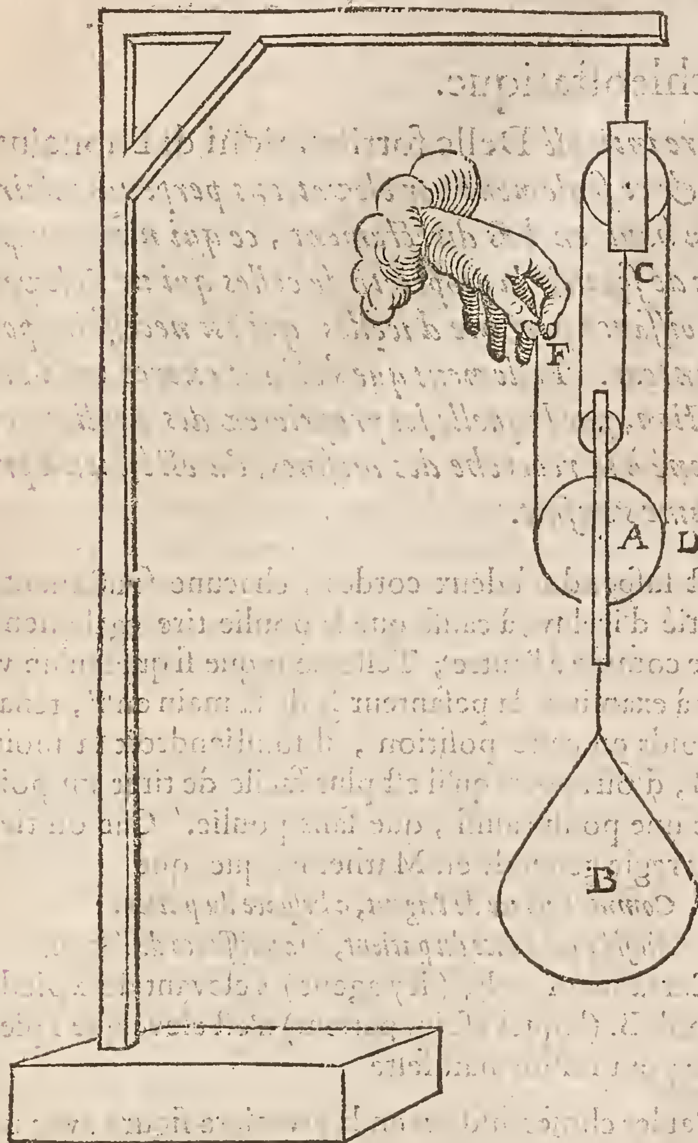
Car la main en F, (icy agent) s'elevant de 2 pieds; le poids B, (lequel est icy patient) n'est elevé que 1 pied, & ce pour raison manifeste.

Par les choses susdites en la premiere figure avec une poulie, se peut entendre la proprieté de l'attirement par l'aide de deux poulies, comme en la deuxiesme figure,



ou C est l'autre extremité de la corde : car le poids B, suspendu à trois cordes, chacune supportera le tiers d'iceluy poids B, assavoir la main en F ne sentira que le tiers du poids donné.

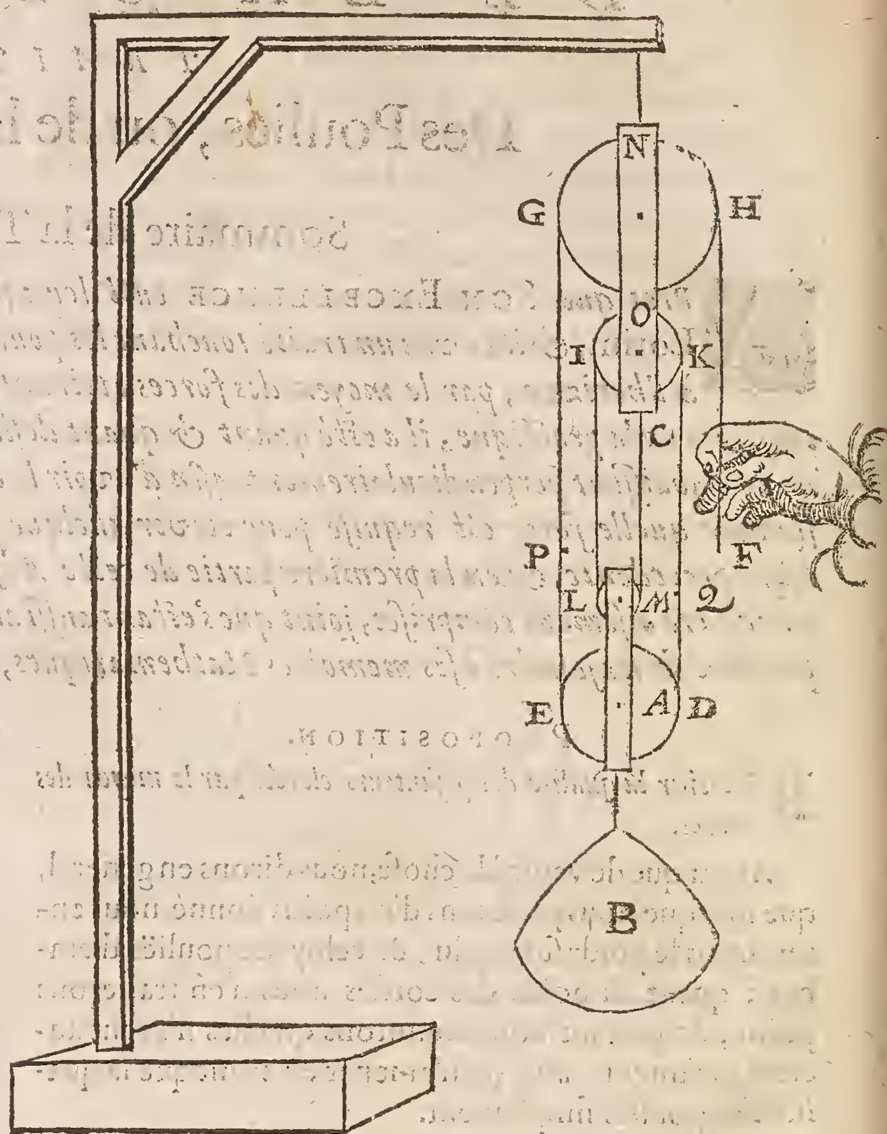
D'avantage si on y adjouste encore une poulie, comme en ceste troisiesme figure, le poids B sera suspendu



à quatre cordes; & partant la main en F ne supportera que le quart du poids donné B; d'où s'ensuit assez clairement la proprieté des poulies en plus grand nombre.

Il faut noter qu'il arrive rarement qu'on attire enhaut les pesanteurs, comme icy la main en F attire enhaut, mais on applique encor une poulie pour en tirant embas, faire elever le poids B, comme en ceste quatriesme figure: Mais ceste poulie ne sert seulement qu'à cela, sans qu'elle allege le poids ny apporte aucune alteration à iceluy, comme les autres, pource que le poids B n'est suspendu qu'à 4 cordages, comme en la troisiesme figure, d'ou l'on peut voir que quand mesme la corde passeroit au dessus de 100 telles poulies, qu'elles n'allegeroyent aucunement la main F.

Que si on en veut voir la preuve, il ne faut qu'attacher un contrepoids en F au lieu de la main comme agent en ceste quatriesme figure estant le quart de la pesanteur qu'il faut elever, qui sera trouvé en equilibre, s'il n'y a quelque faute de l'observateur : Or le poids à elever est le poids B, la poulie inferieure A, & le poids causé du cordage. Pour declarer la pesanteur du cordage, soyent D & E les poincts d'attouchemens de la corde & de la poulie A, aussi G, H, les attouchemens des cordages & la poulie superieure; item L, M les attouchemens de la poulie L M; & puis N le milieu de la partie du cordage G N H, & O de I O K, aussi C l'autre extremité de la corde; puis marquez P, ainsi que G P soit egale à H F, aussi K Q à I L; alors N G P contrepese N H F, & I L contrepese K Q; touchant



C M elle n'apporte aucun changement, tellement que le poids donné est surchargé des poulies E D, L M, & encor des trois portions de corde Q D, & des deux demicercles L M, E D.

Notez aussi quand on attire quelque poids avec des poulies, & que la partie de la corde attirée demeure suspenduë sans toucher le pavé, que l'agent a moins de pesanteur à tirer, assavoir autant que ladite corde suspenduë pese.

2 Exemple, des poids & forces obliques.

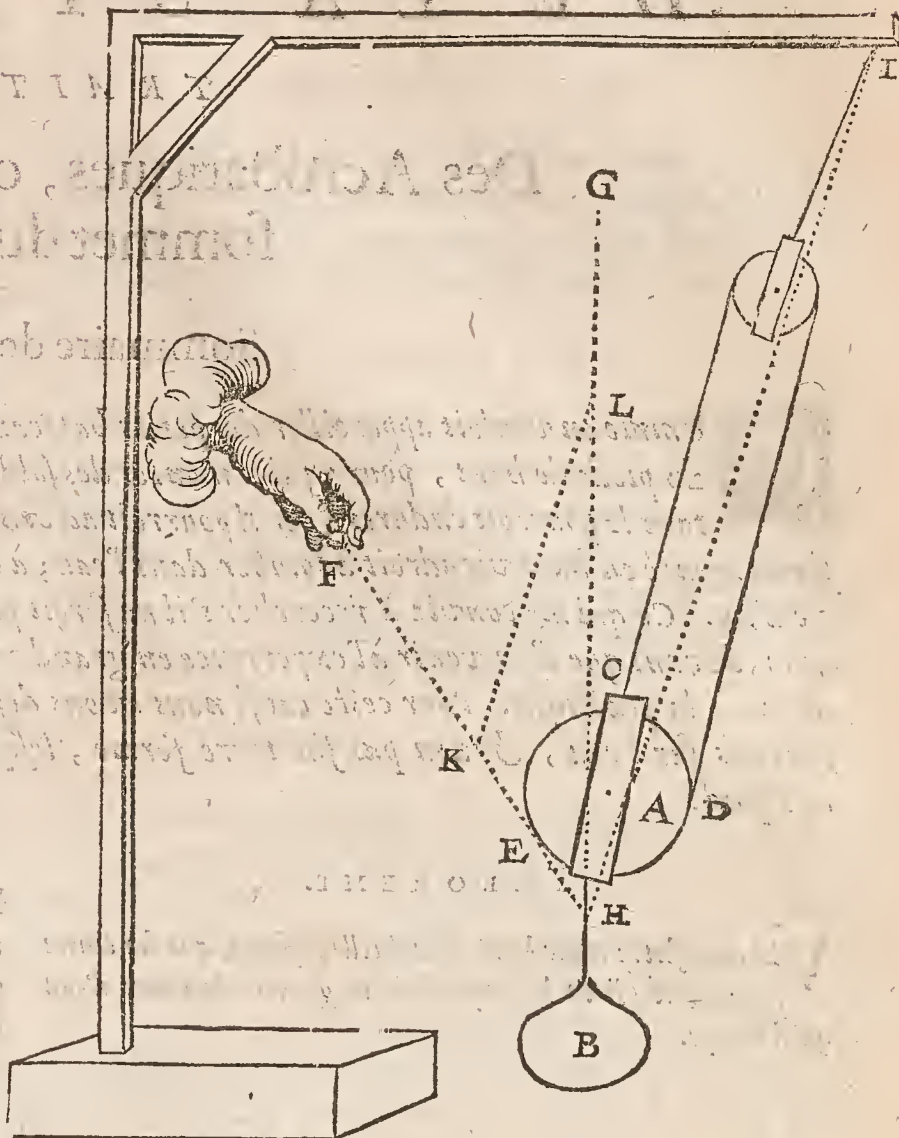
Soit ceste figure semblable à la premiere du premier exemple, excepté que la main en F tire obliquement, de laquelle l'effort se cognoistra aussi par le cinquiesme corollaire de la premiere partie de ceste adjonction: Car soit produite B H jusques en G, & F E, C D aussi, lesquelles se doivent rencontrer dans un poinct en la ligne B G : Puis ayant choisi un poinct en F E, comme I, soit I K parallele à D C; alors I K, I H seront egales, d'autant que pour cause notoire, l'angle F H C est coupé en deux egalement par H G, lors qu'il n'y a qu'une poulie, comme icy : finalement,

Comme ces	K H	ainsi les	de B.
3 lignes l'une à l'autre	K I	pesanteurs	qui eschoit sur C D.
	I H		qui eschoit en F.

Mais



K H donne H L, combien le poids donné ? Le tiers de ce qui viendra sera pour l'effort qui est fait à la main F, & aussi pour celuy qui advient sur chacune des deux autres cordes.



Mais y ayant plus de poulies, assavoir 2, 3, ou d'avantage, on pourroit cognoistre les efforts, comme s'ensuit. Soit icy une figure de mesme que la deuxiesme du premier exemple, seulement diversifiée en ce qu'elle soit oblique; les efforts seront cognus par le cinquiesme corollaire de la premiere partie de ceste Adjonction: car produisant la ligne à laquelle le poids est suspendu jusques à G, aussi F E jusques en H, & du poinct I, où la poulie superieure est attachée, soit menée H I; puis d'un poinct K en la ligne F H soit K L parallele à H I: alors je dis, que comme K H à H L, ainsi l'effort qui est fait à la main, au poids donné: Mais K H est en tous les exemples, où il y a deux poulies comme icy, tousjours egale à la moitié de K L; parquoy l'effort qui vient sur F, est la moitié de l'effort qui eschoit en I: & ainsi il eschoit autant de pesanteur sur l'une des trois cordes, que sur l'autre, assavoir la tierce partie d'un poids, qui a telle raison au poids donné, comme L H à H K; ce qui fait qu'en tels exemples on pourra dire

Tellement que s'il y avoit 4 poulies, il faudroit prendre le quart de ce qui viendroit à la regle de trois susdite, & ainsi des autres.

La raison pourquoy K L cy-dessus devoit estre menée parallele à H I, plustost qu'à une autre des deux cordes, est evidente par ce qui a esté fait semblablement és deuxiesme & troisiesme corollaires de la premiere partie de ceste Adjonction, car la perpendicle de gravité du tout, passe par le poinct H, duquel les lignes se doivent mener pour faire la calculation.

Conclusion. Nous avons donc recerché la qualité des pesanteurs elevées par le moyen des poulies, selon le dessein.

Fin de la Trochleostatique.

TROISIESME PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQVE,

TRAITANT

Des Acrobariques, ou des pesanteurs au sommet du flottant.

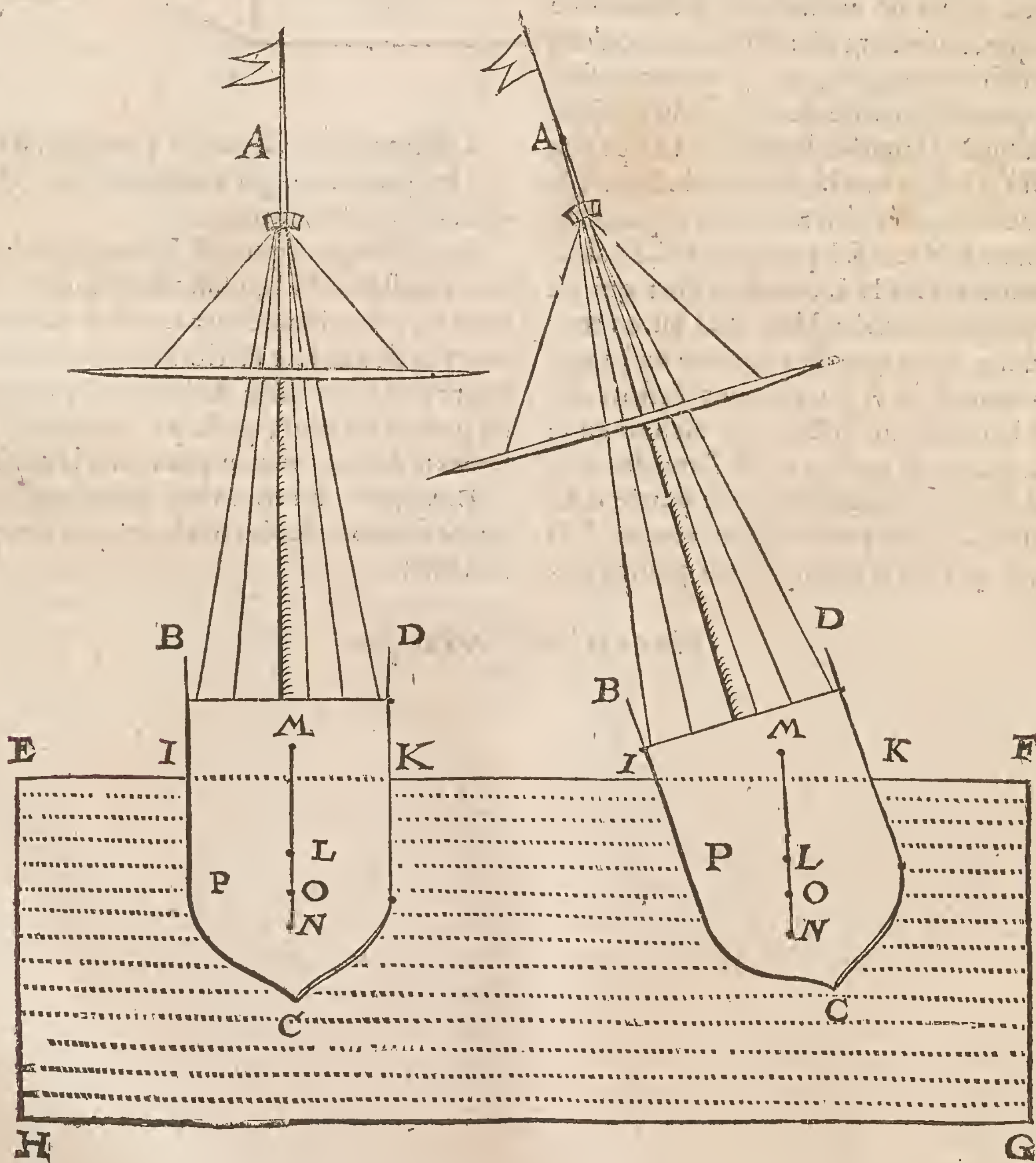
Sommaire de ce Traité.

Comme on vouloit appareiller des petits batteaux avec des eschelles elevées dedans iceux d'environ 20 pieds de haut, pour y faire monter des soldats, on revoqua en doute, si la force du sommet flottant le pourroit endurer; car il pourroit advenir que le batteau renverseroit, & partant celuy qui seroit monté en haut viendroit à tomber dans l'eau; à ceste fin pour en estre plus certain, on en fit l'espreuve d'un. Ce qui me convia à recercher s'il ne seroit pas possible de le sçavoir par calculations Mathematiques, devant que d'en venir à l'experience en grand volume, supposant figure & pesanteur, & puis venir de là, à la practique. Pour ceste cause nous avons descrit le theoreme suivant, & ce seulement des corps flottans sur l'eau, & non pas sur terre ferme, lesquels renversent lors que le centre de gravité n'a nul pied.

THEOREME.

V*N corps flottant sur l'eau, prend telle position, que son centre de gravité est en la perpendicle de gravité du creux d'eau qu'il occupe.*

Le donné. Soit ABCD, un corps, flottant sur l'eau, le dessus de laquelle soit EF, & enfoncé jusques en IK; ainsi que le creux de l'eau soit I, C, K, & L centre de gravité d'iceluy creux, sa perpendicle de gravité MLN, & O centre de gravité du corps ABCD.



Le re-

Le requis. Il faut demonstrer que O (centre de gravité de ABCD) est en la perpendicle de gravité MN du creux d'eau ICK.

DEMONSTRATION.

Ostons le corps ABCD, & feignons que le creux ICK demeure en la mesme figure; Et pour plus ample declaration, que ledit creux soit un vasiforme, selon la septiesme definition de l'Hydrostatique; puis qu'il soit remply d'eau; & d'autant que l'eau tient dans l'eau telle disposition qu'on veut, par la 1 proposition de la susdite Hydrostatique, alors le vasiforme demeurera aussi en telle disposition, & est autant chargé de ceste eau que du corps ABCD, & en mesme disposition; mais le centre de gravité de ceste eau est aussi celuy du creux, ou du vasiforme, assavoir L; & partant le corps ABCD, doit avoir son centre de gravité dans la perpendicle de gravité du vasiforme MN: Autrement s'il est possible qu'il soit dehors, comme au poinct P, ce qui ne peut advenir sans alteration de figure du creux ICK; car ayant telle disposition, & O estant le centre de gravité du corps par l'Hypothese, il aviendroit que le corps changeroit de position, & que le centre venant en P, alors B descendroit, & D s'eleveroit que C aussi tourneroit vers K, ce qui seroit contre l'Hypothese, & prendroit un autre creux que celuy dont est question. Parquoy le centre de gravité du corps est en MN, assavoir sus, dessous, ou dedans le centre du creux L.

Conclusion. Un corps donc flottant sur l'eau prend telle disposition que son centre de gravité est en la perpendicle de gravité du creux de l'eau qu'il occupe; ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE I.

Il appert que quand le centre de gravité du corps est dessus celuy du creux de l'eau, que le sommet flottant est chargé, & que tout renverse (c'est assavoir s'il n'est soustenu) jusqu'à ce que son centre soit dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau: Comme par exemple, un baston courbé flottant sur l'eau, si on met dessus ce qui estoit dessous, il ne se tiendra pas comme cela, mais se retournera comme devant, d'autant que le centre de gravité du baston n'est dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau, dessous le centre de gravité d'iceluy creux.

COROLLAIRE II.

Il est evident que mettant quelque poids dans un batteau, ou quelque vaisseau ayant changé de place dans iceluy, que le creux change aussi de figure, & le centre de gravité d'iceluy creux change de lieu.

COROLLAIRE III.

Il est aussi manifeste, que mettant une pesanteur sous le plan de gravité (parallele à l'horizon) du creux de l'eau, qu'icelle pesanteur cause plus de fermeté au cours du navire, & au sommet d'iceluy; & au contraire, la pesanteur estant mise au dessus dudit plan de gravité (à niveau) telle pesanteur surcharge le sommet du navire, tellement qu'il en est moins ferme.

NOTEZ.

Si les deux centres de gravité, du batteau & du creux de l'eau, estoyent faciles à trouver, il est certain qu'on pourroit sçavoir devant l'experience par le moyen de la construction Mathematique, quelle disposition un batteau, navire, ou autre vaisseau tiendroit sur l'eau, & s'il se tiendroit droit ou oblique, & si l'eau entreroit par les bords ou non, comme il estoit requis de sçavoir en ce traité: mais d'autant que la recerche du centre de gravité des divers corps qui sont communement dans un navire, il ne semble pas que ce soit chose propre pour s'en pouvoir servir en tel exemple, ains servira seulement pour en sçavoir la raison & la proprieté; comme il pourroit bien servir à autre chose, si ce n'estoit pas à ce que dessus, sinon que quelqu'un voulust prendre la peine de trouver les centres de gravité, & ainsi se servir de ce que dessus.

Fin des Accrobariques.

QUA-

QUATRIESME PARTIE
DE
L'ADJONCTION
DE LA STATIQVE,
TRAITANT
De la Chalinothlipse, ou de la compresion & aspreté des Freins.

Sommaire de l'Aspreté des freins.

SON EXCELLENCE, *s'estant dés son jeune aage jusques à present, diligemment exercé au maniement des chevaux, & avec ce encor fueilleté les escrits de ceux qui sont plus renommés, tant anciens, que modernes, & s'estant abbouché pour ce subject avec les plus experimentez; n'a toutefois peu trouver en iceux contentement, touchant la raison de l'Aspreté des freins, j'entens fondentellement, ce qui advient au raccourcissement & rallongement des parties du mords, & partant telle incertidude empesche de bien regir un cheval. Tellement que ceste maniere entre autres luy donna envie de s'excercer en la Statique precedente, esperant par là pouvoir mieux comprendre la raison de cecy, à quoy il est parvenu finalement, faisant faire les brides & mords, non à l'aventure, comme auparavant, mais avec une certitude des longueurs necessaires: Ce que j'ay inseré, comme s'ensuit, en ses memoires Mathematiques sous le titre de la* Chalinothlipse, *afin aussi que d'autres ayent comme une matiere esbauchée pour traiter d'icelle, avec plus de perfection.*

DEFINITIONS.

LEs noms ordinaires des parties qui font à nostre desfein feront descrits comme s'ensuit.

DEFINITION I.

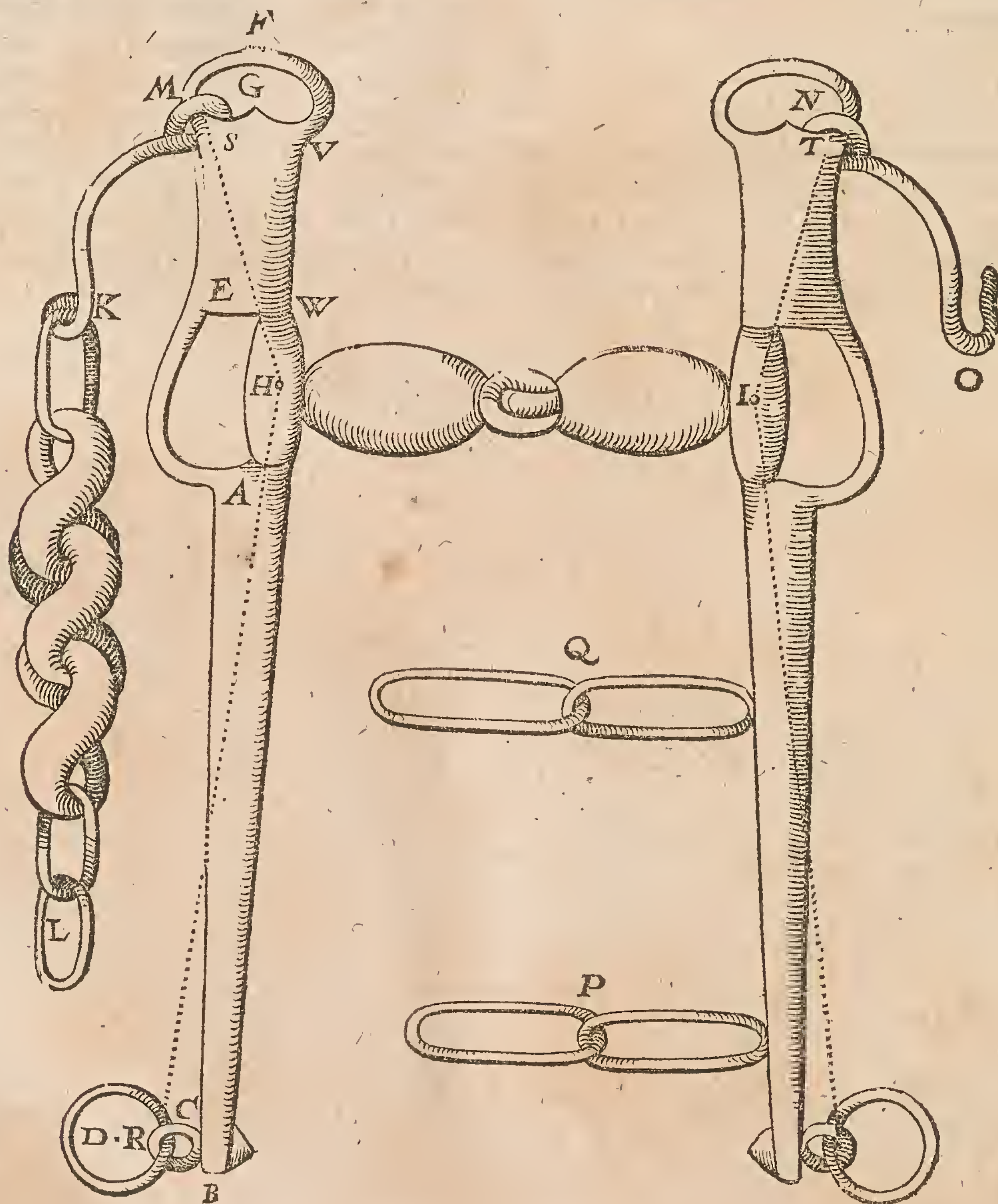
AB. *Branche; ou partie inferieure de la branche.*

DEFINITION II.

C. *Boulon de la branche.*

DEFINITION III.

D. *Boucle.*



DEFI-

Definition IV.

E F. *Partie superieure de la branche, ou hauteur de l'œil.*

Definition V.

G. *L'œil.*

Definition VI.

H I. *Le mords.*

Definition VII.

K L. *Gourmette.*

Definition VIII.

K M. *L'es.*

Definition IX.

N O. *Crochet, ou agraphe de la gourmette.*

Definition X.

P, Q. *Deux entrechaisnes.*

Definition XI.

Bride aspre, ou parties d'icelle aspres, sont celles qui pressent le mords contre la gencive d'embas, & la gourmette contre le menton. Et bride foible, tendre, ou lasche, qui fait presser foiblement.

Declaration.

Encore bien que quand on tire la bride, elle cause plusieurs pressements, assavoir (outre ce qui a esté dit contre les gencives, & le menton,) des entrechaisnes contre la poitrine, & des boucles contre les boulons des branches: toutefois on entend par ce mot d'Aspre, le pressement rude du mords contre la gencive d'embas, & de la gourmette contre le menton, comme estans les principaux pressemens qui peuvent contraindre le cheval, & qui le poignent: tellement que pour raddoucir ceste ponction, il approche la teste de la poictrine, & tient le col courbé: Car supposant que le menton par l'attirement de la bride approche d'une paume vers le cheval, il peut gauchir ceste punction & anneantir ceste compression en courbant le col. C'est aussi ceste compression qui le fait reculer, pensant par ce moyen amoindrir l'effort qu'il sent, ce qu'il penseroit estre augmenté en marchant en avant. Cecy estant donc l'Aspreté, la bride, ou ses parties sont dites aspres, ou foibles, selon le plus ou le moins de compression; assavoir bride aspre ou foible: branche aspre, branche foible; & finalement hauteur de l'œil aspre ou foible.

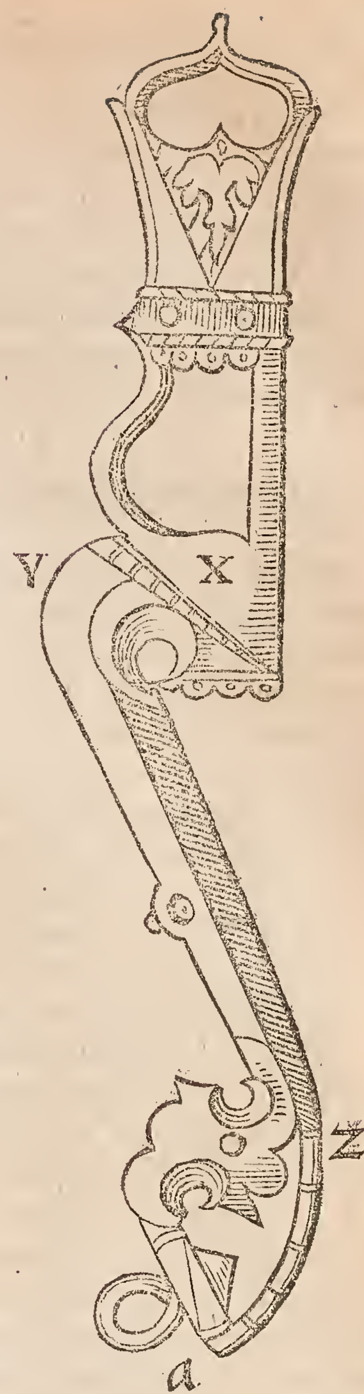
Definition XII.

Les curvitez des branches sont appellées coudes, *en flamend* keeren, *en Alemand* wronghen.

Declaration.

Les branches sont faites droites ou courbes; droites, comme en la premiere figure: & courbes, comme en la suivante, avec une curvité se tournant de X vers Y; de Y vers Z, & de Z vers *a*, lesquelles on appelle pour ceste cause coudes des branches.

Les definitions suivantes sont nouvelles.



Definition XIII.

Le poinct du milieu R, de l'attouchement de la boucle D, contre le boulon des branches, est dit touche de boulon.

Definition XIV.

Le poinct du milieu S, de l'attouchement de l'es, contre l'œil, le poinct aussi du milieu T, de l'attouchement de l'agraphe contre l'œil, lors que le cheval est bridé, nous les nommons touches de l'œil.

Definition XV.

Le poinct H de l'axe du mords venant au milieu de l'olive, sur lequel l'axe tourne, nous le nommons le pole du mords.

Definition XVI.

L'Angle R H S compris des deux lignes, dont l'une vient de la touche de boulon R, jusqu'au pole du mords; & l'autre dudit pole, jusqu'à la touche de l'œil; nous le nommons angle des touches.

Definition XVII.

Bride d'espreuve, est celle qui sert pour esprouver quelle bride il faut à quelque cheval que ce soit, afin d'en faire une qui luy soit propre.

La forme & les circonstances de la bride d'espreuve sera deduite cy-apres en son lieu.

Proposition I.

Que les coudes des branches ne causent nulle aspreté, grande ou petite.

Son Excellence, tenant pour certain que la commune opinion de plusieurs est contre raison de croire que les coudes des branches aident à l'aspreté ou foiblesse, demeurans les trois poincts R, H, S, en leur lieu, dit au contraire comme s'ensuit: Soyent és branches droites precedentes A B, attachées ou adaptées par des vis, des barres de fer, qui soyent en forme de grands coudes: Si on dit que telle adaptation apporte du changement quant à l'aspreté ou foiblesse, ce ne pourra estre que par une vertu occulte, comme en la pierre d'aymant, ou en choses semblables, ce qui est absurde. Quant à ce qu'on pourroit objecter, que cela se monstre par experience, le mesme se pourra aussi refuter par experience. Et quant aux Piqueurs, & faiseurs de mords, lesquels pourroyent dire selon le commun proverbe, *Qu'il faut croire un chacun és choses de son art:* On les refutera pareillement, par ce qu'ils se veulent mesler de juger de la Statique, n'y cognoissans rien, où il se peut demonstrer que le changement arrive par celuy des trois poincts susdits R, H, S: mais demeurans les mesmes en leur lieu, & les deux lignes imaginaires R H, H S, avec l'angle R H S, que l'aspreté demeurera aussi de mesme: excepté, pour en parler proprement, que le fer annexé appesantira d'avantage la bride, ce qui n'est à propos; & si on y prenoit garde de pres, il adviendra

viendra aussi bien au desavantage de ce qu'ils veulent, qu'à l'avantage.

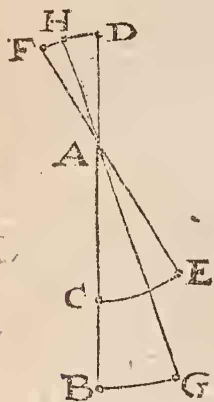
Notez aussi, que la ligne de la hauteur de l'œil, comme cy-devant V W, ne peut estre admise à aucun fondement certain, mais bien la ligne H S; car l'une des hauteurs d'œil, ayant l'œil plus large que l'autre, cause changement, & incertitude à la chose.

Conclusion. Les coudes donc ne causent nulle alteration à l'aspreté, ou foiblesse des branches: ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION II.

Les branches les plus courtes sont les plus aspres.

On peut rendre raison de cecy en deux sortes: L'une, qu'avec egaux attiremens de bride, la gourmette acquiert plus de mouvement avec les branches courtes, qu'avec les longues. Pour en donner exemple, soit A B une branche longue, & A C une plus courte, ayant une mesme hauteur d'œil A D, & D la touche d'œil: d'avantage soit par l'attirement des resnes, la touche de boulon C de la branche plus courte, parvenuë en E, faisant l'arc C E: la touche d'œil D viendra alors en F, descrivant l'arc D F; soit puis apres fait autant d'attraction des resnes, comme devant à la branche plus longue, assavoir faisant l'arc B G egal à l'arc C E, alors la touche d'œil viendra en H, faisant l'arc D H, lequel est moindre à l'arc D F, & en mesme raison à iceluy la moindre branche A C, à la majeure A B: Parquoy la gourmette estant attachée à l'œil, acquiert par attractions egales des resnes plus de mouvement par les branches courtes, que par les longues. Mais le frequent mouvement, ou elevation de la gourmette, apporte plus d'aspreté; parquoy les branches plus courtes sont plus aspres que les longues.



L'autre raison est, la figure courbe du col du cheval, lequel cause que les entrechaisnes des courtes branches sont plus esloignées de la poictrine du cheval, que les longues: d'où s'ensuit qu'on peut attirer plus loing les resnes des courtes branches que les resnes des longues branches, ce qui cause notoirement plus d'aspreté.

NOTEZ.

Quelqu'un pourroit demander, comment cecy se peut accorder avec les regles de Statique, laquelle dit, que les plus longs leviers peuvent faire le plus d'effort; car prenant B D pour le levier, & A B la partie plus longue, où est l'agent, A l'hypomochlion, ou le poinct ferme, tellement qu'il semble, que cecy est contraire à cela: mais c'est qu'il n'est pas icy question de l'effort de la main du cavalerice: car pour faire egal effort à la touche d'œil, il est certain qu'il aura plus de peine avec une courte branche, qu'avec une longue: Mais la question est seulement, que quand on tire assez, lesquels sont plus aspres les courtes ou les longues.

Conclusion. Les branches les plus courtes sont donc les plus aspres.

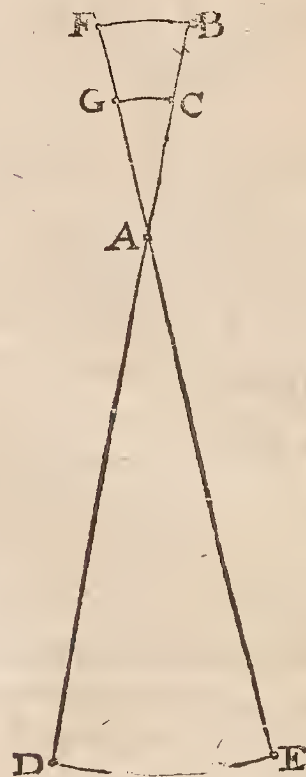
ALB. GIRARD.

Si on considere bien ceste doute deduite en ceste note precedente, & ce que j'ay escrit apres le troisiesme exemple de la 7 proposition de la Statique-practique cy-devant, on verra aisement la solution de ceste doute; car il faut distinguer l'effort fait de la main icy & là; & ce que là l'espaule du soldat patit, comme aussi icy les gencives, & le menton du cheval.

PROPOSITION III.

La plus grande hauteur de l'œil, est aussi la plus aspre.

La raison est, que par semblables attrayemens des resnes de la bride, on fait plus d'effort avec la gourmette par le moyen d'une plus grande hauteur de l'œil, qu'avec une petite. Car par exemple, soit A B une une hauteur d'œil plus grande que A C, & que leurs diverses touches d'œil soyent B, C, ayans une mesme branche A D: D'avantage par l'attraction des resnes, soit la touche de boulon D parvenuë en E, & les touches des yeux, comme B viendra en F, & C en G, descrivans les arcs C G moindre, & B F plus grand; car comme C A à A B, ainsi C G à B F; parquoy la gourmette à l'œil B (de la plus grande hauteur) fait plus d'effort qu'à l'œil C, combien que ce soit avec une mesme attraction des resnes; & partant cause plus d'aspreté. Quant à ce qu'on pourroit douter, comment il seroit possible d'agir plus (l'agent estant en D) par une longue extremité A B de levier, qu'avec une moindre, & qui semble estre contraire aux regles de la Statique: La raison de cecy est manifeste par la solution de semblable doute en la note precedente.

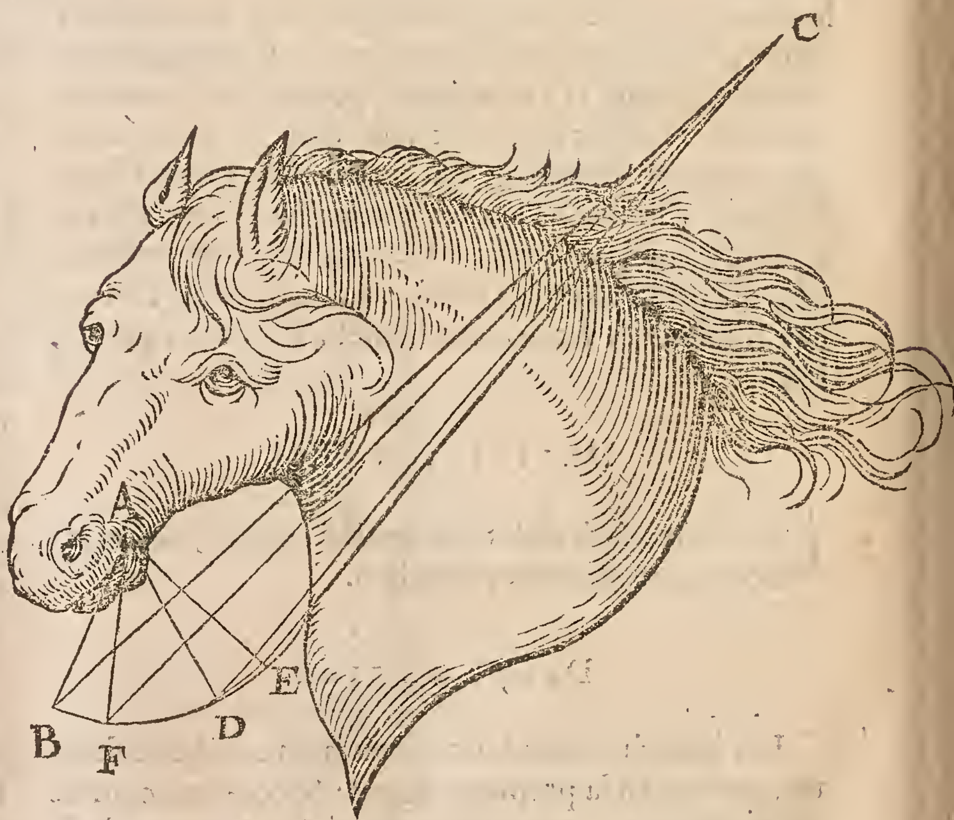


Conclusion. La plus grande hauteur d'œil donc, est aussi la plus aspre: ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION IV.

La touche de boulon plus esloignée de la poictrine du cheval cause plus d'aspreté.

Le donné. Soit A l'axe du mords, A B une branche, B C les resnes de la bride, B la touche du boulon; D'avantage soit A D une autre branche egale à A B; D C l'une des resnes, D la touche du boulon, plus pres de la poictrine du cheval que B.



Le requis. Il faut demonstrer que la touche de boulon B la plus esloignée de la poictrine du cheval, cause plus d'aspreté que D.

Prepa-

Preparation. Soit sur le poinct A, comme centre, descrit l'arc B D E de l'intervalle A B : puis par l'attirement des resnes soit l'une des touches de boulon B parvenue en F; & l'autre D en E par le mesme attrayement, assavoir que les arcs B F, D E soyent egaux.

DEMONSTRATION.

D'autant que B C est plus longue que F C, d'autant la main en C, s'eleve plus haut, estant la touche du boulon en F, qu'en B; semblablement, d'autant que D C est plus longue que E C, d'autant la main en C, s'eleve plus haut estant la touche du boulon en E, qu'en D: mais E C differe plus de D C, que non pas F C de B C: Et partant autant qu'il y a de difference entre lesdites deux differences, d'autant s'eleve plus la main en tirant la touche D en E, que non pas de B en F; mais le mouvement ou l'arc B F est egal au mouvement ou à l'arc D E, par la preparation: parquoy la main en C va plus haut en mouvant la touche D, que B, en les faisant mouvoir egalement; Et par consequent, si la main tiroit egalement haut, elle feroit plus mouvoir B, que D; mais faisant plus mouvoir B, elle fait aussi plus mouvoir l'œil, & consequemment la gourmete, que ne fait pas le petit mouvement de D vers E. Il s'ensuit donc finalement, que la main s'elevant egalement en tirant B, & D, qu'elle fera plus mouvoir la gourmete en tirant B, qu'en tirant D, & consequemment qu'elle forcera plus le cheval, selon la proposition.

NOTEZ I.

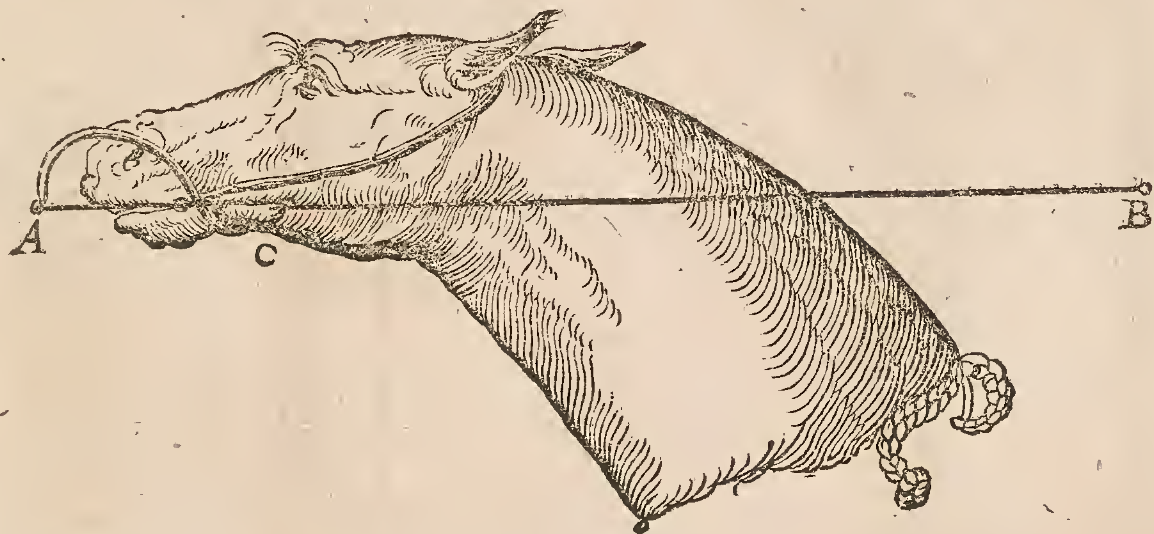
Veu que l'angle A D C est moins oblique que A B C, lequel est fort aigu, ce qui fait que la main agit plus sur la branche A D que sur A B, par le corollaire de la 24 proposition du premier livre de la Statique. Ce qu'on estimeroit faire contre ce qui a esté demonstré, n'estoit que la solution se peut faire comme en la note de la 2 proposition, assavoir que ce n'est pas qu'on demande qu'elle force fait la main C, mais bien en haussant egalement, quelle aspreté est la plus grande en B ou en D.

NOTEZ II.

Joignant la cause d'aspreté mentionnée, celle-cy se trouve encor, que la touche de boulon plus loing de la poictrine, cause plus d'aspreté en ce qu'on peut mouvoir d'avantage, qu'estant plus pres, d'autant que les entrechaisnes venans contre la poictrine du cheval l'attraction des resnes, & l'aspreté aussi finissent, (estant besoing d'autant de mouvement.)

NOTEZ III.

Il arrive que quelques chevaux se despestrent de l'effort de la bride en levant la teste enhaut, comme la figure presente le monstre : tellement qu'on ne les peut regir; mais ils courrent où ils veulent, & comme si c'estoit à bride avalée; ce qui semble estre contre la regle precedente, pource que la bride devroit estre plus aspre, puis que les branches ou touches de boulon,



sont plus esloignées de la poictrine. Aquoy on respond que quand les resnes A B sont bandées, & sont paralleles à la ligne imaginaire qui passe par la touche du boulon A & le pole du mords C, comme la figure le monstre, alors l'attraction des resnes ne peut causer aucun mouvement à la hauteur de l'œil, ny elever la gourmette, & par consequent il n'y a nulle aspreté; voire quand on tireroit de force le mords vers soy, cela ne cause point l'aspreté mentionnée, veu que si A estoit un peu plus elevé, alors tant plus on tireroit, & tant plus la gourmette seroit lasche; tellement que c'est une exception de la proposition.

PROPOSITION V.

L*Es gourmettes les plus courtes sont aussi les plus aspres.*

Il faut sçavoir, que la ponction du mords commence lors que la gourmette commence à presser le menton: Ce qui monstre assez clairement le contenu de la proposition, d'autant que tant plus la gourmette est longue, & à tant plus grand espace la main se doit elever; tellement que par un mesme haussement de main les plus courtes gourmettes seront les plus aspres : ce qu'il falloit demonstrer.

NOTEZ.

Nous avons dit cy-devant en la 5 proposition, que la ponction du mords commence lors que la gourmette commence à presser le menton, toutefois il y des chevaux qui sentent bien quelque autre ponction, voire mesme des mords sans gourmette, selon qu'ils sont tendres de bouche, ou à cause de la façon des mords dont les uns sont plus rudes que les autres, mais il n'y a point de regle à une chose si irreguliere, & de si peu de certitude.

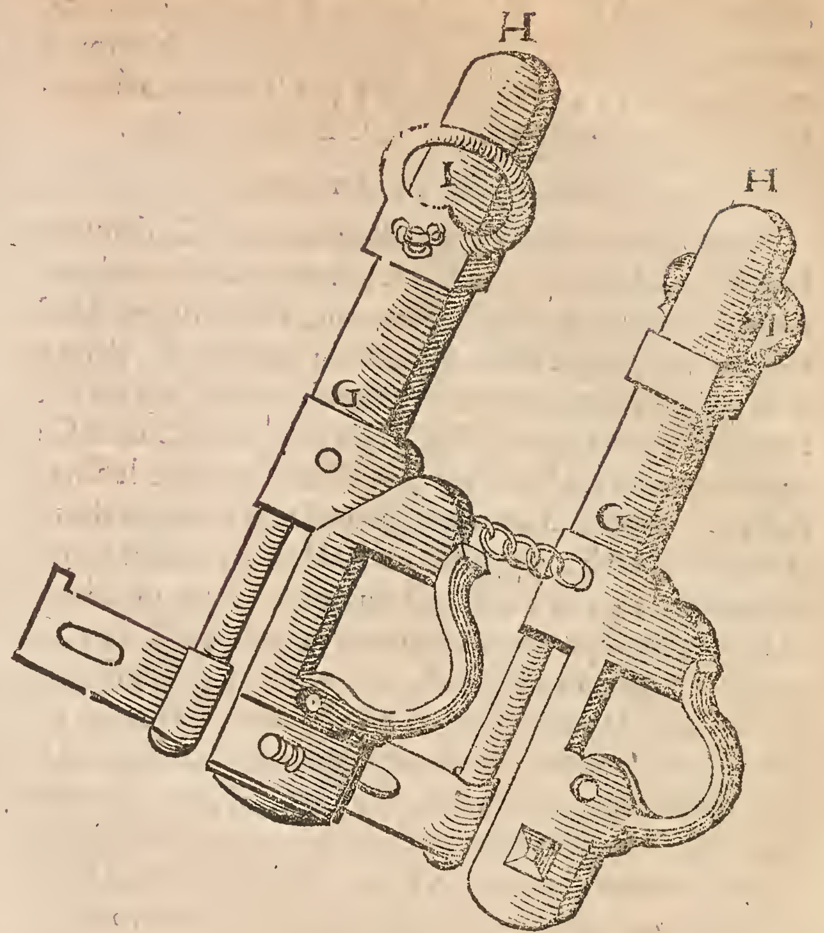
PROPOSITION VI.

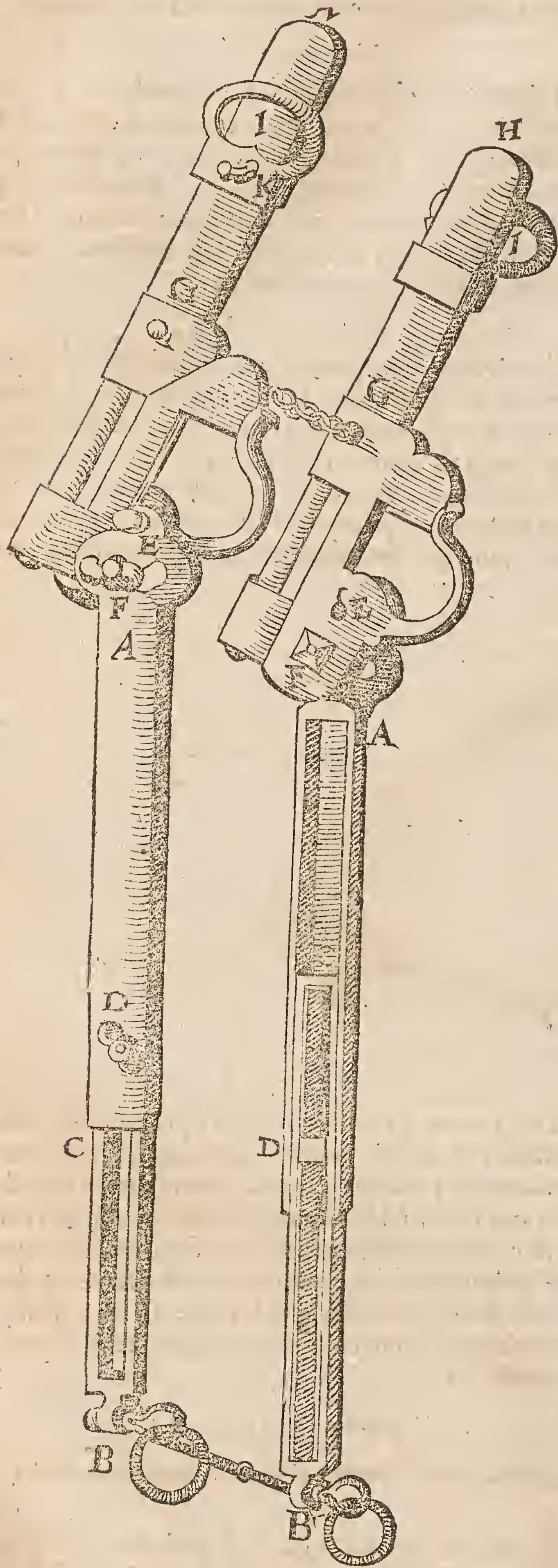
F*Aire une bride d'espreuve, & par icelle une bride ordinaire.*

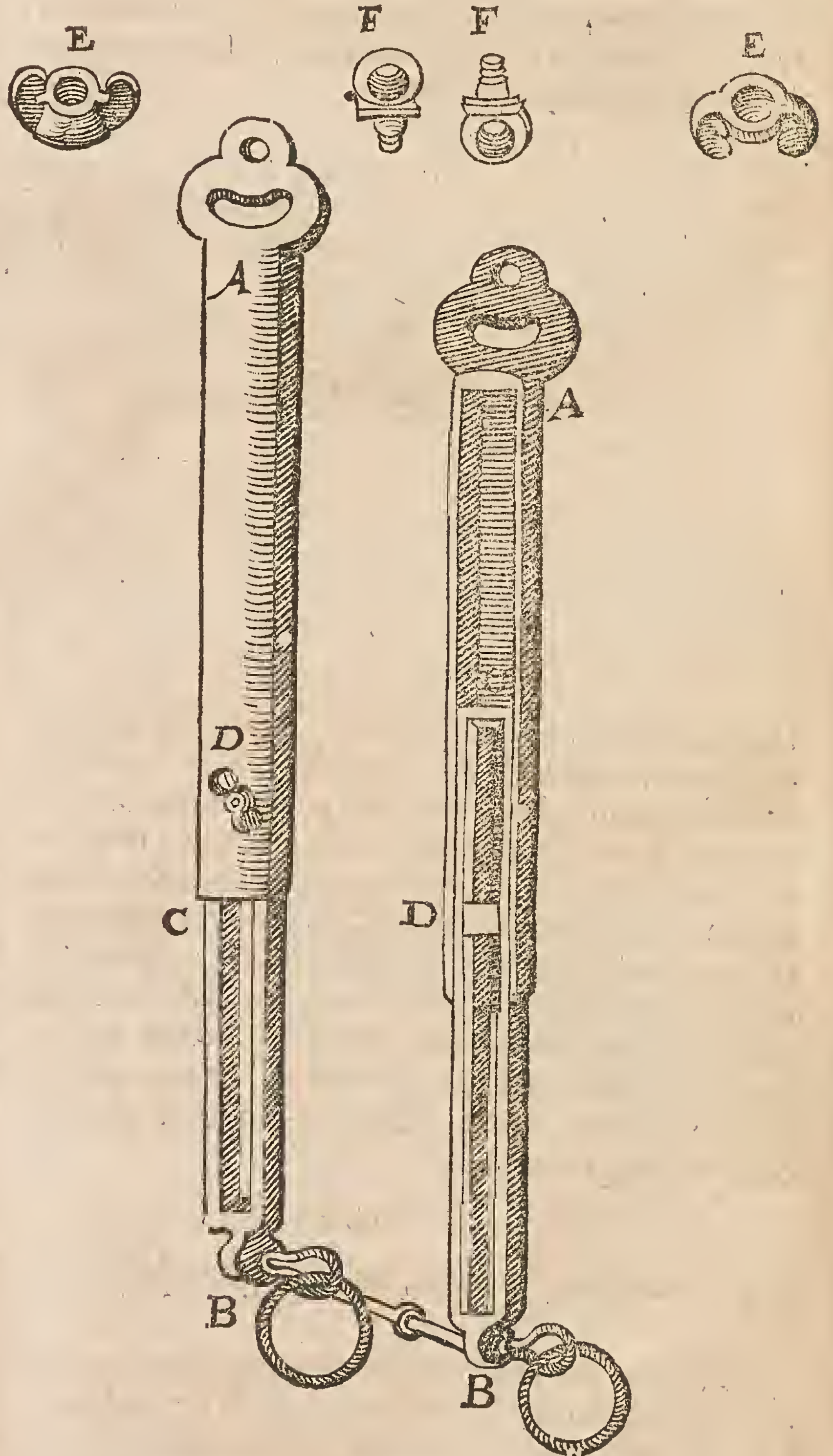
Nous avons declaré ce que c'estoit de bride-d'espreuve en la 17 definition : nous parlerons icy de la façon d'icelle, comme elle est pourtraite en la figure suivante, où A B denotent les deux branches, lesquelles se peuvent raccourcir & allonger par le moyen de pieces coulantes C B, qu'on peut affermir par les vis D : lesquelles branches tournent sur un essieu E, pour faire un tel angle avec la partie superieure qu'on voudra, avec les vis F pour les retenir, les parties superieures G H sont

 d'espes-

d'espesseur uniforme, de la plus grande longueur qu'on mette en usage. Les yeux I se peuvent poser où l'on voudra, coulans le long de HG, & une vis K pour les retenir : Tellement que les parties superieures & inferieures se peuvent faire longues ou courtes, comme on veut.







Nous avons descrit jusques icy la construction de la bride d'espreuve, en son total; les pieces conjoinctes; mais pour plus ample declaration nous parlerons des pieces en particulier, les lettres demeurants comme devant.

Voicy la figure de celle que SON EXCELLENCE a fait faire, laquelle il trouva en effect fort propre : toutefois si on trouvoit moyen de la rameliorer, il est raison que celle-cy cede alors.

DE

De la construction d'une bride, par le moyen de la bride d'espreuve.

Ayant adapté le mords à la bride d'espreuve, selon que le cheval le doit avoir, on agencera les branches & les parties superieures de telle longueur qu'on cuide qu'elles doivent estre; on verra s'il y faut faire quelque changement, lequel peut advenir au tout, ou en l'une des ces quatre parties, assavoir changement en la longueur des branches, ou en la longueur des parties superieures, (c'est la hauteur de l'œil) ouverture de l'angle de touche, ou à la longueur de la gourmette, ce qui se peut faire aisement avec grande certitude sans desbrider le cheval, voire sans descendre d'iceluy: Finalement ayant trouvé ce qu'on requiert, on ostera la bride d'espreuve, & on en fera une de service, avec tel ornement, figure, parures, & coudes qu'on voudra, pourveu seulement que les trois poincts principaux demeurent, faisans un tel angle, & telles longueurs comme à la bride d'espreuve; aussi que les entrechaisnes gourmette, & mords viennent de mesme comme devant: ce qu'estant ainsi, la bride de service viendra à propos & fera les mesmes effects que la bride d'espreuve, comme SON EXCELLENCE a aussi trouvé par experience.

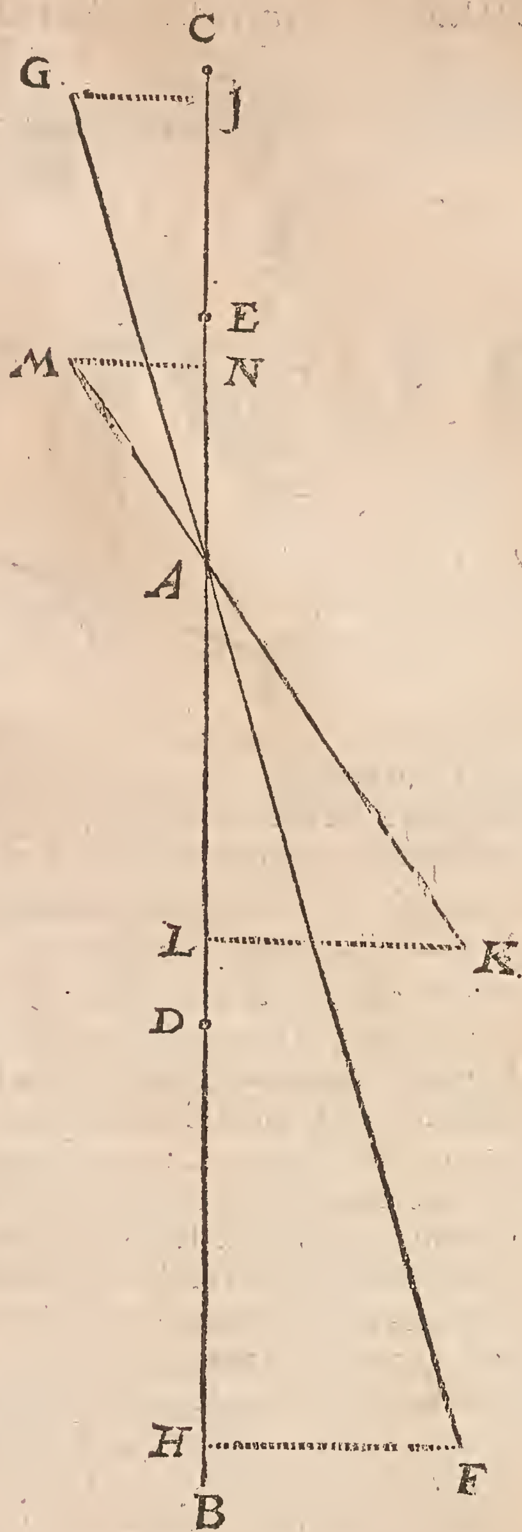
Certains escrivans de ceste maniere, font des brides où l'on peut mettre diverses branches de diverses manieres de coudes, les unes plus courbes que les autres; mais la touche du boulon venant tousiours au mesme lieu, les coudes plus ou moins courbés ne font aucune alteration, comme il a esté dit en la premiere proposition: Ou bien pour dire autrement, la touche de boulon venant à un autre lieu, alors la curvité majeure ou moindre des branches, n'est pas la cause du changement qu'on trouve au regime des chevaux, veu que c'est le changement de place de la touche de boulon: D'où procede que faute de cognoistre les causes, on trouve telle difficulté, & que peu se trouvent qui puissent bien façonner les parties de la bride.

Conclusion. Nous avons donc fait une bride de service par le moyen de la bride d'espreuve, selon le requis.

NOTEZ.

Quelqu'un se rememorant la qualité des pesanteurs de toutes les sortes, pourroit dire que quand par egale attraction de la main, on fait mouvoir egalement la gourmette, soit par des branches longues ou courtes, comme il pourroit advenir, que neantmoins il s'ensuit une mesme aspreté. Et pour deduire cecy plus clairement, faisant deux brides d'angles egaux de touches, & les gourmettes aussi lasches à l'une comme à l'autre, aussi les branches & hauteurs des yeux proportionelles, toutefois plus courtes en l'une qu'en l'autre; la gourmette aura autant de mouvement en l'une qu'en l'autre, avec attraction egale de la main, & par consequent une mesme aspreté: ce que je declareray par une figure, comme s'ensuit.

Le donné. Soit A B une longue branche, A C directement à icelle soit une longue partie superieure, & A D une branche courte, & A E sa partie superieure courte: & que E A à A D soit en mesme raison, comme C A à A B: Soit aussi A F egale à A B, & F H perpendicle à A B; comme aussi G I; semblablement A K egale à A D, ainsi que la perpendicle K L soit egale à F H; item A M (production directe de A K) egale à A E, & M N perpendicle à B C: Ce qu'estant ainsi, alors si on attire B en F la boucle, ainsi que F A soit la distance de l'attraction; & D de la branche courte en K, & L K distance de l'attraction; & semblablement le reste comme en la figure C en G; &c. alors F H & L K sont tenues pour les attractions de la main aux resnes, pource qu'elles y



sont egales, & I G, M N, pour l'attirement des gourmettes, comme y estant aussi egales: Ce qu'estant ainsi, il faut demonstrer que G I & M N seront egales, d'où s'ensuit qu'il y aura une mesme aspreté, cōme il a esté dit.

DEMONSTRATION.

Les triangles A K L, A M N sont semblables; & partant

Comme K A à A M, ainsi K L à M N.

Les triangles A F H, A I G sont semblables; & alors,

Comme F A à A G, ainsi F H à G I.

Mais F A à A G, ainsi K A à A M: parquoy

Comme K A à A M, ainsi F H à G I.

Et pource que F H & K L sont egales par l'hypothese.

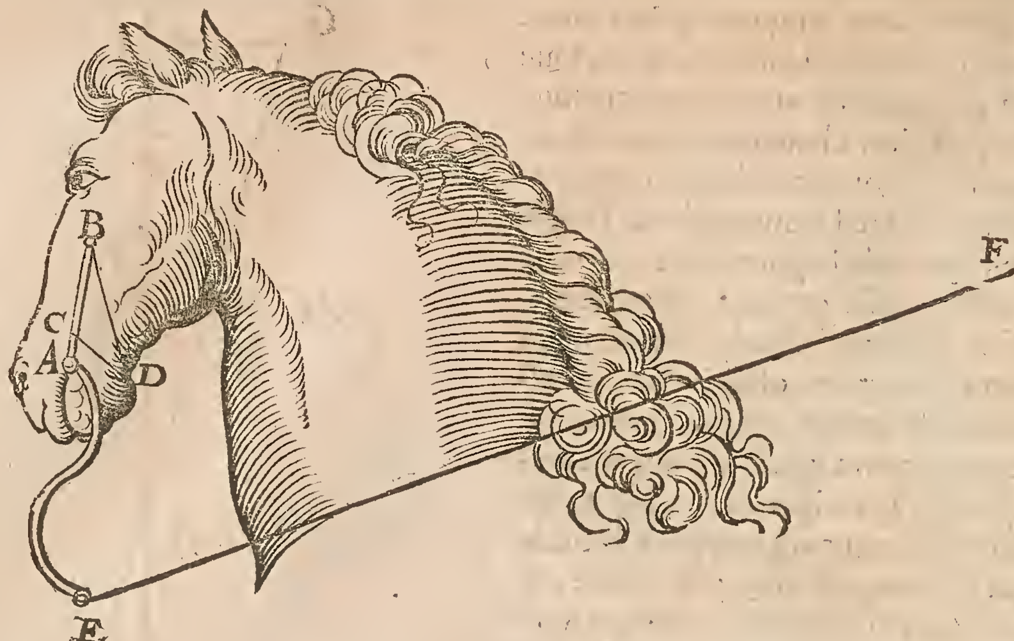
Comme A K à A M, ainsi K L à G I.

Tellement que G I & M N les quatriesme termes proportionaux des mesmes trois, assavoir de M N en la premiere proportion & G I en ceste derniere, & partant seront egales.

Or les gourmettes estant ainsi egalement attirées, d'où l'on pourroit penser contre raison qu'elles causent des aspretez egales; ce que nous deduirons icy un peu amplement.

L'experience monstre, comme aussi quelques uns escrivent, que les parties superieures longues, font lever

la teste à quelques chevaux plus que les courtes : Dont SON EXCELLENCE tient que la raison est telle. Soit A B une grande partie superieure, & A C une moindre, & BD, CD leurs gourmettes, desquelles BD fait que l'angle A B D est plus serré que l'angle A C D ; & partant la gourmette C D presse le menton plus directement que B D, laquelle B D presse en elevant, ce qui fait que le cheval voulant eviter ceste ponction,



leve la teste en haut : Ce qu'aucuns pourroyent penser estre general à tous chevaux ; ce qui toutesfois repugne à l'experience, & entre autre à ce qu'escrit le Sieur *de la Brouë* au troisiesme livre duquel l'inscription est telle ;

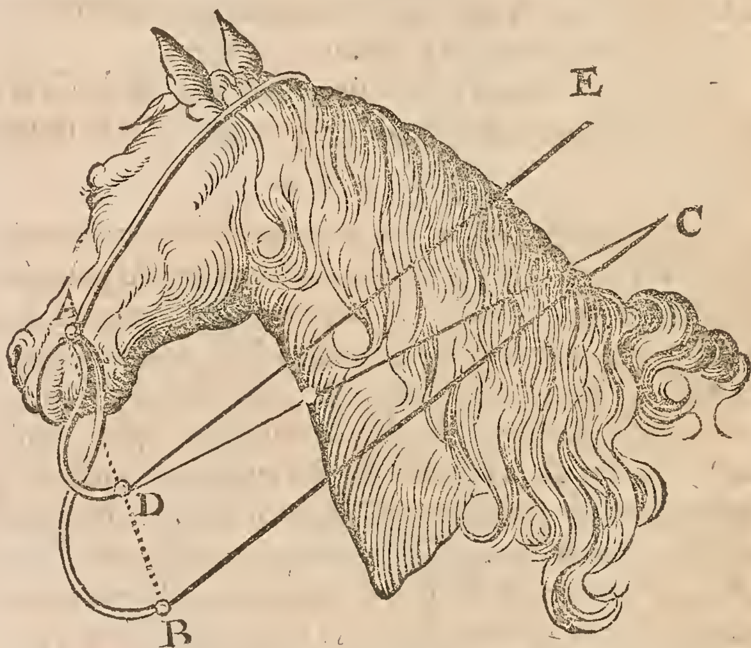
Occasions pour lesquelles on doit faire l'œil de la branche plus haut ou plus bas que la mesure ordinaire.

J'ay aussi ouy affermer à SON EXCELLENCE, qu'elle, avoit trouvé par experience, que le rallongement de la partie superieure faisoit baisser la teste à d'aucuns chevaux, & la faisoit hausser à d'autres : Ce qu'elle alors, comme plusieurs, trouvoient estrange: mais considerant cela puis apres plus exactement par l'aide de la Statique trouva que la cause est telle, en ce que les ponctions du mords, & de la gourmette, sont contraires, en ce que par le mords pressant sur les gencives d'embas, fait baisser la teste au cheval qui veut eviter ceste ponction ; & celle de la gourmette pressant au dessous du menton luy fait lever la teste enhaut, lesquelles choses venant en mesme temps, alors la ponction plus grieve cause plus d'effect en cela: Car quelques chevaux sont tendres de gencive & rudes de menton ; & les autres au contraire tendres au menton, & durs de gencive, d'où s'ensuit que par le rallongement de la partie superieure (laquelle cause aspretés comme il a esté dit en la 3 proposition) un cheval haussera la teste un autre la baissera : Mais pour en parler generalement, tout prolongement de partie superieure est plus idoine à faire lever la teste que l'abaisser comme dit est, combien que le contraire puisse advenir pour eviter plus grande conponction, és gencives.

Desquelles choses se pourroit conclure, qu'és chevaux, lesquels tiennent la teste assez haut, & qui n'ont les gencives trop tendres, on pourroit se servir de parties superieures courtes, avec une gourmette plus serrée ; d'autant plus que les longues superieures, & gourmette plus lasche, tirant fort tout d'un coup le mords & la gourmette gastent plus la bouche d'un cheval, que les courtes parties superieures, & gourmette serées, lesquelles à l'instant de l'attraction sont plus douces, & toutefois donnent puis apres autant d'aspreté. Aussi que les gourmettes trop longues, comme B D, glissent plus aisement de la prise du menton, qui causeroit que le cheval n'auroit nulle contrainte à quoy les courtes, comme CD, ne sont subjettes.

Notez encor que n'estant contraint de choisir des longues parties superieures, pour faire lever la teste du cheval, (ce qui advient lors qu'il n'est pas plus tendre és gencives qu'au menton) on pourra prendre des parties superieures fort courtes & les branches au mieux qu'on pourra, puis apres augmenter ou diminuer l'aspreté à son plaisir, par le raccourcissement ou rallongement de la gourmette.

Et d'autant que SON EXCELLENCE a sondé ces proprietez bien avant, je descriray encor icy quelques autres inegalitez entre les brides susdites, avec des branches & parties superieures proportionelles.



Soit à ceste fin A B une longue branche, & A D une courte, (leurs resnes BC & DE) proportionelles à leurs parties superieures. Combien que ces deux brides causent les aspretez egales, toutesfois il appert que la main qui attire ne demeureroit en mesme lieu ; car tirant B, elle sera alors en C, & tirant en D, elle devra estre en E (pour faire que la susdite egalité demeure) ainsi que D E soit parallele à B C ; autrement attirant D vers C, la ligne C D fait un autre angle à A D, que DE ; ce qui cause du changement, assavoir moins d'aspreté en C qu'en E.

Fin de l'aspreté des freins.

CINQUIES-



CINQUIESME VOLUME

TRAITANT

DE L'OPTIQUE.

ARGUMENT DE L'OPTIQUE.

NOus descrirons trois livres de l'Optique : Le premier de la Scenographie : Le deuxiesme des Elemens Catoptriques : Le troisiesme des Refractions.

ALB. GIRARD.

Le troisiesme livre, qui traite des Refractions, ne se trouve pas, & n'a esté imprimé cy-devant.

PREMIER LIVRE DE L'OPTIQVE,

De la Scenographie, dite vulgairement Perspective.

AU LECTEUR.

SON EXCELLENCE *s'exerçant souventefois à tirer des plans, & profils de forteresses, lesquelles il ordonnoit és Provinces de son Gouvernement, a trouvé utile de s'exercer aussi en la troisiesme espece, à sçavoir en l'ombragement, dit autrement Scenographie, & principalement en celuy des païsages, avec citez, rivieres, chemins, & bois situez en iceux, pour par cela plus facilement, l'occasion se presentant, declarer aux autres son intention, il se servit à ceste fin pour instructeurs, des plus adroits peintres qu'il peut trouver. Mais pource que l'accourcissement des lignes, & changement des angles, se faisoient à l'œil, & comme par conjecture, il ne s'en est (combien qu'il peut avoir son usage utile) contenté, ains a voulu designer une figure proposée ombrageable parfaitement par cognoissance des causes, & avec sa demonstration Mathematique. Or depuis quelques années ença, ayant descrit pour moy une* Architecture, *à l'exercice de laquelle, selon la commune opinion de plusieurs, & singulierement celle de* Vitruve *au second chapitre de son premier livre, est profitable à l'Architecte, la cognoissance Scenographique, j'examinay plus amplement qu'auparavant divers Autheurs traitans de ceste matiere, & en fis selon mon style une description, laquelle* SON EXCELLENCE *ayant veu, & corrigé les imperfections, lesquelles communement se trouvent és premieres inventions, ayant aussi parfaitement entendu la reigle generale pour enombrer toute chose proposée ombrageable, & enombrageant à son contentement, j'ay adjousté ceste description à ses* Memoires Mathematiques, *pour les raisons amplement deduites au commencement de ceste œuvre.*

ARGUMENT.

OUtre six theoremes servans de fondement & demonstration à la chose, seront descrits 8 problemes, desquels le premier est la 5 proposition de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable donné dedans le pavé, avec le vitre à angle droit sur le pavé. La 6 proposition de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable donné dessus le pavé, avec le vitre à angle droit sur iceluy. La 9 proposition de l'invention de l'ombre d'ombre d'un poinct ombrageable donné à angle oblique sur le pavé. La 10 proposition de l'invention d'un poinct ombrageable donné, le vitre estant parallele avec le pavé. En la 11 proposition on y trouve par les propositions precedentes l'ombre de toute figure ombrageable donnée. Puis s'ensuit en la 12, 13, & 14 proposition, l'invention de l'œil de certaines ombres données, pour les voir en leur perfection. Mais pour declarer plus ouvertement l'ordre precedent par dichotomie, nous en descrirons encores ceste table :

Au traicté de cest ombragement se cerche
- l'ombre des poincts ombrageables, le vitre estant sur le pavé
  - *à angle droit, là où on trouve l'ombre d'un poinct ombrageable*
    - *dedans le pavé en la 5 proposition.*
    - *dessus le pavé en la 6 proposition.*
  - *poinct à angle droit, à sçavoir*
    - *à angle oblique en la 9 proposition.*
    - *avec le pavé parallele en la 10 proposition*
  - Et par tous ces precedens, on trouve l'ombre d'une figure ombrageable donnée à la 11 proposition.
- *la place de l'œil, pour voir en perfection l'ombre donnée d'une figure ombrageable en la 12, 13, & 14 proposition.*

Le reste des propositions estant theoremes, servent de fondement & demonstration aux problemes susdits.

ADVERTISSEMENT A CEUX QUI SE VEULENT ADDONNER à la practique de la Scenographie ou de l'ombragement.

D'Autant qu'au traicté suivant de l'ombragement, se rencontrent plus de propositions & descriptions qu'il n'est besoin pour la practique d'ombragement, servantes de declaration aux causes, & demonstration qu'iceluy ombragement mechanique, produit le vray ombre de l'ombrageable : S'ensuit qu'il pourroit estre difficile à ceux qui veulent ombrager en effect, d'en choisir ce qui proprement, & seulement leur sert pour l'actuel ombragement : Pour ceste fin nous disons icy, que celuy qui voudroit tout croire sans demonstration (ce qui ne semble convenable à un bon Mathematicien, quand mesme ce ne seroit qu'à intention d'entendre puis apres les demonstrations) ou autrement si quelqu'un, qui une fois pour tout a bien entendu les demonstrations, & se fie sur la chose, puis apres voudroit ombrer en effect, pourroit commencer premierement au deuxiesme exemple de la 5 proposition operée mechaniquement, où se monstre l'ombragement d'un poinct ombrageable dedans le pavé : Et au second exemple mechanique de la 6 proposition, l'ombragement d'un poinct ombrageable dessus le pavé, chacun avec un vitre à angle droit sur le pavé ; car par la cognoissance de l'ombragement de deux tels poincts, on vient à l'ombre de toute ligne ombrageable donnée, en quoy consiste l'entier ombragement. Mais on se souviendra des abbreviations qu'on acquiert en l'operation, declarées apres l'onziesme proposition en six membres. Quant à l'ombragement par position du vitre à angle oblique sur le pavé, ou parallele avec iceluy, tel ombragement semble rarement requis, de sorte que l'exercice d'iceluy n'est gueres necessaire pour le premier : Combien toutefois que nous en descrirons des exemples en son lieu pour la parfaite cognoissance de l'entier ombragement.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

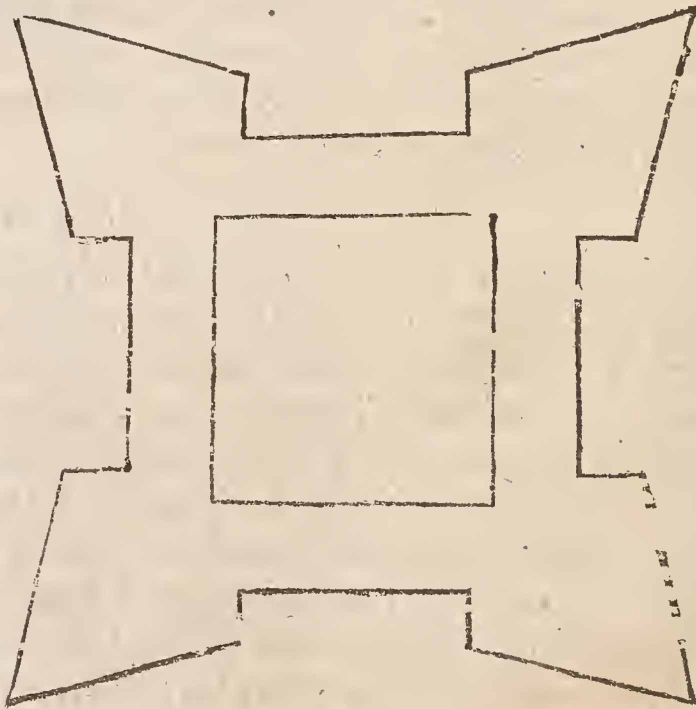
OMbragement c'est un plat pourtraict des choses haussées, aparoissant haussé.

La perspective, comme genre, a diverses especes, telles que sont Catoptrique, Ombres refractes, Astrolabes, Quadrants au Soleil, l'Ombragement, & plusieurs autres, qui ont entre eux quelque communauté au perspectif. Mais comme leurs effects tendent à diverses fins, ils requierent consequemment diverse maniere d'operation, chaque espece estant comme un art particulier distinctement nommé & descrit par ordre. Entre iceux nous nous proposons icy la Scenographie : Or pour declarer manifestement par exemple les proprietés d'icelle, posé que quelqu'un voye un edifice par un vitre net, egal, plat, & reluisant, par lequel se voyent toutes choses comme elles sont, sans variation, & si sur la figure apparoissante, laquelle proprement n'est point dedans le vitre, on marquoit une figure qui y demeureroit: Icelle figure marquée platte, & approissante haussée, seroit le vray ombragement d'iceluy edifice, veu d'icelle place. Mais parce que tels pourtraits ne sont pas tous requis sur le vitre, ou matieres transparentes, mesmement qu'on les veut avoir plus nets, qu'ils ne se pourroient faire de la sorte ; en outre que les edifices & choses lesquelles on veut pourtraire, ne sont parfois point representées en substãce devant nostre veuë, mais seulement en l'imagination, on a trouvé certaines regles, par lesquelles on peut marquer justement les ombres des choses ombrageables, avec leurs accourcissemens, allongemens, & changemens sur leur propre mesure ombrée : Or la description d'icelles, laquelle est ici nostre cõception, s'appelle Ombragemẽt.

DEFINITION II.

VN corps estant coupé avec un plan horizontal, tellement qu'en iceluy aparoissent les communes sections du mesme plan, & des plans elevez, lesquelles y sont dedans, ou de faict, ou par imagination: ceste figure apparoissante est nommée Ichnographie, ou plan.

Soient par exemple les lignes de la figure suivante, denotans les communes sections du plan horizontal, &



des

des plans elevez de l'interieure, & exterieure escarpe des rempars d'une forteresse, avec quatre boulevarts, sur un champ plan, & egal.

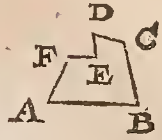
Ceste figure s'appelle Ichnographie, ou plan, qui vaut autant à dire, que pourtraict du fondement, sur lequel on veut bastir quelque chose, comme icy les rempars.

Mais pource qu'en iceluy on ne voit encores la hauteur, mesure, & forme d'iceux rempars elevez, il y a une troisiesme espece de pourtraicture de ceste qualité.

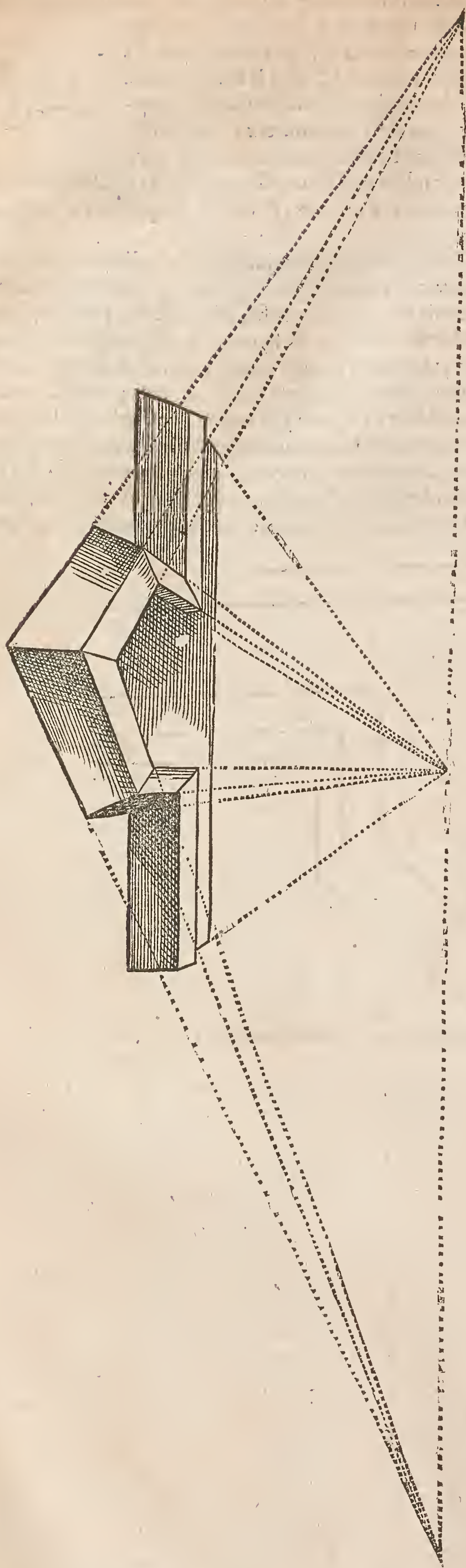
Definition III.

VN corps estant coupé avec un plan à angle droit sur l'horizon, de sorte qu'au mesme plan apparoissent les communes sections d'iceluy, & des superfices, lesquelles actuellement ou par imagination le coupent : ceste figure apparoissante s'appelle Orthographie, Profil, ou Relief.

Soit pour exemple le rempart, lequel on feint sur le plan de la 2 definition, coupé avec un plan à angle droit sur l'horizon, & les sections qu'en font les autres plans, sont telles : A B section du plan horizontal, B C section du plan de l'escarpe exterieure, C D section dn vertice, D E section du plan du parapet, E F section du plan de l'allée, F A section du plan de l'escarpe interieure : Or le plan comprins en ces lignes, comme A B C D E F, est nommé Orthographie, Profil, ou Relief, d'autant que c'est une pourtraicture dressée debout. Et comme nous avons mis icy l'exemple d'une forteresse, s'entendra le semblable aussi des autres structures, & choses, lesquelles on peint, ou enombre.



Mais pour parler maintenant de la difference, & proprietez des susdites trois especes de pourtraicture, il faut sçavoir que plan & profil, sont idoines pour par iceux bastir une structure de figure, & mesure requise: Comme par exemple, si quelqu'un dit qu'il veut bastir un fort de telle forme & grandeur que les figures precedentes demonstrent, on peut par icelles (l'eschelle y estant adjoustée, selon la coustume) parvenir à son desseing: Mais non pas ainsi avec la figure ombragée, parce qu'elle n'a point les lignes, & angles proportionaux avec le requis; Mais elle a ceste proprieté, qu'elle demonstre pourquoy



le fort estant fait, il apparoit ou apparoistra à la veuë. Il faut aussi sçavoir que le plan & profil sont necessaires au parfait ombragement: Par exemple, comme SON EXCELLENCE voulut enombrer un certain boulevart, rempli entierement de terre, sur une courtine droite, il se proposoit le plan icy comme A, duquel les ouvrages elevez, comme rempars, & parapets y venants dessus, sont denotez par le profil B; en outre C denote le pied, sur lequel est imaginée une ligne, comme ligne de spectateur, egale à CD, & à angle droit sur le pavé, (ce qui est icy sur le plan de la fueille) & au bout de ceste ligne estoit la place de l'œil en l'air, d'où il voulut qu'on vist le boulevart, & suivant ceste position il en fit le present ombragement, lequel tiré de son pourtraict fut taillé en bois, & imprimé comme on voit icy à costé. Mais pour mettre l'œil devant l'ombre sur sa deuë place, dont l'invention est enseignée cy-devant, on imagineroit sur le poinct F une ligne droite egale à C, & à angle droit sur le plan de la fueille; Car au bout d'icelle appliqué l'œil, on voit l'ombre en sa perfection,

DEFINITION IV.

Nous nommons l'ombrageable, selon lequel se fait l'ombragement: Et iceluy ombragement achevé, son ombre.

Comme un poinct, ligne, superfice, ou corps, selon lequel se fait l'ombragement, est nommé en general l'ombrageable, & en particulier, poinct ombrageable, ligne ombrageable, superfice ombrageable, corps ombrageable: Mais l'ombragement fait selon chacun d'iceux, s'appelle leur ombre.

DEFINITION V.

Pavé est le plan, sur lequel est dressé, ou git une figure ombrageable.

DEFINITION VI.

Oeil c'est un poinct, qu'on pose faire l'office de l'œil voyant.

DEFINITION VII.

Ligne de Spectateur, c'est une ligne droite de l'œil jusques au pavé, & son extremité dedans le pavé se dit pied.

Puis que la ligne perpendiculaire de l'œil, jusques au pavé sur lequel est dressé un edifice, ou figure ombrageable, a similitude avec la longueur du Spectateur, elle est appellée ligne de Spectateur, & son extremité dedans le pavé se nomme aussi pied, pour la similitude qu'elle a avec iceluy.

DEFINITION VIII.

Mesure de Spectateur, c'est une ligne egale à la ligne de Spectateur.

D'autant que la vraye ligne du spectateur est dressée sur le pavé, par la 7 definition, & que pour imiter cecy proprement, il faudroit marquer sur les fueilles des livres prinses comme pavé, des lignes dressées sur le plan d'icelles fueilles, ce qui difficilement se pourroit faire, & avanceroit bien peu la doctrine; il est souvent necessaire de marquer sur le plan de la fueille la longueur de telle ligne, laquelle n'estant point la propre ligne du Spectateur mesme, ains seulement la mesure d'icelle, nous la nommons mesure de Spectateur.

DEFINITION IX.

Vitre, c'est un plan infini entre l'œil, & la figure ombrageable, dedans lequel on pose que l'ombrageable represente son ombre.

Veu qu'au lieu du vitre, dont nous avons parlé en la note de la 1 definition, on feint un plan, dedans lequel on pose apparoistre l'ombre de l'ombrageable, ce plan pour le distinguer d'autres plans, est nommé vitre.

DEFINITION X.

Vitrebase, c'est la commune section du vitre, & du pavé.

DEFI-

Definition XI.

R*Ayon c'est la ligne droite procedante de l'œil.*

Definition XII.

P*Oinct de conjonction, est celuy dedans lequel se conjoignent les ombres prolongées de diverses lignes ombrageables droites & paralleles.*

Les lignes ombrageables droites & paralleles estant prolongées, ne se peuvent assembler par la 35 definition d'*Euclide*, mais bien leurs ombres prolongées, quand elles ne sont paralleles de leur ombrageable, comme il sera declaré en la 3 proposition. Or la conjonction d'icelles se dit poinct de conjonction.

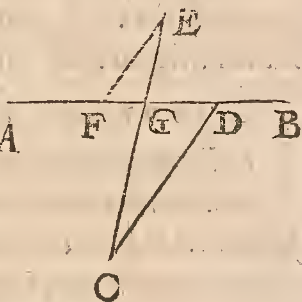
Definition XIII.

E*T telles lignes, lesquelles s'assemblent ainsi au poinct de conjonction, sont appellées lignes de conjonction.*

Definition XIV.

V*Ne ligne droite tirée dedans le pavé du pied jusques à la vitrebase, se dit ligne de pavé: & son attouchement dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.*

Soit par A B denotée la vitrebase, C le pied, duquel est tirée la ligne droite C D jusques à la vitrebase, icelle C D s'appelle ligne de pavé, & son attouchement D dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.



Definition XV.

E*Stant d'un poinct ombrageable donné au pavé, tirée une infinie parallele avec la ligne de pavé: la section d'icelle en la vitrebase, nous la nommons section premiere de la vitrebase.*

Soit E dedans la figure de la 14 definition un poinct ombrageable, duquel est tiré un plan infini E F parallele avec D C, coupant la vitrebase A B en F, icelle section F nous nommons premiere section de la vitrebase.

Definition XVI.

E*Stant d'un poinct ombrageable donnée au pavé, tiré une ligne droite jusques au pied: la section d'icelle en la vitrebase, nous nommons section seconde de la vitrebase.*

Soit en la figure de la 14 definition, du poinct ombrageable donné E, tiré la ligne droite E C de E jusques au pied C, coupant la vitrebase A B en G, icelle section nous la nommons secõde section de la vitrebase.

PETITIONS.

Petition I.

Q*Ve le poinct naturel ombrageable, son ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, soient en une ligne droite.*

Un poinct naturel ombrageable, son ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ne sont necessairement en une ligne droite, d'autant que nous ne voyons aucune chose essentielle, ains tant seulement l'ombre d'icelle, possible sur une autre place, ce qui se prouve ainsi: Quelqu'un pressant de costé son œil, fait que ce qu'il voit, recule bien loing de la place, ou il le voyoit sans presser: Et combien qu'aucuns ayent la veuë telle, qu'ils ne puissent appercevoir ce changemẽt qu'à grand' peine, voire point du tout; aucuns neantmoins le voyent tres-bien. Je l'ay trouvé en effect exceder 33 degrez, car aussi grand estoit l'angle entre les deux ombres, l'une veuë de l'œil presse; l'autre du libre: Mais la vraye chose demeure en sa place, pourtant ce qui s'esloigne tant de son lieu, n'est pas la chose essentielle mesmes, ains seulement l'ombre d'icelle: Laquelle ombre estant avec son ombre dedans le vitre naturel, & l'œil naturel, en ligne droite, certes la vraye chose estant veritablement comme dit est, à un autre lieu, ne peut avec les autres deux estre en ligne droite. De là s'ensuit que quand par le mot, *poinct ombrageable*, on entendoit l'ombre veuë du poinct essentiel, qu'alors le poinct ombrageable, son ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, seroient en une ligne droite, sans que de cela il faut quelque petition. Mais d'autant que pour le present autre est l'opinion vulgaire, nous avons voulu demander cecy pour n'estre reprins de ceux qui cy-apres pourront mieux entendre la chose.

Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer à ce que nous avons dit cy-devant, que quand l'œil est libre sans pressement, qu'alors l'ombre veuë couvre justement la matiere essentielle, & sont ensemble comme une mesme chose; dequoy s'ensuit qu'en tel regard avec le mot poinct ombrageable, estant entendu le poinct naturel ombrageable, qu'iceluy avec son ombre dedans le vitre, & l'œil, sont en une ligne droite, sans qu'il en faille faire demande. Sur cecy on respond, que plusieurs yeux non pressez, voyent l'ombre à une autre place que là où est la chose essentielle, comme les yeux des louches qui voyent deux choses pour une, ou ceux qui sont seulement louches d'un œil: Et combien que certains yeux moins louches, apperçoivent moindre difference entre l'ombre & la chose essentielle, & les yeux du tout droits nulle; neantmoins considerant que de la parfaite droiture ne se peut faire parfaite preuve, (car deux yeux de semblable disposition peuvent avoir chacun vice à la veuë, sans toutefois que pour cela ils voyent deux ombres pour une) si semble-il que la demande est assez fondée en raison. Notez encore que par diverses autres occasions que par l'œil, les ombres reculent de leur chose essentielle, comme celles qu'on presume voir dedans l'eau; car oncques homme ne vit non seulement dedans l'eau quelque chose essentielle, mais aussi ne vit la mesme ombre, laquelle il en peut voir en l'air, mais une autre à une autre place: Ce qui appert en cela, qu'un jetton, ou autre chose, gisent sur le fond d'un vase vuide, de sorte qu'on ne puisse voir le jetton, ou pour parler plus proprement l'ombre d'iceluy jetton, à cause du bord du vase, & que plus on remplist le vase avec de l'eau, on void le jetton comme il semble manifestement: Mais ce n'est point le jetton essentiel, ni aussi l'ombre qu'on peut voir en l'air, mais une autre ombre causée par l'eau. Et de mesmes se comportent les lumieres celestes, les ombres desquelles se voient sur l'horizon, devant que les lumieres essentielles soient dessus, ce qui est une autre ombre causée par les vapeurs aerieuses. On trouve plusieurs autres divers changemens de ces ombres comme par le feu, par vitres obliques, & autres matieres reluisantes comme miroirs: Mais puis que le traicté de telles choses se rapporte plus proprement aux catoptriques, nous l'avons adjousté là & obmis icy.

Petition II.

Q*V'un poinct, ligne, ou plan ombrageable, donné au vitre, serve aussi pour son ombre.*

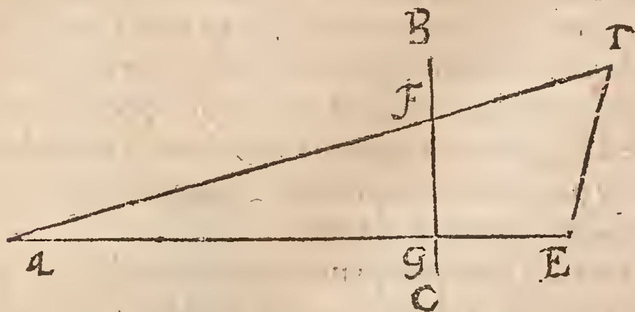
S'ENSUIVENT LES

PROPOSITIONS.

Theoreme I. Proposition I.

La ligne droite entre deux ombres des poincts ombrageables, est ombre de la ligne droite ombrageable entre les mesmes deux poincts ombrageables.

Le donné. Soit A l'œil, la ligne droite B C le vitre veu de costé, D & E deux poincts ombrageables, & D E la ligne droite entre deux soit la ligne ombrageable:

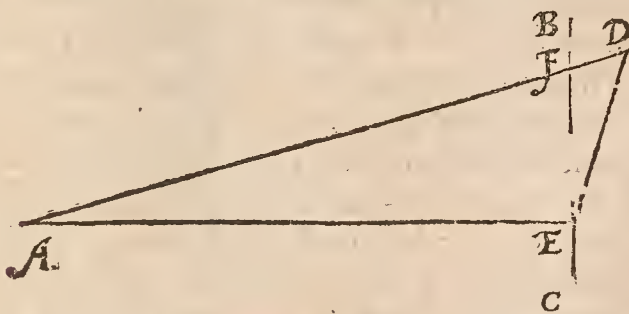


Puis tirant les lignes A D, A E, elles transpercent le vitre en F & G, lesquels sont par la premiere petition ombres des poincts ombrageables D & E.

Le requis. Il faut demonstrer que la ligne F G est ombre de l'ombrageable D E.

DEMONSTRATION.

Comme le poinct ombrageable D, a pour ombre F, & le poinct ombrageable E pour ombre G; ainsi faut-il manifestement que tout poinct ombrageable entre D & E, aye son ombre entre F & G, & par consequent la ligne F G est ombre de l'ombrageable D E.



Mais si l'un des poincts ombrageables, comme E, estoit posé dedans le vitre comme icy joignant, il sera par la deuxiesme petition son ombre propre, & F E sera manifestement ombre de D E.

Conclusion. La ligne droite donc entre deux poincts ombrageables, est ombre de la ligne droite ombrageable entre les mesmes deux poincts ombrageables; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme II. Proposition II.

Les lignes paralleles ombrageables, estant veuës par le vitre qui est parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre sont aussi paralleles.

Quand le vitre n'est point parallele avec les lignes paralleles ombrageables, leurs ombres n'y apparoissent point paralleles, comme il sera demonstré en la 3 proposition: Mais que le contraire advienne quand le vitre est parallele avec les lignes ombrageables, nous le demonstrerons icy.

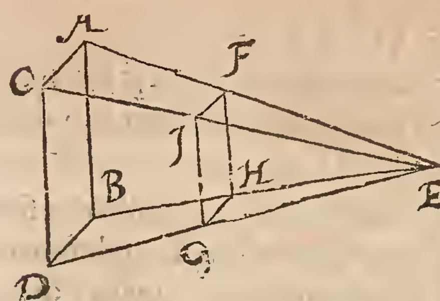
Le donné. Soient A B & C D deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, & par F G tende le vitre parallele avec les deux paralleles A B & C D.

Le requis. Il faut demonstrer que les ombres de A B & C D sont pareillement paralleles dedans le vitre.

Preparation. Soient tires les deux lignes A C, B D, & les quatre rayons E A, E B, E C, E D, comprenans la pyramide E A B D C, & transperçans le vitre en H, F, I, G.

DEMONSTRATION.

Que F H soit ombre de l'ombrageable A B, & I G de C D, appert par la premiere proposition. Mais qu'icelles deux ombres F H, I G soient aussi paralleles se demonstre ainsi: D'autant que la pyramide E A B D C est coupée avec un plan H F I G parallele de la base A B C D, il



faut que la section soit semblable à la mesme base A B C D: Partant F H G I est semblable à A B C D, dedans lequel F H estant homologue avec A B, & I G avec C D, estant en outre A B avec C D pareillement parallele, faut que H F soit aussi avec G I parallele.

Conclusion. Les lignes paralleles ombrageables doncques estant veuës par le vitre qui est parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre sont aussi paralleles; ce qu'il falloit demonstrer.

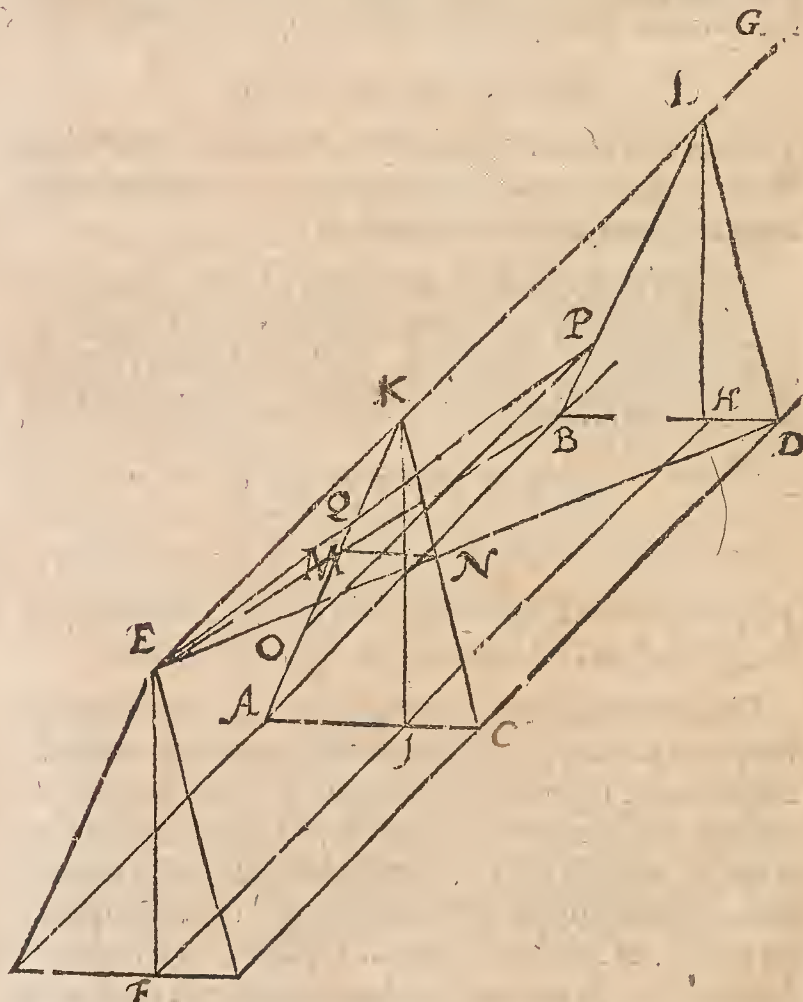
CONSEQUENCE.

Il appert par le precedent, qu'un plan ombrageable parallele du vitre, donne tousiours une moindre ombre semblable au plan ombrageable.

Theoreme III. Proposition III.

Les lignes paralleles ombrageables estant veuës par le vitre qui n'est parallele avec les paralleles, & leurs ombres estant prolongées en iceluy, elles conjoignent en un mesme poinct du rayon qui est parallele avec l'ombrageable parallele, & icelles ombrageables estant pareillement paralleles avec le pavé, leur poinct de conjonction vient aussi haut dessus le pavé comme l'œil.

Le donné. Soyent A B & C D deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, F le pied, entre lesquels est tirée la ligne de spectateur E F, & hors de l'œil E l'infinie E G parallele avec A B denotant un rayon: Plus, la ligne F H parallele avec A B coupant A C en I, & tou-



chant B D en H: Puis I K avec H L toutes deux paralleles & egales avec F E, & soit par A C K tiré un vitre qui n'est

n'eſt point parallele avec les paralleles AB & CD, deſquelles la vitrebaſe ſoit AC; & les ombres des lignes ombrageables AB, CD apparoiſſantes dedans le vitre infini ſont AM, CN, par la 1 propoſition.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'icelles AM, CN eſtant prolongées, conjoindront en un meſme poinct du rayon EG, à ſçavoir en K (qui eſt par la 12 definition le poinct de conjonction) auſſi haut deſſus le pavé, comme l'œil.

Preparation. Soit par les trois poincts E, A, B, tiré un plan infini ; pareillement un plan infini par les trois poincts E, C, D.

DEMONSTRATION.

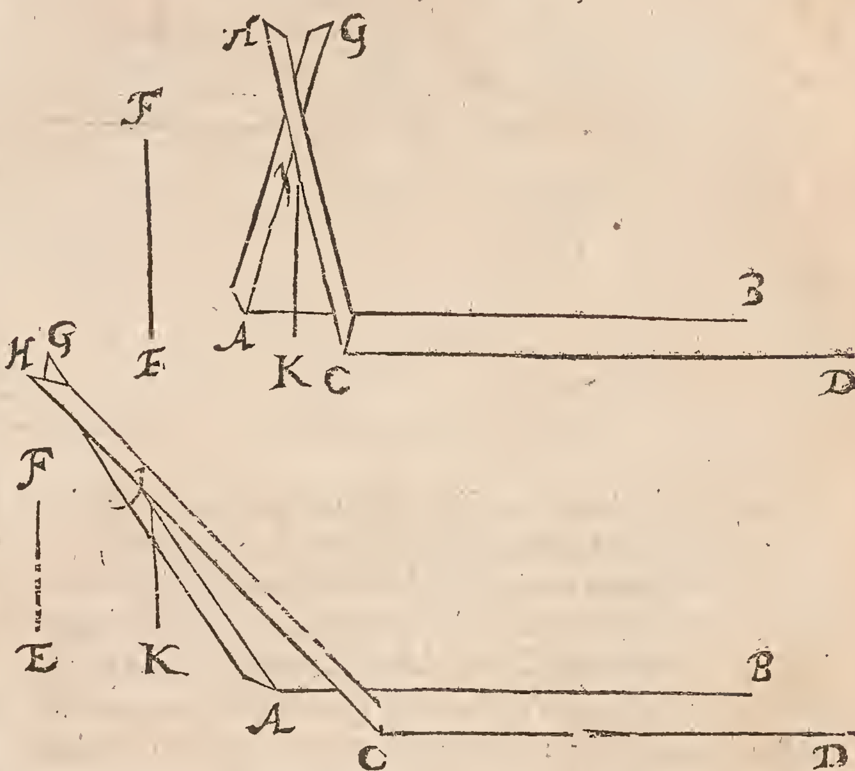
D'autant que les deux plans infinis par EAB & ECD s'entrecoupent au poinct E, il faut que leur ſection ſoit parallele avec AB ; Pourtant EG eſt neceſſairement commune ſection d'iceux plans. Ce qu'eſtant ainſi, les quatre poincts E, A, B, L, ſont tous en un meſme plan, comme ſont auſſi en un meſme plan les quatre poincts E, C, D, L. Apres, pource que AM eſt ombre de la ligne ombrageable AB, laquelle par le donné eſt veuë de l'œil E, il faut que AM ſoit au meſme plan où eſt AB : Mais AB eſt au plan infini par EAB; pourtant AM eſt auſſi au meſme plan : Elle eſt auſſi dedans le vitre infini par le donné, pourtant la ligne prolongée AM touche la ligne EL (entant que commune ſection des deux plans) en K : Mais que la prolongée CN doive pareillement venir juſques au meſme poinct K, ſe demonſtre ainſi : CN eſt (pour les raiſons qui ſont declarées de AM) dedans le plan infini par ECDL, pareillement dedans le vitre infini ACK; pourtant la prolongée CN doit rencontrer en quelque endroit la commune ſection EG des deux plans infinis : Soit, s'il eſtoit poſſible, en quelque poinct entre K & G, ou entre K & E : Mais tous tels poincts ſont hors le vitre, pourtant la ligne droite CN eſtant dedans le vitre, & droitement prolongée, viendroit à s'eſtendre dehors le vitre, ce qui eſt impoſſible. Mais ſi elle vient plus haut ou plus bas que la ligne EG, elle devroit courir hors le plan infini ECDL, ce qui pareillement ne ſe peut faire. AM doncques & CN eſtans prolongées, ſe conjoignent en un meſme poinct du rayon EG. Quant à ce que le poinct de conjonction K, vient auſſi haut deſſus le pavé que l'œil E, appert en ce que KI & EF ſont paralleles, entre les paralleles EK, FI.

Nous avons demonſtré juſques icy que les ombres AM, CN eſtant prolongées, ſe conjoignent en un meſme poinct, & ce de deux lignes ombrageables AB, CD, leſquelles giſent dedans le plan ABCD : Mais pour declarer la generalité de la propoſition ſur toutes paralleles auſſi en un autre plan, ſoit prolongée une ligne ombrageable OP parallele avec AB, mais deſſus icelle AB en un autre plan que ABCD, & eſtant le poinct O, je prens, en AM; & P en LB : Puis ſoit tirée EP coupant AK en Q. Ce qu'eſtant ainſi, il eſt notoire que comme AM eſt ombre de AB, qu'ainſi il faut que OQ pareillement ſoit ombre de OP. Mais que le meſme OQ prolongée s'aſſemble auſſi au poinct de conjonction K, eſt manifeſte.

Conclusion. Les lignes doncques paralleles ombrageables, eſtant veuës par le vitre qui n'eſt parallele avec les paralleles, & leurs ombres eſtans prolongées en iceluy, ſe conjoignent en un meſme poinct du rayon qui eſt parallele avec les ombrageables paralleles, & icelles ombrageables eſtans pareillement paralleles avec le pavé, leur poinct de conjonction vient ſi haut deſſus le pavé comme l'œil; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

Si quelqu'un vouloit voir en effect, comme meſmes SON EXCELLENCE a fait, le contenu du precedent theoreme, pourra faire ainſi : Il tirera deux lignes paralleles avec de la croye, cordes tenduës, ou choſes ſemblables, ſur un pavé uni horizontal : Leſquelles deux lignes paralleles ſont denotées avec AB, CD; Puis EF ſignifie la longitude de la ligne du Spectateur, de laquelle F denote l'œil du Spectateur; plus ſont dreſſees deux regles de bois ſur les paralleles, comme la regle AG, & CH, ſe croiſant reciproquement au poinct I; de ſorte que le meſme poinct I eſt de telle hauteur deſſus le pavé comme l'œil F, ainſi que IK eſt egale avec EF. Ce qu'eſtant ainſi, il verra que la ligne fiducielle AI, vient droitement devant AB, & CI devant CD : Ce qui ſe trouve ainſi en toutes diſpoſitions droites ou obliques où on met les regles, voire & ſi la ligne perpendiculaire ne tombe de I juſques à K entre les deux paralleles, mais autre part loing de la, comme en la ſeconde figure. On verra auſſi qu'encore qu'il ſeroit poſſible



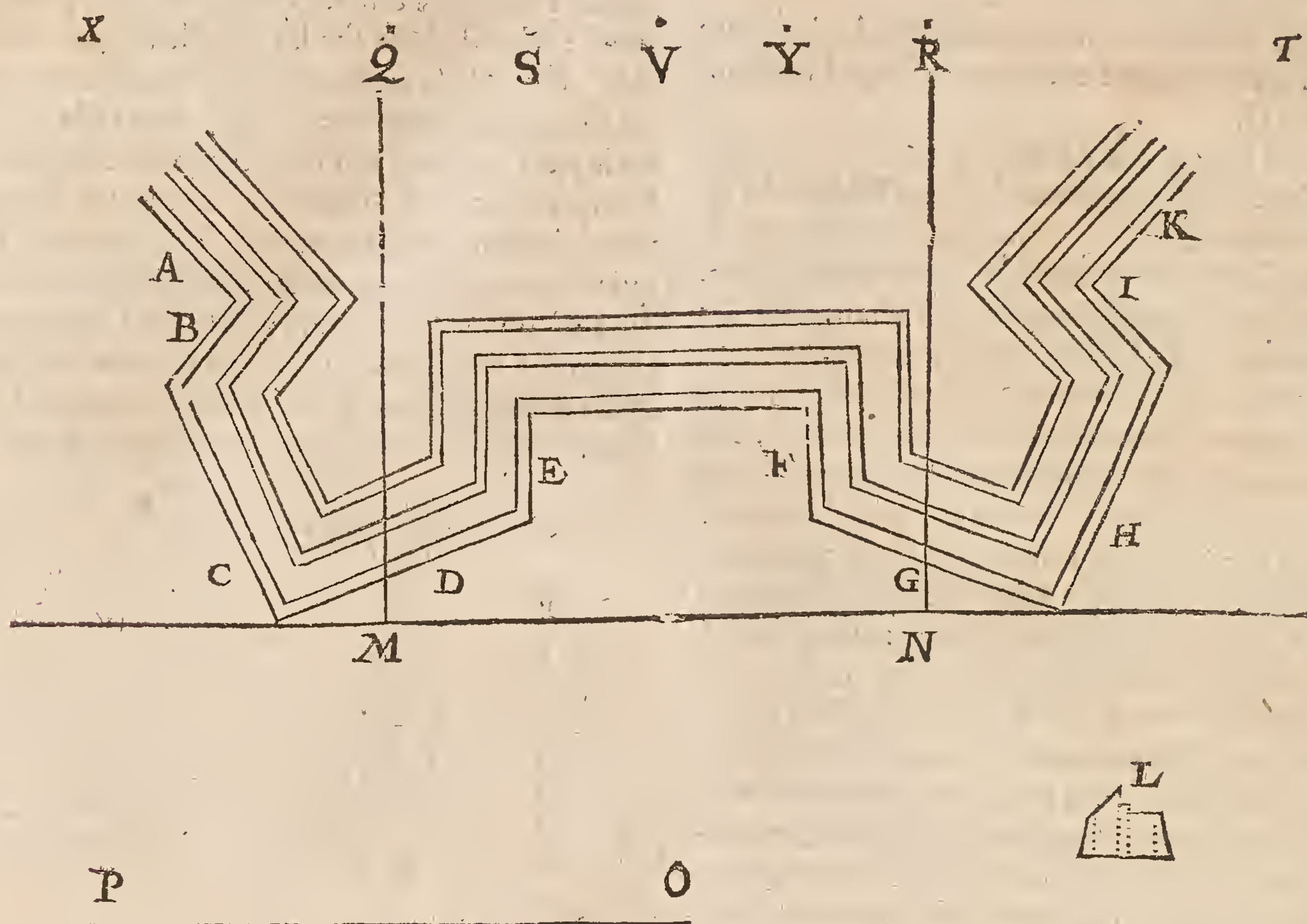
de prolonger infiniment les deux ombrageables paralleles AB, CB, qu'elles s'accorderoient nonobſtant avec la ſuſdite ligne fiducielle, & demeureroient couvertes ſous icelle. Mais ſi on avance le poinct du croiſement I, plus haut ou bas que l'œil du ſpectateur F, ou qu'autrement qu'on mette l'œil de coſté de I, ainſi que la ligne droite de F juſques I ne ſoit parallele avec AB, il eſt impoſſible de voir accorder icelles lignes fiducielles toutes deux enſemble ſur les ſuſdites paralleles. Cecy eſtant ainſi entendu, & qu'on ſe propoſe par imagination, que les deux lignes fiducielles AI, CI ſoient apparoiſſantes en un vitre, comme ombres prolongées de AB, CD, on voit comment leur conjonction ſe fait ſur un meſme poinct, qui eſt au poinct de conjonction, auſſi haut deſſus le pavé comme l'œil. En ceſte ſorte on trouve auſſi le meſme, mettant les regles ſur autres lignes ombrageables paralleles avec AB, és plans plus haut ou bas que le plan ABDC. Deſquelles choſes les cauſes ſont mathematiquemét demonſtrées en la ſuſdite 2 propoſit.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

Estans diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres : Leurs divers poincts de conjonction ſont tous egalement hauts deſſus la vitrebaſe.

Le

Le donné. Soit ABCDEFGHIK le plan de la partie d'un fort regulier dedans le cercle inſcriptible, ayant 8 bouleverts, deſquels ceſte partie en comprend deux, L ſoit le profil, MN la vitrebaſe, le vitre de laquelle à angle droit ſur le pavé tend par les deux poincts extremes des bouleverts, qui eſt auſſi parallele avec la grande courtine entre deux, O eſt le pied, OP meſure du Spectateur, egale à la ligne du Spectateur imaginée à angle droit ſur le pavé. Les remparts ont ſix lignes: La premiere denote l'extremité de l'eſcarpe exterieure: De là juſques à la ſeconde ligne eſt la largeur de l'eſcarpe: Juſques à la troiſieſme, la largeur du parapet: Juſques à la quatrieſme, la largeur du bancquet: Juſques à la cinquieſme, la largeur du chemin ſur le rempart: Juſques à la ſixieſme, la largeur de l'eſcarpe interieure, de laquelle on peut voir en l'orthographie ou profil L plus



manifeſte declaration. En ceſte Ichnographie ou plan ſont ſept diverſes parties de lignes droites paralleles; mais l'une partie non parallele avec l'autre. La premiere partie des douze lignes, à ſçavoir ſix de la grande courtine A, avec les ſix de l'eſpaule I, leſquelles ſont paralleles avec les lignes A, d'autant que c'eſt une partie d'un octogone regulier: La ſeconde partie des douze lignes, à ſçavoir ſix de l'eſpaule B, & ſix de la grande courtine K: La troiſieſme partie, ſix paralleles de C: La quatrieſme, ſix paralleles de D: La cinquieſme douze paralleles de E avec F: La ſixieſme, ſix paralleles de G: La ſeptieſme, ſix paralleles de H. Quant aux ſix paralleles de la grande courtine, qui ſont paralleles avec le vitre MN, leurs ombres prolongées n'ont pas de poinct de conjonction par la 2 propoſition. Sur toutes les ſuſdites lignes ſont imaginées les ombrageables egales & paralleles avec icelles, mais chacune auſſi haute deſſus le pavé comme le profil le demonſtre: Tellement qu'il y a ſept telles parties des lignes, ayant dedans le vitre qui eſt imaginé à angle droit ſur le pavé par MN ſept divers poincts de conjonction, leſquels ſont icy deſignez ſur le pavé avec Q, R, S, T, V, X, Y, auſſi loing de la vitrebaſe MN comme ils en viennent au vitre, à ſçavoir Q comme poinct de conjonction des ombres prolongées de l'ombrageable deſſus A & I: Et R poinct de conjonction des ombres prolongées des ombrageables deſſus B & K; & ainſi par ordre des autres.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'iceux ſept divers poincts de conjonction ſont egalement haut deſſus la vitrebaſe.

Preparation. Soient tirées des poincts de conjonction Q & R, deux lignes à angle droit ſur la vitrebaſe, leſquelles ſont QM, RN. Mais puis qu'elles ſont dedans le pavé auquel eſt la donnée Ichnographie, qui toutefois proprement devroient eſtre au vitre à angle droit ſur le pavé deſſus la vitrebaſe MN; prennons doncques par imagination, que ſur MN ſoit dreſſé tel vitre, & que les lignes QM, RN ſoient tournées en haut, tournantes ſur les poincts M, N, tant qu'elles ſoient à angle droit ſur le pavé dedans le vitre.

DEMONSTRATION.

D'autant que Q eſt poinct de conjonction des paralleles deſſus A & I, eſtant avec la ligne QM à angle droit ſur le pavé par la preparation, & que par la 3 propoſition le poinct de conjonction Q ſoit auſſi haut deſſus le pavé, que l'œil deſſus le pied O, qui eſt autant comme OP, il faut que QM ſoit egal à OP. Et par ſemblables raiſons on demonſtrera que RN eſt pareillement egale à OP; parquoy auſſi QM & RN ſont egales, & par conſequent les deux poincts de conjonction Q & R ſont egalement haut deſſus le pavé. Le ſemblable ſera demonſtré de tous poincts de conjonction.

Concluſion. Eſtant doncques diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Leurs divers poincts de conjonction ſont tous egalement hauts deſſus la vitrebaſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

PROBLEME I. PROPOSITION V.

Estant donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne du Spectateur: Trouver ſon ombre.

1 *Exemple par operation Mathematique.*

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, BC la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, D le pied, ſur lequel par imagination

gination nous prenons estre erigée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur D E, à angle droit sur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

Operation.

Pour le premier je tire du pied D, jusques à la vitrebase B C, la ligne de pavé D F, ainsi qu'il advient, hormis qu'au cas qu'icelle ligne de pavé soit prolongée, ne tende par le poinct ombrageable A, dequoy la raison sera declarée cy-apres.

Pour le second, de l'attouchement de la ligne de pavé F, la mesure de Spectateur F G à angle droit sur la vitrebase B C, & egale à la mesure de Spectateur D E.

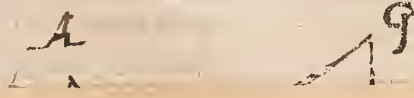
Pour le troisiesme, du poinct ombrageable donné A, la ligne A H parallele avec la ligne de pavé D F, coupant la vitrebase BC en H, comme sa premiere section.

Au quatriesme, la ligne GH, laquelle icy & au suivant je nomme ligne de conjonction, d'autant qu'elle est en l'operation de l'ombragement, ou qu'on enombre des paralleles, comme ligne de conjonction, le poinct de conjonction de laquelle G, & ayant en soy l'ombre de A H.

Au cinquiesme, la ligne du poinct ombrageable A jusques au pied D, coupant la vitrebase B C en I, comme sa seconde section.

Au sixiesme, de la seconde section I une ligne à angle droit sur la vitrebase B C, jusques à ce qu'elle rencontre la ligne de conjonction G H, qui soit en K.



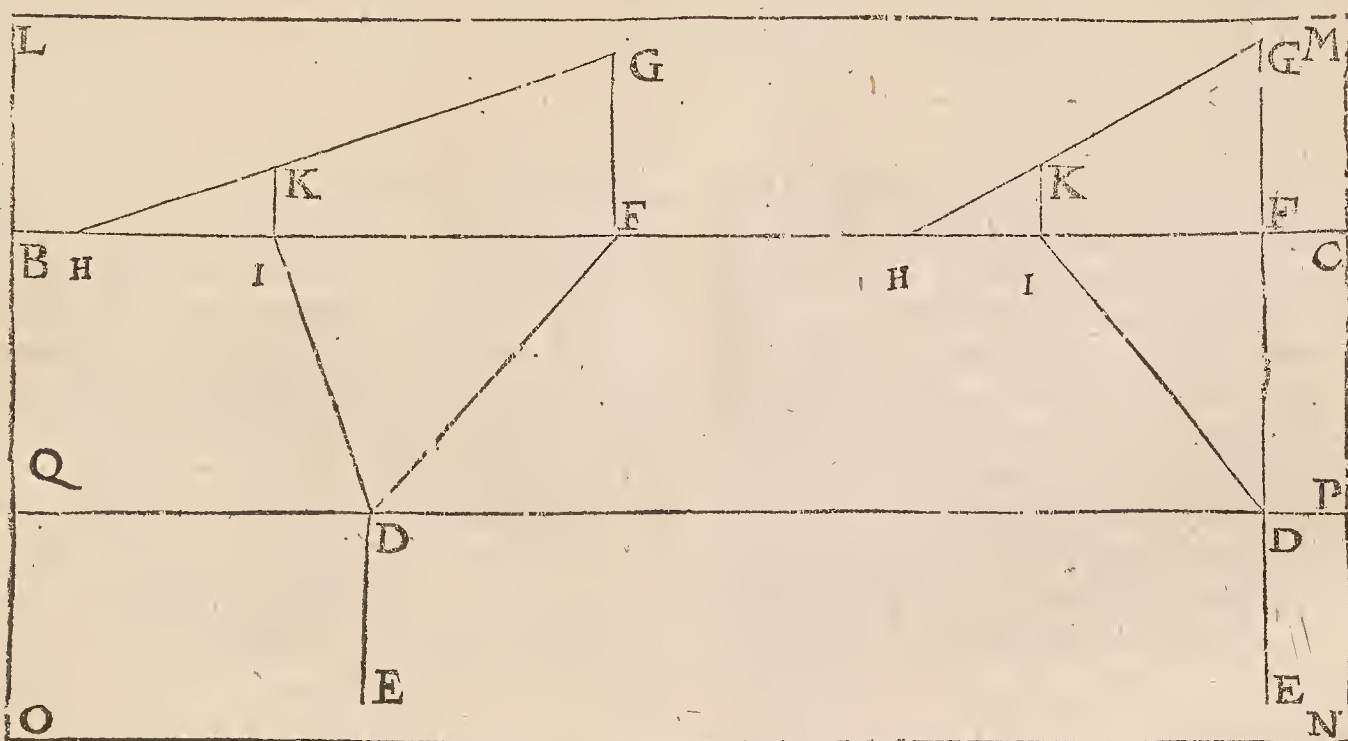


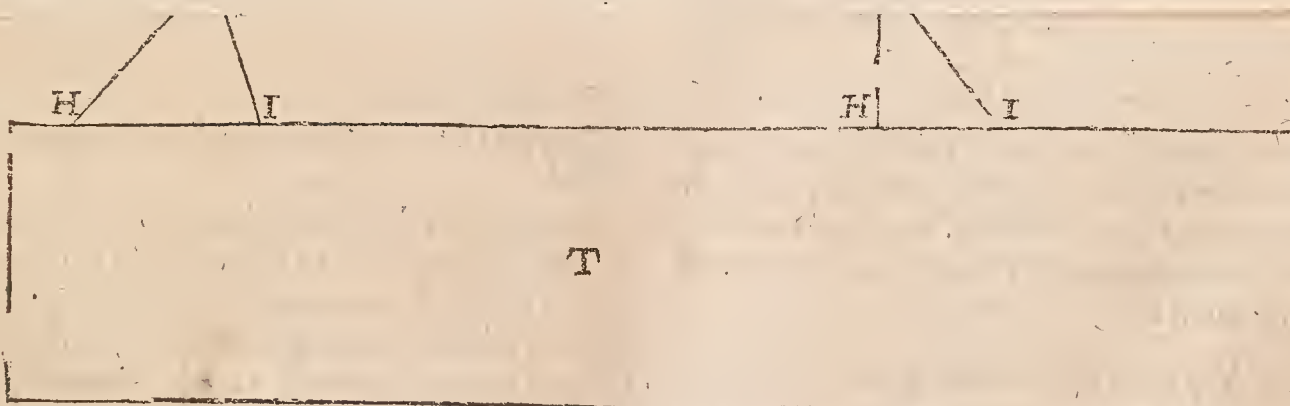
Au Relieur.

Le Relieur de livres se souviendra que ce quadrangle signé LMNO, doit estre coupé par ses quatre lignes L M, MN, N O, OL, & qu'alors le quadrangle B C P Q, se doit coller sur le quadrangle marqué T à la 529 page, du premier livre des Perspectives, mais ainsi que les deux quadrangles LMCB, P N O Q, se peuvent dresser debout, & remettre embas quand on veut.

Aenden Bouckbinder.

Den Bouckbinder sal ghedencken dat dese vierhouck gheteyckent L M N O *uytgesneden moet vvorden, door de vier linien* L M, M N, N O, O L, *en dat alsdan den vierhouck* B C P Q *gepapt moet zijn op den vierhouck geteyckent* T *inde* 529 *zijde vant eerste bouck der Deursichtige, maer also datmen de tvvee vierhoucken* L M C B, *en* Q P N O *mach recht over-eynde stellen, en vvederom alsmen vvil plat neder-leggen.*





Demonstration.

D'autant que le vitre, auquel est K, & la ligne de Spectateur D E, sont maintenant tous deux à angle droit sur le pavé par la preparation, je dis que la ligne droite de l'œil E par le vitre jusques au poinct ombrageable A transperce le mesme vitre en K comme ombre de A, qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de E jusques à G, est parallele avec D F, & D F parallele avec H A, par le troisiesme article de l'operation ; parquoy E G est parallele avec H A, & pourtant G est poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable H A

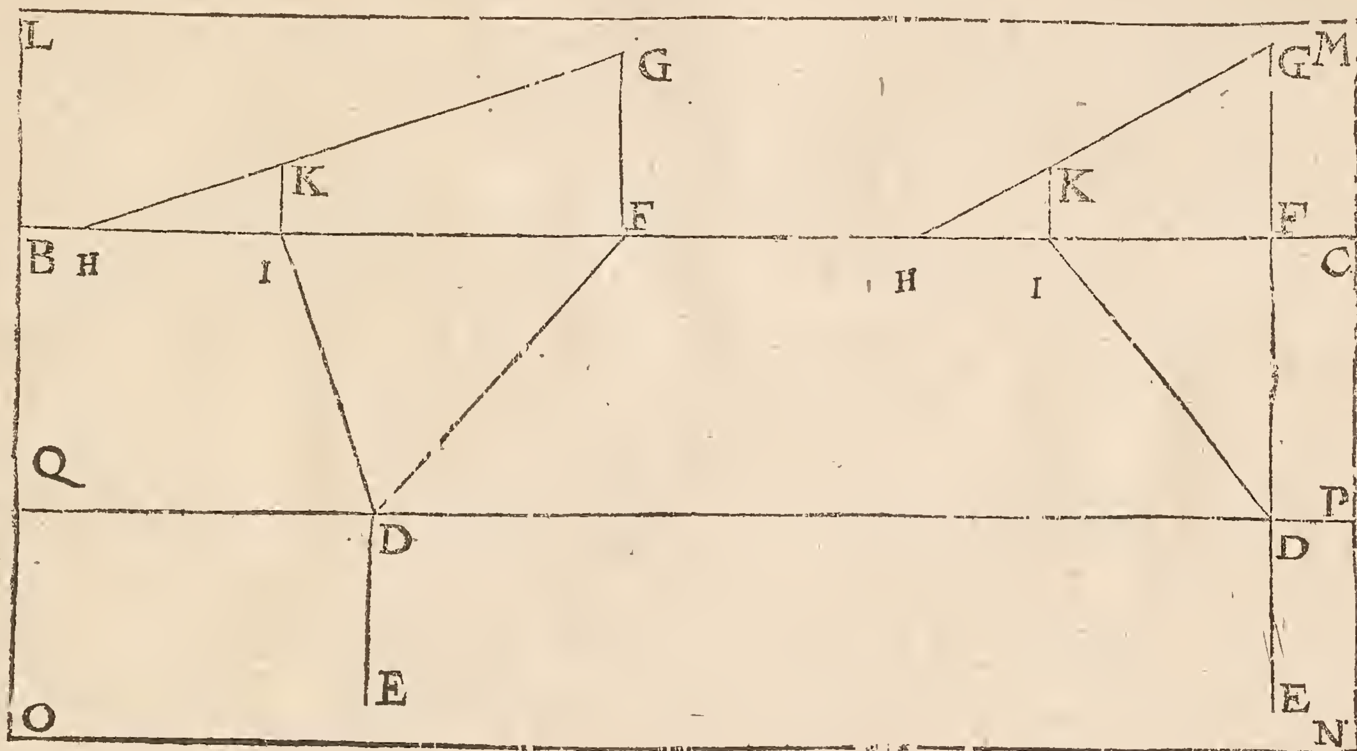
 par

AV RELIEUR.

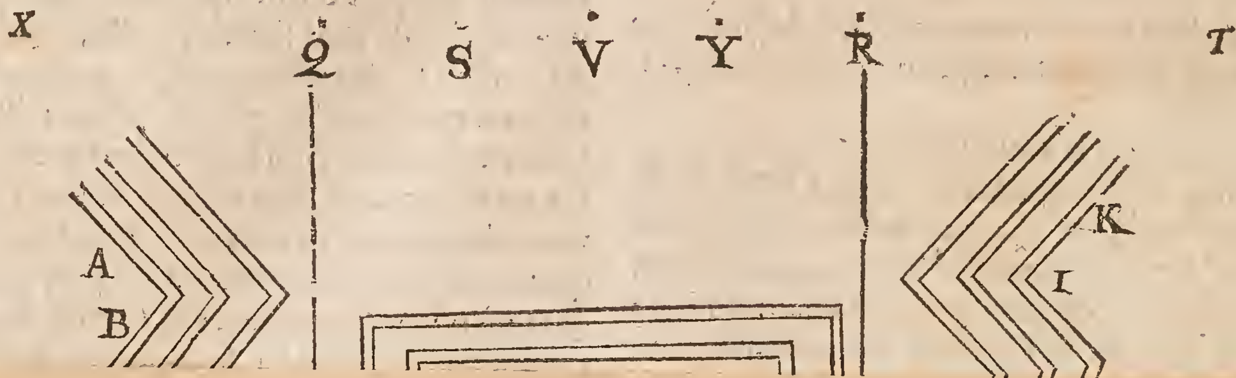
Le Relieur de livres se souviendra que ce quadrangle signé LMNO, doit estre coupé par ses quatre lignes L M, MN, N O, OL, & qu'alors le quadrangle B C P Q, se doit coller sur le quadrangle marqué T à la 529 page, du premier livre des Perspectives, mais ainsi que les deux quadrangles LMCB, P N O Q, se peuvent dresser debout, & remettre embas quand on veut.

AENDEN BOUCKBINDER.

Den Bouckbinder sal ghedencken dat dese vierhouck gheteyckent L M N O *uytgesneden moet vvorden, door de vier linien* L M, M N, N O, O L, *en dat alsdan den vierhouck* B C P Q *gepapt moet zijn op den vierhouck geteyckent* T *inde* 529 *zijde vant eerste bouck der Deursichtige, maer also datmen de tvvee vierhoucken* L M C B, *en* Q P N O *mach recht over-eynde stellen, en vvederom alsmen vvil plat neder-leggen.*



Le donné. Soit A B C D E F G H I K le plan de la partie d'un fort regulier dedans le cercle inscriptible, ayant 8 boulevєrts, desquels ceste partie en comprend deux, L soit le profil, M N la vitrebase, le vitre de laquelle à angle droit sur le pavé tend par les deux poincts extremes des boulevєrts, qui est aussi parallele avec la grande courtine entre deux, O est le pied, O P mesure du Spectateur, egale à la ligne du Spectateur imaginée à angle droit sur le pavé. Les remparts ont six lignes: La premiere denote l'extremité de l'escarpe exterieure : De là jusques à la seconde ligne est la largeur de l'escarpe : Jusques à la troisiesme, la largeur du parapet : Jusques à la quatriesme, la largeur du bancquet : Jusques à la cinquiesme, la largeur du chemin sur le rempart : Jusques à la sixiesme, la largeur de l'escarpe interieure, de laquelle on peut voir en l'orthographie ou profil L plus



ralleles avec icelles, mais chacune aussi haute dessus le pavé comme le profil le demonstre : Tellement qu'il y a sept telles parties des lignes, ayant dedans le vitre qui est imaginé à angle droit sur le pavé par M N sept divers poincts de conjonction, lesquels sont icy designez sur le pavé avec Q, R, S, T, V, X, Y, aussi loing de la vitrebase M N comme ils en viennent au vitre, à sçavoir Q comme poinct de conjonction des ombres prolongées de l'ombrageable dessus A & I : Et R poinct de conjonction des ombres prolongées des ombrageables dessus B & K; & ainsi par ordre des autres.

Le requis. Il faut demonstrer qu'iceux sept divers poincts de conjonction sont egalement haut dessus la vitrebase.

Preparation. Soient tirées des poincts de conjonction Q & R, deux lignes à angle droit sur la vitrebase, lesquelles sont Q M, R N. Mais puis qu'elles sont dedans le pavé auquel est la donnée Ichnographie, qui toute-

sont egalement haut dessus le pavé. Le semblable sera demonstré de tous poincts de conjonction.

Conclusion. Estant doncques diverses parties de lignes ombrageables paralleles, lesquelles sont aussi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres : Leurs divers poincts de conjonction sont tous egalement hauts dessus la vitrebase; ce qu'il falloit demonstrer.

PROBLEME I. PROPOSITION V.

E*stant donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne du Spectateur : Trouver son ombre.*

1 *Exemple par operation Mathematique.*

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebase, le vitre de laquelle est imaginé à angle droit sur le pavé, D le pied, sur lequel par imagination

gination nous prenons estre erigée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur D E, à angle droit sur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

Operation.

Pour le premier je tire du pied D, jusques à la vitrebase B C, la ligne de pavé D F, ainsi qu'il advient, hormis qu'au cas qu'icelle ligne de pavé soit prolongée, ne tende par le poinct ombrageable A, dequoy la raison sera declarée cy-apres.

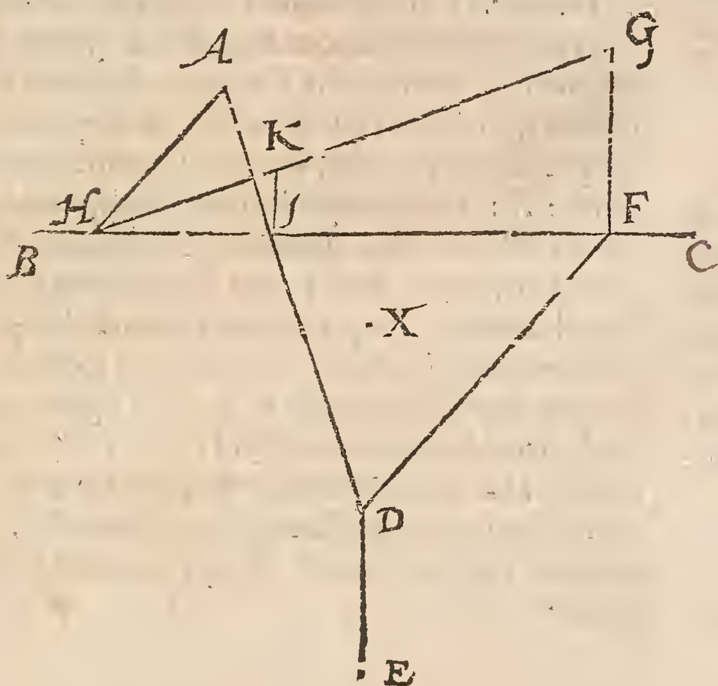
Pour le second, de l'attouchement de la ligne de pavé F, la mesure de Spectateur F G à angle droit sur la vitrebase B C, & egale à la mesure de Spectateur D E.

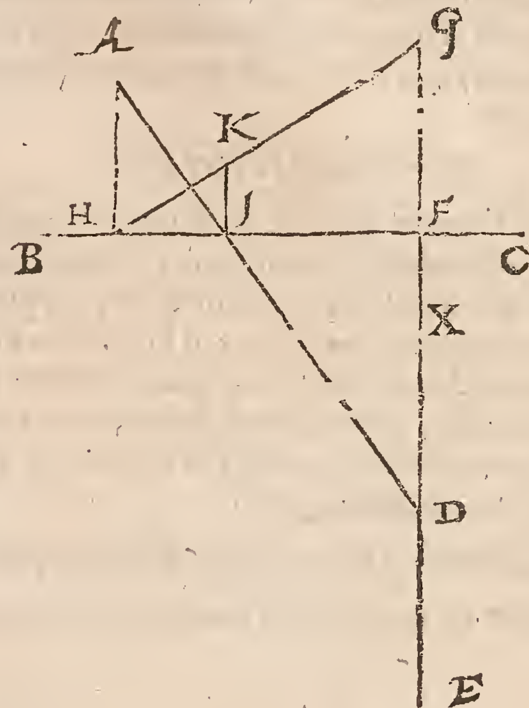
Pour le troisiesme, du poinct ombrageable donné A, la ligne A H parallele avec la ligne de pavé D F, coupant la vitrebase BC en H, comme sa premiere section.

Au quatriesme, la ligne GH, laquelle icy & au suivant je nomme ligne de conjonction, d'autant qu'elle est en l'operation de l'ombragement, ou qu'on enombre des paralleles, comme ligne de conjonction, le poinct de conjonction de laquelle G, & ayant en soy l'ombre de A H.

Au cinquiesme, la ligne du poinct ombrageable A jusques au pied D, coupant la vitrebase B C en I, comme sa seconde section.

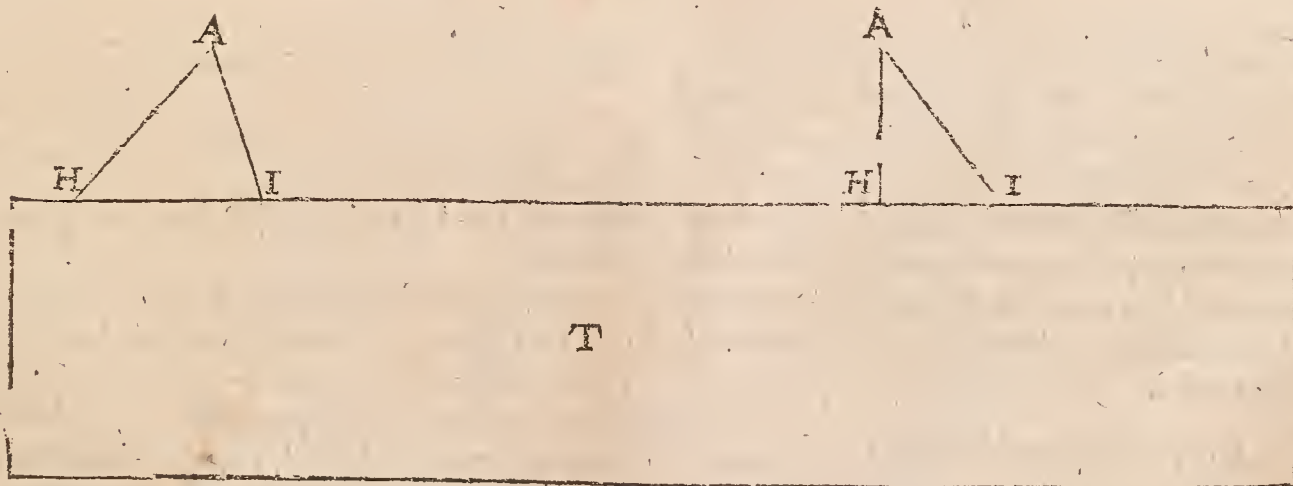
Au sixiesme, de la seconde section I une ligne à angle droit sur la vitrebase B C, jusques à ce qu'elle rencontre la ligne de conjonction G H, qui soit en K.





Ce qu'estant ainsi, je dis que le poinct K est l'ombre requise du poinct ombrageable A, ce qu'on entendra ainsi : Posé que le plan dedans lequel est l'ombre K comme au vitre, soit par imagination separable du pavé, & tournant sur la vitrebase B C comme axe, soit mis à angle droit sur le pavé, qu'aussi pareillement soit dressée à angle droit sur le pavé la ligne E D ; demeurant le poinct D ferme, & venant E en l'air comme œil : Ce qu'estant ainsi, je dis qu'alors l'œil E, le poinct K, & le poinct ombrageable A, sont tous trois en une ligne droite, & pourtant K ombre de A.

Preparation de la demonstration. Veu que la susdite separation du vitre & pavé par imagination pourroit estre obscure, nous la separerons actuellement comme s'ensuit : Soient les deux figures precedentes encore remarquées, mais tellement que par l'aide de double papier la figure qui s'entend devoir venir dedans le vitre, se puisse separer de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser debout la mesure de Spectateur DE donnée dedans le pavé, comme ligne de Spectateur tournant le vitre sur la vitrebase B C comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied D, afin de pouvoir ainsi mettre le vitre & la ligne de Spectateur toutes deux sur le pavé, lesquelles je suppose estre ainsi dressées en effect.



Demonstration.

D'autant que le vitre, auquel est K, & la ligne de Spectateur D E, sont maintenant tous deux à angle droit sur le pavé par la preparation, je dis que la ligne droite de l'œil E par le vitre jusques au poinct ombrageable A transperce le mesme vitre en K comme ombre de A, qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de E jusques à G, est parallele avec D F, & D F parallele avec H A, par le troisiesme article de l'operation ; parquoy E G est parallele avec H A, & pourtant G est poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable H A

par la troisiesme proposition; parquoy il faut que l'ombre de HA soit en la ligne de conjonction GH, & pourtant est aussi l'ombre de A en H G: elle est aussi dedans le plan infini tendant par A E D, mais iceluy plan coupe H G en K, pourtant K est l'ombre de A.

NOTEZ.

Il est dit au premier article de l'operation que la prolongée ligne de pavé D F ne peut tendre par le poinct donné A; la raison est que faisant autrement, l'attouchement de la ligne de pavé, & H premiere section de la vitrebase tomberoient au troisiesme article tousiours en un mesme poinct, par lequel on ne parvient à aucune conclusion: Dont encores cecy s'ensuit: quand on tire la ligne de pavé D E, ainsi que l'attouchement de la ligne de pavé tombe fort pres de la premiere section de la vitrebase H, l'operation mechanique aura là peu de certitude, quoy que considerée mathematiquement elle soit la mesme.

Briefveté sur l'operation.

Si dedans le pavé estoient deux ou plusieurs poincts ombrageables donnez, comme A, tombans tous ensemble en une mesme ligne droite, on peut premierement pour brieveté tirer la ligne A H par iceux deux ou plusieurs poincts, & la ligne de pavé, comme D F parallele avec icelle; afin que les deux lignes, comme AH, G H demeurent les mesmes en l'invention de l'ombre de chaque poinct ombrageable.

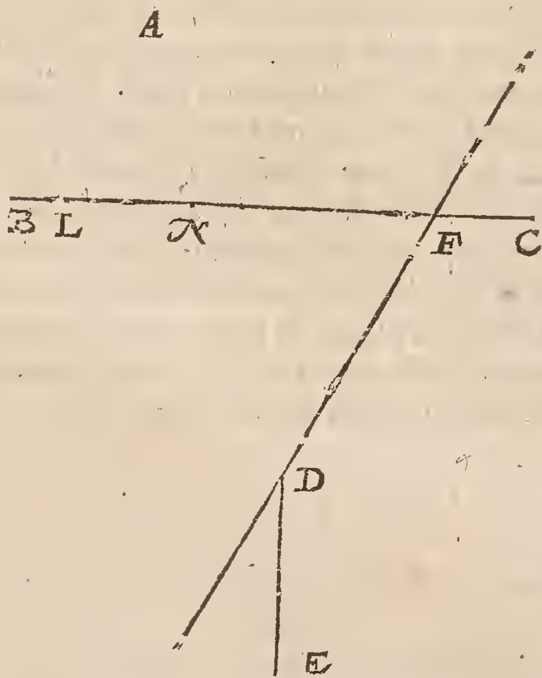
2 Exemple par operation mechanique.

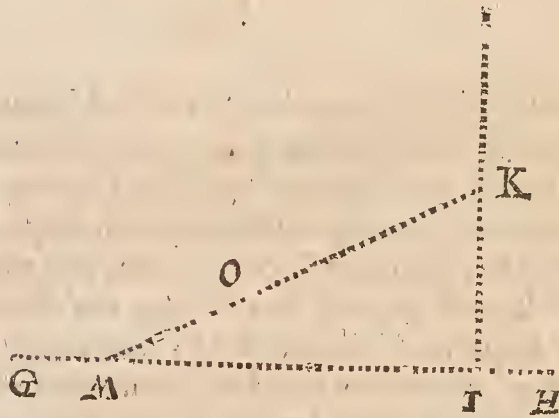
Quand on ne marque pas l'ombre d'un poinct ombrageable dedans un plan particulier comme vitre, mais au pavé mesme, comme il a esté fait cy-devant pour la demonstration mathematique, & que plusieurs poincts sont à ombrager; leurs ombres seroient fort obscurcies avec les poincts ombrageables, & autres lignes de l'operation: Pour à quoy obvier, nous declarerons comment on marque l'ombre en l'actuel ombragement sur un plan particulier comme vitre.

Le donné. Soit à ceste fin encores A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebase, le vitre de laquelle est imaginé à angle droit sur le pavé; D le pied, sur lequel par imagination nous prenons estre dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur D E, laquelle ligne de Spectateur est comme le vitre aussi à angle droit sur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct A.

Preparation de l'operation Mechanique. Je tire du pied D, jusques à la vitrebase B C la ligne de pavé D F comme il advient, horsmis qui si ceste ligne de pavé estoit prolongée elle ne tendroit pas par le poinct ombrageable donné A: Apres on prolonge icelle ligne de pavé assez loing de deux costez, pour sur icelle pouvoir faire l'operation suivante: Puis je tire sur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte G H comme vitrebase, marquant en icelle le poinct I, comme homologue avec F, puis la ligne occulte I K à angle droit sur la vitrebase G I, & de telle sorte que la mesme I K, comme mesure de Spectateur au vitre, soit egale à la donnée mesure de Spectateur D E. Soit puis apres la mesme mesure de Spectateur I K assez prolongée.





Ceste preparation estant une fois ainsi faite, nous declarerons maintenant par ce poinct ombrageable donné A dedans le pavé, comment se marquent au vitre tous les poincts ombrageables donnez dedans le pavé, & cela par six articles.

L'operation mechanique.

Premierement je mets l'un des pieds du compas sur le poinct ombrageable donné A, l'autre en la prolongée ligne de pave D F, de sorte que la ligne droite imaginée de l'un des pieds du compas jusques à l'autre, vienne quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la mesme prolongée ligne de pavé D F, & demeurant alors iceluy pied immobile sur A, on descrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la ligne prolongée de pavé D F sans couper, j'ay sur le compas la longueur desirée.

Au second, demeurant le compas en son ouverture, je mets l'un des pieds en sa prolongée ligne de pavé DF, l'autre dedans la vitrebase B C; & tellement que la ligne entre les deux pieds du compas viene derechef, quasi selon le jugement de lœil, à angle droit sur la prolongée ligne de pavé D F; l'essayant avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple à L, comme premiere section.

Au troisiesme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchement de la ligne de pavé F jusques à la premiere section L, & la transporte de l'attouchement de la ligne de pavé du vitre I vers G dedans la vitrebase, laquelle tombe, je prens à M, comme premiere section.

Au

Au quatriesme, je tire l'occulte ligne de conjonction du poinct de conjonction K, jusques à la premiere section M.

Au cinquiesme, je mets une regle droite sur le pied D & le poinct ombrageable A, laquelle regle coupant la vitrebase B C en N, comme seconde section, je prens lors avec le compas la longueur depuis icelle seconde section N, jusques à l'attouchemēt de la ligne de pavé F.

Au sixiesme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée mesure de Spectateur I K, l'autre en la ligne de conjonction K M, mais en sorte que la ligne imaginée entre les deux poincts du compas, tombe quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la prolongée mesure de Spectateur I K, m'en asseurant par un petit arc occulte en la prolongée I K, comme au premier article, & l'autre pied tombe alors dedans la ligne de conjonction K M, par exemple jusques à O, pour ombre requise. Dont la demonstration est manifeste par la demonstration precedente du premier exemple.

Conclusion. Estant doncques donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre selon le requis.

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

Estant donné un poinct ombrageable dessus le pavé en l'air, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur: Trouver son ombré.

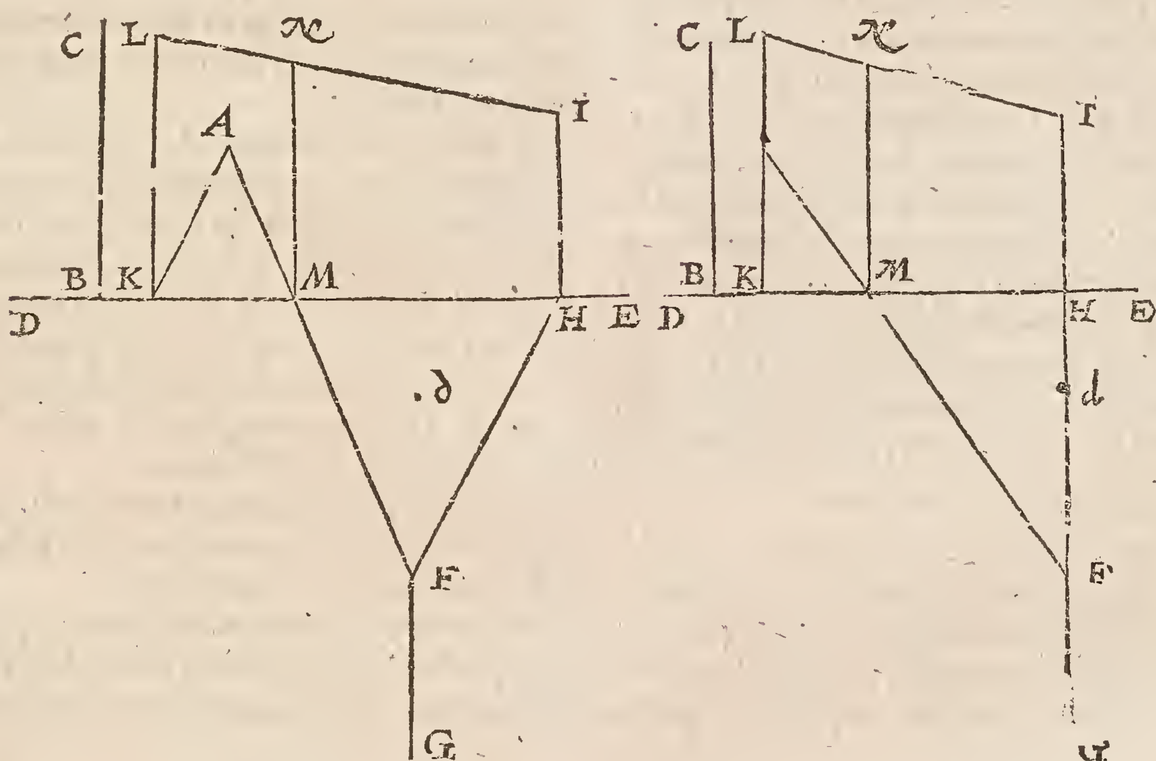
1 *Exemple par operation Mathematique.*

Le donné. Soit A un poinct dedans le pavé, sur lequel est imaginée une ligne droite egale à B C, & à angle droit sur le pavé, dont le poinct supreme est le poinct ombrageable dessus le pavé en l'air: Puis soit D E la vitrebase, le vitre de laquelle est imaginé à angle droit sur le pavé, F est le pied, sur lequel par imagination nous prennons estre dressée une ligne de Spectateur, egale à la mesure de Spectateur F G, à angle droit sur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable, c'est de l'extremité de la ligne de A egale à B C, & à angle droit sur le pavé.

OPERATION.

Au premier, je tire du pied F jusques à la vitrebase D E, la ligne de pavé F H, ainsi qu'il advient, horsmis que si ceste ligne de pavé estoit prolongée, elle ne tendroit pas par le poinct donné A, pour les raisons deduites à la 5 proposition.



Au second, de l'attouchement de la ligne de pavé H, la mesure de Spectateur H I à angle droit sur la vitrebase D E, & egale à la mesure de Spectateur F G, tellement que I est poinct de conjonction.

Au troisiesme, du poinct donné A, la ligne A K parallele avec la ligne de pavé H F, coupant la vitrebase D E en K, comme section premiere.

Au quatriesme, K L egale à la donnée B C, & à angle droit sur la vitrebase D E.

Au cinquiesme, la ligne de conjonction I L.

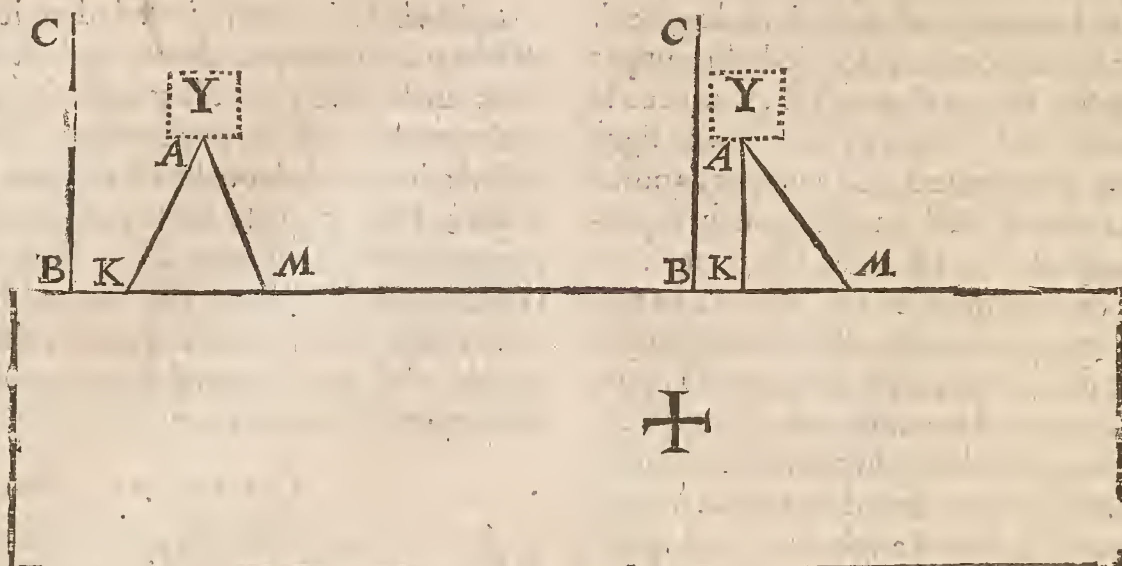
Au sixiesme, la ligne du poinct donné A jusques au pied F, coupant la vitrebase D E en M, comme section seconde.

Au septiesme, de la section seconde M, une ligne à angle droit sur la vitrebase D E, jusques à tant qu'elle rencontre la ligne de conjonction I L, qui soit en N.

Cecy estant ainsi, je dis que N est l'ombre requise du poinct ombrageable donné, ce qu'on entendra ainsi: Prenant que le plan dedans lequel est N, comme au vitre, soit separable par imagination du pavé, & tournant sur la vitrebase D E comme axe, soit mis à angle droit sur le pavé: Que pareillement soit dressée à angle droit sur le mesme pavé la ligne F G, demeurant le poinct F fermé, & venant G dedans l'air comme l'œil: Puis sur le poinct A une ligne egale à B C pareillement à angle droit sur le pavé, de sorte que l'extremité d'icelle signifie le poinct ombrageable: Ce qu'estant ainsi, je dis qu'alors l'œil G, le poinct N, & iceluy poinct ombrageable, sont tous trois en une ligne droite, & pourtant N est l'ombre requise.

Preparation de la demonstration. Parce que la susdite separation imaginée du vitre & du pavé pourroit estre obscure, nous la separerons actuellement comme s'ensuit: Soient les deux figures precedentes encores marquées, ainsi que par l'aide du papier double lequelle la repre-

represente, s'entende devoir venir dedans le vitre, puisse estre separée de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser la donnée mesure de Spectateur F G dedãs le pavé, comme ligne de Spectateur, & pareillement une ligne sur A, egale à B C, comme A O, tournant le vitre sur la vitrebase D E comme axe, & la ligne de Spectateur F G sur le pied F, & A O sur le poinct A, afin de pouvoir ainsi dresser le vitre, ligne de Spectateur, & ligne A O, à angle droit sur le pavé, lesquels je prens icy actuellement estre ainsi mis.



DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre dedans lequel est N, la ligne de Spectateur F G, & la ligne A O, sont tous trois à angle droit sur le pavé, je dis que la ligne droite de l'œil G par le vitre jusques au poinct ombrageable O, transperce le mesme vitre en N, comme ombre de O, ce qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de G jusques à I, est parallele avec FH, & F H parallele avec A K, par le troisiesme article de l'operation, & A K avec l'imaginée O L : parquoy G I est parallele avec l'imaginée O L, & pourtant I est poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable L O par la 3 proposition; parquoy il faut que l'ombre de O soit en la ligne de conjonction I L, & pourtant l'ombre de O est aussi en I L : Elle est aussi au plan infini tendant par F G, mais iceluy plan coupé I L en N; partant N est l'ombre de O.

Briefveté sur l'operation.

Si dedans le pavé estoient deux ou plusieurs poincts donnez, comme A, tombans tous en une ligne droite, on peut pour briefveté premierement tirer la ligne A K, par iceux deux ou plusieurs poincts, & la ligne de pavé, comme F H, parallele avec icelle, afin que les autres lignes, comme K L, tombent tous en la mesme K L, ou en sa prolongée.

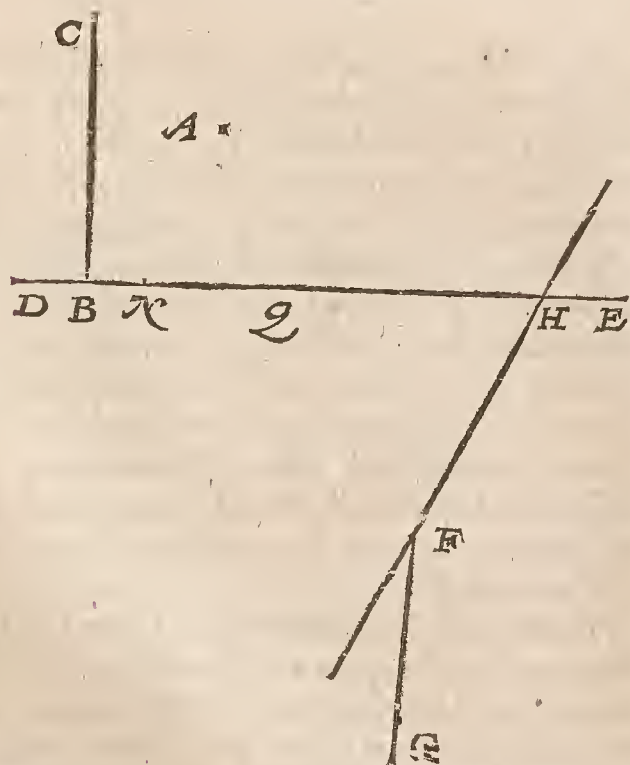
2 Exemple avec operation mechanique.

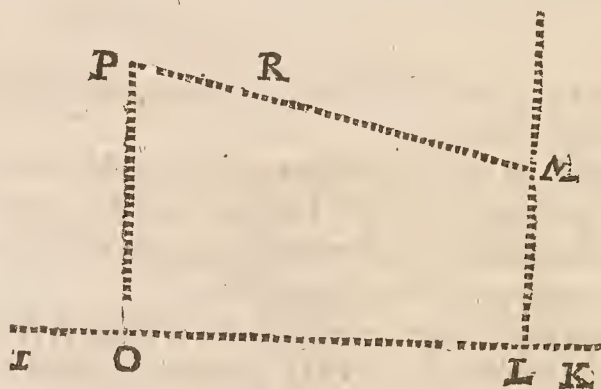
Les mesmes raisons qui en la cinquiesme proposition m'ont poussé à descrire un second exemple avec operation mechanique, m'en ont fait mettre icy semblablement un second.

Le donné. Soit derechef A un poinct dedans le pavé sur lequel s'imagine estre dressée une ligne droite egale à B C, & à angle droit sur iceluy pavé, de laquelle ligne le poinct superieur est le poinct ombrageable dessus le pavé en l'air; soit encore D E la vitrebase, le vitre de laquelle s'imagine à angle droit sur le pavé, F le pied, sur lequel par imagination nous prennons que dressée une ligne de Spectateur, egale à la mesure de Spectateur F G, à angle droit sur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable, lequel est l'extreme poinct de la ligne sur A egale à B C, & à angle droit sur le pavé.

Preparation de l'operation Mechanique. J'açoit que ceste preparation soit totalement semblable à la preparation de l'operation mechanique de la 5 proposition, toutes-





fois

fois d'autant qu'il y a quelque difference és lettres signifiantes, & que joignant cela elle serve pour imiter en l'actuel ombragement, nous la descrirons encore au long pour plus grande commodité & esclaircissement, comme s'ensuit: Je tire du pied F, jusques à la vitrebase D E la ligne de pavé F H comme il advient, excepté que si ceste ligne de pavé estoit prolongée elle ne tendroit pas par le poinct donné A, & soit icelle ligne de pavé, assez prolongée des deux costez, pour pouvoir faire sur icelle l'operation suivante: Puis je tire sur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne

ligne de conjonction M P, mais en sorte que la ligne imaginée entre les deux pieds du compas viene quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la prolongée mesure de Spectateur L M, m'asseurant par la description d'un petit arc occulte en la prolongée L M, comme au premier article, & l'autre pied tombe lors en la ligne de conjonction M P, je prens en R pour ombre requise; dequoy la demonstration est manifeste par la precedente operation du premier exemple de ceste proposition.

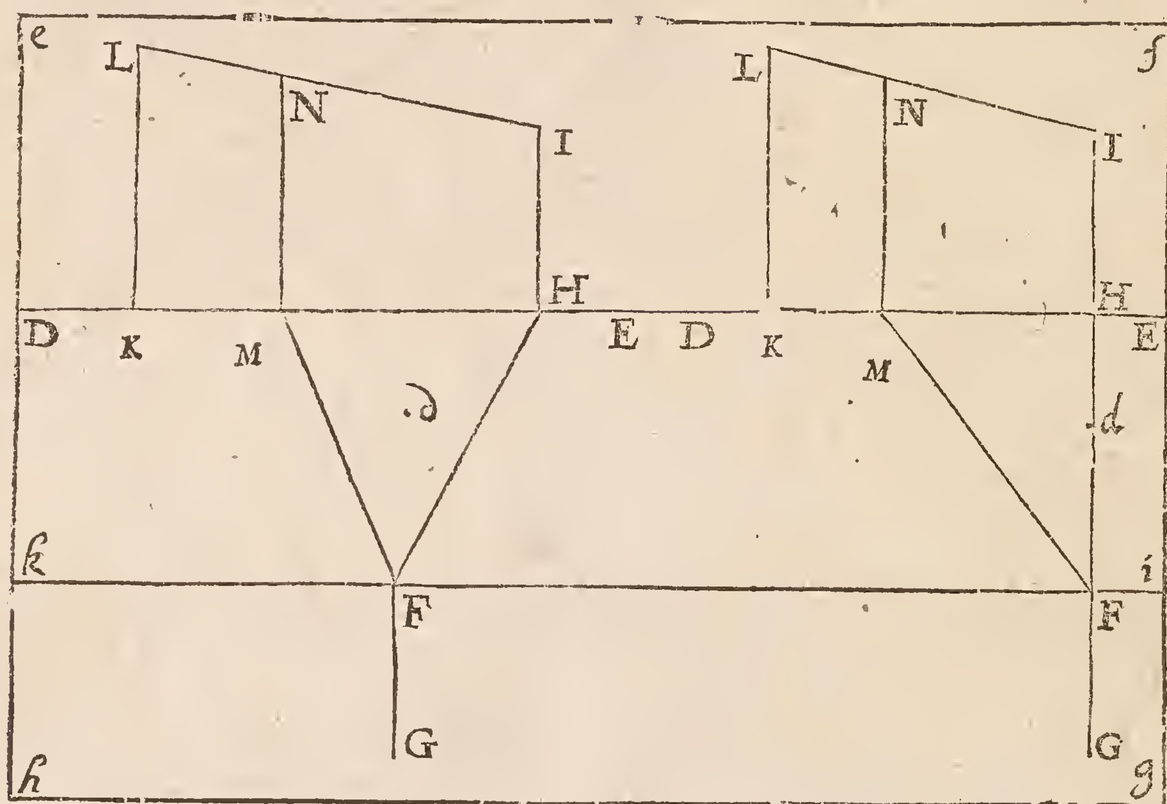
Conclusion. Estant doncques donné un poinct ombrageable dessus le pavé en l'air, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre, selon le requis.

Jusques icy nous avons descrit les propositions de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable où le vitre estoit à angle droit sur le pavé, mais les deux propositions suivantes serviront à l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable

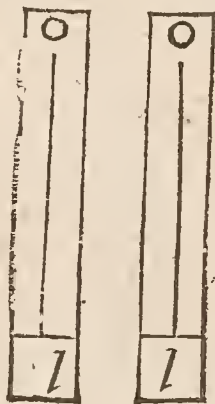
voir O P tourné en bas, tellement que l'œil P soit venu jusques à T; de sorte que l'angle T O Q soit egal à l'angle donné L M N: Soit puis apres tiré le rayon T Q, puis R V pareillement avec O T, jusques à ce qu'elle touche T Q, ce qui estant ainsi, je dis que la ligne R V tombe egale à R S, d'où s'ensuivra, & se demonstrera, ce qui doit estre prouvé en ceste proposition.

Semblablement ſe doit couper ce quadrangle *efgh*, par les quatre lignes *ef*, *fg*, *gh*, *he*, & alors faut il coller le quadrangle DE*ik* ſur le quadrangle ſigné ⸭ à la 532 page du premier livre des Perſpectives, mais ainſi que les deux quadrangles *ef*ED, & *kigh*, ſe peuvent dreſſer debout, & remettre embas quand on veut.

Deſgelijcx moet uytgeſneden vvorden deſe vierhouck efgh, *deur zijn vier linien* ef, fg, gh, he, *en alſdan moet den vierhouck* DEik *gepapt zijn op den vierhouck geteyckent* ⸭ *inde 532 zijde vant eerſte bouck der Deurſichtige, maer alſoo datmen de tvvee vierhoucken* efED, *en* kigh, *mach over-eynde ſtellen, en vvederom alſmen vvil plat neder-leggen.*



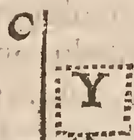
Encore ſe couperont ces deux petits quadrangles chaſcun ſigné *l*O, & les petits quarrez ſignez *l* ſe colleront ſur les petits quarrez ſignez Y, accordant le poinct inferieur de la ligne *l*O ſur le poinct A, pour iceux papiers ſemblablement dreſſer debout, & remettre embas quand on veut.



Noch ſalmen uyt-ſnijden deſe tvvee cleene vierhoucxkens elcx geteyckent lO, *en de viercantkens gheteyckent* l, *ſalmen pappen op de viercantkens gheteyckent* Y, *paſſende t'onderſte der lini* Ol *opt punt* A, *om die papierkens oock recht over-eynde te mogen ſtellen, en vvederom alſmen vvil plat neder-leggen.*

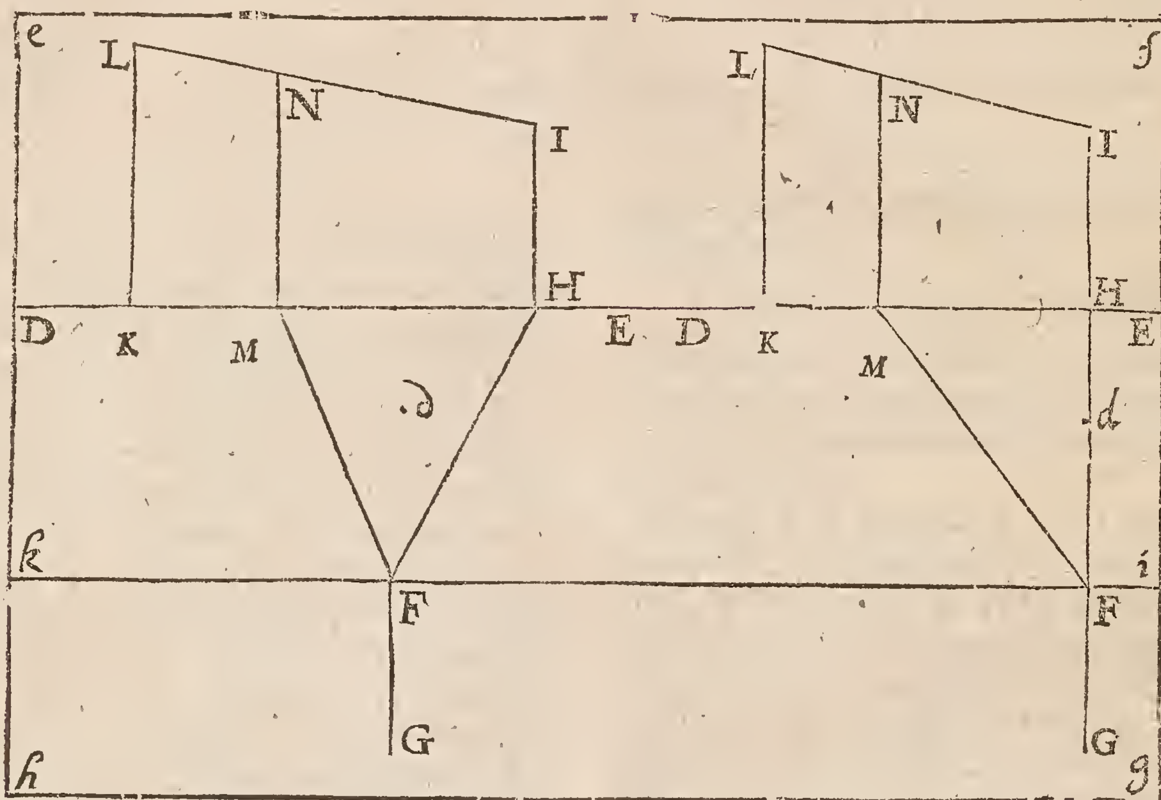
represente, s'entende devoir venir dedans le vitre, puisse estre separée de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser la donnée mesure de Spectateur F G dedãs le pavé, comme ligne de Spectateur, & pareillement une ligne sur A, egale à B C, comme A O, tournant le vitre sur la vitrebase D E comme axe, & la ligne de Spectateur F G sur le pied F, & A O sur le poinct A, afin de pouvoir ainsi dresser le vitre, ligne de Spectateur, & ligne A O, à angle droit sur le pavé, lesquels je prens icy actuellement estre ainsi mis.



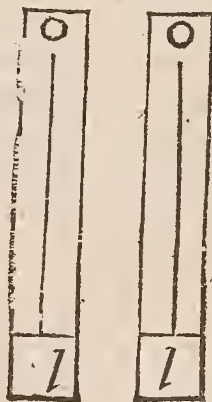


Semblablement se doit couper ce quadrangle *efgh*, par les quatre lignes *ef*, *fg*, *gh*, *he*, & alors faut il coller le quadrangle D E *i k* sur le quadrangle signé ⊹ à la 532 page du premier livre des Perspectives, mais ainsi que les deux quadrangles *ef*E D, & *kigh*, se peuvent dresser debout, & remettre embas quand on veut.

Desgelijcx moet uytgesneden vvorden dese vierhouck e f g h, *deur zijn vier linien* e f, f g, g h, h e, *en alsdan moet den vierhouck* D E i k *gepapt zijn op den vierhouck geteyckent* ⊹ *inde 532 zijde vant eerste bouck der Deursichtige, maer alsoo datmen de tvvee vierhoucken* e f E D, *en* k i g h, *mach over-eynde stellen, en vvederom alsmen vvil plat neder-leggen.*



Encore se couperont ces deux petits quadrangles chascun signé *l* O, & les petits quarrez signez *l* se colleront sur les petits quarrez signez Y, accordant le poinct inferieur de la ligne *l* O sur le poinct A, pour iceux papiers semblablement dresser debout, & remettre embas quand on veut.



Noch salmen uyt-snijden dese tvvee cleene vierhouckxkens elcx geteyckent l O, *en de viercantkens gheteyckent* l, *salmen pappen op de viercantkens gheteyckent* Y, *passende t'onderste der lini* O l *opt punt* A, *om die papierkens oock recht over-eynde te mogen stellen, en vvederom alsmen vvil plat neder-leggen.*



fois

fois d'autant qu'il y a quelque difference és lettres signifiantes, & que joignant cela elle serve pour imiter en l'actuel ombragement, nous la descrirons encore au long pour plus grande commodité & esclaircissement, comme s'ensuit: Je tire du pied F, jusques à la vitrebase D E la ligne de pavé F H comme il advient, excepté que si ceste ligne de pavé estoit prolongée elle ne tendroit pas par le poinct donné A, & soit icelle ligne de pavé, assez prolongée des deux costez, pour pouvoir faire sur icelle l'operation suivante: Puis je tire sur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte I K comme vitrebase, marquant en icelle le poinct L, comme homologue avec H; puis la ligne occulte L M à angle droit sur la vitrebase I K; de sorte qu'icelle L M, comme mesure de Spectateur dedans le vitre, soit egale à la donnée mesure de Spectateur F G: Soit puis apres la mesme mesure de Spectateur L M assez prolongée.

Ceste preparation ainsi une fois faite, nous declarerons maintenant par ce poinct ombrageable donné dessus le pavé en l'air, comment les ombres de tous poincts ombrageables dessus le pavé en l'air, se marquent au vitre, & cela par sept articles.

Operation mechanique.

Premierement je mets l'un des pieds du compas sur le poinct donné A, l'autre en la prolongée ligne de pavé F H, tellement que la ligne droite imaginées de l'un des pieds du compas viene quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la mesme prolongée ligne de pavé F H, & demeurant lors l'un des pieds sur A immobile, on descrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la prolongée ligne de pavé F H sans couper, j'ay sur le compas la longueur requise.

Au second, le compas demeurant en icelle ouverture, je mets l'un des pieds en la prolongée ligne de pavé F H, l'autre en la vitrebase D E; & tellement que la ligne entre les deux pieds du compas, viene derechef selon le jugement de l'œil, quasi à angle droit sur la prolongée ligne de pavé F H, l'essayant avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple dedans N, comme premiere section.

Au troisiesme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchement de la ligne de pavé H, jusques à la premiere section N, & la transporte de l'attouchement de la ligne de pavé L vers I en la vitrebase, laquelle tombe, en O, comme premiere section.

Au quatriesme, je tire de la premiere section O, la ligne occulte O P à angle droit sur la vitrebase I K, & egale a la hauteur donnée B C.

Au cinquiesme, je tire une ligne de conjonction occulte du poinct de conjonction M jusques à P.

Au sixiesme, je mets une regle droite sur le pied F & le poinct donné A, laquelle regle coupe la vitrebase D E en Q, comme seconde section: Puis je prens avec le compas la longueur de la mesme seconde section Q, jusques à l'attouchement de la ligne de pavé H.

Au septiesme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée ligne de Spectateur L M, l'autre en la ligne de conjonction M P; mais en sorte que la ligne imaginée entre les deux pieds du compas viene quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la prolongée mesure de Spectateur L M, m'asseurant par la description d'un petit arc occulte en la prolongée L M, comme au premier article, & l'autre pied tombe lors en la ligne de conjonction M P, je prens en R pour ombre requise; dequoy la demonstration est manifeste par la precedente operation du premier exemple de ceste proposition.

Conclusion. Estant doncques donné un poinct ombrageable dessus le pavé en l'air, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre, selon le requis.

Jusques icy nous avons descrit les propositions de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable où le vitre estoit à angle droit sur le pavé, mais les deux propositions suivantes serviront à l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable, là où le vitre sera à angle oblique sur le pavé.

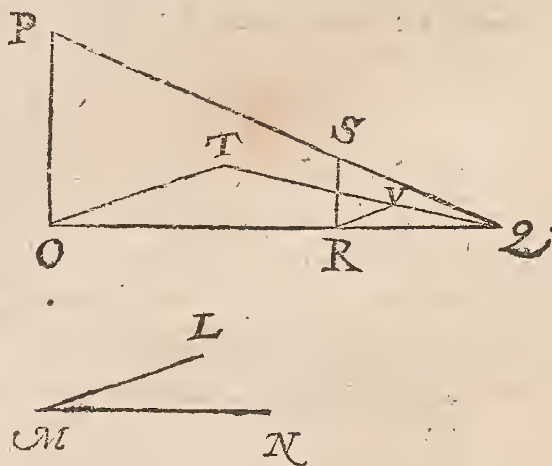
THEOREME V. PROPOSITION VII.

Tournant le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, tellement qu'elle demeure tousiours parallele d'une ligne; laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase. L'ombre d'un poinct ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre tousiours en une mesme place.

Le donné. Soit en la preparation de la demonstration de la 5 proposition le vitre B C G, & la ligne de Spectateur D E, toutes deux dressées à angle droit sur le pavé; & alors H sera l'ombre du poinct ombrageable A, veu de l'œil E, comme il est demonstré: Puis soit tourné le vitre en bas, tant qu'il face un angle sur le pavé egal à cest angle L M N, le mesme soit fait avec la ligne de Spectateur D E, tellement qu'elle demeure parallele avec I K, c'est, comme en la proposition, parallele avec une ligne, laquelle est à angle droit dedans le vitre sur la vitrebase.

Le requis. Il faut demonstrer que K en icelle derniere position, demeure ombre du poinct ombrageable A, & ce en la mesme place du vitre, à sçavoir que le rayon de l'œil E jusques A tendra par K.

Preparation. Pour ne parler obscurement de la ligne imaginée dedans l'air, soit par ceste O P designée signifiée la ligne de Spectateur D E, quand elle est à angle droit sur le pavé, qui est icy à angle droit sur O Q comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé D A, & ceste R S à angle droit sur la mesme ligne de pavé O Q



signifie icelle ligne I K dedans le vitre à angle droit sur ladite ligne de pavé D A: Plus soit ce poinct Q, au lieu du poinct ombrageable A, & P Q soit le rayon transperçant le vitre R S en S, comme ombre de Q veuë de l'œil P. Apres ceste position soit faite la seconde, à sçavoir O P tourné en bas, tellement que l'œil P soit venu jusques à T; de sorte que l'angle T O Q soit egal à l'angle donné L M N: Soit puis apres tiré le rayon T Q, puis R V pareillement avec O T, jusques à ce qu'elle touche T Q, ce qui estant ainsi, je dis que la ligne R V tombe egale à R S, d'où s'ensuivra, & se demonstrera, ce qui doit estre prouvé en ceste proposition.

DEMONSTRATION.

Il est notoire, que comme au triangle O P Q, la ligne O P à R S, ainsi Q O à Q R; Et comme au triangle O T Q, la ligne O T à R V, ainsi Q O à Q R : Tellement que les deux lignes O P, R S, & aussi les deux lignes O T, R V sont avec deux mesmes lignes proportionelles; & pourtant proportionelles entre elles, c'est comme O P à R S, ainsi O T à R V. Et par raison alterne inverse, comme O T à O P, ainsi R V à R S. Mais O T est egale avec O P; pourtant R V est aussi egale avec R S. De sorte que la ligne de Spectateur O P descendue jusques à O T, & le vitre R S aussi autant, c'est jusques à R V, le rayon T Q tend par le mesme poinct du vitre, à sçavoir V, par lequel tendoit le rayon P Q, à sçavoir par S : car S & V signifient le mesme poinct du vitre, parce que R S & R V sont egalement longues; & par consequent l'ombre du poinct ombrageable Q ne change dedans le vitre de place : Mais V est icy en telle qualité, comme là K en la seconde position par le donné; pourtant K demeure en la seconde position ombre du poinct ombrageable A, & ce au mesme lieu du vitre.

Conclusion. Tournant donc le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, tellement qu'elle demeure tousiours parallele d'une ligne laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase: L'ombre d'un poinct ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre tousiours sur une mesme place; ce qu'il falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Ayant demonstré cy-dessus, que quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent paralleles comme devant, qu'alors le rayon de E jusques à A tend tousiours par K: De là s'ensuit que le vitre & la ligne de Spectateur estans tournées jusques au pavé, tellement que E soit venu jusques à X, il faut que les trois poincts X K A soient alors en une ligne droite : Dequoy encores s'ensuit, qu'on pourroit trouver l'ombre K par plus facile voye que de la precedente operation de la 5 proposition: A sçavoir sans qu'on tire les deux lignes I K, A D; mais seulement A X; dont la section en la ligne de conjonction G H seroit l'ombre requise : Mais considerant la regle commune, laquelle est plus commodement imitée en l'operation mechanique selon la premiere maniere, nous nous y arresterons.

Notez encore que consideré que l'ombre de tout poinct ombrageable dedans le pavé, demeure tousiours en une mesme place du vitre, quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent ensemble sur la vitrebase comme axe, de là s'ensuit que l'ombre de toute figure platte ombrageable dedans le pavé, demeure tousiours la mesme & en une mesme place du vitre, quand le vitre & la ligne du Spectateur tournent ensemble.

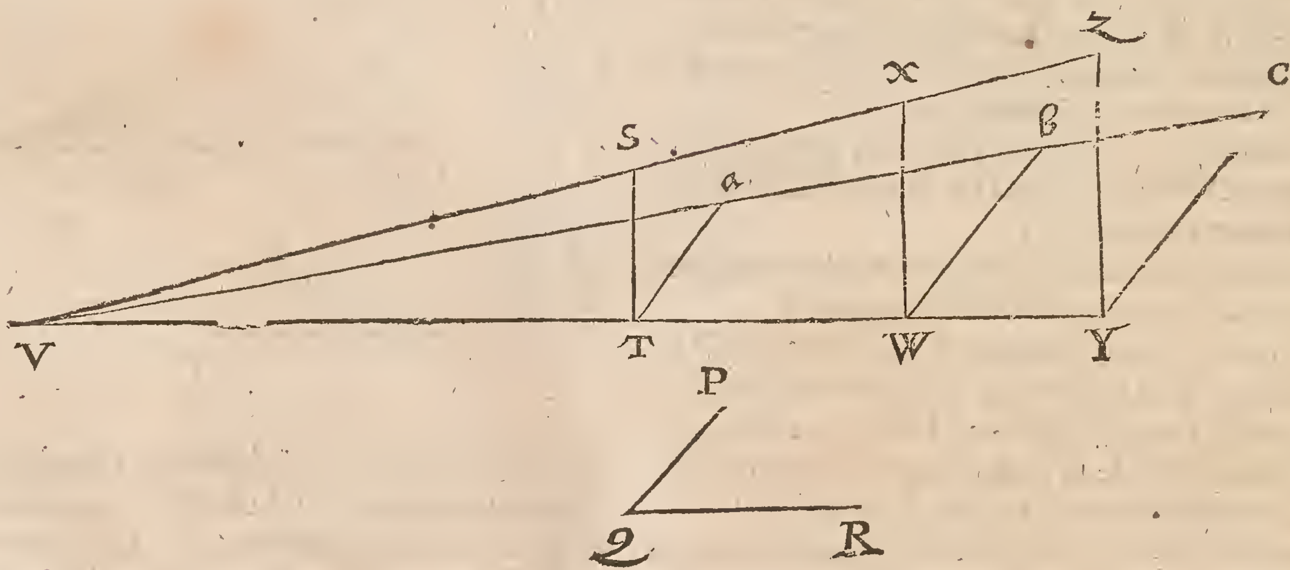
THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

Tournant le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, avec la ligne entre le poinct ombrageable dessus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent tousjours paralleles d'une ligne, laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase : L'ombre du poinct ombrageable dessus le pavé, demeure dedans le vitre tousiours sur une mesme place.

Le donné. Soient en la preparation de la demonstration de la 6 proposition le vitre D E I N L, la ligne de Spectateur F G, avec la ligne A O, toutes trois dressées à angle droit sur le pavé, & alors N sera l'ombre du poinct ombrageable O, veuë de l'œil G, comme il est demonstré là. Puis le vitre tourné en bas jusques à ce qu'il face sur le pavé un angle egal à cest angle P Q R, & le semblable soit fait avec la ligne de Spectateur F G, aussi avec la ligne A O; de sorte qu'elles demeurent toutes deux paralleles avec M N, c'est, comme il est dit en ceste proposition, parallele d'une ligne laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase.

Le requis. Il faut demonstrer que N en ceste derniere disposition, demeure ombre du poinct ombrageable O, & cela au mesme lieu du vitre, à sçavoir que le rayon de l'œil G jusques à O, tendra par N.

Preparation. Afin de ne parler en termes obscurs des lignes imaginées en l'air, soit par S T signifiée la ligne de Spectateur F G quand elle est à angle droit sur le pavé, c'est icy à angle droit sur T V, comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé F A : Et ceste W X à angle droit sur icelle ligne de pavé T V, signifie la ligne M N dedans le vitre à angle droit sur ceste ligne de pavé F A :



Soit puis apres ceste Y Z au lieu d'icelle A O, & S V soit le rayon transperçant le vitre W X en X, comme ombre de Z veuë de l'œil S. Apres ceste position premiere soit faite la seconde, à sçavoir T S tourné en bas, tellement que l'œil S soit venu jusques à *a*; de sorte que l'angle *a* T V soit egal à l'angle donné P Q R : Plus soit tiré le rayon *a* V, puis W *b*, & Y *c*, toutes deux paralleles avec T *a*.

DEMONSTRATION.

W *b* tombe egal à W X par la demonstration du premier exemple, & pour mesme raison Y *c* tombe aussi egal avec Y Z, de sorte que la ligne de Spectateur T S descenduë jusques à T *a*, & le vitre W X aussi autant, qui est jusques W *b*, & Y Z jusques à Y *c*; alors le rayon tend de *a* jusques au poinct ombrageable *c*, par le

le mesme poinct de vitre, à sçavoir *b*, par lequel tendoit le rayon S Z, nommement par X; car X & *b* signifient le mesme poinct du vitre, d'autant que X W & *b* W sont egalement longues : Et consequemment l'ombre du poinct ombrageable Z ne change de place dedans le vitre; Mais *b* est icy en telle disposition comme illec N en la seconde position par le donné; pourtant N demeure en ceste seconde position ombre du poinct ombrageable O, & ce dedans la mesme place du vitre.

Conclusion. Tournant donc le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, avec la ligne entre le poinct ombrageable dessus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent tousiours paralleles d'une ligne, laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase : L'ombre du poinct ombrageable dessus le pavé demeure dedans le vitre tousiours sur une mesme place; ce qu'il nous falloit demonstrer.

CONSEQVENCE.

Ayant demonstré cy-dessus, que quand le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne A O, tournent paralleles à la maniere comme dessus, qu'alors le rayon de G jusques O tend tousiours par N : De là s'ensuit que le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne A O, estant tournées jusques au pavé, de sorte que G soit venu jusques à *d*; & O jusques à *e*, il faut alors que les trois poincts *d*, N, *e*, ou G, N, O, soient en une ligne droite; d'où s'ensuit qu'on pourroit trouver l'ombre de N par une autre maniere, que par la precedente operation de la 6 proposition, en ceste sorte : On tirera une ligne du poinct donné A jusques à *e*, egale à BC, & parallele avec HI: puis tirant *de*, leur section en la ligne de conjonction seroit son ombre requise : Mais considerant la regle generale, laquelle s'imite commodement en l'operation mechanique selon la premiere maniere, nous nous y arresterons.

Notez encores : D'autant que la ligne depuis le poinct ombrageable en l'air jusques au pavé, doit tourner parallele avec le vitre & la ligne de Spectateur, pour voir l'ombre de ce poinct à une mesme place du vitre, s'ensuit que si la ligne depuis le poinct ombrageable en l'air jusques au pavé, demeuroit dressée debout quand les autres deux tournent paralleles, que l'œil verroit l'ombre du poinct ombrageable changer de place, & consequemment tous edifices immobiles, les choses aussi elevées sur le pavé changent leurs ombres dedans le vitre, ce que ne font les figures ombrageables dedans le pavé, comme nous avons dit en la consequence de la 7 proposition.

PROBLEME III. PROPOSITION IX.

Estant donné un poinct ombrageable, le vitre à angle oblique sur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver son ombre.

D'autant que le poinct ombrageable peut estre dedans le pavé ou dessus, nous en descrirons deux exemples.

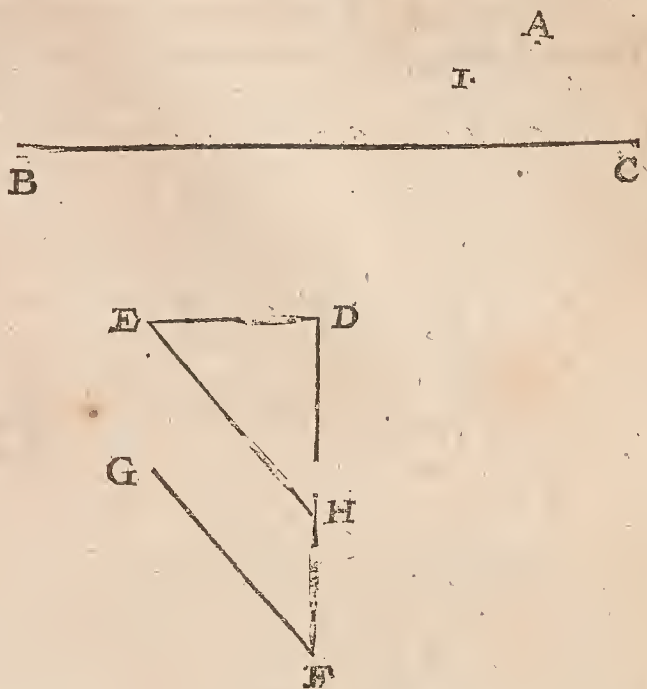
Premier exemple avec le poinct ombrageable dedans le pavé.

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebase, D le pied, sur lequel par imagination nous prenons que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur D E, laquelle je mets icy parallele avec B G : Puis sur E D estant tirée à angle droit la ligne D F aussi longue qu'il adviendra, & sur icelle F G, faisant l'angle D F G : Alors l'angle d'inclination du vitre sur le pavé vers A, est egal au mesme angle D F G.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

OPERATION.

Je tire de l'œil de la ligne de Spectateur E, une ligne droite jusques à H en D F, ou, s'il estoit besoing, en sa prolongée, & parallele avec G F : Ce qu'estant ainsi, je prens maintenant H pour pied, E H pour mesure de



Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle soit à angle droit sur le pavé : Puis je prens que le vitre duquel la vitrebase B C, viene pareillement à angle droit sur le pavé, & avec tel donné cerchant l'ombre de A selon la maniere de la 5 proposition, elle se trouve, je prens, tomber en I, lequel I je nomme l'ombre requise.

DEMONSTRATION.

Si la ligne de Spectateur n'avoit esté egale avec E D, mais egale avec H E, & à angle droit sur le pavé : Si pareillement le vitre n'avoit esté à angle oblique sur le pavé, mais à angle droit, il est manifeste par l'operation de ceste proposition, qu'alors I seroit la vraye ombre de A: Mais quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent semblablement un mesme chemin, comme estant venu de la susdite rectitude d'angle sur le pavé, à ceste obliquité d'angle, l'ombre I demeure tousiours sur une mesme place par la 7 proposition : Pourtant l'œil de la ligne de Spectateur, de laquelle la mesure de Spectateur H E voit l'ombre requise en I : Mais cest œil E de la mesure de Spectateur H E, est descendu au mesme lieu de l'œil donné de la ligne de Spectateur dont la mesure de Spectateur D E; pourtant l'œil donné voit l'ombre requise dedans le vitre comme au lieu de I.

2 Exemple avec le poinct ombrageable dessus le pavé.

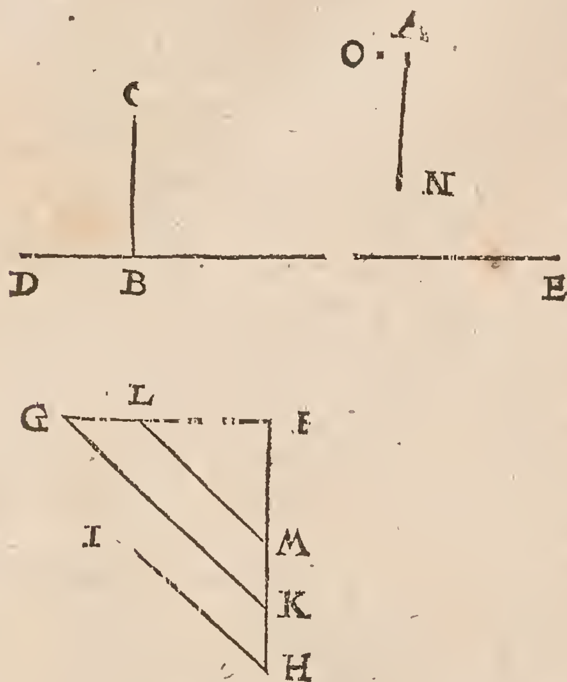
Le donné. Soit A un poinct dedans le pavé, sur lequel est imaginée une ligne droite egale à B C, & dressée à angle droit sur le mesme pavé, de laquelle le poinct extreme est le poinct ombrageable dessus le pavé en l'air : Soit puis apres D E la vitrebase, F le pied, sur lequel nous prenons par imagination que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur F G, laquelle je tire tousiours parallele avec D E : Puis estant sur F G tirée à angle droit quelque ligne F H, aussi longue comme il advient, & sur icelle tirée H I, faisant l'angle F H I, alors l'angle d'in-

d'inclination de la vitrebaſe ſur le pavé vers A, eſt egal au meſme angle F H I.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable.

OPERATION.

Je tire de l'œil de la meſure de Spectateur G, une ligne droite juſques à K en F H, ou s'il eſtoit beſoing dedans ſa prolongée, & parallele avec I H: Je marque puis apres en F G, ou ſi la choſe le requeroit dedans ſa prolongée, le poinct L, de ſorte que F L ſoit egale à B C: Je tire puis apres de L une ligne droite juſques à M en F H, ou s'il eſtoit beſoing en ſa prolongée, & parallele avec I H; puis A N egale & parallele avec F M, à ſçavoir



vers le meſme lieu où tendoit la ligne de F vers N, car ſi M venoit ſur l'autre coſté de F, il faudroit que N vint auſſi autant ſur l'autre coſté de A: Ce qui eſtant ainſi, je prens maintenant K pour pied, K G pour meſure de Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle ſoit à angle droit ſur le pavé: Puis je prens L M au lieu de B C, à ſçavoir pour ligne laquelle miſe ſur le poinct N à angle droit ſur le pavé, que ſon extremité ſoit priſe pour le poinct ombrageable: Puis je prens que le vitre, la vitrebaſe duquel eſt D E, viene pareillement à angle droit ſur le pavé, & avec tel donné cerchant l'ombre du poinct ombrageable ſelon la maniere de la 6 propoſition, elle ſe trouve, je prens, tomber en O, laquelle je dis l'ombre requiſe: Dont la demonſtration eſt comme celle du premier exemple.

Concluſion. Eſtant doncques donné un poinct ombrageable, le vitre à angle oblique ſur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé ſon ombre, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Si au premier exemple H, ou au ſecond M, venoit de l'autre coſté du pied donné (ce qui advient quand le vitre s'incline vers le Spectateur) & ſi elles venoient juſques à la vitrebaſe, il eſt notoire qu'on ne ſçauroit parvenir à quelque ombre du poinct ombrageable, à cauſe qu'il ſeroit un donné abſurd, comme eſtant l'œil dedans le vitre.

Mais s'il advient que ces deux poincts comme H ou M, viennent plus avant que dedans le vitre, il s'enſuivroit ſemblable impoſſibilité, pource que l'œil ne pourroit voir le poinct ombrageable derriere le vitre.

Si au ſecond exemple N venoit juſques à la vitrebaſe D E, ce ſeroit un ſigne evident que le poinct ombrageable A ſeroit donné dedans le vitre, & pourtant il ſerviroit pour ſon ombre par la 2 petition.

Mais ſi N venoit plus avant que dedans la vitrebaſe D E, il eſt notoire qu'alors on ne pourroit parvenir à quelque poinct ombrageable, comme le vitre venant contre raiſon derriere le poinct ombrageable.

Il eſt auſſi manifeſte que le pied donné peut venir dedans la vitrebaſe, ou derriere icelle, & le meſme poinct ombrageable, dedans auſſi & derriere le poinct ombrageable, moyennant que les ſuſdits poincts, comme H, M, ou N, ne viennent comme dit eſt.

PROBLEME IV. PROPOSITION X.

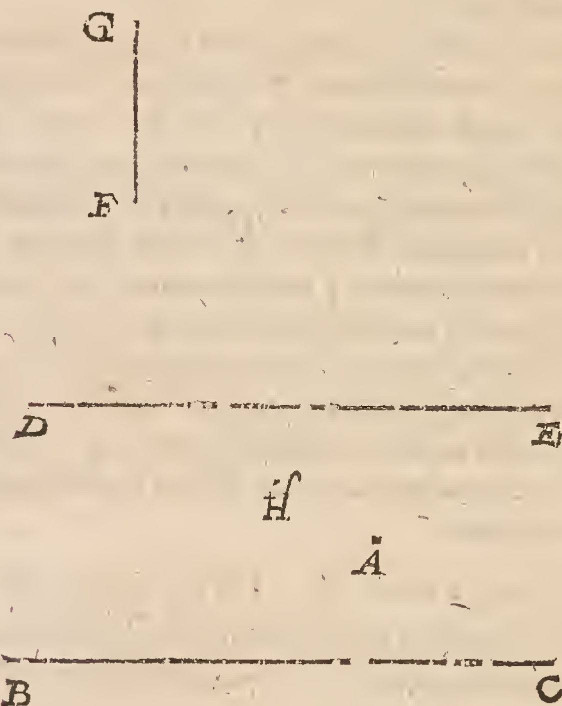
Estant donné un poinct ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur: Trouver ſon ombre.

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le plan de la fueille, & ſur la ligne droite B C ſoit imaginé un plan comme pavé à angle droit ſur le plan de la fueille: Soit de meſmes imaginé ſur la ligne droite D E un vitre parallele avec ledit pavé, puis ſoit imaginée ſur F une ligne droite egale à F G, pareillement à angle droit ſur le plan de la fueille; & le poinct extreme d'icelle ligne ſoit l'œil, duquel par imagination tirant une ligne à angle droit ſur le pavé, (laquelle doit eſtre egale à la ligne imaginée de F, à angle droit ſur B C, comme meſure de Spectateur) elle ſervira pour ligne de Spectateur.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

OPERATION.

Je delaiſſe la ligne de Spectateur imaginée & donnée, & le pavé qui ſe diſoit imaginé ſur B C, à angle droit ſur le plan de la fueille, & prens le plan de la fueille meſme pour pavé, & la ligne ſur F egale à FG, & à angle droit ſur le plan de la fueille pour ligne de Spectateur:



Ce qu'eſtant ainſi, A eſt maintenant un poinct donné ombrageable dedans le pavé, & le vitre duquel la vitrebaſe D E vient à angle droit ſur le pavé, par iceluy trouvé l'ombre de A par la 5 propoſition qui ſoit H, je la di l'ombre requiſe.

DEMONSTRATION.

Le poinct ombrageable demeurant, le vitre, & l'œil, ſur une meſme place, il eſt notoire que l'ombre pareillement demeure en une meſme place du vitre, car le changement de la ligne de Spectateur & pavé que nous avons fait en l'operation, ne donnent point de changement

ment de la place à l'ombre : Tellement que l'ombre trouvée doit estre la requise.

Conclusion. Estant donc donné un poinct ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé son ombre, selon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION XI.

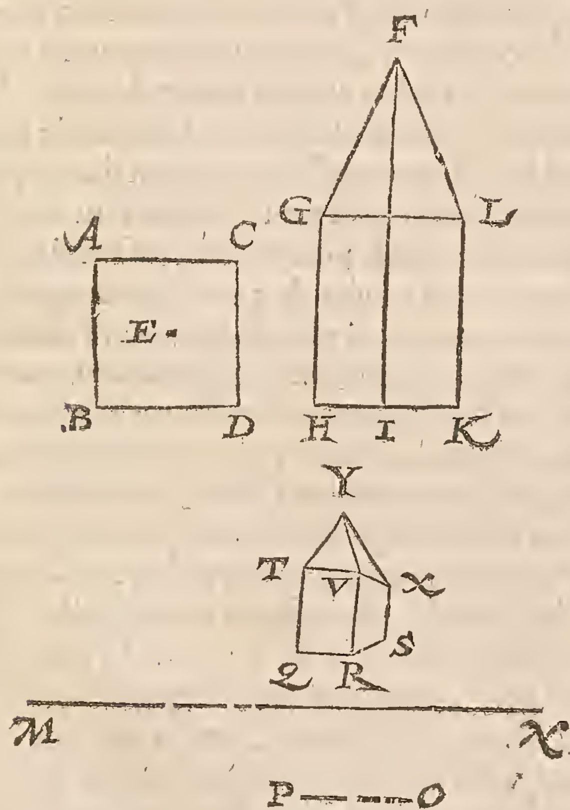
Estant donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver leur ombre.

Le donné. Soit à ombrer une figure ombrageable de ceste qualité : Sur la base quadrangulaire A B C D, de laquelle le centre E marqué dedans le plan de la fueille comme pavé, on prenne que soit dressée une tour de laquelle le profil F G H I K, estant un plan parallele avec le costé anterieur de la tour, lequel plan coupe icelle tour par le milieu, de sorte que sur chacun des poincts A, B, C, D, vient une ligne egale à G H, ou L K, & sur le centre E, une ligne egale à F I, & toutes cinq à angle droit sur le pavé, & du poinct superieur de la ligne dressée sur E, viennent quatre lignes jusques aux poincts superieurs des susdites lignes dressées sur A, B, C, D; de sorte que ceste tour consiste d'un quadrangle rectangle corporel, avec une pyramide quadrangulaire sur iceluy : Soit puis apres M N la vitrebase, de laquelle le vitre est imaginé à angle droit sur le pavé, O le pied, sur lequel nous prenons par imagination estre dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur O P, à angle droit sur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre de ceste figure ombrageable.

OPERATION.

Je cerche les trois ombres des trois poincts ombrageables dedans le pavé B, D, C, lesquelles trouvées par la 5 proposition, je prens estre Q, R. S; Puis je cerche les trois ombres des trois poincts dessus le pavé, à sçavoir à la fin des trois lignes, lesquelles par le donné sont imaginées estre dressées sur B, C, D, chacune egale à la



ligne G H, & à angle droit sur le pavé, lesquelles par la 6 proposition sont trouvées, je prens T, V, X : Puis je cerche l'ombre du poinct dessus le pavé, à l'extremité de la ligne, laquelle par le donné est imaginée estre dressée sur E egale à I F, & à angle droit sur le pavé, laquelle par la mesme 6 proposition se trouve, je prens Y : Je tire aussi les dix lignes Q T, R V, S X, Y T, Y V, Y X, Q R, R S, T V, V X. Ce qu'estant ainsi, je dis que la figure comprinse entre ces lignes est la figure requise.

DEMONSTRATION.

Les sept poincts Q, R, S, T, V, X, Y, sont ombres des trois B, C, D, dedans le pavé, avec les quatre y venant dessus par l'operation, & les lignes entre ces poincts, sont ombres des lignes ombrageables entre iceux poincts ombrageables par la 1 proposition; parquoy il faut que celle-cy soit l'ombre requise.

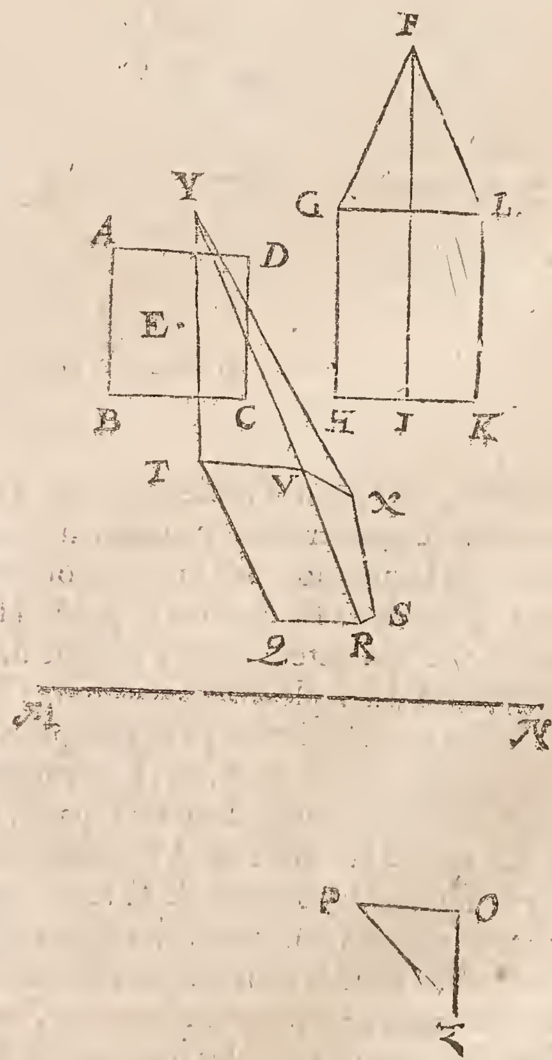
Quant à l'ombre de la ligne ombrageable venant sur A, egale à G H, & à angle droit sur le pavé, pareillement de la ligne, laquelle de là tend jusques au sommet de la tour, avec encor les quatre autres ; veu qu'elles ne se peuvent voir par matieres non transparentes ou diaphanes, elles ne sont icy ombrées. Mais celuy qui se voudroit proposer que la matiere est diaphane, il pourroit trouver l'ombre d'icelles lignes comme des autres, & lors l'ombre de la tour seroit comme icy joignant.



NOTEZ.

Puis qu'on peut voir en cest exemple l'ombragement de toute ligne, plan, & corps donné, il n'est pas besoing d'en descrire des propositions particulieres.

Mais veu que le vitre peut estre sur le pavé autrement qu'à angle droit, nous en toucherons quelque peu, & ce par exemple : Prenant que le donné soit comme devant, excepté que le vitre, duquel la vitrebase M N, n'est pas à angle droit sur le pavé comme là, mais à angle oblique inclinant vers la figure ombrageable, de sorte qu'avec le pavé il face un angle egal à cest angle O Z P : Pour en avoir l'ombre, on cerchera l'ombre des susdits sept poincts ombrageables par la 9 proposition,

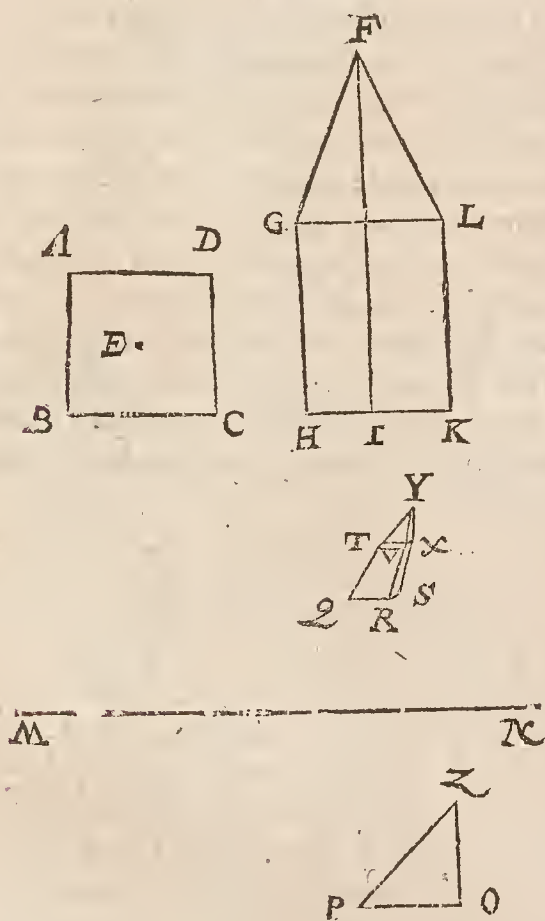


& tirant entre iceux les lignes selon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui est icy marquée, dedans

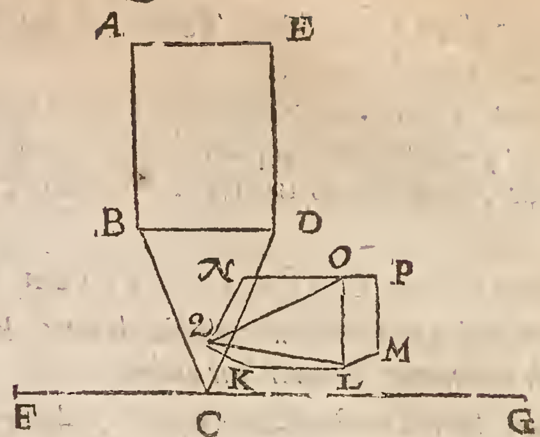
dans laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus large en haut qu'embas, car T V est plus longue que Q R.

Prenant encore, que le donné soit comme devant, excepté que le vitre duquel la vitrebase M N s'encline maintenant vers l'œil, tellement qu'il face avec le pavé un angle egal à cest angle O Z P. Pour en avoir l'ombre, on cerchera les ombres des susdits sept poincts ombrageables par la 9 proposition, & tirant entre iceux les lignes selon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui est icy marquée, en laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus estroite en haut qu'embas, car T V est plus court que Q R.

Mais pour donner aussi exemple du vitre parallele avec le pavé, soit derechef A B C D E le profil de la tour gisant avec sa base quadrangulaire sur le pavé imaginé par A E à angle droit sur le plan de la fueille, & le vitre, duquel la vitrebase F G tendant par l'extremité de la tour C, soit parallele avec le susdit pavé, c'est aussi à angle droit sur le plan de la fueille. Soit puis apres sur le poinct H dedans le plan de la fueille, imaginée une ligne droite egale à H I, & à angle droit sur le plan



d'icelle fueille, & à la fin d'icelle ligne soit l'œil : Ce qu'estant ainsi, & pour trouver maintenant l'ombre, je fais comme en l'operation de la 10 proposition, prennant que le plan de la fueille soit le pavé, H le pied, H I la mesure de Spectateur egale à la ligne de Spectateur, laquelle vient à angle droit sur ce pavé : Puis, que la tour gist d'un costé sur iceluy pavé ainsi posé, de sorte que sur les quatre poincts A, B, D, E, viennent quatre lignes egales à A E, & à angle droit sur le pavé; puis une ligne sur C, egale à la moitié de A E, l'extremité de laquelle ligne signifie le sommet de la tour, tellement qu'entre iceux poincts imaginant des lignes selon qu'il appartient, elles font la tour corporelle ombrageable donnée : De laquelle pour avoir l'ombre, on cerche les ombres des poincts visibles comme de B, D, E, avec les autres trois y venants dessus, & aussi du poinct de dessus C : lesquels trouvez par la 5 & 6 proposition



soyent K, L, M, N, O, P, Q : Puis tirant des lignes entre deux selon qu'il appartient, il en provient l'ombre, telle qu'elle est icy marquée : Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé leur ombre, selon le requis.

Notez.

Es problemes precedens la ligne de Spectateur donnée, avec la ligne du poinct ombrageable jusques au pavé, à tousiours esté prise à angle droit sur le pavé : Le poinct ombrageable aussi a tousiours esté mis dedans ou dessus le pavé, & l'œil tousiours dessus le pavé : Nonobstant il peut advenir, que quelqu'un pourroit penser, que deux telles lignes seroient données à angle oblique sur le pavé, & le poinct ombrageable dessous le pavé, & l'œil dedans le pavé, ou dessous; dont se pourroient causer plusieurs diversitez non mentionnées és susdites propositions : Sur cela on respond, que si les susdites deux lignes estoient données à angle oblique sur le pavé, on en pourroit tirer d'autres à angle droit, & operer au lieu des données : Car cela ne cause aucun changement de lieu à l'ombre requise dedans le vitre. Mais si le poinct ombrageable estoit donné dedans le pavé, & l'œil aussi là dedans, ou dessous, on peut sous le plus bas de ces deux poincts poser ou imaginer un autre pavé parallele avec le donné, prolongeant jusques là, la ligne de Spectateur, & la ligne du poinct ombrageable jusques au pavé; prennant puis apres le pavé & les lignes prolongées pour les données, & cerchant par icelles l'ombre selon les regles precedentes, on a le requis.

Mais pour parler de cecy par exemple naturel, posons que quelqu'un comme Ombrageur sur une montagne, soit ses pieds plus hauts que ayant l'edifice qu'il veut ombrer, & prenant pour pavé le plan sur lequel il se tient, il est notoire que la figure ombrageable donnée viendroit alors dessous le pavé : Mais je dis qu'en tel accident il peut s'imaginer un autre pavé encore le plus bas que l'edifice, prennant apres la ligne de son œil jusques à ce pavé pour ligne de Spectateur; car chaque poinct ombrageable avec la ligne de Spectateur est alors dessus le pavé en telle qualité que quelques uns des precedens problemes, laquelle maniere estant suivie en la recerche de l'ombre, il n'est pas besoing pour telle diverse position, de descrire diverses nouvelles regles.

Quant aux ombres des lignes obliques, lesquelles ne sont cy-devant descrites : Je dis que comme leurs grandeurs

deurs en la Geometrie ne se mesurent mathematiquement, mais mechaniquement, aussi pres que la chose le requiert, ainsi telles ombres ne se depeignent mathematiquement, ains on parvient par l'ombragement de plusieurs poincts en lignes obliques, à peu pres du requis, jusques à ce qu'il semble suffire à la veuë.

DES BRIEFVETEZ ET CERTITUDES SUR L'OPERATION DE L'OMBRAGEMENT.

Nous avons suffisamment declaré és precedentes propositions la maniere de trouver l'ombre de tout poinct ombrageable donné; parquoy la regle generale de l'ombragement de toute figure ombrageable donnée est manifeste, comme on peut voir en l'onziesme proposition: Mais d'autant qu'il seroit penible és grands ouvrages de trouver en telle sorte les ombres de tous poincts & lignes ombrageables; nous descrirons maintenant six divers articles des briefvetez & seuretez, qui selon les circonstances se peuvent rencontrer aux operations.

ARTICLE I.

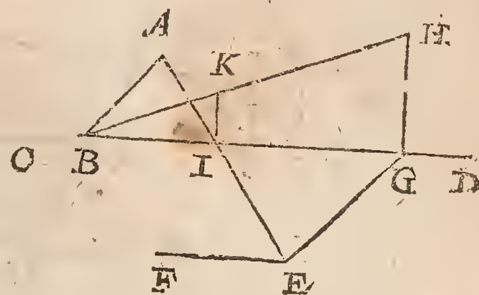
Il faut necessairement qu'en l'ombragement d'une figure ombrageable, on se propose tousiours au donné, que le vitre tende par la partie anterieure, comme plan, ligne, ou poinct de la figure ombrageable; parce que cela n'a alors besoing d'ombragement, à cause qu'il sert pour son ombre propre par la 2 petition. Mais d'autant que quelqu'un pourroit penser, qu'en l'actuel ombragement il viendroit souvent mal à propos, de prendre le plan d'une figure ombrageable, comme d'un grand edifice pour son ombre, à cause que l'ombre, pour estre marquée sur du papier, seroit trop grande, nous en ferons plus ample declaration. Soit pour exemple à ombrer quelque edifice, le faiste duquel est de la hauteur de 100 paulmes, & le Spectateur distant de là 300 paulmes, ayant devant soy un vitre essentiel de trois paulmes de l'œil, tellement qu'il soit parallele avec ledit faiste, lequel on voit par le vitre, dedans lequel doit venir l'ombre de la hauteur d'une paulme. Or cecy estant le donné, & le requis une ombre egale & semblable avec celle qui est veuë dedans le vitre, les lignes de 100 & 300 paulmes, qu'il y a de l'œil jusques à la figure ombrageable seroient trop longues, pourroit dire quelqu'un, à fin d'estre convenablement tirées sur du papier: Comment doncques en fera-on? Ainsi: On s'imaginera avoir devant soy quelque petite boissure corporelle de l'edifice, le frontispice duquel estant dedans le vitre, soit haut de la susdite paulme, & le reste selon qu'il appartient: Icelle boissure prinse pour figure ombrageable, & en tirant un plan & profil, & en outre l'ombrageant suivant la regle, on a le requis, sans qu'il faille prendre peine à en ombrer le frontispice; car on le remarque egal & semblable à celuy du solide.

ARTICLE II.

D'autant qu'il y a quelque briefveté en l'invention des ombres de certaines lignes droites, lesquelles sont paralleles avec le pavé, nous en descrirons quelques exemples. Le premier sera d'une ligne dedans le pavé, l'une des extremitez de laquelle vient dedans le vitre, l'autre la dehors. Le second d'une ligne dedans le pavé, les deux extremitez de laquelle viennent toutes deux dehors le vitre. Le troisiesme d'une ligne dessus le pavé, l'une des extremitez de laquelle vient dedans le vitre, l'autre dehors. Le quatriesme d'une ligne dessus le pavé, les deux extremitez de laquelle viennent hors le vitre.

1 Exemple.

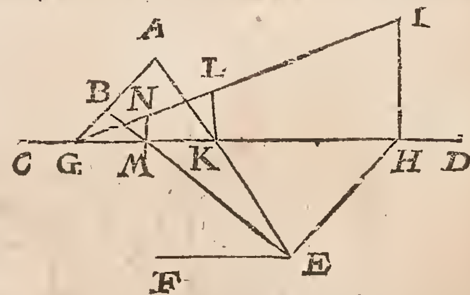
Soit premierement A B une ligne ombrageable droite dedans le pavé, touchant du poinct B la vitrebase C D, de laquelle le vitre est à angle droit sur le pavé, E le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur EF. Or pour en trouver l'ombre, je tire la ligne de pavé EG parallele avec BA, mais il faut cōsiderer (ce qui se devra entendre aussi bien des trois exemples suivants de cest article, que sur cestui-cy) que les trois poincts donnez E, B, A, ne peuvent estre en une mesme ligne droite, pour parvenir à la briefveté que nous desirons en l'operation, car



alors en tirant de E G paralleles avec B A, on ne pourroit parvenir à solution, comme il est declaré en la marque de la 5 proposition. Puis G H à angle droit sur CD, & parallele avec E F; apres H B & A E coupant C D en I, & I K à angle droit sur C D, touchant H B en K: Ce qu'estant ainsi, K B est l'ombre requise de A B: Car B dedans le vitre est son ombre propre par la seconde petition, & K ombre de A par la 5 proposition; & pourtant la ligne K B ombre de A B par la 1 proposition. La briefveté ensuivant, est, que tirant E G parallele avec A B, la partie de la ligne de conjonction de B jusques à K demeure l'ombre requise, là où faisant autrement, il faudroit tirer une nouvelle ligne pour ombre.

2 Exemple.

Soit secondement A B une ligne ombrageable droite dedans le pavé, ne touchant point la vitrebase C D, le vitre de laquelle est à angle droit sur le pavé, E le pied, sur lequel on s'imagine que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur E F. Pour en trouver l'ombre, je tire A B jusques à la vitrebase en G, puis la ligne de Spectateur E H parallele avec G A; puis H I à angle droit sur C D, & egale avec E F; apres I G, & A E coupant C D en K, & K L à angle droit sur C D, touchant I G en L; puis B E coupant C D en M, & MN à angle

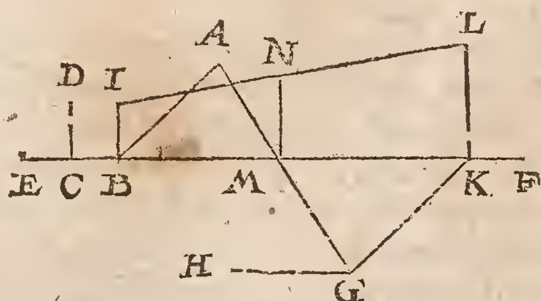


droit sur C D, touchant I G en N: Ce qu'estant ainsi, L N est manifestement l'ombre requise de AB. La briefveté de cecy est, qu'en produisant A B jusques à G, & le reste comme dessus, qu'alors les deux poincts A, B, sont ombragez par une ligne de pavé E H, une mesure de Spectateur H I, & une ligne de conjonction I G, là où autrement ombrageant chaque poinct A, B, en particulier, il faudroit tirer de chacun deux telles lignes.

3 Exemple.

Soient au troisiesme A, B, deux poincts dedans le pavé, & encores deux poincts chacun aussi haut sur iceux que C D est longue, venant l'un des poincts des-

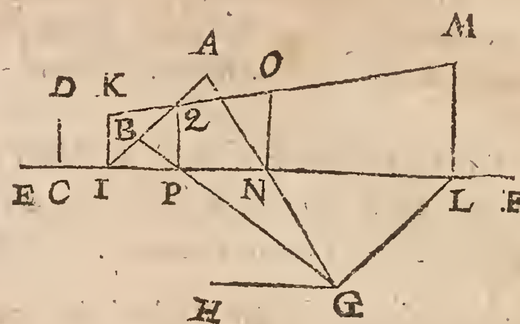
ſus B dedans le vitre, & la ligne entre ces deux poincts, laquelle doit eſtre parallele du pavé, ſoit la ligne ombrageable donnée; puis ſoit le vitre à angle droit ſur le pavé, ſa vitrebaſe ſoit E B F, & G le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé,& egale à la meſure de Spectateur G H. Or pour en trouver l'ombre, je tire B I à angle droit ſur E F, & egal à C D: puis G K parallele avec B A, & de l'attouchement de la ligne de pavé K, la meſure de Spectateur K L à angle droit ſur E F, & egale à G H: Puis L I & A G coupant E F en M; puis M N à angle droit ſur E F, touchant la ligne de conjonction I L en N.



Ce qu'eſtant ainſi, I N eſt l'ombre requiſe: Car le poinct I eſtant dedans le vitre, eſt ſon ombre propre, par la 2 petition, & le poinct N ombre du poinct deſſus A, par la 6 propoſition; pourtant la ligne entre deux, comme N I, eſt par la 1 propoſition ombre de la ligne deſſus A B. La briefveté qui en procede, eſt que tirant G K parallele avec B A, la partie de la ligne de conjonction de I juſques à N demeure l'ombre requiſe, là où faiſant autrement, il faut tirer une ligne nouvelle pour ombre, puis une autre ligne, comme B I, & encore une autre, comme B A.

4 *Exemple.*

Soient au quatrieſme A & B deux poincts dedans le pavé, chacun auſſi haut que C D eſt longue, venans tous deux dehors le vitre, & la ligne entre ces deux poincts, laquelle doit eſtre parallele avec le pavé, ſoit la ligne ombrageable donnée: Apres, le vitre eſt à angle droit ſur le pavé, ſa vitrebaſe ſoit E F, & G le pied, ſur lequel on s'imagine que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur G H. Or pour en trouver l'ombre, je produis A B juſques à ce qu'elle touche la vitrebaſe en I: Puis I K à angle droit ſur E F, & egale à C D; puis G L parallele avec I A, & de l'attouchement de la ligne de pavé L, la ligne de Spectateur L M à angle droit ſur E F, & egale à G H; puis M K & A G coupant E F en N, apres N O à angle



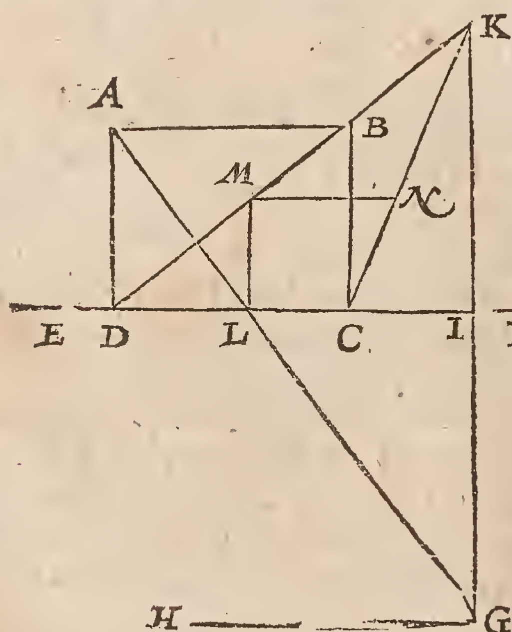
droit ſur E F, & touchant M N en O; puis B G coupant E F en P; apres P Q à angle droit ſur E F, & touchant M K en Q. Ce qu'eſtant ainſi, O Q eſt l'ombre requiſe: Car O eſt ombre du poinct ombrageable deſſus A, & Q du poinct ombrageable deſſus B, par la 6 propoſition; & O Q ligne entre ces deux poincts, doit eſtre ombre de l'ombrageable A B, par la premiere propoſition. La briefveté qui en procede ſe peut voir quand on enombre au long chaque poinct ombrageable à part, ſelon la maniere de la 6 propoſition, ſans produire A B ne G H parallele avec icelle.

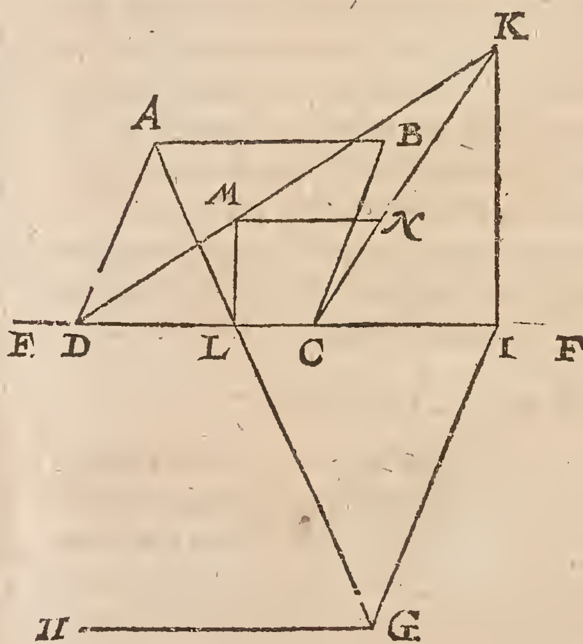
Article III.

Il provient briefveté & certitude en l'œuvre, en feignant que les lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont paralleles avec le vitre, ayent pareillement leurs ombres paralleles par la 3 propoſition. Mais paralleles ombrageables, leſquelles avec le vitre ne ſont paralleles, qu'elles ayent pareillement leurs ombres non paralleles, & eſtant produites, qu'elles ſe joignent en un poinct par la 3 propoſition. La cauſe de ceſte briefveté, eſt qu'en cerchant les ombres des poincts ombrageables donnez, il n'eſt pas beſoing de pourſuivre touſiours tous les ſix articles de l'operation de la 5 propoſition, ou les 7 articles de la 6 propoſition, ains ſeulement un ou deux d'iceux, voire quelquefois pas un.

1 *Exemple.*

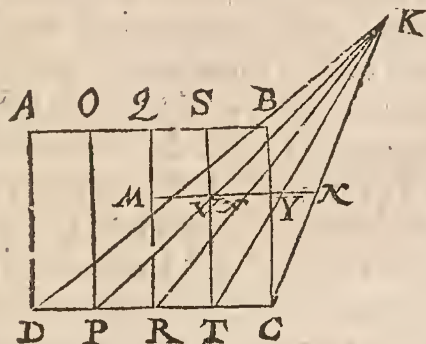
Pour declarer par exemple ces briefvetez, ſoit A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le coſté D C, duquel tend la vitrebaſe E F, G eſt le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H, & à angle droit ſur le pavé.





Pour declarer les briefvetez provenantes de cecy en l'invention de l'ombre, nous deſcrirons premierement la totale operation comme s'enſuit: Je tire premierement la ligne de pavé G I parallele avec D A, & de l'attouche-

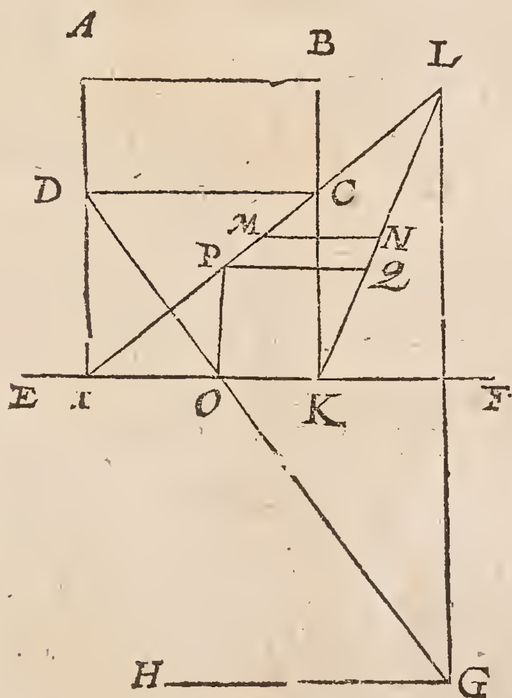
touchement de la ligne de pavé I, la mesure de Spectateur I K egale à G H, & à angle droit sur la vitrebase E F; puis les lignes K D, K C, & A G, coupant E F en L; apres L M à angle droit sur E F, & touchant K D en M, puis M N parallele avec C D, & touchant K C en N: Cecy estant ainsi, le quadrangle M N C D est manifestement l'ombre requise de A B C D. La briefveté consistante en cecy, est entre autres qu'on n'y a point cerché l'ombre N du poinct ombrageable B, selon la maniere de la 5 proposition, car produisant M N jusques à ce qu'elle rencontre K C, comme en N, il falloit que N fut l'ombre de B, & la ligne M N ombre de A B pour ceste raison : Estans K D, K C lignes de conjonction, & le poinct M ombre de A, par la 5 proposition; & que



Pour trouver les ombres d'icelles lignes, on ne fait que tirer K P, K R, K T, coupant M N aux trois poincts V, X, Y : Car les trois lignes comprinses au quadrangle M N C D, comme V P, X R, Y T, sont manifestement les ombres requises; à sçavoir V P de O P, & X R de Q R, & Y T de S T.

3 *Exemple.*

Mais pour donner aussi exemple quand le vitre tend hors d'un costé du quadrangle parallelogramme paral-



Puis, comme l'on a trouvé icy l'ombre M N de l'ombrageable A B, de mesme sorte on trouvera l'ombre de l'ombrageable D C : C'est que je tire D G coupant E F en O, puis O P à angle droit sur E F, & touchant L I en P; puis P Q parallele avec M N, & touchant L K en Q : ce qu'estant ainsi, le quadrangle M N Q P, est manifestement l'ombre requise de l'ombrageable A B C D.

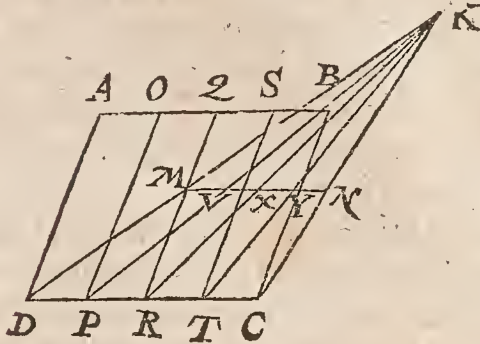
4 *Exemple.*

Mais si la figure ombrageable avoit des lignes paralleles avec les costez s'esloignans, la briefveté de l'ope-

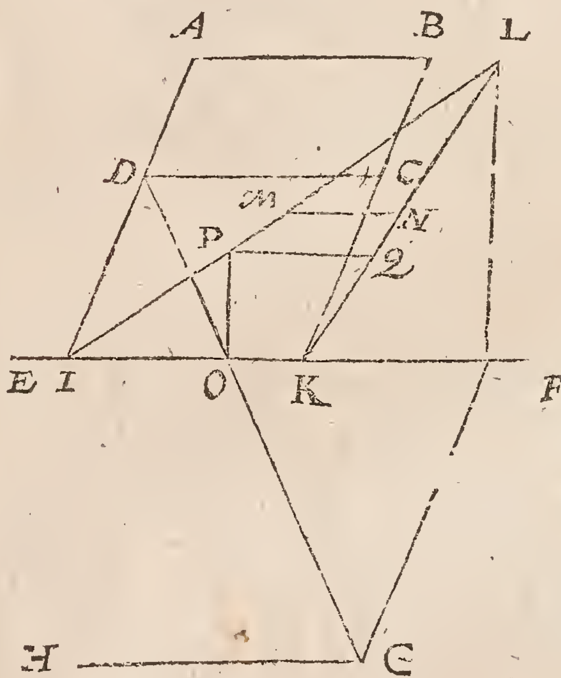
là dessus l'ombre M N doit estre ainsi parallele avec l'ombre D C, comme l'ombrageable A B avec l'ombrageable D C par la 2 proposition, il faut que M N soit ombre de A B, & N de A.

2 *Exemple.*

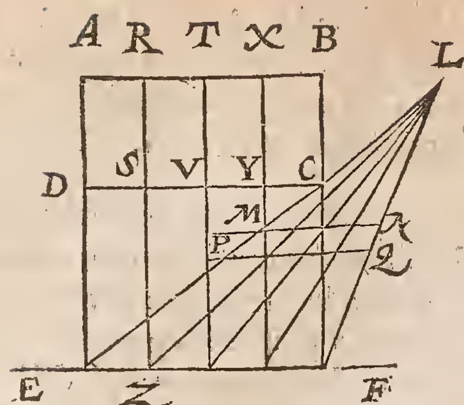
De plus remarquables briefvetez se rencontrent encore quand le quadrangle parallelogramme ombrageable a en soy plusieurs lignes paralleles avec les costez declinans. Soit pour exemple M N C D derechef ombre de A B C D, K le poinct de conjonction, & le reste comme dessus, horsmis que le quadrangle ombrageable A B C D, aye maintenant en soy trois lignes paralleles avec A D, comme O P, Q R, S T.



lele avec le costé, soit derechef A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, duquel le costé D C est parallele avec la vitrebase E F, & G le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur G H. Pour en trouver l'ombre par briefveté, je produis A D & B C tant qu'elles touchent la vitrebase en I & K : Je trouve puis apres l'ombre du quadrangle A B K I, comme cy-devant celle de A B C D a esté trouvée, laquelle ombre (prennant L pour poinct de conjonction) soit M N K I:



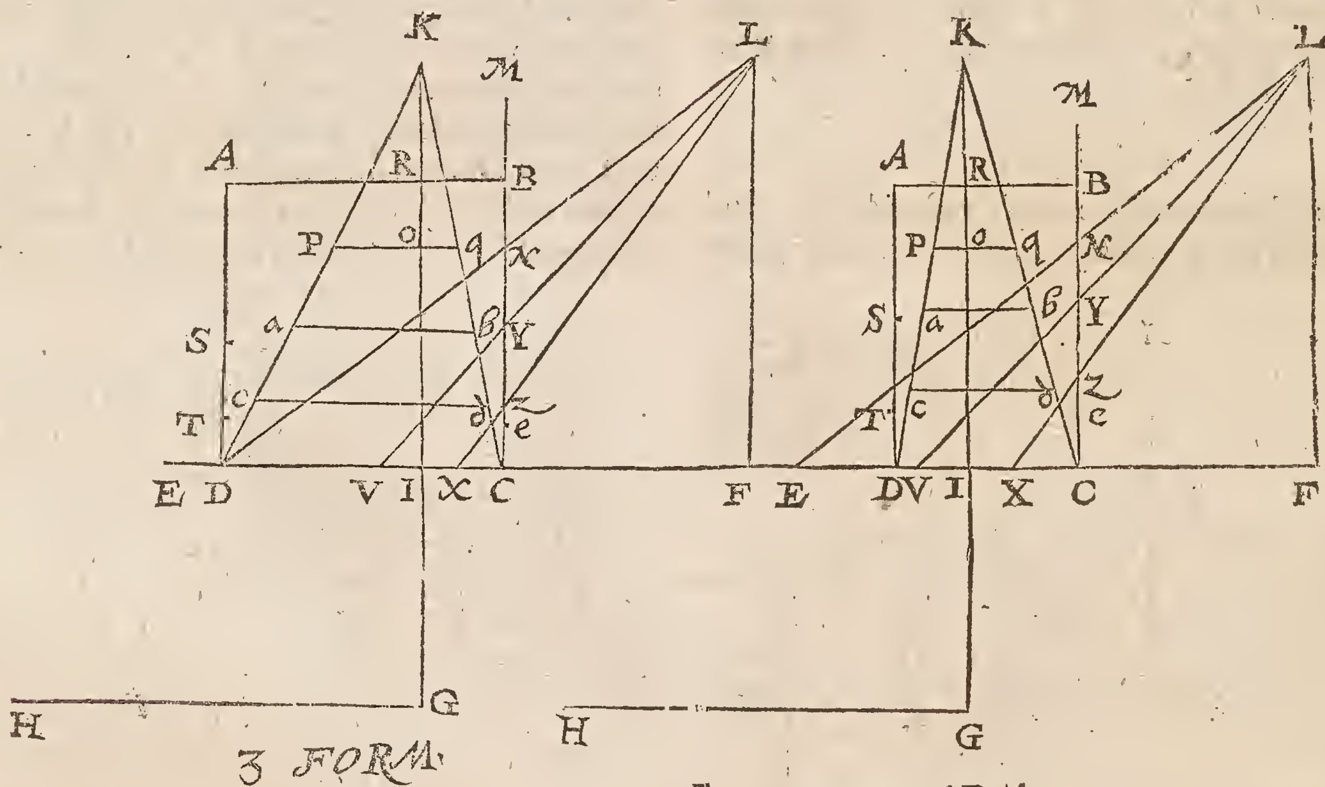
ration qui alors en advient est telle : Soit derechef M N Q P cy-dessous l'ombre de A B C D, L le poinct de conjonction, & le reste comme dessus, excepté que le quadrangle ombrageable A B C D aye maintenant en soy trois lignes paralleles avec A D, à sçavoir R S, T V, X Y : Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, on produira cesdites trois lignes, jusques à la vitrebase E F, comme R S Z, & ainsi avec les autres deux: Puis trois lignes du poinct de conjonction L, jusques à ces trois attouchemens en la vitrebase; car les trois lignes lors comprinses dedans le quadrangle M N Q P, sont manifestement l'ombre requise des ombrageables R S, T V, X Y.

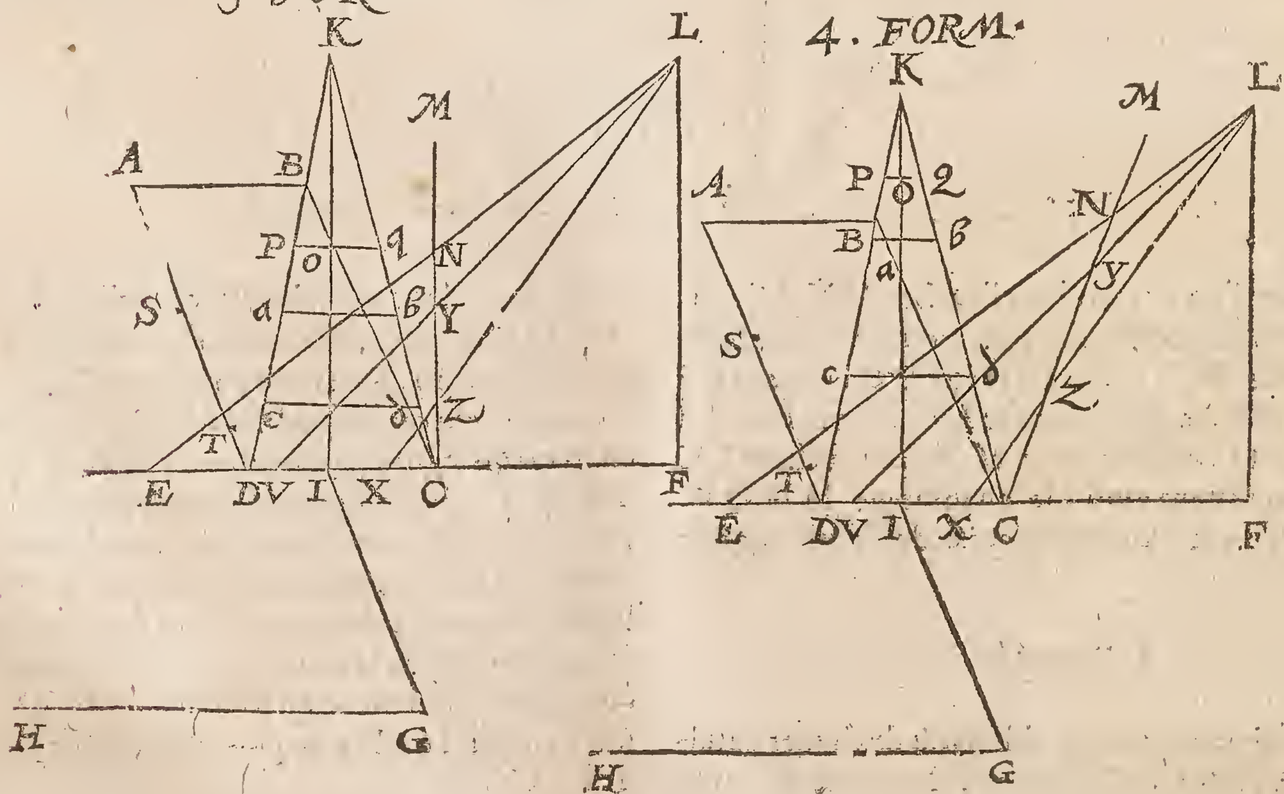


5 *Exemple.*

Quoy que nostre intention fut de diverses manieres d'operations choisir une seule, a sçavoir celle qui nous sembleroit la plus briefve & commode, toutefois nous adjousterons encore aux quatre exemples precedens ce cinquiesme, avec quelque variation en la maniere de l'operation, parce qu'au troisiesme chapitre de l'appendice nous en toucherons un mot.

Or donc pour venir à la chose, nous mettrons icy quatre figures: La premiere avec un quarré ombrageable donné: La seconde avec un ombrageable rectangle plus long d'un costé: La troisiesme avec un quadrangle parallelogramme obliqu'angle, & tous trois avec le vitre à angle droit sur le pavé par un costé du quadrangle ombrageable: La quatriesme figure avec le vitre à angle oblique sur le pavé, ausquelles quatre figures servira une mesme description. Soit donc A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le costé duquel D C tend la vitrebase E F, G est le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur G H, & à angle droit sur le pavé; puis soit tirée la ligne de pavé G I parallele avec D A, & de l'attouchement de la ligne de pavé I, la mesure de Spectateur I K, egale à G H, & à angle droit sur la vitrebase E F; puis la ligne de conjonction D K, C K. L'operation est faite jusques icy comme au commencement du premier exemple de ce troisiesme article: Mais pour trouver maintenant l'ombre de A B selon la maniere de nostre dessein; je marque en la vitrebase E F, le poinct F, de sorte que C F est egale à la ligne venant de G à angle droit sur E F, ce





qui

qui en la 1 & 2 figure est G I, en la 3 & 4 elle s'imagine: Puis F L egale & parallele avec I K: Apres je marque en la vitrebase E F le poinct E, tellement que C E est egale à la ligne venant de C à angle droit sur A B, ou sur sa prolongée; ce qui en la 1 & 2 figure est C B, en la 3 & 4 figure elle est imaginée. Puis je tire C M, faisant sur E F un angle egal à l'angle qu'on prend faire le vitre sur le pavé: Je tire puis apres le coupant C M en N, & je prens alors la longueur C N l'appliquant en la ligne, I K de I jusques O, & tirant par O la ligne P Q parallele avec A B, à sçavoir P, en la ligne de conjonction D K, & Q en la ligne de conjonction C K. Cecy estant ainsi, je dis que la ligne P Q est l'ombre de A B, & P Q C D l'ombre du quadrangle A B C D.

Preparation. Soit marquée dedans la premiere & seconde figure le poinct R, comme section commune de I K ou sa prolongée, & A B ou sa prolongée.

DEMONSTRATION.

D'autant qu'en la premiere & seconde figure C F est egale à la ligne I G, & C E à C B, qui est aussi à I R, s'ensuit que E F est egale à G R, & F L à la ligne de Spectateur, laquelle est sur le poinct G à angle droit sur le pavé; parquoy le triangle E F L estant droit à F, est egal & semblable au triangle imaginé entre l'œil R, & G, estant droit à G. Apres, d'autant que I G est egale à C F, il faut que L E coupe la ligne C M en N, aussi haut dessus C, comme le rayon de l'œil R transperce le vitre dessus I: Pourtant C N est la vraye longueur, laquelle doit estre de D C jusques à l'ombre A B; mais icelle longueur est entre D C & P Q par l'operation; pourtant P Q est en sa competente distance de D C. Leurs extremitez P, Q, sont aussi dedans les lignes de conjonction D K, C K, pourtant P Q est la vraye ombre de A B.

Par ce qui a esté demonstré en la 1 & 2 figure, on peut assez facilement entendre la consequence des semblables en la 3 & 4 figure: car si on tire une ligne de G à angle droit sur A B, ou sur sa prolongée, elle sera egale avec E F, d'où on voit assez la consequence du reste.

NOTEZ.

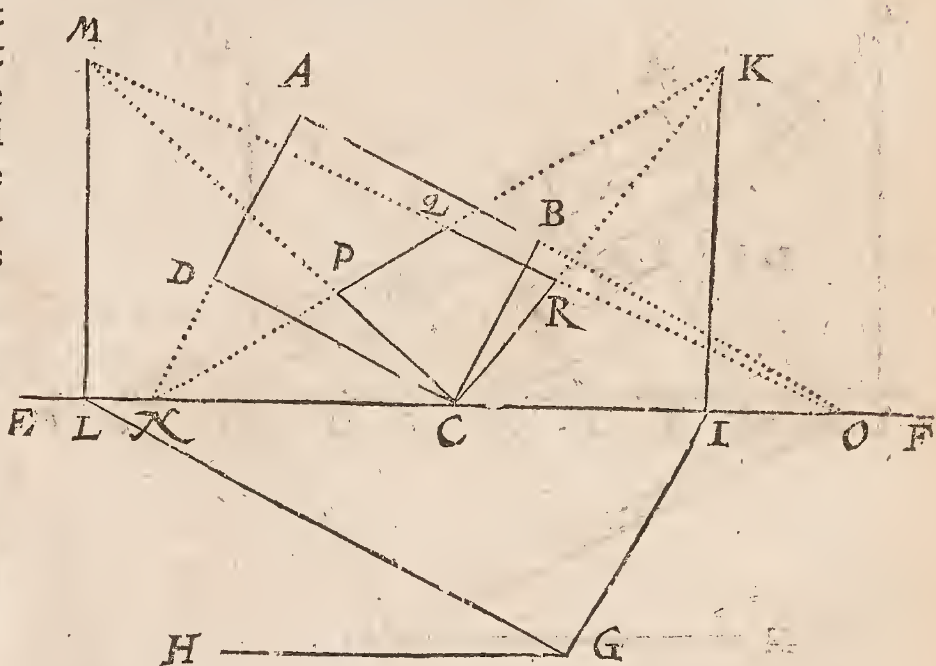
Mais s'il falloit trouver les ombres de quelques autres lignes ombrageables paralleles avec A B, cela se peut par briefveté faire ainsi: Soient entre A B & D C par imagination encores deux lignes ombrageables egales & paralleles avec AB, & tendantes par les poincts S, T, qui sont marquez en A D. Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, je marque en C E les deux poincts V, X, tellement que C V est egale avec la ligne de S jusques à E F à angle droit sur icelle, & C X egale avec la ligne de T à angle droit sur E F; je tire puis apres L V, & L X, coupant M C en Y & Z: Apres je marque au quadrangle P Q C D la ligne *a b*, aussi haute dessus D C que de Y jusques à C; pareillement la ligne *c d* aussi haute dessus D C que de Z jusques C, & j'ay manifestement le requis.

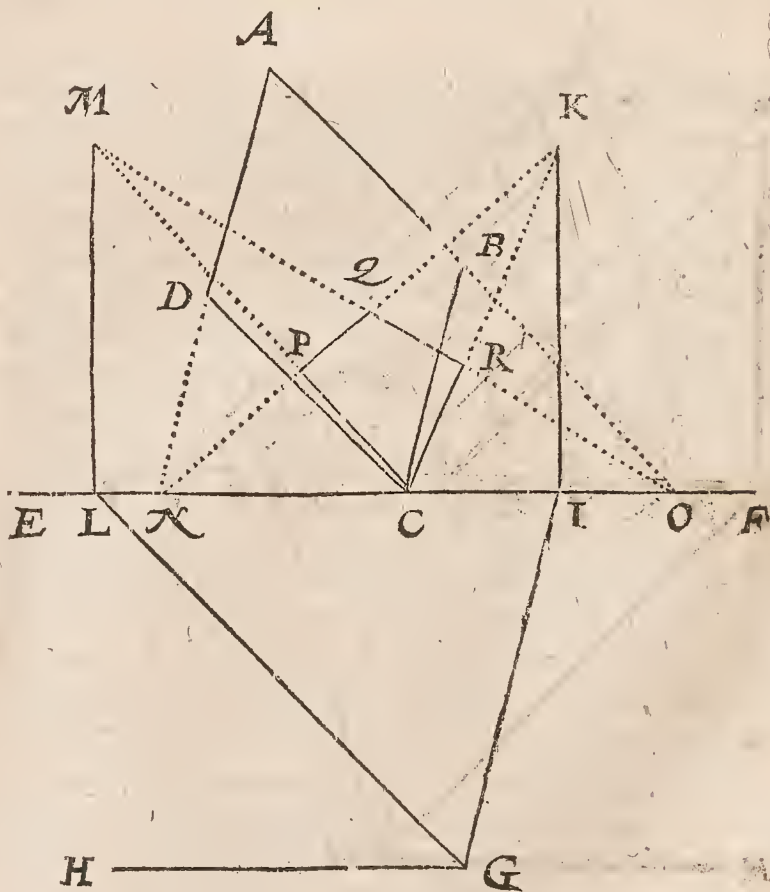
Nous avons descrit jusques icy des exemples où le vitre tend par l'un des costez du quadrangle ombrageable, mais pour donner aussi exemple là où il tend hors d'un costé parallele avec iceluy, soit aux deux premiers quadrangles rectangles ombrageables A B T *e* un quadrangle ombrageable, tendant le vitre par E F parallele avec A B, & le reste du donné soit comme dessus.

Pour trouver maintenant l'ombre de A B, on produira A T, & son costé opposite B *e*, tant qu'ils touchent E F, comme en C & D: Puis posant que A B C D soit la figure ombrageable donnée, on trouve P Q ombre de A B comme dessus; Et puis posant encore T *e* C D comme si elle estoit la figure ombrageable donnée, on trouve de mesme façon l'ombre de l'imaginée T *e*, & on a le requis. Dont la demonstration est manifeste par la precedente.

6 Exemple.

Nous parlerons maintenant de la briefveté lors que le vitre tend non parallele avec chacun des quatre costez: Soit à ceste fin A B C D un quadrangle rectangulaire ombrageable, E F la vitrebase non parallele avec chacun des quatre costez, & tendant le vitre à angle droit sur le pavé par un des poincts, comme par C, & G est le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur GH: Pour avoir l'ombre d'iceluy quadrangle A B C D, on pourroit trouver l'ombre d'un chacun des poincts A B D selon la regle generale de la 5 proposition, tirant puis apres des lignes de l'un des poincts à l'autre; mais on les peut avoir par voye plus briefve, comme s'ensuit. Je tire la ligne de pavé G I parallele avec C B, & K I à angle droit sur E F & egale à G H; puis la ligne de pavé





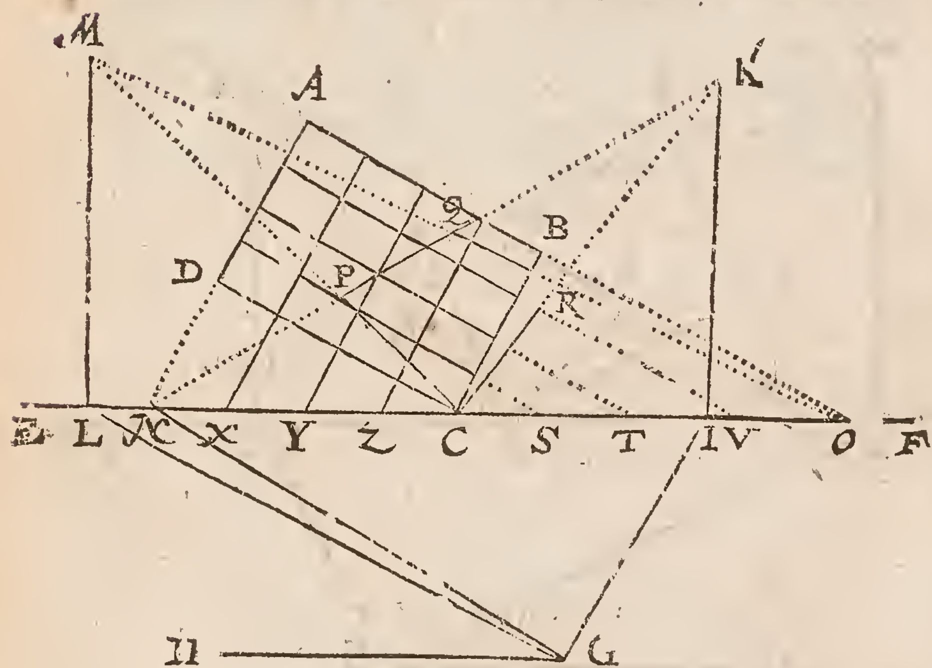
G I parallele avec C D, & sur E F la mesure de Spectateur L M egale à G H; apres je produis A D jusques à la vitrebase en N, & A B jusques à la mesme vitrebase en O; apres K N, K C, & M C coupant K N en P;

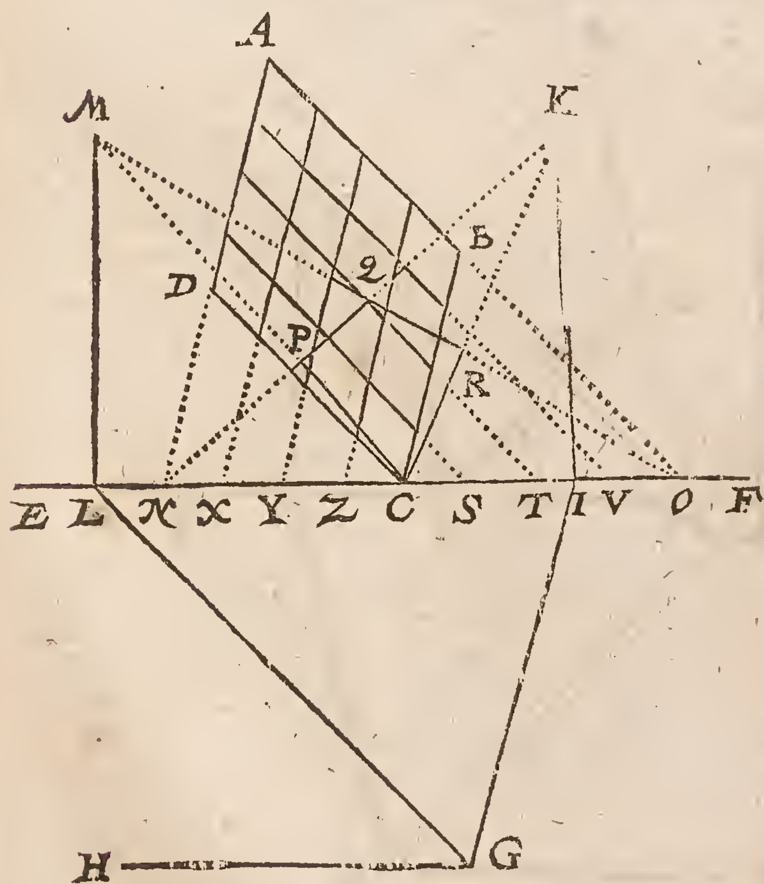
puis

puis M O coupant KN en Q, & KC en R. Ce qu'estant ainsi, le quadrangle QRCP est l'ombre requise de l'ombrabeable ABCD; car MO, MC sont lignes de conjonction des ombres de AB, DC; & KN, KC, des ombres de AD, BC: pourtant les ombres de AB & DC sont dedans les lignes de conjonction MO, MC, & les ombres de AD, BC, dedans les lignes de conjonction KN, KC: parquoy QR & PC sont ombres de AB, DC; & QP, RC ombres de AD, BC; & par consequent le quadrangle QRCP ombre du quadrangle ombrageable ABCD.

7 Exemple.

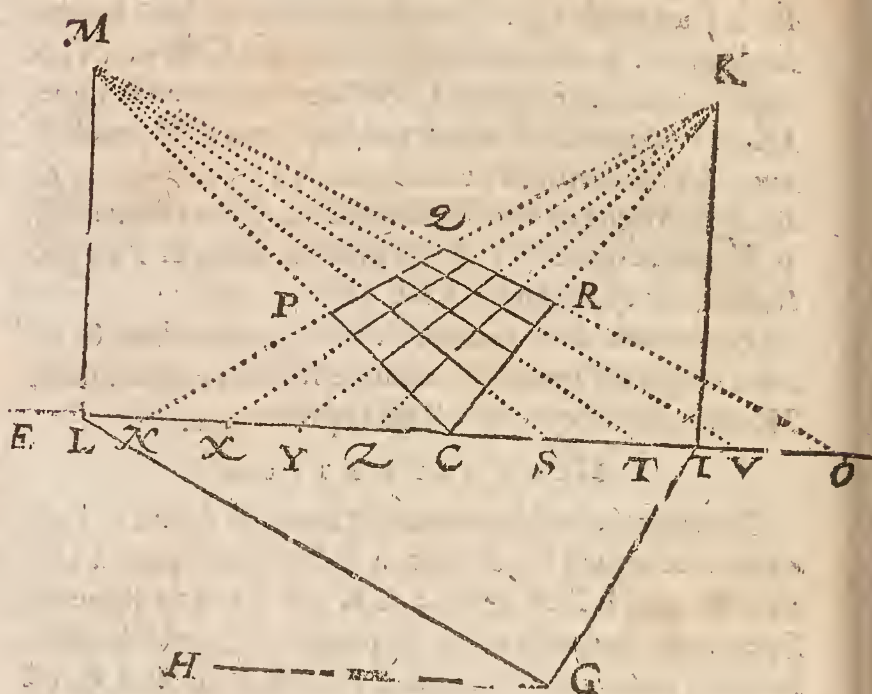
Mais s'il y avoit en l'ombrageable quadrangle parallelogramme des lignes paralleles avec les costez, leurs ombres se trouvent pareillement par briefveté. Soient par exemple au quadrangle ombrageable ABCD, trois lignes paralleles avec AB, & trois autres lignes paralleles avec AD: Ce qu'estant ainsi, on en fait l'operation comme dessus, & sur cela on produit encore les om-

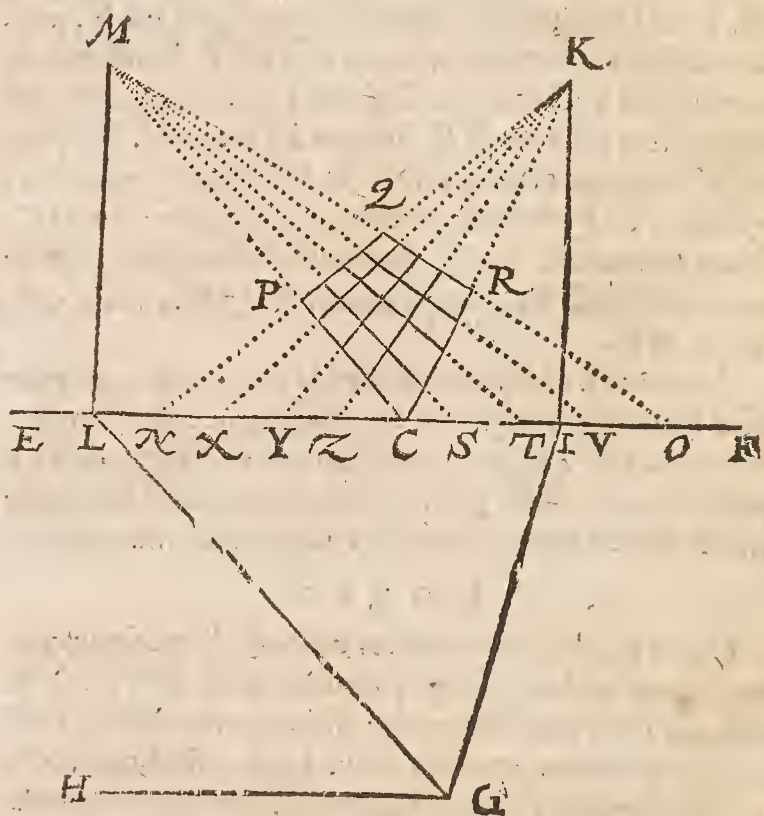




brageables données tant qu'elles touchent la vitrebase EF, comme entre C & O aux trois poincts S, T, V; mais entre C & N aux trois poincts X, Y, Z, & la figure est alors comme cy-dessous.

Je tire puis apres les six lignes MS, MT, MV, KX, KY, KZ; & alors les lignes comprinses dedans le quadrangle QRCP (lequel quadrangle pour plus ample

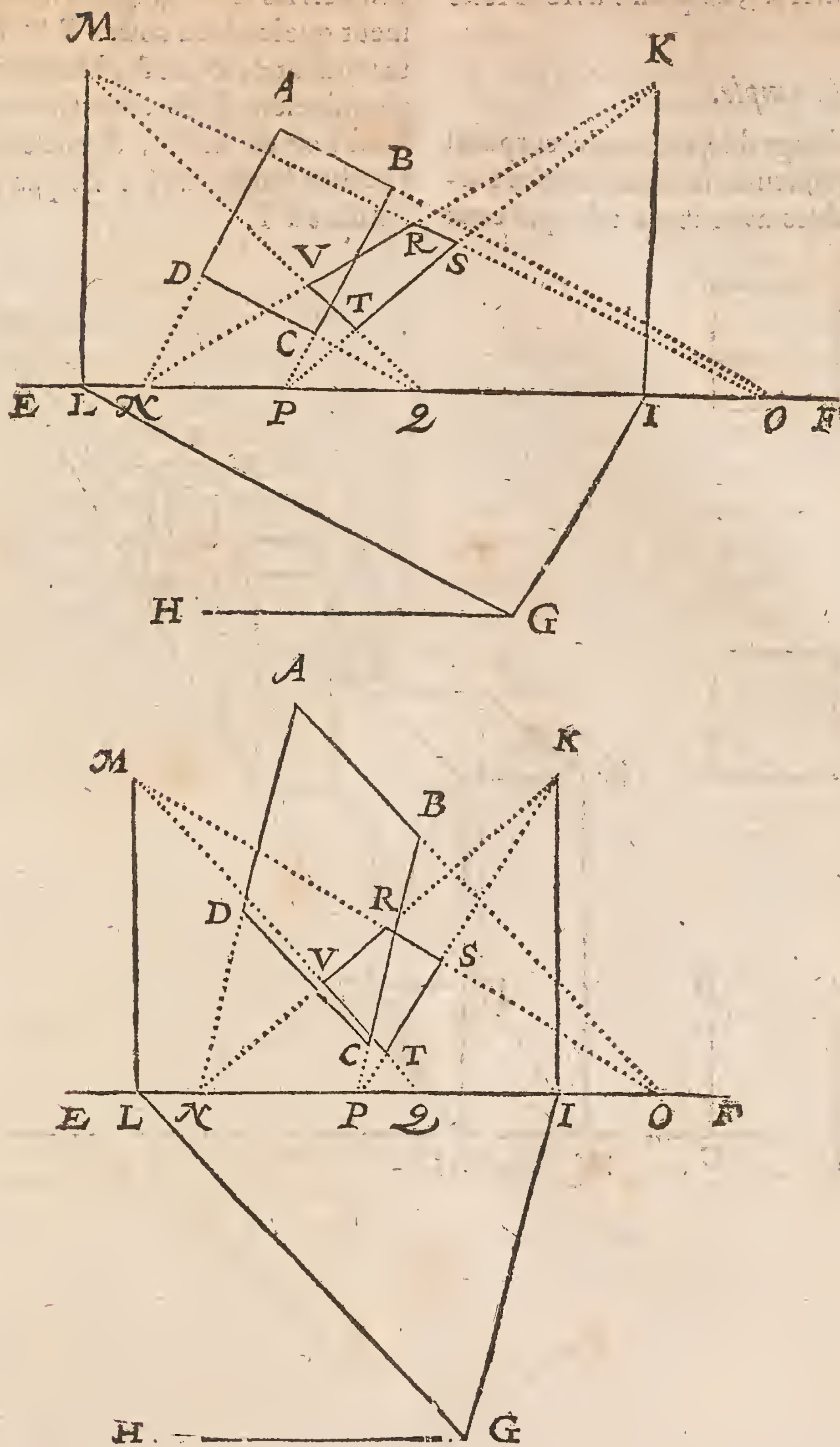




esclaircissement, nous remarquerons encore sans le quadrangle ombrageable donné) sont les ombres requises des ombrageables paralleles dedans le quadrangle. ABCD.

8 Exemple.

Soit maintenant la vitrebase EF hors du quadrangle parallelogramme ombrageable ABCD, sans le toucher, comme cy-dessous, où G signifie le pied, GH mesure de Spectateur, laquelle, comme aussi le vitre, est parallele sur le pavé: Or suivant l'operation avec les poincts I, K, L, M, N, O, comme dessus, puis produisant BC & CD, tant qu'elles touchent la vitrebase EF en P, & Q, & tirant MO, MQ, KN, KP; alors le quadrangle comprins entre les interieures parties des quatre lignes, comme RS, TV, est l'ombre



bre requise, dont la demonstration est manifeste par la precedente.

9 Exemple.

Mais si le quadrangle ombrageable A B C D avoit des lignes ombrageables paralleles avec l'un & l'autre costé, pour trouver leurs ombres par briefveté, on feroit comme dessus, à sçavoir on produiroit ces lignes jusques à la vitrebase E F; puis les lignes venans de M jusques à tels attouchemens tombans entre Q & O, & de K jusques à tels attouchemens entre P & N; car les parties d'icelles lignes comprinses dedans le quadrangle R, S, T, V, seroient pour les raisons precedentes l'ombre requise.

10 Exemple.

Il se peut aussi rencontrer briefveté en l'ombragement de quadrangles rectangles solides : Et pour en parler par exemple, soit A B C D l'ichnographie ou plan d'un rectangle solide, duquel la hauteur E F, & le vitre tend par le plan anterieur, duquel la base D C, le pied soit G, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur H I : Or pour faire l'operation, je marque sur un autre vitre (pour ne mesler l'ombre avec le plan donné) K L, M N, comme ombre du quadrangle qui vient dedans le vitre, à sçavoir duquel la base N M est egale avec D C, & la hauteur N K egale à E F; Puis je trouve par la 5 ou 6 proposition le poinct de conjonction O, d'iceluy je tire O M, O N, O K, O L, comme lignes de conjonction des ombres prolongées des ombrageables, telles que sont D A, C B, & celles qui y viennent dessus. Or pour parfaire maintenant le reste des ombres requises, je n'ay qu'à cercher l'ombre du poinct, tel qu'est A, laquelle ombre soit P, qu'on trouve maintenant seulement par les deux derniers articles de l'operation de la 5 proposition : Puis on produit P Q parallele avec N K, jusques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O K; apres Q R parallele avec N M, jusques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O L; apres R S parallele avec L M, jusques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O M : Et finalement S P, laquelle s'il n'y a faute en l'operation, sera necessairement parallele avec L M, par la 2 proposition; & pour les raisons deduites en icelle 2 proposition, P Q & R S doivent estre paralleles avec N K, L M; & Q R avec N M; de sorte que K L M N P Q R S est l'ombre requise.

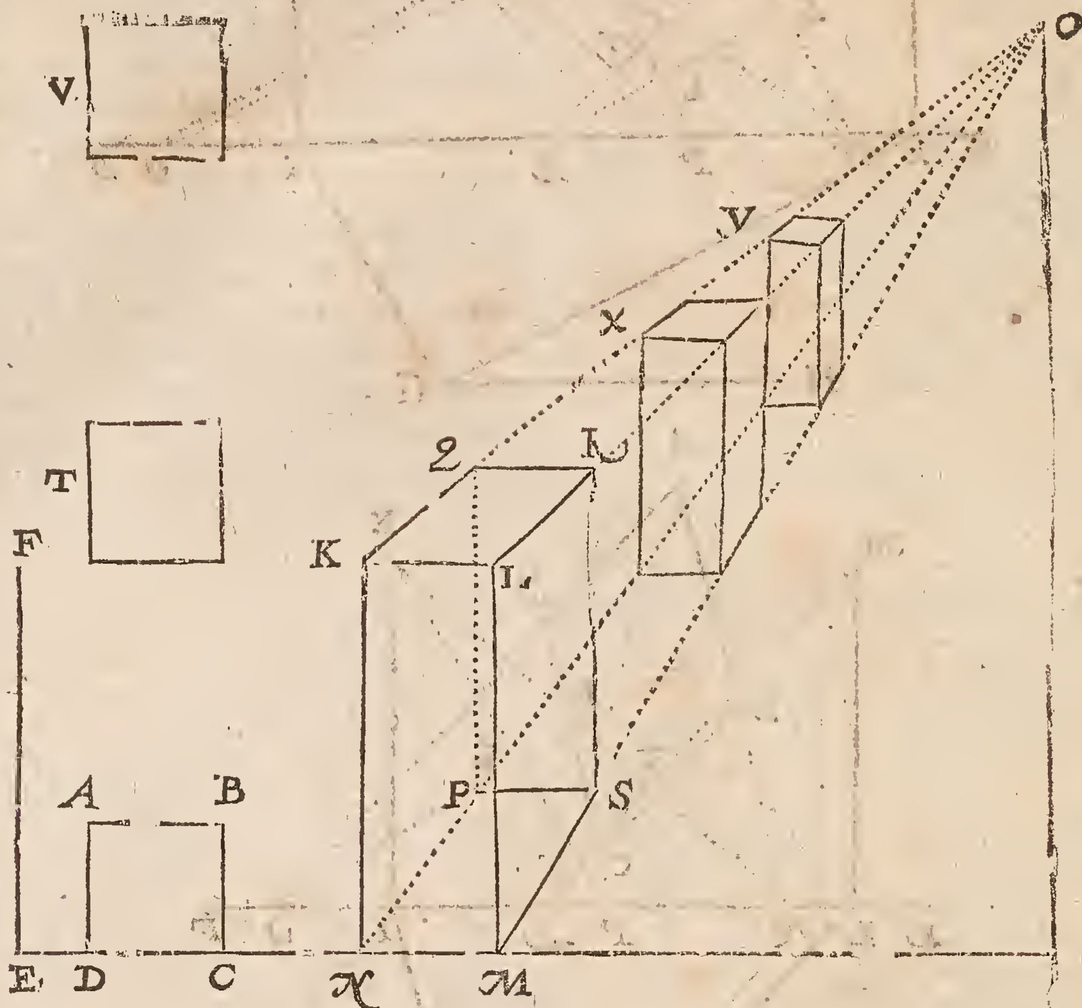
Mais puis que ceste ombre est marquée d'un rectangle corporel, comme estant de matiere diaphane, tellement qu'on peut voir les lignes posterieures, comme P Q, P S, P N; c'est à sçavoir que quand on se propose que le corps n'est point diaphane, on ne tirera pas si on veut ces trois lignes; & en tel cas on eut peu au lieu du

 poinct P,

poinct P, trouver le poinct Q, & pour suivre le reste comme il appartient.

11 *Exemple.*

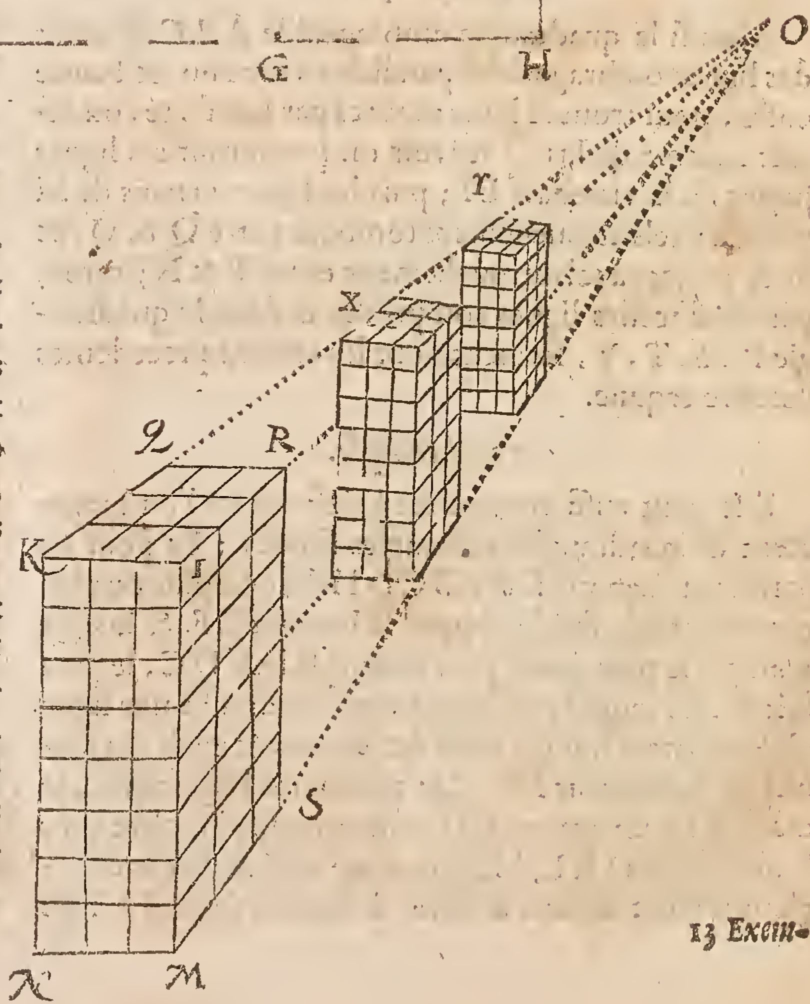
Mais si derriere l'ombrageable rectangle corporel donné, estoient dressez plusieurs autres rectangles corporels, egaux & semblables avec iceux tels que ceux desquels les ichnographies sont les quarrez T, V; tellement que les deux costez T & V soient en la ligne droite tendant de D par A, l'invention de leurs ombres est pareillement facile, car trouvant le poinct X comme dessus est dit de Q, & procedant avec iceluy, on a l'ombre requise à X : Et par mesme voye on trouve l'ombre à Y.



12 *Exemple.*

Mais si dedans le susdit rectangle corporel ombrageable estoient plusieurs autres lignes paralleles avec les costez, leurs ombres se pourroient tirer par briefveté: Comme par exemple, prenant qu'aux costez plus courts soient marquez trois poincts, desquels soient tirées des lignes paralleles avec les costez plus longs; Pareillement dedans les costez plus longs sept poincts, desquels soient tirez des paralleles avec les costez plus courts.

Pour trouver l'ombre d'icelles paralleles, il ne faut que tirer les lignes de O jusques aux poincts susdits, & puis toutes les autres comme la figure suivante le demonstre; moyennant que les paralleles avec K L au quadrangle K R se trouvent, comme il est dit cy-devant au troisiesme article; & que des extremes poincts d'icelles lignes dedans L R, sont tirées des lignes paralleles avec R S.

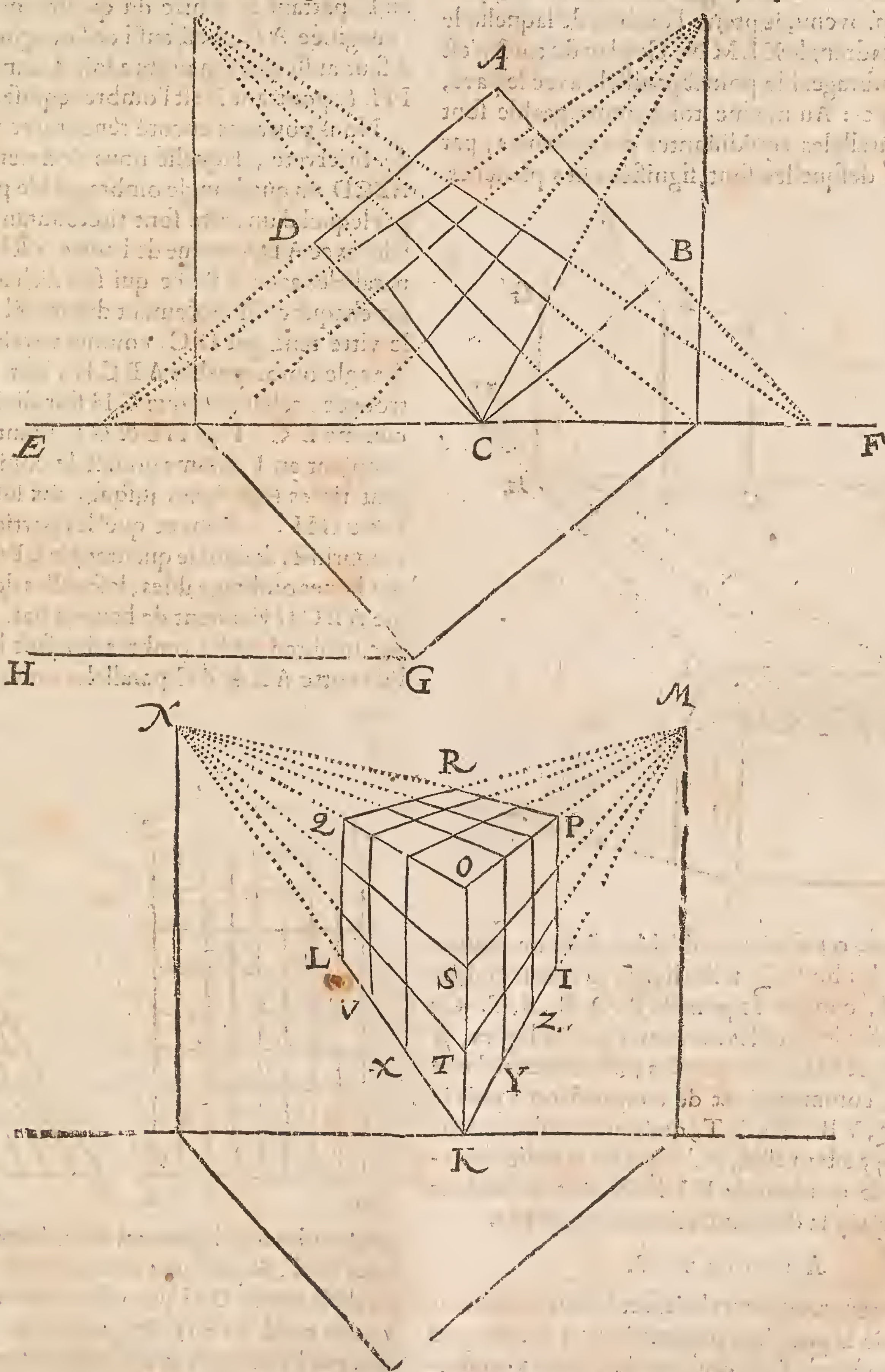


13 Exemple.

Si le vitre n'estoit parallele avec le plan du rectangle corporel, comme cy-devant, ains non parallele, il y en provient aussi des briefvetez remarquables. Soit pour exemple ABCD un rectangle, je prens un quarré, comme plan dedans le pavé, sur lequel est imaginé un rectangle corporel de la hauteur qu'est la longueur d'un des costez d'un quarré, à sçavoir un cube; & par l'angle C tend le virre E F à angle droit sur le pavé, & G est le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur iceluy pavé, & egale à la mesure de Spectateur G H: Pour marquer l'ombre de ce cube, je trouve pour le premier, comme dessus, l'ombre de la base, ou des trois poincts visibles B, C, D, lesquels sont, je prens, comme en la seconde figure suivante I, K, L; Et K, I, M, l'une des lignes de conjonction, de laquelle le poinct de conjonction est M; l'autre ligne de conjonction est K L N, dont le poinct de conjonction N; & sur le poinct K, qui vient dedans le vitre, je tire le costé du cube qui est dedans le vitre, comme K O egale à A B; puis du poinct de conjonction M, la ligne de conjonction M O, & N O; puis I P, & L Q paralleles avec K O, venant P en M O, & Q en N O: Puis M Q, & N P coupant M Q en R: Ce qu'estant ainsi, je dis que la figure R P I K L Q O est l'ombre requise du cube donné.

14 Exemple.

Mais si le cube donné estoit sur chacun quarré des lignes paralleles avec les costez, les ombres d'icelles se peuvent aussi trouver avec briefveté. Par exemple, les poincts extremes d'icelles lignes paralleles dedans K O soyent S, T, & les poincts extremes des ombres de telles lignes dedans K L, trouvez dedans la base comme devant, sont V, X; & dedans K I sont Y, Z: Je tire puis apres les lignes de V & X paralleles avec K O, jusques en Q O, & de là en avant jusques à M; puis de Y & Z

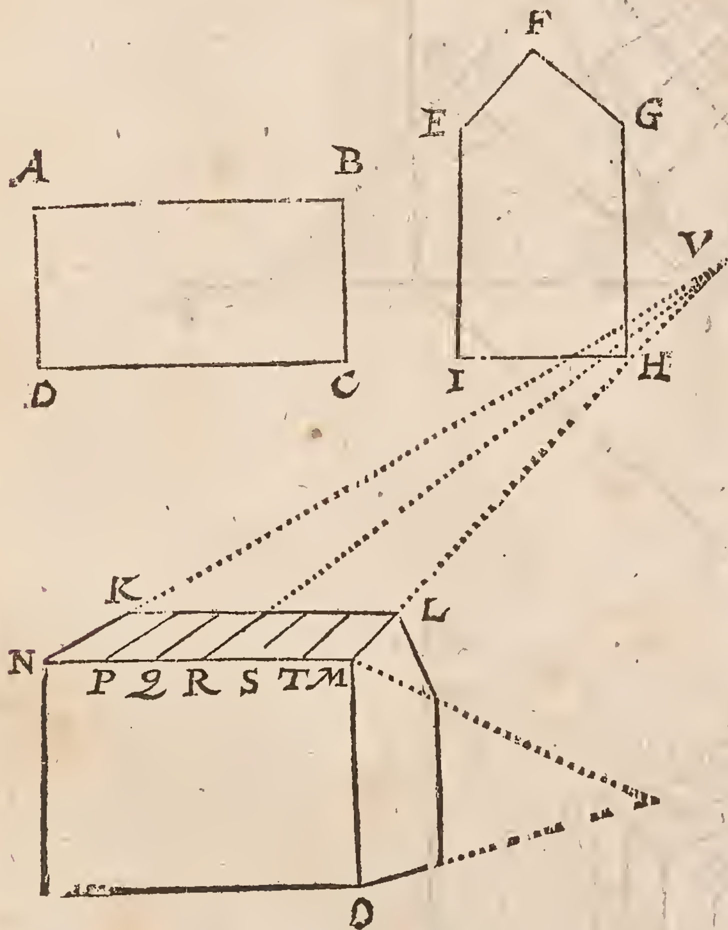


parallele avec K O, jusques en M O, & de là en avant jusques à N; puis N S, N T, M S, M T: Ce qu'estant ainsi, les lignes comprinses és trois quadrangles sont manifestement les ombres requises des lignes ombrageables paralleles données sur les quarrez du cube. A ces susdits exemples de rectangles corporels on en

pourroit encore adjouster quelques autres de grands edifices, mais estimant que par cecy l'intention de la briefveté est assez entenduë, venant en telles paralleles, à sçavoir qui avec le pavé ou vitre soient paralleles, nous nous contenterons de ceux-cy, & ce d'autant que quiconques s'exerce en la practique d'enombrer, remarque de soy-mesme plusieurs briefvetez lesquelles n'ont affaire d'enseignement de bouche.

Article IV.

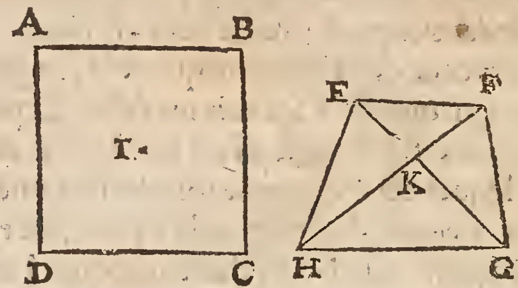
Il se rencontre aussi briefveté en l'ombragement des lignes ombrageables paralleles, lesquelles ne sont paralleles avec le pavé, ny aussi avec le vitre. Pour en donner exemple, soit A B C D le plan d'une maison, le profil de laquelle, comme estage anterieur ou posterieur, soit E F G H I, tellement que I H est egale & convient avec C B, & viene le vitre sur le pavé à angle droit par D C: A cecy estant encore donné le pied, & ligne de Spectateur, & en estant fait l'ombragement selon qu'il appartient, il en est provenu, je prens, l'ombre, de laquelle le toict soit le quadrangle K L M N: Ce plan du toict n'est en la figure ombrageable poinct parallele avec le pavé, ny avec le vitre: Au mesme toict ombrageable sont cinq lignes paralleles equidistantes des extremes, par les intervalles desquelles sont signifiées des planches,



plomb, tuilles, ou choses semblables dont on couvre les maisons, les bouts de telles lignes viennent dedans la ligne M N, comme és poincts P, Q, R, S, T. Or pour trouver facilement les ombres d'icelles lignes, je prolonge N K & M L, tant qu'elles se rencontrent l'une l'autre en V, comme poinct de conjonction: puis je tire V P, V Q, V R, V S, V T, qui toutes doivent couper K L. Cecy estant ainsi, je dis que les cinq lignes venant dedans le quadrangle K L M N sont les ombres requises; dequoy la demonstration est manifeste.

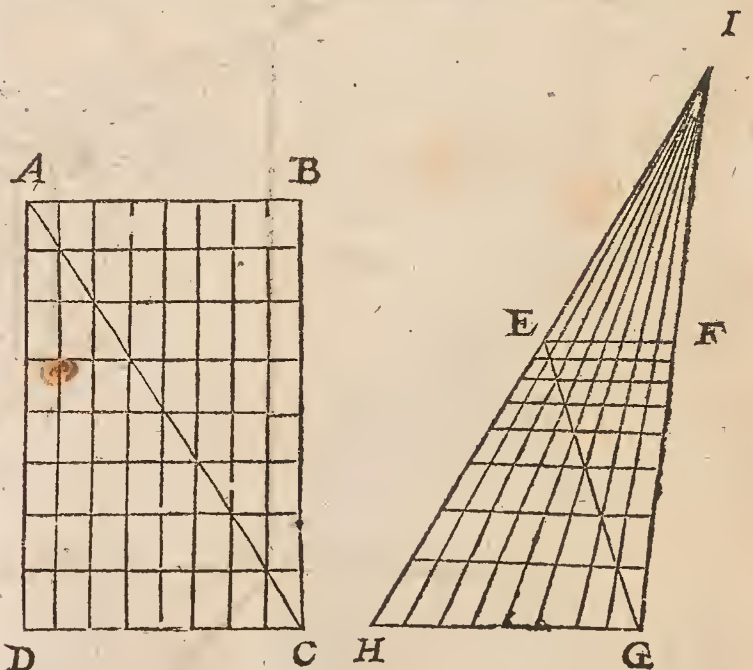
Article V.

Nous pouvons rencontrer briefveté nous souvenant du contenu de la premiere proposition, à sçavoir que la ligne droite entre deux ombres de poincts ombrageables, est ombre de la ligne ombrageable droite entre iceux deux poincts ombrageables: Pour en donner exemple, soit A B C D un parallelogramme ombrageable, duquel l'ombre trouvée soit E F G H: A cecy on requiert encores l'ombre du centre I de A B C D: Pour faire cecy avec briefveté, je produis les deux lignes droites E G, F H, & là où elles s'entrecoupent, comme



en K, est l'ombre requise du poinct ombrageable I: Car par la susdite 1 proposition E G est ombre de l'imaginée A C, & F H de l'imaginée B D: Mais la commune section d'icelles deux lignes imaginées advient en I, partant le centre du quadrangle A B C D est en l'imaginée A C, il est aussi en l'imaginée B D; parquoy il faut aussi que son ombre soit dedans E G, & aussi en F H, & pourtant K est l'ombre requise.

Nous pouvons encore rencontrer une autre qualité de briefveté, laquelle nous declarerons ainsi: Soit ABCD un quadrangle ombrageable parallelogramme, par lequel d'un costé sont tirées autant des lignes paralleles avec A D, comme de l'autre costé en sont tirées de paralleles avec A B, ce qui soit à chaque costé sept, & sur chaque costé egalement distantes l'une de l'autre, & le vitre tend par D C, comme vitrebase: De ce quadrangle ombrageable A B C D, soit E F G H l'ombre trouvée, tellement que G H soit divisé en sept parties comme D C: Puis H E & G F estant prolongées s'assemblent en I comme poinct de conjonction, duquel sont tirées sept lignes jusques aux susdits sept poincts entre G H, tellement que les parties d'icelles lignes comprinses dedans le quadrangle E F G H, sont ombres des lignes ombrageables, lesquelles dedans le quadrangle A B C D viennent de haut en bas. Mais pour trouver maintenant les ombres des sept lignes ombrageables entre A B & B C paralleles avec icelles, je tire E G



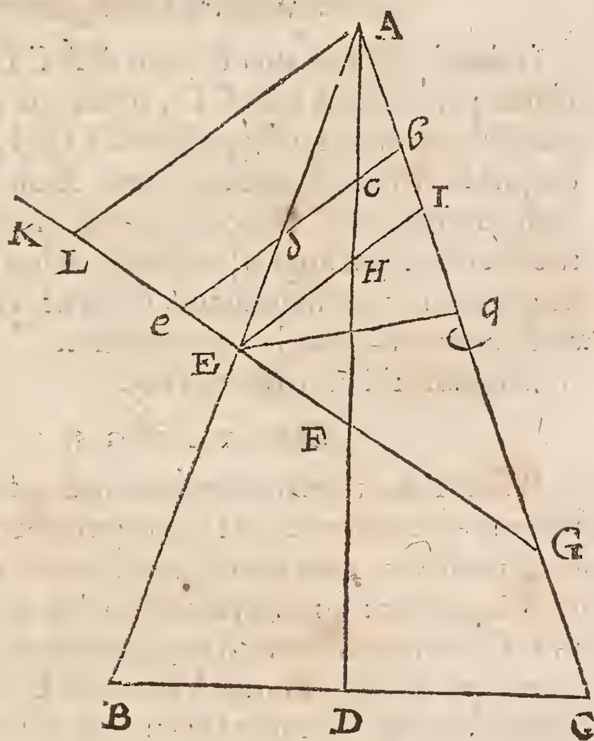
coupant les sept lignes qui sont tirées de I jusques en la ligne G H, & par leurs communes sections je tire sept paralleles avec G H, finissant d'un costé en E H, & d'autre costé en F G; lesquelles sept lignes ainsi trouvées par briefveté, je dis qu'elles sont les ombres requises. Ce que pour demonstrer, soit premierement tirée la ligne droite A C, de laquelle il faut que E G soit l'ombre, par la 1 proposition; d'autant que le poinct G est

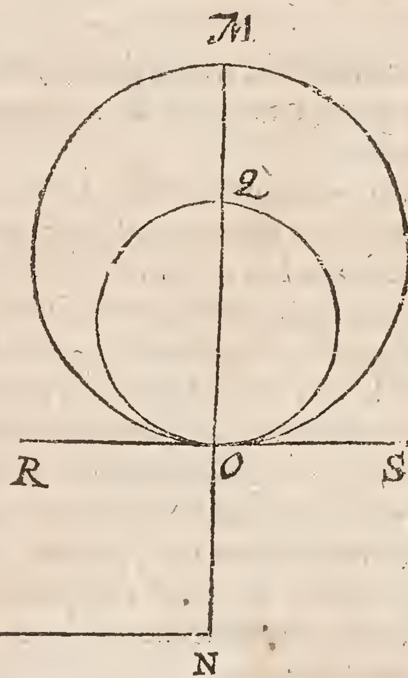
est ombre de C, & E de A, & toutes les communes sections d'icelle E G, & des lignes de I jusques en G H, doivent par la susdite 1 proposition estre ombres des communes sections ombrageables de A C, & des lignes venantes de haut en bas. Mais d'autant que par icelles communes sections ombrageables tendent les autres paralleles ombrageables, il faut que leurs ombres tendent aussi par les communes sections en E G, & consequemment les lignes par icelles sont les ombres requises.

Article VI.

Nous pouvons aussi rencontrer briefveté en l'ombragement d'aucuns cercles ombrageables, car le cercle ombrageable estant parallele avec le vitre, son ombre est pareillement un cercle par la 2 proposition: Parquoy estant trouvée l'ombre du diametre ombrageable, & sur iceluy descrit un cercle, on a l'ombre requise.

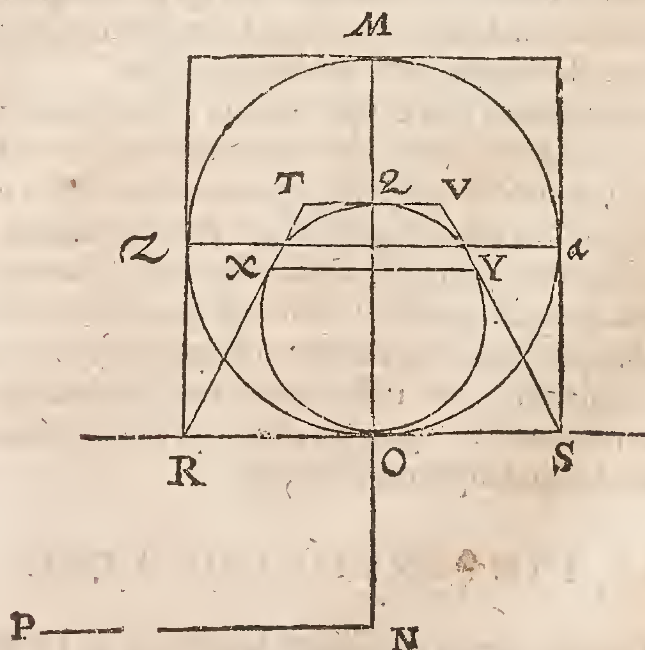
Mais quand le cercle ombrageable n'est point parallele avec le vitre, l'ombre peut selon la qualité du donné estre un cercle. Pour en declarer la raison, je prens premierement pour cognu le traicté des cones autant qu'il est icy necessaire, & je dis ainsi: Soit A B C un conoidal, dont le moindre diametre de la base est B C, & le moindre triangle A B C, l'axe A D. Ce conoidal est coupé avec un plan E F G à angle droit sur le moindre triangle A B C, & par l'axe en F: Icelle section de conoidal E F G peut estre une ellipse semblable à la base, ou d'espece plus longue ou plus courte, ou bien un cercle parfait, & cela selon la longueur du plus grand diametre. Or prenant que ceste section soit un cercle, soit tirée sa section opposée E H I, laquelle on a quand l'angle AHI est egal à l'angle AFE: Et comme ceste section opposée est tousiours semblable avec l'autre, il faut qu'elle soit aussi un cercle, de sorte qu'iceluy conoidal a deux sections qui sont cercles, comme E F G, & sa section opposée E H I. Or prenons maintenant que le cercle E F G soit un cercle ombrageable veu de costé, A l'œil, & par E H I un plan comme vitre entre deux, auquel vitre estant pareillement un cercle, il peut advenir, comme nous avons dit, que le cercle ombrageable n'estant point parallele avec le vitre, l'ombre toutefois soit un cercle. Or pour venir maintenant à l'exemple de tel ombragement, je produis G E assez avant,





comme jusques à K & la dessus A L parallele avec I E, tellement que A L signifie la ligne de Spectateur, & le poinct L le pied; Ce qui estant ainsi, je tire sur un autre plan la ligne M N egale avec G L, marquant en icelle le poinct O; tellement que M O soit egale avec G E; je descris sur icelle, comme diametre le cercle M O, je tire puis apres N P egale à L A; apres je mets en O M le poinct Q; tellement que O Q soit egale à E I, descrivant sur iceluy le cercle O Q, lequel estant trouvé ainsi avec telle briefveté, je dis que c'est l'ombre requise du cercle O M. Pour declarer cecy plus amplement, soit tirée par O la ligne R S, à angle droit sur M N, comme vitrebase. Ce qu'estant ainsi, je dis comme s'ensuit: Le cercle O M demeurant dedans le pavé, mais le vitre dedans lequel tourne O Q sur R S, comme axe, soit tourné d'enhaut tant qu'il face un angle sur le pavé egal à A L G; tournant pareillement N P sur N, jusques à ce que comme ligne de Spectateur elle est parallele avec le diametre O Q, alors l'ombre, à sçavoir le cercle O Q, sera de l'œil veu convenir avec le cercle ombrageable O M, dont cy-devant nous avons declaré la demonstration & cause. Il est aussi notoire par la 7 proposition, que le mesme cercle O Q demeure ombre du cercle O M en tout angle que le vitre fait sur le pavé, pourveu que la ligne de Spectateur soit tousiours parallele avec le diametre O Q.

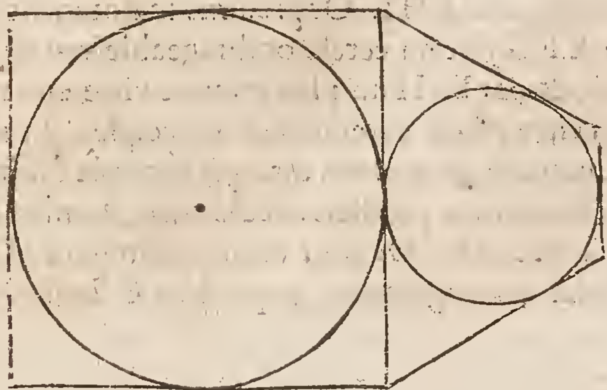
Mais si quelqu'un vouloit voir quelque preuve mechanique de cecy, il pourroit mettre le cercle ombrageable, comme M O, dedans un quarré, comme cydessous, & l'ombre d'iceluy quarré estant trouvée, lequel soit T V S R, les quatre costez touchent le cercle



aux poincts O, X, Q, Y, ce qui est signe de certitude. Et si on veut s'enquerir plus avant, on peut tirer le diametre du cercle ombrageable Z a à angle droit sur OM, l'ombre

l'ombre trouvée duquel soit X Y, laquelle venant entre les deux susdits poincts de l'attouchement, m'asseurent que les deux poincts ombrageables de l'attouchement Z, *a*, viennent dedans l'ombre circulaire O Q, à leur place competente. Et si on pose un autre poinct ainsi qu'il advient dedans le circuit du cercle ombrageable, & qu'on trouve que son ombre vienne tousiours dedans la circonference (ce qu'il faut trouver, s'il n'y a faute en l'operation mechanique) par cela on voit ce que nous avions entrepris de declarer.

Si on pose la susdite ombre de l'autre costé de S R, comme cy-dessous, il est notoire qu'iceux deux quadrangles avec les cercles qui sont dedans, sont ombres



d'un cube ombrageable, ayans descrit de chaque costé un cercle, duquel (l'œil posé en lieu competent) on voit deux costez.

Es exemples cy-devant descrits, le vitre a touché le cercle ombrageable : Mais pour donner exemple là où tel attouchement n'advient point, soit tirée dedans le cone precedent la ligne *b c d e* parallele avec I H E, comme vitre veu de costé, coupant le cone de *b* jusques à *d*, & l'axe en *c*, & le pavé K G en *e*, lequel vitre ne touche maintenant le cercle E G. Cela estant ainsi, la section *b d* est comme I E, ou E G un cercle. Pour enombrer tel cercle, on produira alors la vitrebase, comme R S, aussi loing du poinct O, que de E jusques à *e*, & on trouvera l'ombre comme de O M, laquelle devra venir egale à *b d*, & marquant sur icelle un cercle, il est notoire qu'il sera l'ombre requise.

Mais si la section du cone n'estoit parallele avec I E, ny avec E G, comme je prens la section E *g*: Il est notoire qu'il faut que ce soit un cercle, ou ellipse, le diametre plus grand ou plus petit de laquelle est E *g*.

Il se faut aussi souvenir, qu'iceluy quadrangle T V S R signifiant l'ombre, a telle qualité, qu'il est impossible d'en descrire une ellipse touchant les quatre costez, mais doit necessairement estre un cercle parfait.

Il est notoire par ce que devant, que quand telle ombre quadrangulaire d'un quarré ombrageable avec un cercle y descrit, est telle, qu'on peut descrire en la mesme ombre quadrangulaire un cercle touchant les quatre costez, qu'iceluy cercle doit estre l'ombre de son cercle ombrageable : Aussi que quand telle ombre quadrangulaire d'un rectangle ombrageable avec une ellipse y descrite, est telle, qu'on en peut descrire un cercle touchant les quatre costez, qu'iceluy cercle est ombre de son ellipse ombrageable.

DE L'INVENTION DE L'OEIL.

Or ayant jusques icy descrit la maniere de l'ombragement, reste maintenant à parler de la cognoissance où il faut poser l'œil pour voir en sa perfection l'ombre signée : Qui est, comment on trouvera le poinct en l'air, que l'ombrageur en ombrageant s'estoit proposé pour œil. Or pour en parler plus amplement par exemple, il est notoire qu'on fait des peinctures, lesquelles veuës par devant apparoissent tres-difformes, ne ressemblant ce qu'elles doivent signifier, mais ces peinctures veuës de costé, par certain petit trou ordonné pour cela, monstrant la place de l'œil, elles semblent fort belles : Et ainsi on entendra que les ombres, lesquelles sont faites parfaitement selon l'art, ont un tel lieu, auquel posé l'œil, la peincture se voit en perfection. Or si à toutes peinctures ou ombres on mettoit un tel trou, il ne seroit besoing de le cercher : Mais cela n'estant en usage, nous en descrirons ce qui nous en vient maintenant à la memoire, comme s'ensuit.

PROBLEME VI. PROPOSITION XII.

Estant donné un plan de quatre ou plusieurs costez, qui est plan d'un plan ombrageable donné, sur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un costé ou ligne entre deux angles parallele avec la vitrebase : Trouver l'œil.

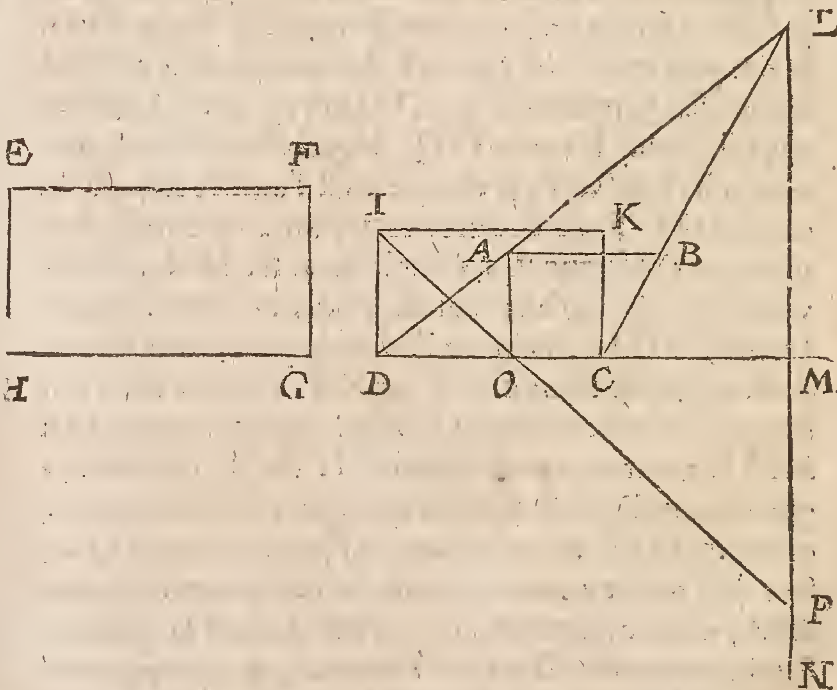
1 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle rectangle ombrageable parallelogramme.*

Le donné. Soit le quadrangle A B C D, ayant deux costez paralleles A B & C D, ombre de l ombrageable parallelogramme rectangulaire E F G H, au plan infini duquel le vitre en l'ombragement estoit à angle droit : Icelle ombre A B C D a deux lignes, à sçavoir A B, C D, tirées entre deux angles, lesquelles selon le requis de la proposition necessairement doivent estre paralleles avec la vitrebase par la 2 proposition.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Il faut sçavoir premierement que ceste operation se fait par voye reverse de la 5 proposition de l'invention de l'ombre par l'œil donné, avec le reste : Ce qui estant dit en commun, nous viendrons à la chose. Veu que A B C D estant ombre d'un quadrangle ombrageable a deux paralleles, comme A B avec D C, & que D C est ombre du costé, comme H G, par le donné, il falloit en l'ombragement que le vitre tendist par l'un des costez E F, H G, ou parallele avec iceluy, par la 3 proposition: Mais qu'il ayt tendu ainsi qu'il advenoit, nous prendrons icy, & és semblables suivans, comme si tousiours il tendoit par un des costez; d'autant qu'il donne un



mesme œil, comme nous esprouverons en la demonstration. Or pour sçavoir maintenant par quel costé, je re-

je regarde apres la plus grande des deux paralleles A B, D C, qui est D C, laquelle estant ombre de la ligne H G par le donné ; le vitre tendoit par l'un des costés, comme H G. Cecy estant ainsi, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle E F G H. Puis je produis D A & C B tant qu'ils se rencontrent l'un l'autre au poinct de conjonction L ; puis L M comme mesure de Spectateur à angle droit sur D C, ou sur sa prolongée comme vitrebase, & l'infinie M N parallele avec K C ; puis A O à angle droit sur la vitrebase D M, & de I par O une ligne tant qu'elle rencontre l'infinie M N comme en P ; puis dressant ou imaginant sur le poinct L une ligne egale à P M, & à angle droit sur le vitre, le bout de ceste ligne est l'œil requis.

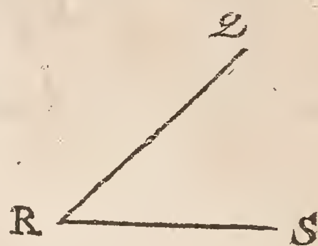
Demonstration.

Soit par imagination le vitre avec l'ombre A B C D, & le surplus, qu'on suppose estre marqué dedans le vitre, separable du pavé, tournant iceluy vitre sur la vitrebase D M comme axe, de sorte qu'il est à angle droit sur le pavé, c'est aussi à angle droit sur le quadrangle ombrageable I K C D : Puis soit sur P dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur M L, & parallele avec icelle : Ce qu'estant ainsi, l'œil au bout de ceste ligne de Spectateur voit l'ombre A B C D convenir alors avec son rectangle ombrageable I K C D ; de sorte que l'œil est illec en sa place competente. Mais le poinct au bout de ceste ligne & de la susdite ligne egale à P M à angle droit sur le vitre, est un mesme poinct; pourtant l'œil est trouvé selon le requis.

Mais quelqu'un pourroit dire maintenant, que la chose est prinse cy-dessus, comme si en l'ombragement le vitre eust tendu par l'un des costez de la figure ombrageable, lequel, peut estre, estoit loing de là, parallele avec D C : Sur cecy on respond, que l'œil estant devant l'ombre A B C D à sa competente place, & que du mesme œil on tire ou imagine quatre lignes infinies, par les quatre poincts A, B, C, D, qui comprennent une pyramide quadrangulaire infinie, de telle qualité, que quand on la coupe par D C, avec un plan à angle droit sur le vitre, la section est comme I K C D, & toutes les autres sections paralleles avec ceste premiere section, & plus loing de l'œil, sont plus grandes que la premiere, mais semblables à icelle, & de chacune de ces sections diverses, A B C D est manifestement l'ombre veuë de l'œil à une mesme place : Pourtant quand on desire l'œil d'une des autres sections, on le peut à cause de briefveté & seureté tousiours cercher de ceste section, laquelle touche le vitre, ou ce qui est le mesme, du vitre qui touche le costé anterieur ombrageable comme dessus, & on a le requis.

Notez.

Nous avons posé au precedent exemple le vitre à angle droit sur le plan infini de la figure ombrageable, ou bien autrement, posé le vitre donné à angle droit sur le pavé : Mais si sur iceluy il se faisoit un angle oblique egal, je prens, à cest angle Q R S, ayant le vitre incliné vers l'ombre, comme la ligne Q R s'incline vers R S : En tel cas on fera l'operation comme devant, comme si le vitre estoit donné à angle droit sur le pavé, trouvant P M, pour ainsi mettre une ligne egale à P M sur le poinct L, excepté qu'elle ne doit venir à angle droit

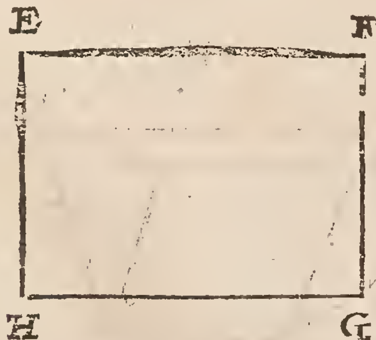


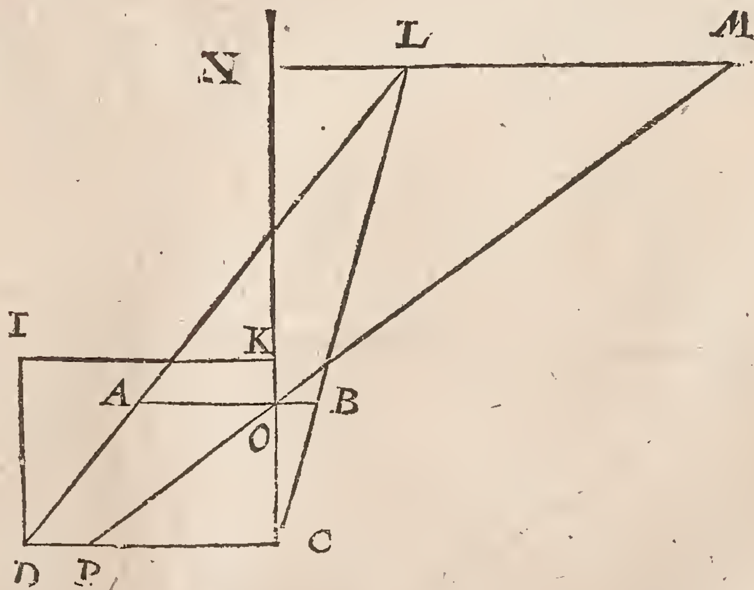
sur le vitre, comme dessus, mais face sur icelle un angle egal à l'angle donné Q R S, moyennant que ladite ligne egale à P M, soit dedans le plan imaginé qui est à angle droit sur la vitrebase D M, & qui est aussi à angle droit sur le vitre. Notez encores que ce que nous avons dit derriere ce premier exemple du vitre à angle oblique sur le pavé, le semblable s'entendra aussi se pouvoir faire aux exemples suivans de ceste matiere, là où à cause de briefveté le vitre sera seulement donné à angle droit sur le pavé.

Autre maniere d'operation.

Comme l'operation precedente est faite par voye reverse de l'invention de l'ombre derriere la 11 proposition du premier exemple du 3 article des briefvetez, ainsi on peut aussi faire une operation par voye contraire du 5 exemple d'iceluy troisiesme article.

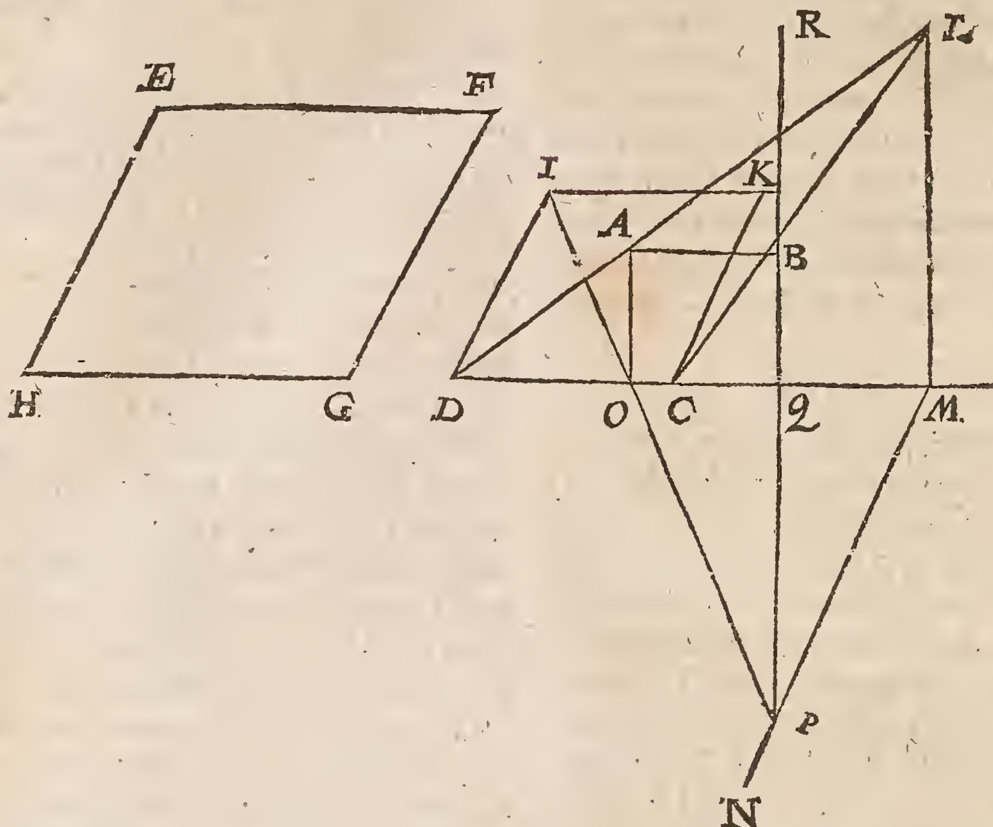
Ce que pour declarer soit A B C D l'ombre, E F G H la figure ombrageable, & le reste comme dessus. Or pour en trouver l'ombre, je marque sur D C, comme homologue avec HG, le quadrangle IKCD, semblable au quadrangle EFGH ; puis je produis D A & C D, tant qu'elles s'assemblent en L ; puis l'infinie L M parallele avec D C, coupant C K, ou sa prolongée en N, & je produis A B s'il est besoing, tant qu'elle rencontre N C en O, & je marque en la ligne C D, ou sa prolongée le poinct P ; tellement que C P soit egale à C K ; puis je tire de P par O une ligne droite tant qu'elle rencontre l'infinie L M, ce qui soit en M ; apres je mets sur le poinct L une ligne egale à MN à angle droit sur le pavé : Ce qu'estant ainsi, l'extremité d'icelle ligne doit estre l'œil requis, dont la demõstration est manifeste, parce que nous avons fait une operation reverse à celle de l'invention de l'ombre au 5 exemple du 3 membre des briefvetez.





2 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable parallelogramme à angle oblique.*

Le donné. Soit en la figure suivante le donné & l'operation comme au premier exemple, excepté que le quadrangle ombrageable est icy à angle oblique : Apres qu'estant tirée I O P, on ne dressera point de ligne sur L egale à P M comme là ; mais estant tirée ladite I O P, on tirera encores P Q à angle droit sur la vitrebase D M, & on produira icelle P Q jusques en R, tellement que Q R soit egale à M L ; puis sur le poinct R dressant ou imaginant une ligne egale à P Q à angle



droit sur le pavé, le bout d'icelle ligne est l'œil requis, dont la demonstration est manifeste par la precedente de la 1 proposition.

La raison pourquoy au premier exemple la ligne P Q R n'estoit tirée comme en ce second, est que R viendroit tousiours manifestement dedans L, & pourtant seroit inutilement tirée.

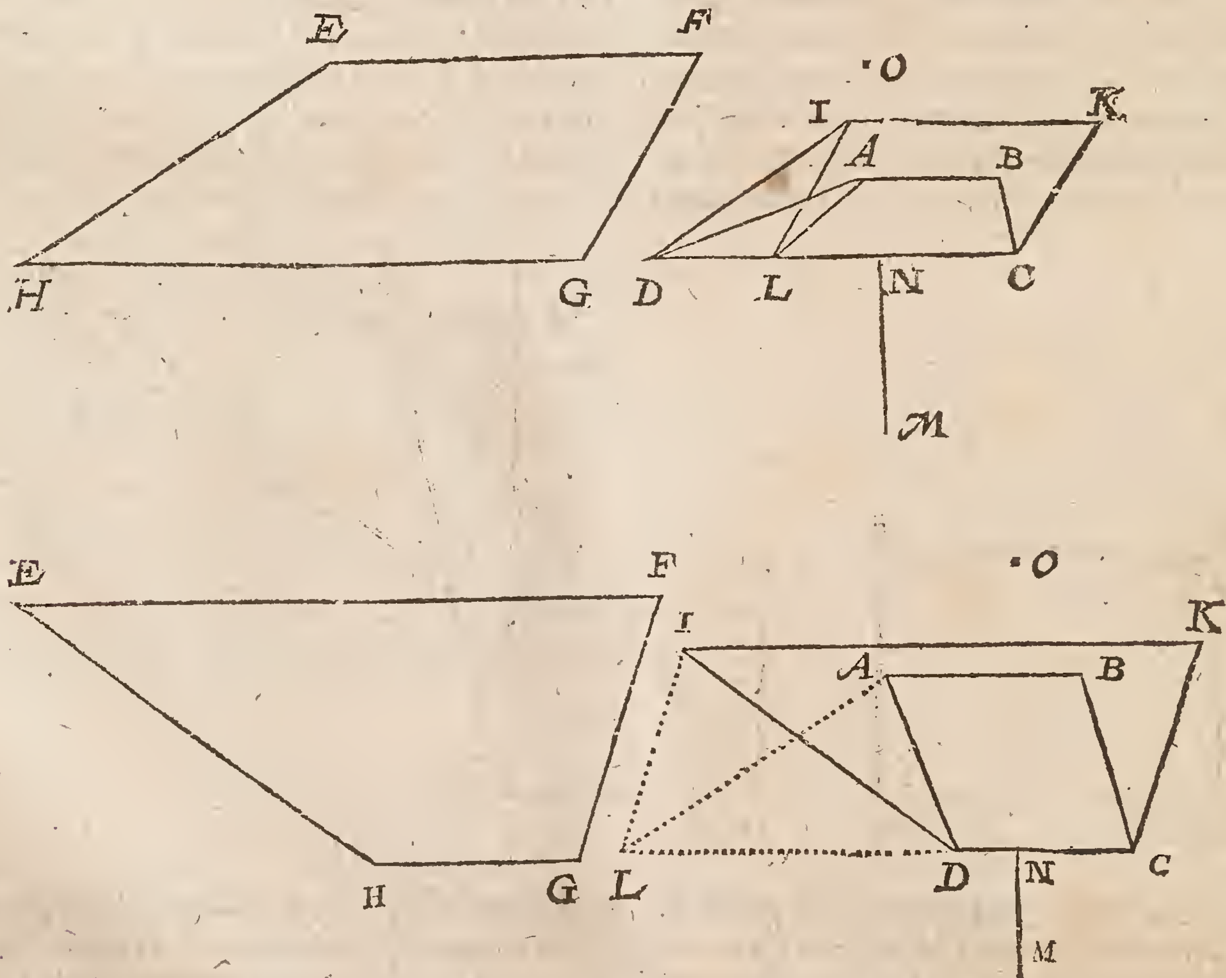
3 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable seulement à deux costez paralleles, lesquels en l'ombragement estoient paralleles avec le vitre.*

Le donné. Soit A B C D ayant deux costez paralleles, comme A B & C D ombre du quadrangle ombrageable ayant seulement deux costez paralleles, comme E F, H G, lesquels en l'ombragement estoient paralleles avec le vitre, sur le plan infini duquel quadrangle E F G H, le vitre avec le costé D C estoit en ombrageant à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le costé homologue avec H G, (l'ombre duquel est D C) parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H vienne avec le costé H G dedans le vitre ou non, je me propose neantmoins (pour les raisons declarées en la demonstration du premier exemple) qu'avec tel costé il y venoit dedans, de sorte que D C est



aussi

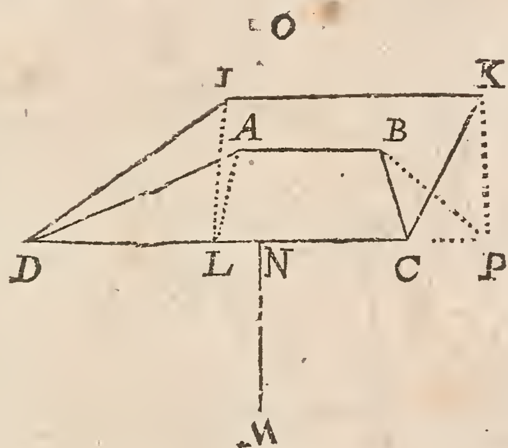
aussi bien ombré comme ombrageable du costé homologue avec H G : Cecy estant ainsi, je tire sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D semblable avec le quadrangle E F G H ; puis aprés de I jusques à D C ou sa prolongée la ligne I L parallele avec K C, puis A L. Ce qu'estant ainsi, A B C L est ombre du quadrangle parallelogramme I K C L, comme nous demonstrerons cy-dessous : D'iceluy cerché l'œil, se trouve par le second exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à M N, posé sur le poinct O à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

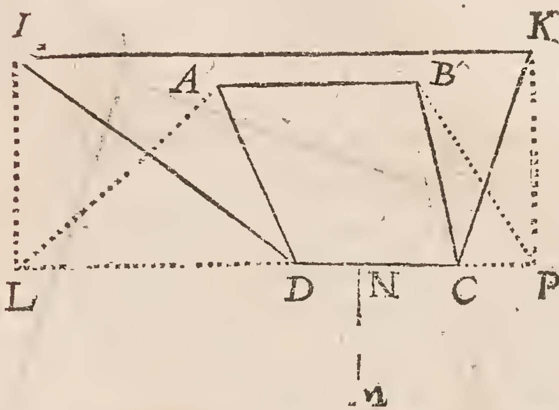
DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que A B C L est ombre du quadrangle I K C L, & pour en faire declaration je dis ainsi : Le poinct A du quadrangle A B C L, est ombre du poinct I du quadrangle I K C L, & le poinct L en la vitrebase est ombre de soy-mesme par la seconde petition ; & pourtant A L est ombre de I L par la 1 proposition : Mais A B est ombre de I K, & B C de K C : pourtant le quadrangle A B C L est ombre du quadrangle I K C L, & consequemment l'œil trouvé de A B C L faut aussi qu'il soit l'œil de A B C D, d'autant que l'ombre totale & sa partie n'ont point des yeux divers.

NOTEZ.

L'operation se pourroit aussi faire autrement, prenant un rectangle au lieu du parallelogramme ombrageable quadrangulaire I K C L, ce qui se fait ainsi : Je remarque la figure precedente I K C D, comme cy-dessous, & tire de I & K deux lignes I L, K P à angle





droit sur D C, ou sur sa prolongée ; puis A L avec B P, & pour les raisons declarées en la demonstration precedente, le quadrangle A B P L est ombre du quadrangle rectangle ombrageable I K P L : Pourtant d'iceluy cerché l'œil par le 1 exemple, on le trouvera au mesme lieu comme dessus, à sçavoir au bout de la ligne egale à M N, dressée sur le poinct O à angle droit sur le vitre.

4 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable seulement à deux costez paralleles, lesquels en l'ombragement n'estoient paralleles avec le vitre.*

Le donné. Soit A B C D ombre d'un plan ombrageable, comme du quadrangle ombrageable E F G H, ayant seulement deux costez comme E H, F G paralleles, lesquels en l'ombragement n'estoient paralleles avec le vitre, sur le plan infini duquel quadrangle E F G H, le vitre avec le costé D C en l'ombragement gisoit à angle droit, & avoit eu en l'ombragement le costé homologue avec H G duquel l'ombre est D C, parallele avec le vitre.

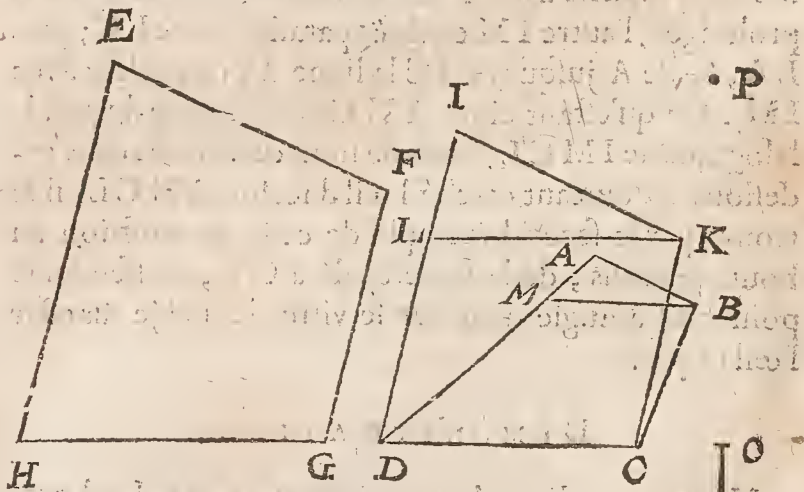
Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H, vienne avec le costé H G dedans le vitre ou non, je me propose (pour les raisons declarées au premier exemple) qu'avec tel costé il venoit dedans, tellement que D C est aussi bien ombre comme ombrageable du costé homologue avec H G : Cecy estant ainsi, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle EFGH ; puis K L egal & parallele avec C D ; puis de B jusques à A D la ligne B M aussi parallele avec CD : Ce qu'estant ainsi, MBCD est ombre du quadrangle parallelogramme L K C D, comme nous demonstrerons cy-dessous ; pourtant cerché l'œil d'iceluy M B C D, il se trouve par le 2 exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à N O, dressée sur le poinct P à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que MBCD est ombre du quadrangle ombrageable parallelogramme LKCD ; ce que pour declarer je dis ainsi : Veu que A D est ombre de I D par le posé, il faut que l'ombre du poinct L soit



en A D, elle doit aussi estre en B M ; car comme K L est parallele avec le vitre, & que de B ombre du poinct K, est tiré B M parallele avec K L, il faut que l'ombre de K L soit en l'infinie B M par la 2 proposition, & pourtant M B est ombre de L K, & par consequent le quadrangle

drangle M B C D ombre de LKCD; & pourtant trouvé l'œil de MBCD, c'est l'œil de A B C D, d'autant que la partie de l'ombre n'a autre œil que l'ombre totale.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit en l'operation à la fin du troisiesme exemple, est notoire qu'on pourroit aussi faire l'operation en tirant des deux poincts L & K deux perpendiculaires sur D C, trouvant apres l'ombre d'un quadrangle rectangle par le 1 exemple.

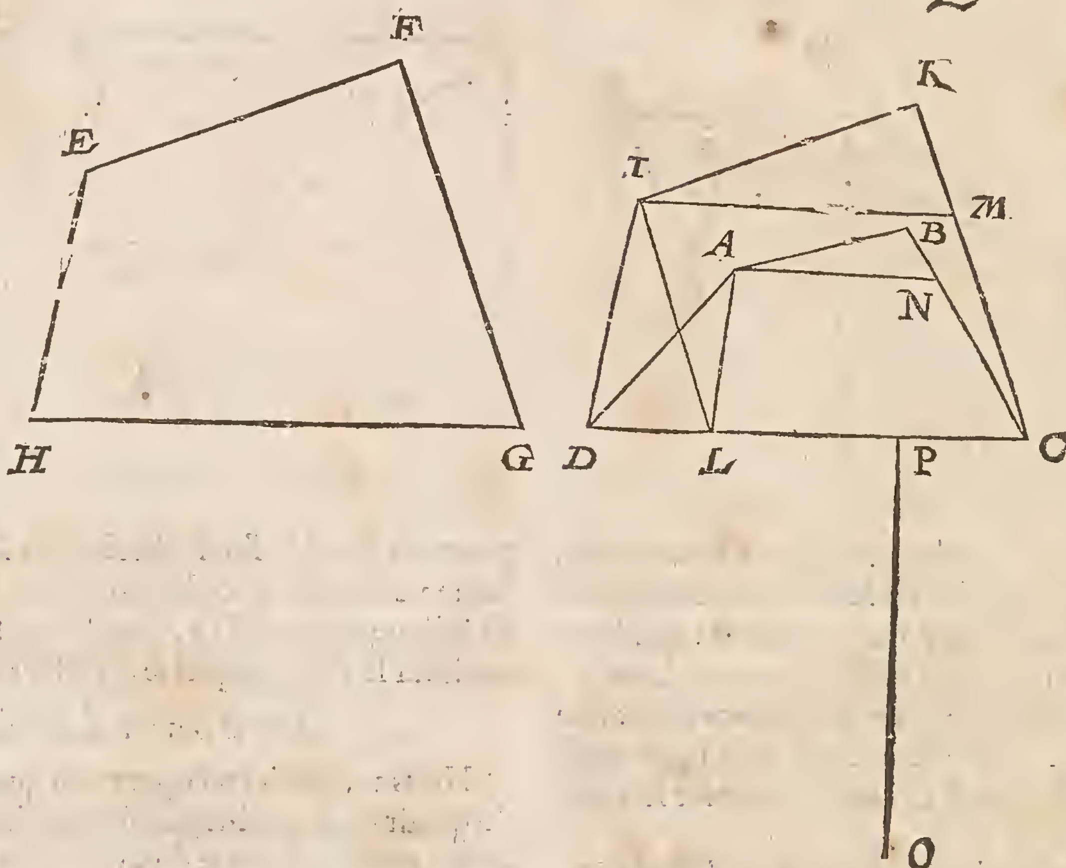
5 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable avec deux costez non paralleles, & les anterieurs seulement paralleles avec la vitrebase.*

Le donné. Soit A B C D l'ombre d'un plan ombrageable semblable à l'ombrageable quadrangle E F G H, ayant deux costez non paralleles, & sur le plan infini duquel, le vitre estoit en l'ombragement avec le costé D C à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le costé homologue avec H G, duquel l'ombre D C soit parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H vienne avec le costé homologue de H G dedans le vitre ou non, ce nonobstant je me propose (pour les raisons declarées au 1 exemple) qu'avec tel costé il venoit dedans, tellement que D C est aussi bien ombre que ombrageable de l'homologue avec H G: Cecy estant ainsi, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle E F G H; puis de I deux lignes, l'une comme I L parallele avec K C, & venant L en D C ou sa prolongée, l'autre I M egale & parallele avec L C; puis L A, & de A jusques à B C la ligne A N parallele avec I M: Ce qu'estant ainsi, A N C L est ombre du parallelogramme I M C L, comme nous demonstrerons cy-dessous: Pourtant cerché l'œil d'iceluy A N C L, il se trouve par le second exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à O P, dressée sur le poinct Q à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.



DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que A N C L est ombre de l'ombrageable parallelogramme I M C L, mais pour en faire declaration je dis ainsi: D'autant que le poinct A du quadrangle ABCL, est ombre du poinct I, du quadrangle I M C D, & le poinct L en la vitrebase est ombre de soy-mesme par la deuxiesme petition, pourtant A L est ombre de I L par la 1 proposition: Puis d'autant que B C est ombre de K C par le posé, il faut que l'ombre du poinct M soit en B C, & aussi en A N; car veu que I M est parallele avec le vitre, & que de A ombre du poinct I, est tirée A N parallele avec I M, il faut que l'ombre de I M soit en l'infinie A N, par la 2 proposition; & pourtant A N est ombre de I M, & N C de M C, & par consequent le quadrangle A N L C, ombre de I M C L; & par consequent l'œil trouvé de A N C L, doit aussi estre l'œil de A B C D, car l'ombre totale n'a autre œil que sa partie.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit à la fin du troisiesme exemple, est notoire qu'on pourroit aussi faire l'operation tirant des deux poincts I & M deux lignes pendiculaires sur D C, trouvant puis apres l'ombre d'un quadrangle parallelogramme par le 1 exemple.

6 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, duquel le costé exterieur est seulement parallele avec la vitrebase.*

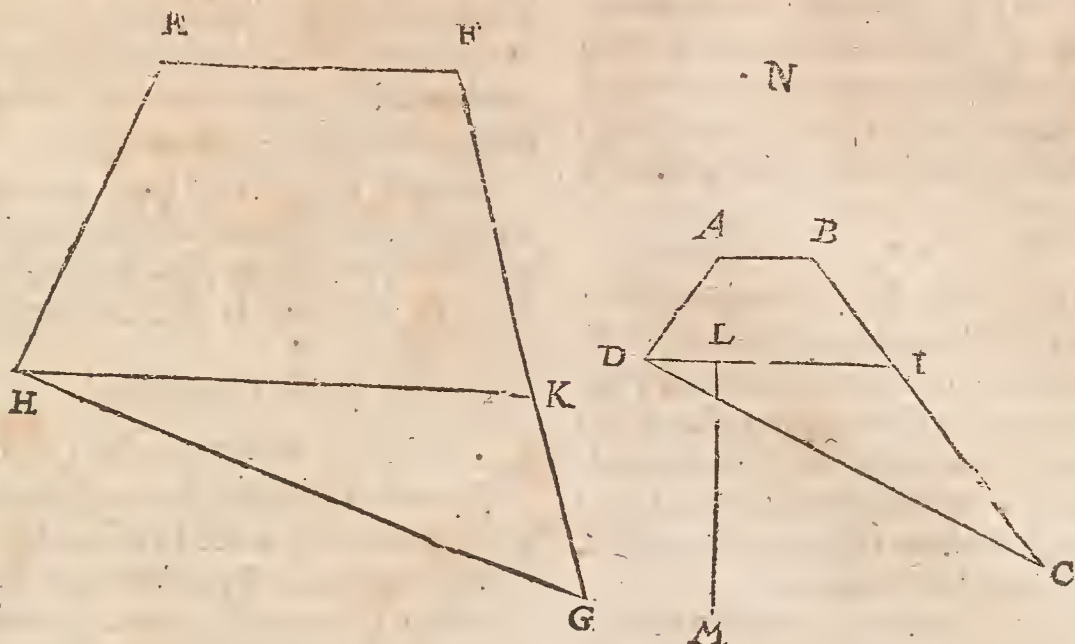
Au precedent 4 & 5 exemple le costé anterieur de l'ombrageable quadrangle a esté parallele avec le vitre, mais pour declarer la generalité de la proposition és quadrangles, desquels le costé posterieur est seulement parallele avec la vitrebase, soit A B C D ombre d'un quadrangle ombrageable E F G H, ayant quatre costez non paralleles, & sur le plan infini, duquel le vitre avec le poinct C, estoit en l'ombragement à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le costé posterieur E F, duquel l'ombre A B est parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERA-

OPERATION.

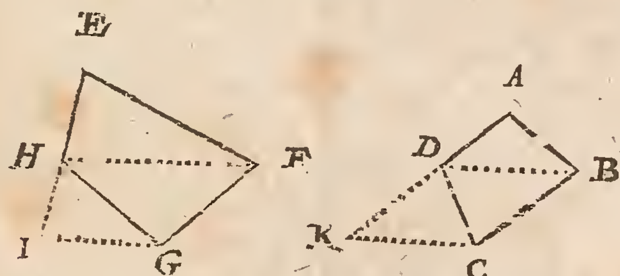
Je tire D I parallele avec A B, & I venant en B C, puis H K parallele avec E F, & K venant en F G: Ce qu'estant ainsi, il est notoire que A B I D est ombre de E F K H, ayant deux costez ombrageables, comme E F avec H K; pourtant d'icelle A B I D cerché l'œil, se trouve par le troisiesme exemple de ceste proposition



au bout, je prens, de la ligne egale à L M, dressée sur le poinct N à angle droit sur le vitre; ce qui est manifestement l'œil requis.

7 Exemple d'un quadrangle ombrageable, ayant seulement entre deux angles opposites une ligne imaginée parallele avec la vitrebase.

En cas que l'ombre soit d'un quadrangle, comme cy-dessous A B C D ombre de E F G H, tellement que la ligne imaginée D B ait esté parallele avec la vitrebase, il eut fallu qu'icelle H F eut esté aussi parallele avec icelle; pourtant il est notoire qu'alors on devroit tirer H F,



puis E H infiniement avant vers I, & G I parallele avec F H, pareillement D B; puis A D infiniement avant vers K, & C K parallele avec B D, & qu'alors D B C K seroit ombre de H F G I, de laquelle trouvé l'œil par le troisiesme exemple, on aura le requis.

8 Exemple d'un plan ombrageable rectiligne ayant plus de quatre costez.

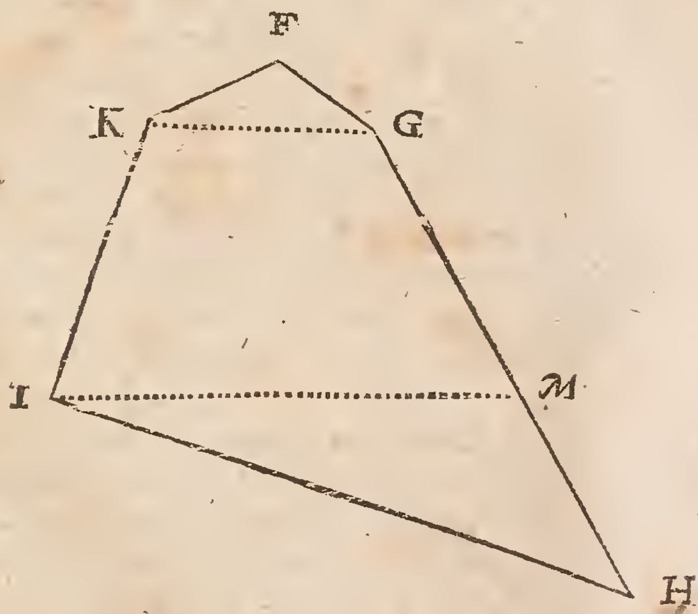
Estant donnée l'ombre avec la figure ombrageable, laquelle a plus de quatre costez, & le reste selon le contenu de la proposition; pour en trouver l'œil, on choisira dedans iceluy plan ombrageable quatre poincts angulaires, de sorte qu'entre iceux soient imaginées ou tirées quatre lignes, faisans quelque quadrangle idoine, duquel un costé en l'ombragement estoit parallele avec le vitre. Semblablement on tirera entre les ombres d'iceux quatre poincts quatre lignes droites, & le quadrangle comprins entre icelles sera ombre des autres, pourtant trouvât l'œil d'icelles par un des exemples susdits selon la qualité du quadrangle ombrageable qu'on a aussi acquis, on aura aussi l'œil de l'ombre totale.

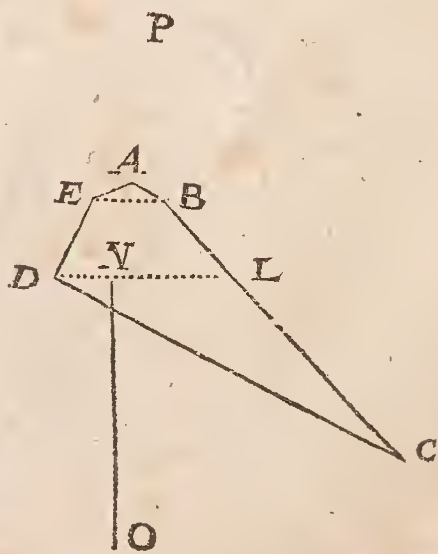
Soit pour exemple A B C D E l'ombre d'un pentagone ombrageable F G H I K, sur le plan infini duquel le vitre estoit avec le poinct C en l'ombragement à angle droit, & ayant eu la ligne droite imaginée de K jusques à G en l'ombragement parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je tire E B comme ombre de K G, & sa parallele D L, venant L en B C, puis I M parallele avec K G, & venant M en G H: Ce qu'estant ainsi, il est notoire que E B L D est ombre de K G M I, ayant les deux costez





paralleles, comme K G avec I M, pourtant cerché l'œil d'iceluy E B L D, se trouve par le 3 exemple de ceste

 pro-

proposition au bout de la ligne egale, je prens, à N O dressée sur le poinct P à angle droit sur le vitre, il est manifestement l'œil requis.

Conclusion. Estant donc donné un plan de quatre ou plusieurs costez qui est plan d'un plan ombrageable donné, sur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un costé ou ligne entre deux angles, paralleles avec la vitrebase, nous avons trouvé l'œil, selon le requis.

NOTEZ.

S'il estoit notoire quel angle fait en l'ombragement sur la vitrebase quelque costé de la figure ombrageable, il est manifeste que par la maniere precedente seroit trouvé l'œil de toute ombre donnée d'un plan rectiligne; parce que toute ligne droite tirée d'un angle de l'ombre parallele avec la vitrebase, est ombre de la ligne tirée de semblable angle dedans la figure ombrageable, pareillement parallele avec la vitrebase.

Mais veu qu'il arrive rarement qu'en telles ombres données tel angle soit cognu, cela seroit peu usité en la practique: Mais quand la figure ombrageable donnée a pour le moins deux costez ombrageables, ou deux lignes paralleles, lesquelles sont ou peuvent estre tirées entre les angles, il y a moyen d'y parvenir par une autre voye, dont nous descrirons la proposition suivante.

PROBLEME VII. PROPOSITION XIII.

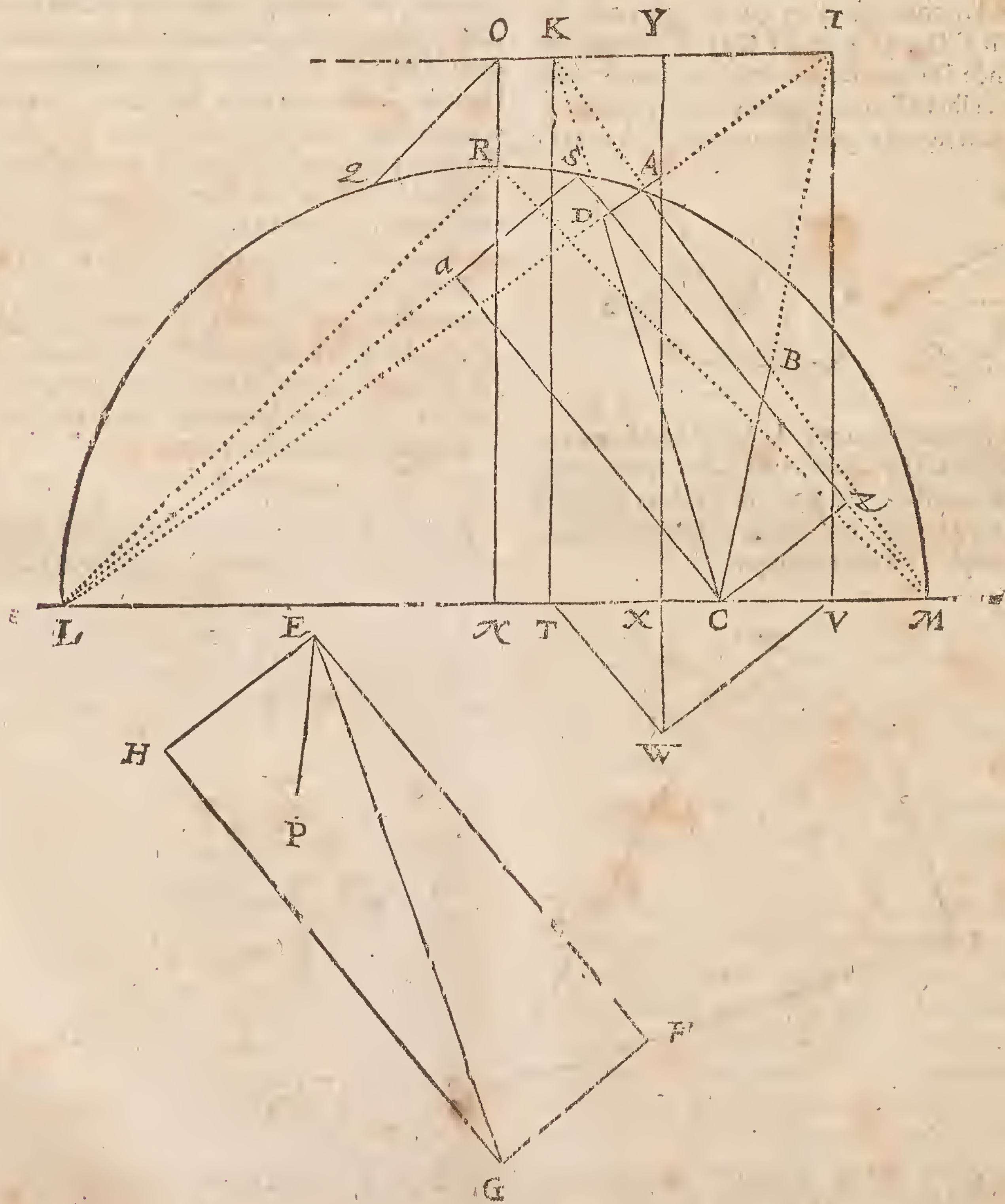
Estant donné un quadrangle parallelogramme, qui est ombre d'un plan ombrageable, sur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné; & estant icelle ombre sans aucun costé ou ligne, laquelle entre deux angles est parallele avec la vitrebase, mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux costez paralleles, ou deux lignes qui sont ou se peuvent tirer paralleles entre les angles: Trouver l'œil.

Le donné. Soit A B C D une ombre sans aucun costé ou ligne, laquelle entre deux angles est parallele avec la vitrebase, & cela de l'ombrageable parallelogramme E F G H, sur lequel le vitre en l'ombragement estoit à angle droit.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis D A & C B tant qu'elles s'assemblent en I; pareillement B A & C D s'assemblans en K; puis I K, & une infinie par C parallele avec I K, comme L M, signifiant la vitrebase; apres je produis A D jusques à ce qu'elle touche icelle infinie en L; semblablement je produis A B touchant icelle infinie en M, & je marque au milieu de L M le poinct N, & de N je tire l'infinie N O à angle droit sur L M, puis E P; de sorte que l'angle H E P est egal à l'angle P E F; puis je tire de l'infinie N O quelque ligne comme O Q, tellement que l'an-



gle Q O N

gle Q O N soit egal à l'angle H E P; puis de L jusques en l'infinie N O, la ligne L R parallele avec Q O, laquelle descrive par les trois poincts L, R, M un arc; là où est à considerer, que quand l'angle, comme H E F, est droit comme icy, qu'alors le centre du cercle, sur lequel se descrit l'arc, tombe en N, & iceluy angle estant aigu, alors il y tombe dessus en N R; mais estant obtus, il y tombe dessous en la prolongée R N. Apres je tire E G, puis des deux poincts C & M je tire deux lignes jusques à un mesme poinct de l'arc, comme jusques au poinct S, de sorte que l'angle C S M est egal à l'angle G E F, (mais il faut sçavoir que l'operation mathematique de l'invention de cest angle, ne m'estoit pas venue en la pensée, lors que je descrivois ceste matiere; pour la mechanique elle se peut faire entre autres, en coupant un angle de papier egal à G E F, ayant les costez E G, E F assez longs, & cest angle de papier tellement posé que les costez, comme E F, E G, touchent les deux poincts C, M, & le poinct extreme comme E dedans le circuit, qui se peut faire en le tournant d'un & d'autre costé: Il faut aussi sçavoir que tel attouchement du poinct extreme du papier, se peut faire seulement (c'est assavoir mathematiquement) dedans le poinct S; car de là vers M, iceluy poinct vient hors le circuit, & de S vers L il vient par tout dedans le demi-cercle. Nous avons mis icy ceste operation mechanique plustost que de n'en point mettre, d'autant que plusieurs qui y prendront plaisir, pourront cercher l'operation mathematique) puis L S; apres de K & I deux lignes K T, I V, à angle droit sur l'infinie L M; puis V W parallele avec S L, & de T jusques en l'infinie V W la ligne T W parallele avec S M; puis W X à angle droit sur L M, & je produis W X jusques à Y en K I, je mets puis apres sur le poinct Y une ligne egale à W X à angle droit sur le vitre: Ce qu'estant ainsi, je dis qu'au bout d'icelle ligne est l'œil requis.

Preparation. Soit tirée de C jusques en S M la ligne C Z parallele avec L S, pareillement de C jusques en S L la ligne C *a* parallele avec M S, puis R M.

DEMONSTRATION.

L'angle L R N est egal à l'angle M R N, & l'angle H E P estant egal à L R N par l'operation, est pareillement egal à l'angle P E F; pourtant l'angle L R M est egal à l'angle H E F. Mais l'angle LSM (venant dedans iceluy arc LRM) est egal au mesme angle LRM, pourtant l'angle L S M est egal à l'angle H E F; puis l'angle C S Z est egal à l'angle G E F, & comme G F est parallele avec H E, & G H avec F E; ainsi C Z avec *a* S, & C *a* avec Z S: pourtant le quadrangle S Z C *a*, comme quadrangle ombrageable, est semblable au quadrangle E F G H, & de ce quadrangle S Z C *a*, W estant le pied, ou autrement l'œil au bout de la ligne egale à W K, dressée sur le poinct Y à angle droit sur le vitre, ABCD est l'ombre, comme les lignes de la figure le demonstrent, estans conformes à l'operation de l'invention de l'ombre au 6 exemple du troisiesme article des briefvetez. Mais estant A B, C D ombre veuë de tel œil, il faut que cest œil soit aussi le requis.

Conclusion. Estant donc donné un quadrangle parallelogramme qui est ombre d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombre sans aucun costé ou ligne, laquelle entre deux angles est parallele avec la vitrebase; mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux costez paralleles, ou deux lignes qui se peuvent tirer paralleles entre les angles, nous avons trouvé l'œil selon le requis.

ALB. GIRARD.

Il est aisé à croire que l'Autheur a fait des choses sans comparaison plus difficiles, que ce qu'il obmet icy, d'autant que l'operation mathematique ne luy venoit pour lors au devant, comme il le confesse en l'operation, mais voicy comme il faut faire.

Voulant flechir des poincts C, M, un angle vers la circonference L A M, egal à l'angle G E F, il ne faut que faire une section sur C M, capable d'un angle egal à G E F, comme enseigne Euclides *en la 33 proposition du troisiesme livre des Elemens, qui la coupera en S.*

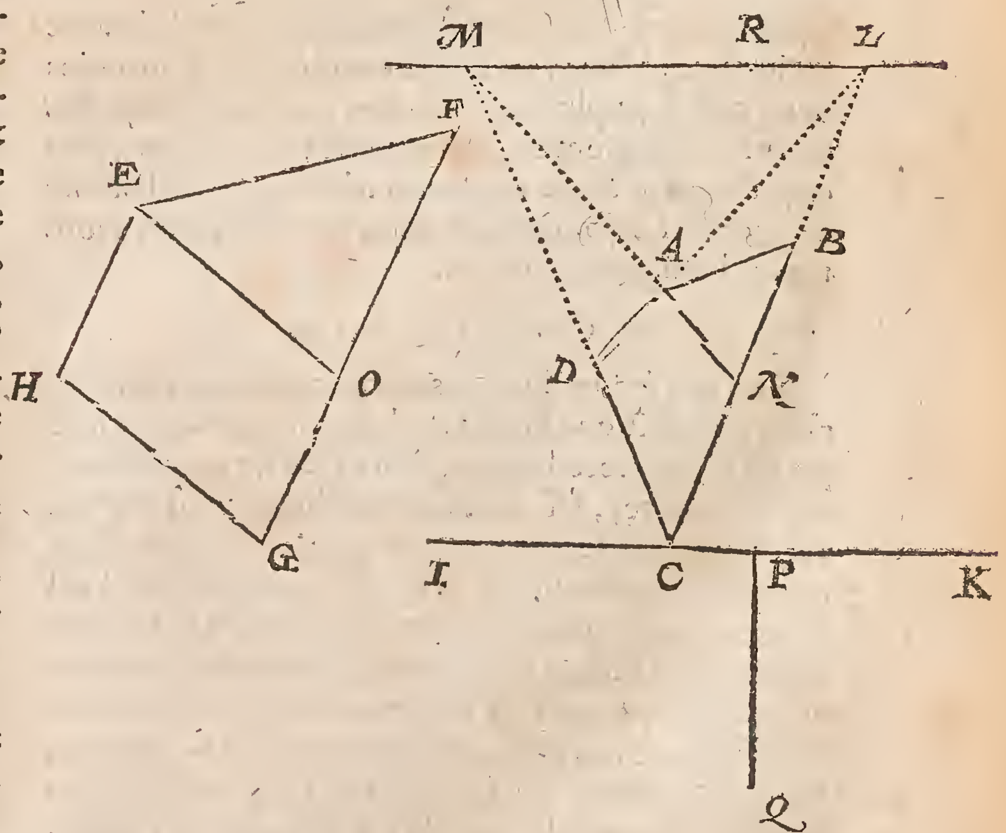
PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

Estant donné un plan à quatre costez ou plus, qui est ombre d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement faisoit un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombre sans aucun costé ou ligne qui est entre deux angles parallele avec la vitrebase; mais ayant la figure ombrageable au moins deux costez paralleles, ou lignes paralleles, lesquelles entre les angles sont ou peuvent estre tirées, & outre cela estant cognu l'angle qui face quelque costé de l'ombre donnée en l'ombragement sur la vitrebase: Trouver l'œil.

Ceste 14 proposition differe en cela de la 13, qu'elle est generale sur tous plans polygones; mais d'autre part il faut sçavoir quel angle en l'ombragement faisoit sur la vitrebase quelque ligne, ce qui n'estoit pas necessaire au troisiesme exemple, pource que la vitrebase se trouvoit par l'ombre donnée: Mais veu que tel angle se cognoit souvent aux ombres proposées ou en peincture par quelques autres lignes circonstantes, lesquelles on fait venir sur la vitrebase à angle droit, il peut advenir que l'invention de l'œil de telles ombres aye son usage en la practique, parquoy nous la descrivons.

1 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, ayant seulement deux costez paralleles.

Le donné. Soit A B C D l'ombre de la figure ombrageable dedans le pavé, de laquelle les deux costez H E, G F sont paralleles; mais les deux autres G H, F E, non paralleles, & l'angle D soit ombre de H, & le vitre aye esté en l'ombragement à angle droit sur le plan ombrageable, & parallele avec I K, laquelle (soit qu'en l'ombragement elle y passe ou non) je fais tendre icy par le poinct C, tellement que l'angle que quelque costé,



 je

je prens, D C faisoit en l'ombragement sur la vitrebase, estoit egal avec l'angle D C I.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis D A & C B tant qu'elles s'assemblent en L, & tire par L l'infinie L M, parallele avec K I; puis je produis C D tant qu'elle rencontre l'infinie, ce qui soit en M; & de M par A une ligne tant qu'elle rencontre C L, ce qui soit en N; puis de E jusques en F G la ligne E O parallele avec G H. Cecy estant ainsi, A N C D est ombre du parallelogramme E O G H, duquel trouvant l'œil par le 1 exemple de ceste proposition, qui soit au bout de la ligne egale à P Q, dressée sur le poinct R à angle droit sur le vitre, on a le requis; dont la demonstration est manifeste par l'operation reverse de l'invention de l'ombre au 6 exemple du 3 article des briefvetez.

2 *Exemple de l'ombre d'un plan ombrageable rectiligne comme il advient, mais ayant pour le moins selon le contenu de la proposition deux costez ou lignes paralleles, qui sont, ou peuvent estre tirées entre les angles.*

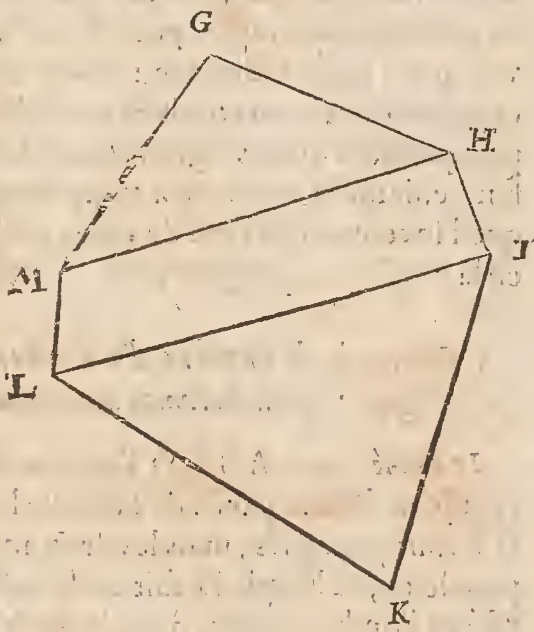
Le donné. Soit A B C D E F l'ombre de la figure ombrageable G H I K L M, ainsi qu'il advient, mais ayant les lignes imaginées ou tirées entre les angles M, H, & I, L paralleles, c'est M H parallele avec L I, & l'angle A soit ombre de G; puis que le vitre aye esté à angle droit sur le plan ombrageable, & sa vitrebase parallele avec N O; de sorte que l'angle que quelque costé, je prens, E D faisoit en l'ombragement sur la vitrebase, soit egal avec l'angle E D N.

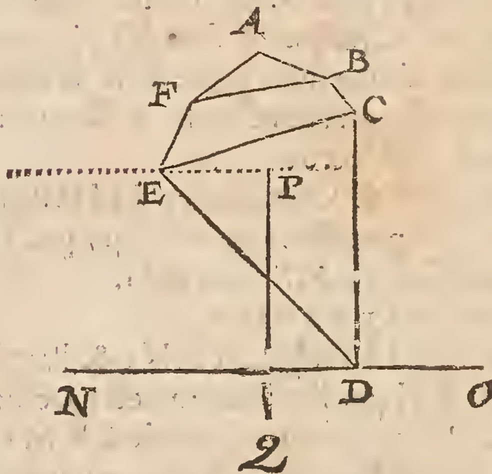
Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Veu que l'angle F est ombre de M, & B de H, je tire F B: Pareillement d'autant que l'angle E est ombre de L, & C de I, je tire E C; ce qu'estant ainsi, le quadrangle F B C E est ombre du quadrangle ombrageable M H I L, ayant deux costez paralleles, duquel l'œil trouvé par le premier exemple, tirant la vitrebase par E parallele avec N O, & le reste comme en iceluy premier exemple, on trouve l'œil au bout de la ligne, je prens, egale à P Q, dressée sur le poinct R à angle droit sur le vitre, & on a le requis: Dequoy la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné un plan à quatre costez ou plus, qui est ombre d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement faisoit un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombre sans aucun costé ou ligne qui est entre deux angles parallele avec la vitrebase: Mais ayant la figure ombrageable au moins deux costez paralleles, ou lignes paralleles, lesquelles entre les angles sont ou peuvent estre tirées, & outre cele estant cognu l'angle qui face quelque costé de l'ombre donnée en l'ombragemenr sur la vitrebase, nous avons trouvé l'œil, selon le requis.





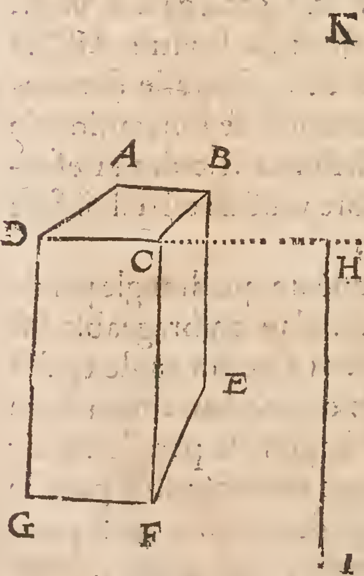
CONSEQVENCE.

Veu que les ombres des corps consistent toutes en plans, s'ensuit que l'œil d'un de ces plans estant trouvé par les regles precedentes, qu'on a l'œil du corps entier, fors les ombres, lesquelles en l'ombragement estoient paralleles avec leurs figures ombrageables, car estant considerées particulierement, elles peuvent avoir l'œil par tout, parce qu'estans comme dedans le vitre, elles ne reçoivent aucune variation par changement de place de l'œil) voire aussi de toutes autres ombres circonstantes des figures ombrageables appliquées à ce corps, & appartenantes à iceluy. Mais afin que tout soit plus manifeste, nous en donnerons exemple comme s'ensuit.

Le donné. Soit A B C D E F G l'ombre d'une colomne quarrée ombrageable, egale à la colomne dont la hauteur D G, & costé de la base G F, & le vitre estoit en l'ombragement parallele avec le plan, comme D C F G, entre la base & le couvercle, & ceste ombre a dedans soy les ombres des trois plans comme il appert.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.



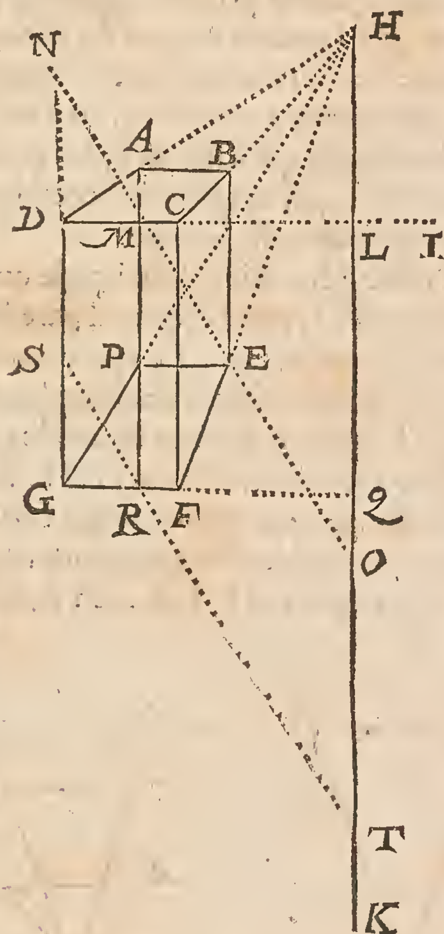
Je me propose en marquant, que le vitre tendoit (soit que l'ombrageur en l'ombragement l'ait posé ainsi ou non) par le parallelogramme D C F G, avec lequel en l'ombragement il estoit parallele; & prenant le couvercle ombrageable, duquel l'ombre A B C D comme s'il gisoit sur le pavé, je trouve l'œil par le premier exemple de la 12 proposition, comme au bout de la ligne egale, je prens, à H I dressée sur le poinct K, à angle droit dessus

dessus le vitre, lequel œil il faut qu'il soit aussi œil de l'entiere figure ombrageable.

NOTEZ I.

Nous avons prins en l'operation que le couvercle ombrageable, duquel l'ombre A B C D git sur le pavé, & suivant tel posé trouvé l'œil: Mais d'autant que cela n'est proprement le pavé, & que quelqu'un pourroit douter de la solution, nous en ferons declaration.

Soit A B C D E F G une colomne quarrée, comme dessus, mais transparente, dedans laquelle sont encore marquées les lignes suivantes: D A & C B sont prolongées tant qu'elles s'assemblent en H, & D C qui estoit prinse comme vitrebase, est infiniement prolongée vers I, sur laquelle estant tirée l'infinie à angle droit HK, elle coupe D I en L; puis je tire A M à angle droit sur D I; & prolongeant G D jusques à N, de sorte que D N soit egale à D C; puis de N par M une ligne droite tant qu'elle rencontre H K en O; apres sur le poinct H dressant une ligne egale à O L, & à angle droit sur le plan dedans lequel est l'ombre, le bout d'icelle est l'œil, comme il se trouvoit en l'operation precedente.



Mais pour demonstrer maintenant que cecy est aussi bien le vray œil, que l'œil trouvé par l'operation sur le propre pavé, soient produites G H & F E, lesquelles doivent tomber en H; puis je tire E P parallele avec F G, & venant P en G H, tellement que P E F G signifie l'ombre de la base ombrageable au propre pavé.

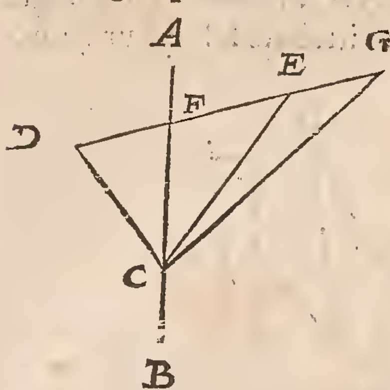
Pour trouver l'œil de ceste ombre P E F G, je fais comme dessus, produisant la vitrebase G F tant qu'elle rencontre H K en Q, & P R à angle droit sur la vitrebase G Q, & je marque dedans G D le poinct S, tellement que G S est egale à G F, puis de S par R une ligne tant qu'elle rencontre H K en T; puis dressant sur le poinct H une ligne egale à T Q, & à angle droit sur le plan dedans lequel est l'ombre, il faut que le bout de ceste ligne soit manifestement l'œil: Mais que ce bout, & le bout de la ligne, selon la premiere solution, soit tout un mesme poinct, s'ensuit de ce que T Q est egal à O L; ce qui se demonstre ainsi: A M estant prolongée, elle tend par P jusques à R, tellement que du triangle rectangle S G R, le costé G R est egal à D M, & G S egale à D N, par l'operation; & pourtant le troisiesme costé N M est egal & parallele avec S R, & leurs lignes prolongées, comme M O & R T, aux deux triangles rectangles M O L, R T Q sont aussi necessairement egaux & paralleles, comme aussi sont M L avec R Q, & consequemment comme nous avons voulu demonstrer O L avec T Q.

De là est assez manifeste qu'on peut trouver en telle sorte le mesme œil par les autres deux ombres quadrangulaires B E F C, A P G D, à sçavoir par B E F C, prennant l'infinie dedans laquelle est F C pour vitrebase: Mais par le quadrangle A P G D, prennat l'infinie dans laquelle est G D pour vitrebase; car par icelle trouvant la susdite ligne qui doit estre dressée sur H, elle sera aussi egale avec O L ou T Q. De sorte que de telles ombres quadrangulaires on peut choisir les plus commodes, & desquelles l'operation mechanique est la plus seure.

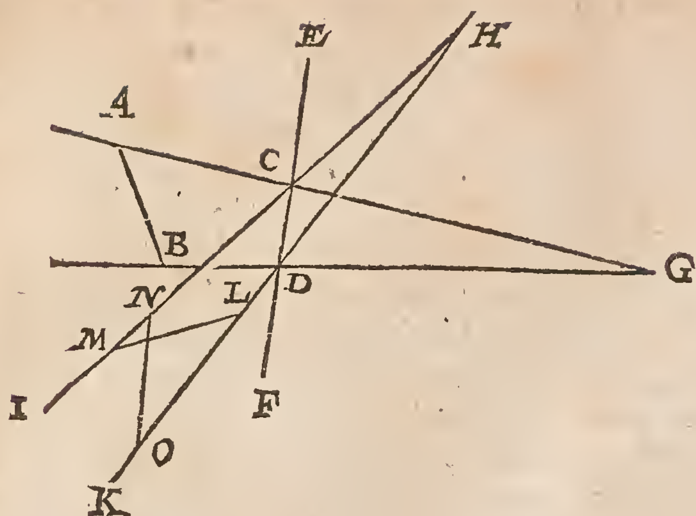
NOTEZ II.

Veu que quelqu'un pourroit douter, pourquoy l'invention de l'œil n'a esté icy commencée par exemples, l'ombre estant un poinct, ligne, ou triangle, nous en declarerons la raison, qui en general est, qu'elles n'ont pas une solution certaine, mais infinies. Ce que pour declarer plus amplement, & premieremẽt du poinct; soit A B un vitre veu de costé, C un poinct ombrageable, D son ombre; puis soit tiré de C par D la ligne C D E, & prennant E pour œil, il est notoire qu'il pourra servir pour œil de C. Mais C D E prolongé jusques à F, alors F se pourra par mesme raison prendre pour œil de C, & ainsi d'infinis autres.

Quant à la ligne, je dis ainsi: Si l'une des extremités de la ligne ombrageable est dedans le vitre, l'autre dehors, l'ombre du poinct extreme qui en est dehors, se voit en la mesme place du vitre par divers yeux infinis, comme il est dit cy-dessus, & l'autre bout estant dedans le vitre, son ombre ne change point de place par position de l'œil en divers lieux; & pourtant l'ombre de telle ligne peut estre veuë de diverses places infinies. Ce que pour declarer par exemple: Soit A B le vitre veu de costé, C D une ligne ombrageable, l'une des extremitez de laquelle C est dedans le vitre, l'autre extremité D dehors, E l'œil, duquel tirant le rayon E D, il transperce le vitre A B en F, comme ombre de D, & F C est l'ombre de l'ombrageable D C. Mais pour demonstrer maintenant que ceste F C peut aussi servir d'ombre à D C veu d'un autre œil que E, soit D E prolongée jusques à G, lequel poinct G prins pour œil, il voit F C encores pour ombre de D C, & ainsi avec infinis autres.

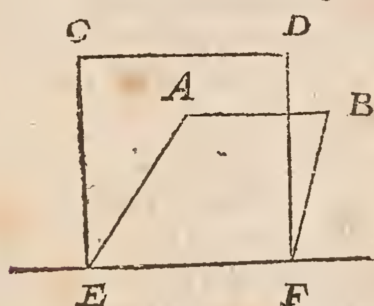


Mais la ligne ombrageable estant totalement hors le vitre, comme je prens A B, de laquelle l'ombre C D est dedans le vitre E F veu de costé, & G l'œil, je dis que tout poinct de qualité, comme H, prins pour œil, alors C D peut estre ombre d'infinies autres lignes ombrageables egales à A B. Car tirant de H par C & D, deux lignes, comme H C I & H D K, & entre icelles appliquant les lignes L M, N O, egales à A B, icelles

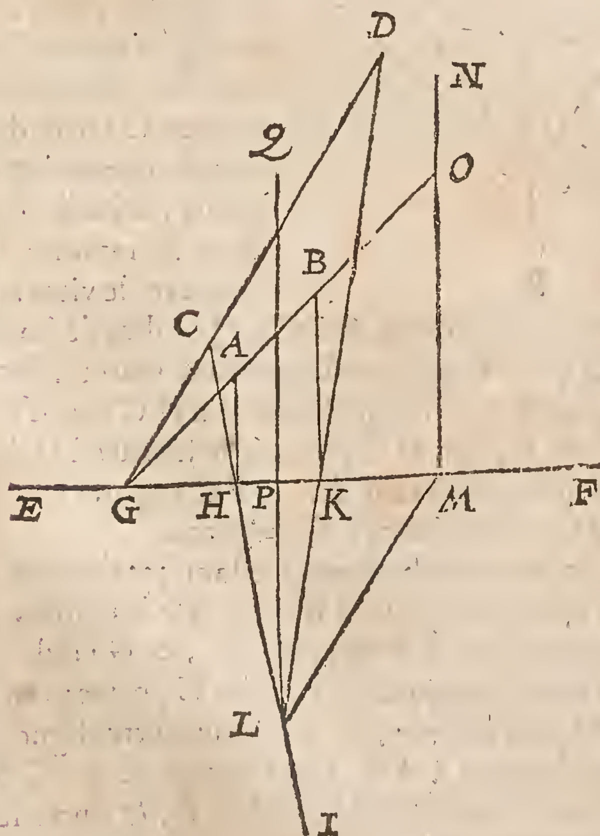


L M & N O sont manifestement lignes ombrageables, desquelles l'ombre C D, & consequemment l'ombre C D peut avoir infinie multitude d'yeux.

Bien est vray que si on donnoit la ligne ombrageable en sa place posée, qu'alors on ne pourroit remettre l'œil sans avoir variation de l'ombre. Mais puis qu'il advient rarement que la ligne ombrageable se mette dedans le vitre, dessous, pres, ou dedans l'ombre, avec telle signification, il ne semble pas que l'invention de l'œil par telle maniere soit fort requise. Toutefois pour declarer en passant comment on feroit si tel accident advenoit, soit A B ombre de l'ombrageable C D, laquelle ombre A B estāt parallele avec la vitrebase E F, soit ainsi veuë quand le vitre estoit à angle droit sur la vitrebase, & l'ombrageable C D gisant dedans le pavé à icelle place donnée, pareillement parallele de E F, & cela necessairement, parce que C D en est parallele. Or pour en trouver l'œil, je tire des deux poincts C & D sur E F deux lignes quelconques paralleles, comme C E, D F, jusques à la vitrebase E F; Ce qu'estant ainsi, je cerche l'œil de ceste donnée A B F E, de l'ombrageable C D F E selon la maniere de la 13 proposition, & j'ay le requis.

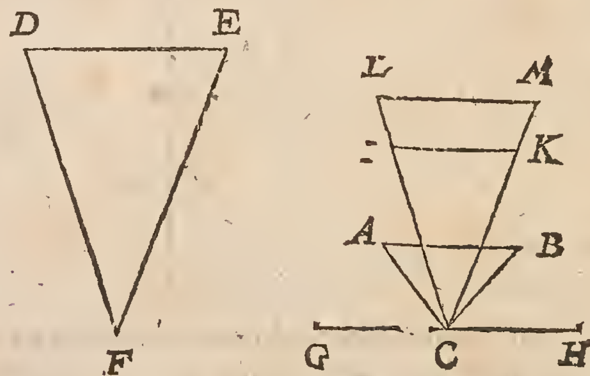


Mais si l'ombre n'estoit parallele avec la vitrebase, comme je prens ceste ligne A B, ombre de l'ombrageable C D, non parallele de la vitrebase E F, pour trouver l'œil on fera ainsi: Je produis D C & B A, tant qu'elles s'assemblent dedans la vitrebase en G; (il faut qu'elles s'assemblent en la vitrebase si le donné est veritable, à sçavoir que A B soit vraye ombre de C D, en la maniere que dessus) Je tire puis apres A H à angle droit sur E F, & de C poinct ombrageable de l'ombre A, je tire par H l'infinie C I; pareillement B K à angle droit sur E F, & de D poinct ombrageable de l'ombre B par K la ligne D L, rencontrant l'infinie C I en L; puis L M parallele avec G D, & touchant la vitrebase E F en M, apres l'infinie M N à angle droit sur icelle vitrebase, & je produis G B jusques à C en l'infinie M N, la touchant en O; puis L P Q à angle droit sur la vitrebase E F, & la coupant en P, aussi tellement que P Q est egale à MO: Cecy estant ainsi, on dressera le poinct Q une ligne egale à L P, & faisant sur le vitre tel angle que le vitre sur le pavé, & l'extremité de ceste ligne est manifestement l'œil requis.



Quant au triangle, il a aussi des solutions infinies, car si un costé est dedans la vitrebase, il ne varie point par le mouvement de l'œil, ce que ne font aussi les autres deux lignes, quand l'œil se meut dedans le rayon infini de l'ombrageable poinct angulaire par son ombre, de sorte que l'ombre entiere du triangle demeure alors sans varier, couvrant tousiours le triangle ombrageable, & convenant avec iceluy. Il faut entendre le semblable du triangle qui a le costé plus proche parallele avec la vitrebase, parce qu'en la recerche de l'œil on peut faire tendre par icelle le vitre.

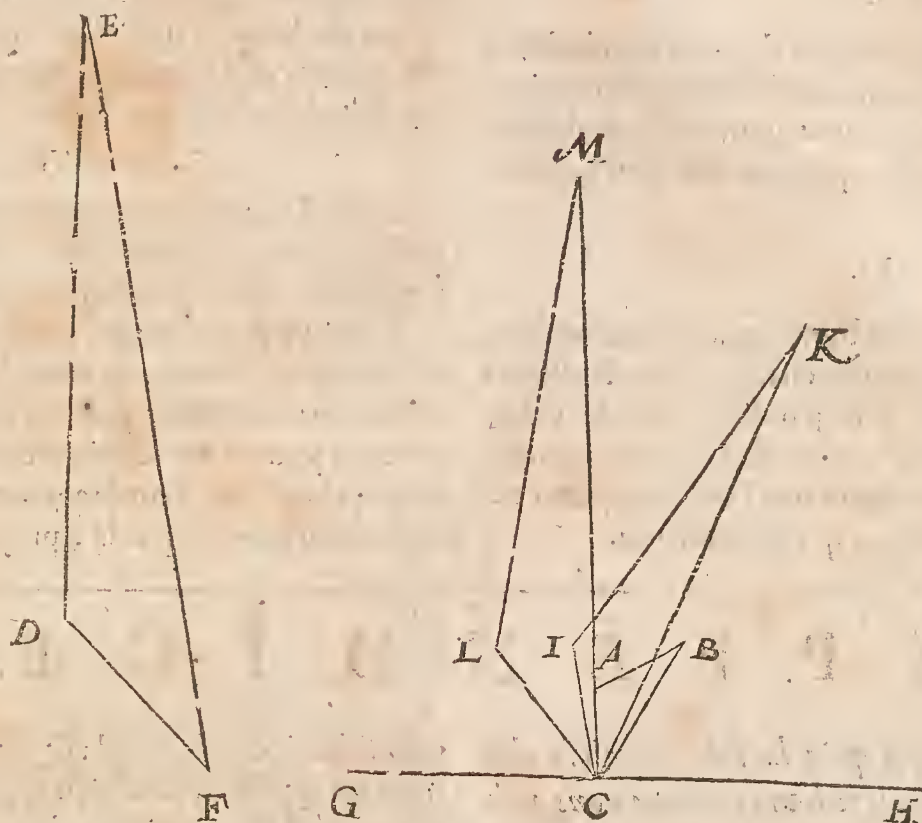
Mais si le costé plus loing du triangle ombrageable, estoit parallele avec la vitrebase, l'œil pareillement peut venir en divers lieux infinis: Ce que pour declarer par exemple, soit A B C l'ombre d'un triangle ombrageable egal avec D E F, puis A B est le costé plus loing parallele, je prens, avec la vitrebase G C H, le vitre de laquelle en l'ombragement estoit à angle droit sur le plan de la figure ombrageable: Soient maintenant du poinct C tirées les deux lignes C I, C K, & I K, tellement que



le triangle I K C soit egal à D E F: Soit puis apres C I prolongée jusques à L, & C K jusques à M, puis L M parallele avec I K, qui sera aussi bien le triangle L C M, comme I C K, semblable avec D E F: Cecy estant ainsi, il est manifestement possible que l'œil se pourra mettre en telle sorte qu'on verra les deux poincts A, B (moyennant qu'on suppose A B C estre au vitre à angle droit sur le pavé) convenir avec les deux poincts I, K, comme ombres d'iceux, & A B C sera lors ombre de l'ombrageable I K C. Il est aussi manifestement possible l'œil se pouvoir mettre encores à une autre place, de sorte qu'on verra les susdits deux poincts A, B, convenir avec les deux poincts L, M, comme ombres d'iceux, & alors sera A B C l'ombre de la figure ombrageable L M C, laquelle estant aussi bien que I K C semblable avec D F E, chacune sert pour figure ombrageable donnée: Tellement que l'ombre A B C peut estre veuë de deux divers yeux, & par consequent d'infinis yeux.

Le

Le ſemblable s'entendra auſſi du triangle ſans aucunes paralleles avec la vitrebaſe : Soit pour exemple A B C l'ombre d'un triangle ombrageable ſemblable avec D E F, & le coſté A B parallele, je prens, avec la vitrebaſe G C H, de laquelle le vitre en ombrageant eſtoit à angle droit ſur le plan de la figure ombrageable; Soient maintenant tirées du poinct C les deux lignes C I, C K, & I K, tellement que le triangle I K C ſoit ſemblable avec D E F, & ombre de A B C : Soit puis apres marqué ſur une autre place le triangle L M C, ſemblable auſſi à D E F, mais plus grand que I K C, & ce en telle place qu'on puiſſe voir la ligne ombrageable L M convenir avec ſon ombre A B : Ce qu'eſtant ainſi, les mots de la declaration ſur la figure precedente, ſerviront auſſi à ceſte-cy, & on conclurra finalement que A B C peut eſtre ombre d'infinis triangles ombrageables, ſemblables avec D E F, veu de divers yeux.

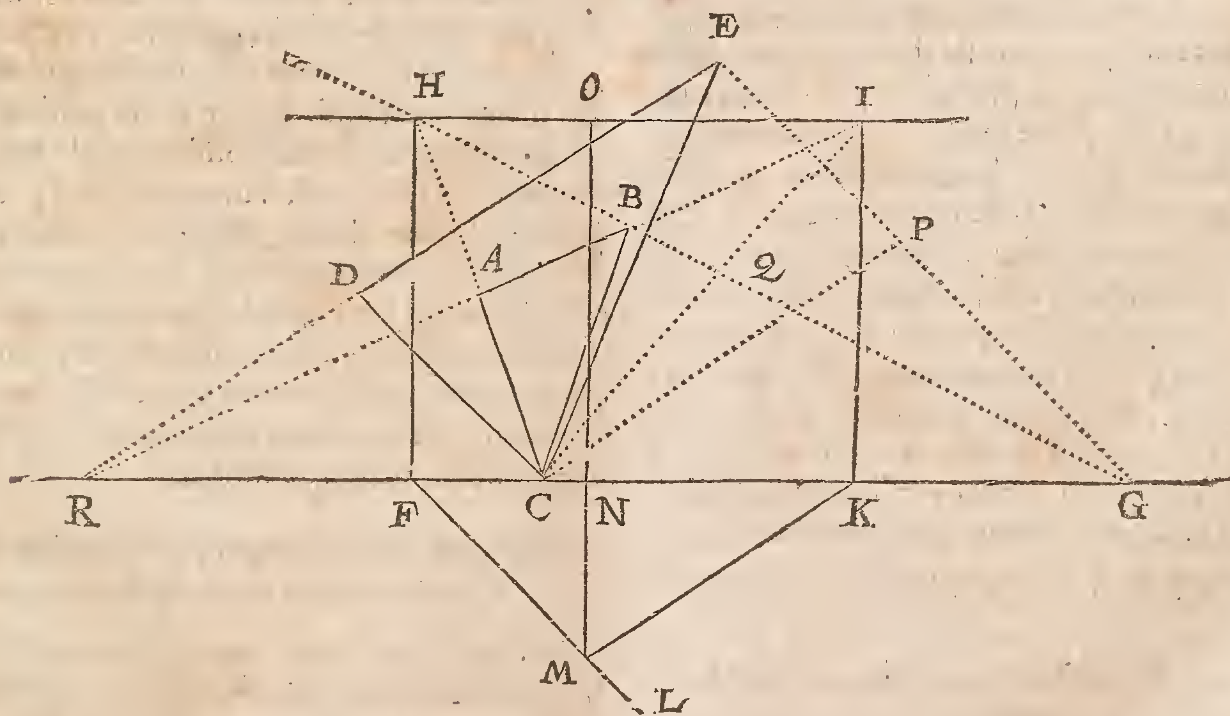


Mais ſi le triangle ombrageable eſtoit donné au lieu où il eſtoit en l'ombragement, il en vient ſeulement une ſolution. Dequoy pour parler par exemple, ſoit le triangle A B C l'ombre du triangle ombrageable D E C, & F G la vitrebaſe, le vitre de laquelle venoit ſur le plan ombrageable à angle droit. Pour en trouver l'œil, je tire de E juſques à la vitrebaſe la ligne E G, parallele avec D C, & de G par B l'infinie G B H, & je produis C A rencontrant l'infinie en H, & par H l'infinie H I parallele avec F G; apres je produis A B rencontrant icelle infinie en I, & des deux poincts H & I deux lignes à angle droit ſur F G, comme H F & I K; puis l'infinie F L parallele avec D C, & K M parallele avec E D, & touchant F L en M, puis M N à angle droit ſur F G, & je prolonge icelle M N juſques à O en H I, puis je mets ſur O une ligne egale à N M, & à angle droit ſur le vitre, le bout d'icelle ligne eſt l'œil requis.

Preparation de la demonſtration. Je tire C B egale & parallele avec D E, apres C L coupant G H en Q, & je produis E D avec B A s'aſſemblant neceſſairement en la vitrebaſe G F, qui ſoit en R.

DEMONSTRATION.

Ceſte preparation ainſi faite, on voit une figure de meſme qualité que celle du 6 exemple du 3 membre des



briefvetez, là où il appert que A B Q C eſt ombre du triangle ombrageable D E P C, & par operation reverſe il eſt manifeſte que l'œil doit venir comme eſt dit cy-deſſus.

ADVER-

ADVERTISSEMENT DES FAUTES.

Veu que quelques fautes se peuvent appercevoir du premier regard en quelques ombres données, & que ceste science serve aussi bien pour s'en garder en ombrageant, que pour bien juger des ombres faites; nous en descrirons ces cinq regles suivantes.

I.

Si on trouvoit que les ombres de trois ou plusieurs poincts ne gisent en ligne droite, lesquels poincts ombrageables on sçait notoirement gesir en ligne droite, on est asseuré par la premiere proposition qu'il y a faute en l'ombragement.

II.

Quand nous voyons des lignes en quelque ombre, lesquelles nous sçavons devoir estre ombres des lignes ombrageables paralleles, & paralleles avec le vitre, lesquelles ombres toutefois ne sont de faict tirées paralleles; de là on peut conclurre que l'ombragement est mal fait, en estant asseuré par la 2 proposition.

III.

Si les ombres des plans ombrageables, lesquelles nous sçavons devoir estre paralleles avec le vitre, n'estoient semblables à leur figure ombrageable, soit qu'elles consistent en lignes droites ou obliques, on sçait qu'il y a faute par la 2 proposition.

IV.

Quand en quelque ombre nous voyons des lignes, que nous sçavons devoir estre ombres de lignes ombrageables non paralleles avec le vitre, lesquelles ombres estans prolongées ne s'assemblent toutefois en un mesme poinct, de là on peut juger que l'ombragement est mal fait, dont la demonstration se tire de la 3 proposit.

V.

Quand nous voyons en quelque ombre des lignes, lesquelles nous sçavons devoir estre lignes de diverses parties de lignes paralleles ombrageables, lesquelles avec le pavé pareillement sont paralleles, mais non paralleles avec le vitre, & l'une des parties non parallele de l'autre: Si tous les poincts de conjonction d'icelles diverses parties ne venoient en une ligne droite, de là on peut juger que l'ombragement est mal fait, dont la cause est apparente par la 4 proposition.

APPENDICE.

Pour pareille raison qu'à la fin du traicté des Triangles & d'autres livres nous avons mis un Appendice, principalement pour ne point mesler la doctrine avec les disputes, selon qu'il est dit là plus amplement: Pour mesme raison aussi nous descrirons à la fin de l'ombragement precedent cest Appendice.

1 *Chapitre, sur la premiere definition du mot ombragement.*

Ombragement s'appelle en la premiere definition, plat pourtraict des choses haussées apparoissant haussé; mais on enombre bien un plan sur le pavé, lequel n'estant elevé ou haussé, quelqu'un pourroit dire, (comme aussi disoit Son Excellence estant parvenu jusques à la lecture d'icelle definition, & cognoissant par experience la vertu des definitions és arts liberaux) que cela n'est pas compris en ceste definition: Sur quoy on respond, que comme on dit que la personne occupée à bastir une partie d'une maison, s'excerce en l'architecture, d'autant que par la conjonction de telles parties finalement on attend une maison: Ainsi on peut dire que la personne occupée à marquer une partie d'une ombre apparoissant haussée, s'exerce en l'ombragement apparoissant haussé; pource que par la conjonction de telles parties, est attendue une ombre apparoissant haussée: Et par consequent considerant la fin principale à quoy tend l'œuvre de l'ombrageur, il semble que la definition contenant que l'ombragement des choses haussées est un plat pourtraict apparoissant haussé, ne declare pas improprement que c'est ombragement.

2 *Chapitre, sur la definition du nom poinct de conjonction.*

Ce qu'en la 12 definition nous nommons poinct de conjonction, quelques uns devant nous l'ont appellé poinct horizontal, & œil: Quant au poinct horizontal, d'autant que tels poincts en la conjonction des ombres prolongées des paralleles, lesquelles avec l'horizon ne sont paralleles, viennent dessus ou dessous l'horizon, le poinct horizontal ne peut par tout proprement estre nom commun. Quant au nom œil, il est certain que l'œil ne vient là dedans le vitre. Touchant ce que l'intention pourroit estre que c'est un poinct vers lequel l'œil se dirige pour voir l'ombre en sa perfection, & que pour telle signification on le nomme œil, cela aussi ne va de pied ferme, car il y a des ombres qui ont plusieurs divers tels poincts, dont quelques uns sont egalement haussés dessus l'horizon, autres plus haut ou plus bas, & souventefois pas un d'eux n'est le poinct vers lequel l'œil est dirigé, comme on peut voir au precedent: De sorte que tant le nom œil que l'autre, est impropre. Les inconveniens procedans de ces noms impropres sont entre autres, que les Ombreurs parlans des proprietez de l'ombragement, ne s'entendent pas (sauf correction) les uns les autres, ni eux-mesmes: Les uns disans que l'ombre peut avoir plusieurs yeux: Les autres, veu que la chose ombrageable en l'ombragement se voit seulement d'une place, il n'y devroit avoir qu'un œil: Les autres pensans moderer ce different, disent qu'en l'ombragement il ne faut par tout parfaitement suivre l'art: Mais le fondement bien consideré, les noms impropres sont cause de tel erreur. Ce consideré, nous avons nommé ce poinct, poinct de conjonction, comme estant nom commun, & à mon advis de signification assez commode.

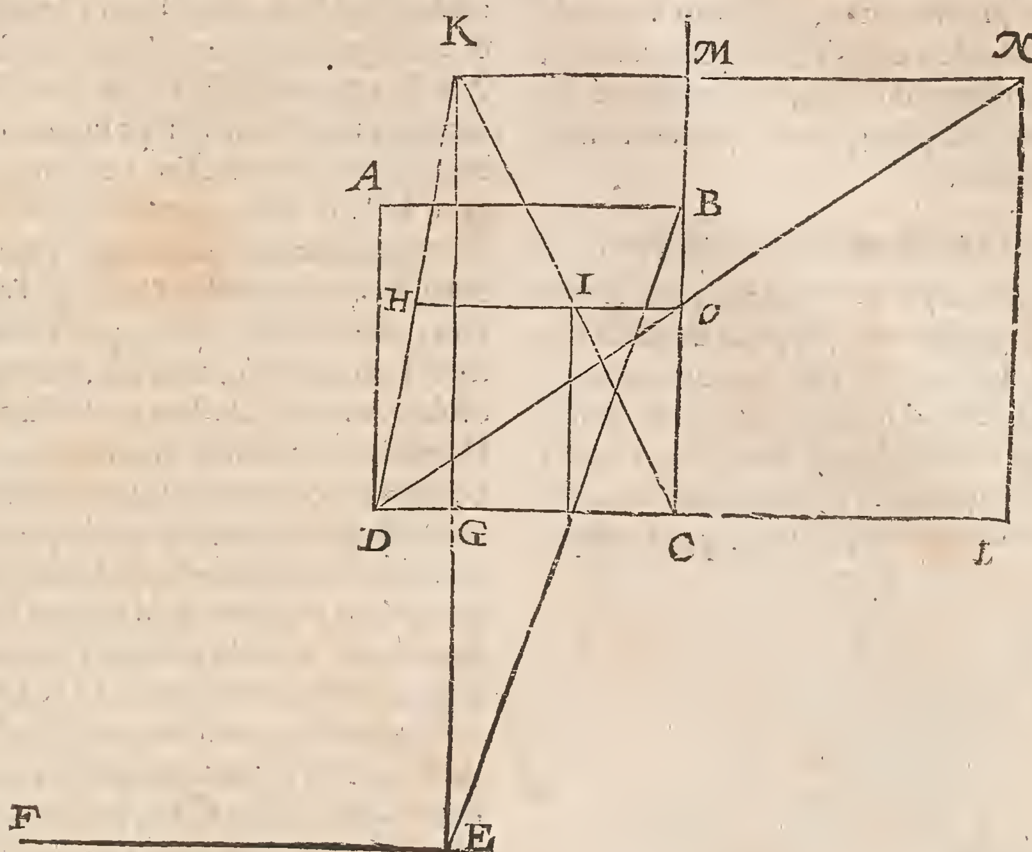
3 *Chapitre, de l'impropre signification des lignes, desquelles on use en matiere de l'ombragement.*

Puis qu'il y a en usage une commune maniere d'ombragement avec les noms impropres appliquez sur lignes & poincts par lesquels il semble difficile de pouvoir parvenir à la solide cognoissance de l'ombragement, nous en ferons quelque declaration.

Soit

Soit A B C D un quarré ombrageable, E le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur E F, & le vitre tende par D C à angle droit sur le pavé; soit puis apres tiré E G à angle droit sur D C; & de ce donné soit trouvée l'ombre H I C D du quarré ombrageable A B C D, selon la maniere du premier exemple, au troisiesme article des briefvetez derriere la II proposition, & K soit poinct de conjonction des prolongées D H, C I.

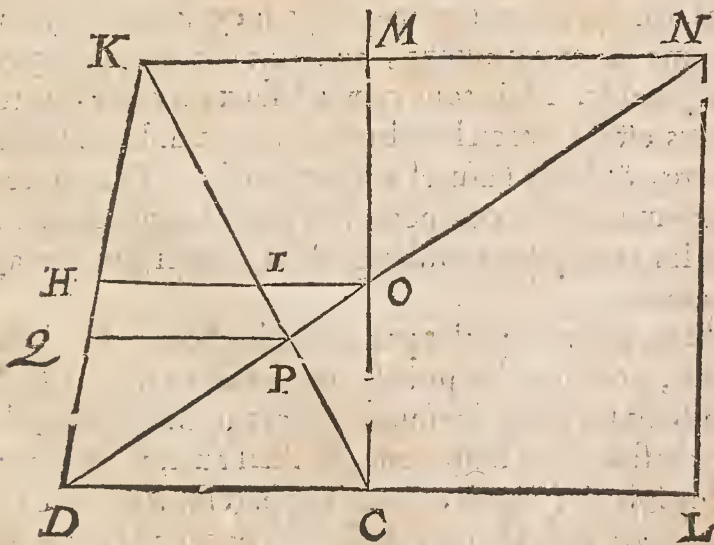
Mais puis que la ligne H I se peut encore trouver par une autre briefveté laquelle est declarée au 5 exemple du mesme article, à sçavoir qu'on produit la ligne D C



jusques à L, de sorte que C L soit egale à G E; puis apres C B infiniement vers M, & L N egale & parallele avec G K, puis N K, N D coupans C M en O, & de O une parallele avec C D, laquelle tende par I H comme il est là demonstré: Or en ceste figure ils nomment C L *ligne du plan*, qui vaut autant à dire que ligne de pavé, N l'œil, L le pied, N L la pendiculaire, qui vaut autant que ligne de Spectateur, M N ligne de distance. On respond à cecy, qu'encore bien que ces lignes & poincts ayent quelque convenance avec les lignes & poincts qui signifient proprement telle chose (car C L est egale à la propre ligne de pavé G F, & L convient avec le pied E, & N avec l'œil, & ainsi des autres) que ces noms toutesfois ne sont pas idoines à la parfaicte cognoissance de la Scenographie.

Pour declarer cecy plus clairement par exemple, marquons ceste derniere maniere d'invention de l'ombre seule, à leur mode comme cy-dessous.

Posé maintenant que quelqu'un dise avec ceste figure ainsi: Il y a un quarré dont le costé est D C, & L le pied, N l'œil, L N ligne de *Spectateur*; Par cecy on requiert l'ombre du quarré ombrageable, dont le costé



est D C: Or pour en venir à l'operation, je dis que le Scenographe ne sçait pas certainement le lieu du poinct de conjonction K, à sçavoir s'il doit tomber en ce lieu, ou plus loing de N, ou plus pres. Secondement, tel quarré qui se voit ainsi hors de N comme œil, ne peut monstrer son ombre H I C D en telle disposition qu'elle se rencontre icy, à sçavoir avec le costé D C du quarré ainsi en bas. Pourtant les susdites lignes & poincts ne sont pas ce dont ils ont le nom, il ne semble pas aussi qu'il soit utile de leur attribuer tels noms, pour quelque ressemblance qu'ils ayent avec les vrais: Mais si pour eviter erreur, on vouloit prendre garde à celuy qui procede d'un tel fondement, on trouvera entre autres en *Serlio* vers le commencement de son second livre, premierement qu'il est luy mesme incertain des noms d'icelles lignes, ne suivant point fermement ses propres definitions: Secondement, qu'il tire de P commune section des lignes N D, C K, une ligne, comme P Q, parallele avec C D; concluant que Q P C D, aussi bien que H I C D, est l'ombre du quarré donné, lesquelles ombres toutefois ont ceste difference, que H I C D se voit en un vitre estant perpendiculairement sur le pavé, comme C M qui est perpendiculaire sur D L: Mais l'ombre Q P C D se voit en un vitre à angle oblique sur le pavé, avec telle declinaison que C K a sur D L: Et que puis apres sur l'ombre de tel pavé veu par un vitre obliquement sur le pavé se met l'ombre de profit qui vient sur iceluy pavé, mais veu par un vitre obliquement sur le pavé, il se fait quelque meslange, lequel combien qu'il puisse estre agreable à la veuë, ce n'est pas toutefois ombre selon l'art, ou selon le requis du proposé.

4 *Chapitre, de la distance de l'œil au vitre.*

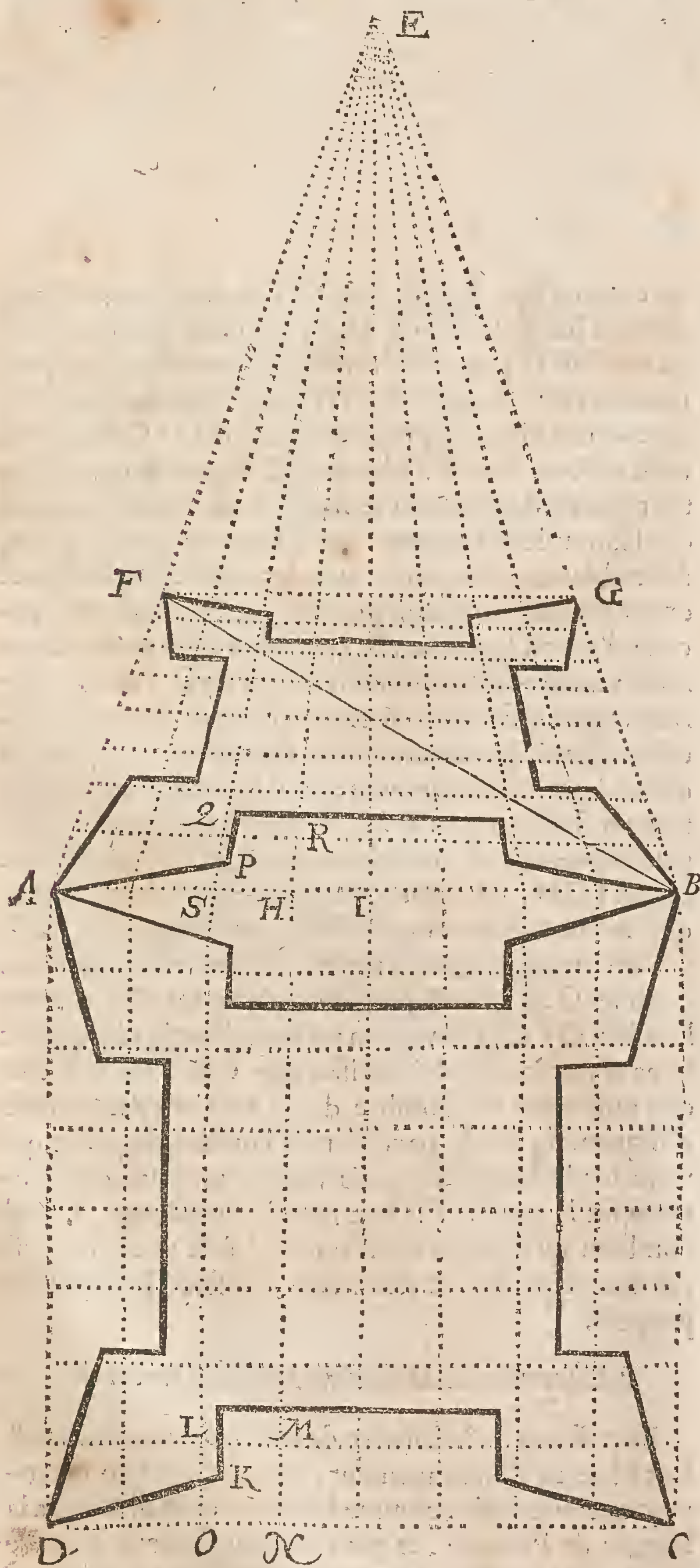
La position de la distance de l'œil jusques au vitre est fort libre en l'ombragement, quelques uns en descrivent quelque regle, comme la raison de la distance à la largeur de l'ombre, se peut commodement prendre de 3 à 2. Mais cecy ne peut estre ainsi defini, car il y a des ombres qui sont si petites, que quand on mettroit l'œil en telle raison si pres, il ne seroit possible d'en veoir quel-

quelque chose avec jugement. Pourtant quand selon la grandeur de l'ombre, on le met en telle distance où l'ombre se voit commodement de la plusspart des hommes (car l'un voit de plus pres que l'autre) cela semble regle plus ferme.

Quant à ce qu'és precedentes figures nous avons souvent mis l'œil plus pres du vitre, que pour veoir de là commodement l'ombre, cela s'est fait par exemple, car si on l'eut mis de distance comme il appartient, les figures eussent souvent esté plus grandes que les fueilles n'eussent peu comprendre.

5 *Chapitre, de l'ombragement par quarrez.*

Il y a une maniere d'ombrager en usage, qui se fait dessus la figure ombrageable, ce que pour declarer par exemple, soit A B C D le plan d'un fort avec quatre boulevars, pour avoir l'ombre d'iceluy, on tire là dessus quelques quarrez egaux ainsi : Ayant tiré les deux lignes droites A B, D C, avec quelques lignes entre deux d'egale distance les unes des autres, comme par exemple



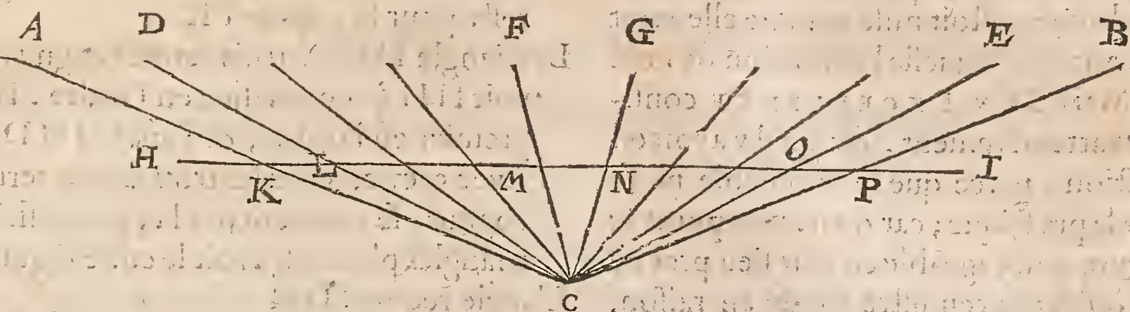
sept, semblablement A D, & B C, aussi avec sept lignes paralleles entre deux, alors sur le plan du fort viennent 8 fois 8 quarrez, qui sont 64 : Puis je tire A E, B E comprenant le triangle A B E, auquel je tire quelque ligne comme F G parallele avec A B, tellement que le quadrangle F G B A se prend pour ombre de l'ombrageable quarré A B C D, dedans laquelle ombre quadrangulaire F G B A, nostre dessein est de marquer l'ombre du plan ombrageable donné. Pour y parvenir, je tire entre E A & E B sept lignes, aux sept poincts qui viennent entre A & B, comme E H, E I, & semblables, puis je tire B F coupant icelles autres sept lignes comme appert, & par leurs communes sections encore sept lignes paralleles avec A B, & aura ce quadrangle F G B A aussi 64 quadrangles, chaque quadrangle estant ombre de son concordant quarré ombrageable de l'entier quarré ABCD. Cecy estant ainsi, je voy que le boulevart ombrageable dont la poincte A, aura son ombre à F, & le boulevart ombrageable à D, son ombre à A, & ainsi des autres. Or pour commencer maintenant l'ombragement d'un boulevart, comme à D, je voy où tombe sa face, comme D K, & j'apperçoy que le poinct K tombe dedans le troisiesme quarré depuis D vers C marquant LMNO; & en telle position qu'il tombe là, en semblable position se met aussi le poinct P au troisiesme quadrangle depuis A vers B marquant Q R H S, comme quadrangle concordant avec le quadrangle L M N O : C'est à dire, que si K vient au milieu, par exemple, entre les deux costez L M, O N, & sur une sixiesme, par exemple, de la longueur qu'il y a entre L O & M N, il faudra alors aussi que P vienne au milieu entre les deux costez Q R, S H, & sur une sixiesme de la longueur qu'il y a entre Q S, & R H, & faisant le semblable avec toutes les autres lignes, on aura l'ombre comme il appert. Mais cecy estant une maniere d'ombragement mechanique, nous ne l'avons voulu mesler entre les propositions mathematiques, ains seulement declarer ce qui s'en fait par aucuns en la practique.

6 *Chapitre, de la parfaite imitation de l'art.*

Il y a de bons maistres ombrageurs, qui tienent qu'en l'ombragement il ne faut pas entierement imiter les regles de cest art, mais qu'il faut aucunefois faire quelque chose plus agreable devant les yeux, qui aille contre la regle; & en donnent exemple, disant que quand quelqu'un est devant & pres le milieu d'un longue feste, avec des piliers de l'un des bouts jusques à l'autre, les piliers qui sont au milieu, se monstreront plus distants les uns des autres, que ceux qui sont aux bouts ; toutefois, disent-ils, il ne faut pas imiter en ombrageant telle apparence ; mais mettre iceux piliers tous egalement distants l'un de l'autre, selon la vulgaire maniere qui se voit par tout en usage, car si le contraire se faisoit, à sçavoir qu'on mit iceux piliers inegalement distants comme ils apparoissent, ce seroit un ombragement desagreable. Mais tout cecy est faux, à cause que tels piliers estant mis en l'ombre egalement distants l'un de l'autre, & l'œil naturel aussi en son lieu, ils acquirent d'eux-mesmes le competent apparent approchement, que les vrais piliers ombrageables acquerrent par apparence.

Mais pour en parler par exemple encore plus clairement, posé que les poincts cy-dessous entre A & B, signifient les bases des susdits piliers ombrageables, dedans le feste d'un bastiment, & l'œil au milieu devant iceluy soit C, lequel œil verra apparemment les extremes piliers A & D, ou B & E, plus pres l'un l'autre que les piliers du milieu, comme F & G, à cause que l'angle A C D ou B C E, est moindre que l'angle F C G : Soit main-

maintenant tirée la ligne H I, comme vitre parallele avec le rang des piliers A B, & coupant les lignes qui tendent de C vers les piliers aux lieux comme se voit, à sçavoir A C, D C, F C, G C, E C, B C, aux poincts K, L, M, N, O, P, & seront icelles communes sections en la ligne H I, comme ombres des piliers toutes egalement distantes les unes des autres, comme les piliers ombrageables entre A & B; Cecy estant ainsi, on voit



que les piliers qui sont entre H & I egalement distants l'un de l'autre, acquerent leur competent approchement veu de C; Car K C L, ou A C D, est tout un mesme angle, qu'est M C N, ou F C G, O C P semblablement, ou E C B: De sorte que les Ombrageurs en telle position de piliers entre H & I egalement distants l'un de l'autre, ne font point contre la regle de Scenographie, comme ils cuident eux-mesmes, mais on doit faire ainsi pour ombrager parfaictement.

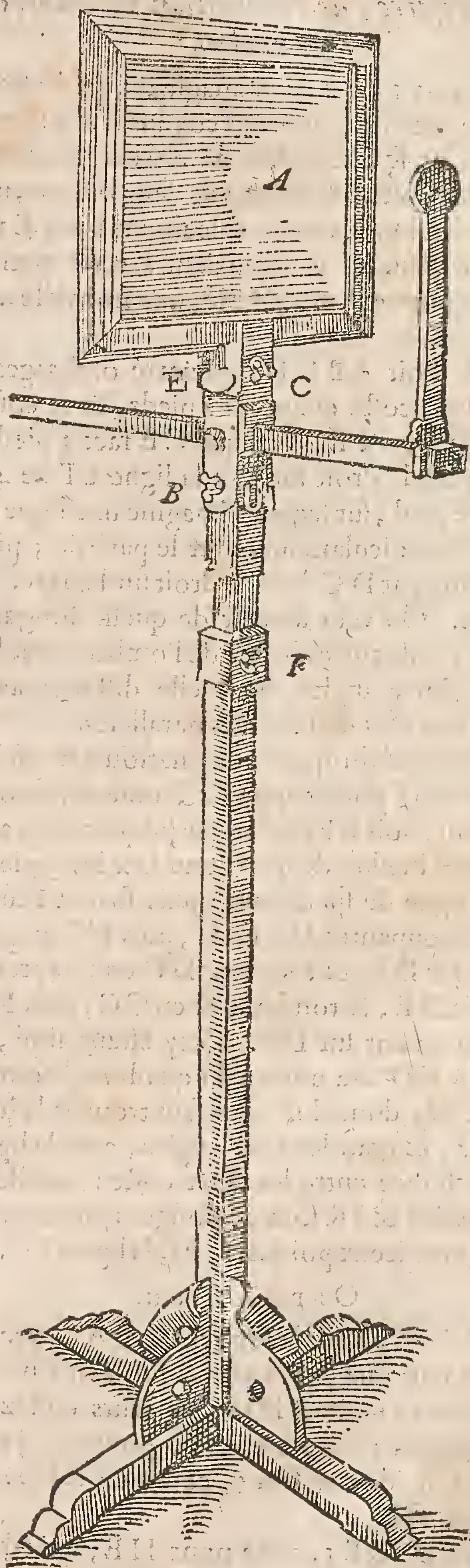
Il est bien vray qu'on voit quelquefois des ombres, comme d'hommes, animaux, & semblables, faites par un libre traict de main, lesquelles sont plus agreables que autres operées laborieusement selon les regles des perspectives, mais cela à une autre raison, à cause que telles lignes n'arguënt ainsi l'une l'autre, comme font les lignes paralleles és edifices; car si un cheval leve le pied un doigt plus haut ou plus bas, ou qu'un homme s'abaisse un doigt plus ou moins, il n'importe gueres de sçavoir si certainement comment la chose doit estre.

Notez encore, que comme les lignes obliques des animaux, se marquent plus agreablement & facilement par un libre traict à la main, de celuy qui l'a bien apprins, que par invention de plusieurs poincts, ainsi au contraire en pourtraict d'edifices, les lignes droites (en quoy consiste principalement l'ombragement des edifices) se peuvent tirer plus commodement & plus nettement le long d'une regle selon les preceptes des perspectives, que par un libre traict de main.

7 *Chapitre, du vitre.*

J'ay leu quelque part, & cela à ce qui me semble en *Albert Durer*, lequel voulant declarer la qualité de l'ombragement, dit qu'on peut voir la chose ombrageable par un vitre plat, & imprimer en l'imagination que ce qu'on voit ainsi dedans le vitre y est depeinct, car cela est vrayement la parfaicte ombre veuë par l'œil d'iceluy lieu. Ceste description de l'ombre (laquelle cy-devant nous esmouvoit de definir le vitre) a semblé si commode à Son Excellence, qu'il ne s'est voulu seulement imaginer telle ombre peinte en un vitre, mais l'a voulu tirer in iceluy par effect, faisant preparer à icelle fin un vitre en la maniere que demonstre la figure cy adjoustée, là où A signifie le vitre, qui estoit d'un grand miroir de cristalin, tournant sur la charniere B, pour le mettre aussi droit ou oblique qu'on veut, & se fiche avec un vis C, le trou par lequel on voit est D, qui se peut couler plus pres & plus loing du vitre, & ficher avec le vis E: Le vitre se peut aussi mettre plus haut & plus bas, & puis ficher avec le vis F.

Nous avons voulu descrire ceste qualité de vitre (dedans lequel Son Excellence tiroit des ombres tant d'hommes que d'autres choses, tellement qu'il semble qu'on peut dire en verité, qu'il n'est pas possible de tirer des postures d'hommes si parfaictement à l'œil (sans vitre) afin que si quelqu'un estoit desireux d'un semblable, il puisse prendre cecy pour exemple, amendant selon ce qu'il pourroit appercevoir les defauts,



afin qu'il puisse servir à la parfaicte cognoissance de l'ombragement. J'estime aussi que cela a aydé Son Excellence, pour appercevoir & corriger quelques imperfections qui estoyent en mon premier dessein de ceste Scenographie, comme entre autres la regle generale de l'invention de l'œil des figures ombragea-

brageables, qui ne touchent le vitre avec costé ni poinct, ce que nous avions premierement obmis, comme estant chose obscure.

Puis il est advenu qu'en l'invention de l'œil, j'avois descrit quelques propositions, esquelles la figure ombrageable comme donnée, estoit mise comme elle avoit posée en l'ombrageant, par laquelle l'invention de l'œil estoit plus facile. Mais SON EXCELLENCE considerant la chose plus attentivement, dit qu'il y avoit en cecy de l'imperfection, parce que le semblable ne se rencontre point en la practique; car on ne met point és peinctures telle figure ombrageable en leur lieu pres de leurs ombres. Ce qu'ayant veu estre fondé en raison, nous avons changé ces propositions, & en avons mis d'autres en leur place, comme il se peut veoir cy-devant.

8 *Chapitre, de l'invention des ombres par nombres.*

SON EXCELLENCE s'imaginant qu'il estoit possible que par nombres donnez cognus d'une figure ombrageable, on sçauroit dire de quelle grandeur tomberoient les costez & angles de leur ombre, nous en descrirons quelque exemple calculé par SON EXCELLENCE, à cause qu'il appartient à ceste matiere, & que c'est, comme il me semble, une nouvelle maniere de calcul.

Le donné. Soit A B C D un quarré ombrageable au pavé, chaque costé estant de 2 pieds, & le costé D C prolongé jusques à E, ainsi que C E face 3 pieds: Puis de E tiré à angle droit sur D E la ligne E F de 4 pieds, F signifie le pied, sur lequel s'imagine une ligne de spectateur perpendiculairement sur le pavé de 5 pieds, & le vitre tende par D C à angle droit sur le pavé.

Le requis. On veut sçavoir de quelle longueur sera chacun des trois autres costez de l'ombre, avec la grandeur des quatre angles, en quelle distance aussi sont l'une de l'autre les deux costez paralleles.

Preparation. Afin que l'imagination aye en l'operation un subject pour s'appuyer, nous en ferons ceste preparation: Soit E F prolongée jusques à G, ainsi que E G comme mesure de spectateur face les 5 pieds donnez de la ligne de spectateur, puis soyent tirées D G, C G, A F, coupantes D E en H, puis H I perpendiculairement sur D E, & touchant D G en I; apres I K parallele avec D E, & tombant K en C G, puis K N perpendiculairement sur D E. Cecy estant ainsi, le quadrangle I K C D sera ombre du quadrangle ombrageable A B C D, duquel il nous faut trouver la longueur des costez, & grandeur des angles, aussi la ligne I H, comme distance entre les deux costez paralleles I K, D C: Puis A B & I K sont prolongées jusques à L & M, touchant avec iceux poincts L, M, la ligne F G.

OPERATION.

Veu que L F est parallele avec A D, & A L avec D H, il faut que le triangle A L F soit semblable au triangle A D H, & leurs costez homologues proportionaux, pourtant je dis, F L 6, donne L A 5, combien A D 2? fait pour D H $1\frac{2}{3}$.

Iceux tirez de D E 5, reste pour H E, qui est aussi pour I M $3\frac{1}{3}$.

D E 5, donne E G 5, combien I M $3\frac{1}{3}$ deuxiesme en l'ordre? fait pour M G $3\frac{1}{3}$.

Iceux tirez de G E 5, reste pour M E, qui est aussi pour K N, & pour la requise I H $1\frac{2}{3}$.

G E 5, donne E C 3, combien M G $3\frac{1}{3}$ troisiesme en l'ordre? fait pour M K 2.

Lesquels tirez de I M $3\frac{1}{3}$ troisiesme en l'ordre, reste pour la requise I K $1\frac{1}{3}$.

Le triangle I H D a trois termes cognus, à sçavoir I H $1\frac{2}{3}$ quatriesme en l'ordre, D H $1\frac{2}{3}$ premier en l'ordre, & l'angle I H D droit: Avec cecy cerchez les trois autres termes incognus, se trouvent par la 5 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé requis I D $\sqrt{\frac{50}{9}}$.

L'angle requis I D H 45 degr.

Et l'angle D I H 45 degr.

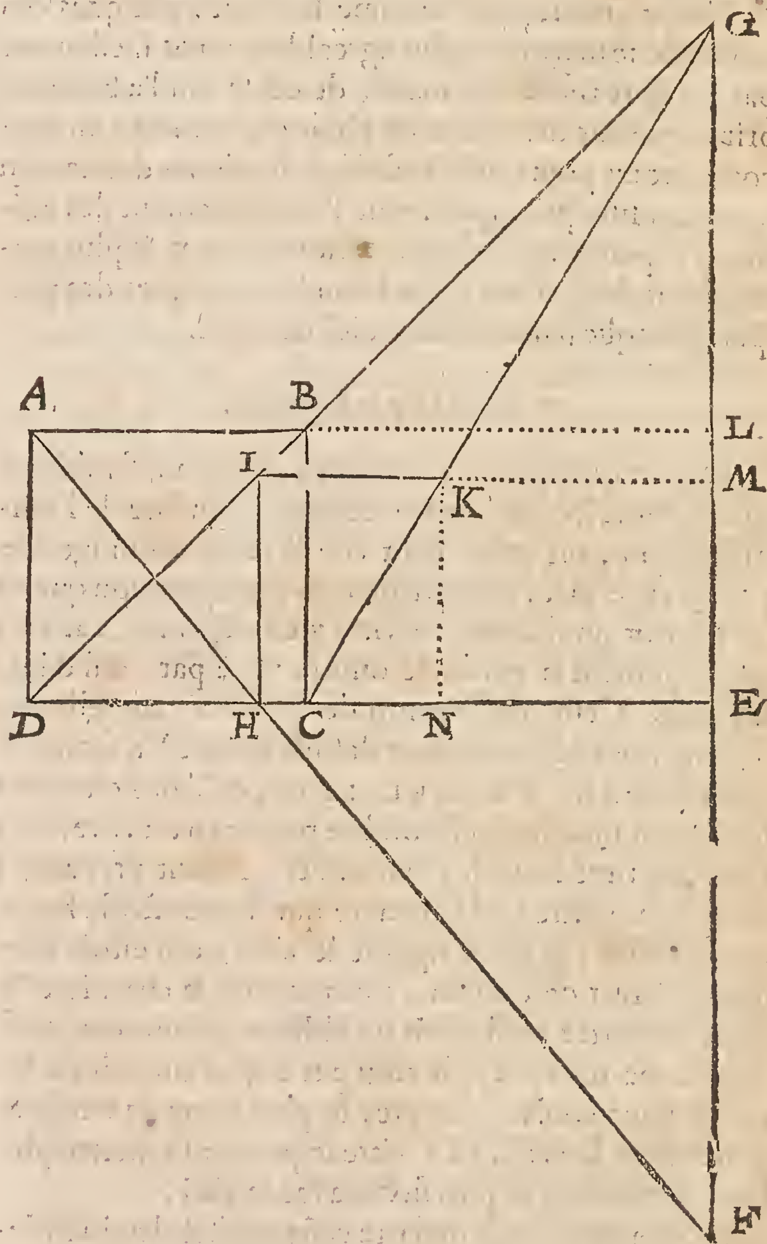
Auquel adjousté l'angle H I K 90 degr. vient pour l'angle requis D I K 135 degr.

G E 5, donne E C 3, combien K N $1\frac{2}{3}$, quatriesme en l'ordre? fait pour N C 1.

Le triangle K N C a trois termes cognus, à sçavoir K N $1\frac{2}{3}$ quatriesme en l'ordre, N C 1 onziesme en l'ordre, & l'angle K N C droit, avec cecy cerchés les autres trois termes incognus, ils se trouvent par la 5 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé requis C K de $\sqrt{\frac{28}{9}}$.

Et l'angle K C N 59 degr. 2 ①, lesquels soustraicts de 180 degr. reste pour l'angle requis K C D 120 deg. 58.

Et l'angle N K C de 30 degr. 58 ①, lesquels soustraicts de l'angle I K N 90 degr. reste pour l'angle requis I K C 59 deg. 2 ①.



Fin de la Scenographie.

DEUXIES-

DEUXIESME LIVRE DE L'OPTIQVE,

TRAITANT

Des Catoptriques ou des Reflexions.

Traduit en Francois, & illustré d'annotations par ALBERT GIRARD *Mathematicien.*

AU LECTEUR.

Ne fois entr'autres, je me mis à recercher les effects de la Catoptrique selon les escrits d'Alhazen *& de* Vitellon, *& trouvay qu'il n'y avoit entre plusieurs propositions de superfices courbes, aucune certitude és conclusions, & plusieurs fautes quant & quant : Tellement que je m'addonnay à escrire de mesme matiere sur d'autres fondemens, veu qu'*Euclides *en ses* 17 *&* 18 *propositions en pose d'autres, que ceux que* Alhazen *&* Vitellon *suivent en matiere de reflexion des superfices courbes, lesquelles comme fondemens vaciles, causent la ruine de ce qui est basty dessus : Tellement que je les ay inserez icy, d'autant que* SON EXCELLENCE *les a aussi reveus, ne l'ayant voulu conseiller à suivre ces autres-la, mais de prendre ces elemens pour principes necessaires à ceste fin, lesquels il a aussi remis en meilleur estat selon la coustume qu'il a de prendre garde de pres à ce à quoy il s'exerce, comme s'ensuit.*

SOMMAIRE.

APres sept definitions & deux petitions, suivront neuf propositions : Et finalement un Appendice, contenant les Arguments lesquels selon nostre coustume, nous separons ordinairement des principes.

DEFINITIONS.

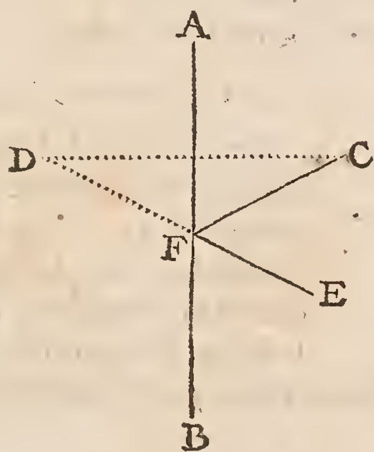
DEFINITION I.

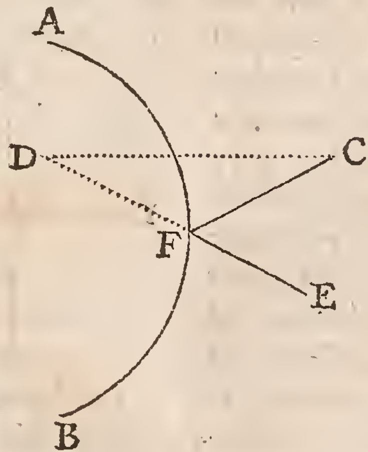
ELemens Catoptriques sont ceux, lesquels declarent les raisons de la forme des images, causées par la presence des corps devant les miroirs.

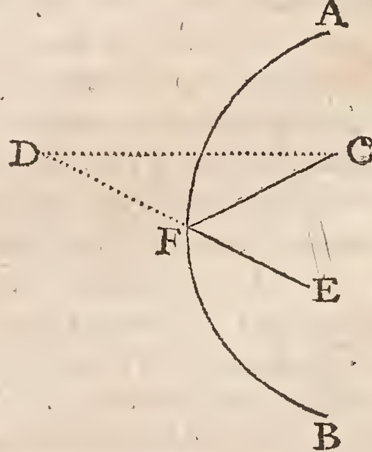
DEFINITION II.

TOute superfice Mathematique, en laquelle on se propose que soit la qualité des miroirs, nous la nommons aussi un miroir.

Pour en parler naturellement, toute superfice reluisante comme de voire, acier, eau & choses semblables, peuvent estre aussi prises pour miroirs; Mais en ce traicté Mathematique, nous posons des sujects Mathematiques, les prenans icy pour miroirs : lesquels nous nommons miroirs plats ayant la superfice platte, & miroirs spheriques ceux qui l'ont aussi spherique, & ainsi des miroirs coniques, ou cylindriaques, quand les superfices sont coniques ou cylindriaques. D'avantage miroir convexe, est quand la superfice convexe agit comme un miroir; & miroir concave, quand la superfice concave fait l'acte de miroir. Par exemple soient A B trois sortes de miroirs, comme plats, convexes, & con-







caves, prenans leurs superfices catoptriques du costé de E, œil & C, visible.

DEFINITION III.

POinct visible, est celuy duquel on peut voir l'image par le miroir.

Soit és trois figures de la deuxiesme definition devant chaque miroir C, dont l'image au miroir soit en D, & puis que C peut estre veu dans le miroir, nous appellons C poinct visible.

DEFINITION IV.

OEil est un poinct, lequel on suppose faire l'office de l'œil.

Comme és troisiesmes figures de la deuxiesme definition le poinct E, lequel nous prenons faire l'office d'œil, assavoir à voir D, image du poinct visible C: nous nommons donc E œil.

DEFINITION V.

RAyon, & rayon du visible, sont les lignes droites de l'œil, & du visible jusqu'à l'image.

Comme és trois figures precedentes les lignes droites ED, CD sont dites rayons, assavoir ED rayon simplement, & CD rayon du visible.

DEFINITION VI.

POinct de conversion est la commune section du miroir & du rayon.

Comme és figures precedentes, la commune section de AB, & du rayon ED est F : lequel poinct F nous appellons poinct de conversion, dont la raison apparoistra en la septiesme definition suivante.

DEFINITION VII.

Flexion, sont les deux lignes droites du poinct de conversion, vers l'œil & le poinct visible : celle qui est vers l'œil est dite flexion oculaire, & l'autre flexion visible.

Soit menée F C és figures precedentes, alors les deux lignes du poinct de conversion F vers l'œil E, comme F E, & vers le poinct visible C, comme F C, sont ensemble dites flexion: (comme si une ligne droite se plioyt C F E) en particulier aussi F E flexion oculaire, qui est aussi le rayon : F C flexion visible, & le poinct F poinct de conversion; tout ainsi que si une balle estant jettée de C en F, elle commençast en iceluy F, à se tourner vers E, tellement que F est le poinct de conversion, qui est à dire tournement, d'autant que c'est là que la conversion se fait.

ALB. GIRARD.

I'adjousteray encor icy ces trois definitions.

DEFINITION VIII.

Reflexion, est dit en general de l'acte, tant de la puissance de la veuë, que de l'office du miroir, & de la vision du visible, lequel requiert d'estre illuminé.

DEFINITION IX.

Angle de reflexion, est celuy qui est fait egalement de part & d'autre de la ligne de flexion & du miroir.

Comme és trois figures precedentes, l'angle B F E, ou A F C, (lesquels sont egaux comme l'Autheur dira en la 4 proposition suivante) de part & d'autre de la flexion C F E, & du miroir A F B.

DEFINITION X.

Image Catoptrique, est la representation du visible à l'œil, laquelle semble estre veuë directement, quoy que non, mais est faite moyennant le miroir par le flechissement du rayon contre iceluy, & d'autant plus semblable au visible que la superfice du miroir est plane.

C'est chose certaine que l'image catoptrique D, semble estre en autre lieu que n'est le visible C ; la cause est, que nous pensons que les choses que nous voyons soyent directement où nous addressons nostre veuë. Or quand un miroir est en sa perfection n'ayant rien de diaphane, mais estant bien poly (c'est à dire sans angles) il doit estre invisible de luy mesme ; Et puis que ce que nous sçavons de plus certain, est ce que l'experience nous monstre ; d'où s'ensuit qu'en un tel miroir nostre veuë nous trompera, d'autant qu'en le regardant, nous ne le voyons pas, mais sa vision nous represente autre chose selon la disposition d'iceluy & de la veuë : Mais comment dira-on, un tel miroir doit estre invisible ? c'est pource que nous voyons seulement les objects par la discontinuité qui y est, laquelle la lumiere nous monstre, & en un mot nous ne voyons rien sans reflexion & discontinuité ; car si tout estoit poly comme un miroir en perfection & sans discontinuité, nous ne verrions que la lumiere seulement, si on voyoit quelque chose : un miroir parfaict est donc invisible, comme les choses diaphanes infinies & sans couleur ; & partant les plus experimentez pensent voir directement en iceluy, ce que le miroir leur descouvre, en menant nostre rayon visuel que nous luy addressons, selon qu'il le reçoit.

PETITIONS.

PETITION I.

Le poinct visible posé devant le miroir plat, qu'on nous concede de dire qu'il est autant distant du miroir, que son image : Que le rayon aussi du visible est perpendicle sur le miroir.

Soit G au miroir plat de la deuxiesme definition la commune section d'iceluy miroir & du rayon du visible D C : On demande qu'il soit permis de dire que G C est egale à G D, que D C aussi est à angle droit sur A B : car qui en veut faire l'espreuve le pourra faire avec deux stations, comme on mesure le distances inaccessibles, selon la 2 proposition du deuxiesme livre de la practique de Geometrie. Quant au rayon du visible qu'il soit perpendiculaire sur le miroir plat, il se recognoistra tel, si on pose l'œil mesme pour visible & œil tout ensemble, on verra avec une esquerre que le rayon sera perpendiculaire au miroir.

ALB. GIRARD.

Il est aussi certain, que le rayon du visible est aussi perpendiculaire sur le miroir courbe ; & aussi que le visible & son image sont egalement distans du poinct de conversion en tous miroirs, selon ce que nous avons dit en la 10 definition : & que le rayon du visible, duquel parle Stevin ne sert qu'aux miroirs plats, d'autant que quand bien mesme le visible & le miroir seroyent immobiles, l'image ne le sera point, si l'œil se meut comme és miroirs plats ; mais és miroirs courbes, l'image change de place aussi bien que l'œil, & partant on ne sçauroit cognoistre son lieu par deux stations, comme és plats ; veu que l'image change de lieu selon le changement de station : és miroirs donc courbes, diverses personnes verront l'image en divers lieux, ou bien diverses images d'un mesme visible en mesme temps.

PETITION II.

Par la commune section de la superficie du miroir, & le plan où sont l'œil, le visible & son image, soit entendu le miroir donné.

Soit A B la ligne (en la deuxiesme definition) de commune section de la superfice du miroir, & du plan où les trois poincts C, D, E sont : On demande qu'on concede qu'avec la ligne A B, on entende le miroir proposé.

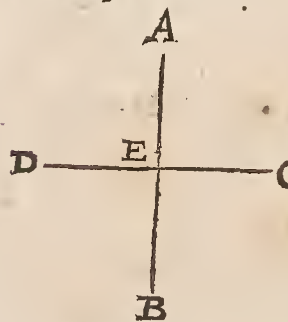
S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

PROBLEME I. PROPOSITION I.

Estant donné un miroir plat indefiny, & un poinct visible, trouver son image.

Le donné. Soit A B un miroir plat indefiny, & C un poinct visible au devant.

Le requis. Il faut trouver son image.



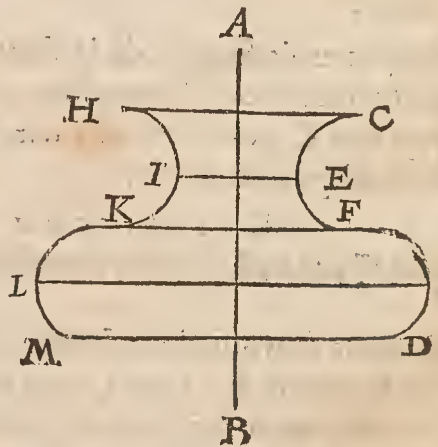
CONSTRVCTION.

On menera C D perpendiculaire à A B, coupant iceluy en E, ainsi que E D, soit egale à C E : Je dis que D sera l'image requise; dont la demonstration est manifeste par la 1 petition.

Conclusion. Estant donc donné un miroir plat indefiny, &c.

COROLLAIRE.

D'autant que la ligne consiste en une infinité de poincts, & que l'image d'un chacun peut estre trouvée par la 1 proposition precedente, il s'ensuit que la description de l'image de toute ligne en un miroir plat est notoire. Soit par exemple A B un miror plat, & C D une ligne courbe, en laquelle soit marquée une infinité de poincts, comme C, E, F, G, D, &c. & ayant trouvé leurs images H, I, K, L, M, &c. comme dessus,



dessus, alors la ligne menée par la pluralité infinie des poincts H, I, K, L, M, sera l'image requise. D'avantage d'autant que la superfice de tout corps, consiste en une infinité de lignes, & de mesme les corps d'une pluralité infinie de superfices; il s'ensuit comment on pourra descrire l'image de tout corps quelcõque en un plat miroir.

Probleme II. Proposition II.

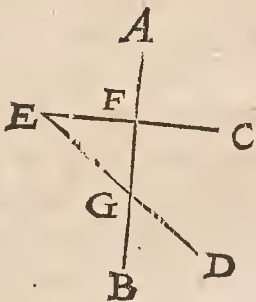
Estant donné un plat miroir indefiny avec un poinct visible, & l'œil: Trouver le poinct de conversion.

Le donné. Soit A B un plat miroir indefiny, C le poinct visible, D l'œil.

Le requis. Il faut trouver le poinct de conversion.

Constrvction.

On trouvera l'image de C, comme E, par la 1 proposition: assavoir C E perpendiculaire à A B, & E F egale à F C; puis menée E D, coupant A B en G, lequel G je dis estre le poinct de conversion.



Demonstration.

D'autant que E est l'image du visible C, par la 1 proposition, & D, l'œil par l'hypothese, E D sera le rayon par la cinquiesme definition, & partant G conversion par la 6 definition.

Conclusion. Estant donc donné un miroir plat indefiny, avec un poinct visible & l'œil, nous avons trouvé le poinct de conversion, selon le requis.

Theoreme I. Proposition III.

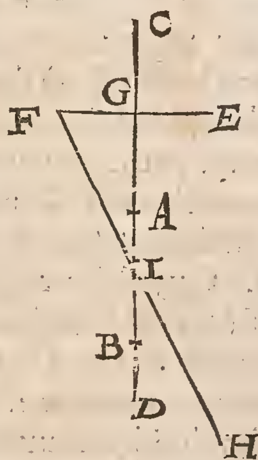
Le poinct visible & son image, sont equidistans du plan du plat miroir produit.

Le donné. Soit A B un plat miroir, duquel le plan produit indefiniement soit C D, & E le poinct visible, ainsi que E F perpendiculaire à C D, ne passe pas par le miroir A B, & E F coupe C D en G.

Preparation. Soit prise C D entierement pour un miroir, & ayant posé quelque œil, comme H, voyant l'image F, par le poinct de conversion I, au miroir A B.

Demonstration.

C D estant donc un plat miroir, F image de E, alors E & F seront equidistans de G, par la premier petition: Ostons maintenant les parties du miroir A C, B D, n'y demeurant que le miroir A B: ce qu'estant ainsi, l'œil H voit encor l'image F, veu que le poinct de conversion I ne reçoit aucune alteration en cecy: Tellement que E & F demeureront equidistans du plan du plat miroir produit indefiniement.



Conclusion. Le poinct visible & son image donc, sont equidistans de la production du plat miroir: ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme II. Proposition IV.

La flexion (du poinct visible, & de l'œil) fait sur le plat miroir des angles egaux.

Le donné. Soit A B un plat miroir, & C poinct visible, D image, C D rayon du visible coupant A B en E, F l'œil, D F rayon: G poinct de conversion, G C flexion du visible, & G F oculaire.

Le requis. Il faut demonstrer que l'angle C G A est egal à l'angle F G B.

Demonstration.

Veu que E G est à angle droit sur D C, les triangles D G E, E G C seront de la condition de la 4 proposition du premier livre des Elemens *d'Euclide*, assavoir deux costez D E, E G egaux aux deux costez C E, E G (par la premiere petition) & l'angle egal à l'angle en E; parquoy le reste sera egal au reste, comme icy l'angle D G E, ou bien par la 15 proposition du premier livre, B G F egal à C G E.

Conclusion. La flexion donc fait sur le miroir des angles egaux; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme III. Proposition V.

Estant un miroir spherique, & un poinct visible, duquel une ligne indefinie est menée par le centre du miroir: L'image en ceste ligne, & le poinct visible sont equistans du miroir.

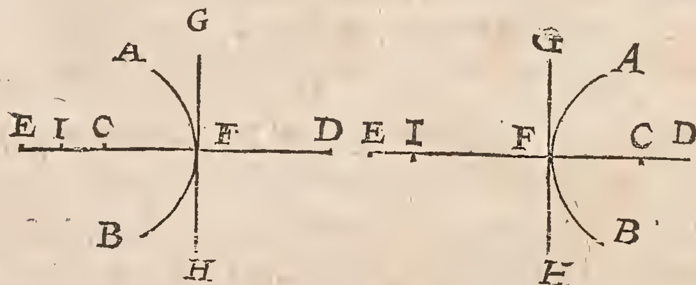
Le donné. Soyent A B deux miroirs spheriques, l'un convexe, l'autre concave, C les centres, D poincts visibles, par C soit menée D E indefinie coupant le miroir en F.

Le requis. Il faut demonstrer que l'image dans la ligne D E, est autant distante du miroir F, que le poinct visible D.

Preparation. Soit menée le plat miroir G H par le poinct F, & perpendiculaire sur C F, puis marquant le poinct I, ainsi que I F soit egale à F D.

Demonstration.

D'autant que C F est perpendiculaire sur G H, alors G H touchera la ligne A B au poinct F, tellement que F sera un poinct commun des miroirs plat & spherique, par lequel poinct, le visible D apparoist: Parquoy



l'image aussi en l'un & l'autre miroir, sera en un mesme lieu. Or l'image du plat est I par la 1 proposition: l'image donc du spherique sera aussi en I: & pource que I au plat est autant distant de F, que D; pourtant aussi l'image du miroir spherique A B, est autant esloignée d'iceluy miroir spherique A B (c'est à dire du poinct F) que son poinct visible D.

Autre Demonstration.

Soit le miroir spherique A B reduit & remis en plat miroir G F H, ainsi qu'ils soyent en un mesme plan; alors I sera l'image commune és deux miroirs, du visible D, par la 1 proposition, & F commune section des miroirs, & de D I rayon du visible; Or prenons que le miroir plat reprenne sa premiere forme spherique A B, alors l'image I demeurera encor en son lieu, puis que les poincts qui la causent F, D, demeurent en leurs lieux: & partant I sera l'image de D au miroir spherique A B.

Conclusion. Estant donc un miroir spherique, &c.

Notez.

Il est seulement parlé cy-dessus de l'image en la ligne D E; car c'est autre chose des autres images qui peuvent estre d'un nombre infiny au miroir spherique, comme on verra cy-apres.

PROBLEME III. PROPOSITION VI.

Estant donné un miroir spherique, le poinct visible, & l'œil lequel puisse voir l'image: Trouver le poinct de conversion.

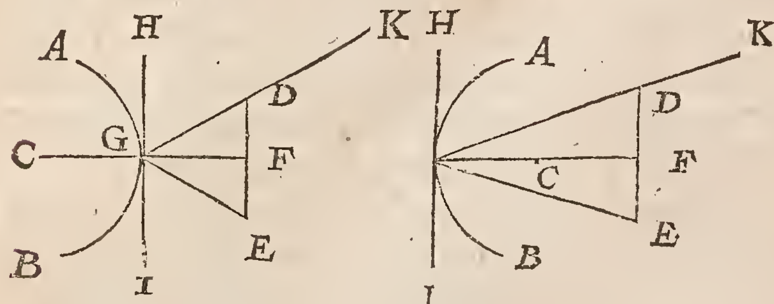
1 Exemple, où le poinct visible & l'œil, sont equidistans du centre du miroir spherique.

Le donné. Soit A B un miroir spherique, son centre C, & D le poinct visible; mais E l'œil, lesquels D & E sont equidistans du centre C.

Le requis. Il faut trouver le poinct de conversion.

OPERATION.

On menera D E, & C F vers son milieu, coupant A B en G: lequel est le poinct de conversion requis.



Preparation. Soit menée G D, G E, & H I, touchant A B en G, comme plat miroir.

DEMONSTRATION.

D'autant que D F est egale à F E, & les angles en F droits; les triangles G F D & G F E conviendront en tout, veu que G F est commun, & partant les angles D G F & E G F seront egaux; & pource que H I est perpendiculaire à C F, d'autant qu'elle touche A B en G, les angles F G H & F G I seront egaux, estans droits, & aussi les restans H G D & I G E; d'où s'ensuit que G est poinct de conversion du miroir plat, par la 2 proposition: & puis que G est poinct commun tant en l'un des miroirs qu'en l'autre, & ainsi G sera aussi poinct de conversion du spherique; ce qu'il falloit demonstrer.

2 Exemple, où le poinct visible, & l'œil ne sont equidistans du centre du miroir spherique.

Le donné. Soit le poinct visible maintenant en la figure precedente K, plus loing du centre C, que n'est l'œil E.

Le requis. Il faut trouver le poinct de conversion.

NOTEZ.

Puis que pas une maniere Geometrique, en ceste description ne m'est venue en la memoire, je la construiray mechaniquement.

ALB. GIRARD.

L'autheur dit qu'il n'avoit rencontré en ceste description aucune maniere Geometrique: Il y a toutesfois une operation Geometrique fort facile, que j'eusse mis icy, n'eust esté pour d'autres empeschemens; c'est un probleme solide, c'est à dire qu'il ne peut pas estre construit par la ligne droite, & la circulaire.

On menera deux lignes K G, E G, telles que le requis soit aussi precis, que l'œil le puisse juger à sa perfection, a sçavoir menant par C & G la ligne C G F; que si l'angle K G F est coupé en deux egalement, G sera le vray poinct cerché; dont l'operation est manifeste.

PROBLEME IV. PROPOSITION VII.

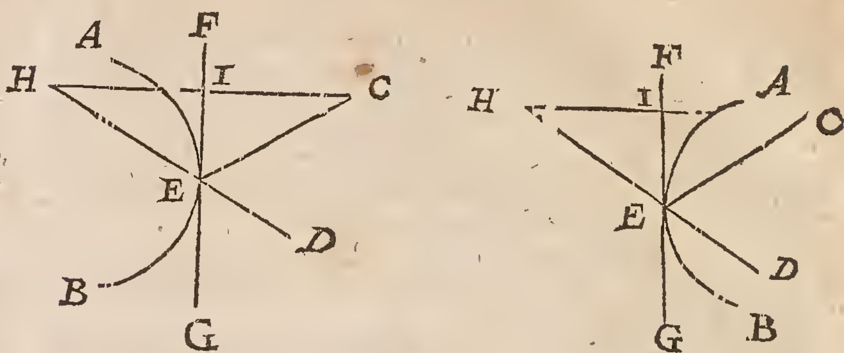
Estant donné un miroir spherique & le poinct visible, l'œil aussi, lequel puisse voir l'image: Trouver l'image.

Le donné. Soit A B un miroir spherique, C poinct visible, D l'œil, pouvant voir l'image.

Le requis. Il faut trouver l'image.

OPERATION.

On trouvera le poinct de conversion par la 2 proposition, lequel soit E, tirant la ligne droite F G, tellement



qu'elle touche l'arc A B en E, puis C H perpendiculaire à F G; & faisant I H egale à I C, je dis que H sera l'image requise.

DEMONSTRATION.

D'autant que F G touche l'arc A B en E, F G sera perpendiculaire sur le diametre du miroir qui passe par E, lequel diametre couperoit l'angle C E D en deux parties egales; & partant l'angle C E F sera egal à l'angle D E G; & pourtant H est l'image requise du plat miroir, par la 1 proposition: Et d'autaut que le poinct E est commun és deux miroirs, s'ensuit que le mesme H sera aussi l'image du miroir convexe; autrement si ce n'estoit là, il faudroit que la matiere à l'entour de E en soit la cause, ce qui est impossible, veu qu'elle n'y apporte aucune alteration. H est donc l'image requise, ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant donc donné un miroir convexe, le poinct visible, & l'œil pouvant voir l'image, nous avons trouvé l'image selon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION VIII.

Estant donné un miroir de figure quelconque, le poinct visible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver le poinct de conversion.

Le donné. Soit A B un miroir courbé irregulier quelconque, C le poinct visible & D l'œil.

Le requis. Il faut trouver le poinct de conversion.

NOTEZ.

Tout ainsi que pas une operation Mathematique ne m'est venuë en memoire au deuxiesme exemple de la 6 proposition, je construiray aussi maintenant celle-cy par voye mechanique, comme s'ensuit.

OPERATION.

Je marque un poinct E dans le miroir où il me semble qu'il doit arriver, menant par iceluy la ligne touchante F G; puis du mesme je mene E C, E D. Que si les angles C E F & G E D sont egaux, le poinct E sera le vray poinct, autrement il en faudra choisir un autre jusques à ce qu'on aye trouvé que lesdits angles soyent egaux, & ainsi on trouvera le vray poinct de conversion; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc donné un miroir de figure quelconque, &c.

PROBLEME VI. PROPOSITION IX.

Estant donné un miroir de figure quelconque, le poinct visible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver l'image.

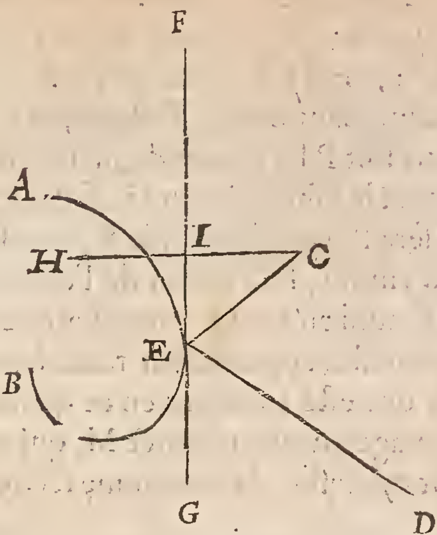
Le donné. Soit A B un miroir courbe irregulier quelconque, C le poinct visible, & D l'œil.

Le requis. Il faut trouver l'image.

OPERA-

OPERATION.

On trouvera premierement le poinct de conversion par la 8 proposition, lequel soit E; & F G comme miroir plat (ayant servi à trouver ledit poinct E) puis soit menée C H perpendiculaire à celle, & I H egale à I G; alors H sera l'image requise.



DEMONSTRATION.

D'autant que les miroirs plat & courbe ont le poinct E cõmun, & que H est l'image du miroir plat; il s'ensuit que le mesme H sera aussi l'image du miroir courbé A B.

Conclusion. Estant donc donné un miroir courbe irregulier comme il advient, le visible, & l'œil qui puisse voir l'image, nous avons trouvé l'image, selon le requis.

COROLLAIRE.

La maniere de trouver l'image de quelque poinct visible que ce soit estant notoire par ceste 9 proposition, il s'ensuit aussi qu'on pourra trouver l'image de quelque ligne, superfice, & corps que se puisse estre, & ce par l'invention d'une infinité d'images de poincts visibles, puis de là l'invention des images des lignes, puis des plans, puis finalement des corps.

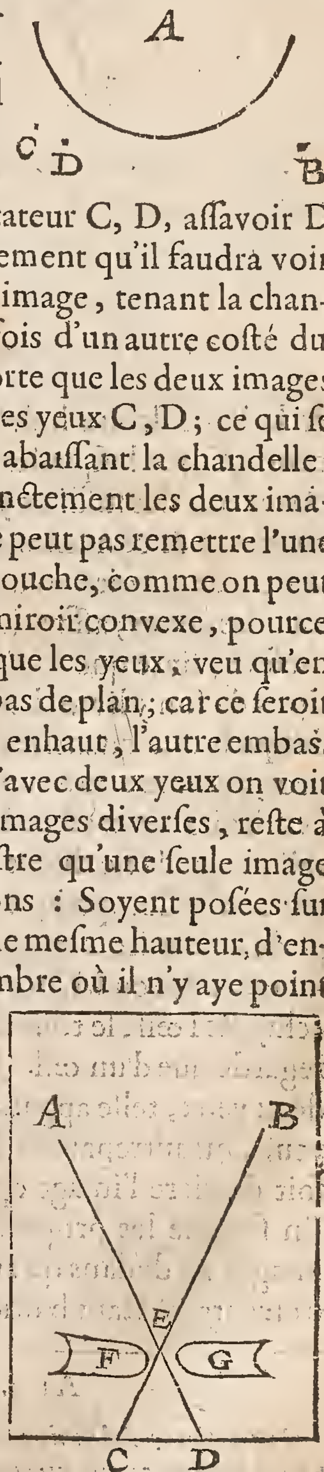
APPENDICE.

Contenant comment les propositions d'Euclides, d'Alhazen *&* de Vitellon, *avec celles de leurs sectateurs, lesquelles enseignent à trouver les images és miroirs courbes, sont mal fondées, & que par consequent elles sont fausses.*

Tout ainsi que nous avons deduit en l'Appendice, à la fin du livre des triangles spheriques, les erreurs des escrivains, nous en ferons aussi le mesme icy.

L'invention de la vraye place où l'image apparoist, est une des principales matieres de la Catoptrique, laquelle est cognue communement és plats miroirs, mais nonpas és courbes; car *Euclides* és 17 & 18 propositions; Alhazen és 3, 6 & 16 proposit. du 5 livre; & *Vitellon*, en l'onziesme prop. du 6 livre, ont en opinion que l'image estoit en la commune section du rayon, & de la ligne indefinie du visible vers le centre du miroir spherique; ce qui est absurde par la 7 prop. de ce livre, où il est demonstré par voye Mathematique que l'image est autrepart.

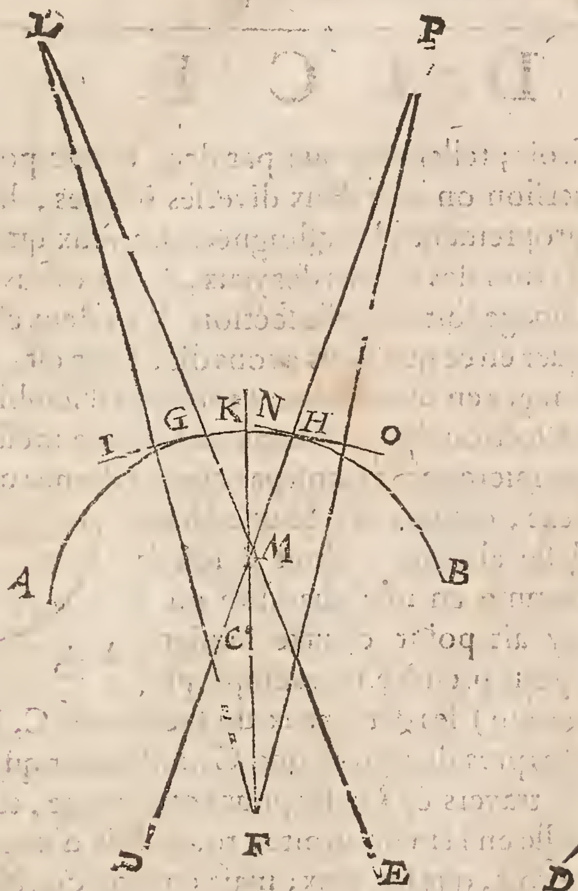
L'experience qui les fit fallir est telle: c'est que si on met un plat miroir esloigné du visage autant qu'un spherique, il semble à voir des deux yeux que l'image du spherique approche plus pres de sa superficie, que ne fait l'autre; ce qu'on peut mieux remarquer és miroirs ordinaires, qui ont des petites cõcavitez le long du bord par derriere, qui font apparoistre des miroirs spheriques, posant le miroir tellement que le spherique vienne à l'endroit du nez de la grande image, on verra que la petite image est plus pres que la grande, *(car d'autant que sa dimension s'estend, autant cache-elle la grande image, ce qui seroit au contraire, si elle estoit plus esloignée.)* [voyez à la fin touchant cecy.] Et est encor plus certain, lors qu'on regarde le bout du nez de l'image, car alors on a les deux prunelles tournées l'une vers l'autre; tellement qu'on est plus louche qui si on regardoit celuy de la grande image; & partant les deux lignes de la veuë, vers le bout du nez de l'image du spherique, sont dedans les deux lignes de la veuë vers le bout du nez de l'image du plat; d'où l'on peut conclurre, que l'image du spherique est plus pres de sa superfice, que celle du plat, par la 21 prop. du 1 livre d'*Euclides*. Or cela semblant estre ainsi, ils ont conclud qu'il estoit comme il sembloit; mais nous estans mieux fournis de l'une & l'autre, recognoissons qu'il y a faute en l'experience, & de la tromperie, d'autãt qu'elle repugne aux regles fondamentales; ce qui se decouvre ainsi. Lors qu'on regarde quelque image des deux yeux, comme par exemple du bout du nez, comme cy-dessus, chaque œil a son poinct de conversion particulier, mais il ne voit qu'une image, assavoir l'œil droit voit l'image au costé gauche, & l'œil gauche voit l'image au costé droit; tellement que par deux divers poincts de conversion on voit deux diverses images, lesquelles sont proprement plus esloignées des yeux que la commune section des rayons des yeux, & toutesfois il semble que l'image soit en icelle section. Il y a deux choses à remarquer en ce que nous avons dit; l'une est, qu'il y a deux images en divers lieux; l'autre, qu'il semble la en cõmune section des rayons que ce soit une mesme image. La premiere appert ainsi par effect: Prenez un miroir convexe, comme A, & une chandelle allumée, dont B soit la flamme en une chambre où il n'y ait point d'autre lumiere, (pour prendre un exemple plus certain) les deux yeux du spectateur C, D, assavoir D plus pres du miroir que C, tellement qu'il faudra voir de travers & à costé pour voir l'image, tenant la chandelle en la main droite, toutesfois d'un autre costé du miroir, que les yeux; mais en sorte que les deux images ne soyent au plan qui passe par les yeux C, D; ce qui se fait facilement en elevant, ou abaissant la chandelle: Ce qu'estant ainsi, on verra distinctement les deux images de la flamme, lesquelles on ne peut pas remettre l'une sur l'autre, mesme en regardant louche, comme on peut faire en regardant droit vers le miroir convexe, pource qu'elles ne sont en mesme plan que les yeux; veu qu'en regardant louche on ne change pas de plan; car ce seroit contre nature que l'un regardast enhaut, l'autre embas. Nous avons donc demonstré qu'avec deux yeux on voit dans le miroir spherique deux images diverses, reste à monstrer qu'elles semblent n'estre qu'une seule image en la commune section des rayons: Soyent posées sur une table deux chandelles A, B, de mesme hauteur, d'environ 1 ou 2 pouces, en une chambre où il n'y aye point d'autre luminaire, puis de l'autre costé de la table on marquera deux poincts C, D, de la distance des deux yeux de l'observateur, menant les lignes D A, C B se coupans en E, où l'on mettra une espingle ou une esguille toute droite debout, posant és angles A E C, B E D quelques obstacles, comme des livres F, G, ou autre chose, tellement que l'œil C ne puisse voir la flãme A, mais bien B; que l'œil aussi en D ne puisse voir B, mais A; puis on disposera les yeux és poincts C, D, regardant l'espingle F; alors on verra que les deux flammes A, B, semblent n'estre qu'une seule flãme, & icelle au poinct E;

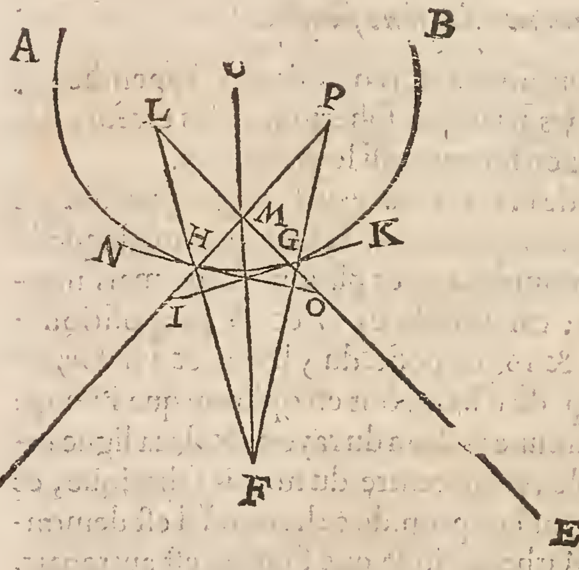


car

car A ne peut apparoistre à D, hors la ligne A D, ny semblablement B à C, que le long de la ligne B C, lesquelles ne se coupent qu'en E; lequel est le seul lieu de telle apparence. Or il en est de mesme de l'exemple des miroirs spheriques; car cõme nous n'avons veu qu'une flamme pour deux; au poinct de section E en autre lieu que les vrays; ainsi on ne voit qu'une image pour deux, aux miroirs spheriques, & ce en autre lieu, que les vrays.

Lesquelles choses soyent declarées par exemple par les choses mesmes, soit AB un miroir spherique, ou deux, l'un en fosse, l'autre en bosse, assavoir concave & convexe, leurs centres C, deux yeux d'observateur D, E; & F le bout de son nez; item G poinct de conversion de F, E; & H de F, D, aussi I K un plat miroir touchant le spherique en G, & F L à angles droits sur I K, ainsi que L I soit egale à I F; alors L sera l'image de F, veu de l'œil E, par la 7 proposition de ces Elemens; F L rayon du visible, mais E L rayon de l'œil, par la 5 definition. Soit maintenant menée la ligne par C F, coupant L E en M, puis soit P F, perpendiculaire au plat miroir N O touchant le spherique en H, faisant O F, O P egales: alors P sera l'image du visible F, veu de l'œil D, & F P rayon du visible, P D rayon de l'œil coupant le diametre par F C aussi en M; Or notez icy que L, P sont deux images, lesquelles apparoissent faussement estre en M, & ainsi ils ont esté trompez en ce qu'ils ont posé & pensé que l'image estoit au poinct M, qui est, comme nous avons dit cy-dessus, la commune section du rayon visuel L E,





& la ligne droite indefinie du poinct visible F, par le centre C; par lesquelles choses la cause de l'erreur est declarée: car des susdites 3, 6 & 16 propositions des miroirs concaves & convexes *d'Alhazen* en son 5 livre, il se rencontre és miroirs creux & convexes, tant des cylindres que des cones; assavoir és 4, 7, 8, & 10 propositions du mesme 5 livre que *Vitello* comprend és 36 & 37 propositions de son 5 livre, lesquels principes sont tous faux, & desquels une quantité de fausses propositions sont derivées, comme entre autres celles qui traitent que l'image és miroirs creux est en l'air, ce qui advient pour d'autres raisons qu'ils ne disent, desquels nous parlerons peut estre en la Catoptrique pratique. Quant à ce que l'image de F, au miroir concave apparoist & semble fallacieusement estre en M, hors le miroir, entre la superfice d'iceluy, & l'œil, le tout se recognoist mieux lors qu'on ne regarde que d'un œil. Quand aussi on regarderoit des deux yeux, telle apparance ne pourroit estre derriere la veuë, ou autrepart en l'air, tellement que le miroir ne soit derriere l'image apparante, comme ils concluent. En somme les propositions qu'ils ont faites tant des images au dedans qu'au dehors le miroir, sont autant d'erreurs, n'estant basties que sur principes erronez.

ALB. GIRARD.

J'ay enclos cy-dessus de parentheses ( ) & escrit en autres characteres ces mots au commencement de cest Appendice, ainsi (car d'autant que sa dimension s'estend, &c.) *ce qui est absurdement conclu par l'Autheur, ne sçachant pas qu'és miroirs de verre ou de cristal la superfice anterieure ne cause pas ceste grande reflexion qu'on y remarque, mais la posterieure où la fueille est ioincte; car l'anterieure cause seulement une reflexion obscure imperceptible, ce qu'on apperçoit aux deux images d'espingles qu'on voit dans le miroir, n'y en ayant qu'une sur le bord du chappeau; or cela estant ainsi, comment seroit-il possible (y ayant une petite fossette à la superfice posterieure, laquelle fait l'office d'un miroir convexe ou en bosse) que le miroir plat qui deffaut où le miroir courbe est, puisse agir & faire reflexion n'y estant pas, mais un autre estant substitué en son lieu; & de là tirer conclusion que l'image du plat miroir est derriere l'image du spherique, puis qu'elle n'apparoist pas, disant que l'autre la couvre! Quant à l'opinion de l'Autheur elle est bonne, combien qu'elle soit contraire à* Euclides, Alhazen *&* Vitellon, *excepté qu'il semble poser une existence visible pour l'image; mais il faut dire ainsi (conioignant ce discours avec les definitions que nous avons mises cy-dessus, & principalement avec la dixiesme,) que la veuë nous trompe avec le miroir, en ce qu'il nous semble que nous voyons ce que nous avons nommé l'image devant nous directement; & neantmoins il n'y a image qui tienne, nous voyons le vray obiect, mais non pas directement comme il apparoist, ny aussi tel qu'il est, si le miroir n'est plat en perfection, mais nous monstre les choses autrement qu'elles nous devroyent apparoistre de simple vision; finalement on recueille d'icy que pour figurer l'image, qui nous semble fallacieusement apparoir devant nous (& notez ceste maniere de parler) qu'il faut prolonger le rayon visuel autant derriere le miroir, commençant au poinct de conversion, que l'obiect visible est distant de mesme poinct de conversion sans nous servir en cela de plats miroirs touchants, comme fait* Stevin: *mais nous parlerons, s'il plaist à Dieu, de cecy plus amplement en un traité entier de l'Optique, sans oublier les refractions que l'Autheur a icy obmises, quoy qu'il eut promis auparavant de le faire.*

Fin du deuxiesme livre de l'Optique.



SIXIESME VOLUME
TRAITANT DE LA
FORTIFICATION.

Contenant trois parties, assavoir:

I. La Castrametation.
II. La Fortification par Escluses.
III. La Fortification.

LA CASTRAMETATION.

ARGUMENT.

Este Castrametation sera de deux sortes: La premiere de la maniere dont on a usé és Camps des Tres-puissants Seigneurs, Messeigneurs les Estats, *selon que requirent leurs moyens & autres circonstances, de laquelle seront escrits trois Chapitres. La deuxiesme de la maniere accomplie, comme les Romains, estans tres-grands & puissants, ont jadis logé, dont je traicteray au quatriesme Chapitre. Mais pour declarer en brief le contenu desdits quatre Chapitres, il faut premierement considerer, que devant qu'on vienne à la mesure, on doit sçavoir ce que signifie Castrametation, dont le premier sera tel:*

I. Chapitre, contenant la definition ou description de la Castrametation.

Cognoissant ce qu'on entend par la Castrametation, il faut devant que de la commencer, sçavoir ce qui y doit estre logé; pour ceste fin il faut descrire certaines listes qui seront comprinses en ce Chapitre suivant:

II. Chapitre des Lystes, contenant ce qui doit estre logé en un Camp proposé.

En apres s'ensuit la maniere de mesurer sous telle suscription:

III. Chapitre, de la maniere de marquer ou mesurer un Camp.

Finalement suivra le Chapitre susdit de la maniere de la Castrametation accomplie, avec la suscription comme s'ensuit:

IV. Chapitre, de ce que selon mon opinion, seroit utile & necessaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme.

Et pour plus grand esclaircissement, nous mettrons à chaque Chapitre son argument, comprenant les suscriptions des articles d'iceux.

I. CHAPITRE,
Contenant la definition ou description de la Castrametation.

ARGUMENT DE CE I. CHAPITRE.

La qualité de la Castrametation se declarera en ce premier Chapitre en onze articles.

Le premier article de la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.

Les autres Articles sont des parties du Camp qui se descrira en ce traicté, à sçavoir:

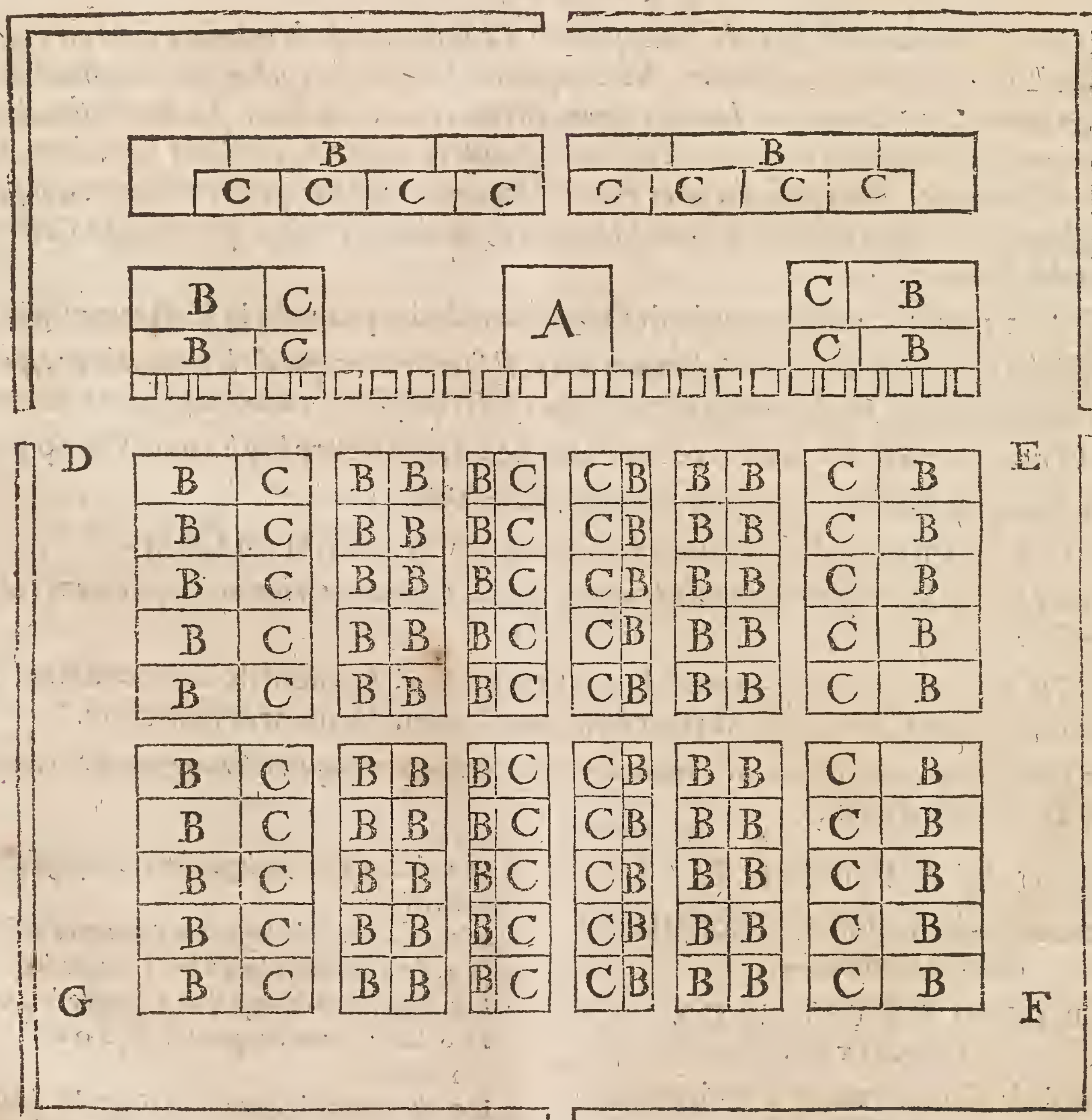
Le 2. de la forme des logis d'une Compagnie d'Infanterie.
Le 3. de la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.
Le 4. de la forme des logis d'une Cornette de Cavallerie.
Le 5. de la forme des logis d'un Regiment de Cavallerie.
Le 6. de la forme du quartier de Son Excellence.
Le 7. de la forme du quartier du General de l'Artillerie.
Le 8. de la forme du quartier des Officiers, qui se logent ensemble en ce Camp.
Le 9. de la forme du quartier des Chariots.
Le 10. de la forme du Marché.
Le 11. de la forme du Camp en son entier.

I Article.

De la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.

POur declarer premierement la cause pourquoy ce logement en campagne se nomme Castrametation, il faut sçavoir qu'il se fait par une distribution de logis, d'une abondante metation ou mesurement par tout le Camp, parquoy les Romains le nommoyent proprement, *Castrametatio*, c'est à dire mesurement de Camp, tellement qu'en les imitant, je retiendray ce nom. Or pour venir à la description des proprietez de la Castrametation, il faut sçavoir premierement, qu'encore bien que diverses personnes s'imaginent divers ordres, les uns mieux que les autres; si est-ce toutesfois qu'il y a quelque chose de commun, à quoy on doit aspirer selon l'opinion des plus experts en matiere de guerre: Ce que descrit Xenophon en peu de mots, recitant la maniere du logement de Cyrus, dont le sens est tel: A sçavoir, que le General du Camp pour estre egalement esloigné de tous costez, doit loger au milieu du Camp, ayant pres de luy les Officiers qui ne sont point Soldats, avec le train de la munition de guerre, vivres & bagage: Puis, que tout cecy doit estre environné de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie, à cause qu'elle est plus tost qu'eux en armes, & preste à combatre contre une subite suprinse de l'ennemy, & que les chevaux des Reytres doivent estre sellez & bridez, & eux mesmes armez: En outre les gens de pied sont plus idoines pour defendre & empescher les avenues des ennemis venans passer à l'impourveu les trenchées & parapets du Camp, tandis que la Cavallerie se prepare: Mais Xenophon descrit ceste regle si generale, qu'on n'en peut tirer des plans selon la maniere que Cyrus s'en servoit en effect.

Il y a encore un ordre de Castrametation que Tamerlan a observé, lequel semble avoir esté fort singulier, descrit en langue Arabique par Alhazen au 5 Chapitre, & translaté en François par l'Abbé de Mortemer; lequel, pour la distinction de certains cinq autres Camps, se nommoit le Camp Imperial, comprenant continuellement 60000 pietons & 40000 chevaux: auquel Tamerlan voulut, que le premier nombre, sur lequel on commanderoit en l'infanterie fut de 10, puis de 100, apres de 1000, & finalement de 10000. Outre cela il y avoit encore les gardes du General, contenant 4000 hommes de pied, & 2000 chevaux, qui logeoient alentour de sa personne, puis encore 25000 ouvriers és retrenchemens & fortification du Camp; car il ne se tenoit jamais dans les Villes, mais il falloit tousiours loger en Hyver & Esté en campagne, tant en temps de paix que de guerre; & se retirant d'un lieu en un autre, il se retrenchoit par tout: Ce Camp servoit tousiours pour estre prest à la haste, là où il estoit besoing, pour renforcer aussi & redresser les cinq autres Camps estans venus en desordre, lesquels estoyent en Sorie, China, Cambalu, Moscovie, & Cheronnese, chacun de 40000 gens de pied, & 20000 chevaux, mais non pas tousiours en campagne comme l'Imperial,



ains seulement quand il estoit necessaire: Mais puis que quelque desordre arriva en ce Camp Imperial, que Tamerlan fit redresser par Axalla, cela demonstre qu'il y avoit certaine regle sur la maniere de camper, veu que ce delogement de place à autre duroit continuellement, avec une mesme multitude de gens, & tousiours reparti en mesme ordre, & qu'outre cela Tamerlan print fort soigneusement garde à l'ordre en general;

mais

mais la forme n'en estant point declarée, nous n'en pouvons rien dire de certain ny de particulier.

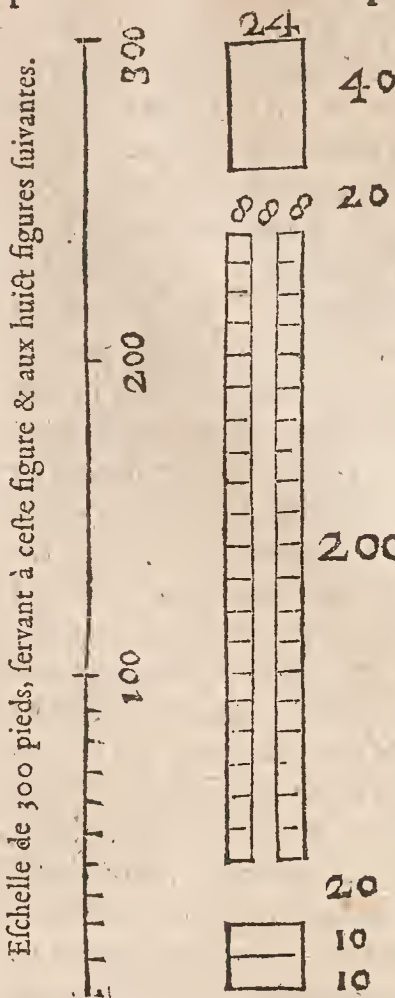
Mais Polybe descrit plus distinctement la Castrametation des Romains, tellement que divers Autheurs en ont tiré des plans, desquels ceux de Patrice, du Duc d'Urbin, Robertello, des Choulx, & de Lipsius sont tombez entre mes mains, d'entre lesquels j'ay choisi & marqué la figure de Lipsius, pour servir d'exemple, en laquelle le quadrangle A signifie le logis du General, dit Pretoire; les quadrangles marquez par B, ceux des gens des pied, par C la Cavallerie, le reste c'est le marché, tresorerie, rues & autres quartiers d'Officiers n'estant point Soldats; dont je parleray cy-apres plus particulieremẽt, me contentant d'avoir traité icy en general de la maniere du loger des Romains, pour mieux declarer ce que le mot de Castrametation signifie.

Cecy estant entendu, il faut sçavoir que SON EXCELLENCE ordonnoit au commencement à chaque Soldat environ autant de place que faisoient les Romains, laissant ordonner & bastir à chacun selon le temps & la saison leurs huttes comme ils l'entendoyent, sans les astraindre à quelque regle: Mais les Colonels & Capitaines s'en plaignoyent, disans qu'il estoit impossible de loger leurs gens en si petite place, ce qu'aussi l'experience monstra en effect. Polybe ne descrivant pas la partition des logis en chaque manipule ou enseigne, ains parle seulement des quadrangles, SON EXCELLENCE en ordonna selon ce qu'il luy sembloit que la guerre de ce temps requerroit, lequel ordre estoit tel, qu'eux ayans moindre circuit qu'ils n'avoyent eu au paravant, disoyent avoir assez de place, & estre commodement logez: En outre il a formé une regle sur les autres quartiers, dont je descriray les figures és articles suivans, à fin que le Lecteur estant preparé, il puisse comprendre plus facilement ce dequoy on parle, & à quoy finalement on pretend de parvenir.

II ARTICLE.

De la forme des logis d'une enseigne d'Infanterie.

POur une compagnie de 100 Soldats on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file la longueur de 200 pieds, & la largeur de 8 pieds, & une rue entre deux large de 8 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou sorties: Le Capitaine a devant ces huttes un quadrangle aussi large que le front de sa compaignie de 24 pieds, & long de 40 pieds, & une rue entre luy & ses Soldats, large de 20 pieds: Derriere ces Soldats est un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 24 pieds, & long de 20, duquel la moitié de derriere est une place vuide, pour y faire des puits, où les Vivandiers d'icelles huttes cuisent leurs viandes, comme aussi les Soldats d'icelle compaignie voulans cuisiner eux-mesmes; car on ne leur permet point de le faire pres de leurs huttes, pour le peril du feu: Puis il y a une rue entre ces huttes & la gendarmerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes des Vivandiers ont leurs portes ou issues: Et la longueur pour une compagnie est en tout 300 pieds, & la largeur 24; dont la figure ci joignant sert de plus ample declaration.

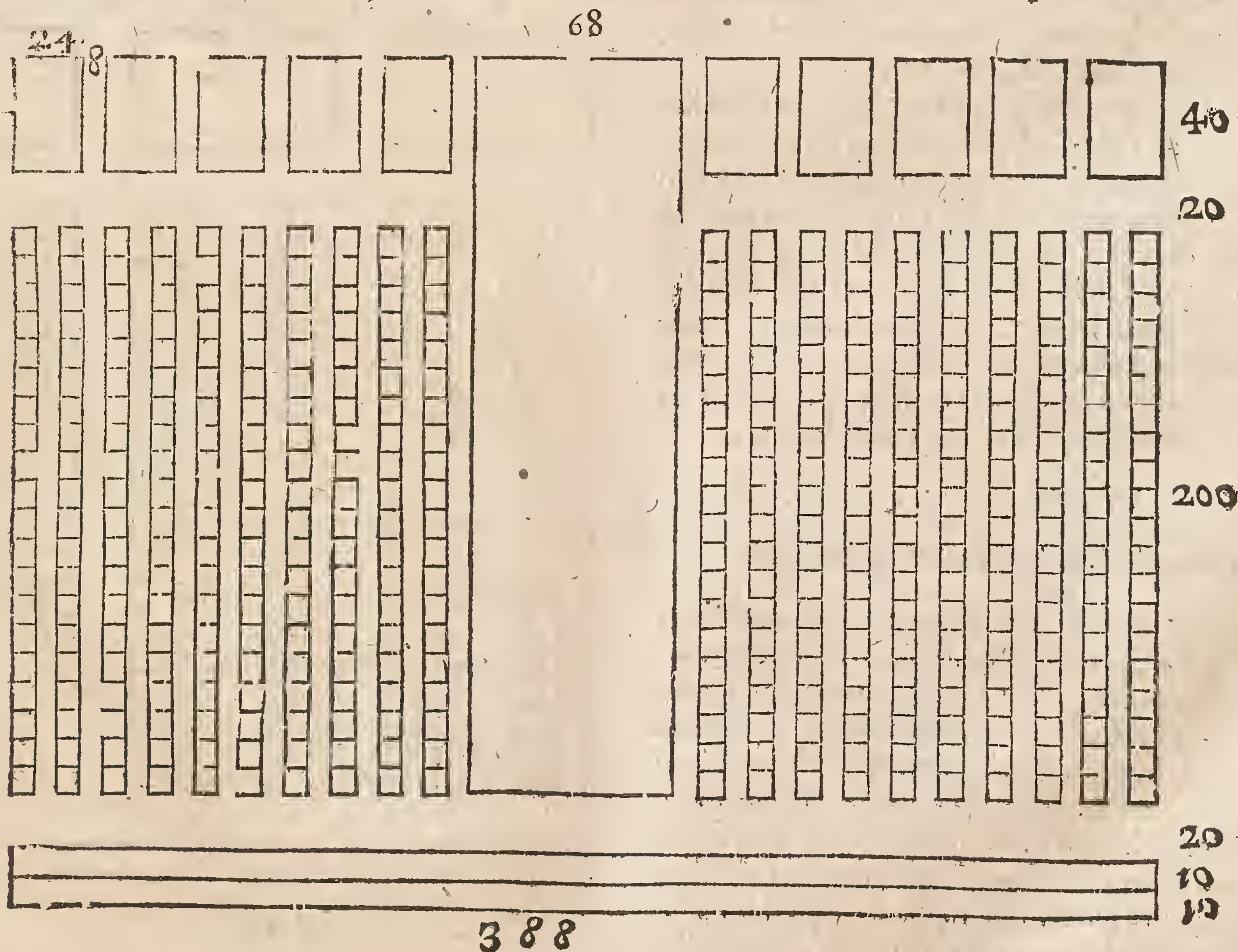


Ceci est pour une compaignie de 100 hommes ou environ, mais il faut sçavoir que pour de plus grandes compaignies, le nombre des files se change; comme pour 150 hommes ou environ, trois files, pour 200 ou environ quatre files, & ainsi des autres à l'advenant.

III ARTICLE.

De la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.

POsé qu'un regiment contiene 10 compaignies, chacune de 100 hommes, auquel le Colonel se loge au



milieu entre les Capitaines, cinq de chaque costé, & chaque compagnie de mesme forme qu'il est dit a 2 Article, & entre chaque deux compagnies une rue large de 8 pieds; dans laquelle les dos des huttes sont à l'opposite l'un de l'autre, faisans proprement à la commodité des Soldats, le front du parc du Colonel fait 68 pieds, & le derriere autant de longueur qu'il est besoin, le reste est en partie pour les huttes du Ministre, Clerc, Barbier, & autres qui ne sont point Soldats; & le surplus pour les chariots & charettes des Vivandiers du regiment: Ceste place vuide au milieu du regiment est aussi fort propre contre le feu, pour le faire arrester, & preserver l'autre moitié. Les huttes des Vivandiers sont aussi ordonnées derriere les regiments, pour ceux qui y veulent venir, sans qu'ils soyent contraints de se loger sur le Marché, à cause que quelques Soldats y vont prendre journellement leur repas: où y achetent leur entretenement à credit. Il y a aussi des Soldats du regiment, desquels les femmes & enfans ou autres des leurs suivent le Camp comme Vivandiers, qui desirent loger pres du regiment de leurs Maris ou Peres, tellement que tant les uns que les autres sont mieux accommodés que s'ils estoyent separez. Il y a aussi des Marchands, Fourbisseurs, Selliers, Esperonniers, Mareschaux, Boulangers, Bouchers, Cousturiers, Cordonniers, & autres gens de mestier, dont aucuns suivent certains regimens pres desquels ils desirent loger, d'autres qui choisissent le Marché, ce qui est libre à un chacun; d'autant que le mesme se fait és Villes, pour la commodité des Bourgeois, là où chacun demeure, ou sur le Marché, ou en telle ruë qu'il veut. Mais il faut noter que le lieu destiné pour les huttes des Vivandiers estant plein, qu'on n'en peut point mettre d'autres contre l'ordre, comme il sera dit plus particulierement au sixiesme Article du 3 Chapitre.

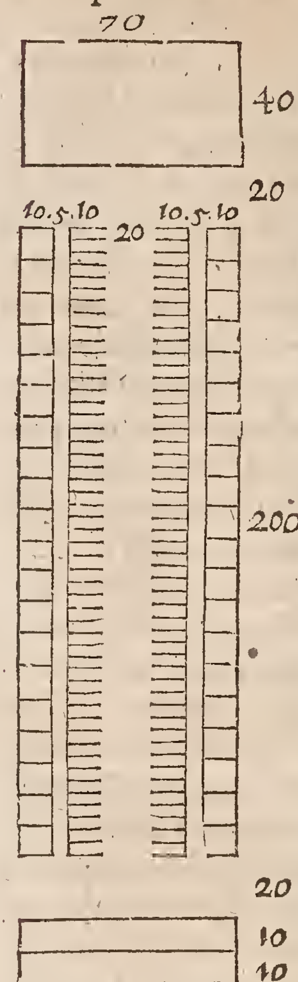
Il n'a esté parlé cy-devant que d'un regiment de 10 compagnies, mais il faut noter que selon une plus grande ou moindre quantité de compagnies, le regiment doit estre plus large ou plus estroict, le Colonel demeurant tousjours au milieu, excepté quand les compagnies sont de nombre impair, car alors il y a une compagnie plus d'un costé que d'autre.

Notez encore que lors qu'on veut loger la Cavallerie, les Chariots, & le Camp entier dans le retrenchement, il advient que les regimens d'Infanterie, selon l'ordre precedent, ne sont bastans pour garnir les places d'alarme, & pour emplir le reste: Mais en telle occurrence on peut prendre la longueur des files des huttes de 100 pieds seulement, laquelle estoit ci-dessus de 200, donnant à chaque compagnie quatre files, mais tout le reste comme cy-devant; car par ce moyen les regimens deviennent quasi unefois aussi larges.

IV Article.

De la forme des logis d'une cornette de Cavallerie.

POur une cornette de 100 chevaux on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file une place longue de 200 pieds, & large de 10 pieds: entre ces huttes viennent deux files de chevaux, desquelles la place est large de 10 pieds, & longue comme des huttes de 200 pieds; de sorte qu'ayant 50 chevaux de chaque costé, chaque cheval a 4 pieds: Et chaque cheval a la teste tournée vers la hutte de son Maistre, demeurant entre les chevaux & les huttes une ruelle de 5 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou issue: Et entre les deux files des chevaux y a une rue large de 20 pieds, le Capitaine a à la teste un quadrangle aussi large que sa compagnie, de 70 pieds, & long de 40, avec une rue entre luy & la Cavallerie, large de 20 pieds: Derriere ceste Cavallerie il y a un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 70 pieds, & long de 20, avec une rue entre icelles huttes & la Cavallerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou issue: La cornette est longue en tout de 300 pieds, & large de 70. Notez encore que cest ordre des chevaux ayans la teste vers les huttes & une ruelle entre deux de 5 pieds, a esté faite par l'advis des Ritmaistres, & au contentement des Cavalliers, pource que par ce moyen chacun peut mieux avoir l'œil sur l'avoine qu'il donne à son cheval, depeur qu'elle ne soit empruntée de ses voisins. Ce qui est dit sert de declaration à la figure cy-joincte.

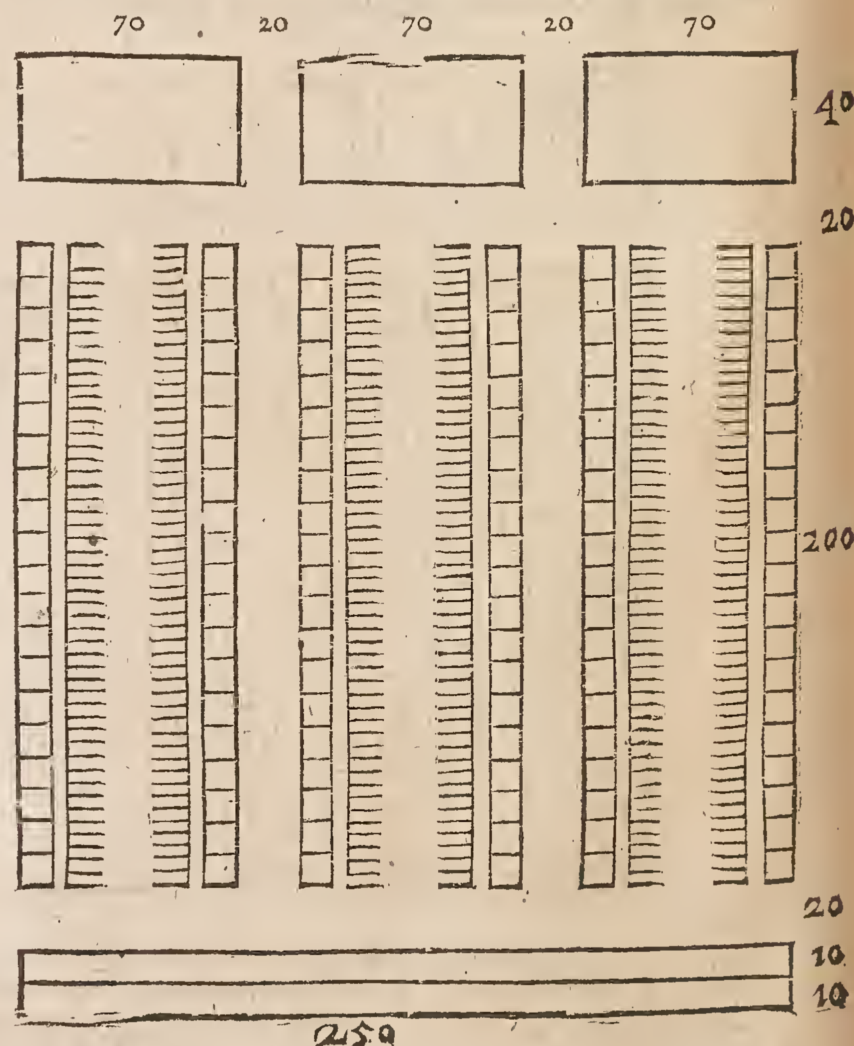


Il n'est icy parlé que d'une cornette de 100 chevaux, mais il faut noter que le nombre des rues des huttes s'augmente pour des plus grosses compagnies, selon qu'il est requis.

V Article.

De la forme des logis d'un regiment de Cavallerie.

QVelques regimens de Cavallerie se font icy de trois cornettes, & d'autres de quatre; soit par exemple icy une de trois, chaque cornette contenant 100 chevaux: Et que ces cornettes, suivant chacune la forme du 4 Article, se mettent toutes trois l'une joignant



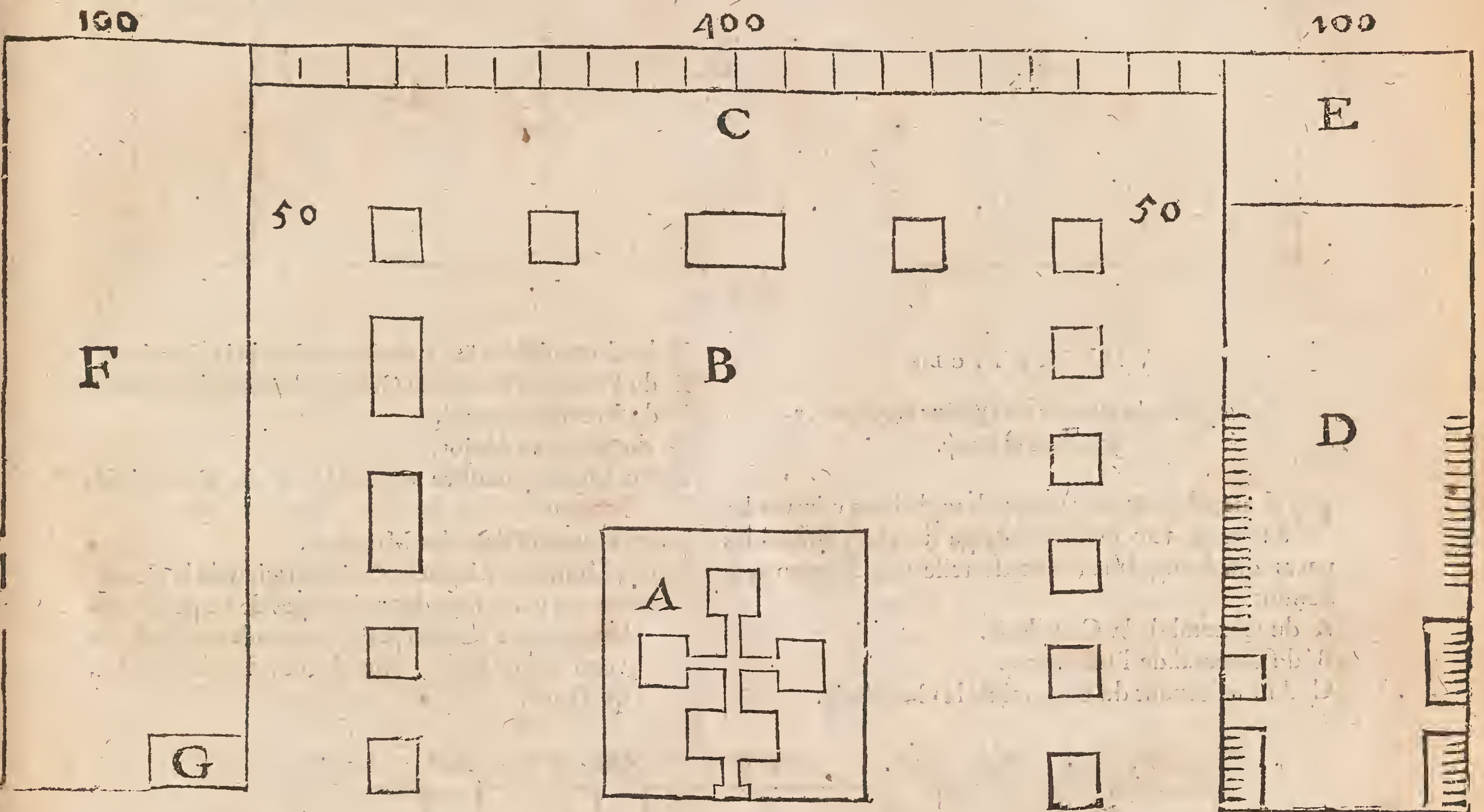
l'autre,

l'autre, demeurant une rue entre les deux large de 20 pieds, en laquelle les huttes viennent dos contre dos pour la particuliere commodité des Cavalliers: Le parc du Colonel est celuy du milieu: Et parce qu'un tel Colonel est icy tousjours un des Capitaines, qui n'a non plus de bagage que les autres, on ne luy donne aussi non plus de place. Ce regiment est long en tout comme les precedents de 300 pieds, & large de 250, dont la figure cy-devant sert de plus ample declaration.

VI Article.

De la forme du quartier de Son Excellence.

On prend un quadrangle de la longueur des autres quartiers de 300 pieds, & large de 600, auquel les parties se mettent tousiours en ceste façon. Le quadrangle A comprend les Tentes de Son Excellence: Les autres moindres quadrangles signifient des Tentes, comme celle du Maistre d'Hostel, du Secretaire, la Sale des Gentils-hommes, la Sale commune, la Cuisine, le Gardemanger, la Bouteillerie, le Gardelinge, & le reste pour d'autres personnes. La place B entre ces Tentes, & la Tente A, est un grand parc vuide où les domestiques de la Cour s'assemblent, se pourmeinent, joüent de l'esteuf, & s'exercent. C sont les huttes des Despensiers, Bouteilliers, Gardemanger, Tireur de bierre, Tireur du vin, Vallets de Sales, & autres serviteurs: Entre ces huttes le Cellier de vin, & celuy de bierre sont aussi fouïs en terre, D est l'Escurie, E les chevaux des Gentils-hommes, F les Chariots au service de la Cour, G est le Corpsdegarde de la Garde de Son Excellence.



VII Article.

De la forme du quartier du General de l'Artillerie.

Pour cecy se prend un quadrangle de mesme longueur que les autres, qui est de 300 pieds, & large de 480, auquel les parcs quadrangulaires sont de telle signification que s'ensuit,

A pour le General de l'Artillerie.

B pour son Lieutenant avec ses Gentils-hommes de l'Artillerie.

C le Magazin de l'Artillerie, avec son Commis, Contrerolleur & Conducteurs.

D le Magazin de la Munition de guerre, avec ses Commis, Contrerolleur & Conducteurs.

E les Ingenieurs avec leurs Conducteurs, Contrerolleurs de la fortification, & leurs Conducteurs, Commis & Clerc.

F le Maistre Connestable, avec ses Canonniers, Maistre des feux artificiels, avec ses Conducteurs, Petardier, & Maistre des batteries.

G le Maistre Charpentier, son Lieutenant avec ses Charpentiers, Faiseur de chariots, Mareschaux, Maistre des Gabions, Harniceurs, Cuvelier, Prevost de l'Artillerie avec ses Sergeans, & le Chirurgien de l'Artillerie.

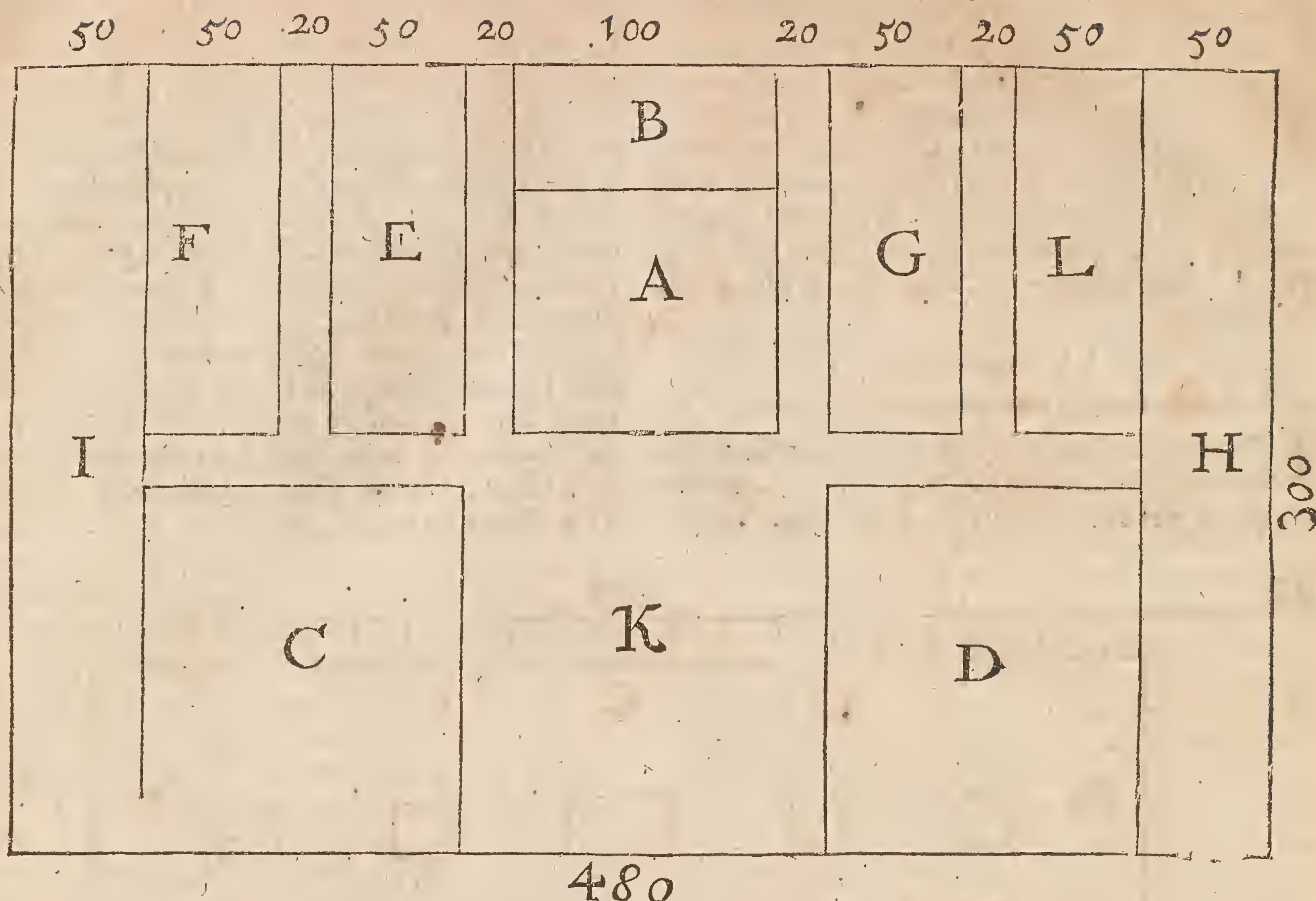
H les Matelots pour tirer le Canon de place à autre.

I les Pionniers & Mineurs.

K une place commune servant pour assembler les gens & chariots qui y ont à faire.

Entre ces parcs il y a des rues larges de 20 pieds, à fin qu'un chacun puisse commodement aller & venir à son logis, tant à cheval, en chariot qu'à pied.

L une place vuide pour les choses qui arrivent à l'improveu.



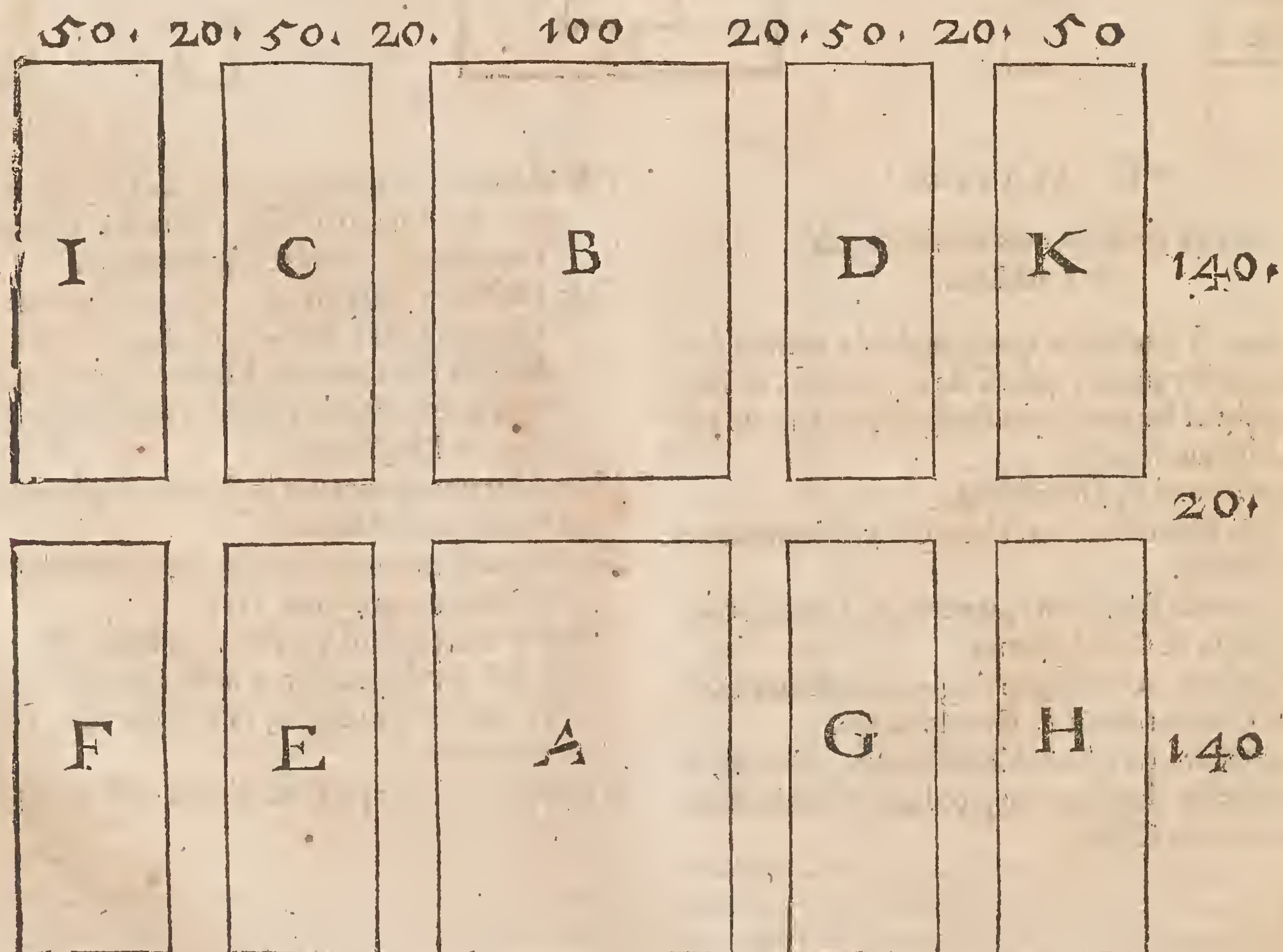
VIII Article.

De la forme du quartier des Officiers qui logent ensemble en ce Camp.

ON prend pour cecy un quadrangle long comme les autres de 300 pieds, & large de 380, auquel les parcs quadrangulaires sont de telle signification que s'ensuit.

A du General de la Cavallerie.
B du General de l'Infanterie.
C du Lieutenant du General de la Cavallerie.
D du Commissaire & Quartiermaistre de la Cavallerie.
E du President Fiscal, du Greffier du conseil de guerre.
F du Prevost General.
G du Sergeant Major.
H du Quartiermaistre General, & du Commis de l'argent.
I des Commissaires des Monstres.
K des Ministres, Medecin, & Chirurgien de la Cour.

Entre ces parcs sont des rues larges de 20 pieds, tellement que chacun peut commodement aller & venir à son logis, tant à cheval, en chariot, qu'à pied.



Notez.

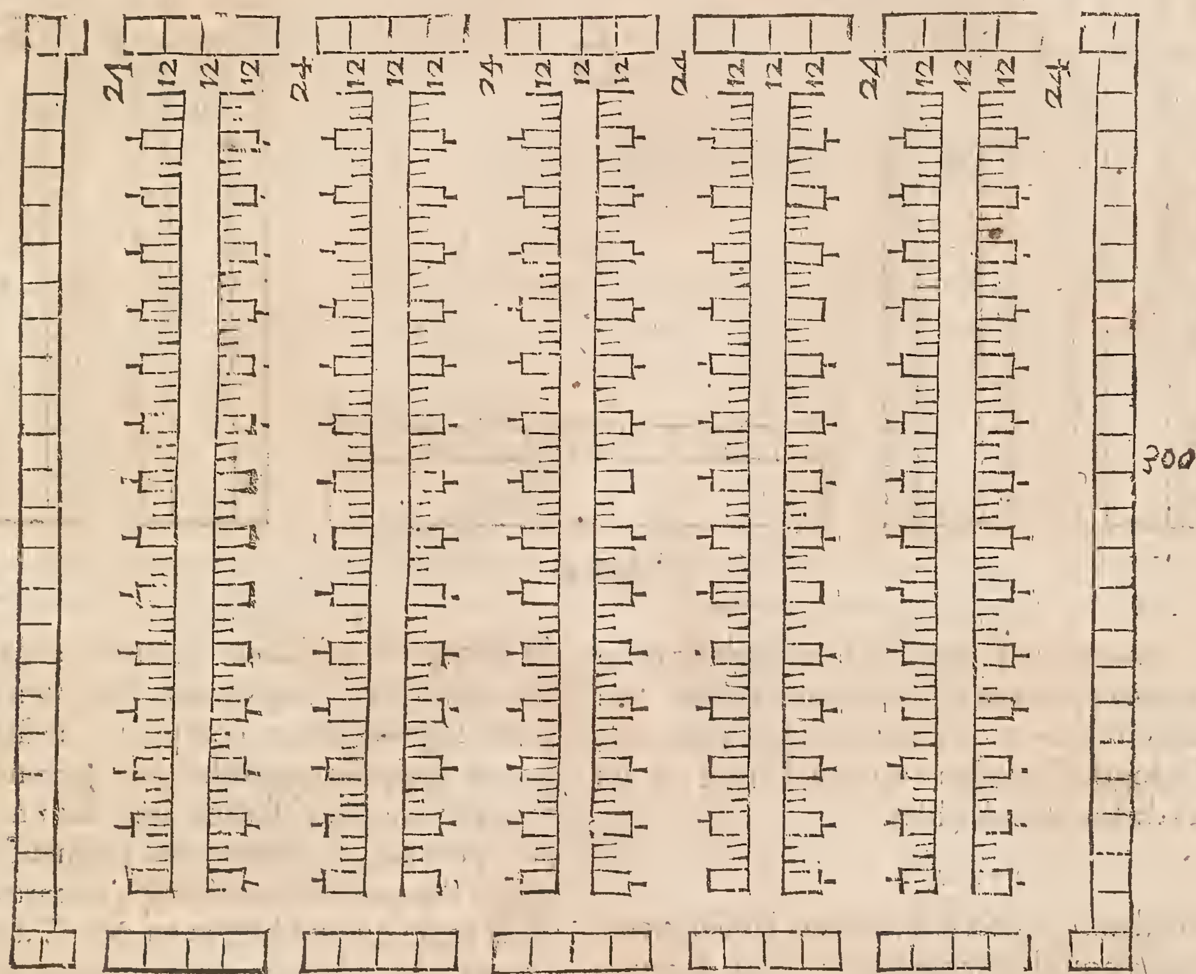
NOTEZ.

Veu que le General de la Cavallerie, son Lieutenant, le Commissaire, & le Quartiermaistre sont logez en ce quartier des Officiers, quelqu'un pourroit demander pourquoy les Colonels, Capitaines, & autres Officiers de la Cavallerie n'y sont pas aussi logez, ou bien, puis qu'on met ceux-cy pres de leurs chevaux, pourquoy on n'y ordonne point aussi les autres? La raison est, que leur commandement & exercice s'estendant generalement sur la Cavallerie, & non pas sur un regiment particulier, comme celuy des Colonels, il n'est pas necessaire qu'ils soyent logez pres de quelque regiment particulier, mais en un quartier proche le milieu de toute la Cavallerie, afin d'estre par tout quasi en egale distance: Le mesme se doit aussi entendre des Officiers de l'Infanterie, & de tous les autres mis en ce quartier; car leur charge s'estend par tout le Camp en general. Quant aux Officiers generaux, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des vivres, & des chariots, il ne faut pas qu'ils soyent logez icy, mais chacun pres de son Magazin ou pres de ce dont il a la charge.

IX ARTICLE.

De la forme du quartier des Chariots.

ON prend aussi un quadrangle pour les chariots, aussi long que les autres de 300 pieds, & large selon que la quantité des chariots qui sont au Camp proposé le requiert; laquelle largeur se prend icy par exemple de 348 pieds. En ce parc se mettent les chariots par files, le dos l'un contre l'autre, une ruelle de 12 pieds demeurant entre deux, en laquelle les Chartiers peuvent mettre leur fourage; mais il y a entre chaque couple de files une rue large de 24 pieds, par laquelle on entre & sort hors du quartier. Aux quatre costez du quartier sont les huttes des Vivandiers, qui suivent les chariots, longues de 12 pieds. On donne pour un chariot, qui a trois chevaux, une place longue de 12 pieds, qui est la longueur du chariot, & pour la largeur 18 pieds, à sçavoir 6 pieds pour la largeur du chariot (car les essieux sont de $5\frac{1}{2}$ pied) & 12 pieds pour les trois chevaux. Il faut aussi noter que les Chartiers ordinairement ne veulent point des huttes, logeans dessus ou dessous leurs chariots; mais ceux qui en veulent avoir, les peuvent faire derriere leurs chariots en la ruelle large de 12 pieds. Selon les susdites mesures en un quadrangle large de 348 pieds, & long de 300, se peuvent mettre dix files chacune environ de 14 chariots, faisant en tout 140. Et combien qu'il y en ait beaucoup d'avantage en service, ceux là demeurent pres de ceux ausquels ils servent. Ce qui est dit cy-dessus, donne icy plus grande clairté à la figure suivante.



NOTEZ.

On met bien aussi les chariots plus pres qu'il n'a esté dit cy-dessus, comme se touchans quasi l'un l'autre, & alors il y en a trois fois autant en une file, à sçavoir 42 chariots; mais il en provient de l'incommodité en deux sortes. Premierement, pource que les trois chevaux ne se peuvent mettre commodement devant leur chariot, n'ayant que $5\frac{1}{2}$ pied de largeur. Secondement, pource que les rues entre les chariots estans remplies de chevaux, elles sont alors trop estroictes pour y passer avec ses chariots & chevaux, si ce n'est qu'on les ordonne beaucoup plus larges, mais il faut alors plus de place que selon la premiere maniere, qui est bien la plus commode.

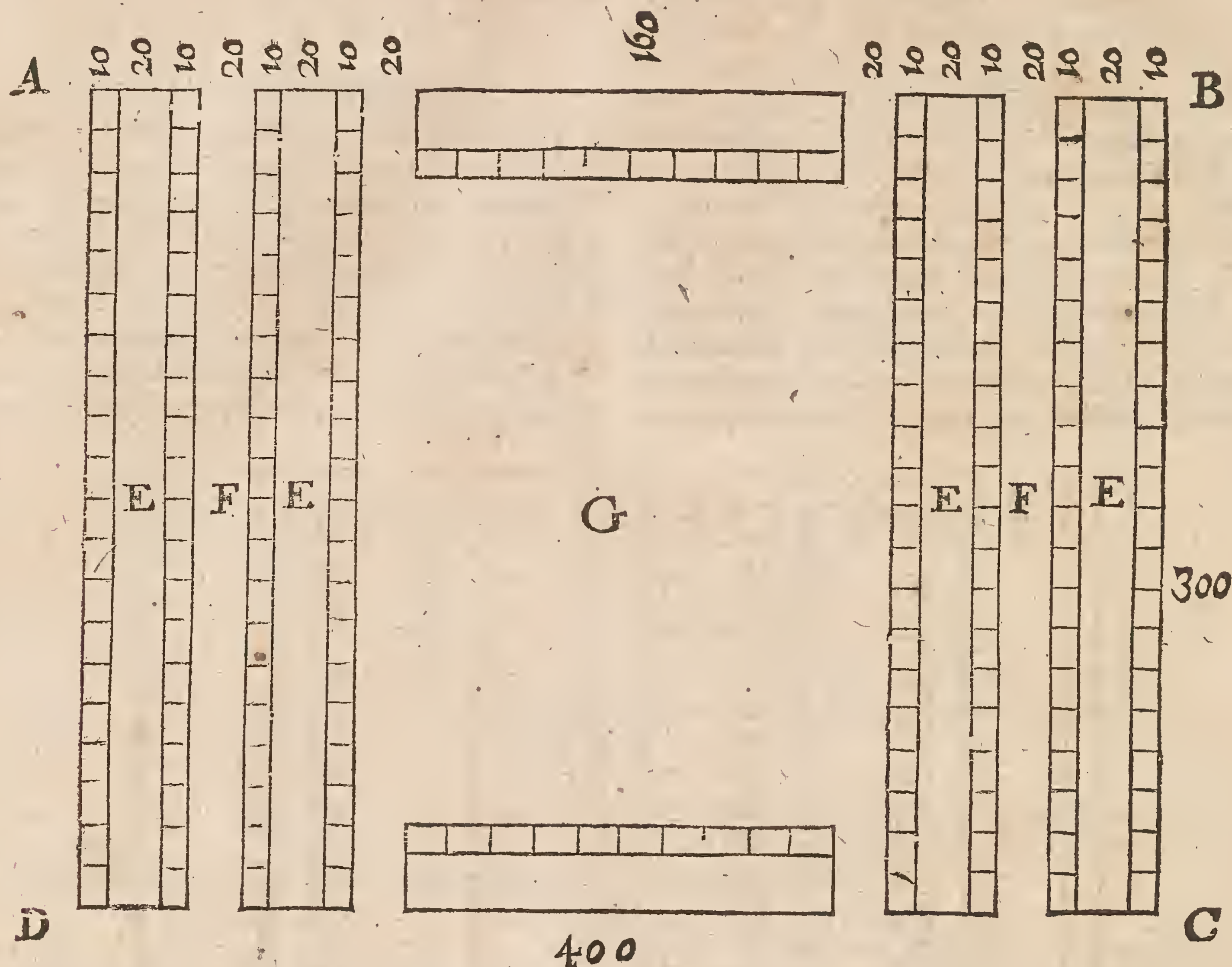
X ARTICLE.

De la forme du Marché.

ON prend pour le Marché un quadrangle, comme A B C D, long de A jusques à D, comme les autres quartiers de 300 pieds, & large comme A B, de 400: Là dessus s'ordonnent divers couples de files de huttes, dont les places sont longues de 300 pieds, larges de 10, & une place entre deux large de 20 pieds, comme E, vers laquelle viennent les dos de huttes: Il n'y a point de chemin commun par ces places, comme par les rues, mais elles servent à y faire des puits ou des cheminées pour y cuisiner, & à autres particulieres commoditez des huttes: En chaque paire de files des

huttes il y a une rue large de 20 pieds, comme F, & au milieu de toutes les files des huttes un Marché, comme G, large de 200 pieds, comme la figure suivante le demonstre plus clairement.

Il faut encore sçavoir que les gens qui sont logez sur le Marché, se divisent en Boutiquiers, Greffiers, Bouchers, & Taverniers, chaque sorte en des files particulieres, & sur la place du grand Marché les plus riches



Boutiquiers, comme Merciers & Marchands de drap de soye & d'autres marchandises de grand valeur. On fait aussi distinction en la distribution des Tavernes, ordonnant les logis honnestes l'un pres l'autre, & les Bordeaux pres de leurs semblables.

NOTEZ.

Il y a encore deux quartiers, l'un pour les Seigneurs estrangers, l'autre pour le Magazin des vivres, desquels je ne mets point icy de figures, pource qu'on donne seulement aux Seigneurs estrangers un quadrangle long comme les autres quartiers de 300 pieds, & large selon que leur train le requiert, dedans ils ordonnent & mettent leurs tentes, huttes & parc comme bon leur semble : Et le mesme se fait au General des vivres : & celuy de l'Artillerie avec tous les chariots y appartenans, se mettent selon l'ordre des chariots declaré au neufiesme Article.

XI ARTICLE.

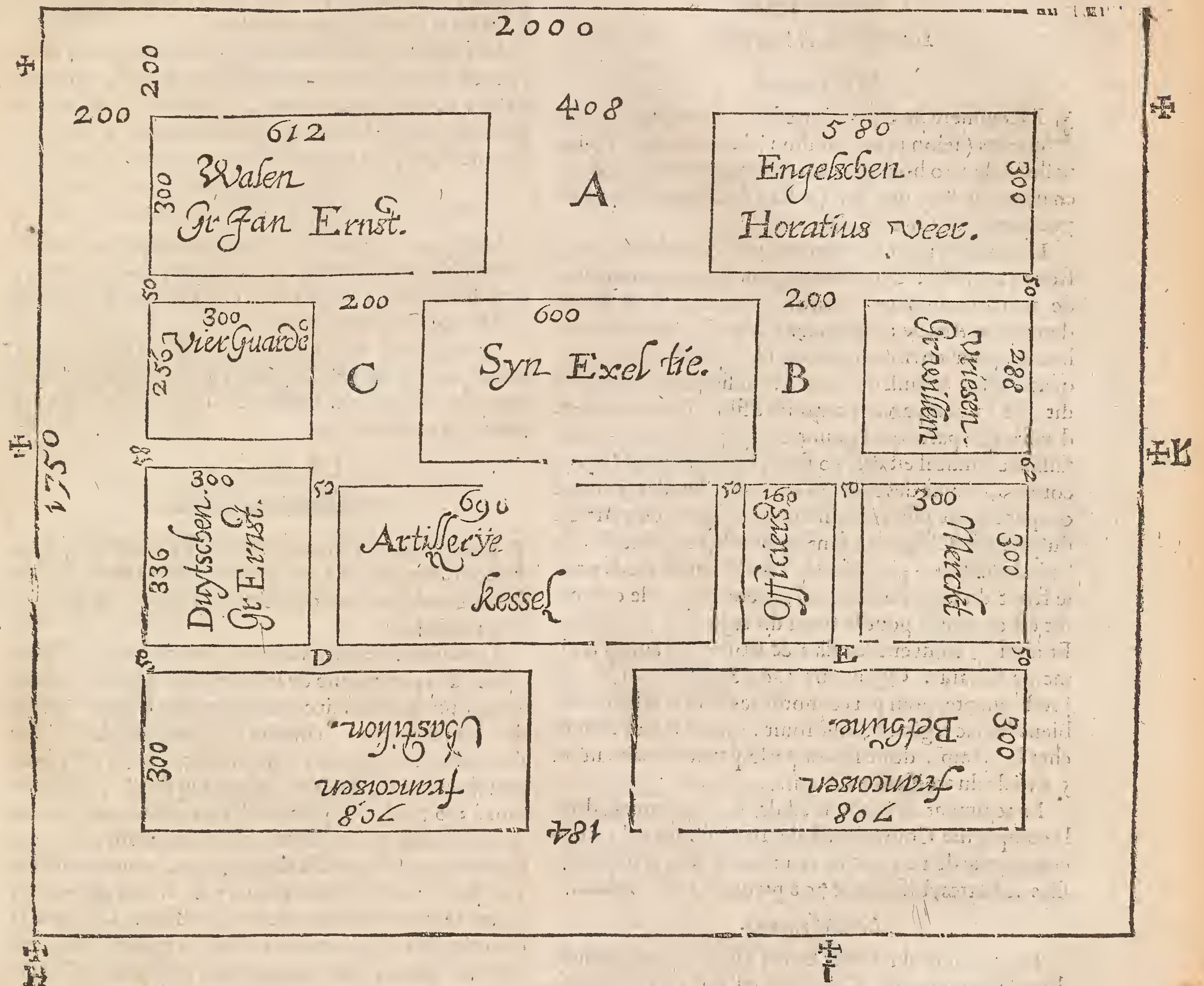
De la forme du Camp entier.

S'il y avoit en chaque compagnie de nostre Camp egal nombre d'hommes, & en chaque regiment egal nombre de compagnies; & en un Camp, egal nombre de regimens, comme entre les Romains, SON EXCELLENCE ordonneroit les regimens de l'Infanterie & de la Cavallerie tousiours de mesme forme, & d'egale grandeur de place, logeant les Picquiers de chaque compagnie en l'une des deux files de huttes, les Mousquettaires en l'autre file, & les huttes selon l'ordre que les Soldats auroyent en leur files, donnant au Camp tousiours une mesme forme: Mais veu qu'en ce temps il n'y a icy ny ailleurs, à ce qu'il me semble, une telle puissance & resolution qu'estoit celle des Romains, pour tenir les Compagnies, Regimens & Camps tousjours regulierement complets, s'ensuit que quelque bonne regle sur un ordre non accompli, peut avoir maintenant plus d'usage que sur un ordre accompli; pourtant je mettray icy joignant les precedentes regles des parties d'un Camp, encore une declaration de la regle qu'on observe en nos Camps entiers, avec l'inegalité qu'ils ont, prenant pour exemple entre autres le Camp des *Tres-puissants Seigneurs les Estats Generaux* devant Juliers de l'An 1610, par lequel on pourra comprendre mon intention.

Tous les quartiers sont representez en ceste figure, chacun avec son escriteau & la quantité des pieds de front, quant à longueur de chacune d'icelle elle est de 300 pieds, de sorte qu'il n'est pas besoing d'en faire quelque autre declaration. On peut veoir en la figure de Camp, ce qui est dit dessus, & à quoy on doit pretendre, à sçavoir que les quartiers interieurs, n'estant point de Soldats, sont environnez de l'Infanterie logée le long des places d'armes selon l'ordre de la precedente regle commune, excepté que le Marché est mis à l'opposite de ladite place d'armes, mais comme le plan ne se poivoit signer plus commodement, il a esté ainsi resolu. La place vuide A, ordonnée par regle generale devant le quartier de SON EXCELLENCE, sert pour ceux qui ont journellement affaire à la Cour: les places vuides B, C, estoyent gardées pour mes Seigneurs le *Comte Guillaume*, & le *Comte Henri*, qui y devoient loger, lesquels n'y vindrent point. Il est encore à noter que les rues par la largeur du Camp, comme D E deviennent droictes, & d'egale largeur de 50 pieds, à cause que tous les quartiers sont d'egale longueur, à sçavoir de

de 300 pieds, ce qui autrement ne ſuccederoit point ainſi; dequoy comme auſſi des autres circonſtances, je parleray plus amplement en la deſignation du troiſieſme Chapitre.

Quant à ce qu'on ne trouve point icy de quartiers pour diverſes parties du Camp, comme pour la Cavallerie, Artillerie, & Chariots, j'en declareray la cauſe au premier Article du 3 Chapitre, eſtimant que j'ay aſſez ſuffiſamment declaré par ceſte figure du Camp & de ſes parties precedentes, comme auſſi du Camp des Romains, ce que ſignifie la Caſtrametation, ce qui avoit eſté propoſé en ce premier Chapitre.



II CHAPITRE.

Des Liſtes, contenant ce qui doit eſtre logé en un Camp propoſé.

ARGUMENT DE CE II CHAPITRE.

Devant que de venir au meſurement des quartiers, il eſt beſoing qu'on ſçache ce qui doit eſtre logé en chaque quartier, pour en ordonner la grãdeur neceſſaire ſelon qu'il appartient, pour laquelle fin on livre au Caſtrametateur les copies des Liſtes appartenantes à cela, leſquelles au Camp de Juliers en l'An 1610 (que je prendray pour exemple) eſtoyent comme s'enſuit:

1 *Liſte des Officiers du Camp.*
2 *Liſte des regiments d'Infanterie.*
3 *Liſte des regiments de Cavallerie.*
4 *Liſte de l'Artillerie.*
5 *Liſte de la Munition de guerre.*
6 *Liſte des Chariots.*
7 *Liſte des Batteaux, pour charger la Munition de guerre.*

I LISTE.

Des Officiers du Camp.

Son Excellence.
Le *Comte Henri de Naſſau* General de la Cavallerie.
Son Lieutenant General Marquette.
Le *Comte Erneſt* General de l'Infanterie.
Le Sergeant Major General Sedleniſki.
Le Commiſſaire General de la Cavallerie Stakenbrouc.
Le Quartiermaiſtre General Solem.
Le Prevoſt General.
Le Preſident du Conſeil de guerre.
L'Advocat Fiſcal.
Le Greffier.
Le Commis de l'argent.
Le General des Chariots Doublet.
Son Lieutenant.
Le Quartiermaiſtre General de la Cavallerie Lievẽ Cijs.
Le Prevoſt des Navires Kranendonc.
Le Medecin du Camp.
Les Chirurgiens.
Les trois Miniſtres de la Cour.

NOTEZ.

NOTEZ.

Il y a encore d'autres Officiers, comme de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des Vivres, & des Navires; mais veu qu'on a esgard en ceste liste aux Officiers qu'on ordonne au Camp en un quartier particulier, & que les autres logent aupres de ce dont ils ont l'administration, ils ne sont pas mis en ceste Liste.

II LISTE.

Des regiments de l'Infanterie.

Les François.

LE Regiment de Chastillon est de 19 compagnies, desquelles (selon la commission) la compagnie Colonelle est de 200 hommes, un compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

La maniere pour calculer ces 40 files de huttes, & le front, est telle: On ordonne pour chaque compagnie de 100 hommes ou environ (comme il est dit au deuxiesme Article du premier Chapitre) deux files de huttes, pour environ 150 trois files, pour environ 200 quatre files, & ainsi des autres: Or suivant ce qui a esté dit, les 19 compagnies auront 38 files, & encore deux d'avantage; parce qu'il y a une compagnie de 200 testes, faisant comme il est dit, 40 files, à quoy adjoustant encore 40, à cause des ruës qui sont entre les files (comme on peut veoir plus clairement en la figure du 3 Article du premier Chapitre) font ensemble 80, chacune de 8 pieds, faisant 640 pieds, & adjoustant 68 pieds pour le front du logis du Colonel, vient ensemble comme dit est cy-dessus pour le front du regiment 708 pieds: Et ainsi se trouvent les files & fronts des autres regiments suivants. Quant aux 1660 Soldats, on les adjouste encore, pour par ces nombres faire le calcul combien chaque regiment doit fouïr, quand il faut retrencher le Camp, dont il sera parlé particulierement au 5 Article du troisiesme Chapitre.

Le regiment de Bethune est de 19 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, il y a une compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

Les Allemans.

Le regiment du *Comte Erneste* est de 6 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, trois compagnies chacune de 200, une de 150, & une de 100, qui ont 21 files de huttes, le front de 336 pieds, & 1050 Soldats.

Les VValons.

Le regiment du *Comte Iean Erneste* est de 16 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, deux compagnies chacune de 100, & 13 chacune de 70, qui ont 34 files de huttes, le front de 612 pieds, & 1310 Soldats.

Les quatre Gardes.

Une garde de 250 hommes, deux chacune de 200, & une de 150, lesquelles (estans sans place de Colonel) ont 16 files de huttes, le front de 256 pieds, & 800 Soldats.

Les Frisons.

Le regiment du *Comte Guillaume* est de 8 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, 7 compagnies chacune de 80, lesquelles (estans sans place de Colonel) ont 18 files de huttes, le front de 288 pieds, & 760 Soldats.

Les Anglois.

Le regiment de Horatio Veer est de 15 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, & les 14 compagnies chacune de 80, qui ont 32 files de huttes, le front de 380 pieds, & 1320 Soldats.

Le regiment de Cecil est de 10 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, & les 9 compagnies chacune de 80, qui ont 22 files de huttes, le front de 352 pieds, & 920 Soldats.

Le regiment de Halas est de 10 compagnies, dont l'une est de 90 hommes, quatre compagnies chacune de 80, & cinq chacune de 70, lesquelles (estans sans place de Colonel) ont 20 files de huttes, le front de 320 pieds, & 760 Soldats.

Les Escossois.

Le regiment de Cheec est de 10 compagnies, dont l'une est de 100 hommes, 3 compagnies chacune de 90, & 6 chacune de 80, qui ont 20 files de huttes, le front de 388 pieds, & 850 Soldats.

Le regiment de Henryson est de 19 compagnies, dont l'une est de 100 hommes, & 18 compagnies chacune de 70, qui ont 38 files de huttes, le front de 656 pieds, & 1360 Soldats.

III LISTE.

Des regimens de la Cavallerie.

LE regiment du *Comte Henri* est de trois cornettes, dont l'une est de 250 chevaux, l'autre de 150, & la troisiesme de 70, qui ont 10 files de huttes, & le front de 430 pieds.

La maniere de calculer ces 10 files de huttes est semblable à la precedente de l'Infanterie. Quant au front de 430 pieds, il est fait comme s'ensuit: Chaque couple de files de huttes a (comme il se peut voir en la figure du 4 Article du premier Chapitre) 70 pieds, & pourtant les cinq couples de files font cinq fois 70, qui montent à 350 pieds, & puis les 4 rues qui viennent entre deux chacune de 20 pieds, faisant 80 pieds, font ensemble pour le front d'iceluy regiment, comme dessus, 430 pieds: Et ainsi on trouvera les fronts de tous les autres regimens suivans de la Cavallerie. Quant à la quantité des Cavalliers en chaque regiment, on n'en fait icy aucun calcul comme de l'Infanterie, à cause qu'on ne les employe point pour retrencher le Camp.

Le regiment de Marquette est de 4 cornettes, dont l'une est de 100 chevaux, & trois chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de Stakenbrouc est de 4 cornettes, dont l'une est de 100 chevaux, une de 85, & deux chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, & le front de 340 pieds.

Le regiment de Waghemans est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Ryhoven est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Marcelis Bacx est de 4 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de la Salle est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Smeltzing est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le

Le regiment de Quaet est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment du *Comte Iean* est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Iean Bacx est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

IV Liste.

De l'Artillerie.

Pieces d'Artillerie.

4 Canons entiers accomplis sur leurs affusts.
8 demy-Canons accomplis sur leurs affusts.
3 Pieces de campagne accomplies sur leurs affusts.

Poudre, Balles & Meiche.

153120 ℔ de Poudre.
3000 Balles de Canon entier.
6000 Balles de demy-Canon.
40 Boites de fer blanc pour le Canon entier.
20 Boites de fer blanc pour le demy-Canon.
1200 Balles de 12 ℔.
3000 ℔ de Mesche.

Affusts & autres Chariots d'Artillerie en provision.

2 Affusts de Canons entiers.
4 Affusts de demy-Canons.
1 Affust pour Pieces de campagne.
8 Chariots de faix.
20 Avantrains.
2 Rouës de Canon entier.
3 Rouës de demy-Canon.
1 Rouë de Pieces de campagne.
5 Rouës d'Avantrains.
2 Rouës de derriere de Chariots de faix.
1 Traisneau pour passer les mares.

Instruments d'Artillerie, dont on se sert en tirant.

45 Culieres.
45 Housses.
45 Escouvillons.
4 Culieres à balles embrasées.
4 Crocs à balles embrasées.
20 Barils à bourse, pour y mettre la poudre, avec leurs marteaux de bois & esquelles.
90 Corriers de bois.

Chevres avec leur dependences.

2 Chevres accomplies.
5 Escrines.
2 Cordes de Chevron.
2 Testes de Chevre.
8 Rouëlles de metal.
4 Moines.
8 Leviers.
4 Conets pour guinder à trois rouës.
4 Conets pour guinder à deux rouës.

Harnachures de limon.

41 Outils de limon accomplis.
41 Cordes de limon.
900 Ridelles.
450 Colliers.
60 Barres ferrées.

Bois necessaire à l'Artillerie.

150 Swalpes, qui sont certaines petites poutres qu'on met dessous les planches des licts.
54 Sappins de 10 aunes.
200 Planches de sappin.
200 Petits sappins.
500 Clayes.

Outils à main.

50 Houës.
50 Pelles.
50 Coignées.
50 Serpes.
22 Picqs.
22 Besches.
80 Leviers de bois.
18 Pieds de chevre de fer.
2 Hies à main.
8 Barres à porter la poudre.
4 Bierres à porter la poudre.

Clous.

4000 Clous de 7 pouces.
1000 Clous de 6 pouces.
2000 Clous de 5 pouces.
3000 Clous de moindre grandeur.
6000 Clous de moindre grandeur.
8000 Clous encore de moindre grandeur.
Toutes sortes de Chevilles, d'essieux, d'Affusts, & d'Avantrains.

De la Lumiere.

200 ℔ Chandelles.
12 Lanternes de bois.
4 Tonneaux de torches.
4 Falots.

Des Cordages.

2 Cordes entieres pour tirer le Canon.
3 Demy-cordes pour tirer le Canon.
22 Cordes pour gouverner les Pieces.
20 Cordes pour tirer les Navires avec des chevaux.
3 Cordes à col, avec lesquelles les hommes tirent les Navires.
2 ℔ du fil à voille ou chegros.
6 ℔ de la fisselle pour raccommoder les cordages.

Diverses choses.

1000 ℔ de fer pour les Mareschaux.
1 Mesure de houlle ou charbon de terre.
Outils de Mareschaux.
Outils de Charpentier.
80 Couvertures de poil.
140 Peaux de Mouton.
6 Seaux de cuir.
570 Paniers quarrez.
400 ℔ de graisse.
6 Boites à mettre de la graisse.

Chevaux de traict pour tirer les Pieces d'Artillerie.

Pour 4 Canons entiers sur leurs chariots de faix, ayant chacun 22 chevaux, fait	88
Pour 8 demy-Canons, chacun de 18, fait	144
Pour 3 Pieces de campagne, chacune de 10, fait	30
Pour 6 Affusts de Canons entiers, chacun de 8, fait	48
Pour 4 Affusts de demy-Canons, chacun de 6, fait	24
Pour 2 Chariots de faix, chacun de 2, fait	4

Pour

Pour 8 Avantrains, chacun de 2, fait	16
Pour 6 Chariots qui portent les pontons	48
Pour 8 Chariots à Moulin.	48
Pour la provision	40
Somme des chevaux pour tirer l'Artillerie	490

Les Officiers de l'Artillerie.

Le General de l'Artillerie Keſſel.
Son Lieutenant Grenu.
Le Controlleur de l'Artillerie Monier.
Le Commis de l'Artillerie Wtenbrouc.
10 Gentils-hommes de l'Artillerie.
25 Conducteurs.
6 Ingenieurs ; à ſçavoir, Hillebrant Smits, Oom Kees, Lambert Corneliſz. Arent Arentſz. Raef Dexter, Samuel Kloot, ayant chacun deux Conducteurs.
2 Controlleurs des Fortifications, l'un Nicolas vander Mijl, l'autre Henric Schoutens, chacun avec leurs Conducteurs, Commis & Clerc.
Le Maiſtre Canonnier, Joos de Nol.
36 Canonniers.
Le Maiſtre des feux artificiels, avec deux Conducteurs.
Le Petardier.
2 Maiſtres des Batteries.
Le Maiſtre Charpentier, Proot.
Son Lieutenant, Simon Gerbrantſz.
12 Charpentiers.
2 Faiſers de chariots.
2 Mareſchaux.
1 Faiſeur de gabions.
2 Harniceurs.
1 Tonnellier.
Le Prevoſt de l'Artillerie, avec ſes Sergeans.
Le Chirurgien de l'Artillerie.
Le Commis des chevaux de traict à tirer l'Artillerie.
Ses 11 Conducteurs departis comme s'enſuit : un à chacun des 6 Canons, un à chacune des 3 Pieces de campagne, un pour les Affuſts & Avantrains ; & un pour chevaucher de l'un à l'autre.
2 Capitaines des Pionniers, Jean Melchiorſen, & Jean Meliſſen.
100 Pionniers, 50 pour chaque Capitaine.
Le Capitaine des Mineurs, Gille Louet.
25 Mineurs.
4 Capitaines de Navire.
240 Matelots, 60 pour chaque Capitaine.

NOTEZ.

C'eſt à ſçavoir qu'en tels Articles qu'eſt departie ceſte Liſte, & que telle conſequence qu'ont les parties, que ſemblable ſera celle des Liſtes qui ſe feront en apres chaque année, ou auſſi ſouvent qu'il adviendra ; car cela eſt plus commode que de les mettre ſans certain ordre, pour faire auſſi des Liſtes nouvelles, avec moindre peine & plus d'aſſeurance d'y tout mettre, à fin que ceux à qui la choſe touche, puiſſent facilement examiner la concordance d'une Liſte du temps preſent avec la precedente ; à ſçavoir, ſi toutes choſes neceſſaires y ſont deſcrites ſans aucun defaut, ou ſi on n'y a rien mis de trop, ſi on a pris la quantité de poudre, balles, meſches, & autres choſes neceſſaires, ſelon le requis des pieces comme on faiſoit aux autres années avec bonne deliberation : Si auſſi l'on s'eſt ſouvenu d'y adjouſter ce qu'on trouvoit y manquer en la precedente fois. Toutes leſquelles choſes ſe font plus facilement par telle egale conſequence de parties, qu'en l'examinant par une faſcheuſe ponctuation des parties.

Notez, qu'encore bien qu'il ſoit dit que toutes les Liſtes ſuivantes auront un tel ordre que ceſte-cy a, il n'eſt point dit pourtant, qu'elles doivent avoir toutes les parties des precedentes, car encore qu'il y en defaille pluſieurs, (comme cela doit avenir neceſſairement en aucunes Liſtes) ce neantmoins elles peuvent avoir ledit ordre que celles-cy, juſqu'à la fin : En outre on ſuppoſe que l'amendement de l'ordre eſt touſiours libre.

Ce que j'ay dit icy de ceſte Liſte de l'Artillerie, s'entend auſſi des Liſtes ſuivantes de la Munition de guerre, des Chariots, Navires, & autres, eſquelles il y a beaucoup de diverſitez.

V LISTE.

De l'Amunition de Guerre.

De la Poudre, Balles & Meſches.

45000 ℔ de poudre à Mouſquets.
45000 ℔ de balles à Mouſquets.
45000 ℔ de Meſches.

Des Armes.

200 Mouſquets.
800 Longues piques.
50 Demy piques.
50 Rondaches.

Des Outils à main.

10000 Houës.
2000 Pelles ferrées.
1000 Beſches.
500 Picquets.
1200 Coignées.
600 Coignées à main.
600 Serpes.
4 Leviers de fer.

Du Bois.

1600 Planches de ſappin.
25 Planches de ſappin ſiées en deux.
1500 Petites perches de ſappin.
100 Sappins de 10 aunes.
100 Sappins de 12 aunes.

Des Clous.

2000 de 7 pouces.
2500 de 6 pouces.
3000 de 5 pouces.
20000 Clous de moindre grandeur.
20000 Clous encore de moindre grandeur.
10000 Clous encore de moindre grandeur.
10000 Clous encore de moindre grandeur.

De Lumiere.

100 ℔ de Chandelles.
8 Lanternes de bois.
2000 Torches.
6 Fallots.

De diverſes autres choſes.

1000 Brouëttes accomplies.
100 Eſſieux.
30 Ponts de jonc, avec leurs cordes.
50 Couvertures de poil.
100 Paniers quarrez.
600 Sacs à terre.
30 Rouëlles de bateau.
100 Banderolles pour ſigner les quartiers.
10 Cordes à tirer l'Amunition contre le cours de l'eau.

1200 ℔

1200 ℔ de toute sorte de cordes.
8 Formes de 12 trous à faire des balles de Mosquet.
8 Cullieres à fondre du plomb.

Les Officiers de la Munition de Guerre.

Le Commis Bom.
20 Conducteurs.

VI Liste.

Des Chariots.

On suivra en ceste partition l'ordre des Listes precedentes, à sçavoir: En premier lieu, les chariots pour les Officiers du Camp: en second, pour l'Infanterie: en troisiesme, pour la Cavallerie: en quatriesme, pour l'Artillerie: en cinquiesme, pour la Munition de guerre: en sixiesme, pour les Vivres.

Les Chariots pour les Officiers du Camp.

Pour	Son Excellence.	66
	le *Comte Henri de Nassau* General de la Cavallerie.	30
	son Lieutenant le General Marquette.	6
	le Sergeant Major General Sedlenifski.	3
	le Commissaire General de la Cavallerie Stakenbrouc.	2
	le Quartiermaistre General Solem.	1
	le Prevost General.	3
	l'Advocat Fiscal & Greffier.	2
	le Commis de l'argent.	2
	le General des chariots Doublet, son Lieutenant, Conducteurs, Faiseurs de chariots, Mareschaux & cordages.	7
	le Quartiermaistre General de la Cavallerie Lieven Cijs.	1
	le Prevost des Navires Cranendonc.	1
	les deux Chirurgiens du Camp.	2
	les trois Ministres.	3
	Somme des chariots des Officiers du Camp	129

Le Chariots pour l'Infanterie.

Pour	le Colonel Chastillon.	6
	son Lieutenant Colonel & Sergeant Major.	2
	le Chirurgien & Prevost.	1
	19 Capitaines.	19
	le Colonel de Bethune.	6
	son Lieutenant & Sergeant Major.	2
	le Chirurgien & Prevost.	1
	19 Capitaines.	19
	le Lieutenant Colonel du *Comte Ernest*.	1
	le Sergeant Major & Quartiermaistre.	1
	le Chirurgien & Prevost.	1
	6 Capitaines.	6
	le Colonel *Comte Iean Erneste*.	5
	son Lieutenant Colonel.	1
	son Sergeant Major & Quartiermaistre.	1
	son Chirurgien & Prevost.	1
	16 Capitaines.	16
	4 Capitaines des 4 Gardes.	4
	le Lieutenant & Port'enseigne de la Garde de Son Excellence.	1
	les armes de ladite Garde.	1
	le Lieutenant Colonel des Frisons.	2
	le Sergeant Major & Quartiermaistre.	1
	8 Capitaines.	8
	12 Capitaines du regiment de Veer.	12
	2 Capitaines du regiment d'Ogle.	2
	le General Cecil.	12
	deux Colonels, à chacun 4 chariots, fait	8
	3 Lieutenans Colonels, à chacun 2 chariots, fait	6
	3 Sergeans Majors, à chacun 1, fait	3
	3 Quartiermaistres, chacun 1, fait	3
	3 Prevosts, chacun 1, fait	3
	2 Ministres, chacun 1, fait	2
	le Chirurgien Maistre James.	2
	52 Capitaines.	52
	le Commissaire des chariots.	1
	Somme des chariots de l'Infanterie	212

Les Chariots pour la Cavallerie.

10 Colonels de la Cavallerie, à chacun 1 chariot, fait	10
Le Lieutenant & Cornette de la compagnie de Son Excellence.	1
Pour les Armes.	1
Somme des chariots pour la Cavallerie	12

Les Chariots pour l'Artillerie.

40000 ℔ de Poudre, sur chaque chariot 4 tonneaux, fait	59
800 Balles de Canon entier, sur chaque chariot 20, fait	40
1600 Balles de demy-Canon, sur chaque chariot 40, fait	40
40 Boëttes de fueille de fer pour des Canons entiers	2
60 Boëttes de fueille de fer pour des demy-Canons	2
Pour les equipages necessaires aux trois pieces de campagne de 12 ℔.	8
Culliers, Housses, Escouvillons, Corriers, Leviers de bois & de fer.	2
4 Chievres.	4
Outils de limon, Colliers & Ridelles.	4
Cordes.	3
Barres ferrées, Leviers de fer & de bois.	2
Harniçeure.	2
Houës, Pelles, Coignées, &c.	1
114 Planches.	14
40 Sommiers de Sappin.	4
50 Planches de Sappin.	2
100 Clayes d'osier.	5
Pour les ouvrages artificiels de feu.	2
Pour les Petarts.	2
Somme des chariots pour l'Artillerie	198

Les Chariots pour les Officiers de l'Artillerie.

Pour	le General de l'Artillerie Kessel.	4
	Son Lieutenant Grenu.	2
	le Controlleur de l'Artillerie Monier.	2
	le Commis de l'Artillerie.	1
	les Gentils-hommes.	2
	6 Ingenieurs, chacun un chariot.	6
	2 Controlleurs de la Fortification.	2
	le Maistre Conneſtable.	1
	12 Canonniers.	2
	le Maistre d'ouvrages de feu.	1
	le Petardier.	1
	le Maistre des batteries.	1
	le Maistre Charpentier.	1
	12 Charpentiers.	2
	2 Faiseurs de chariots.	1
	2 Mareschaux.	1
	le Prevost de l'Artillerie.	1

Pour
- le Chirurgien de l'Artillerie. 1
- le Maistre des Ponts. 1
- le Commis des chevaux à tirer l'Artillerie 1
- 2 Capitaines des Pionniers. 2
- le Capitaine des Mineurs. 1
- 4 Capitaines de Navires. 4

Somme des chariots pour les Officiers de l'Artillerie 41

Somme pour l'Artillerie en tout 239

Les Chariots pour la Munition de Guerre.

Pour
- 20000 ℔ de Poudre 20
- 20000 ℔ de Balles de plomb. 20
- 20000 ℔ de Mesche. 20
- Mousquets avec les fournitures, Piques longues, Rondaches, Casquets, Formes, Cuilliers. 7
- 9000 Houës, & 500 Pelles. 20
- 400 Besches, 200 Pics, 400 Coignées, 300 Coignées à main, 300 Serpes. 6
- Clous de toute sorte. 1
- 100 ℔ de Chandellles, 12 Lanternes, 2000 Torches, 6 Falots. 2
- 100 Brouëttes. 4
- 10 Ponts de joncs avec leurs cordes. 5
- 100 Paniers quarrez, & 100 Banderolles à marquer les quartiers. 1
- le Commis Bom & ses Conducteurs. 2

Somme des chariots pour la Munition de Guerre 108

Les Chariots pour les Vivres.

Pour
- les Vivres. 242
- le Commissaire des Vivres Kien. 1
- ses Conducteurs. 1

Somme des chariots des Vivres 244

Somme des Sommes des Chariots.

Des Officiers du Camp.	129
De l'Infanterie.	212
De la Cavallerie.	12
De l'Artillerie.	239
De la Munition de Guerre.	108
Des Vivres.	244
Somme de tous les chariots	944

VII Liste.

Des Navires.

On suivra en ceste departition l'ordre des Listes precedentes, à sçavoir en premier lieu, les Navires pour les Officiers du Camp : En second, pour l'Infanterie : En troisiesme, pour la Cavallerie : En quatriesme, pour l'Artillerie : En cinquiesme, pour l'Amunition de l'Artillerie : En sixiesme, pour la Munition de Guerre : En septiesme, pour les Vivres : En huictiesme les Pontons: En neufiesme des Navires pour diverses choses.

Les Navires pour les Officiers du Camp.

- Pour Son Excellence. 20
- Pour le *Comte Henri.* 12
- Pour le Sergeant Major General. 1
- Pour le Quartiermaistre General. 1
- Pour le Prevost General, avec ses Sergeans, & les Matelots. 1
- L'Advocat Fiscal, avec le Greffier du Conseil de guerre, en une Navire de munition.
- Pour le Commis de l'argent. 1
- Pour le General des chariots, avec ses Conducteurs. 1
- Pour les deux Chirurgiens du Camp & Apothicaire. 1

Sommes des navires des Officiers du Camp 38

Notez.

Il y a encore des Officiers, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de Guerre, des Vivres, & des Navires, mais veu que ceux-cy s'accommodent és Navires chargés de ce dont ils ont l'administration, ils n'ont poit besoing d'autres Navires particuliers.

Les Navires pour l'Infanterie.

- Pour deux regimens François, à chacun trois Navires, faisans 6
- Le regiment des Allemans du *Comte Ernest.* 1
- Le regiment des Walons. 2
- Le regiment des quatre Gardes. 1
- Pour les armes & le bagage de la Garde. 1
- Le regiment des Frisons. 1
- Le regiment des Anglois. 2
- Les Anglois marchants avec le *Comte Henri.* 2
- Le regiment Escossois. 2
- Le regiment du Lieutenant Colonel Meetkercken. 1

Somme des navires de l'Infanterie 19

Les Navires pour la Cavallerie.

- Chaque regiment de la Cavallere a un Navire, ce qui monte à 11
- Pour les armes & bagage de la Cavallerie de la compagnie de Son Excellence. 1

Somme des navires de la Cavallerie 12

Les Navires pour l'Artillerie.

Ces Navires sont de trois sortes: La premiere pour les Officiers resortissants sous l'Artillerie : La seconde pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affusts & chariots: Et la troisiesme pour la Munition de l'Artillerie.

Les Navires pour les Officiers resortissants sous l'Artillerie.

- Le General de l'Artillerie. 1
- Les Ingenieurs, Controlleurs & Conducteurs des Fortifications, & des ouvrages. 1
- L'Ingenieur Arent Arentsz. 1
- Le Maistre Connestable avec tous les Canoniers. 1
- Le Maistre Charpentier General pour luy & ses Charpentiers. 1
- Le Commis des chevaux pour tirer l'Artillerie, avec ses Conducteurs & outils. 1
- Les Faiseurs de chariots, Mareschaux, Cordiers, avec leurs materiaux. 1
- Deux Capitaines de Pionniers, Faiseurs de feux, & Petardiers. 1

Somme des navires pour les Officiers resortissants sous l'Artillerie 8

Les

Les Navires pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affusts & chariots.

Ces pieces d'Artillerie avec leurs Affusts & chariots sont mises en des Pontons, qui seront descrits cy-apres au penultiesme Article de ceste Liste des Navires.

Les Navires pour la Munition de l'Artillerie.

960 Tonneaux de poudre en quatre Kerveels, faisant 4
3000 Balles de 48 ℔ en quatre Damloopers. 4
6000 Balles de 24 ℔ en quatre Damloopers. 4
Pour les Petarts & outils y appartenants un Damlooper. 1
Pour les Cordages, Mesches, Boëttes de fueille de fer, & autres choses, un Kerveel. 1
Pour 500 Clayes & quelques Paniers, un Kerveel. 1
150 Swalpes, & quelques Paniers, un Kerveel. 1
200 Planches de Sappin, 200 petits Sappins, un Navire. 1
Pour quelques Cordages, Colliers, Cullieres, & autres choses, un Navire. 1
1200 Balles de 12 ℔, une Kague, faisant 1

Somme des navires pour la munition de l'Artillerie 19

Somme des navires de l'Artillerie en tout 27

Les Navires pour la Munition de Guerre.

45000 ℔ de Poudre.
45000 ℔ de Balles de Mousquets.
45000 ℔ de Mesche.
50 Couvertures de poil.
8 Formes.
8 Cuillieres.
Ce que dessus est chargé en 4 Navires, chacun de 20 last, & dans un Damlooper, qui font ensemble 5

200 Mousquets.
800 Piques.
50 demy-Piques.
50 Rondaches.
12 Lanternes.
100 ℔ de Chandelles.
6 Falots.
2000 Torches.
Toute sorte de Clous.
100 Banieres à marquer les quartiers.
600 Sacs à terre.
10 Cordes à tirer.
12000 ℔ de Cordes.
30 Rouëlles de Navire.
100 Paniers quarrez.
Ce que dessus est chargé en un Damlooper, faisant 1

30 Ponts de jonc, avec les cordes y appartenantes, chargées en une Navire de 20 last, & en un Damlooper, font ensemble 2

10000 Houës.
2000 Pelles.
1000 Besches.
500 Pics.
1200 Coignées.
600 Coignées à main.
600 Serpes.
Ce que dessus est chargé en trois Damloopers, faisans 3

1000 Brouëttes.
100 Rouës.
100 Essieux.
25 Planches de Sappin siées en deux.
Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisans 3

1500 Planches de Sappin.
1500 petits Sappins.
200 Sommiers de Sappin.
10 Cordes à tirer le Canon.
4 Leviers de fer.
Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisans 3

Somme des navires pour la Munition de Guerre, de 11 à 20 last, & 6 Damloopers, qui font ensemble 17

Les Navieres pour les Vivres.

Ces Navires estoyent en nombre. 66

Les Pontons.

Dixsept Pontons pour les Pieces d'Artillerie, avec leur dependence, faisant 17
Un grand Ponton à passer les Rivieres, faisant 1
Un petit Ponton, faisant 1
Six Nassellès pour les petits Pons, avec leurs chariots & harnacheures de chevaux, faisant 6
Un Paetschip pour charger les basteaux, chariots, & outils. 1

Somme des Pontons 26

Les personnes des Pontons qui s'accommodent tous dans leurs Navires, sont comme s'ensuit : Le Maistre des Pontons : Son Lieutenant : 83 Matelots de Pontons, departis en ceste sorte : Sur 15 grands Pontons en chaque Ponton 4 : Sur 2 moindres Pontons 3 en chacun : 3 Sur le grand Ponton à passer les Rivieres : 2 Sur le petit Ponton : Un à chacune des 6 Nassellès : 3 Sur le Paetschip : 3 Avec les Charpentiers de Navires.

Navires pour diverses choses.

Le Commis de Navires, avec ses Conducteurs. 1
Un Navire & quatre Kagues pour les Conducteurs des Navires & les Commis, avec les autres choses se recontrans à l'impourveu. 5
Six Kagueschuten pour aller & venir tant pour les Messagers que pour les Soldats blessez, faisant 6

Somme des navires à diverses choses 12

Somme des Sommes des Navires.

Des Officiers du Camp.	38
De l'Infanterie.	19
De la Cavallerie.	12
De l'Artillerie.	27
De la Munition de Guerre.	17
Des Vivres.	66
Pontons.	26
De diverses choses.	12

Somme de tous les navires 217

 NOTEZ.

NOTEZ.

Il y a outre les precedentes Listes (qui en ceste matiere peuvent assez servir d'exemple) encore quelques autres, mais il ne me semble pas necessaire de les descrire en particulier; ains il suffit d'en faire ceste narration:

Premierement le Camp se divise ordinairement en trois parties, comme en avantgarde, bataille, & arriere-garde, qui ont chacune leur Liste tant de l'Infanterie, que de la Cavallerie, ayant chacune aucunefois (aussi bien en marchant qu'en l'assiegement & environnement des Villes) une partie du train, comme de l'Artillerie, Munition d'icelle, Munition de Guerre, & des Vivres: aussi des Officiers de telle qualité qu'il y a au Camp entier: Et entre autres on ordonne sur chacune d'icelles trois parties un Castrametateur avec ses aydes, qu'on eslit d'entre les Ingenieurs, ausquels on livre les Listes, selon lesquelles ils se gouvernent, & estans de forme comme les precedentes, il n'est pas besoing de les descrire au long. Il y a encore une Liste des Personnes de la Cour, qui doivent estre logées, avec encore deux autres des Chariots & Navires de SON EXCELLENCE, mais on en a seulement mis leur somme aux Listes des Chariots & Navires precedentes. Il y auroit encore selon le commun usage des Camps, une Liste des Vivres: Mais parce que nous sommes communement bien fournis de Vivres par Navires des Vivandiers & Marchands, & que là dessus on s'attend sur ce qu'on sçait qui se pourra recouvrir des Villes prochaines, quand il en est besoing, il n'y a icy aucunes Listes des Vivres qui soient dignes d'estre descrites.

III CHAPITRE.

De la maniere de marquer ou mesurer un Camp.

ARGUMENT DE CE III CHAPITRE.

CE troisiesme Chapitre aura six Articles:

Le 1 Article, comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp sur du papier, pour les imiter en traçant sur la campagne.

Le 2 Article, du mesurement des quartiers quadrangulaires du Camp sur la campagne, qui se fait par le Castrametateur, avec ses aydes.

Cecy estant fait la partition des files des huttes & des ruës se doit marquer par chaque Quartiermaistre en son regiment; car il seroit impossible au Castrameteur de le bien faire en aussi peu de temps qu'il en est requis, tellement que ce troisiesme Article suivant traictera de ceste matiere.

Le 3 Article, du mesurement des places necessaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui se fait par chaque Quartiermaistre en son regiment.

Cecy estant accompli, il faut que la partition des huttes soit marquée par chaque Sergeant en sa compagnie; car il seroit impossible au Quartiermaistre de le bien faire en aussi peu de temps qu'il est requis, tellement que ce quatriesme Article suivant traictera de ceste matiere.

Le 4 Article, de la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en sa compagnie.

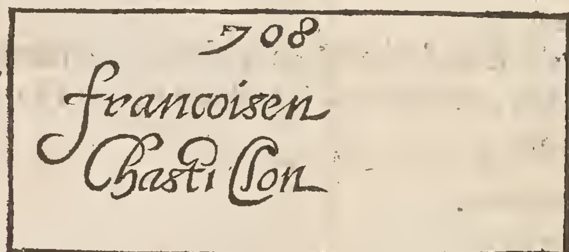
Le 5 Article, comment il faut des places d'Armes, rayer des trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouir.

Le 6 Article, contenant une admonition à fin que ce qui est bien marqué & basti, soit entretenu en bon ordre.

I ARTICLE.

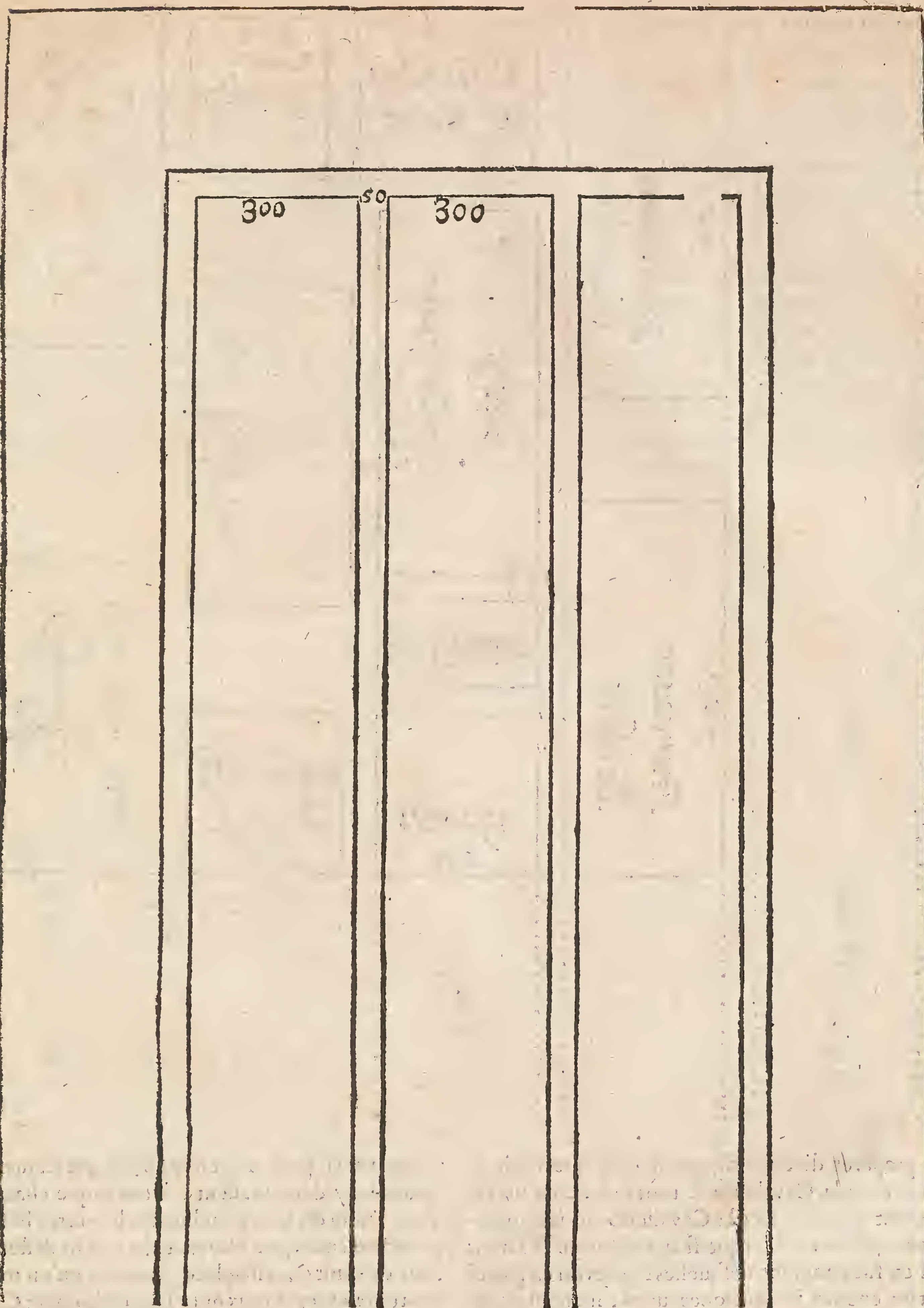
Comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp sur du papier, pour les imiter en traçant sur la campagne.

VEu qu'il faut conjoindre divers quartiers en ce Camp, à sçavoir onze troupes d'Infanterie, & encore onze regiments de Cavallerie, comme il se peut voir en la 1 & 2 Liste du 2 chapitre, avec encore les autres quartiers y appartenans, ce seroit chose difficile de les marquer, & designer à la haste en bon ordre sur du papier, si on n'en avoit ordonné quelque bonne regle; principalement quand il le faut faire à la haste, comme il advient souvent qu'apres avoir recognu la place, il faut incontinent camper. La regle inventée pour cecy est telle: On marque chacun des susdits quartiers sur un petit quadrangle d'une fueille de carte, lesquels se coupent en sorte qu'ils ayent la commune longueur de 300 pieds, & la largeur comme la Liste le demonstre. Comme par exemple, pour le regiment de Chastlilon ayant 300 pieds de longueur,



& 708 de largeur, on coupe selon certaine eschelle un petit quadrangle de telle longueur & largeur, laquelle on escrit dessus avec le nom du Colonel, comme cy joignant, & ainsi des autres. Ces petits papiers des quartiers estans ainsi tous coupez & preparez, on les met & remet jusques à ce qu'on les voye selon nostre desir. Et pour faire cela, avec encore plus de commodité, on tire sur un papier quelques lignes paralleles, entre lesquelles sont comprinses les communes largeurs de 300 pieds, avec les ruës de 50 pieds, comme la figure suivante demonstre, afin de mettre là dessus en ordre lesdits quartiers.

Cecy



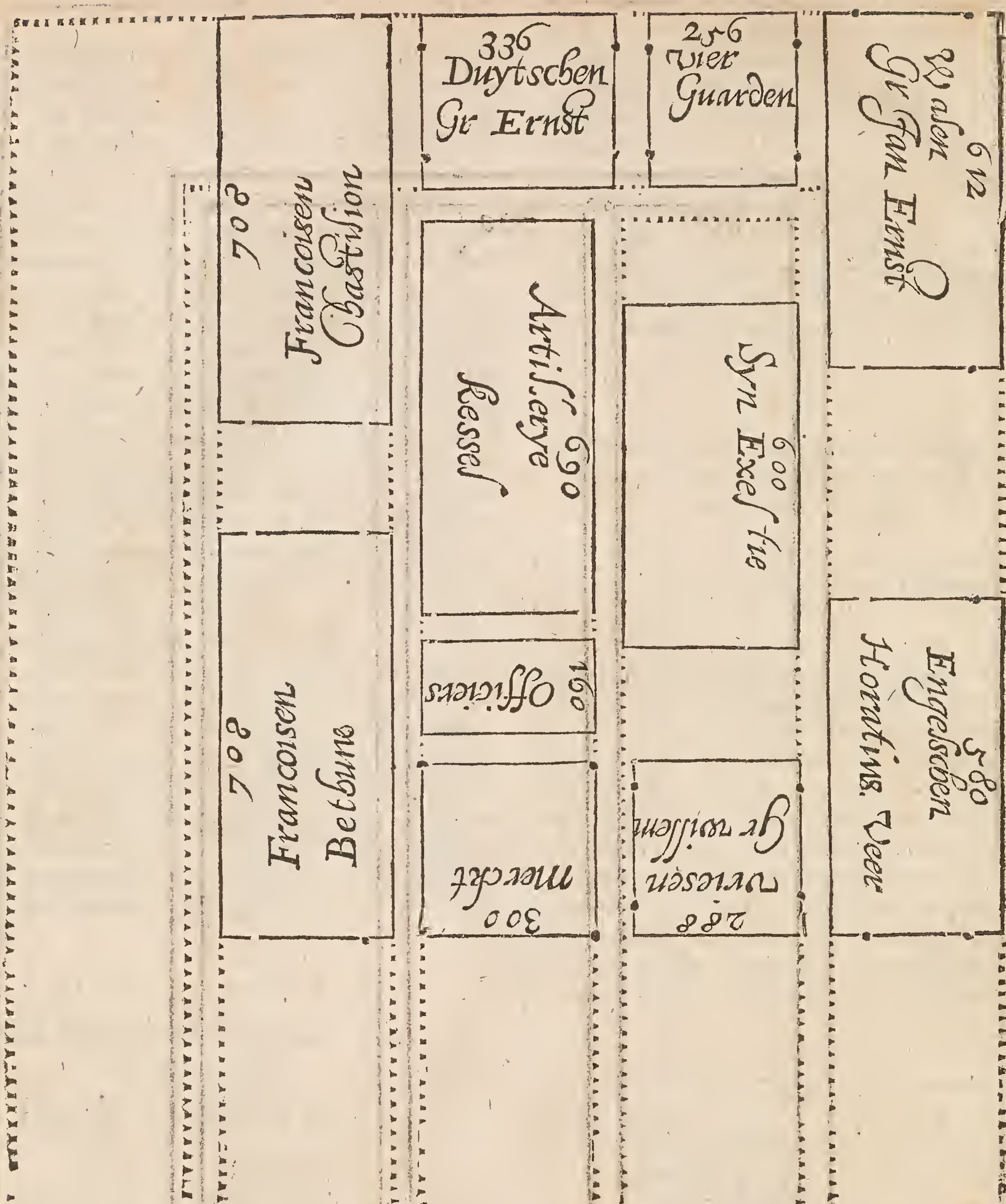
Cecy estant ainsi preparé, je viendray maintenant à la designation sur le papier, prenant pour exemple la figure qui se faisoit pour le Camp devant Juliers, là où le lieu estant recognu, Son Excellence print resolution de loger hors de ce Camp la Cavallerie avec les chariots, les Anglois aussi & Escossois sous le General de Cecil; tellement que les petits quadrangles de papier de ces quartiers en estant separez, le reste se mit en ordre sur le susdit papier reglé, & monstré à Son Excellence, lequel les remettant, selon son opinion, ils gisoyent par resolution comme cy-dessus.

Mais il faut noter qu'en mettant & ordonnant ces quartiers, on voit quelquefois que si aucuns d'iceux estoyent plus larges ou plus estroicts, que ne portent les mesures marquées sut les petits papiers, que l'ordre du Camp se pourroit faire plus propre: en tel cas quelques quartiers, qui le permettent, se peuvent prendre un peu plus larges ou plus estroicts, comme ceux des Chariots, Marché, Artillerie, Vivres, Seigneurs estrangers, & place vuide devant le quartier de Son Excellence; car ils ne sont si precisement calculez, qu'ils ne puissent estre un peu plus larges ou estroicts: Mais les regiments de l'Infanterie & de la Cavallerie, les quartiers de Son Excellence & du General de l'Artillerie, requierent de demeurer en leurs mesures posées.

Et suivant le precedent ordre des petits papiers ainsi mis, on marqua lors la figure sur du papier, avec les places d'armes alentour de la gendarmerie, laquelle estoit comme la figure de l'onziesme Article du premier Chapitre.

Notez qu'encore bien que ceste maniere de marquer soit facile, que Son Excellence fait commu-

 nement



nement preparer diverses figures devant que venir au lieu, l'une avec la Cavallerie & tout le reste en un retrenchement, l'autre sans la Cavallerie ou sans quelques autres quartiers; à fin que si la resolution se faisoit ainsi, on en fut pourveu, desquelles figures on en pourroit mettre encore icy quelques unes, mais estimant que la chose est assez entendue par le precedent, je passeray outre.

II. Article.

Du mesurement des quartiers quadrangulaires des Soldats en le campagne, qui ce fait par le Castrametateur avec ses aydes.

Apres avoir cognu par le precedent plan sur le papier, comment sera la figure sur le Camp, on commence premierement à marquer les quadrangles ou quartiers de l'Infanterie; à quoy on y apporte environ 150 Banieres de quartiers, ou autant qu'on voit estre necessaire; ce sont des bastons peincts, longs environ de 9 pieds, chacun avec une banderolle pour les mettre sur les angles des quartiers: Et l'on deffend à son de Tambour, & sur peine de punition corporelle de les arracher: Car il y a quelques années lors qu'on ne faisoit pas cela, qu'il estoit impossible que les marques des quartiers y demeurassent, à cause que chacun ayant alors à faire du bois pour hutter, les autres bastons non peincts ou marquez estoyent tirez. On deffend aussi à tous de venir en ceste place, pendant qu'on marque les quartiers, excepté ceux qui y sont ordonnez: Car quand par cy-devant cela n'estoit point deffendu, on ne sçavoit faire les quartiers, pour l'empeschement des hommes, chariots, chevaux, paille, & du bois, qu'on y apportoit pour hutter.

Notez encore qu'on a trouvé necessaire de se servir au Camp d'une mesure commune, à sçavoir d'une verge departie en pieds & poulces, qu'on nomme la mesure du Camp, à cause que les Entrepreneurs d'ouvrages, Ingenieurs, Controlleurs de Fortification, Charpentiers, & autres venants de diverses Villes & Païs, avoyent chacun une mesure laquelle estoit en usage en leur Ville, fort differentes les unes des autres, dont s'ensuivoyent plusieurs absurditez.

Le Castrametateur est encore suivi de tous les Quartiermaistres des regiments, à fin qu'un quadrangle estant marqué, il leur soit monstré.

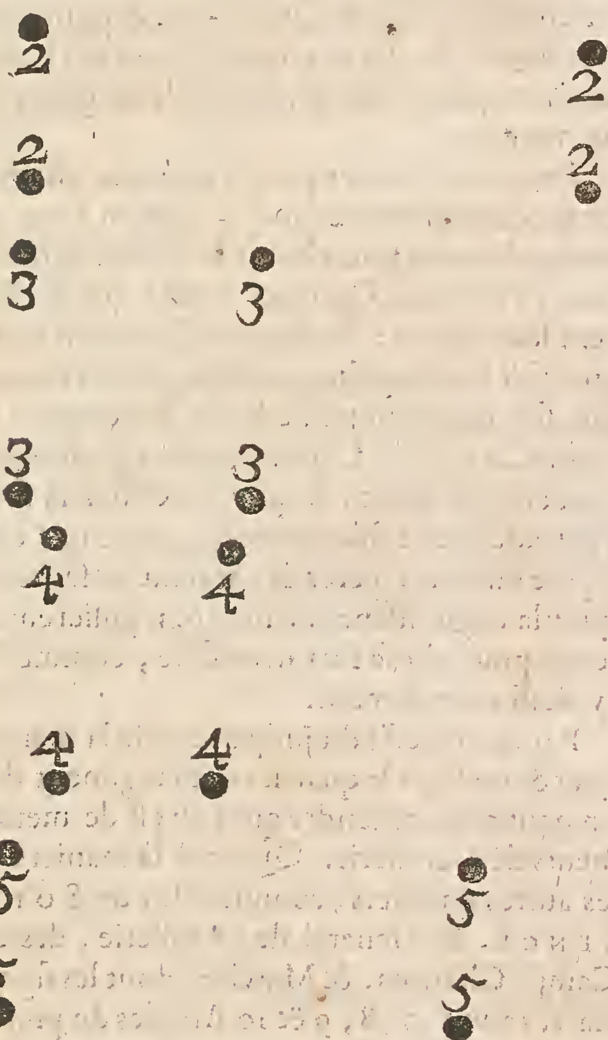
Cecy estant entendu, on met les quatre Banieres à marquer les quartiers de chaque regiment sur le Camp, selon

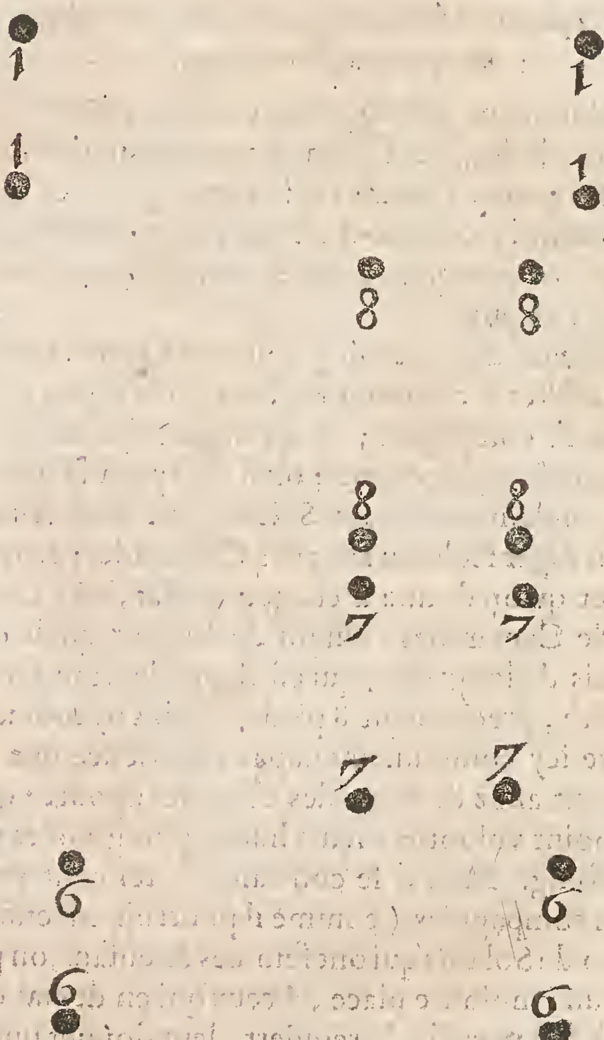
selon que la precedente figure en papier le requiert, comprenant des rectangles quadrangulaires, longs de 200 pieds, pour la gendarmerie. Lequel se fait par le moyen de la croix arpentique, & par le mesurement des longueurs selon la maniere vulgaire des Arpenteurs: ce qu'estant assez cognu aux Ingenieurs, il n'est pas besoing d'en donner plus particuliere instruction; on pourroit faire seulement quelque advertissement de briefveté, à sçavoir que des quatre costez des quadrangles il n'en faut mesurer qu'un ou deux, là où un des costez du Camp commence, car le reste se fait plus commodement par le trimarquement & secours de la croix arpentique, comme il leur est assez cognu.

Notez encore que les quatre Banieres d'un regiment se marquent de nombres, qu'on y taille avec des lettres, comme I, V, & X, qui avec des crens droits se peuvent facilement tailler; à sçavoir les quatre Banieres du regiment qu'on marque le premier, chacun d'un I, du deuxiesme chacun de deux II, & ainsi des autres, ce qui se fait pour eviter quelques difficultez; d'une part, pour ce que les Quartiermaistres mesmes, à cause de la grande multitude de Banieres, viennent quelquefois en dispute & dissention entre eux de leurs propres quartiers: Et d'autre part, afin que si on demande au Castrametateur (qui escrit tels nombres sur son papier comme il y a ausdites Banieres) ou à quelque autre apres quelque quartier, il le puisse monstrer incontinent sans aller au lieu.

Si tost qu'un regiment est ainsi marqué, on le monstre à son Quartiermaistre pour le garder.

Mais toutes les Banieres de l'Infanterie de ce Camp proposé estant mises, elles sont en tel ordre que demonstre la figure suivante, là où se peut voir combien il est necessaire de marquer les Banieres par des nombres taillez sur icelles comme dessus, pour cognoistre seurement chaque quartier.





III Article.

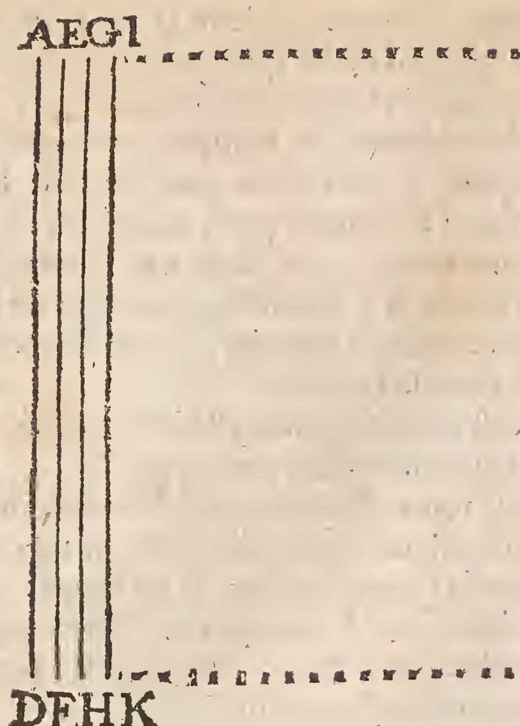
Du mesurement des places necessaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui se fait par chaque Quartiermaistre en son regiment.

Ayant traité de la maniere que doit observer le Castrametateur en marquant & mesurant, reste à parler de celle des Quartiermaistres chacun en son regiment, ce que le Castrametateur, comme il est dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en aussi peu de temps qu'il est requis icy.

Doncques le Quartiermaistre aura devant luy un plan de son regiment, comme celuy du troisiesme Article du premer Chapitre, pour en trouver toutes les longueurs necessaires s'il ne les sçavoit assez par memoire, une mesure aussi de Camp longue au moins de 8 pieds, & certaines cordelles pour s'en servir comme il sera dit.

Ayant ainsi pourveu au lieu de son quartier, lequel soit entre les quatre Banieres A B C D, signifiant le quadrangle des logis des Soldats, il partit au long d'une cordelle tenduë, la longueur A B de 8 en 8 pieds, comme son plan demonstre, fichant à chaque poinct un rameau ou petit baston, ce qui est signifié par les poincts entre A & B: Il fait aussi semblable partition au bout de derriere comme de D à C.

Estant venu jusques là, il faut maintenant que les Sergeans fassent la partition des huttes de la gendarmerie, dont il sera parlé au quatriesme Article; mais cependant les Quartiermaistres marquent les logis des Capitaines devant la gendarmerie, & les huttes des Vivandiers derriere la gendarmerie, comme le demonstre la figure susdite du troisiesme Article au premier Chapitre.



IV Article.

De la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en sa compagnie.

Le mesurement des Quartiermaistres estant achevé comme dessus, s'ensuivent les partitions des huttes par les Sergeans, chacun en sa compagnie, ce que le Quartiermaistre comme il est dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en aussi peu de temps qu'il est icy requis.

Le Sergeant doit sçavoir (à quoy le Quartiermaistre luy doit assister) combien de huttes ou à peu pres il faut pour sa compagnie; ce qu'il peut sçavoir par la Castrametation precedente, ou si c'est pour la premiere fois, en demandant aux Soldats, qui sont ceux qui voudront loger seuls, ou avec des Camarades; en qu'oy faut noter qu'on donne à chaque Soldat, ou à chaque troupe de Camarades, autant de largeur qu'ils desirent, mais de longueur, qui est depuis le front jusques au derriere, precisement 8 pieds, ny plus ny moins: & on trouve icy communement par experience que 100 Soldats ont assez de deux files de huttes; pource qu'ils ne font point volontiers leurs huttes plus grandes qu'il n'est besoing. Mais si le contraire se rencontroit en quelques compagnies (comme il pourroit advenir par beaucoup de Soldats qui ont femmes & enfans, on peut donner une moindre place, à ceux qui en demandent trop; ou si la necessité le requiert, leur donner une file de huttes d'avantage. Or le nombre des huttes ainsi trouvé, se partira en deux, mettant à chaque costé environ egal nombre, en telle distance les unes des autres, que les places vuides entre deux soyent quasi egales; il faut aussi sçavoir, qu'il y doit tousiours avoir une hutte à chaque bout des files, à fin que la figure de chaque compagnie, & aussi de tout le regiment soit tousiours un rectangle, & que les ruës au long d'icelles soyent d'egale largeur & droites. Il faut aussi noter que les deux premieres huttes de chaque compagnie sont pour le Lieutenant & Port'enseigne, à sçavoir celle du Lieutenant à costé droit, l'autre à gauche, & les deux dernieres huttes pour les deux Sergeans, à fin que comme en marchant ils sont les derniers, qu'ainsi en logeant ils ayent aussi les dernieres huttes.

Les Sergeans donc sçachans à quoy il leur faut prendre garde, on marque les huttes comme s'ensuit: Chaque Sergeant qui a deux files de huttes, met quatre cordelles tenduës entre les marques mises par le Quartiermaistre, entre lesquelles doivent venir les huttes, comme en la precedente figure du triosiesme Article les quatre cordelles A D, E F, G H, I K, & pour marquer chaque hutte, il fiche en terre quatre petits bastons, signifians les quatre coings, & ainsi le Sergeant a parachevé de marquer.

En apres, il est encore requis que chaque Sergeant en sa compagnie aye soing & face en sorte que les Soldats ne huttent point hors des limites qui leur sont données: Et chaque Quartiermaistre que les Sergeans facent leur devoir: Et chaque Capitaine que sa compagnie soit bien regulierement logée: Et chaque Colonel que son regiment puisse servir d'exemple à tous les autres: Car ainsi la Castrametation pourra proceder par tout en bon ordre: A quoy les Officiers susdits se doivent addonner diligemment, parce que chacun d'eux espere ou doit esperer de parvenir au supreme degré, à quoy la cognoissance de bien & regulierement loger est tenue pour chose fort necessaire, comme il a esté dit cy-dessus amplement.

Par ce qu'a esté dit jusques icy de la maniere de marquer & mesurer le quartier d'un regiment d'Infanterie, on peut assez entendre qu'il en est de mesme des regiments de Cavallerie. Quant à la maniere de marquer les autres quartiers, comme celuy de Son Excellence, du General de l'Artillerie, des Officiers du Camp, Chariots, & Marché, dont les figures sont declarées aux 6, 7, 8, 9 & 10 Articles du premier Chapitre, veu qu'il ne faut marquer de chacun qu'une figure de peu d'ouvrage, & qu'il y à des Ingenieurs qui entendent bien leur fait; & qu'il peuvent estre expediez aussi tost que les quartiers de la gendarmerie, il n'est pas besoin d'en donner une particuliere instruction.

Le tout estant ainsi mesuré & marqué, on mande à ceux ausquels on avoit defendu d'y estre presens, que chacun peut venir prendre place.

V Article.

Comment il faut marquer les places d'armes, rayer les trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouir.

Ceste façon de marquer des places d'armes en rayant des trenchées, se fait par un Ingenieur avec ses Conducteurs, accompagné de 50 ou 60 Pionniers qui fouissent les rayes, le long des mesches tandues, faisant deux lignes droites, à 6 pieds l'une de l'autre, pour la largeur du fossé, dont l'Interieur est 206 pieds distant des logis des Capitaines, tellement que les 200 pieds demeu-

demeurent pour la largeur des places d'armes, & 6 pieds pour l'espesseur du parapet.

Notez qu'encore bien que cy-devant on ait mandé aux gens du Camp, que chacun peut venir prendre sa place, cela n'empesche point à ces marques, veu que ce ne sont que deux lignes droitez, assez esloignées de la gendarmerie.

Les susdits rayons estans ainsi marquez, il reste de faire le calcul combien de pieds de retrenchement chaque regimẽt doit fouïr, ce qui au Camp des *Tres-puissants Seigneurs les Estats* se fait par l'Infanterie, comme par regle commune, sans en estre payée. A ceste fin je voy au precedent desseing sur le papier du premier Article de ce Chapitre (ce qui est encore plus clair en la figure de l'onziesme Article du premier Chapitre) de quelle longueur sont les rayons, & les deux costez qui sont les plus longs; se trouvent chacun de 2000 pieds, & les deux plus courts, chacun de 1750, qui font ensemble 7500 pieds; en quoy il y a 8560 Soldats, à sçavoir en chaque regiment comme cy-dessous, tiré de la premiere Liste du deuxiesme Chapitre.

Chastillon	1660
Bethune	1660
Frisons	760
Veer	1320
Comte Iean Ernest	1310
Quatre Gardes	800
Comte Ernest.	1050

Somme 8560 *Soldats ont à fouïr* 7500 *pieds.*

Avec cecy je dis selon la maniere de la regle de Compagnie: 8560 Soldats doivent fouïr 7500 pieds, combien 1660 Soldats de Chastillon? 1454 pieds, que je mets joignant de Chastillon: & faisant le semblable des autres regiments, la disposition du calcul, & ce que chacun doit fouïr est comme cy-dessous:

Chastillon	1660 *Soldats ont à fouïr*	1454
Bethune	1660	1454
Frisons	760	666
Veer	1320	1157
Comte Iean Ernest	1310	1148
Quatre Gardes	800	701
Comte Ernest	1050	920

8560 *Soldats ont à fouïr* 7500 *pieds.*

La longueur des pieds que chaque regiment doit fouïr, se marque hors de l'extremebord de l'extreme rayon avec une croix fouïe en terre. Posons par exemple qu'une telle marque commence au coing de H de la figure de l'onziesme Article du premier Chapitre, là où une croix estant marquée, on mesure de là en avant 1454 pieds pour le regiment de Chastillon, lesquels s'estendent jusques à I, là où se met aussi une croix, & ayant semblablement mesuré 1454 pieds pour Bethune, ils viennent jusques à la croix K: Et en procedant ainsi, la derniere partie restante est pour le regiment du *Comte Erneste*, laquelle (s'il n'y a point de faute és mesures) se doit trouver sur la terre de 920 pieds. Et ainsi j'ay demonstré la maniere de marquer ou mesurer un Camp, laquelle je m'estois proposée de descrire en ce troisiesme Chapitre.

VI Article.

Contenant une admonition, pour entretenir en bon ordre ce qui est bien marqué & basti.

Ayant parlé jusques icy de la maniere de marquer un Camp, il faut encore faire quelque advertissement de ce que les Quartiermaistres ont à observer chacun en son quartier, à fin que ce qui est bien marqué & basti, soit entretenu en bon ordre.

En premier lieu, que nuls Soldats, leurs Femmes, Enfans, ou quelque autre de leur part, ne pourront tenir Taverne, ou vendre des denrées dans les regimens parmy les Soldats; car à tels sont ordonnées les huttes des Vivandiers derriere les regiments.

En second, que les Quartiermaistres, chacun devant, derriere, ou de costé de son quartier, ne permettent de fouïr sur les places d'armes & ruës aucuns puits à cuisiner, tables à jouër aux dez, ni autres puits; parce qu'il y a du danger d'aller par tels chemins, en hazard de se rompre un bras ou le col, principalement s'il y survient des allarmes lors que la nuict est obscure; ce qui est defendu pour bonne raison, par ce que derriere toutes les huttes des Vivandiers est ordonnée place hors de tels chemins pour faire des puits à cuisiner.

En troisiesme, que chaque Quartiermaistre ne permette devant, derriere, ou à costé de son quartier aucun bastiment de huttes, position de Tentes, ou Boutiques, vendition de biens sur des chariots, ou autrement; mais leur commande d'aller au Marché.

En quatriesme, veu qu'on permet icy aux Bouchers de loger és huttes derriere les regiments, & qu'il vient une mauvaise odeur & puanteur des entrailles des bestes tuées, causant des maladies, dont quelques uns de nos Camps precedents, comme aussi d'autres, en ont esté infectez, on peut pourvoir à cela fouissant en terre des puits profonds, sur lesquels on met des forts bois, & dessus des branches d'arbres avec leurs fueilles, ou de la paille, mais observant qu'il demeure un petit trou au milieu, sur lequel on met un chassis de telle forme que cestuy-cy, avec une petite fenestre quarrée, d'environ 16 ou 18 doigts; puis apres on met au-dessus la terre qui est venue du puits, mais en telle sorte qu'icelle fenestre se peut librement ouvrir & fermer pour ceux qui y jettent les entrailles ou ordures, & alors n'en sort nulle puanteur, comme il se trouve par experience, à quoy se peut aussi adjouster une raison, à sçavoir que les corps puants des hommes enterrez és cemetieres, voire és Eglises fermées, ne rendent aucune puanteur. Notez qu'encore bien que ces puits se facent és ruës ou chemins, ils sont sans aucun danger tant pour les hommes que pour les bestes, qui de nuict ne peuvent tomber dedans, veu qu'ils sont estouppez. On s'en sert aussi commodement pres les cuisines des grands Seigneurs, qui sans cela sont communement infectées de puanteur.

En cinquiesme, le Quartiermaistra fera fouïr aux Pionniers un petit fossé de la largeur de deux pieds, & autant profond au bout de dix pieds qui sont donnez pour place vuide des huttes des Vivandiers, & ce à fin de les faire demeurer dans telles limites; car autrement les puits à cuisiner que l'un met plus loing de sa hutte que l'autre, viennent sur la grande ruë, avec les incommoditez dont j'ay parlé cy-devant, causant aussi des ruës tortues & irregulieres, ce qui est empesché par le dit fossé.

En sixiesme, il faut sçavoir qu'il y en a quelques uns qui se disent Marchands & Vivandiers, & ne le sont pas; lesquels au commencement qu'on distribuë les places, prenent les meilleurs, mais comme en apres elles demeurent vuides, & n'y apportent aucunes denrées faisans

faisans semblant de les attendre d'heure à autre, ils trainent si longuement, qu'ils vendent icelles places le plus cher qu'ils peuvent, à d'autres Marchands qui viennent en apres: Pour obvier à cest inconvenient, on distribue les places à telle condition, que si un autre vient qui la veille, ayant ses biens prests à la main, qu'elle luy sera donnée, & le bastiment de huttes que sous pretexte ils pourroyent avoir commencé, sera perdu, sans pouvoir demander aucune chose de leur peine, ne aussi pour la matiere, car quand ils l'ont prinse du Païs, elle ne leur appartient: quant aux Tentes vuides ou Boutiques qui leur appartiennent, ils les peuvét oster & tenir pour eux.

IV. CHAPITRE.

De ce qui selon mon opinion seroit utile & necessaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme.

ARGUMENT DE CE IV CHAPITRE.

IL y aura icy trois Articles contenant ce qui s'ensuit:

Le 1 Article, pourquoy en la precedente Castrametation la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.

Le 2 Article, contenant le dessein d'un Camp, dont la forme pourroit continuellement demeurer le mesme.

Le 3 Article de la partition de la gendarmerie necessaire à la Castrametation reguliere.

I ARTICLE.

Pourquoy en la precedente Castrametation, la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.

PLusieurs estiment que la Castrametation des Romains a esté tres-singuliere, tellement que leur ennemy le Roy Pyrrhus (comme recite Plutarche) s'en esmerveillant, disoit que cest ordre des Barbares n'estoit point barbare. Quand aussi on considere la forme selon la description de Polybe (laquelle est mise cy-devant au premier Article du premier Chapitre) on y trouve, outre la commodité, que la symmetrie de similitude entre le costé dextre & senestre y est imitée, laquelle les vieux Architectes observoyent curieusement: Le Camp aussi avoit tousiours en divers lieux une mesme forme, tellement que par tout où il estoit planté, chacun pouvoit trouver tous logis, comme si sans mutation de lieu il eust tousiours demeuré en une mesme place, ce qui sans doute causoit une grande commodité, tellement que ceste maniere est à bon droit louée de plusieurs. Cecy estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoy SON EXCELLENCE ne l'a entierement suivi, ou plus qu'il n'a fait. A quoy on respond: Premierement que la cause pourquoy la susdite egalité de forme en tous lieux ne se peut practiquer en nos Camps, à l'exemple des Romains, est qu'ils n'avoyent pas seulement egalité de gens aux compagnies & regiments, qu'ils nommoyent manipules & cohortes, mais aussi encore en deux degrez plus haut, à sçavoir en Legions & Camp, dont il sera parlé plus particulierement au troisiesme Article suivant de la partition de la gendarmerie des Romains, lequel entretenement accompli, requiert un plus grand pourvoir qu'il n'y a pour le present (comme il semble) en quelques Princes ou Republiques menans la guerre. SON EXCELLENCE aussi estime pour plusieurs raisons, que les Camps de Romains n'ont pas tousiours esté si reguliers, comme quelques uns se persuadent. Premierement, pour ce qu'on ne trouve pas par tout (mais rarement comme il luy est notoire par experience) des Camps aussi longs que larges de 200 pieds, ausquels il n'y aye quelques incommoditez de hauteurs, profondeurs, marescages, ou autres lieux où l'on ne peut loger, ce qui se rencontrant ainsi, il faut qu'il s'ensuive grand changement en la forme. En second lieu, au siege des Villes, où il faut departir les Legions selon qu'il est requis pour la closture de la Ville, la reguliere Castrametation ne se pouvoit faire. En troisiesme, à cause que le nombre de leur Infanterie nommée *Evocati*, estoit incertain & souvent plus grand que ne pouvoit comprendre la place marquée selon la regle generale. En quatriesme la gendarmerie estoit quelquefois logée sur le Marché, qui à ceste occasion fut transporté au questoire. En cinquiesme, il y advenoit souvent en peu de temps grand changement de la gendarmerie qui s'enfuioit, mourroit de maladie, qui estoit battue des ennemis, qui estoit aussi mise en garnison dans les Villes & Forteresses gaignées, tellement que les manipules, cohortes & legions ne se pouvoyent remplir à la haste: A quoy se doit aussi rapporter ce qu'escrit Cesar en son cinquiesme livre, à sçavoir qu'encore bien que le Camp fut petit, & à peine de sept mille hommes & sans bagage, qu'il l'amoindrit tant qu'il peut, faisant les chemins plus estroicts. En sixiesme, Polybe dit que les Legions estans plus remplies, les longueurs & largeurs estoyent augmentées, selon qu'il estoit requis: Par lesquelles choses la Castrametation ne se pouvoit tousiours faire sur une mesme façon, selon les mesures definies par la regle generale, mais il falloit faire nouveau calcul & plan selon ce que le Camp proposé requeroit: Mais il est à estimer qu'ils suivoyent tousiours la regle le plus pres qu'ils pouvoyent, tellemét que par cela les commoditez des ruës & le trouver des logis estoit plus facile qu'il n'eust esté autrement.

Il est encore à noter, que le General de Camp des Romains avec les Officiers logeoyent d'un costé du Camp, mais la grande multitude de la gendarmerie, comme les deux Legions Romaines, avec les *Socii*, emplissoyent la grande place du Camp D E F G: Desquelles choses ils avoyent leurs raisons particulieres, mais passant tout cela, il semble plus expedient de suivre la regle generale de Xenophon mentionnée cy-devant, à sçavoir que le General du Camp avec le train, soit logé au milieu de la gendarmerie, comme il en sera mis exemple au deuxiesme Article suivant: Il semble aussi, selon la Castrametation de Polybe, qu'il n'y a point de places au Camp pour les machines, chariots, juments, mulets, magazins de munition de Guerre, magazins de vivres & fourrage, ny aussi pour les gens hors de service, comme Marchands, Taverniers, & gens de mestier, qui doivent avoir grande place, à quoy, comme l'on estime, servoyent leurs Fauxbourgs qu'ils nommoyent *procestria*, ausquels ils mettoyent des gardes particulieres: Mais il semble qu'on les ordonne tous par meilleure raison selon la susdite reglé generale de Xenophon dedans le Camp, car en augmentant sa largeur seulement de 200 pieds, ils l'auroyent agrandi d'une superfice large de 200 pieds, & longue de 2000, cela faisant seulement 400 pieds de retrenchement d'avantage; tellement que par cela les susdites choses pourroyent estre comprinses dedans le Camp avec moindre peine, despens, & garnison ou garde, & aussi avec plus de commodité & asseurance, que d'en faire Fauxbourgs particuliers.

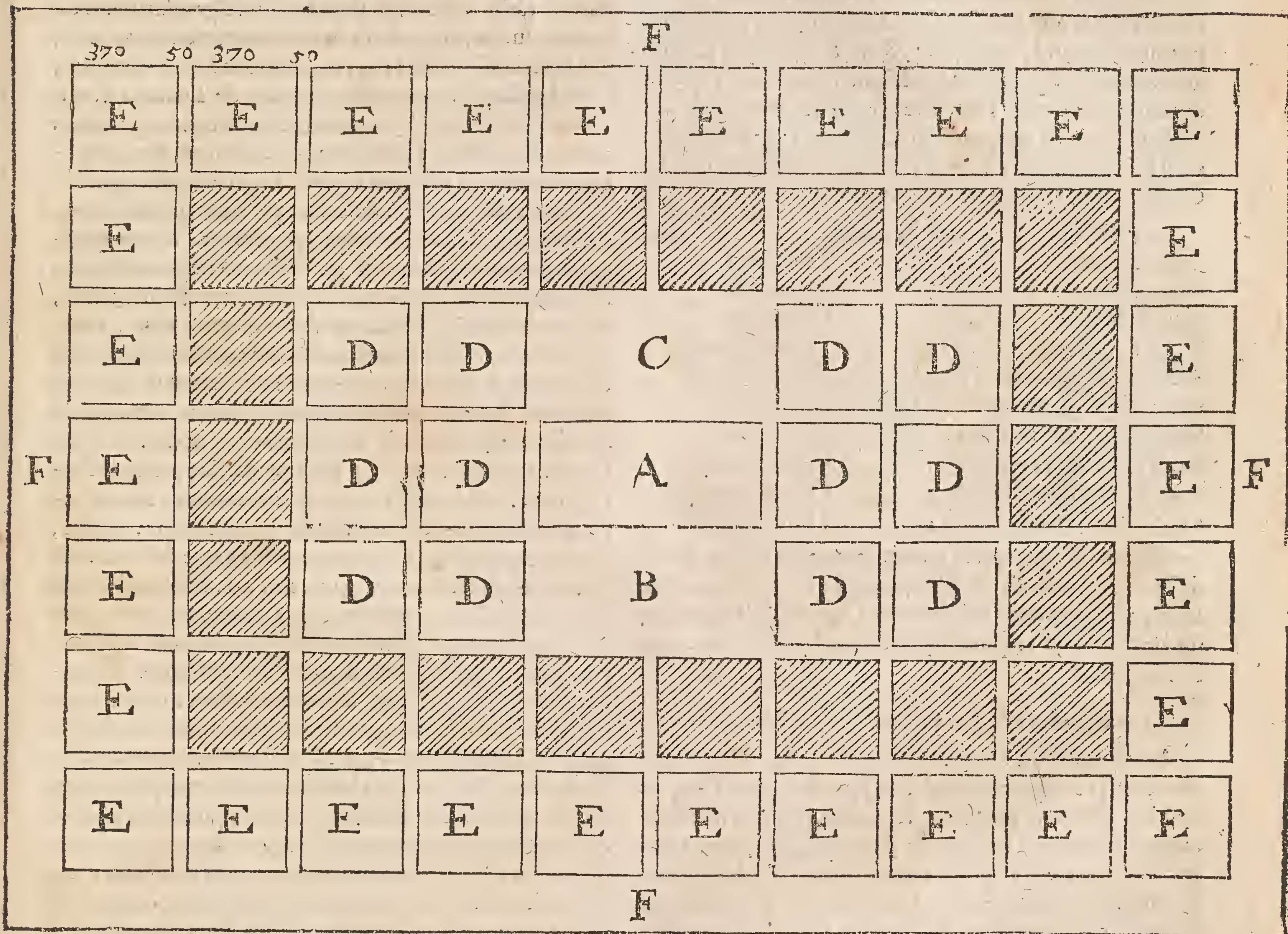
Toutes

Toutes lesquelles raisons ont esté cause pourquoy Son Excellence n'a point imité en la precedente Castrametation, la maniere des Romains d'aussi pres qu'on eut peu bien faire; ce que j'avois envie de declarer en ce premier Article.

II Article.

Contenant le dessein d'un Camp qui pourroit demeurer continuellement de mesme forme.

Combien qu'on ne se puisse point faire de pourtraict qui demeure tousiours le meilleur, & qu'encore qu'il soit faisable qu'il ne se puisse prouver estre tel, si est-ce toutefois qu'un chacun peut declarer son opinion de ce qui luy semble presentement le meilleur, pour demeurer longuement & estre continuellement amendé. A telle intention je mettray la figure suivante, en laquelle A signifie le quartier du General du Camp, B une place vuide devant, servant pour assembler ceux qui ont journellement affaire à luy, C le Marché derriere le quartier du General, D divers quartiers pour les Officiers, artillerie, munition de guerre, vivres, chariots, fourrage, Seigneurs estrangers, & autres qui se trouvent necessaires en un Camp: Les quarrez noircis alentour de ces quartiers, signifient les regiments de la Cavallerie, & alentour d'iceux les regiments d'Infanterie marquez par E, desquels les particulieres partitions n'estans point marquées, à cause de leur petitesse, il faut supposer qu'ils sont faits comme il est declaré és troisiesme & cinquiesme Articles du premier Chapitre: Alentour de l'Infanterie sont les places d'armes F: Toutes les ruës sont d'egale largeur de 50 pieds.



Mais pour reciter ce qui est dit jusques icy avec des mots, par lesquels si la figure estoit abusivement marquée, on pourroit faire une autre nouvelle mieux que par icelle narration, je dis que ce Camp sans places d'armes comprend 70 quarrez, 10 en longueur, & 7 en largeur, dont les 30 exterieurs marquez E sont pour l'Infanterie, les 22 quarrez noircis touchants les quartiers E, sont pour la Cavallerie: Les deux quarrez ensemble marquez de A, sont pour le General de Camp: Les deux quarrez devant ensemble marquez par B, sont la place vuide: Les deux quarrez ensemble derriere le quartier A, marquez C, sont le Marché: Les 12 quarrez avec D, à sçavoir six de chaque costé, sont pour le train. Or que le marquement sur la campagne en seroit facile, appert à la veuë. Ainsi faisant, on suivroit la susdite regle generale de Xenophon, à sçavoir que le General de Camp avec les Officiers, bagage & train, sont au milieu, environnez de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie. A ce que dit est sert la Figure suivante, sur laquelle on adviseroit plus particulierement quand il seroit question de la mettre en practique, par laquelle j'estime avoir assez declaré mon intention de ce deuxiesme Article.

III Article.

De la partition de la gendarmerie necessaire à la reguliere Castrametation.

Pour loger tousiours un Camp regulierement d'une mesme forme, il est necessaire d'avoir bonne partition de la gendarmerie, & parce que cela emporte beaucoup, tant en d'autres parties militaires, que pour la Castrametation, j'en traicteray un peu plus amplement.

Diverses Nations ont fait la partition de la gendarmerie diversement, chacune selon son opinion, dont je mettray icy quelques unes des principales pour exem-

exemple, à sçavoir les partitions des Hebrieux, Grecs, Romains & Tartares.

Partition de la gendarmerie des Hebrieux.

Moyse (selon ce qu'escrit Josephe) a mis par le conseil de Raguël, Pere de sa Femme, des Chefs sur chaque troupe de quantité, comme s'ensuit:

10000. 1000. 500. 100. 50. 30. 20. 10.

Partition de la gendarmerie des Grecs.

Les Grecs avoyent en leurs divers gouvernements en divers temps; diverses partitions, lesquelles Patritius recite en son huictiesme Livre, mais veu que la plus particuliere distinction se trouve en la partition descrite par Elian, j'en mettray icy seulement le sens en brief. Ils ont choisi une continuelle progression binaire, commençant par une file de 16 Soldats, qui avoyent le nom premier, second, troisiesme, & ainsi des autres jusques au seiziesme: Il y avoit en l'enseigne 16 files, qui avoyent chacune de nom de premiere, seconde, troisiesme, & ainsi des autres jusques à la seiziesme: Ils mettoyent aussi sur ces files & enseignes de progression binaire des Commandeurs nommez comme s'ensuit:

	1 file de	16	hommes.	
Sur	2 files de	32		*Dilochita.*
Sur	4 files de	64		*Tetrarcha.*
Sur	8 files de	128		*Taxiarcha.*
Sur	1 enseigne de	256		*Sintagmatarcha.*
Sur	2 enseignes de	512	hommes	*Pentacosiarcha.*
Sur	4 enseignes de	1024	commandoit un	*Chiliarcha.*
Sur	8 enseignes de	2048		*Merarcha.*
Sur	16 enseignes de	4096		*Phalangarcha.*
Sur	32 enseignes de	8192		*Diphalangarcha.*
Sur	64 enseignes de	16384		*Tetraphalangarcha.*

Quant à ce que quelques uns pourroyent dire que la susdite progression ne doit point commencer par une file de 16 hommes, mais suivant l'intention d'Elian par un homme, je respondray à ceste objection cy-apres en son lieu.

Partition de la gendarmerie des Romains.

Au temps dont escrit Polybe, une Legion Romaine estoit de 4200 gens de pied, & 300 chevaux: Les gens de pied estoyent partis en 10 regiments, qu'ils nommoyent *Cohortes*, chacune de 3 compagnies, nommées par eux manipules, qui avoyent chacune deux Capitaines nommez *Centuriones*: Les cohortes ou regiments n'avoyent point chacun un propre Colonel, mais sur les dix regiments de la Legion commandoyent six Officiers ensemble, nommez Tribuns. La premiere enseigne des trois d'un regiment estoit de 120 *Hastati*; La deuxiesme de 120 *Principes*; La troisiesme de 60 *Triarij*; estans tous armez pesemment, & chaque compagnie avoit avec elle 40 legerement armez, à sçavoir Jaculateurs ou Tireurs qu'ils nommoyent *Velites*, ce qui estoit comme on fait maintenant les compagnies de Piquiers armez & Mosquettiers: Les compagnies se partissoyent en files & rangs, les files estoyent de 10 Soldats, lesquelles (la compagnie estant en ordre de bataille) estoyent aux lignes depuis le front jusques au dos & rangs qui estoyent aux lignes depuis le costé droit jusques au costé gauche, chacun des dix Soldats se nommoit en sa file, le premier, deuxiesme, troisiesme, & ainsi des autres selon sa place: Les files se nommoyent aussi la premiere, deuxiesme, troisiesme, & ainsi des autres jusques à la derniere, celle des *Hastati* & *Principes* alloit jusques à la douziesme, & des *Triarij* à la sixiesme. Les susdits 300 chevaux estoient partis en 10 troupes, chacune de 30, nommées *Turmæ*: Ces manipules & cohortes avoyent des banderolles pour enseignes, & les Legions chacune un aigle d'argent. Le Camp des Romains avoit deux Legions, & environ encore autant de ceux qui n'estoyent point Romains, comme *Socij*, *Evocati*, *Ablecti* & *Extraordinarij*, tellement qu'il estoit environ de 16000 hommes: Quand on avoit à faire de plus de gendarmerie, il y avoit deux Camps, chacun ayant son General, de forme comme le precedent, & ordonnez dos contre dos, ce qui estoit avec les costez pres lesquels logeoyent les Generaux.

Partition de la gendarmerie des Tartares.

Cangio qui a esté le premier grand Cam, comme Aiton escrit, a usé en la partition de sa gendarmerie de la continuelle progression denaire, commençant par 10, mettant des Chefs sur 10, 100, 1000, 10000 hommes, lequel ordre duroit encore au temps de Tamerlan, qui faisant corriger quelques abus, & reduire à ses principes aucun des ordres, y introduit, comme il est dit au commencement du premier Article du premier Chapitre.

Jusques icy ont esté descrites quelques partitions anciennes: quant à celles du temps present, il n'y a maintenant au monde à ce que je sçache partition ordonnée selon regle, combien qu'elle soit fort necessaire & utile, mais on trouve en un Camp des enseignes d'un, deux, ou trois, les autres de quatre & cinq cens hommes, plus ou moins, & ainsi des regiments: de sorte que mon intention estant de declarer mon opinion touchant la meilleure partition, je ne parleray point de celles-la. Quant aux susdites autres, j'estime que la partition Hebraïque & celle des Tartares est une mesme, consistantes toutes deux en continuelle progression denaire, commençant par 10; car encore bien que Moyse mist entre 100 & 10 encore 500, 30, 20, semblablement entre 1000 & 100 encore 500, cela ne fait rien contre la regle de progression denaire. Ce que pour declarer par exemple, posons qu'il y eust une partition de gendarmerie à present avec telle progression, en laquelle une enseigne de 100 hommes aye la moitié de 50 Piquiers, l'autre moitié de 30 Mousquettiers, avec 20 Arquebusiers, & que sur chacune de ces troupes soit en combatant un Conducteur ou Commandeur, cela ne causeroit à la progression premierement posée (qui demeure en estre) aucune confusion, non plus si on y ordonnoit en l'enseigne encore un Lieutenant & des Sergeans avec un Port'enseigne & des Tambourins, qui menent aussi la gendarmerie à l'Ennemy, l'un par signe visible, l'autre par la voix & l'ouye. Il faut aussi entendre le mesme de l'enseigne des 100 Hebrieux; car si on prend que les 50 soyent pesemment armez, les autres 50 de 30 Sagittaires & 20 Jetteurs, comme les Grecs, Romains, & autres avoyent aussi leurs Sagittaires & Jetteurs, & comme il semble que la raison naturelle vueille telle maniere d'ordre, la cause seroit notoire pourquoy la partition des Hebrieux de 50, 30 & 20 y est faite entre 100 & 10, sans toutefois rompre la progression denaire premierement posée, par ce que chacun demeure commandant sur ses dix comme au paravant: Quant aux 500 entre 1000 & 100, ceux qui concedent qu'un Lieutenant Colonel commandant à un regiment entier de 1000 hommes, ne rompent point la progression denaire, ceux-la concederont facilement le mesme de deux Lieutenants commandans chacun à la moitié du regiment, veu que le Colonel & chaque Capitaine demeu-

demeurent en commandement sur leurs dix comme devant : Tellement que si quelqu'un disoit que l'ordre Hebraïque consiste en progression denaire de Chefs sur 10. 100. 1000. 10000 gendarmes, la proprieté en seroit exprimée, car iceux Officiers entreposez (ausquels on pourroit encore adjouster les Port'enseignes & Tambourins) ne sont que narration de l'appendice de ceste progression denaire.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander, pourquoy les Hebrieux ne faisoyent ceste partition entre 100 & 10 de 50. 25 & 25, divisant les 50 restans en deux troupes egales, comme les 100 se divisoyent en 50 & 50, & comme ils faisoyent aussi avec 1000 en 500 & 500: Il semble que la cause soit, que par deux troupes chacune de 25, l'ordre des files eust esté rompu; parce qu'il eust fallu qu'un Decurien eust eu sous luy 5 Sagittaires & 5 Jetteurs, ce qui eust esté absurd : parquoy la partition de 30 & 20 estoit meilleure, parce que par cela les Decuriens avoyent des files entieres de mesmes armes : Et si ce qui est dit n'est point la vraye cause, si est-ce qu'il seroit bon de le suivre, comme s'il estoit ainsi.

On pourroit encore demander que puis que Moyse a voulu observer la progression denaire, pourquoy il n'avançoit un degré plus outre, à sçavoir aux Capitaines sur 100000, veu que le Camp contenoit plus de 500000 hommes : La raison est qu'ils estoyent repartis en onze lignées, ayant chacune son Chef, de sorte qu'il n'y avoit proprement qu'à prendre garde sur ces onze Chefs, & non pas sur une multitude outre 50, desquels il n'eust sceu observer le comportement de chacun en particulier, comme la chose le requeroit: Mais si l'accident d'icelles onze lignées ny eust pas esté, il semble qu'il auroit avancé le susdit degré, & mis des Chefs sur 100000 hommes.

Or ayant ainsi declaré que la partition Hebraïque consiste en parfaicte continuelle progression denaire, commençant avec 10, comme celle ces Tartares, il reste à considerer que les Hebrieux ayant esté les premiers, & que leur ordre estant long temps apres imité des Tartares, qu'il est raisonnable de la nommer là où il viendra à point, la partition Hebraïque. Quant à ce que quelques uns voudroyent soustenir, que Moyse n'estoit pas le premier qui la mit en practique, & que Raguël qui luy donnoit le conseil, le pouvoit avoir apprins des tres-sçavants Egyptiens, je ne veux point tirer les armes à cause de cela; mais veu qu'elle est la premiere qu'on trouve par escrit, & qu'on a coustume de la nommer l'Hebraïque, je m'y arresteray, & dis de plus qu'elle me plaist sur la Grecque, Romaine, & toutes autres partitions : voire je ne pense pas qu'il s'en puisse trouver une meilleure : car encore bien qu'il ne se face rien de main d'homme si artificiellement, qu'on puisse dire qu'il est impossible de mieux faire, parce qu'on ne le sçauroit prouver ; si est-ce qu'il y a autre raison en cecy, à peu pres comme de propositions mathematiques, dont il y a solution si certaine, qu'il ne s'en peut donner autre plus vraye. Pour doncques venir à la declaration des raisons, pourquoy j'estime qu'il n'y peut avoir de meilleure partition que ceste-cy, il faut premierement sçavoir, que puis qu'elle consiste en continuelle progression denaire, dont j'ay descrit un particulier livret, contenant sa dignité & utilité aux negotiations humaines, aussi ne sera-il pas besoing de le repeter, d'autant plus qu'il y a plusieurs qui levent la progression denaire, non seulement par parolles & escritures, mais qui s'en servent aussi en effect. Quant à son utilité particuliere en ceste partition de la gendarmerie, je la descriray comme s'ensuit : En premier lieu pour me faire bien entendre, je prendray premierement que les Soldats en chaque file (comme il a esté dit cy-devant des Grecs & Romains) sont nommez premier, deuxiesme, troisiesme, & ainsi des autres jusques au dixiesme : Apres je pose que le nom de la marque de chaque 100 Soldats soit enseigne, & de chaque 1000 guimple, & de chaque 10000 estandart : Que les files aussi en chaque enseigne, les enseignes en chaque guimple, les guimples en chaque estandart, soyent nommez premier, deuxiesme, troisiesme, & ainsi des autres jusques au dixiesme, si la multitude de la gendarmerie estoit d'un degré plus haut, qui est jusques à 100000, on choisiroit le nom d'une quatriesme marque : Les troupes de 10, 100, 1000, 10000, 100000 Soldats se nomment aussi decurie, centurie, troupe de mille, troupe de dix mille, troupe de cent mille ; & leurs Commandeurs Decurien, Centurien, Conducteur de mille, Conducteur de dix mille, Conducteur de cent mille. Cecy estant entendu, je traiteray maintenant de l'utilité procedant de la partition Hebraïque.

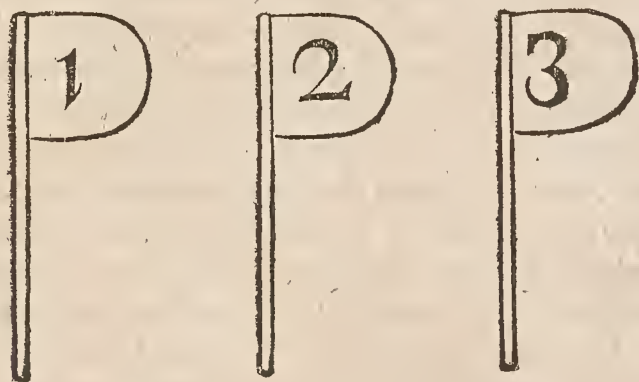
Premierement, que chaque Commandeur, de quelle grandeur que soit aussi le Camp, n'a proprement à soigner que sur dix hommes qui sont immediatement sous luy, observant que chacun d'eux face son devoir comme il appartient, ce qui pour la petite & commode quantité luy est possible, & par ainsi le tout peut estre bien gouverné : Comme par exemple chaque Decurien a à aprendre garde sur ses dix Soldats, chaque Centurien ou Capitaine sur ses dix Decuriens : Quant aux difficultez qui arrivent entre ses 100 Soldats és choses qui sont sous le jugement des Decuriens, ils en pourvoyent chacun en sa file, ou s'ils ne le font pas, le Capitaine en doit parler aux Decuriens, ausquels la chose touche, & les admonester ou conseiller selon que la chose le requiert : Semblablement chaque Colonel n'a seulement qu'à prendre garde sur ses dix Capitaines ; quant aux difficultez qui se rencontrent entre ses cent Decuriens avec les 1000 Soldats en choses qui sont sous le jugement des Capitaines, ils en pourvoyent chacun en sa compagnie, où s'ils ne le font pas, le Colonel en doit parler aux Capitaines, ausquels la chose touche, & les admonester ou conseiller selon ce que la chose requiert; & ainsi des Chefs 10000 & de 100000.

En deuxiesme lieu, on peut par cest ordre advancer beaucoup en peu de temps les ouvrages de Camp comme fouïr, couper branches, faire des fagots, gabions, & clayes, à cause que personne ne se peut cacher qu'avec peril, parce qu'il y a sur chaque dixaine un Decurien qui a l'œil sur eux, prenant continuellement garde à leur travail, parce aussi qu'il y a un Capitaine qui commande sur chaque dixaine de Decuriens, lequel a soin de leur faire faire leur devoir, comme il appartient : Il y a encore des Colonels, sur dix desdits Capitaines, & ainsi des autres.

En troisiesme, ceste maniere de partition n'estoit point de longue declaration ny difficile à retenir par memoire, comme la precedente des Romains & autres; car sçachant seulement que c'est de progression denaire, tout est assez cognu : ce qui cause aussi facilité aux livres de Finance qu'on tient de la gendarmerie, de leurs payements & descomptes. Les monstres peuvent aussi par là estre fort faciles, par ce qu'on peut journellement voir ce qui y manque sans faire monstre, pour ceste occasion : Estant commandé par regle generale que les compagnies ne soyent meslées en marchant, mais qu'elles aillent distinctement en leurs files & rangs, à sçavoir

chacune 50 Mousquettiers devant ou derriere leurs 50 Piquiers, quand on peut marcher seulement cinq de front, mais joignant leurs Piquiers quand la largeur du chemin le permet (ce que requeroit aussi l'ordre de bataille des Romains, que je tiens pour le meilleur, dont il sera parlé ailleurs) alors on voit en un clin d'œil si tout y est, à sçavoir cinq files de Piquiers avec autant de Mousquettiers; & si quelqu'un defaut, le Commissaire des monstres, ou quelque autre qui a la charge, peut demander au Decurien de la file, d'où vient la faute, où est demeuté cest homme, comme estant son office d'y prendre garde, & estant interrogué d'en dire ce qu'il en sçait, dont on peut faire encore plus particuliere enqueste par le Soldat qui alloit derriere luy, estant obligé d'en dire ce qu'il en sçait; & par ainsi on descouvre la qualité de l'offence; pour le chastier selon le merite, & prevenir aux difficultez & malheurs, qui procedent du desordre, comme la tromperie de tirer des gages sans en faire service, en marchant se separer de la compagnie & piller les Paysans, en cheminant en des surprises dangereuses se cacher, ne comparoistre point aux gardes & choses semblables; ce que pour la grande multitude des transgresseurs (qui par faute d'ordre s'y font ordinairement) il faut laisser impuni, ou quelquefois par grande necessité punir trop rudement, sans pouvoir avoir consideration des causes.

En quatriesme, il y peut avoir une grande commodité au logement du Camp par ceste partition denaire, & pour la declarer, il faut sçavoir qu'on mettra aux guimples les nombres de leur ordre, avec des lettres



tres-grandes, comme la premiere guimple avec 1, la deuxiesme avec 2, la troisiesme avec 3, & ainsi des autres jusques à la dixiesme, comme il est icy monstré par exemple en ces trois figures. Les enseignes ont deux nombres, le premier signifie la quantiesme elle est, l'autre signifie le nombre de la guimple, sous laquelle elle appartient, comme par exemple ceste enseigne avec 5. 7, monstre qu'elle est la cinquiesme de la septiesme guimple, & ainsi consequemment des autres. Ces guimples estans en un Camp qui a tousjours une mesme forme, mis par ordre tout de suite, chacune devant son regiment, & les enseignes chacune devant sa compagnie, un chacun peut trouver telle guimple ou enseigne qu'il desire, sans le demander, pourveu que lesdits nombres luy soyent cognus: En outre, il peut trouver chaque Soldat y logé, moyennant que les deux nombres competens luy soyent cognus, à sçavoir la quantiesme de la file est son enseigne, l'autre le quantiesme Soldat il est en sa file. Il est aussi manifeste par les raisons susdites, qu'une armée entiere estant en campagne, en ordre de bataille, chaque homme qu'on veut avoir se peut trouver sans demander, pourveu que les susdits nombres necessaires soyent cognus. Quant à ce que quelqu'un pourroit proposer qu'il peut advenir que quelque Soldat manqueroit en sa file, & que par cela l'ordre seroit rompu: On respond à cela, qu'il y a peu de difficulté en telle exception, car le cercheur ayant trouvé la file en laquelle son homme desiré est, il l'y peut facilement trouver.



En cinquiesme, l'on peut par ceste partition denaire commodement marquer les armes des Soldats, comme piques, mousquets, & harnois, tellement que de plusieurs milliers de pieces se peut dire en un clin d'œil à qui chaque piece appartient: Comme par exemple, une pique marquée avec ces quatre nombres 8. 2. 7. 3. bruslez au bois, ou battu dedans le fer avec formes d'acier, on dit qu'elle appartient au huictiesme Soldat dedans la deuxiesme file de la septiesme compagnie de la troisiesme guimple, & ainsi des autres armes: La marque des armes des Officiers, comme Decuriens, Capitaines, Colonels, & Chef d'Infanterie, est d'un, de deux & de trois nombres, comme par exemple 7.3.5, qui signifie les armes du Decurien de la 7 file de la 3 compagnie du 5 regiment: Secondement, 5. 8 signifie les armes du Capitaine de la 5 compagnie du 8 regiment: Tiercement 7, signifie les armes du Colonel du 7 regiment: Quartement 0, comme le commencement signifie les armes du Chef de l'Infanterie. Et le mesme se peut faire des armes de la Cavallerie. Et par ce moyen on peut prevenir beaucoup de debats, qui arrivent souvent entre les Soldats, à cause des armes: Quelques unes de ces armes aussi estant desrobées, le larron ne les ose vendre ni monstrer; car on verroit incontinent l'homme à qui elles appartiennent; ou si les lettres en sont ostées, cela donne soubçon que celuy qui les monstre l'a fait, & donne occasion d'en faire enqueste. Les Soldats Romains marquoyent bien leurs armes chacun de sa marque, mais cecy est plus commode.

En sixesme, ceste partition denaire sert pour apprendre en fort peu de temps aux nouveaux Soldats l'art militaire, consistant principalement à bien tirer des mousquets & arquebouses, à bien manier les piques & armes à main, entendre le faict des revolutions, des escarmouches, les choses aussi touchant la garde, & les rendre aussi experts que s'ils avoyent hanté la Guerre beaucoup d'années, car chaque Decurien n'auroit qu'à instruire ceux qui entrent de nouveau en sa file. Par exemple, quand ce seroit une quantité de 10000 hommes du tout inexperts en matiere de Guerre, qui se devroient deffendre à la haste il y en a qui en peu de temps pourroient parvenir à la cognoissance, moyennant qu'il y en eust un bien expert, qui instruisist les 10 Colonels; puis chaque Colonel eust ses 10 Capitaines, puis chaque Capitaine ses 10 Decuriens, puis chaque Decurien ses 10 Soldats; par ainsi les 10000 inexperts se pourroient advãcer & instruire tous ensemble en un mesme temps, & à peu de peine; parce que chaque Decurien en a si peu à enseigner, & qu'en outre il y a tels Surintendents, comme Capitaine, Colonel, & Chef de Camp, qui prennent garde s'ils se comportent comme il appartient.

En septiesme, l'on peut par ceste partition denaire acquerir une grande commodité au faict des chariots, les divisant comme s'ensuit: 10 chariots sous un Decurien, 100 sous un Centurien, 1000 sous un Chiliarche, & seront (comme il a esté dit cy-devant des armes de la gendarmerie) marquez de quatre nombres peincts sur telles petites enseignes de fueille de fer qu'on met en quelquels Camps sur les chariots: Comme par exemple, une de ces enseignes avec ces quatre nombres 2. 7. 3. 2, signi-

signifie le deuxiesme chariot sous le septiesme Decurien du troisiesme Centurien du deuxiesme Chiliarche : La premiere enseigne de chaque dix, peut (pour en avoir une visible distinction) estre plus grande que les autres neuf. Semblablemẽt chaque premiere enseigne de 100 peut estre plus grande que chaque premiere de 10, & chaque premiere de 1000 plus grande que chaque premiere de 100. En marchant chaque Decurien est tenu de faire suivre ses dix chariots par ordre tout de suite & demeurer continuellement aupres. Estant campé, les faire mettre en ordre au quartier des chariots: De bien cognoistre personnellement ses dix Chartiers, de rendre compte & donner advis des absents, quand & où ils se sont absentez, ou pourquoy ils ne sont presents; ce qui leur est facile de faire pour la petite quantité de dix. Chaque Centurien commandera sur ses dix Decuriens, prenant garde que chacun observe ce qui est de son devoir & office, comme il appartient, & jugera des differens qui surviennent entr'eux; Demeurera aussi en marchant tousiours pres de ses 100 chariots: Et semblablement chaque Chiliarche commandera & prendra garde sur ses dix Centuriens, & le General des chariots sur les Chiliarches, & en general sur tous. Les commoditez qui en provienne nt sont telles.

Pour le premier, puis que la place de chaque chariot est cognue, on le peut facilement trouver avec les personnes & biens qui sont dessus, tant en marchant qu'en un Camp logé, sans estre tenu de s'en enquester, moyennant que les nombres en soyent cognus, tendant à grande commodité non seulement des Officiers en l'administration de leurs affaires militaires, mais aussi pour un chacun en particulier.

Les monstres aussi des chariots peuvent par ce moyen estre facilitées, parce que l'on peut bien voir journellement, sans faire monstre, s'il y en a qui manquent; ce qu'advenant, un Commissaire des monstres, ou quelqu'autre qui en a la charge, peut demander au Decurien de la file en laquelle se trouve l'abus, où ce chariot est demeuré, dont il est tenu selon les conditions, sur lesquelles il est entré en office, de dire tout ce qu'il en sçait.

Outre cela, il est possible par ce moyen en un Camp logé, de faire travailler les chariots egalement, chacun attendant son tour, là où autrement il y en a qui sont espargnez, les autres se cachent, voire se retirent hors du Camp, gaignans ailleurs de l'argent, & la charge tombe sur les autres Chartiers, qui font tant travailler leurs chevaux qu'ils en meurent, & ce ces Chartiers sont souvent battus comme des asnes, de sorte qu'avec beaucoup de chariots se fait moins de service qu'il ne se feroit autrement par peu, tendant au grand coust du Païs, ce qui est souvent cause que pour la grande multitude de leurs chevaux, il n'y a point de fourrage pour la Cavallerie, & que pourtant il faut que le Camp desloge avec grand des-avantage.

Es surprinses, là où il faut que l'Infanterie, aille en chariot avec la Cavallerie, pour hastivement faire le chemin, il ne faudroit faire advertissement au paravant pour amasser les chariots, parce qu'ils seroyent tousjours prests.

Par ce moyen s'eviteroyent aussi les querelles qui surviennent en marchant, parce que l'un chariot ne veut ceder à l'autre, car chacun desirant d'estre le premier au quartier, ils courent au grand gallop sans ordre, se renversant l'un l'autre, rompant leurs chariots avec les biens, & blessant les hommes qui sont dessus. Il y a aussi grande dissention là où il faut que les chariots passent les Rivieres avec les Pontons, chacun voulant estre le premier, lesquelles difficultez n'arrivent point icy, parce que chaque Decurien observe l'ordre de ses dix chariots, par là se peut aussi prevenir le dommage de la munition de Guerre & autres biens qui se desrobent, des chariots, ou demeurent perdus, à cause que par ceste maniere on cognoit celuy qui en doit & sçait respondre, parce qu'il a seulement dix chariots sous sa charge: On peut aussi sçavoir ce qu'il y a chargé sur chaque chariot, mettant en la Liste des charges, joignant les biens, le nombre des chariots sur lesquels ils sont chargez.

Notez encore que les chariots estans sans reguliere partition, & s'il y en manque pour executer les choses necessaires, il faut que le General du Camp excuse les Officiers d'iceux, lesquels n'en peuvent rendre compte, car il voit qu'il leur est impossible, à cause du des-ordre, par où aussi la porte leur est ouverte de franchement faire leur profit au dommage du Païs.

J'ay parlé jusques icy des chariots estans en service, mais on pourroit aussi en marchant tenir tel ordre de partition denaire avec les chariots qui sont hors de service, faisant tousiours marcher derriere ceux qui arrivent les derniers, ou en mettant telle regle comme on verroit estre convenable.

Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, qu'il faudroit souvent rompre l'ordre de la regle, premierement à cause que quelquefois en marchant les chariots de quelques qnartiers, comme par exemple des regiments de la gendarmerie, suivent leur regiment, lesquels chariots n'estans des files entieres que par accident, il faudroit que quelques Decuriens commandassent sur plus ou moins de dix chariots, & aucuns leur estre absens. D'autre part le Camp estant logé, il advient que quelques chariots ne se mettent point en leur quartier, mais sont continuellement employez par certaines personnes ausquelles ils servent particulierement, comme ceux qui apportent journellement de l'eau, du bois, & toutes choses necessaires aux cuisines des grands Seigneurs, lesquels n'estans de files entieres que par cas fortuit, il y auroit aussi separation des dix chariots sur lesquels commande un Decurien, avec d'autres semblables accidents, qui romproyent la regle de l'ordre. Je dis là dessus qu'on pourroit respondre à chacun en particulier, mais veu qu'il ne semble pas que cela se mette si tost en practique, je n'y veux employer le temps, ains dire seulement qu'on s'en est souvenu, & cependant on peut prendre ceste commemoration par maniere de theorie, que cela est possible avec le temps, & se pourroit amender, en le practiquant.

En huictiesme, on peut par ceste partition denaire acquerir une telle commodité au faict des batteaux que celle des chariots, car les partissant en telle façon, & en mettant tels Officiers, & chaque Navire ayant de jour une banderolle avec ses nombres comme il est dit des chariots, & de nuict des lanternes desquelles la lumiere demonstre la forme de tres-grandes lettres (telles que j'en ay veu) & en suivant une regle, comme il a esté dit des chariots, tant en navigeant qu'estant aux Havres, on peut entendre par là les advantages qu'on en pourroit tirer.

En neufiesme, on pourroit par ceste partition denaire tenir aussi bon ordre des Pionniers & Matelots ou Tireurs de l'Artillerie, qu'avec moins de gens on expedieroit plus d'ouvrage qu'autrement avec beaucoup, chacun ayant outre cela meilleur contentement qu'en desordre, dont on pourroit escrire plus amplement,

mais veu que cela se peut assez entendre parce que dit est de la gendarmerie, je passeray outre.

Ayant declaré jusques icy mon intention de l'utilité de la continuelle progression denaire commençant par 10, quelqu'un pourroit dire là dessus que la precedente partition Grecque, estant de continuelle progression binaire, commençant par 16, a sa particuliere utilité fort estimée de divers Autheurs, qui est que par continuelle mediation on parvient à l'unité, tellement qu'on peut diviser toutes troupes en deux parties egales, comme 16384 de la Tetraphalangarchie continuellement mediée jusques à la file, elle se trouve de 16, & divisant la mesme continuellement en deux, on trouve les moitiez de 8. 4. 2. 1. qui finissent en unité. On respond à cecy, que ceste mediation n'est pas si parfaite, & qu'elle ne parvient à l'unité comme on estime, mais cesse au Commandeur de deux files de 32 Soldats pour ceste raison. La fin de la partition est pour establir sur chaque partie un Commandeur; comme par exemple, sur 16 files commande un Syntagmatarche, sur les 8 un Taxiarche, sur les 4 un Tetrarche, sur les 2 un Dilochite, mais il n'y a point de Commandeur establi comme devant, sur la seule file de 16 hommes. Il est bien vray que le premier, à sçavoir le Conducteur de la file est tenu pour tel, mais il commande seulement sur 15, estant luy mesme un des 16. La file partie en deux, chaque troupe est de 8 hommes sans Commandeur, ou si pour l'une des moitiés on prend le premier, pour l'autre le neufiesme nommé Diomerita, ils ne commanderont chacun que sur 7, & ainsi des autres, comme les Intergatores qui commandent sur 3, & point sur 4, aussi des Antistites qui commandent sur 1, & point sur 2: De sorte que tels Officiers ne commandent point sur troupes de binaire progression, comme font les autres sur les troupes de files en montant; ce qui estoit proposé de declarer.

Quant à ce qu'on estimeroit que par la mediation de 16384 jusques à 32, qui a ses Commandeurs establis, on seroit mieux pourveu d'un Commandeur estabil sur toutes les partiers des troupes; que par la partition denaire, cela ne succede point ainsi. Par exemple, la necessité requerant (comme il advient souvent en effect) qu'il faille partir une Phalangarchie de 16 enseignes Grecques en 9 & 7, ou en 10 & 6, ou en 11 & 5, ou en 12 & 4, ou en 13 & 3, ou en 14 & 2, ou en 15 & 1, il n'y a point par tout des Commandeurs establis.

Outre les susdites absurditez il y a encore sur certaines troupes & Officiers des noms impropres, tirez hors de la progression denaire, sans toutefois qu'il y ait quelque denaireté, comme de nommer decurie les 16 Soldats d'une file, & le premier d'iceux Decurien, qui toutefois ne commande point sur dix, mais sur 15: Ils nomment le Commandeur sur la troupe de 256 (comme si elle estoit de 100) *Centurio*; & la troupe *Centuria*: Le Commandeur sur la troupe de 1024 ils l'apellent (comme si elle estoit de 1000) Chiliarcha; & la troupe Chiliarchie, lequel abus de noms fait plustost conjecturer une antiquité & dignité de la progression denaire, que de faire croire qu'elle soit bien imitée.

Quant à la partition Romaine mentionnée cy-devant, laquelle (joignant l'abus des noms tirez de la progression denaire sans denarité) est fort inegale, sans observation d'aucune reguliere progression: Il est bien vray qu'elle est meilleure que de ne suivre point de regle, comme cela se fait maintenant par tout le monde, mais il ne la faut point accompater à l'Hebraïque. Quant à ce qu'on pourroit dire sur cecy, que les actes militaires des Romains ont assez tesmoigné sa bonté: On peut respondre à cela, qu'ils eussent peu par une meilleure partition executer d'avantage en meilleur ordre & avec moindre peine qu'ils n'on fait, & le confermer par l'exemple de Tamerlan, qui en matiere de Guerre a plus fait que les Romains, les Grecs, ou quelque autre du monde, dont la memoire nous en est demeurée, lequel entretenoit en son Camp Imperial la progression denaire, comme il a esté dit cy-devant au premier Article du premier Chapitre: Sur quoy je fineray ce que j'avois envie de declarer, touchant la commodité de la continuelle progression denaire en la partition de la gendarmerie, necessaire à la Castrametation reguliere.

Fin de la Castrametation.

NOUVEL-

NOUVELLE MANIERE DE FORTIFICATION PAR ESCLUSES.

Argument de ce traicté.

Veu que ceste nouvelle maniere de Fortification, se fait par une nouvelle maniere d'Escluses inventée nagueres, laquelle pourtant est incognue à plusieurs, j'en feray premierement la declaration, ensemble de l'affermissement de leurs fonds : En apres s'ensuivra la maniere & regle generale d'approfondir les Fossez & Havres des Villes, ce qui en matiere de Fortification se peut executer par lesdites Escluses : Mais parce que les exemples que je prendray seront d'une Ville de forme reguliere, comme estant idoine à la declaration de la susdite regle generale, & que toutefois l'usage se doit faire en effect avec des Villes, de telle forme qu'elles se proposent, j'en traicteray à la fin, comprenant le tout en quatres Chapitres, desquels les suscriptions sont comme s'ensuit :

Le I. CHAPITRE, de la nouvelle invention des Escluses.

Le II. CHAPITRE, de l'affermissement des fonds des Escluses & Dodanes.

Le III. CHAPITRE, contenant une regle generale de la nouvelle maniere de la Fortification des Villes par Escluses.

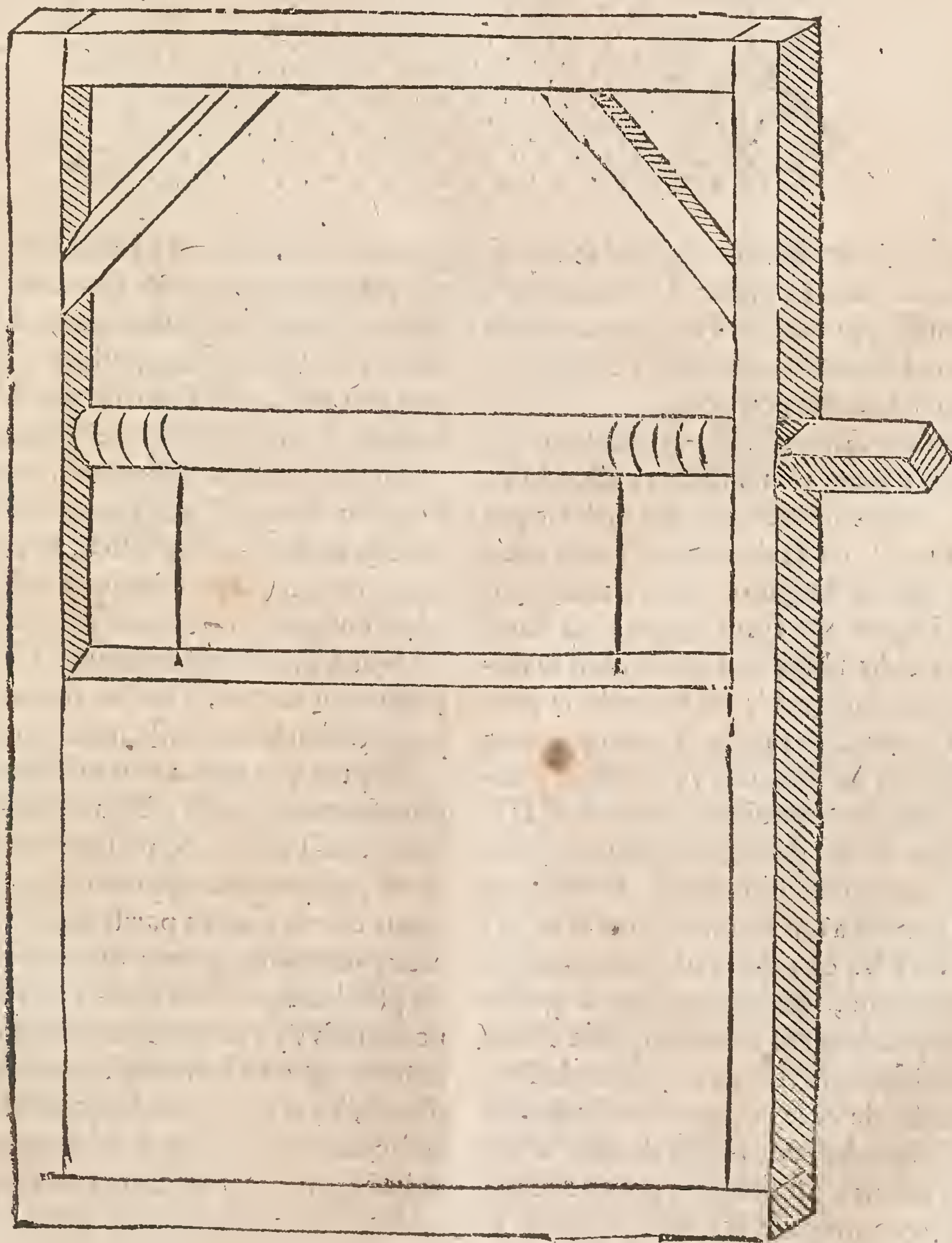
Le IV. CHAPITRE, contenant des exemples comment certaines Villes consistantes en effect, se peuvent fortifier par les regles generales du troisiesme Chapitre.

I CHAPITRE.

De la nouvelle invention des Escluses.

POur bien declarer en quoy git ceste nouvelle invention d'Escluses, je dis premierement que leur usage consiste en trois diversitez principales, comme pour approfondir les Havres, seicher des bas Terroirs aquatiques : Et pour faire passer des Navires avec leurs masts droits. La premiere diversité d'approfondir les Havres, & la plus commode qu'on aye fait dés long temps, est avec des portes d'Escluses guindées à mont, comme il est monstré par ceste 1 Figure, dont l'usage est tel:

1 FIGURE.

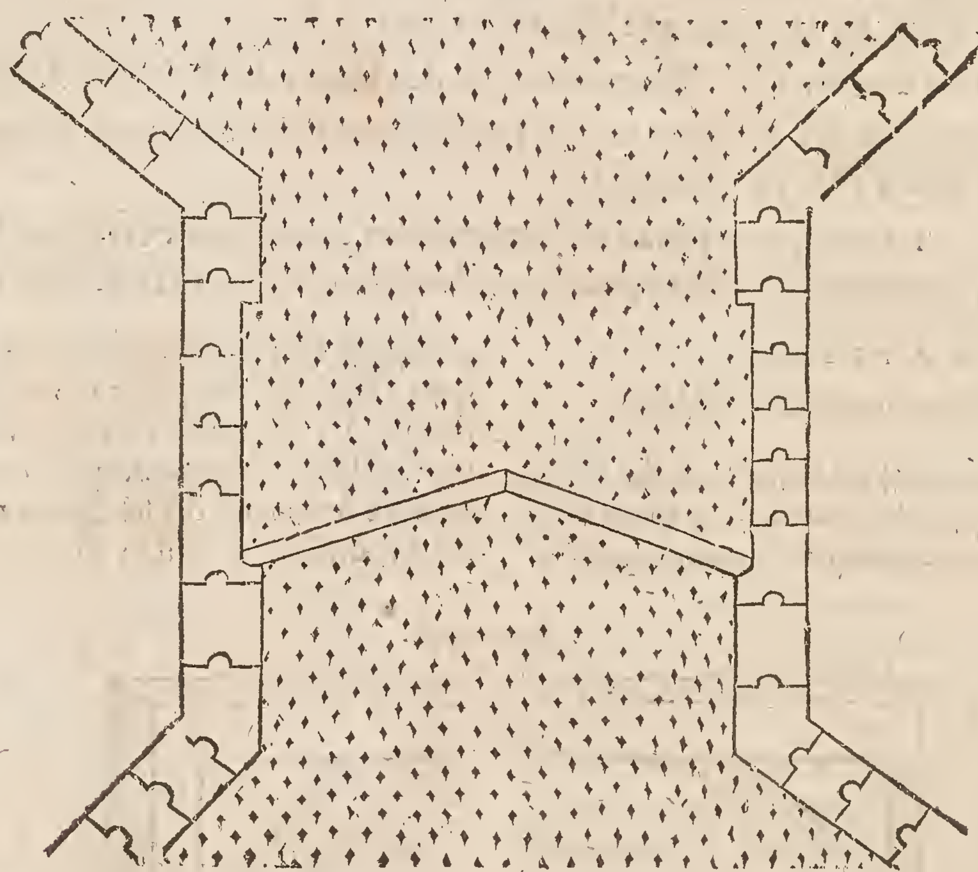


La

La porte estant guindée à mont, & le flux courant au receptacle jusques à ce qu'il soit au plus haut, on avalle la porte, la laissant close jusques a ce que l'eau du reflux soit au plus bas : & alors la porte estant guindée à mont, l'eau soustenuë au receptacle tombe dans le Havre sec, & l'approfondit. Ceste profondeur se fait aussi avec eau de pluye, ou de petites Rivieres, laquelle amassée au receptacle assez haute, l'on en fait comme devant : Mais les grands Navires à masts droits ne peuvent passer par telles Escluses, à cause de l'empeschement de la porte, & de l'essieu par lequel on la guinde à mont.

Quant à la deuxiesme sorte d'escluses, servant à seicher les basses Terres aquatiques, les Escluses les plus commodes à cet effect sont celles, qui ont des portes poinctues (qu'on nomme aussi portes tournantes) qui se mettent sous les Digues, dont le plan est comme demonstre la 2 Figure suivante, qui est telle que l'eau exterieure estant plus basse, les portes s'ouvrent d'elles-mesmes, quand l'eau sort : Mais quand l'eau exterieure devient plus haute, elles se ferment d'elles-mesmes. Et combien que quelques uns se servent à cecy de portes guindées à mont, comme celles de la 1 Figure, si est-ce qu'elles ne sont pas les plus commodes pour cela, car c'est chose moleste là où il y a journellement flux & reflux, d'observer nuict & jour le temps pour ouvrir telles portes, le guindement à mont est aussi chose laborieuse : en outre on ne les peut faire si larges pour vuider beaucoup d'eau, pource quelles seroyent trop pesantes à guinder : Il est vray que les portes tournantes ont aussi leurs incommoditez, en ce que les

2 Figure.



grands Navires avec les masts debout n'y peuvent passer, à cause de la Digue qui est dessus : Secondement, qu'elles n'approfondissent gueres les Havres, parce que l'eau n'y tombe point d'enhaut en fond sec, comme en la premiere sorte, mais decoule peu à peu.

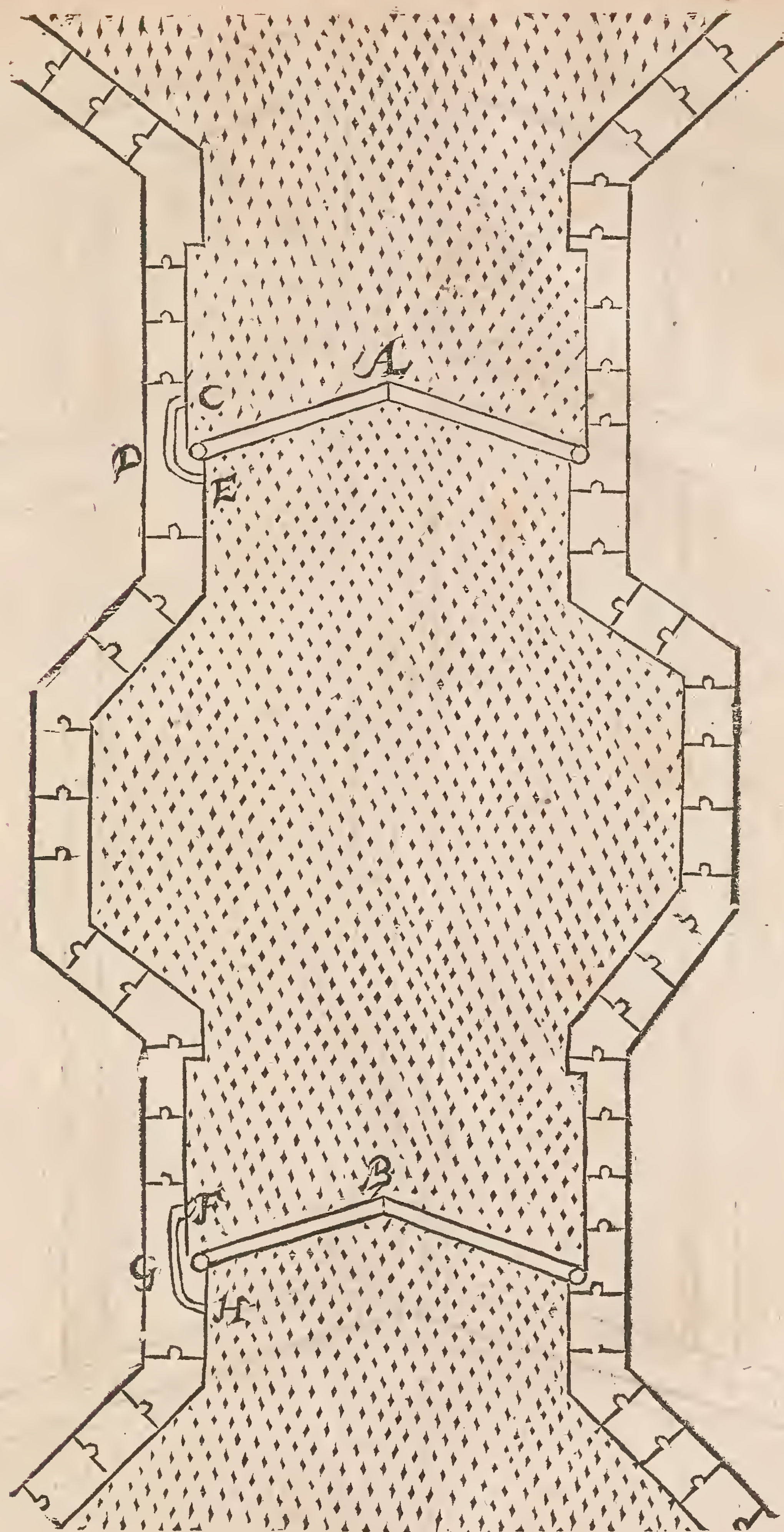
Quant à la troisiesme sorte d'Escluses servant pour passer les Navires avec leurs masts droits, elle se fait avec deux paires de portes poinctues, qui ne sont pas sous la Digue, comme celle de la deuxiesme sorte, mais en la Digue si haut que la Digue mesme, tellement qu'elles servent de Digues du fond jusques en haut, pour resister à toutes eaux hautes, dont le plan se demonstre par la 3 Figure suivante ; en laquelle la premiere paire est A, la deuxiesme paire B, comprenant entre deux un receptacle de Navires, avec deux petites Escluses faites dedans les murailles, comme CDE & FGH : Autrement on fait des petites portes à guinder dedans les grandes portes poinctues. L'usage en est tel : Quand un Navire avec le mast droit veut entrer, comme de A vers B, & que l'eau exterieure est plus haute que l'interieure, on emplit par la petite Escluse CDE, le receptacle plein d'eau, laquelle estant à la hauteur de l'eau exterieure, les deux portes de B se sont fermées, mais celles de A se peuvent ouvrir avec la main, & les Navires qui doivent passer dedans le receptacle, lesquelles y estant, on ferme la petite Escluse CDE, aussi les deux portes de A, & on ouvre la petite Escluse FGH, laissant sortir l'eau du receptacle jusques à ce qu'elle soit aussi basse que l'eau interieure, tellement qu'on ouvre les portes de B avec la main, & les Navires passent dedans le Païs. Par ce que j'ay dit icy de l'entrée des Navires, la maniere de les faire sortir est assez intelligible.

Outre les precedentes manieres de portes, on en a bien fait d'autres, qui s'ouvrent d'elles-mesmes, avec le reflux tombant sur le lict, & remontant avec le flux : des portes aussi que l'on guinde de costé dedans le païs, mais l'usage n'en est pas si commode.

Nous avons parlé jusques icy de ce qui a esté usité passé long temps, à fin de declarer par ce moyen plus proprement la nouvelle invention comme s'ensuit :

Depuis que l'on a veu que ces grandes larges portes poinctues de la 2 & 3 Figure, servoyent fort au seichement des Terres, & passage de Navires avec le mast droit, & que pour approfondir les Havres, il n'y manquoit que le moyen par lequel on pourroit commodement ouvrir ces portes quand l'eau seroit de l'un costé au plus haut, & de l'autre costé au plus bas ; plusieurs personnes s'y s'ont tres-serieusement occupé, principalement icy en Hollande, là où és Villes, Villages, & plat Païs, il y a si grande quantité d'Escluses, & il s'en fait continuellement tant des nouvelles, avec bonne deliberation, tant de grand coust que mediocres & petits, que j'estime qu'il n'y a Païs à present en tout l'uni-

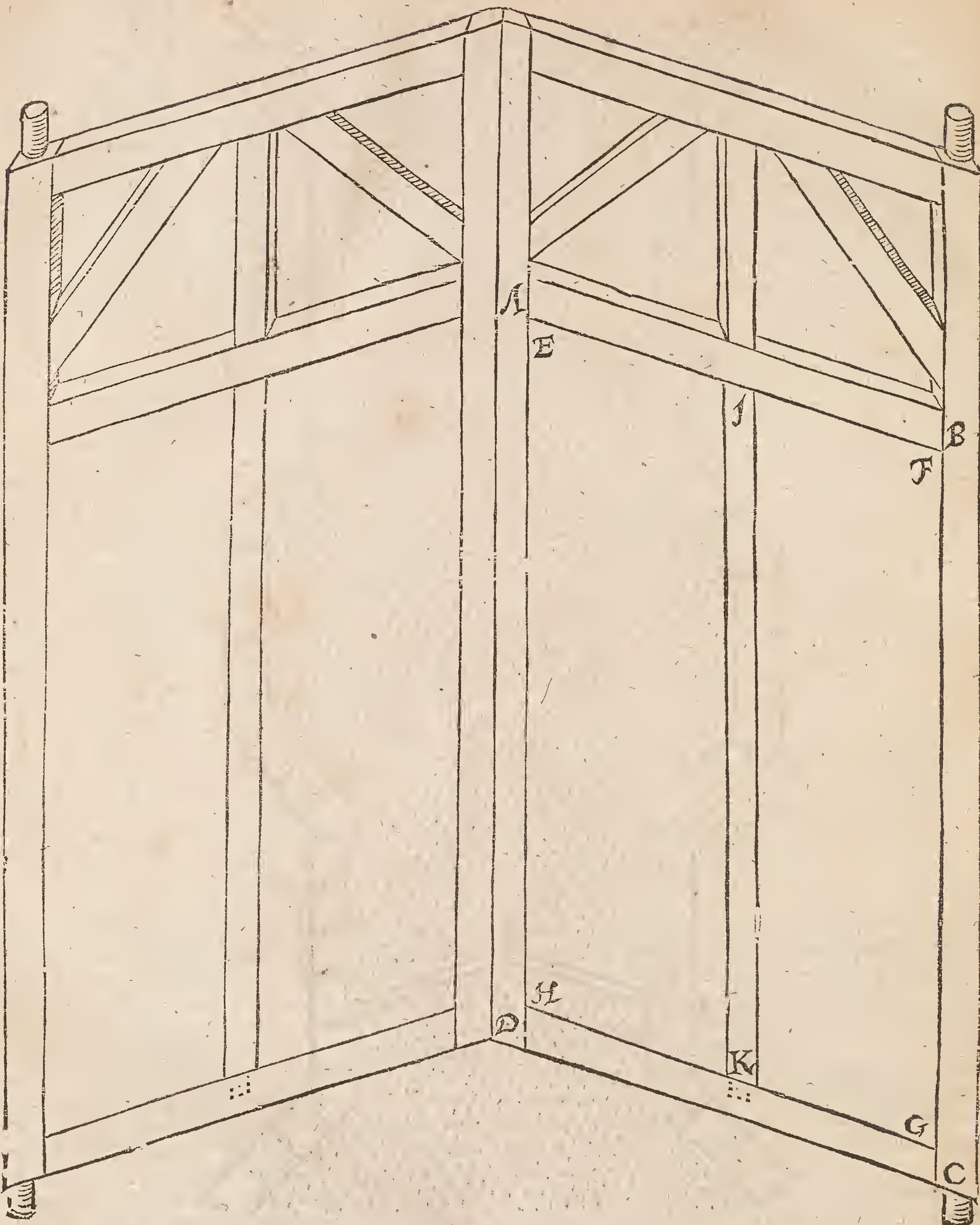
3 Figure.



l'univers où on ayt fait plus d'experience de ceste matiere, ny là où plus de subtils esprits ayent travaillé pour cercher & trouver amendement aux Escluses : D'iceux est venue en usage la maniere que je declareray, & qui me semble la meilleure.

Soit à icelle fin par ceste 4 Figure signifiée une Escluse avec deux portes poinctues de ceste qualité: A B C D est un chassis quadrangulaire, auquel soit une porte, comme E F G H, tournant sur une esguille I K pres le milieu du chassis, ainsi que la partie I F G K, est environ 5 ou 6 doigts plus large que la partie I E H K, ou autant plus ou moins que la grandeur des portes pourroit requerir, & ainsi que les trois costez I E, E H, H K de la moindre partie, viennent à presser contre des fueillieres ou fillerets faits au costé interieur du chassis, mais les trois costez I F, F G, G K, de la majeure partie, ne viennent point contre des fueillieres, tellement que l'eau la plus haute pressant contre ces deux parties, la porte E F G H tourneroit (parce que contre la majeure partie est le plus grand pressement) jusques à ce qu'elle auroit fait environ un quart de tour : Mais pour la tenir ferme & l'ouvrir facilement, lors qu'on veut, cela se fait avec une barriere de fer, qui estant debout, comme une esguille, & estant tournée, vient devant le costé F G de la porte, la tenant fermement serrée.

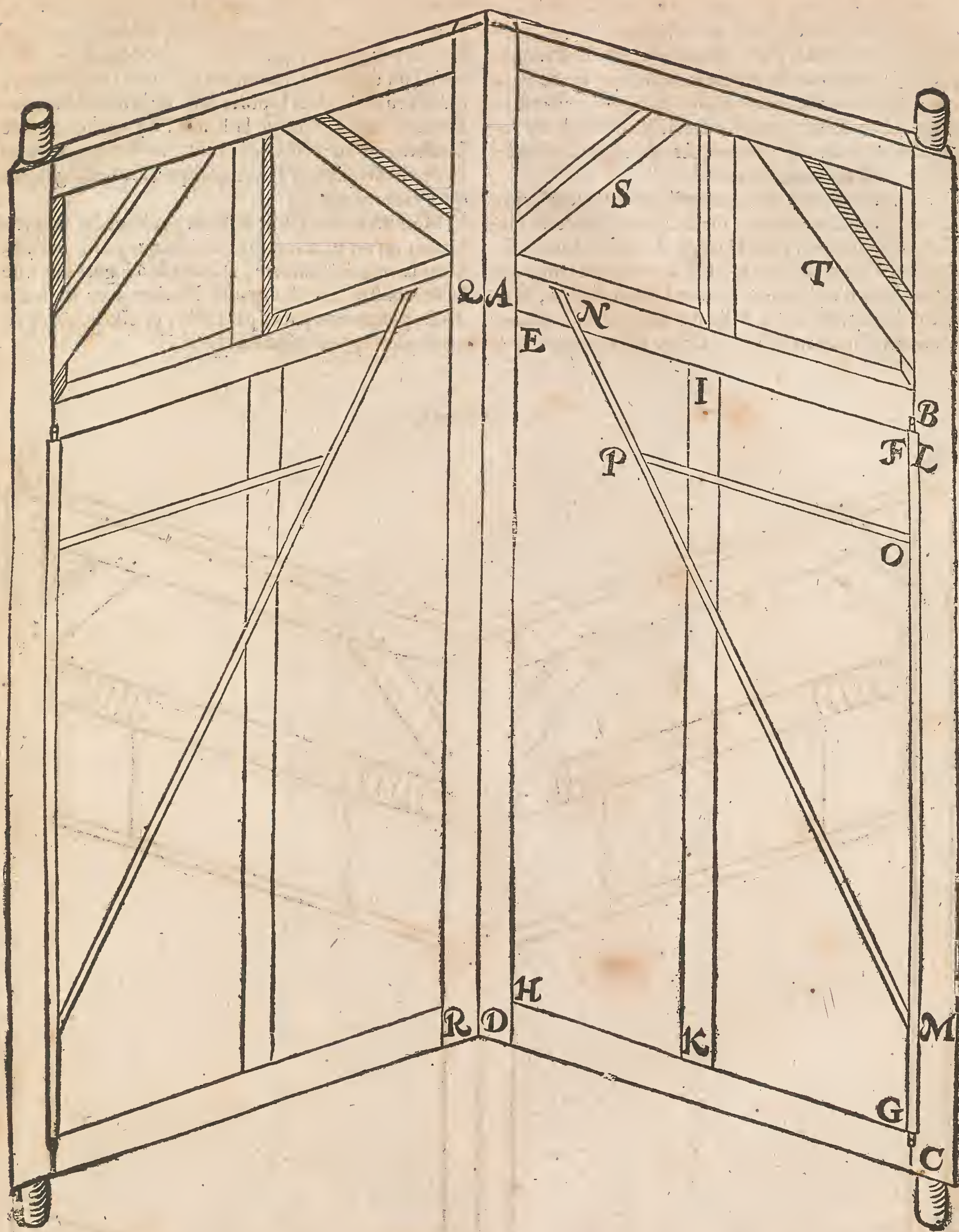
4 Figure.



Mais pour declarer cecy plus amplement, qu'on remarque encore la 4 Figure, comme il se peut voir en ceste 5 Figure, y adjoustant la susdite barriere de fer comme LM, venant devant le costé FG, laquelle se tourne avec la regle MN, ayant au bout N un loquet de fer, tombant en un nez aussi de fer, attaché du costé d'enhaut du chassis. Or quand l'eau interieure est plus haute, elle presse contre le costé interieur de la porte, & lors que du costé exterieur la barriere de fer est fermée avec son loquet, la porte EFGH a par tout une grande fermeté, pour pouvoir porter le pressement de l'eau sans bouger, car les trois costez IF, FG, GH viennent contre les fueillieres du chassis, comme il est dit cy-dessus; & le costé EH contre l'arbre LM: Là dessus il y advient encore renforcement avec les deux regles MN, OP de la barriere, qui touchent contre le costé exterieur de la porte. Ce que j'ay dit icy de l'une des portes poinctues, s'entend pareillement de l'autre, à sçavoir, qu'elle a semblable chassis, porte tournante sur une esguille & barriere de fer.

Il est encore à noter que les portes poinctues sur esguilles, ne doivent pas estre plus hautes que ne viennent les hautes eaux, avec lesquelles on veut approfondir le Havre, comme de D à A: Mais parce que les portes poinctues entieres doivent estre un peu plus hautes, à sçavoir à la hauteur de la Digue, pour resister à tou-

5 Figure.



à toutes eaux extraordinairement hautes qui viennent rarement, on fait le reste de A en haut fermé avec des soustenemens, comme pres de S, T, pour donner fermeté au chassis A B C D, afin qu'il ne se disloque, ce qui pourroit avenir facilement si ce renforcement n'y estoit pas.

Pour parler maintenant de l'usage, posé que l'eau interieure soit au plus haut, & l'eau exterieure au plus bas, & qu'on vueille ouvrir les portes pour approfondir: Pour cecy ne faut autre chose que lever le loquet N, & faire tourner la barriere comme l'on ouvre les autres barrieres: ce qu'estant fait, & le costé F G estant libre de la barriere L M, la porte E F G H tourne sur l'esguille I K tout doucement, jusques à ce qu'elle ait fait environ un quart de tour; ce qu'estant ainsi, l'eau soustenuë au receptacle sort des deux costez de l'esguille, approfondissant le Havre: Puis les deux portes avec leurs chassis estans ouvertes, les Navires avec les masts droits y peuvent passer. Il faut encore noter que le cours de l'eau reçoit quelque empeschement des deux costez A D & Q R, de l'espesseur aussi des deux portes, qui amoindrissent l'ouverture de l'Escluse autant que cela monte; cest empeschement se peut oster, tirant les chassis (quand l'eau est en son cours) contre le mesme cours; ce qui se peut facilement faire, à cause que l'eau est alors devant & derriere d'egale hauteur.

Mais pour dire maintenant comment ceste grande invention a prins son origine, il faut sçavoir qu'on avoit premierement fait une Esclusе à la Briele, dont la porte tournoit sur une esguille, & de laquelle l'entier costé inferieur, tant de la partie majeure que de la moindre, pressoit contre une fueilliere faite dedans le chassis, à cause dequoy ladite porte estoit guindée par un instrument de fer si haut qu'elle estoit libre de fueilliere, ce qui estoit environ de 3 doigts, car alors elle se tournoit de soy mesme vuidant l'eau.

Et parce qu'alors (comme aussi presentement) entre les Maistres Charpentiers fut fort contesté de la maniere d'approfondir les Havres, & pour y faire passer des Navires à masts droits, il est advenu que comme je discouroye d'icelle matiere avec Adrien Ianssen, Maistre Charpentier de la Ville de Rotterdam, & avec Cornelis Diricxsen Muys, Maistre Charpentier de la Ville de Delf, chacun de nous trois disoit avoir songé quelque chose qu'il estimoit estre bonne, & accordasmes entre nous, que chacun declareroit son invention, à condition que s'il en venoit profit ou dommage, que nous le porterions egalement, & que nous nous ayderions l'un l'autre : L'invention d'Adrien Ianssen estoit, qu'au lieu de guinder la porte hors de la fueilliere comme à la susdite Esclusе de la Briele, il y appliquoit une barriere comme il est dit cy-dessus (ne la mettant point en un chassis ouvrant) avec quelque autre changement qu'il y adjoustoit.

Mon invention estoit de deux portes poinctues, tellement qu'on pourroit guinder chaque porte en haut, selon la vulgaire maniere, comme la 6 Figure suivante le demonstre, car des grands Navires avec les masts droits pourroient passer par icelle, & elle serviroit en outre pour approfondir les Havres.

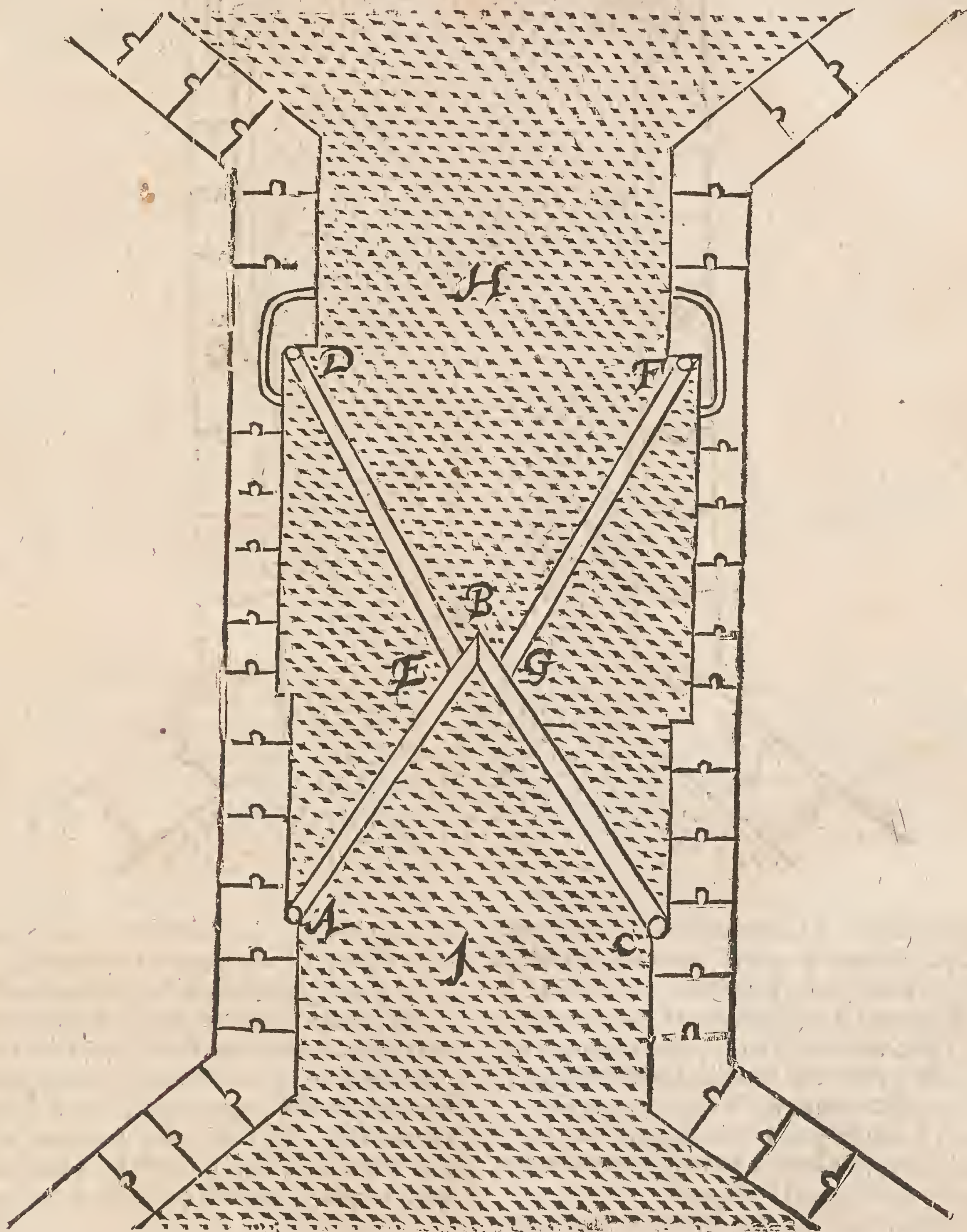
6 Figure.



L'inven-

L'invention de Cornelis Diricxsen estoit comme il est demonstré avec le plan suivant : Soyent par A B & B C signifiées deux portes poinctues, s'assemblants à la poincte B : Et encore une autre paire de portes poinctues comme D E & F G, entre lesquelles vient ladite poincte B : Puis il y a deux petites Escluses, l'une pres de D, l'autre pres de F : L'eau basse exterieure est du costé de H, & du costé de I l'eau haute retenuë au receptacle : Pour declarer maintenant l'ouverture de ceste Escluse, il faut noter premierement que l'eau est aux deux triangles A E D, C G H de la hauteur de la plus haute eau interieure I; avec quoy les deux portes D E, F G pressent contre la poincte B des deux portes A B, C B, lesquelles neantmoins demeurent closes ensemble : Mais l'eau des susdits deux triangles A E D, C G F, estant vuidée par les deux petites Escluses pres de D & F, il n'y a alors aucun pressement contre les deux portes D E, F G, comme auparavant, mais vient contre les deux portes A B, C B, qui s'ouvrent pourtant & poussent les autres deux portes D E, F G, tellement qu'elles s'ouvrent aussi, l'eau sortant ainsi qui fait la profondeur.

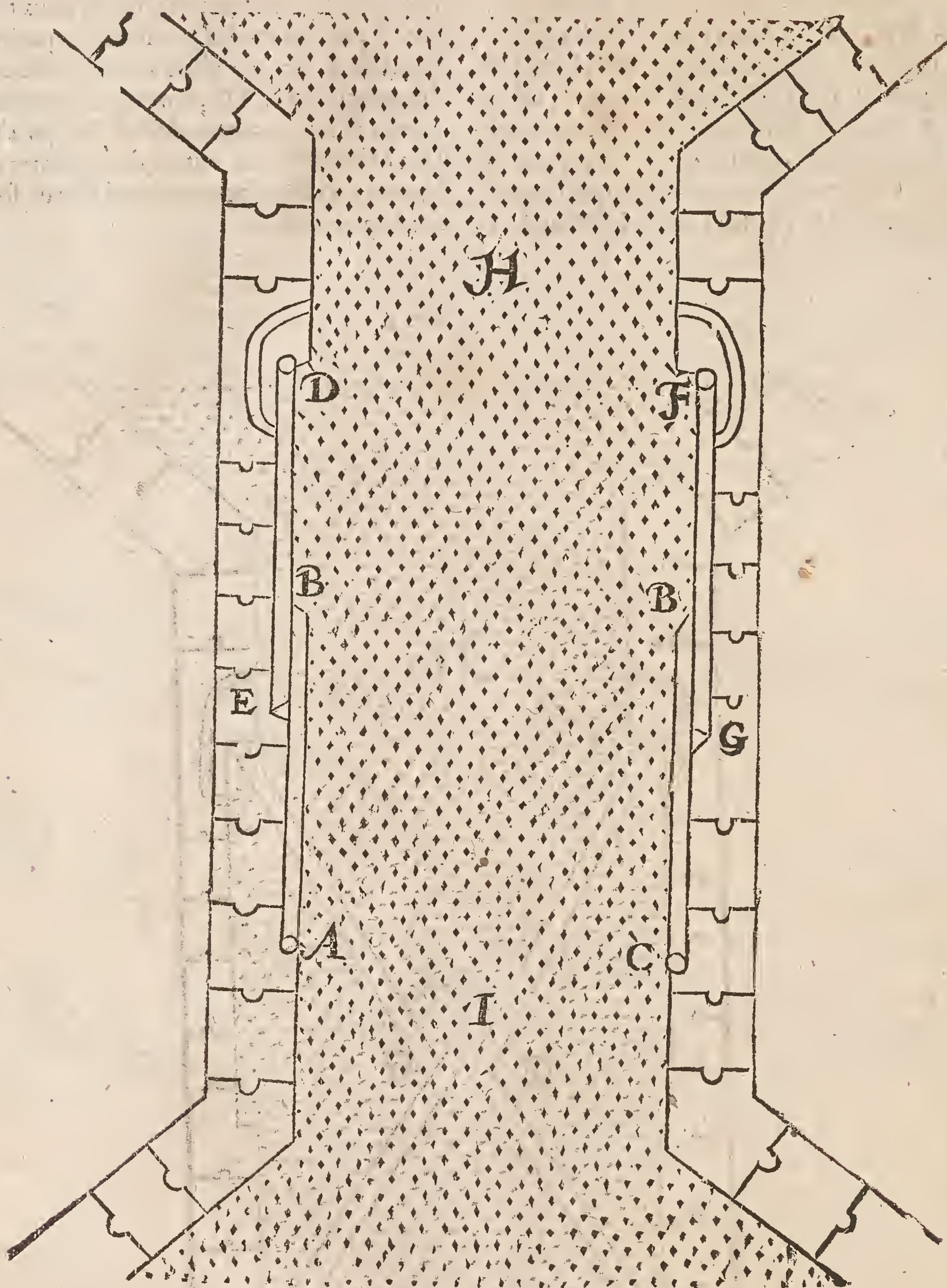
7 Figure.



Mais

Mais pour demonstrer la disposition d'icelles portes ouvertes, je marque ceste 8 Figuere.

8 Figure.



La susdite maniere d'Adrien Ianssen, a esté en apres amendée par Adrien Diricxsen Charpentier à Delf, & appliquée en deux portes poinctues, comme il est declaré cy-devant par la 5 Figure, dont il a obtenu octroy des *Tres-Puissants Seigneurs les Estats*, de les pouvoir faire luy seul : On a mis deux Escluses à Maselantsluys, & encore une à Hellevoetsluys, selon cette maniere.

On en a fait aussi une à Vlaerdingen, une autre à Schiedam, & une troisiesme à Winnoxbergen en Flandres, selon la maniere de la 7 Figure.

Mais s'il estoit question, laquelle de ces deux manieres est la meilleure, & si j'en devois dire mon advis, il seroit que les portes de la 5 Figure me plaisent par dessus les autres : Premierement, pource que chacune des quatre portes de la 7 Figure sont environ deux fois aussi longues que chaque de la 5 Figure, à cause que l'angle D E A en la 7 Figure, doit estre fort obtus pour les pouvoir ouvrir, laquelle ouverture seroit impossible si cet angle estoit droit, tellement qu'icelles portes sont aussi longues que l'Escluse est large ; celle de Schiedam est de 30 pieds ; là où les Escluses à portes tournantes sur esguilles avec leur chassis ne requerrent chacune que 16 pieds : Ceste grande longueur de portes cause grand poids, tellement qu'à Schiedam on les fait aller sur des roulles de cuivre appliquées au costé inferieur des chassis, & tournant sur un fond ferré ; de sorte que quand on voudroit faire des portes tournantes sur esguilles de telle longueur, l'Escluse deviendroit environ deux fois aussi large : Secondement, que l'ouverture d'une Escluse qui se fait en levant seulement un loquet, est plus commode que l'autre maniere.

II Chapitre.

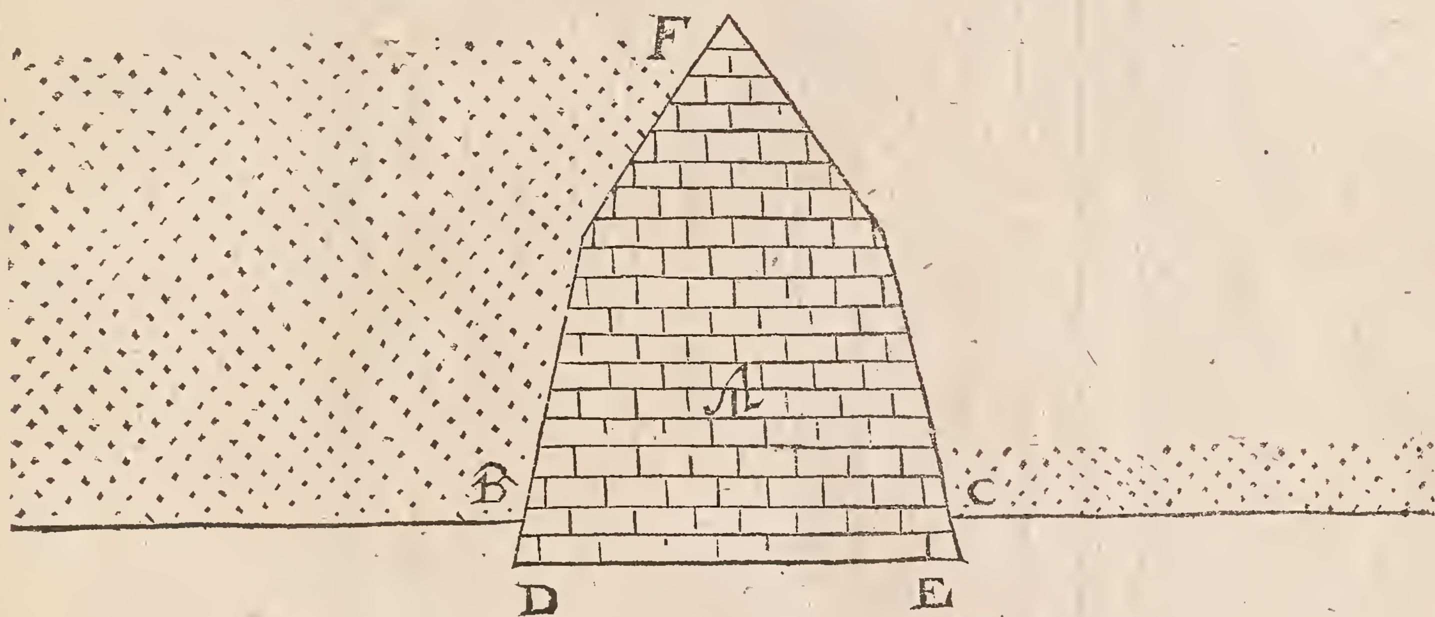
De l'affermissement des fonds des Escluses & Dodanes.

Quoy que les fonds des Escluses & Dodanes ou Retenuës se facent en ces Païs d'une bonne prevoyance, & grand coust, toutefois on n'a sçeu parvenir à telle asseurance, qu'il n'en advienne souvent des grands inconvenients par les hautes eaux, desquelles les

les fonds sont tellement ruinez ou minez, que les Esclujes deviennent infructueuses, les Dodanes tombent & s'enfonçent bien avant sous l'eau, noyant le Païs. Mais puis que cecy advient à des Esclujes qui à beaucoup pres, n'ont telle largeur & profondeur, que les Esclujes d'esguilles proposées, par lesquelles passeroyent les plus grands Navires; quelqu'un pourroit douter, & non sans raison, si ceste imperfection de fonds ne seroit point cause finalement de ne pouvoir suivre ce qu'on en attend: Mais parce que mon opinion est toute autre, je descriray premierement, pour bien la declarer, la cause d'icelle imperfection, à fin que par telle cognoissance ceste maniere d'affermissement puisse avoir meilleur succés.

Soit à ceste fin A relief d'un Dodane, B l'eau exterieure, C l'eau interieure, ou le fossé, D E le fond sur lequel git le Dodane: Ceste eau exterieure B venant environ le sommet du Dodane pres F, comme il arrive quelquefois, il y a deux causes principales qui le font tomber: Premierement la profonde rupture, qui avec telles eaux extraordinairement hautes vient quelquefois au pied du Dodane là où auparavant, on n'avoit point esté: Ceste rupture venant plus bas que la massonnerie du Dodane, & puis dessous le Dodane, ruine & dissipe le fond, renversant le Dodane: Et combien que telle rupture n'advienne pas quand on met le Dodane plus en arriere, aussi loing de l'embouchure du fossé que le flot de la Riviere n'y vienne point alencontre, il y a l'eau estant basse, un bout de fossé sec, depuis le Dodane jusques à l'embouchure, endommageable à la Fortification de la Ville. L'autre cause est le pressement, qui, telle eau estant extraordinairement haute, est si extremement fort, que le coulement de l'eau haute sous le Dodane de B par D E jusques en l'eau basse C,

1 FIGURE.



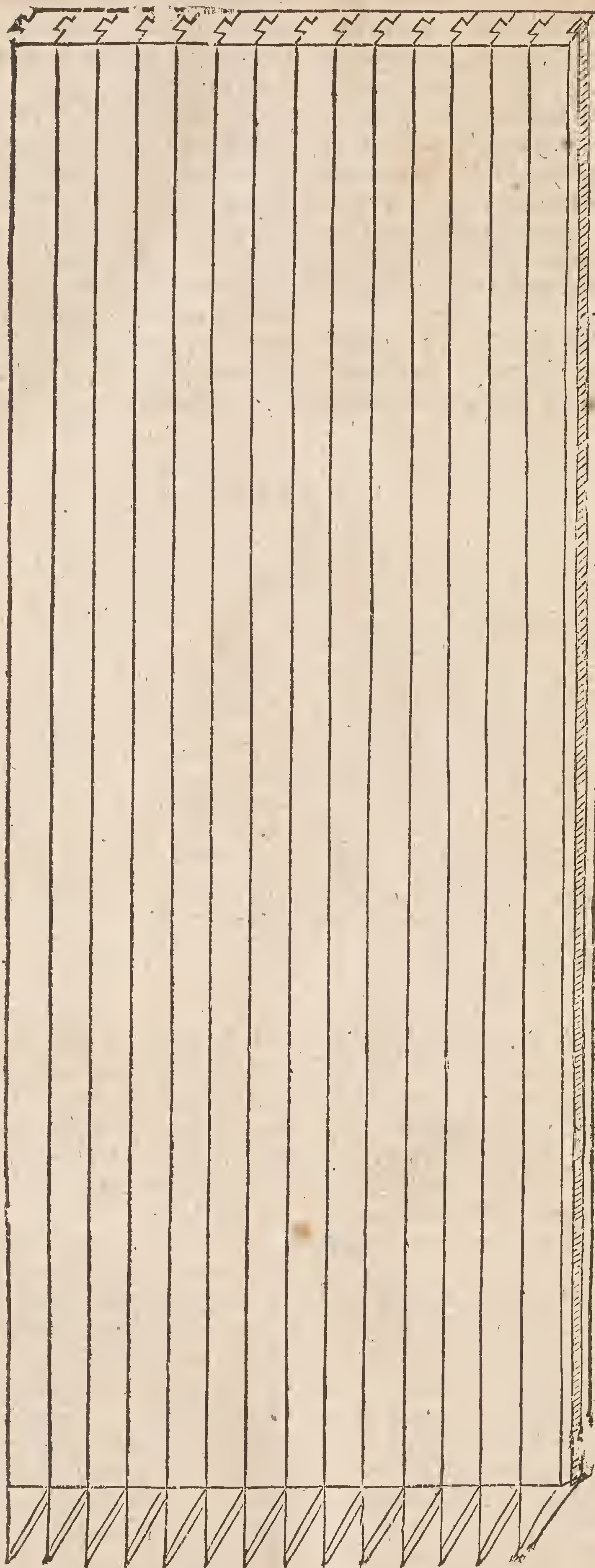
acquiert la force de mouvoir ou remuer le sable; ce qui estant venu si avant, ce remuement devient subitement de grand en plus grand, procedant comme le feu és maisons, lequel commençant par un petit feu, s'augmente incontinent: De sorte que le fond estant dissipé, le Dodane se rompt, & aucunefois s'enfonçe entierement sous l'eau: Ces deux causes adviennent a quelques Dodanes ensemble, qui alors le font tomber plus facilement.

Quant au hiement de pieux pour le renforcement du fond des Dodanes, on ne pourvoit pas par là à ces deux inconveniens, veu que la dissipation du sable, ensemble le pressement de l'eau au travers du sable, prend son cours entre les pieux: Tellement que la cause de ces inconveniens semble plus advenir, parce qu'on n'en peut trouver regle bastante, que par la faute des Ouvriers ou Entrepreneurs d'ouvrage, lesquels on accuse aucunefois à tort.

Mais d'autant qu'on peut maintenant mieux pourvoir à ces deux inconveniens, que l'on n'a fait par cydevant, & cela avec des pieux hiez, ouvrez, & attachez en la longueur l'un à l'autre avec des queuës d'arondelles, j'en mets icy ceste 2 Figure, en laquelle il faut sçavoir que la largeur d'une queuë d'arondelle est environ la troisiesme partie de l'espesseur du pieu, les bouts inferieurs sont coupez de bihay, à fin qu'en hiant l'on face presser chaque pieu contre le pieu qui est hié.

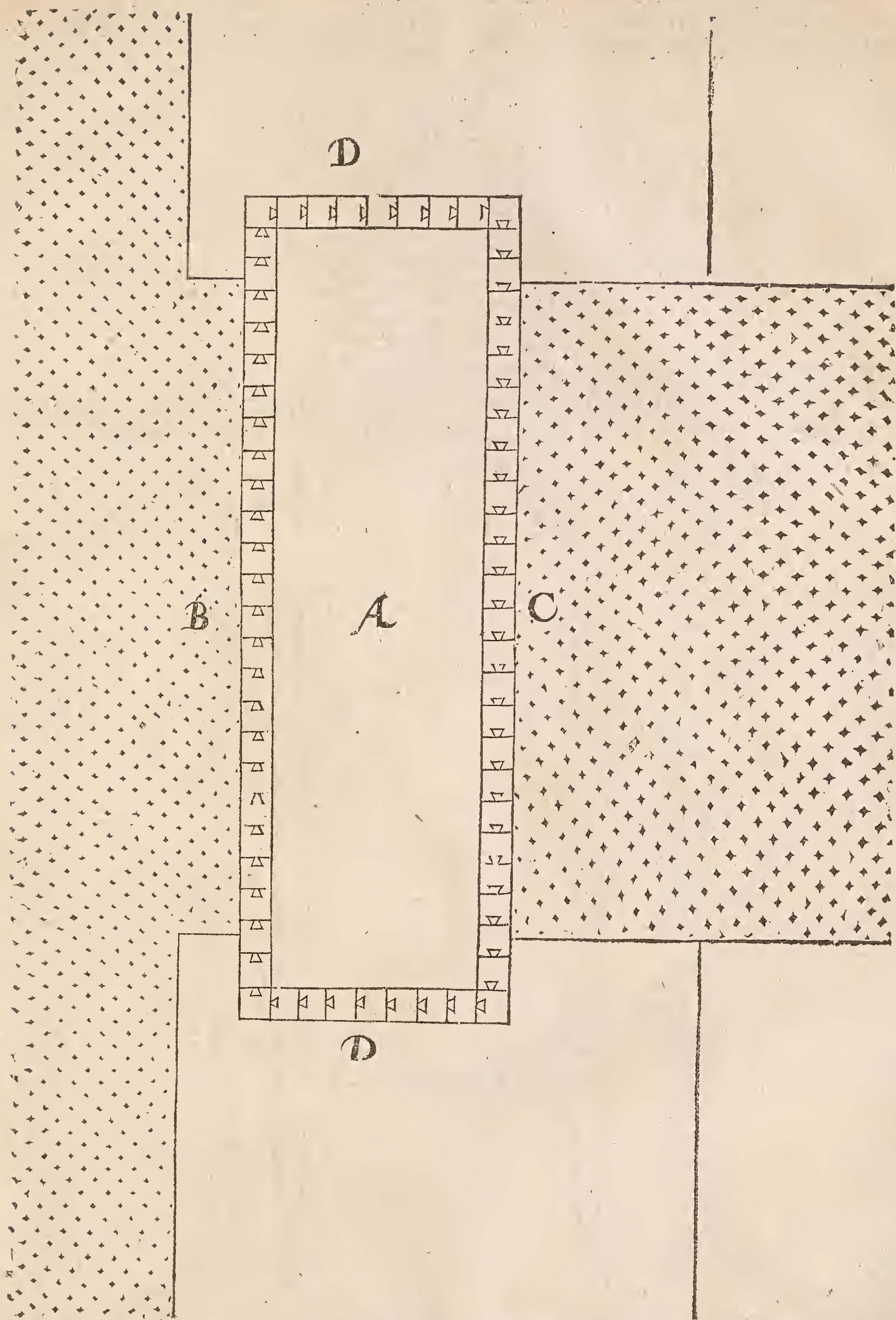
Notez qu'encore bien que ces pieux soient marquez quarrez pour labienseance, que toutefois il est libre de les faire plats seulement les deux costez, ausquels viennent la queuë d'arondelle & fueilliere, laissant demeurer la rondeur arbreuse des deux autres costez, à fin que par ce moyen le pieu comprenne plus de bois, à moindre coust du labeur. En outre, on peut faire les queuës d'arondelles d'une regle de bois particuliere, & l'attacher de cloux contre l'un des costés plats du pieu, & contre l'autre costé deux regles particulieres, aussi clouées, comprenant la fueilliere entre deux, car ainsi le pieu des deux costez tient aussi plus de bois, & avec moindre coust de labeur, que s'ils estoyent faits par cavement du bois des pieux.

2 Figure.



Pour declarer maintenant comment les fonds des Dodanes ſe peuvent aſſeurer avec ces pieux à queuës d'arondelles, j'en donne premierement le plan de ceſte 3 Figure, en laquelle A ſignifie le fond du Dodane, eſtant un quadrangle comprins en pieux à queuës d'arondelle, qui ſont hiez bien profond, & dont ſe voyent icy ſeulement les ſommets, B eſt l'eau exterieure, D la Digue: Le ſable ou fange qui eſt dedans le quadrangle A, ſe tire en haut ſous l'eau, avec des outils tels que ceux dont on tire les tourbes en Hollande, qui ſe fait bien juſques à la profondeur de 20 pieds (j'ay dit icy ſous l'eau, ce qui eſt à fin que le ſable flottant ne monte en haut) apres on hie en ce puits quadrangulaire des pieux ſans queuës d'arondelle, pour porter la maſſonnerie: apres s on emplit les places vuides entre les pieux de bonne argille. Notez encore que ce Dodane vient aux deux bouts D dedans la Digue, & non ſimplement alencontre, depeur qu'à cauſe du trop peu de

3 Figure.



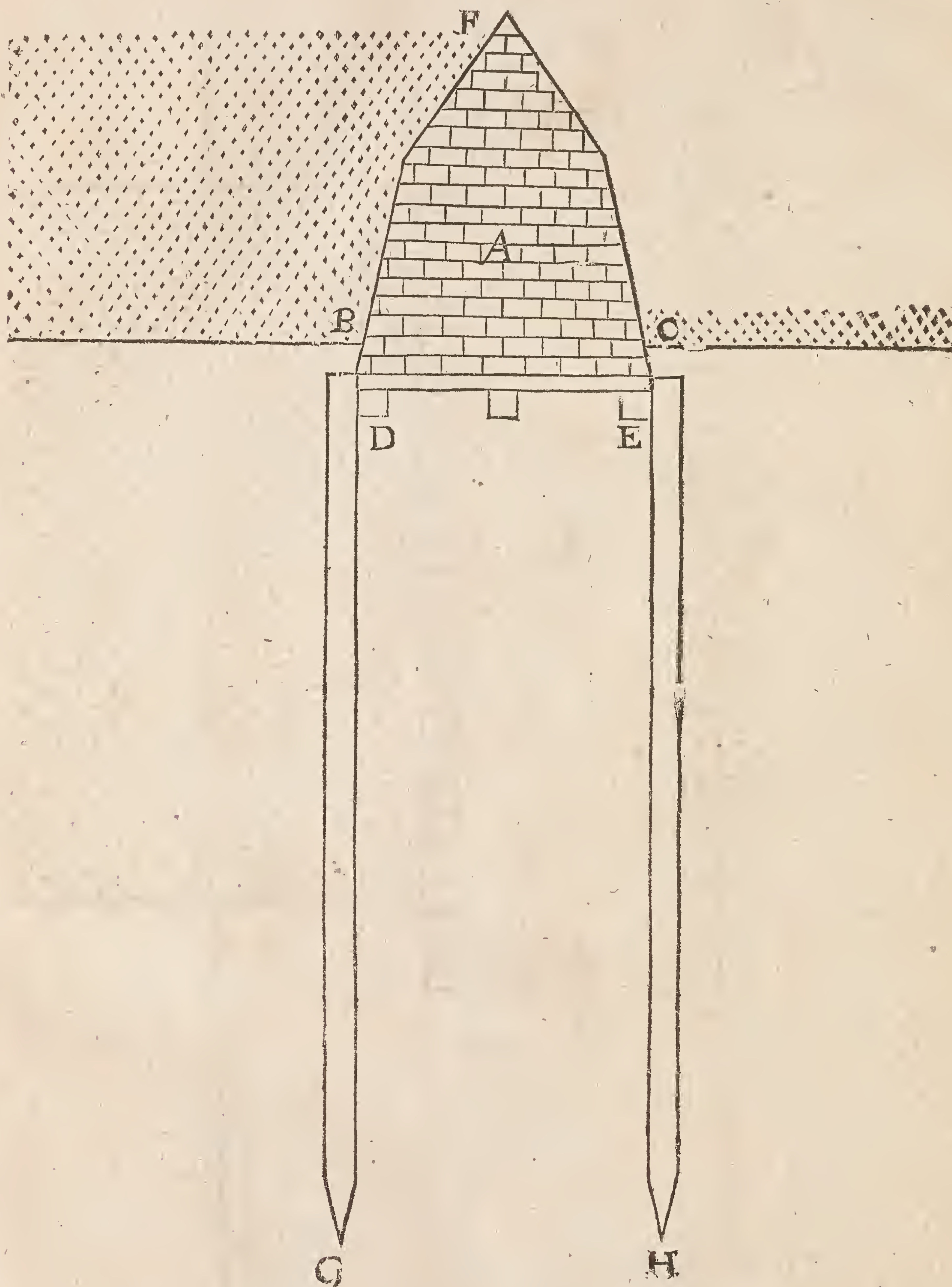
de matiere, il advienne un tel percement de costé, qu'il est advenu pour le peu de matiere dessus le Dodane, dont nous avons parlé cy-devant en la premiere Figure.

Cecy estant ainsi, on maçonne sur ce fond un Dodane de pierre, dont le profil est comme demonstre ceste 4 Figure, en laquelle A, B, C, D, E, F sont de telle signification qu'en la 1 Figure, & on y applique encore les pieux à queuës d'arondelle P G, C H : Il appert en icelle Figure comment on pourvoit contre les susdites deux causes, car y ayant devant le Dodane une profondeur de 20, 30 ou 40 pieds, & que les pieux demeurent encore trois ou quatre pieds dedans le sable, le fond du Dodane demeure en son entier : Et apres que l'eau haute est finie, la Riviere est ordinairement encline de porter du sable en ceste profondeur, comme elle estoit auparavant. Quant à la deuxiesme cause du grand pressement de l'eau qui ruine le fond, cela est icy aussi empesché, car si le Dodane recevoit de dessous quelque coulement, cela se devroit faire dessous les

 pieux

pieux à queuë d'arondelle, comme pres G & H, mais cela n'est pas bien possible, pour le grand corps d'argille & sable de B jusques à G, de G à H, & aussi de H à C en haut, qui en si grande profondité se devroit mouvoir : Et encore qu'il seroit dissipé de B jusques aupres de G, la grande quantité de sable de B jusques à H, & de H en haut jusques à C, ne se pourroit facilement mouvoir.

4 Figure.



Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, que quand il arrive devant les pieux de B jusques à G, une plus grande profondeur que la longueur des pieux, & que la dissipation du sable vient plus avant sous le Dodane destruisant le fond, qu'il faut alors que le Dodane avec les pieux, & tout ce qu'il y a dedans vienne à tomber : On respond là dessus, qu'il y a grande difference entre un fond comme cestuy-cy, qui ne se peut dissiper que par une precedente profonde ruine, & un fond qui se dissipe seulement par pressement sans precedente ruine, comme celuy de la 1 Figure : Aussi qu'il advient rarement, qu'icelle ruine vienne aussi profonde que la longueur de longs pieux.

J'ay bien communiqué ceste mienne opinion de pieux à queuës d'arondelles à quelques Ingenieurs, dont s'en est ensuivi qu'on a mis en ces Païs devant quelques bastiments au bord de l'eau, des planches 3 ou 4 pieds de profond, & espaisses seulement de deux doigts, avec des fueillieres triangulaires fichées l'une en l'autre, mais telles planches ne peuvent supporter la hie pour venir à la profondeur cōpetente ; mon intention est de tels pieux à queuë d'arondelles, comme j'ay declaré cy-devant.

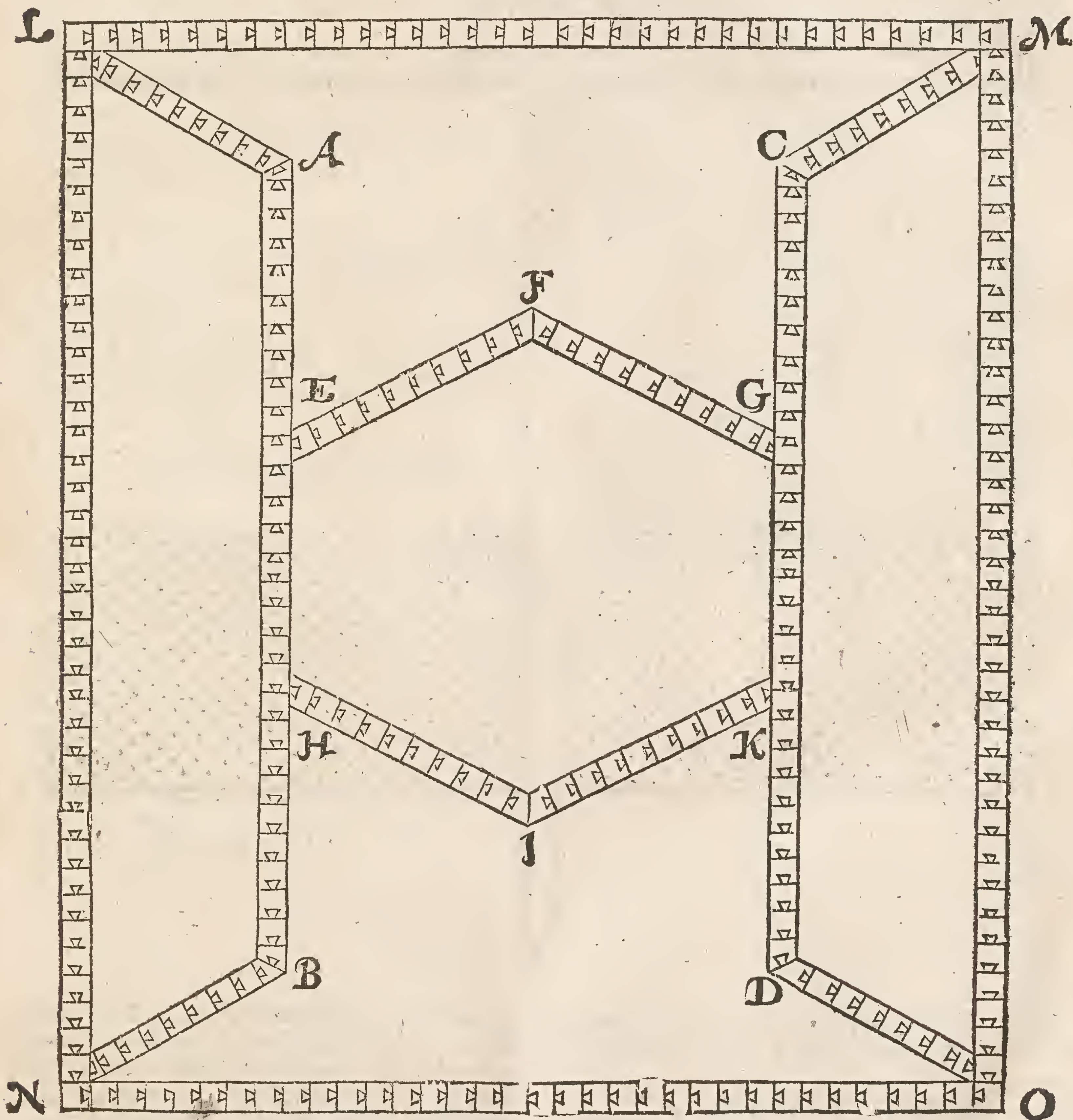
Cecy

Cecy estant dit des fonds des Dodanes, je viendray maintenant aux fonds des Escluses, mettant à icelle fin le plan de ceste 5 Figure, qui comme la 3 Figure consiste aussi en rangs de pieux à queuës d'arondelles (c'est assavoir qu'il y a encore en icelle autant de pieux sans queuës d'arondelles, comme requiert l'espesseur des murailles & contreforts pour reposer là dessus) entre lesquelles AB, CD signifient les deux jouës, & la place comprinse entre deux est le ruisseau pour le cours de l'eau, EFG se sueil de devant, HIK le sueil de derriere, AL, CM les aisles de devant, la place entre deux est le lict sur lequel l'eau tombe, BN, DO les aisles de derriere, la place entre deux est le lict, encore y a-il deux rangs LN, MO.

Des pieux estant ainsi fichez que tant leurs sommets que les pointes inferieures ayent leur competente profondeur, on en tirera toute la matiere (comme il est dit cy-devant du Dodane) de sable ou fange, & on remplira les places avec de l'argille chacune à sa hauteur requise, à sçavoir que le ruisseau & les deux licts demeureront aussi profonds que les conditions requierrent, pour fabriquer là dessus l'aire de bois & massonnerie, mais les deux places LABN, MCDO aussi hautes d'argille comme la Digue.

Pour declarer maintenant la fermeté de tel fond, je dis ainsi : Si lon pose que les pieux du rang LM ont la profondeur de 40 pieds, il s'ensuit qu'encore que l'eau tombante outre iceluy LM, feroit un puits profond

5 Figure.

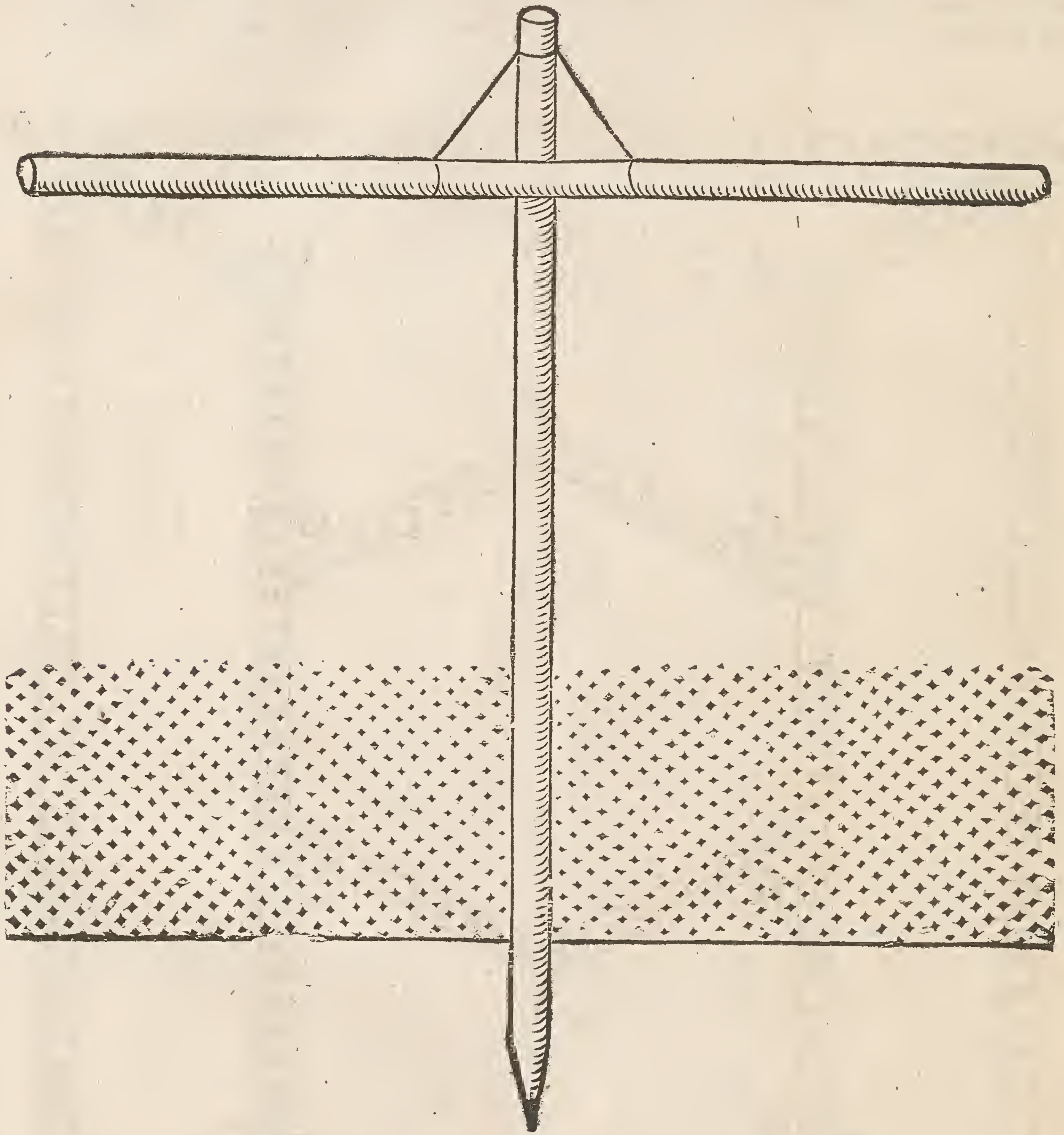


de 30 pieds, le lict LAEFGCM, & tout le reste demeure ferme : Secondement, encore qu'avec le temps l'argille comprinse entre les susdits pieux à queuë d'arondelle seroit dissipée bien profondement (ce qui se peut remplir & reparer) si est-ce que l'Escluse demeurera toutefois fermement close, car les portes estans fermées, les pieux à queuë d'arondelle font par tout ferme closture.

Il faut encore sçavoir, qu'il est utile de mettre pres le bout du lict des grosses pierres, aussi pesantes qu'elles ne se meuvent par la cheute de l'eau, à fin d'en garder le fond, car il pourroit advenir que le sable seroit cavé plus profondement que n'est la longueur des pieux à queuë d'arondelle, ce qu'advenant le fond du lict se dissiperoit, & autre malheur en pourroit ensuivre.

Notez encore qu'il a bien esté parlé icy de l'asseurance des fonds avec des pieux, estans hiez à la profondeur de 40 ou 50 pieds, mais quelqu'un pourroit penser que cela est par tout impossible, à cause que les pieux venant à toucher le sable flottant, ne veulent entrer plus avant. On respond à cecy, que cela se dit & se croit ainsi en ces Païs ; mais il en est autrement, car pendant assez de poids au sommet du pieu ils se hient bien avant dans le sable flottant, sans puis apres se lever ou tomber: Cecy a esté en usage à Melving en Pruysse, là où l'Architecte de ceste Ville, nommé Maistre Martin, natif de Haerlem, me dit avoir aprins cela d'un ouvrier Polonois, qui hioit avec les autres, lequel voyant qu'on desistoit de hiër, parce qu'on estoit parvenu au sable mouvant, sans pouvoir venir plus avant, disoit & monstroit par effect comment on hioit en son Païs ; ce qui se faisoit avec un des pieux qui flottoyent en l'eau, qu'on pendoit au pieu qu'on hioit, comme ceste 6 Figure demonstre, par laquelle se peut entendre que tant plus on pend de poids au pieu, que tant meilleur en est le succés;

6 Figure.



car on ne tient pas seulement ainsi ce qu'on gaigne à chaque coup, mais d'avantage le pieu entre à chaque coup plus avant.

On s'est servi au siege d'Ostende d'une maniere de faire entrer des pieux dedans le sable par remuement, à sçavoir tirant avec des cordes d'un costé & d'autre, & cela sans cesse, jusques à ce qu'ils avoyent leur profondeur competente ; car estant coy aussi long temps que la sable se soit assis, on ne sçait en apres remuer le pieu : Et est à noter que le susdit pendement de poids au pieu donne icy aussi grand avantage. Ceste maniere vint de ce que l'ouvrage se devoit faire de nuict, sans faire bruit avec le tombemẽt de la hie, vers lequel l'ennemy tiroit des canonades : Mais on ne peut faire entrer ces pieux par tel remuement, à cause qu'ils sont fichez les uns aux autres avec les queuës d'arondelles, tellement que cecy est seulement recité pour memoire. Il faut aussi sçavoir, qu'on ne se peut servir de ce remuement quand dessous le sable il y a de l'argille, fange ou semblable matiere ferme, par laquelle il faut hiër les pieux.

III Chapitre.

Contenant une regle generale de la nouvelle maniere de fortification des Villes par Escluses.

ARGUMENT DE CE CHAPITRE.

AYant parlé en l'Argument de ce Traicté de la difference en general entre ce 3 Chapitre & le 4; laquelle suivant les suscriptions particulieres des exemples de ce 3 Chapitre sera comme s'ensuit:

1 *Exemple d'une Ville situee au bord de l'eau, là où les Dunes ou Digues viennent contre les remparts, & requerrent amendement.*

2 *Exemple de l'amendement de la Ville du premier exemple par deux Escluses.*

3 *Exemple des Ravelines devant les Escluses.*

4 *Exemple des Moulins joignant les Escluses, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.*

5 *Exemple de la meilleure fortification & autres commoditez, que la susdite Ville acquiert par le fouïssement d'un autre fossé.*

6 *Exemple contenant la maniere d'approfondir les fossez des Villes qui ne sont point situées aux bords de l'eau comme les precedentes, mais aussi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.*

7 *Exemple de l'approfondissement, qu'on peut faire és fossez des Villes situées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres sans flux & reflux, mais ayant seulement une petite Riviere venant à la Ville.*

8 *Exemple pour approfondir avec une grande Riviere navigable sans flux & reflux, sans petites Rivieres aussi venantes à la Ville.*

9 *Exemple de l'approfondissement des fossez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayant une petite Riviere non navigable.*

10 *Exemple de l'amendement des receptacles qui sont en usage aux plats Païs, tant pour approfondir les Havres, que pour secher les Terres.*

11 *Exemple de l'approfondissement des fossez par tourbieres (qu'on nomme en Hollande Venen) où l'on fouït des tourbes.*

12 *Exemple de la maniere d'approfondir les Rivieres ou Fossez navigeables entre deux Isles, où entre Terre ferme & une Isle, là où il y a flux & reflux.*

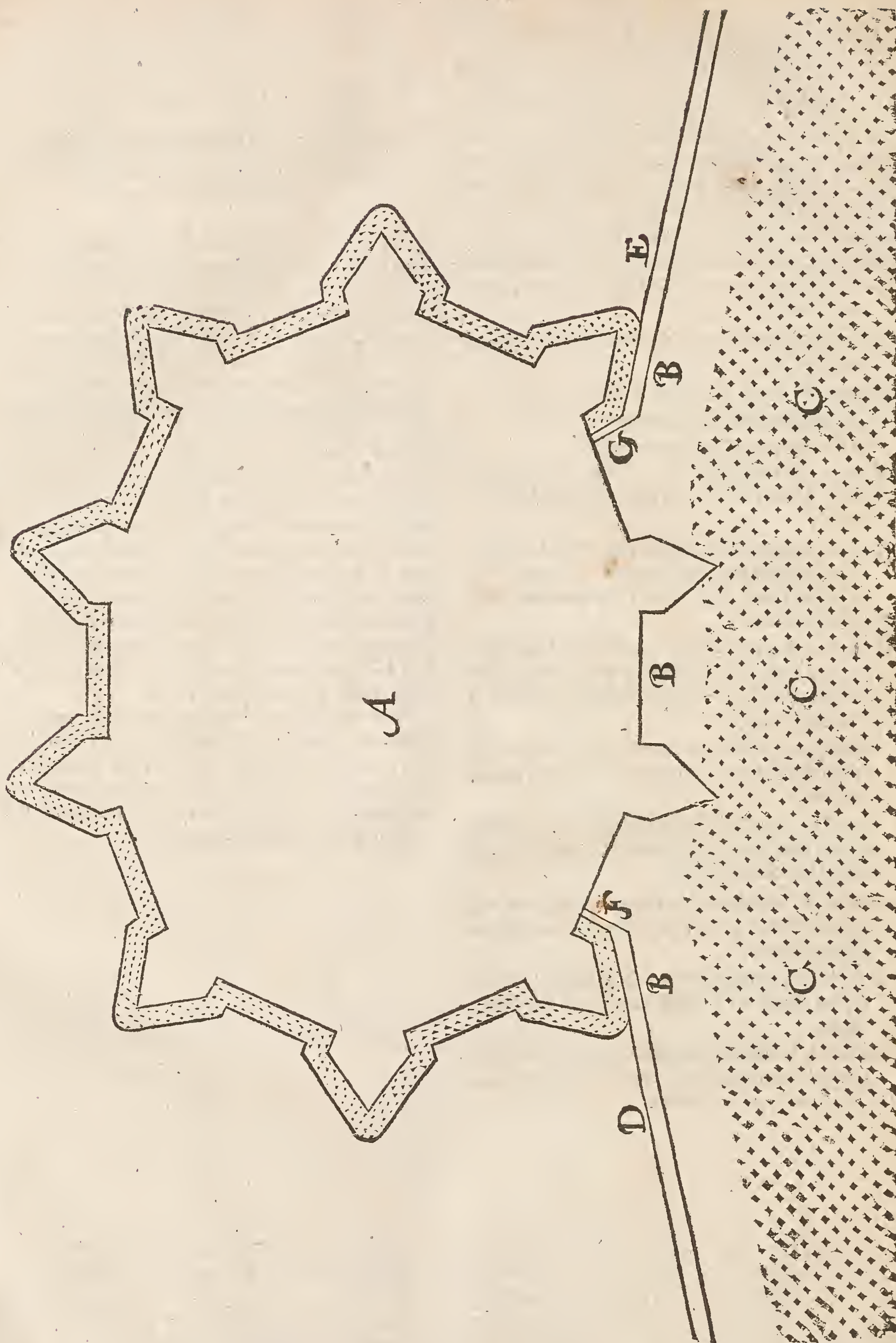
I Exemple.

D'une Ville située au bord de l'eau, là où les Dunes ou Digues viennent contre les remparts, & requerrent amendement.

SOit à telle fin en ceste 1 Figure A une Ville située au bord B, tellement que la Mer ou grande Riviere, ayant flux & reflux frappe, quand la Mer est haute contre la Ville, sans qu'entre l'eau & la Ville il y ait place pour loger un Camp: D & E signifient les Dunes ou Digues, des deux costez touchant aux remparts. Telles Villes ont eu jusques à maintenant cet inconvenient, qu'on ne les a sceu fortifier comme il appartient, parce qu'aux lieux de D & E on ne peut faire des fossez, car s'il y a des Dunes de sable, la profondeur qu'on y creuse ne peut demeurer, mais se remplit incontinent avec son sable à la hauteur du bord, par le mouvement de l'eau, & les vents aussi rendent encore les Dunes plus hautes: Mais estant ausdits lieux D & E des Digues qui touchent contre les remparts, elles emplissent les fossez; & encore qu'on y mette des Dodanes de pierre comme ceux qui sont marquez pres de F & G, le long du bord est sec, comme de F à G, principalement la marée estant basse, & les vents venants du costé de la Terre.

Pour obvier aux inconveniens de la precedente Ville du 1 Exemple, je declareray ma susdite intention, proposant premierement les Exemples de moindre coust; & apres ceux de plus grand, pour se pouvoir gouverner en l'amendement, selon la necessité & l'argent qu'on y pourroit employer.

I FIGURE.



2 EXEMPLE.

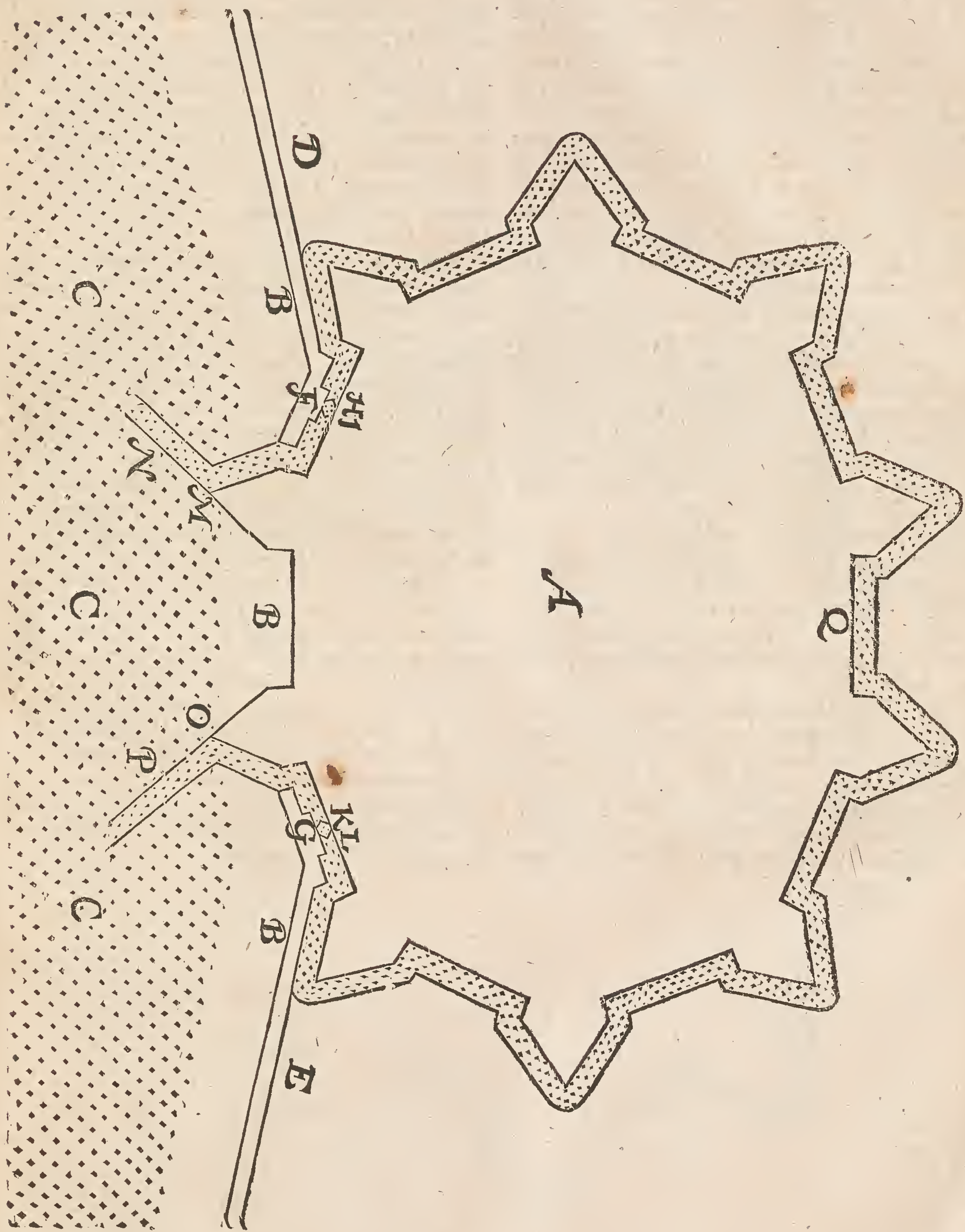
De l'amendement de la Ville du 1 Exemple par deux Esclufes à portes d'esguilles.

ON ostera les deux Dodanes F, G, du 1 Exemple; & on mettra pres de chacune d'icelles places une Esclufe à portes d'esguille, large par exemple de 50 pieds, chacune avec deux paires de portes, comme en ce 2 Exemple, là où au lieu du Dodane F, font mifes les deux paires de portes H & I, & où au lieu du Dodane G, les deux paires de portes K L estant de forme comme le Sas de Fliffinge, qui eft large de 40 pieds 10 doigts mefure de Rhinlande, ayant auffi deux paires de portes poinctues : Apres on fouïra d'icelles portes jufques à l'eau de la Mer ou Riviere, auffi avant qu'il eft neceffaire, comme eft demonftré par les deux Foffez ou

Havres

Havres MN & OP, lesquels sont mis icy comme si par imagination ils estoient produits jusques à ce qu'ils se touchassent l'un l'autre, & fissent un rectangle; & ce à telle fin que je diray cy-apres: Il faut aussi sçavoir que ces deux Havres doivent estre pourveus de testes, aussi longues que la necessité le requiert, à fin que le Havre demeure en icelle forme, pour faire meilleure profondeur par le bord de la Mer ou de la Riviere.

2 FIGURE.



Cecy estant ainsi, je declareray maintenant l'usage: la Mer haute du flux estant retenuë par les portes H, L, & apres l'eau exterieure estant venuë par le reflux au plus bas, on ouvrira unefois les portes L, laissant celles de H fermées, & alors toute l'eau qui est dans le fosse H Q L vuidera par les portes L, faisant profondeur à la partie du fossé K O P, une autrefois on ouvrira les portes H, laissant celles de L fermées, & alors toute l'eau qui est dans le fossé L Q H sortira par les portes H, faisant profondeur à la partie du fossé I N M, & outre cela approfondira tout le fossé; parce que l'eau a le cours tres-fort. Il y a encore icy à considerer, qu'en-

qu'encore bien qu'à cause du fort cours il y aye dedans le fossé bonne profondeur, que toutefois elle ne sera pas si profonde qu'aux deux parties du fossé ou Havres H M N, L O P; parce que l'eau tombe en iceux de haut en lieu bas & vuide. Mais à fin d'avoir aussi tel approfondissement au fossé H Q L, cela se fera ainsi: L'eau du reflux estant dedans le fossé au plus bas, on fermera les portes K I : Puis apres l'eau exterieure du flux estant venuë au plus haut, on ouvrira l'une paire des portes, je prens I, & alors la haute eau exterieure tombera dans le fossé vuide, en faisant la profondeur plus grande que selon la premiere maniere : Et combien que le sable se porte de H par de là Q & K, s'assemblant là sans sortir pour icelle fois hors du fossé, parce que K demeure fermée; cela se peut puis apres oster par L, avec l'eau haute du fossé sur l'eau basse exterieure, selon la maniere cy-devant expliquée. Telle façon d'approfondir le fossé, l'unefois par l'ouverture des portes I, celles de K demeurant closes, se peut faire une autrefois par l'ouverture des portes K celles de I demeurant closes.

Par ceste maniere toute la Ville est entierement environnée d'eau, sans qu'il y ait des parties seiches aux Dodanes F G, car en temps de necessité les portes estant ouvertes, & attachées contre les jones, avec des fortes serrures, il y aura à icelle place la largeur de 50 pieds de fossé de grande profondeur, & ce encore l'eau estant basse: Outre cela on peut pour estre plus asseuré mettre devant ces Escluses des Ravelins, dont je feray la declaration au 3 Exemple.

Cecy peut encore servir d'exemple, que presque par telle maniere la Ville d'Ostende a acquis la force, par laquelle elle a resisté le temps du si renommé & durable siege : Car au paravant c'estoit (comme sont communement telles Villes) une place foible, laquelle reçeut sa force par le percement de ses deux extremitez sablonneuses.

Il faut encore sçavoir, que par dessus le renforcement que la Ville acquiert par ceste maniere, tel fossé est commode pour servir de Havre, pour en temps d'assiegement laisser entrer les Navires, & apporter toutes choses necessaires : Puis pour en temps de Paix, lors qu'on n'a point crainte de l'ennemy, pouvoir faire grand traffique: Pour sauver aussi les Navires, lors que la glace flotte, & y hyverner, tendant non seulement au grand avantage des Villes; mais aussi, comme il est dit cy-devant, à la grande commodité & asseurance des Navires, corps & biens des hommes navigans: Et par ainsi les fossez qui auparavant estoient pleins d'eau puante, peuvent par ce moyen estre exempts de tels inconveniens.

Apres, puis que les Havres M N, P O estans produits par imagination, ainsi qu'ils facent un angle droit, s'ensuit que si l'on suppose que l'un des Havres, comme M N tende vers Septentrion, l'autre P O tendra vers Occident, d'où se peut conclurre qu'on pourroit presques avec tout vent entrer & sortir, & ne pouvoir jamais avoir le vent entierement contraire, moyennant qu'on choisisse un Havre auquel le vent a le plus grand avantage : De sorte qu'un tel fossé est comme une rade, à laquelle les Navires bien asseurées peuvent attendre le bon vent, pour sortir par l'un ou l'autre Havre.

Mais parce que quelqu'un pourroit douter, si telles grandes profondeurs se pourroyent ainsi faire par les Dunes, comme au lieu de N M, P O, je dis qu'on le peut veoir par exemple, entre autres aux Havres à Calais, Dunkercke, Nieuport, Ostende, & plusieurs autres, lesquels sont faits & entretenus avec petites portes d'Escluses, lesquels Havres seroyent sans ces Escluses (combien qu'elles sont fort petites en comparaison de celles-cy) en peu de temps remplis de sable : En outre, on voit plusieurs Havres aux Villes, faits fort avant, avec petites Escluses & petits receptacle : Comme à Flissinge, là où on entretient la profondeur du viel Havre, avec une porte large seulement de 3 pieds 3 doigs, & avec un receptacle qui a la longueur & largeur environ de 55 verges, qui descend vistement, faisant toutefois dans le Havre une telle grande profondeur comme il appert : La porte du nouveau Havre est environ de 6 pieds 2 doigts, dont se peut conjecturer quelle grande profondeur se feroit avec des portes larges de 50 pieds, là où le fossé tout entier serviroit de receptacle, qui ne descendroit pas si hastivement qu'un petit receptacle.

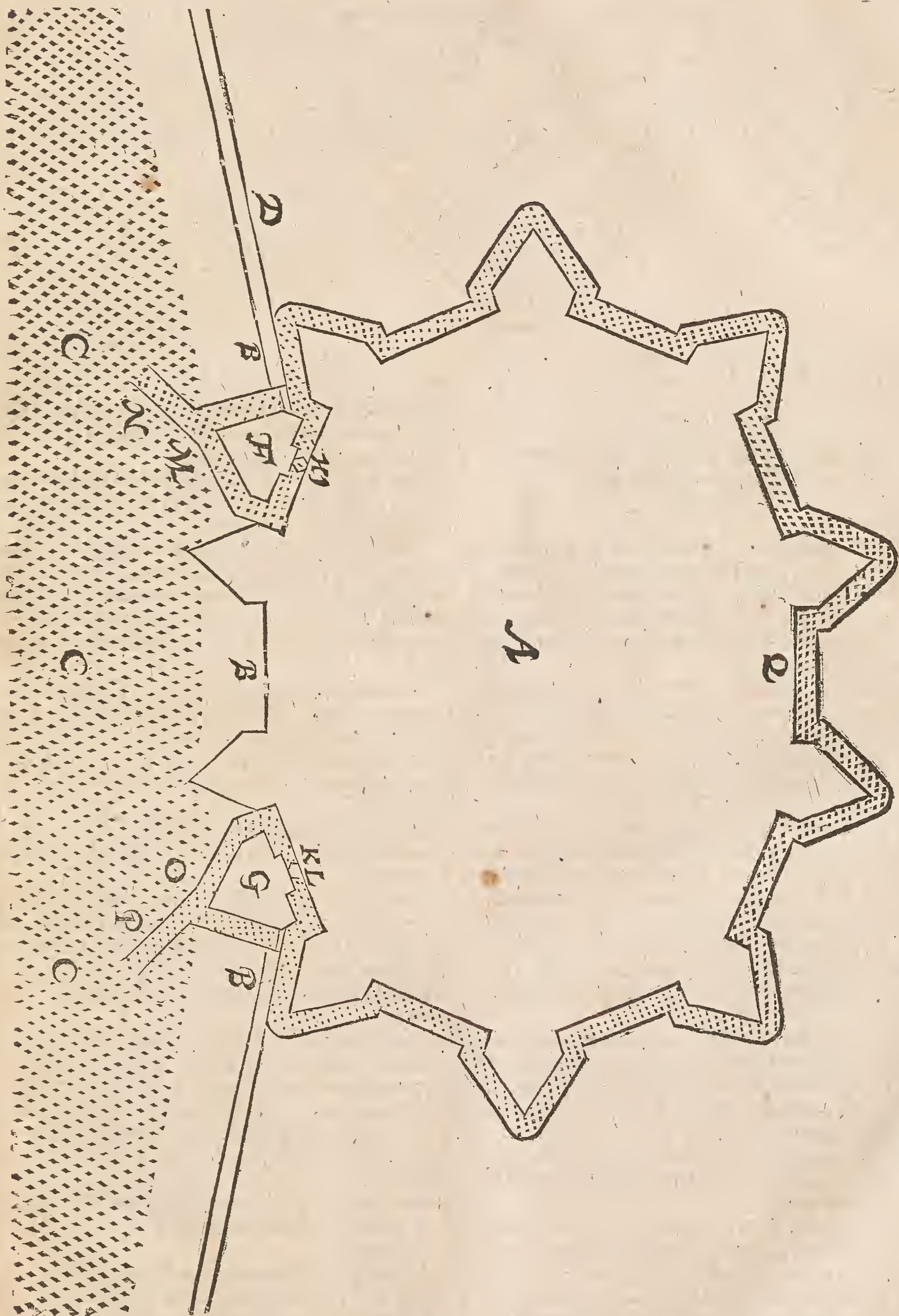
Ceste maniere aussi est fort propre, & apporte une grande commodité au faict des Moulins aquatiques, dont je parleray au 4 Exemple.

3 Exemple.

Des Ravelins devant les Esclufes.

Combien que quelques Villes qui ne font point en guerre, ne veulent du commencement faire des Ravelins, aimant mieux laiffer les Efclufes nues comme au 2 Exemple, toutefois pour ceux qui les veulent, j'en mets icy ce 3 Exemple, auquel devant les Efclufes HI & KL font fignez les Ravelins F & G, defquels les faces fe nettoyent hors des boulevarts joincts, comme il fe void.

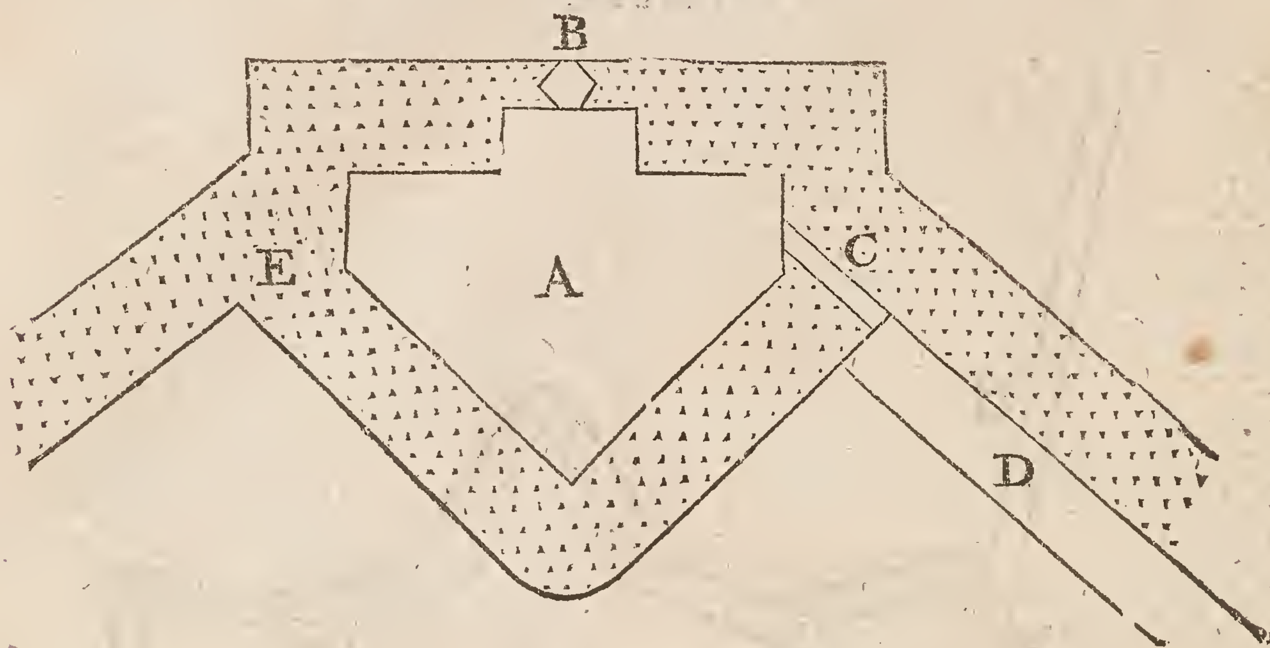
3 Figure.



Mais

Mais à fin que le sens soit mieux declaré par une Figure plus grande, je marqueray icy ceste 4 Figure du Ravelin A, mis seul devant les deux paires d'Escluses pres B : Puis C signifie un Dodane au bout de la Digue D, dedans lequel doit (comme aussi aux Dodanes des Figures suivantes) estre faite une petite Escluse, seulement large d'un pied, qu'on leue en haut pour approfondir le fossé du Ravelin, de C jusques à E. Les places pointées est l'eau du fosse.

4 Figure.



4 Exemple.

Des Moulins joignant les Esclu ses, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.

Les Moulins selon la maniere dont on a usé jusques à maintenant, ont fait grand empeschement en la fortification des Villes, car moulant avec l'eau qui a flux & reflux, leur receptacle est dehors ou dedans la Ville : Estans dehors, le fossé a (pour le premier) deux dommageables Dodanes.

Au second, quand l'eau est vuidée par la mouture, le receptacle (estans partie du fossé) est sec.

Au troisiesme, la fange & le sable accroist fort sur le fond du receptacle, tellement que devant qu'on le face profond, il comprend peu d'eau, & pour l'approfondir il couste beaucoup.

Au quatriesme, si le receptacle est ordonné dedans la Ville, alors ne viennent à cause de cela point des Dodanes au fossé, mais cela occupe dedans la Ville une grande place vuide, sur laquelle on pourroit bastir des maisons quand il n'y auroit point de receptacle : aussi tel receptacle est subject, comme l'autre à l'accroissement de la fange, au peu de profondeur, peu d'eau, & grands despens pour quelquefois l'approfondir.

Au cinquiesme, les Moulins moulans non pas avec la marée, comme dessus, mais par des petites Rivieres, & lequels sont dedans la Ville, icelles petites Rivieres sont conduites par le fossé entre deux dommageables Dodanes ou Terrains.

Au sixiesme, si on les met hors de la Ville, & qu'on face courir les petites Rivieres par les fossez, elles les emplissent de sable.

Au septiesme, si on fait courir les petites Rivieres hors du fossé, & qu'on y applique les Moulins, ils sont en temps de guerre en peril d'estre bruslez.

Mais quand on ordonne les Moulins comme en la 5 Figure (qui est comme on les met vulgairement joignant leur porte qui se leve en guindant pour passer les hautes eaux) les susdits accidens sont prevenus : Car premierement il n'y a point des dommageables Dodanes ou Terrains dedans les fossez.

Au second, tel receptacle ne se pourra vuider en une marée, ni demeurer sec; car en ce temps l'eau descendra fort peu pour sa grandeur.

Au troisiesme, le fond de tel receptacle ne s'accroistra point, ni ne le faudra aucunefois approfondir à grands frais, mais il demeurera continuellement profond, ou pour le continuel approfondissement deviendra plus profond, & comprendra beaucoup d'eau.

Au quatriesme, il n'est pas besoing d'ordonner des receptacles dedans la Ville qui comprennent une grande place inhabitée, & sont comme les autres encore subjects à l'accroissement du fond, au peu de profondeur, peu d'eau, & grand despens pour aucunefois les approfondir.

Quant à la prevention des accidens des Moulins, qui vont avec les petites Rivieres, il en sera parlé au 7 Exemple.

Touchant l'entrée des Navires hors des Havres MN, OP au fossé, aussi l'issue hors du fossé ausdits Havres, cela se peut faire sans empescher la mouture si long temps que le flux court au fossé, si long temps aussi que l'eau haute ou basse est coye, les Esclu ses estant ouvertes.

Il a esté parlé jusques icy des Moulins mis joignant les Esclu ses, comme on les met communement joignant leurs portes qui se levent en guindant, pour passer les hautes eaux, mais pour en faire plus ample declaration, ensemble du Ravelin mis devant l'un & l'autre, je mets icy le plan de ceste 5 Figure, dont le sens est tel :

A Allée voûtée par le rempart, pour aller vers le Moulin, & vers le Ravelin, servant aussi aux sorties.

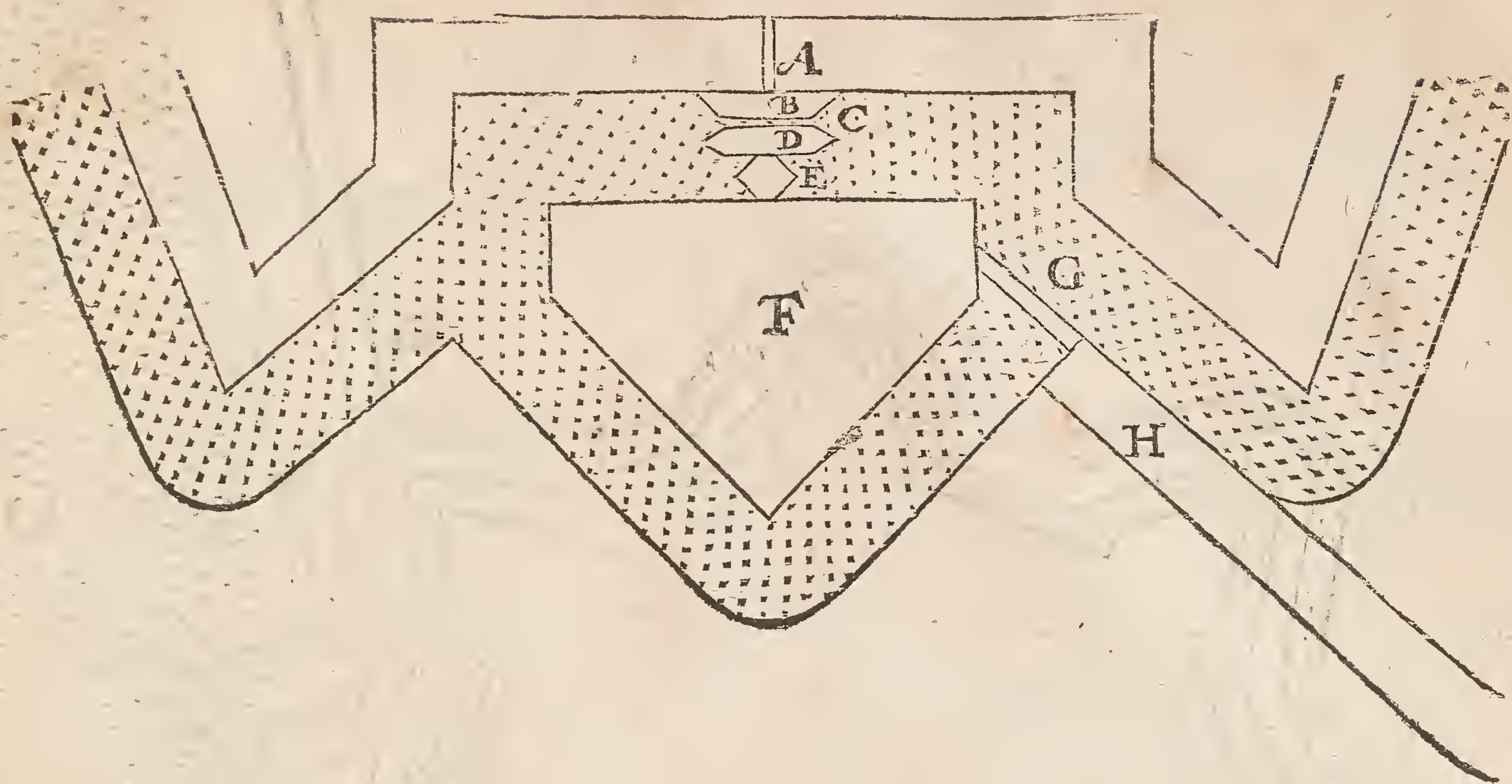
B La maison du Moulin, laquelle quand il y a une fausse braye, se peut mettre au chemin d'icelle.

C Le lieu de la grande rouë que l'eau fait tourner.

D L'un des costés de l'Esclu se.

E Les

5 Figure.



E Les deux paires des portes de l'Esclusе.
F Le Ravelin dont les faces se nettoyent hors des deux boulevarts qui sont de costé, auquel en temps de necessité on peut faire garde exterieure, & estant commodement situé pour y entrer par le rempart, sans ouvrir les portes de la Ville.
G Le Dodane de pierre.
H La Digue.

5 Exemple.

De la meilleure fortification & autres commoditez, que la susdite Ville acquiert par l'enfouïssement d'encore un autre fossé.

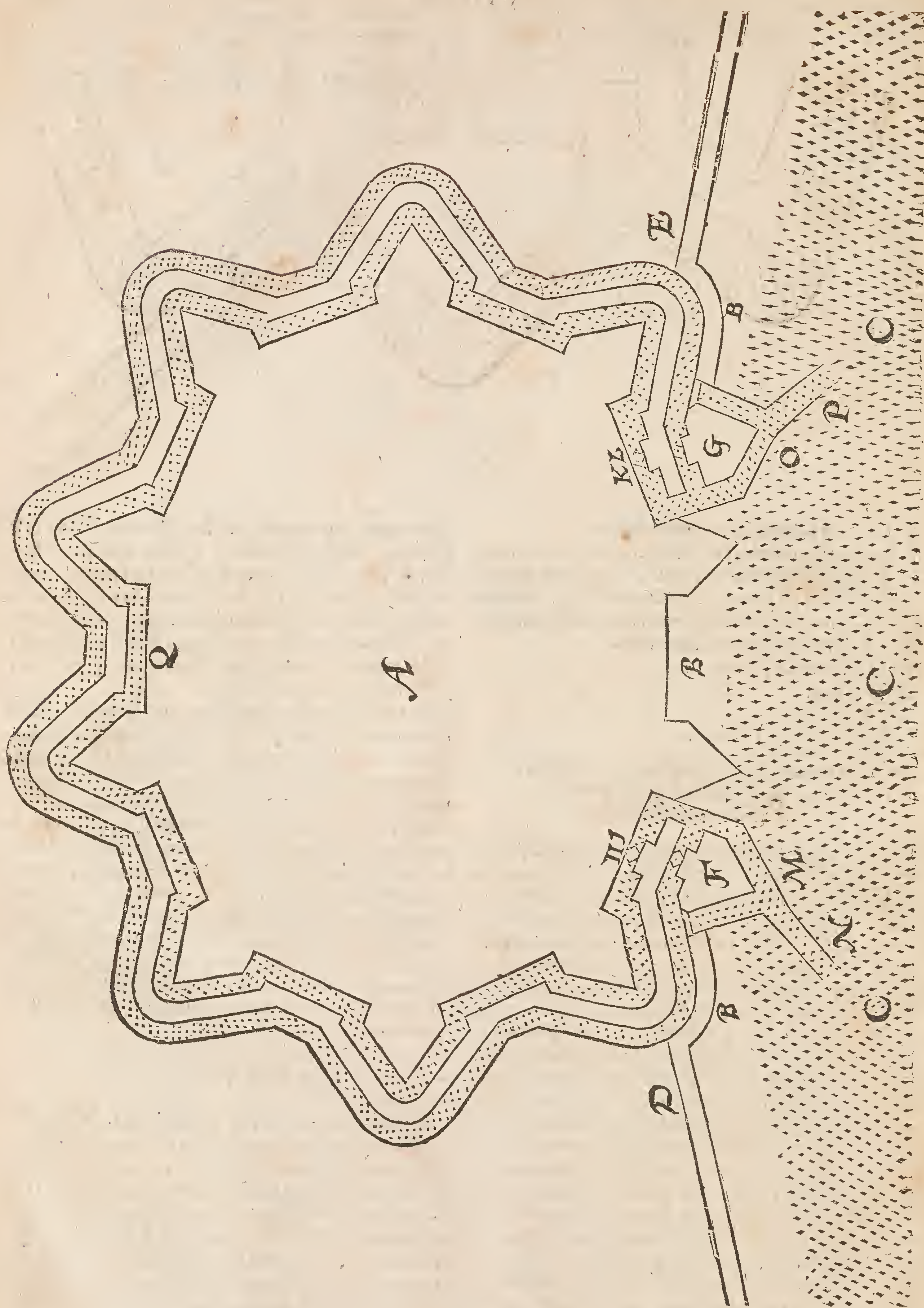
Les exemples precedens ont esté avec un fossé qui sert aussi de Havre, mais telles Villes ont en temps de guerre trois inconveniens: Le premier que les Navires sont là dedans nus, pouvans estre canonnez de l'Ennemy: Le deuxiesme que l'Ennemy peut venir à pied sec à ces Navires, & les brusler: Le troisiesme qu'il est dangereux de mettre les Navires contre les remparts de la Ville, parce qu'on peut facilement monter d'iceux sur les remparts, & par trahison ou surprise prendre la Ville. Or combien que plusieurs Villes permettent ce peril, toutefois ceux qui pour l'eviter veulent faire les despens, peuvent le long du premier fossé faire un autre fossé ou Havre alentour de la Ville, jettant la terre qui en sort entre deux, en faisant un parapet de chemin couvert, de telle hauteur que les Navires peuvent estre cachés derriere, & avec telle descente ou escarpe qu'il soit par tout nettoyable des remparts, comme il est demonstré en ceste 6 Figure; en laquelle a l'entour d'une Ville, laquelle la Mer ou quelque grande Riviere navigable frappe, (comme de la 3 Figure) est fait encore un fossé ou Havre avec ses deux Escluses, dont l'usage sera comme du precedent: Mais il est notoire qu'on peut approfondir ces deux Havres M N, O P avec plus d'abondance d'eau, que les deux precedens Havres, parce qu'on peut ouvrir en un mesme temps les deux Escluses respondant sur un Havre; de sorte que quatre telles Escluses large chacune de 50 pieds, feroyent ensemble une largeur de 200 pieds, par laquelle les Havres se pourroyent approfondir plus qu'on n'en a jamais ouy parler par cy-devant.

Par cecy est aussi manifeste, que les trois susdites difficultez seroyent prevenuës en temps de guerre. Premierement, pource que les Navires durant un siege se peuvent mettre au fossé interieur, là où avec le haut parapet ils seront couverts contre le Canon de l'Ennemy: Aussi contre le feu, veu qu'il n'y peut avenir pour le fossé exterieur; & combien qu'alors les Navires soient contre les remparts, on ne craint pas qu'on vienne monter par iceux sur les remparts, & qu'en tel temps d'une part on prend bien garde aux Navires, d'autre part qu'ils sont là comme dedans la Ville, à cause du fossé ou Havre exterieur: Mais en temps de paix, ou quand on ne craint point l'Ennemy, on les peut mettre au Havre exterieur, qui pour les raisons susdites peut servir de rade.

Notez.

Quant le terroir est si bas, qu'à cause de la terre fouïe pour faire le parapet du chemin couvert, on a un fossé ayant de l'eau commune avec l'autre grand fossé, & courrant par deux passages voûtez mis pres les Dodanes dessous le susdit parapet: Il est notoire, qu'on asseureroit ainsi les Navires au grand fossé contre l'Ennemy, & cela avec aussi peu de coust, qu'on employe communement aux chemins couverts qu'on fait és Forteresses, & le susdit fossé recevroit son approfondissement comme le reste.

6 FIGURE.

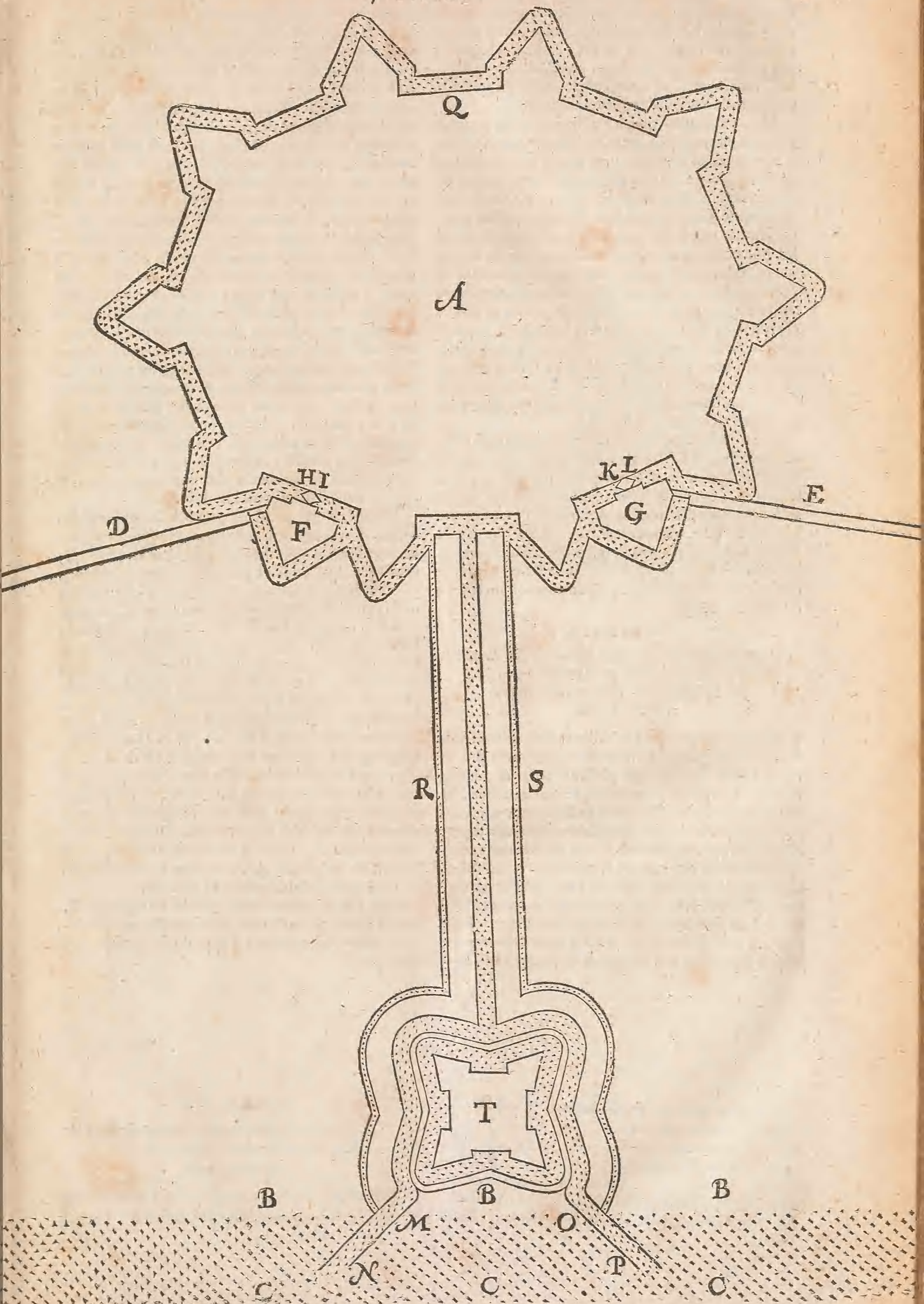


6 EXEMPLE.

Contenant la maniere d'approfondir les fossez des Villes qui ne sont point situées aux bords de leau, comme les precedentes, mais aussi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.

ON peut bien fouïr tout alentour de telles Villes sans faire des Dodanes aux fossez, mettant les Digues, si elles y sont devant les fossez, tellement que leurs descentes ou talus se peuvent nettoyer des remparts, & servir de parapets de chemins couverts, mais alors les Navires ne peuvent entrer en la Ville, ni aux fossez; parce qu'ils seroyent à sec l'eau estant basse : tellement que quand on y a voulu la naviger, il y a fallu jusques à maintenant mettre des Dodanes aux fossez, comme à Middelbourg, à la Briele, & autres semblables Villes.

7 Figure.



Villes. Mais pour declarer comment cela se peut faire sans Dodanes, je marque icy ceste 6 Figure avec ses deux Esclufes H I, K L, comme devant, mais avec un fossé de l'un à l'autre : De ce fossé court vers la grande eau un Havre, divisé en deux, aux deux parties M N, O P, venans l'un sur l'autre à angle droit; dont l'usage est manifeste par les Exemples precedens.

Mais parce qu'en temps d'assiegement on pourroit empescher l'entrée, & sortie des Navires par un tel Havre, pource que l'Ennemy peut venir à pied sec jusques aux bords, il y a fouï icy joignant le Havre deux petits fossez, comme R & S, & de la terre jettée sur le costé interieur se font des parapets : Quant à ce qu'on pourroit douter que l'eau courante par ces deux petits fossez, pourroit trop amoindrir au milieu l'eau du Havre, qui par cela pourroit avoir trop peu de profondeur; Il faut considerer qu'on peut faire l'emboucheure d'iceux aussi estroicte qu'on veut, car encore qu'elles ne fussent chacune que d'un pied ou deux de largeur, on en pourroit faire assez de profondeur : Quatre tels pieds, voire quand ce seroit cinq ou six, sont de peu d'importance, estans comparez à l'ouverture de 100 pieds des deux Esclufes, & encore de moindre, quand il y a quatre telles Esclufes, comme au 5 Exemple.

Encore est-il utile de mettre à l'embouchure du Havre un fort, comme il est demonstré par T, entre lequel & la Ville les susdits deux parapets se peuvent nettoyer le long des deux petits fossez (qui sont tirez tout droit) aussi bien hors des deux boulevarts du Fort, comme hors de la Ville. Notez aussi qu'encore qu'entre la Ville & le Fort il y eust 1500 pieds de distance, il semble qu'il n'y faudroit autre Fort entre deux, mais telle distance estant trop longue, on en pourroit mettre un ou deux d'avantage.

7 Exemple.

De l'approfondissement qu'on peut faire aux fossez des Villes situées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres sans flux & reflux, mais ayans une petite Riviere venant à la Ville.

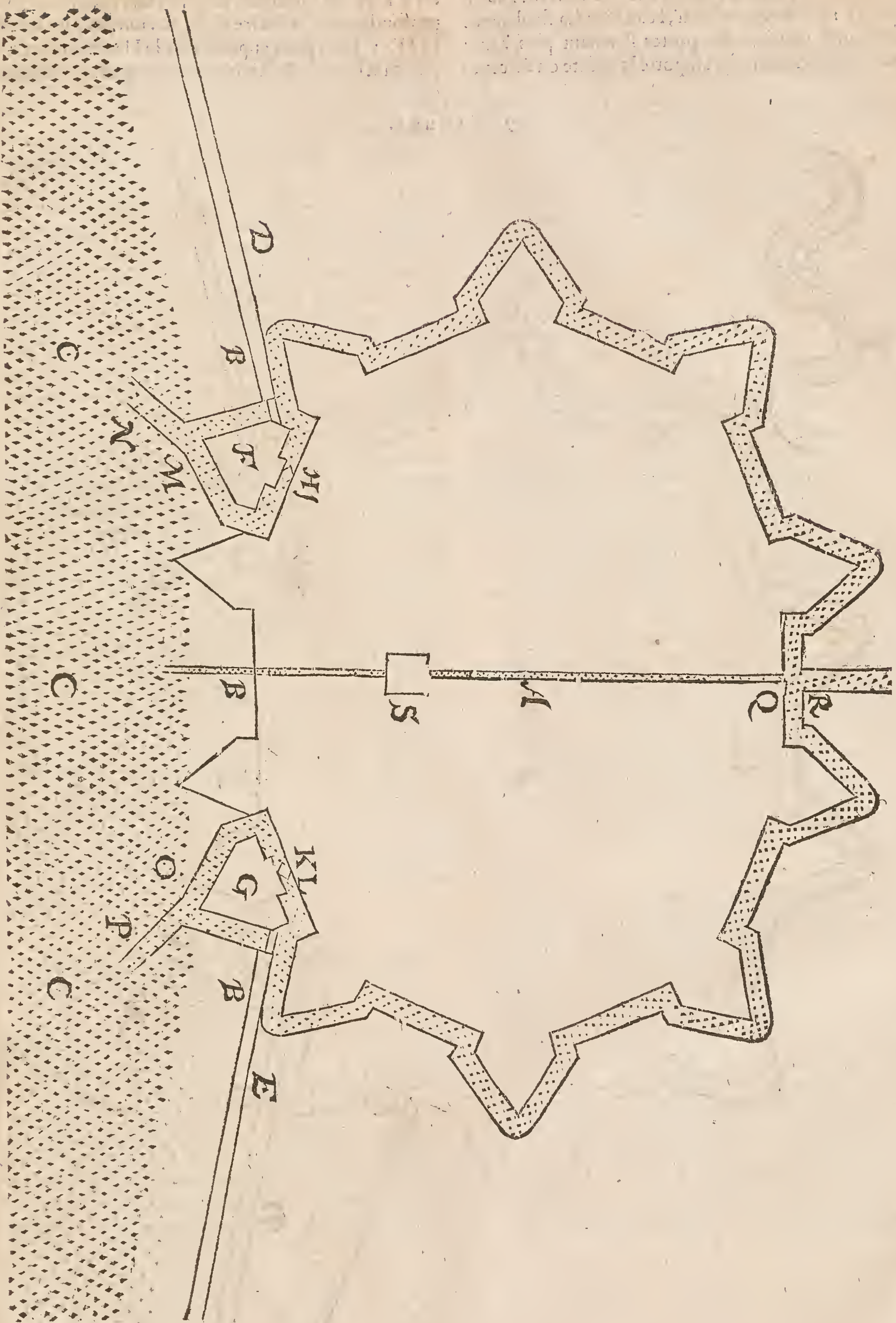
J'Ay parlé jusques icy des Villes situées au bord de la Mer ou de grandes Rivieres navigables avec flux & reflux : Mais d'autant que plusieurs Mers & grandes Rivieres navigables n'ont point de flux & reflux, les Villes situées au bord d'icelles ne se peuvent point approfondir par la maniere precedente : Mais cela se peut effectuer avec des petites Rivieres qui viennent communement aux Villes, pour la grande commodité que les Bourgeois en tirent tant de l'eau claire & freiche, fort necessaire à leur usage, comme aussi pour les Moulins qui en moulent, & d'autres semblables. Mais joignant ces commoditez, telles petites Rivieres ont jusques à present causé de grands dommages à la Fortification; car si on les fait courir par les fossez, elles les emplissent de sable, si on les conduit par la Ville entre deux Dodanes ou Terrains sans venir plus avant au fossé, les Moulins sont dedans la Ville bien asseurez contre le feu de l'Ennemy, les Bourgeois reçoivent aussi la commodité de l'eau, mais le fossé a quatre lieux emplis & foibles: Si on conduit icelles petites Rivieres dehors alentour du fossé, les Moulins sont bruslez en temps de Guerre, les Bourgeois aussi n'ont point la commodité de l'eau dedans la Ville. Mais pour declarer maintenant comment ont peut prevoir à tous ces inconveniens, soit marquée en ceste 8 Figure la petite Riviere R, entrant au fossé de la Ville pres Q, sans Dodanes, & de là aussi par la Ville jusques au Moulin S, & puis de là par les remparts vers B jusques en la grande eau, comme (par exemple) il a couru au paravant. L'usage de cecy est tel : Les deux paires de portes L H estant closes, & l'eau de la petite Riviere R courant continuellement, le fossé s'amasse plein d'eau aussi haute qu'il se trouve par experience que les Terres & fruits peuvent endurer: Ceste eau estant ainsi au plus haut, on en approfondit comme devant estoit fait avec l'eau du flux retenue au receptacle, dont il est parlé au 2 & 3 Exemple, à sçavoir qu'on ouvre unefois les portes L, laissant celles de H fermées, une autrefois ouvrant les portes H, laissant les portes de L fermées, avec quoy est chassé tout le sable que la petite Riviere apporte avec les hautes eaux au fossé.

Jusques icy est parlé d'approfondir les fossez pleins d'eau, servant principalement pour approfondir les Havres M N, O P; mais la profondeur des fossez se peut faire encore mieux par fossez vuides, ou ausquels l'eau est au plus bas, mettant une autre Esclufe au lieu où la petite Riviere entre au fossé, comme il est signé pres R; car icelle Esclufe estant fermée, & l'eau du fossé entierement vuidée par les Esclufes H I, K L & l'eau tenue en la petite Riviere de R enhaut, tombant par l'Esclufe pres R és secs fossez, elle y fait plus grande profondeur que par la precedente maniere. Il est aussi notoire que quand la grande Riviere est au plus bas (comme il advient és Estez secs, & és Hyvers apres longue gellée) qu'alors telle maniere est de meilleur succés, parce qu'alors les fossez se peuvent rendre plus secs. Mais il faut noter icy qu'il est requis que les fossez qu'on approfondit ainsi avec des petites Rivieres, doivent par tout estre d'egale largeur, sans lieux irregulierement larges, comme il advient aucunefois pour la disposition des places; car l'eau estant en tels endroits de foible cours, le sable pourroit s'y amasser.

Il est encore notoire que l'eau du Moulin pres S, aura sa cheute & vuidement pour moudre comme devant, quand ceste maniere d'approfondir les fossez n'y estoit pas.

8 Exem-

8 Figure.



8 Exemple.

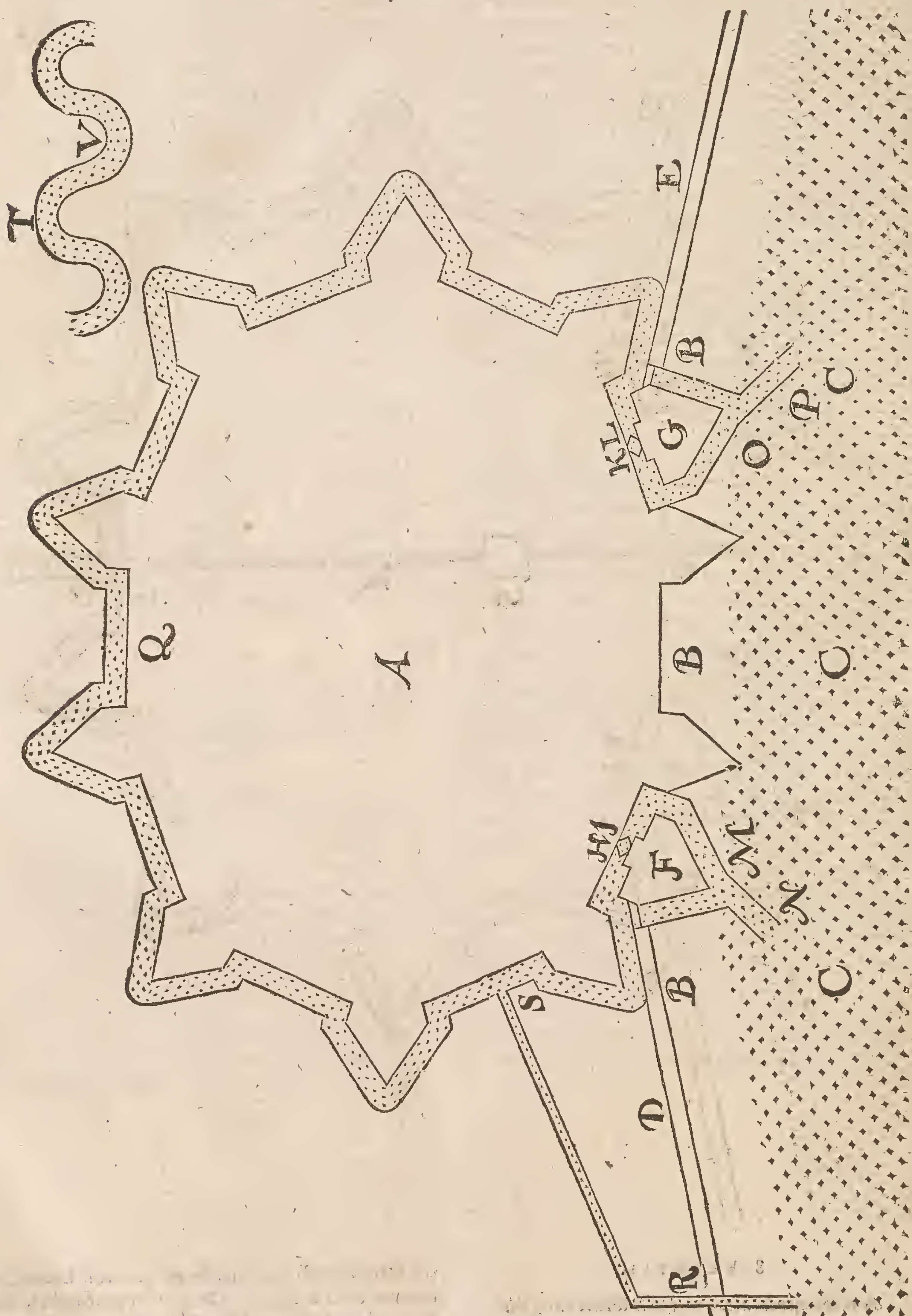
Pour approfondir avec une grande Riviere navigable sans flux & reflux, sans petites Rivieres aussi venantes à la Ville.

POsé que la Ville de ceste 9 Figure soit située sur une grande Riviere navigable sans flux & reflux, sans petite Riviere aussi par laquelle on pourroit hauser l'eau comme en la 8 Figure : Or pour approfondir le fossé & les deux Havres MN, OP, seulement avec ceste grande Riviere que je pose courir de N vers P, on le peut executer comme s'ensuit :

Premierement pour approfondir le Havre OP vers le costé plus bas de la Riviere, il s'expediera en faisant

haußer l'eau du foßé au plus haut qu'elle peut venir, fermant l'une paire des portes à L, & ouvrant l'autre paire à I : Ce qu'estant ainsi, l'eau viendra finalement sur le costé interieur des portes L autant plus haute qu'au costé exterieur, qu'emporte la cheute ou descente de la Riviere sur la longueur de I à L; pourtant les portes à L estant ouvertes, l'eau retenuë plus haute, fera profondeur par le Havre O P, & aussi par tout le foßé I Q K : Mais pour approfondir le Havre M L vers le plus haut bout de la Riviere, cela s'expediera en faisant

9 Figure.



descendre l'eau du foßé au plus bas qu'il peut venir, fermant l'une paire des portes à I, & ouvrant l'autre paire à L : Ce qu'estant ainsi, l'eau deviendra finalement sur le costé interieur des portes autant plus baße qu'au costé exterieur, qu'emporte la cheute ou descente de la Riviere sur la longueur de I à L; pourtant les portes

tes à I estant ouvertes, l'eau exterieure de la Riviere tombera au bas fossé, faisant profondeur par le Havre M N, & aussi par tout le fossé I Q K.

Il est encore notoire que les longues Villes, là où l'Escluse inferieure est beaucoup distante de la superieure, reçoivent plus de descente & difference d'eau interieure & exterieure, que là où elles sont plus proches l'une de l'autre, car comme plus grande longueur à moindre, ainsi assez prés plus grande difference de descente à moindre.

Il est aussi manifeste que les Rivieres ont plus de cheute avec un cours viste, que les Rivieres d'un cours lent; d'où l'on peut entendre que telle maniere d'approfondir sera plus forte lors que les Rivieres sont hautes, qu'estant basses; pource que le fossé lors que les eaux sont hautes estant autant approfondi que la Riviere y puisse passer lors qu'elle est au plus bas, il est apparent qu'en apres il n'y viendra remplissement de sable ou fange, mais plus grande profondeur, & cela sans mettre des Dodanes, ce qui autrement est necessaire, parce que le sable s'amasseroit au fossé.

Il faut encore sçavoir qu'en telle maniere d'approfondissement, que ceste-cy, il n'y faut pas les deux paires de portes à H & K, comme au susdit 2 & 3 Exemple.

Notez encore, que si dedans la Digue assez loing de la Ville vers le costé superieur de la Riviere, estoit une Escluse d'esguille, comme au lieu de R, de laquelle quelque fossé vint jusques aux fossez de la Ville, comme de R à S, il est notoire qu'avec cela la difference de l'eau la plus haute & plus basse deviendroit d'autant plus grande qu'auparavant, comme porte la descente de la Riviere de R jusques joignant S. On auroit aussi semblable difference d'eau plus haute & plus basse, si on mettoit telle Escluse à la Digue depuis la Ville vers le costé plus bas de la Riviere. Mais si c'estoit terre haute point diguée, comme il advient en aucuns lieux, alors on pourroit fouïr le fossé de R à S, sans mettre à R une Escluse, ordonnant (pour des raisons cognues) l'entrée comme R, à une courbure de la Riviere approfondissante comme T, & point à une courbure accroissante, comme V.

9 Exemple.

De l'approfondissement des fossez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayans une petite Riviere point navigable.

Soit en ceste 10 Figure A une Ville loing de la Mer ou d'une grande Riviere navigable, mais ayant une petite Riviere navigable B C, entrant illec au fosse: L'affoiblissement des Villes & les inconveniens qu'apportent telles petites Rivieres, soit qu'elles soient conduites par la Ville, ou par les fossez, ou alentour des fossez, sont descrits au 7 Exemple; là où il est bien dit comment on y remediera, mais s'il s'agissoit d'une Ville située au bord de la Mer ou d'une grande Riviere navigable, entre laquelle & la Ville il n'y a point de place de grande estendue comme icy, pourtant ceste maniere d'approfondir le fossé requiert une autre maniere qui peut estre telle.

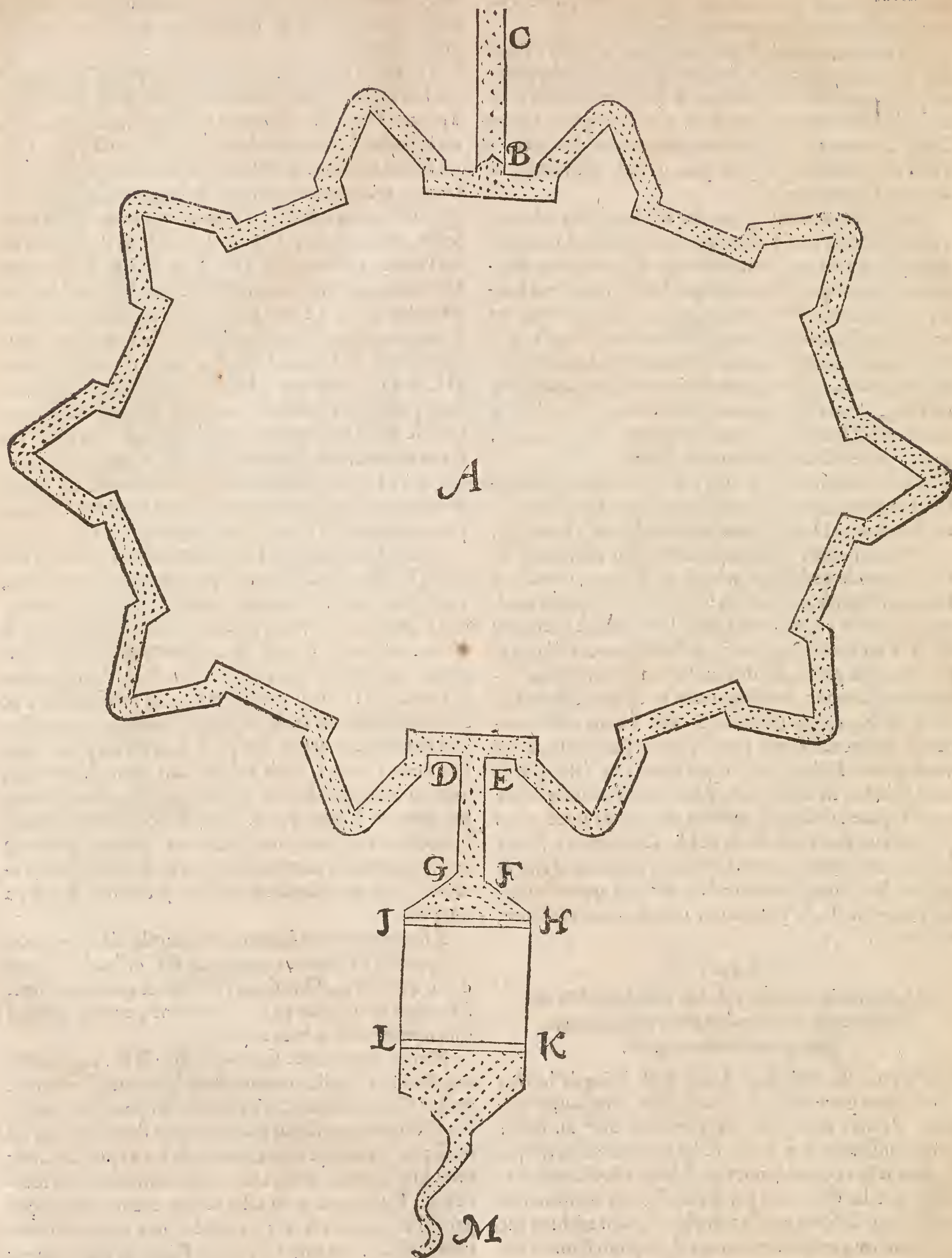
On mettra à l'embouchure de la petite Riviere, là où elle entre au fossé, comme au lieu de B, une Escluse à portes d'esguille, comme il y est demonstré, & au lieu où la petite Riviere sort hors du fossé, qui soit pres D E, on fouïra un bout de fossé D E F G, de la longueur de trois ou quatre cens pieds, & de largeur comme les autres fossez, ou environ, puis on tirera les costez des fossez, comme de F à H, & de G à I, s'esloignant l'un de l'autre, comme de F à H, & de G à I; de sorte que H I soit cinq ou six fois aussi large que F G, & qu'à son estendue de H à I soit mis au niveau un arrestement d'eau, à telle hauteur que le fossé de la Ville puisse tousjours tenir du moins 6 pieds d'eau: Puis soient tirez H K & I L, ainsi que I H K L signifie un fossé trés-large; mais peu profond, au bout duquel comme au lieu de K L, est mis encore au niveau un arrestement d'eau de la mesme hauteur que H I. L'eau passant outre ce H I qu'on laisse prendre son cours vers la petite Riviere comme il adviendra, fait une Figure, par exemple, comme de K L vers la petite Riviere à M.

Cecy estant ainsi, & l'approfondissement estant fait avec l'Escluse B aussi souvent qu'on le trouve necessaire, on parviendra à son souhait; car le fossé est sans Dodanes, estant par tout approfondi: Et combien qu'il se trouvé aupres de G peu de profondeur, cela ne nuit point, veu qu'il y a profondeur pres D E. Le parc quadrangulaire I H K L aura fort peu de profondeur, & l'accroissement de sable ou fange y viendra, peut estre à la hauteur des arrests I H, K L, à cause du petit cours que l'eau y aura; mais cela ne fait aucun dommage, ains au contraire donne de l'advantage; car si l'Ennemy vouloit deduire par là l'eau du fossé, il luy faudroit premierement fouïr tout au travers. Et quoy que cecy seroit malpropre pour la navigation, si est-ce sans prejudice, veu que comme il est dit cy-devant, il n'y en aura nul.

Il faut encore considerer qu'il est utile, de faire qu'on aye pres de l'Escluse, comme de B C en haut, autant d'eau qu'il est possible selon l'assiette & qualité du lieu, à fin qu'il ne s'avalle pas incontinent par trop, quand on commence à la faire courir.

Notez encore, que si au lieu entre D E, on mettoit une Escluse d'sguille, comme il est demonstré avec deux portes illec marquées, (lesquelles on pourroit couvrir d'un Ravelin) on feroit par ce moyen devaller l'eau du fossé plus avant qu'auparavant, & on approfondiroit avec plus grande difference d'eau exterieure & interieure. Il pourroit aussi advenir en aucuns lieux, que par tel moyen on feroit navigable une petite Riviere innavigable, ou que les petites Rivieres qui portent des petits Navires, en pourroient porter de plus grands.

10 Figure.



10 Exemple.

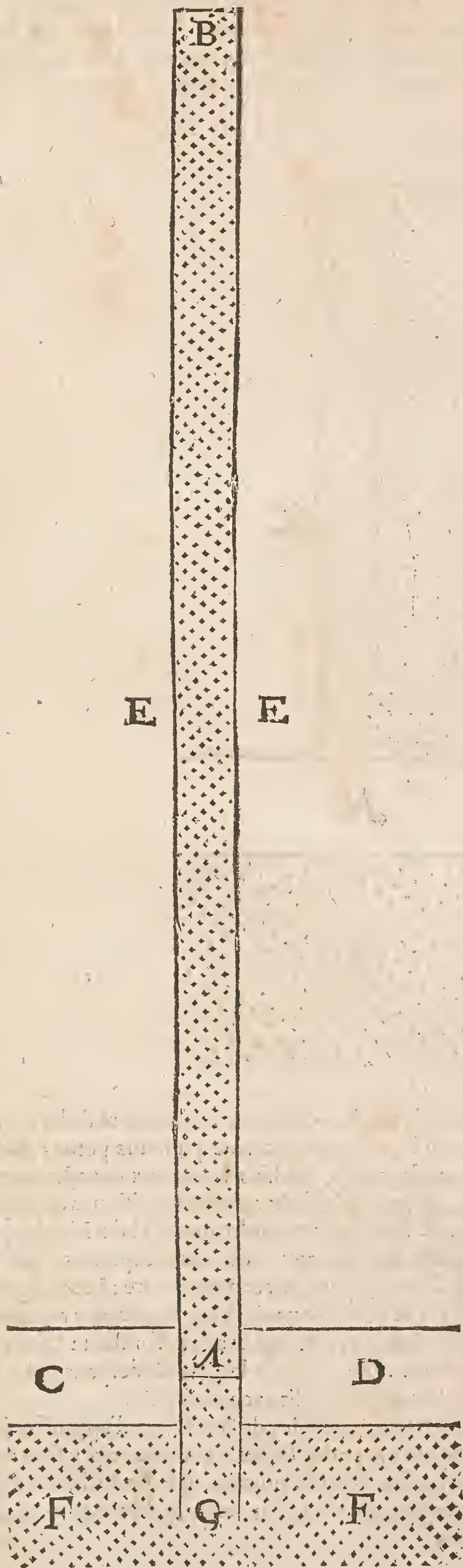
De l'amendement des receptacles qui sont en usage aux plats Païs, tant pour approfondir les Havres, que pour secher les Terres.

IL a esté dit cy-devant, comment les fossez des Villes peuvent commodement servir de receptacles, tant pour approfondir les Havres, & pour la mouture, que pour la fortification des Villes : Mais outre ce il y a icy hors des Villes au plat Païs plusieurs receptacles, servants non seulement pour approfondir les Havres, par lesquels passent des Nasselles & Navires, & entrent aux Païs & Villages, mais aussi pour les Moulins qui sechent les Terres, jettans sans cesse l'eau là dedans, cependant que l'eau exterieure est plus haute que l'interieure: Mais veu qu'à mon advis la forme d'iceux receptacles se peut amender de beaucoup, & que je puis facilement declarer mon intention par le precedent, j'en diray ce qu'il m'en semble.

Soit à icelle fin en ceste 11 Figure A B un receptacle, tel que ceux dont on s'est servi ordinairement jusques à present, qui en certains lieux sont de la longueur de quelques milliers de verges, ou de quelques heures de chemin, C D signifie la Digue sous laquelle pres de A gist

gist une Escluse à porte guindante, puis E est la terre, F l'eau exterieure, comme la Mer, ou quelque grande Riviere, A G le Havre qui avec l'eau haute retenuë A B, s'approfondit quand l'eau exterieure F est au plus bas.

11 FIGURE.

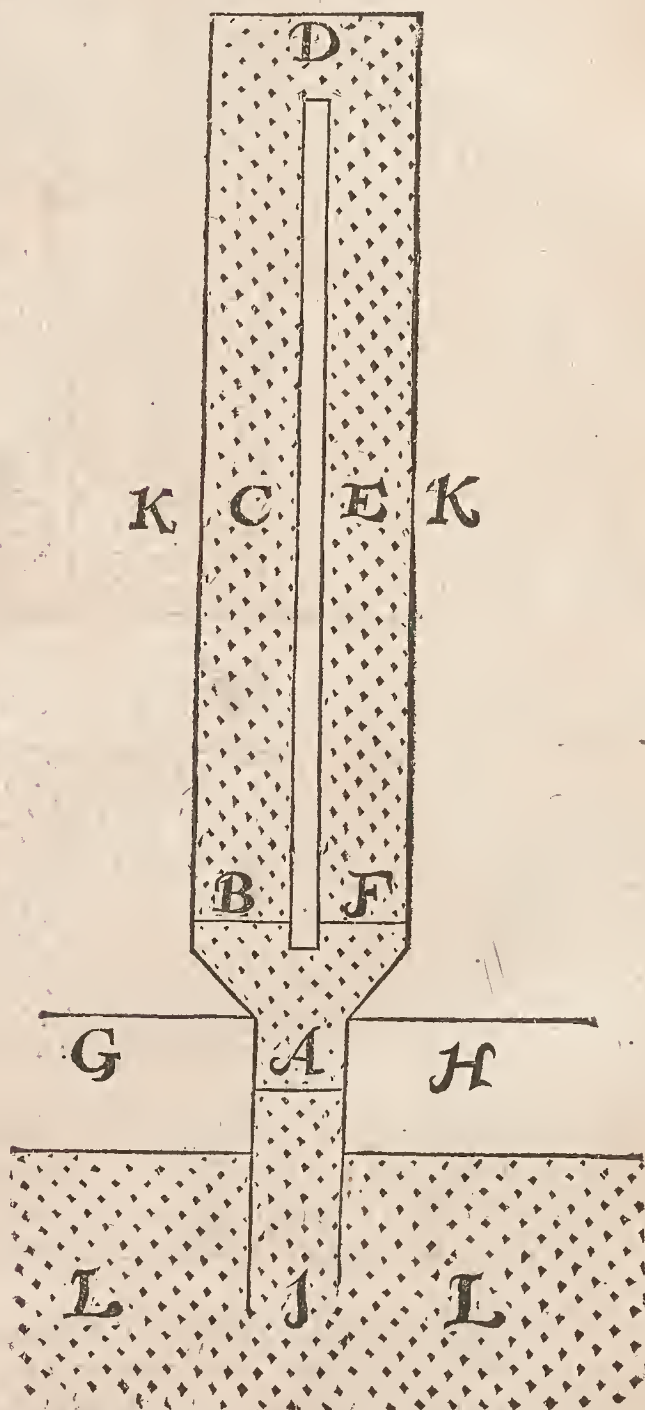


Tels receptacles ont le malheur de se combler continuellement de sable & fange, & principalement au bout B, parce que l'eau n'y a point de passage, tellement que comprenant peu d'eau, ils font peu de profondeur.

Au second, on ne peut mettre d'Escluses pour secher les terres E; ou y estant mises, elles font peu ou nul service. Au troisiesme, on n'y peut mettre des Moulins pour vuider l'eau de ces receptacles ou y estant mis, il font peu d'effect; parce qu'il leur faut porter l'eau plus haut qu'ils ne feroyent quand le receptacle est de bonne profondeur. Au quatriesme, quand par necessité on les approfondit par fouïssement, cela ne se fait qu'avec tres-grands despens.

Pour prevenir à tous ces inconveniens on peut faire comme s'ensuit: Posé qu'en ceste 12 Figure le receptacle soit fouï depuis l'Escluse à porte guindée A outre B, & C jusques à D, estant la moitié de la longueur de A B de la 11 Figure: Apres soit de D en fouïssant retourné outre E & F jusques à A, une ceincture de terre demeurant entre C & E; puis par G H se signifie la Digue,

12 FIGURE.



sous laquelle gist l'Escluse à porte guindée A, & A I est le Havre, K la terre, L l'eau exterieure: Au lieu de B est une porte, comme il y a aussi au lieu de F. L'usage en est tel: La porte de l'Escluse A estant guindée à mont, au temps de la plus haute eau interieure, & la plus basse eau exterieure, l'approfondissement s'en fera l'une fois par F, B demeurant close, l'autre fois par B, F demeurant close; quelque fois estans les deux portes B & F ouvertes ensemble, quand on veut approfondir le Havre A I avec plus grande quantité d'eau, comme cela se peut entendre plus manifestement par ce que dit est de l'usage des Escluses au 2 Exemple de ce Chapitre, où l'on voit aussi qu'on peut encore plus fort approfondir le re-

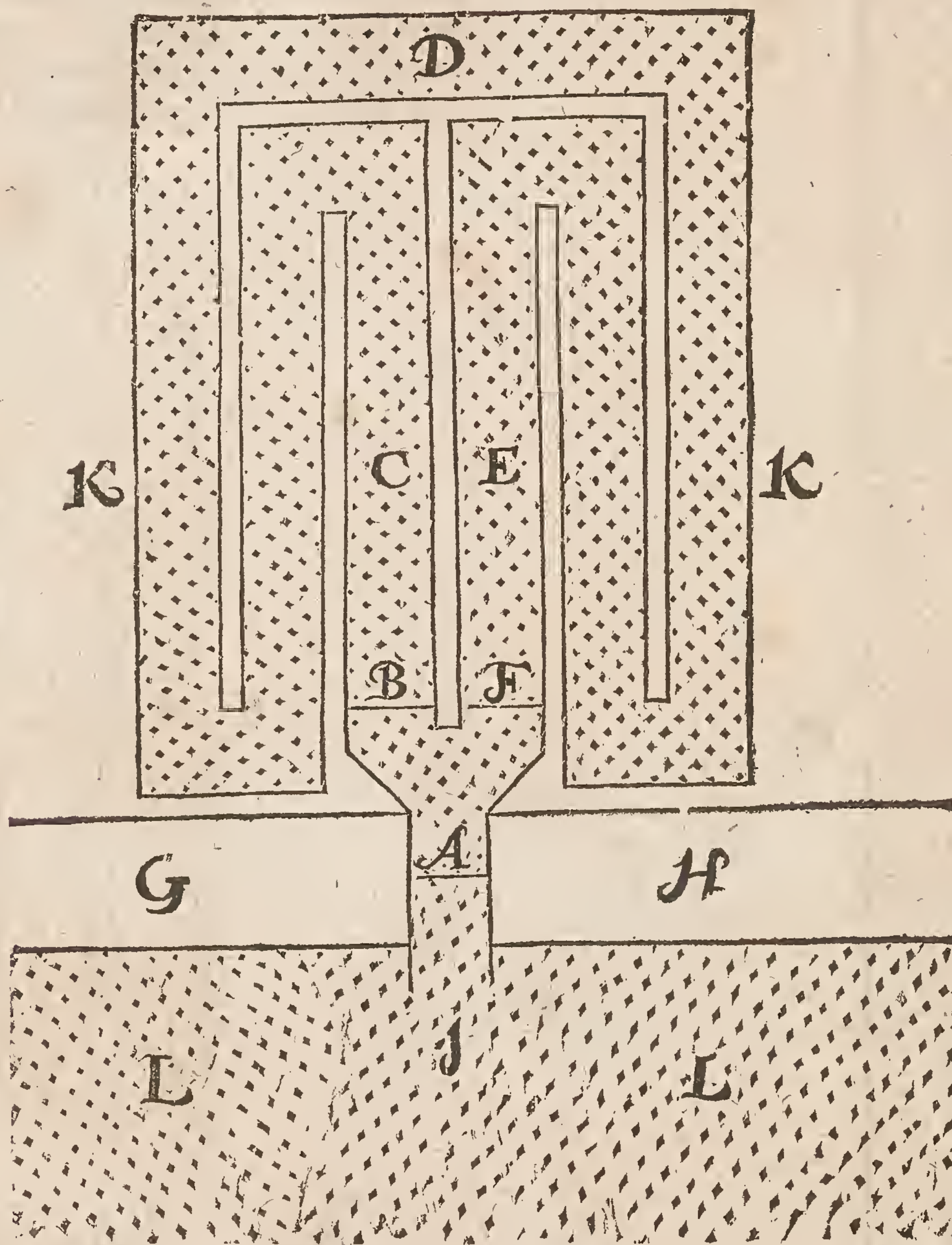
le receptacle, en laiſſant tomber l'eau haute exterieure en l'eau interieure quand elle eſt au plus bas.

Quant aux deux portes miſes pres de B & F, il ne faut pas que ce ſoyent des ouvrages de grand couſt, veu qu'il n'y a point de cheute d'eau, comme à l'Eſcluſe A, & que l'eau des portes fermées B F eſt preſque auſſi haute devant que derriere, dont on peut voir l'exemple en ſemblables portes, qui ſont faites à aucuns ponts de Delf, pour conduire l'eau par devant les portes ſans y entrer, quand les Moulins rafraichiſſent l'eau.

Notez auſſi, qu'encore bien que la ceincture entre C & E ſoit icy marquée par exemple longue & eſtroicte, toutefois on peut lùy donner telle forme qu'il viendra à poinct ſelon les circonſtances du lieu, à ſçavoir longue ou large, droite ou tortue, prenant les foſſez à ſon advantage & ſelon qu'on trouve utile.

S'il vient mieux à propos en quelques Pays d'ordonner le receptacle plus pres du Havre, ſans tant l'eſloigner, & que toutefois il contienne aſſez d'eau, cela ſe pourroit faire comme en ceſte 13 Figure, en laquelle

13 Figure.



les lettres ſont de telle ſignification qu'en la 12 Figure, mais l'eau de chaque coſté des portes B, F, fait un tour d'avantage, de ſorte qu'ouvrant une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient approfondiſſement par tout le receptacle.

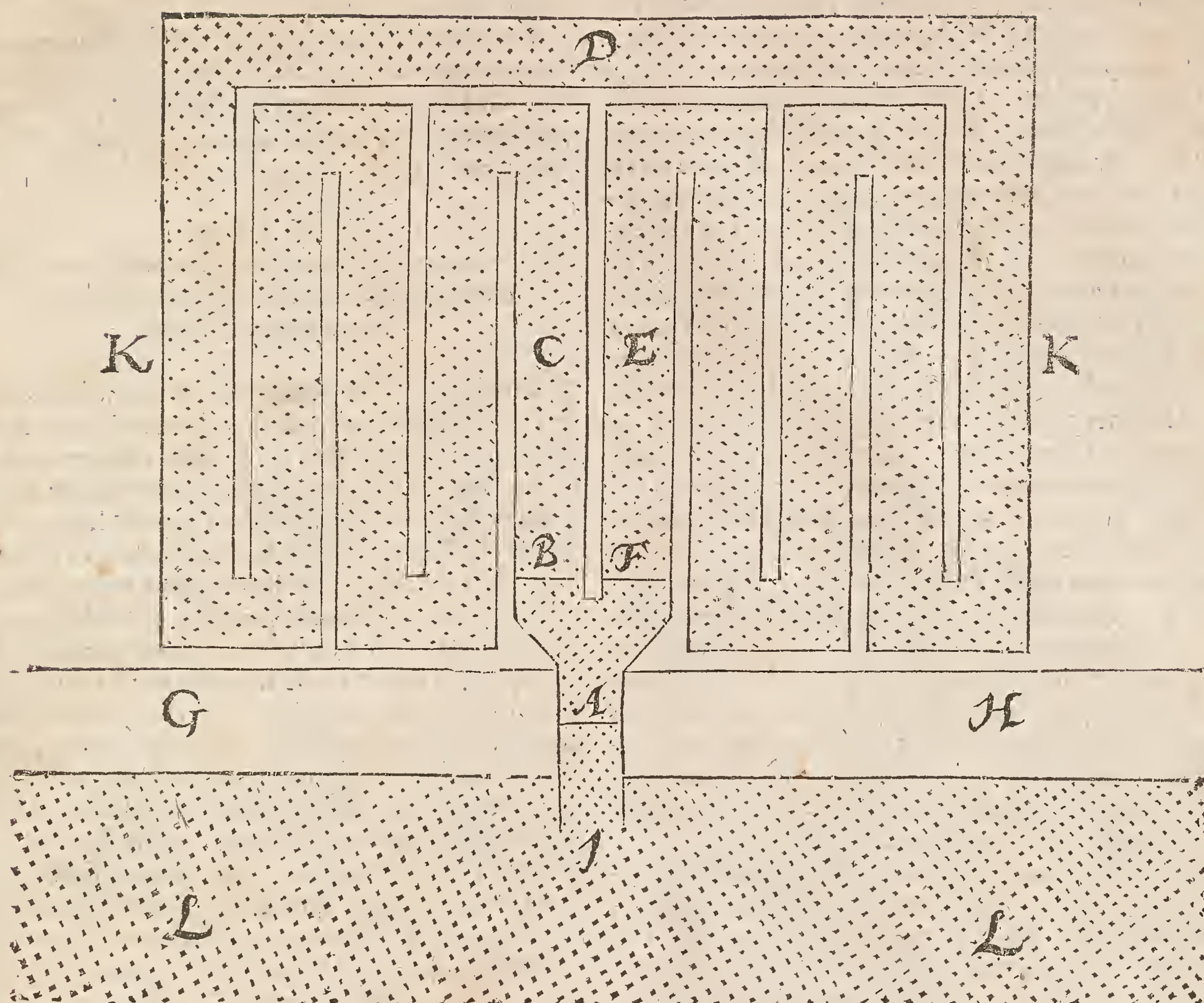
Mais ſi on vouloit encore à chaque coſté un tour d'avantage, cela ſe pourroit faire comme en ceſte 14 Figure, en laquelle les lettres ſont auſſi de la meſme ſignification, de ſorte qu'ouvrant l'une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient profondeur par tout le receptacle.

On voit aſſez l'intention par ceſte 13 & 14 Figure, & la maniere pour faire que les receptacles comprennent encore plus d'eau.

Il ſemble qu'il eſt poſſible par ce que dit eſt cy-devant, d'empeſcher non ſeulement l'accroiſſement qui vient és receptacles de la 11 Figure, mais encore de les pouvoir faire auſſi profonds, qu'avec pluſieurs petites Eſcluſes de peu de couſt, vuidans leurs eaux dans les receptacles, on pourroit ſecher pluſtoſt les Terres qu'auparavant, & auſſi avec moindre quantité de Moulins, qui pourront moudre aux profonds receptacles, pendant qu'ils ſont plus bas que l'eau exterieure : Les receptacles qui ſervent de foſſez navigables, ſeront plus commodes à la Navigation pour la grande profondeur : On evitera auſſi ſelon ceſte maniere les grands deſpens qui ſe font quand on approfondit avec des houës.

J'ay traité juſques icy de la maniere d'approfondir les receptacles avec des Eſcluſes guindées qui y ſont maintenant, d'où eſt aſſez notoire, que les Eſcluſes à eſguilles tournantes feroyent encore beaucoup meilleur ſervice.

14 Figure.



II Exemple.

De l'approfondissement des fossez aux tourbieres (qu'on nomme en Hollande Venen) où l'on fouït des tourbes.

Les tourbes en ces Pays se tirent hors de la terre en deux manieres; l'une de dessous l'eau jusques à la profondeur de 20 pieds & d'avantage, avec des rets appropriez à tirer des mares. L'autre maniere se fait au dessus de l'eau, en hoüant les tourbes avec des houës. Il est fort utile pour cet effect de faire un fossé par les tourbieres servant à deux fins principales; l'une à passer les Navires chargés de tourbes, pour venir à la grande Riviere ou Mer, & de là en divers lieux là où on veut: L'autre est, que l'eau descendant hors des tourbieres en iceluy fossé les tourbieres deviennent si seches, qu'on peut houër à son aise les tourbes au dessus de l'eau. Mais veu que j'ay intention de traiter principalement de ceste deuxiesme maniere, il faut sçavoir que plusieurs d'iceux fossez ont cet inconvenient de devenir secs, tellement qu'on fait des Escluses en divers lieux qui soustiennent l'eau : Cecy estant ainsi, & à fin de remedier audit inconvenient de secheresse, on fera tourner les portes des Escluses sur esguilles, selon la maniere descrite cy-devant, & les parties inferieures s'approfondiront par l'eau soustenuë des parties superieures du fossé, & le sable estant ainsi continuellement osté, on fera une profondeur plus grande qu'il n'y avoit auparavant, non pas seulement plus commode à la navigation, mais aussi pour l'enfoüissement des tourbes, & sechement des terres : Et encore bien qu'en temps de longue secheresse, on n'aye point d'eau pour approfondir, mais qu'il la faille garder pour la navigation des Navires; quand cela adviendroit, on peut approfondir plus souvent quand il y a abondance d'eau. Notez encore qu'à cause de ceste plus grande profondeur, il y a en tel temps sec moindre defaut l'eau pour naviger: Aussi qu'à cause de cela on pourra en temps de secheresse, faire decouler l'eau plus bas que par cy-devant, les navires retenant toutefois assez de profondeur pour naviger. Tout cecy consideré, & en outre le petit coust du changement des susdites portes d'Escluses, ceste admonition m'a semblé pouvoir estre utile.

Mais parce que quelqu'un pourroit penser, que ceste chose est de si petite importance, qu'elle ne merite pas d'en faire une telle narration, il faut sçavoir qu'en ces Pays, certaines tourbieres steriles vallent plus en achapt que les meilleures terres labourables; & il advient encore en certains lieux, que les tourbes estans tirées des tourbieres, qui estoyent auparavant infructueuses, qu'on trouve dessous icelle de bonnes terres labourables, & de pasture; de sorte que plusieurs en ont acquis des grandes richesses, lesquelles se pourroyent aussi acquerir en d'autres Pays, si la cognoissance en estoit commune.

Or cecy touchant les tourbieres estant consideré, il ne semble pas hors de propos qu'on tasche de sçavoir leur origine, parce que telle cognoissance pourroit ayder à la chose : Je dis donc que les tourbieres ont esté des grands boscages espais, & que tous les grands boscages espais presentement en sont, & deviendront avec le temps tourbieres, en cas que les hommes n'extirpent point les boscages, mais là où la nature a son cours: Pour demonstrer cecy, il est notoire premierement que les

les arbres perissent avec le temps, quoy qu'il y en ait quelques especes qui durent les unes plus long temps que les autres, comme les chesnes, qu'on dit durer environ trois cens ans, à sçavoir cent ans croissants, cent ans demeurans en estat, & cent ans declinans.

Or donc posé que le chesne soit le plus durable, comme aucuns estiment, il s'ensuit necessairement que de tous les arbres qui croissent maintenant, il n'y en restera pas uns d'icy à trois cens ans. Quant à ce qu'on pourroit repliquer, que des glands & autres fruits ou semences qui tombent en terre, croissent des arbres nouveaux, & que par ainsi les boscages demeurent continuellement en estre : On respond là dessus que cela prend aussi fin, pour ceste raison : On voit aux boscages, que par les grandes tempestes les branches frappent tellement les unes contre les autres, qu'elles se rompent, & tombant couvrent la terre de dessous les arbres, aussi bien de grandes branches, que de petites vergettes, qui en apres se pourrissent : Mais ce qui advenant souventefois annuellement, & durant plusieurs centaines d'années, cela cause une grande quantité de branches pourries, lesquelles brisées s'amassent les unes sur les autres quelques pieds de haut, sur lesquelles finalement s'accumulent encore les arbres entiers ruinez & pourrissants ; ce qui est une matiere de bois sans terre, en laquelle les glands & autres semences d'arbres tombant, ne peuvent croistre: Cecy estant venu jusques à la, les boscages s'aneantissent du tout, & demeurent terres steriles que nous nommons tourbieres.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser, comment cecy se peut accorder avec la susdite premiere sorte de tourbieres, dont les mares se tirent avec des rets plus de vingt pieds du dessous l'eau, là où il semble que nuls arbres n'ayent peu croistre; mon opinion est que cela se peut faire comme s'ensuit : Les terres diguées n'accroissent plus hautes apres le diguement, les boscages estant en icelles deviennent tourbieres, comme il est dit cy-devant; mais les Terres hors des Digues accroissent continuellement, ce qu'on trouve en plusieurs endroits en vingt ou trente années, estre acreu de la hauteur de deux ou trois pieds & plus, mais par longue continuation telle difference estant si grande, que le fond de la Riviere est beaucoup plus haut que la Terre diguée, comme l'on trouve par effect en plusieurs lieux, dont j'ay escrit plus particulierement à la 13 proposition du mouvement materiel de la sphere terrestre, les Terres diguées ne peuvent decouler leur eau de pluye, mais demeurent destruites, & l'eau exterieure y entrant, les tourbieres, qui sont de matiere de bois, montent aussi haut que l'eau, puis le sable avec la matiere argilleuse qui vient avec les hautes eaux, tombant par les tourbieres jusques au fond, le Pays recroist en haut, la tourbiere flottant sur l'eau ; ce qui est aussi l'occasion que les profondes tourbieres branlent quand on marche dessus, ce qui va comme de la sieure de bois, laquelle mise en l'eau, & pressant dessus, elle s'encline en bas; mais quand on cesse de la presser, elle remonte en son premier lieu : Et hors de telles tourbieres on peut tirer des tourbes fort avant sous l'eau ; comme j'avois proposé de declarer.

Les arbres qu'on trouve communement dedans les tourbieres, tesmoignent aussi que ces lieux ont esté des boscages : La raison pourquoy tels arbres ne sont point pourris, ni changez en matiere de marais ou tourbes comme les autres, mais qu'ils sont fort durs, semble telle : A sçavoir qu'avant que d'estre pourris, ils ont esté converts du susdit accroissement, & demeurant ainsi hors de la gelée & splendeur du Soleil, en apres ils ne se pourrissent point, mais deviennent d'autant continuellement plus durs.

Voy-là ce que j'avoys proposé de declarer, touchant mon opinion de l'origine des tourbieres ; si la chose n'est assez claire, elle pourra (peut estre) servir de commencement pour cy-apres y prendre garde de plus pres.

12 Exemple.

De la maniere d'approfondir les Rivieres ou Fossez navigables entre deux Islez, ou entre Terre ferme & une Isle, là où il y a flux & reflux.

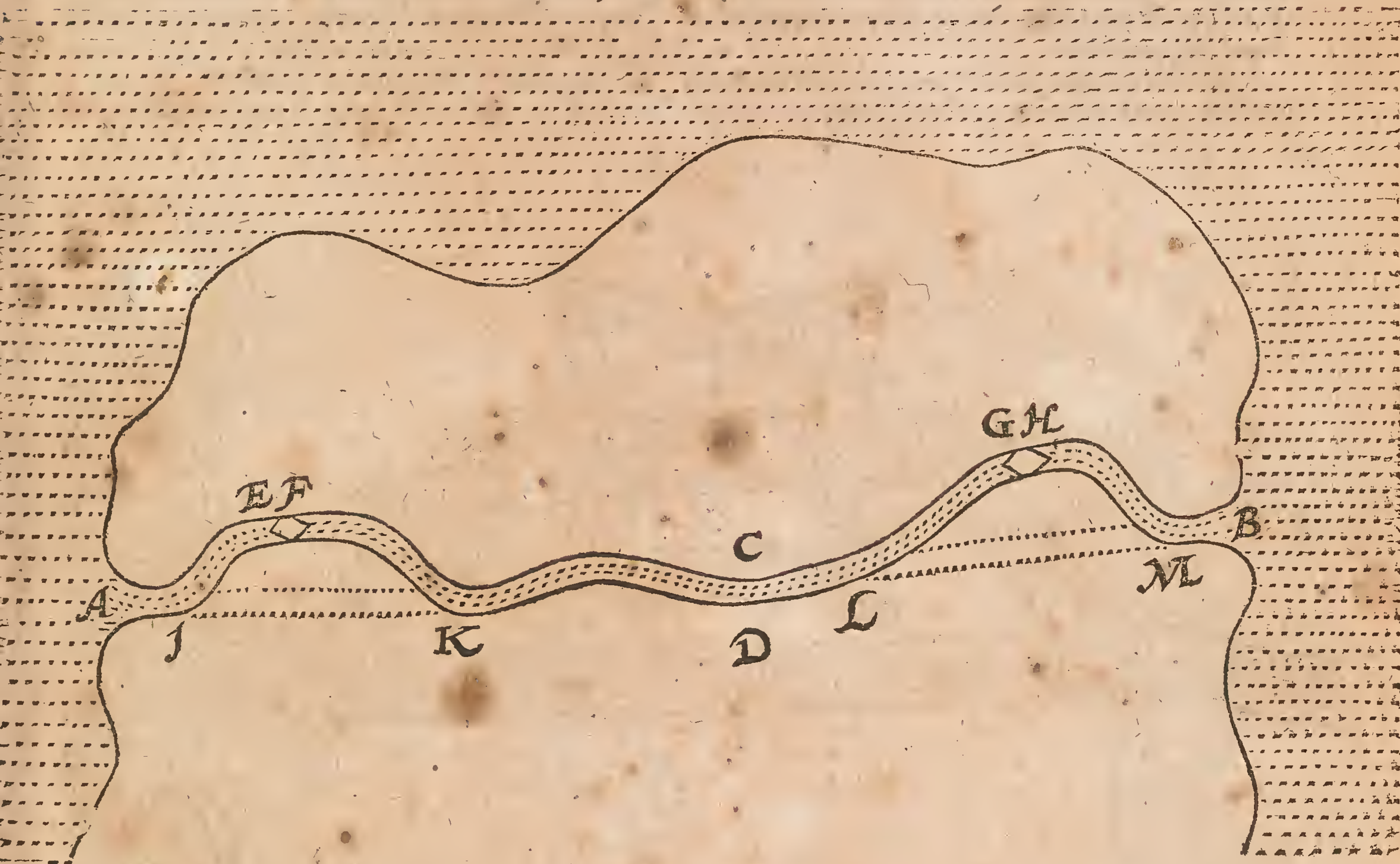
L'On se propose presentement en divers lieux de ces Pays de faire profondeur entre deux Isles, ou entre Terre ferme & une Isle, par laquelle elles peuvent demeurer separées l'une de l'autre, sans devenir seches: Comme la Nieuwerhavensche Vaert de long de Cadsant & de Groe : La Riviere Eendrecht ou Vosmeer le long de Ter-Tolen : La Roovaerts pres le Clunder: Le Fossé par le Schorre joignant Ter-Muyden, & plusieurs autres. La cause des guais ou peu de profondeur de tels fossez est de deux sortes : Premierement pour le wan-tije (qui signifie en Flamen un lieu où le flux vient de deux costez, l'un des flux contre l'autre) Au second, pour le grand rediguement (advenu nagueres durant les Treves) des Terres dont les Digues au temps de Guerre estoyent percées, desquelles terres l'eau de reflux ne tombe maintenant au fossé, & n'y fait telle profondeur qu'elle faisoit devant le rediguement. Les raisons pourquoy on desire tant ces profondeurs sont diverses : Premierement, pour naviger par icelles : Au second, à fin qu'elles asseurent les terres contre l'Ennemy : Au troisiesme, veu que les terres qui ne sont point diguées, ont d'un & d'autre costé du fossé un grand accroissement, & que pourtant par les reflux journels il avalle moins d'eau au fossé, il est apparent qu'icelles terres & les fonds de tels fossez se hausseront si fort en brief, qu'on ne pourra en temps de Guerre les mettre sous l'eau : Il est bien vray que l'accroissement des terres est empesché par diguage ; mais alors l'accroissement du fossé est encore plus grand, parce qu'il n'y a point d'avallement de la susdite eau de reflux de terres joignantes. Au quatriesme, veu que ceste maniere d'approfondissement se fait par diguage des terres, il s'ensuivroit le profit qui en procede les terres demeurant là dessus idoines pour (par leurs Escluses ou percement de Digues) les pouvoir submerger quand la necessité le requiert. Au cinquiesme, quand les fossez sont profonds, alors les terres diguées peuvent vuider en iceux abondament l'eau par leurs Escluses, & estre seches de bonne heure, ce qui ne reüssit pas ainsi quand les fossez sont estouppez, pour lesquels advantages on pourroit par bonne raison faire contribuer les Digueurs, aux despens des Escluses & leurs forts qui y sont necessaires.

Mais pour parvenir aux susdits profits, & eviter ces difficultez, la regle en pourroit estre comme s'ensuit:

Soit A B un Fossé entre l'Isle C, & l'Isle ou Terre ferme D, lesquelles terres n'estant point diguées, le reflux journalier tombe vers le bas Fossé A B, en faisant grande profondeur ; mais il devient annuellement pour les raisons susdites, comme on void par experience, moins profond. Pour obvier à cecy, & ne retenir seulement la profondeur qui y est, mais pour l'augmenter encore, on mettra (les terres estans premierement diguées)

diguées) aux deux bouts des Fossez, des Escluses d'esguille, chacune avec deux paires de portes, comme E F & G H, par lesquelles se peut faire profondeur de deux sortes : L'une avec l'eau haute du Fossé, tombant en la basse Mer : L'autre avec l'eau haute de la Mer, tombant au bas Fossé : Car l'eau du Fossé estant venue par le flux au plus haut, on ferme les deux paires des portes F & G : Le reflux estant en apres au plus bas, on ouvre l'unefois une des paires de portes, comme F, une autre fois l'autre paire, comme G; & l'eau fera sa profondeur sans rencontrer le susdit wan-tije. Mais pour approfondir selon la deuxiesme maniere, avec le flux de la Mer au bas Fossé, on ferme les deux paires de portes E H, quand le reflux est au plus bas : Le flux estant puis apres au plus haut, on ouvre l'unefois l'une des paires de portes, comme E, une autre fois l'autre

15 FIGURE.



paire, comme H : Et combien que le sable ne sorte ainsi hors du Fossé, & qu'il s'amasse à l'un des bouts, si est-ce que par le suivant reflux on le peut oster par l'eau haute du Fossé, comme il est dit d'un semblable au 2 Exemple de ce 3 Chapitre.

La premiere maniere d'approfondir des susdites deux, n'est au Fossé pas si forte que la deuxiesme, à cause que les Digues sont en certains lieux fort esloignez l'un de l'autre; parquoy l'eau haute entre deux est fort large, ce qui est cause qu'au commencement le cours de l'eau est fort lent : Mais d'autre part il fait un cours plus fort & durable aux bancs devant les embouchures du Fossé : Là dessus il faut encore considerer que la terre entre les Digues & le Fossé, accroist & hausse continuellement, de sorte qu'en peu de temps les communes hautes marées seront comprinses en un Fossé estroit, y faisant plus de force.

La deuxiesme maniere d'approfondir, est plus forte au Fossé, à cause que l'eau haute exterieure du flux, tombe dedans la basse estroite carine ou cave du Fossé. De ceste deuxiesme maniere de la closture des portes E H sur eau basse peut suivre un autre notable advantage au sechement des terres, parce que les Escluses d'icelles terres peuvent au bas Fossé exonder autant de l'eau comme il peut comprendre sans empeschement de l'eau croissante.

Mais veu que par ceste 15 Figure avec la 16 suivante, on peut facilement declarer encore un autre advantage, & aussi quelque desavantage, procedant de ceste maniere de digage, j'en diray ce mot : Si la terre entre E & H des deux costez du Fossé, estoit aussi haute que les plus hauts flux vulgaires dont on veut approfondir, il ne faudroit point faire des Digues de chaque costé du fossé, qu'il y faudroit mettre autrement sans telles Escluses, dont les despens montent beaucoup quand la distance de E à H est grande : Outre ce on est deschargé des despens annuels des reparations de telles Digues, comme aussi du peril de rupture causant inondation, qui en advient quelquefois : Mais ladite terre entre E & H estant plus basse que les plus hauts flux dont on veut approfondir, alors il faut seulement des petites Digues, aussi hautes qu'il suffit ausdits plus hauts flux, sans faire des hautes grosses Digues contre toutes tempestes & eaux d'extraordinaire hauteur. Mais d'autre costé est à considerer, qu'ainsi faisant, il faut estouper non sans grands despens le Fossé en deux lieux, comme pres de I & M, avec la Digue qui y passe, ce qui n'advient point selon l'autre maniere de digage, de sorte qu'en la calculation des despens, on se peut souvenir de ce desavantage contre les susdits advantages.

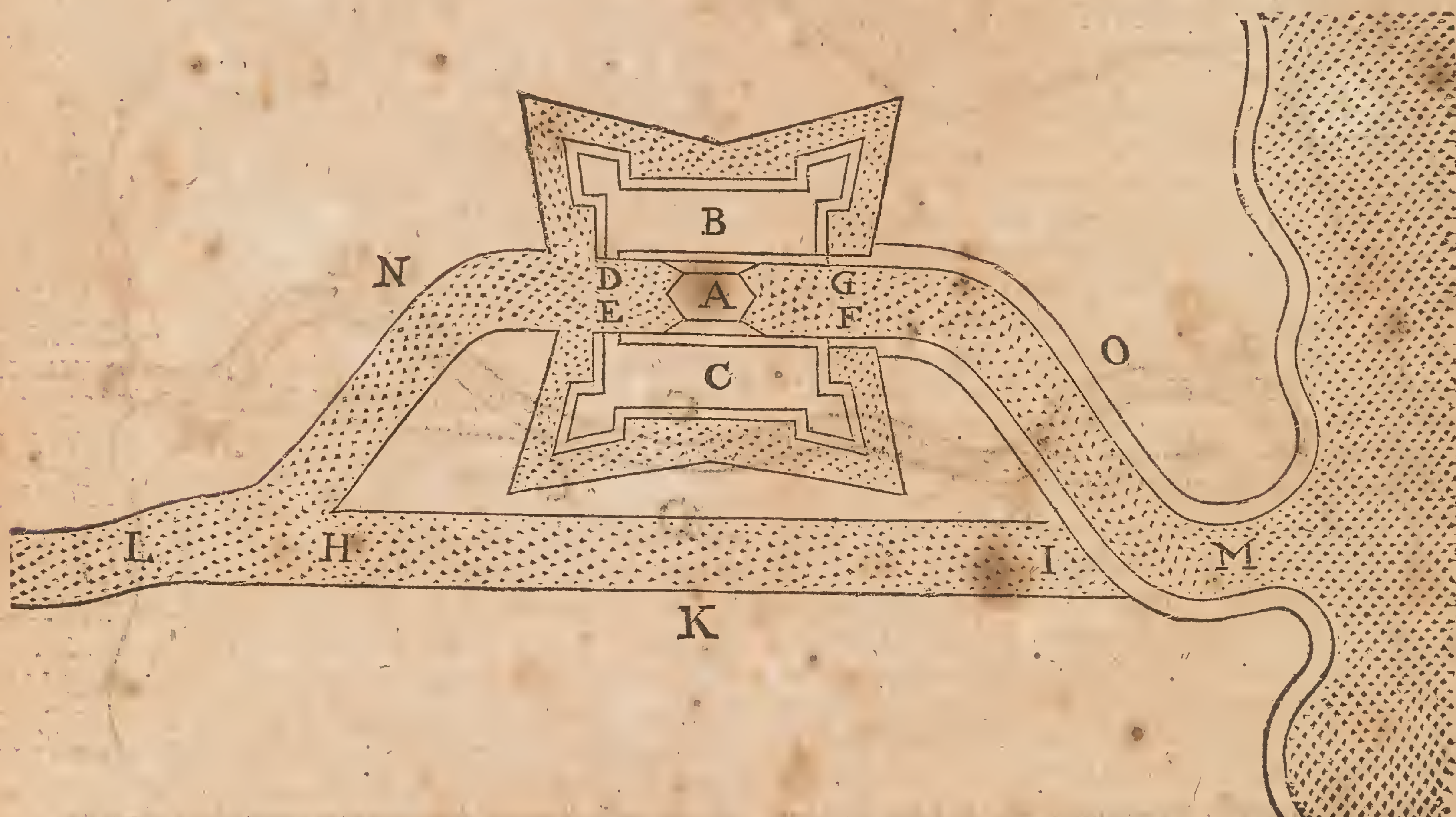
La maniere d'approfondir ayant esté declarée, reste à considerer, que la navigation ne soit empeschée, pendant qu'on fait l'Escluse ce qui redonderoit au grand dommage du Pays : Mais pour effectuer cecy, soit par les lignes poinctées de I à K, & de L à M, signifié le cours du Fossé comme il estoit, devant que les Escluses

 y ayent

y ayent esté mises, à sçavoir de A tout droit par I K, & de là à L; & puis par L M jusques à B, la terre estant alors au lieu des Escluses sans Fossé : Cecy estant ainsi, on mettra les Escluses sur icelle terre, comme au lieu de E F & G H (ce qui est aussi necessaire, parce qu'on ne les doit mettre entre I K & L M au plus mol fond du Fossé) lesquelles estant faites, on fouïra de chaque costé de l'Escluse une profondeur nouvelle, tant qu'on vienne au Fossé, & puis on estouppera le vieil Fossé avec la Digue qui y passe au travers, comme au lieu de I & M: Tout cecy se peut faire sans empescher la navigation d'une seule journée.

Notez encore, que par ceste maniere de la courbure nouvellement fouïe, par laquelle la navigation demeure libre cependant qu'on fait les Escluses, s'ensuit un autre advantage : Mais pour en faire plus ample declaration, ensemble de la maniere des Forts qu'on pourroit ordonner devant les Escluses, je mets icy la suivante 16 Figure d'une Escluse seule avec son fort, auquel A signifie les deux paires de portes d'esguille : B & C sont deux parapets aussi hauts que les Digues, empeschant que de dehors on ne soit veu dedans le Fort : Aux deux bouts d'iceux parapets pres D & E sont des ouvertures, par lesquelles on peut passer pour venir le long du talu aux portes des Escluses, pour les ouvrir & serrer : Aussi pour de là venir de l'une partie du Fort à l'autre, outre une allée faite sur les portes : F G sont deux Dodanes aux bouts des Digues, là où ils touchent contre le Fort :

16 Figure.



H I est le vieil Fossé estoupé au bout I, avec la Digue traversant le mesme vieil Fossé : K est la terre là où l'Ennemy peut venir : Tellement qu'avec ceste courbure L A M, I H est signifié en majeure forme, ce qu'en la 15 Figure signifioit la partie L G H B M.

L'advantage procedant de ceste courbure L A M nouvellement fouïe, est (outre ce qu'en faisant ainsi on ne donne aucun destourbier à la navigation cependant qu'on bastit) qu'elle cause que les portes des Escluses ne sont veuës, ou canonées de dehors, car de l'autre costé du Fossé comme au lieu de N & O, où l'on suppose que l'Ennemy ne peut venir, ces portes sont entierement descouvertes.

Notez encore, que si au commencement quand les Escluses sont premierement mises, il n'y eust pas eu assez de profondeur au Fossé & que de nuict on craignist quelque surprise de l'Ennemy, on pourroit de nuict retenir l'eau haute du flux, & approfondir de jour, jusques à ce qu'avec la basse marée il y aye assez de profondeur.

Il faut encore sçavoir qu'en des fossez fort longs, on pourroit mettre une troisiesme Escluse, avec deux paires de portes, environ le milieu du Fossé, & approfondir l'une moitié basse, avec l'autre moitié haute, l'unefois d'un costé, une autre fois de l'autre.

Cest approfondissement estant fait une fois la sepmaine, ou aussi souvent qu'on le trouve necessaire, & y mettant bon ordre, comme és Villes là où on approfondit les Havres par Escluses, le passage journel des Navires n'en seroit non plus incommodé qu'esdites Villes.

Or donc les terres de la 15 Figure estant ainsi diguées, n'accroisteront point puis apres plus hautes, pouvant quand il est besoing estre mises sous l'eau, par l'ouverture des Escluses ou percement de Digues : Le profond Fossé empesche le passage de l'Ennemy : Il est idoine à la navigation : Il est aussi fort utile pour secher les terres diguées, dont il est parlé cy-devant plus particulierement. Tellement que par cecy l'intention de cest 11 Exemple semble estre assez declarée.

IV. Chapitre.

Contenant des exemples comment certaines Villes consistantes en effect, se peuvent fortifier par les regles generales du 3 Chapitre.

I Exemple

De Calais.

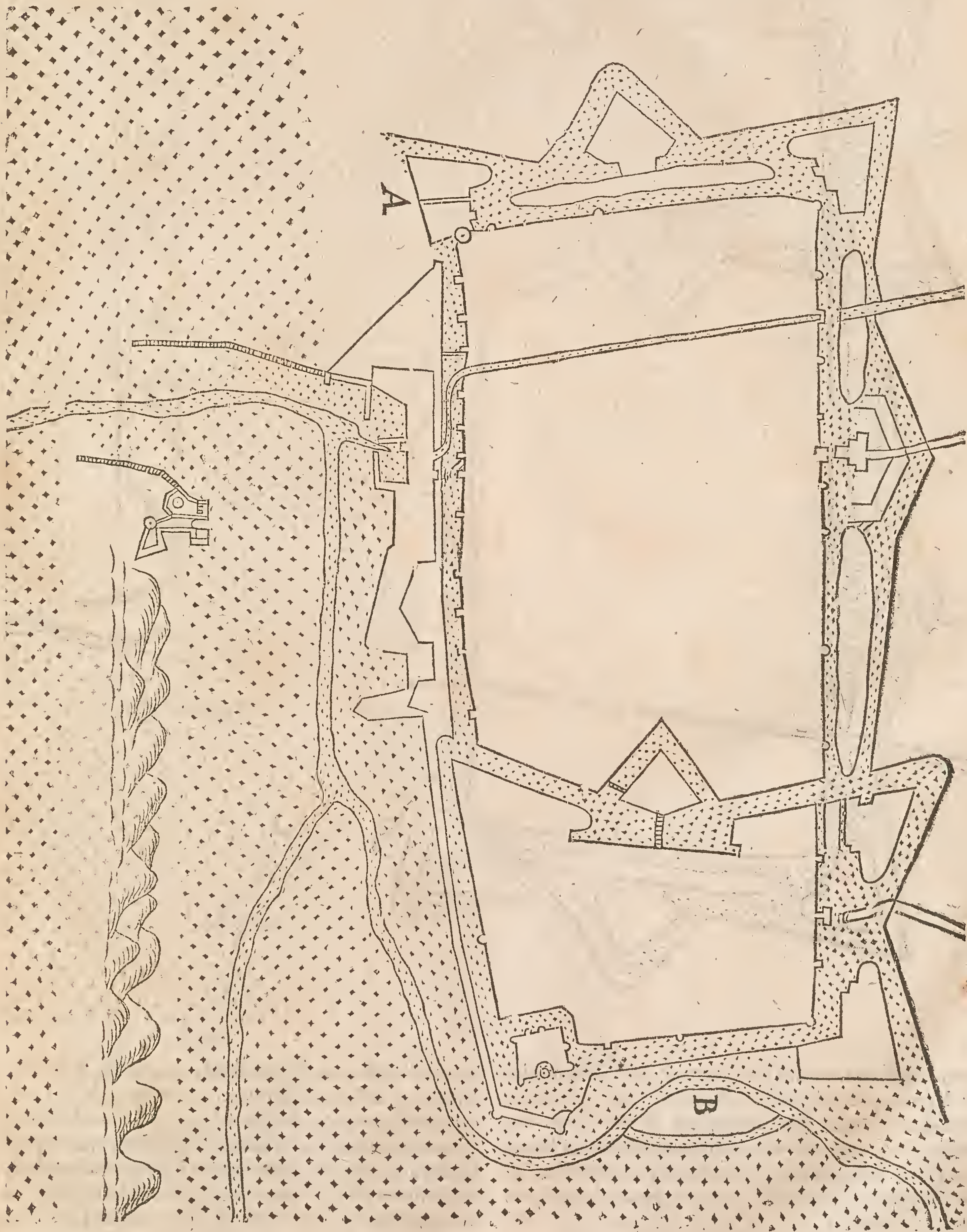
Nous avons declaré assez manifestement par les Exemples du 3 Chapitre, comment les Villes & Forteresses qu'on fait de nouveau, se peuvent fortifier avec des Escluses : Mais parce que le principal usage est d'appliquer cecy à des Villes vieilles toutes faites avec consi-

consideration des circonstances, j'en descriray ce particulier Chapitre.

Calais estant une Ville de grande importance, contre laquelle la Mer frappe avec flux & reflux, a du costé d'Orient des Dunes, outre lesquelles on peut venir à pied sec contre les remparts. Pour fortifier ce lieu foible, on y fait une haute muraille, & aussi un haut boulevart de pierre, de si grand coust (selon que m'ont dit ceux qui en disoyent avoir cognoissance) que je ne le veux icy escrire, & le tout avec peu d'avancement; car puis qu'on y peut advenir à pied sec, comme il est dit, il ne peut longuement resister contre les approches dont on use maintenant, ni estre asseuré d'escalades.

Mais comme le Gouverneur *Monseigneur de Vic* de bonne memoire, estoit en peine de cecy, il desira devant son trespas que je me portasse sur se lieu, pour adviser sur la fortification de la Ville; ce que je fis, & me fut livré (outre la visitation) que je faisoye un plan semblable à ceste 1. Figure, en laquelle A signifie le susdit costé d'Orient sans fossé, là où on peut venir contre les remparts: B est le costé d'Occident.

1 FIGURE.



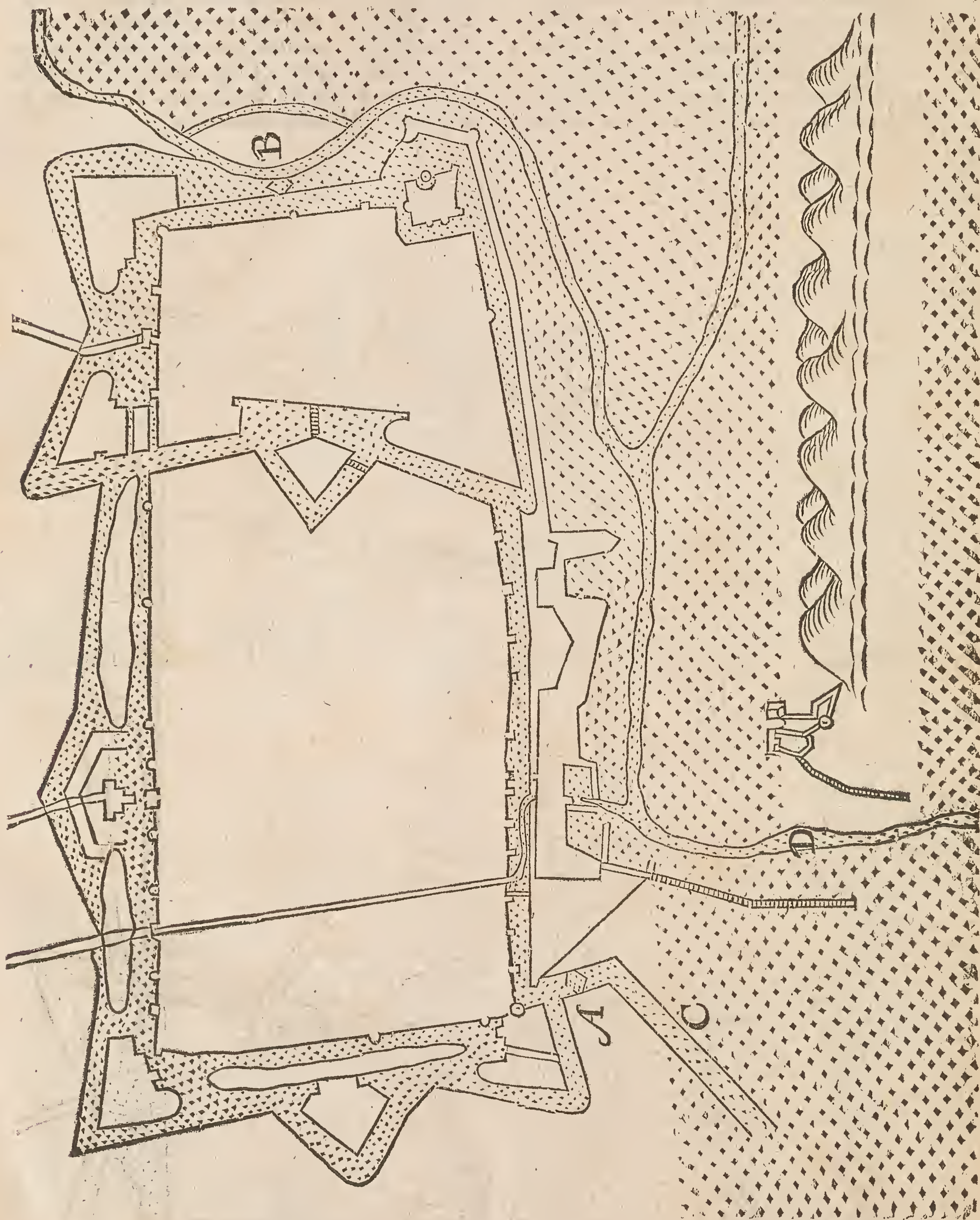
Sur quoy je declaray mon opinion, laquelle estoit que suivant la precedente regle du 2 Exemple du 3 Chapitre, on devroit mettre deux Escluses à portes d'esguille, l'une exondant son eau par un Havre nouveau,

 qu'elle

qu'elle feroit comme C, l'autre à B exondant son eau par le vieil Havre D, comme il est demonstré au suivant plan changé de la 2 Figure.

Avec quoy se feroit une profondeur selon la maniere plus amplement declarée au 2 Exemple susdit du 3 Chapitre, dont l'effect seroit tres-vehement, pour la

2 Figure.



grande difference entre l'eau haute & basse, estant illec sur les marées communes de 15 pieds: Outre ce, est encore à considerer, que devant ces Esclufes se peuvent mettre des Ravelins pour leur defense, avec leurs Moulins, dont il est parlé particulierement au 3 & 4 Exemple du 3 Chapitre, mais ils ne sont point icy marquez pour brieveté.

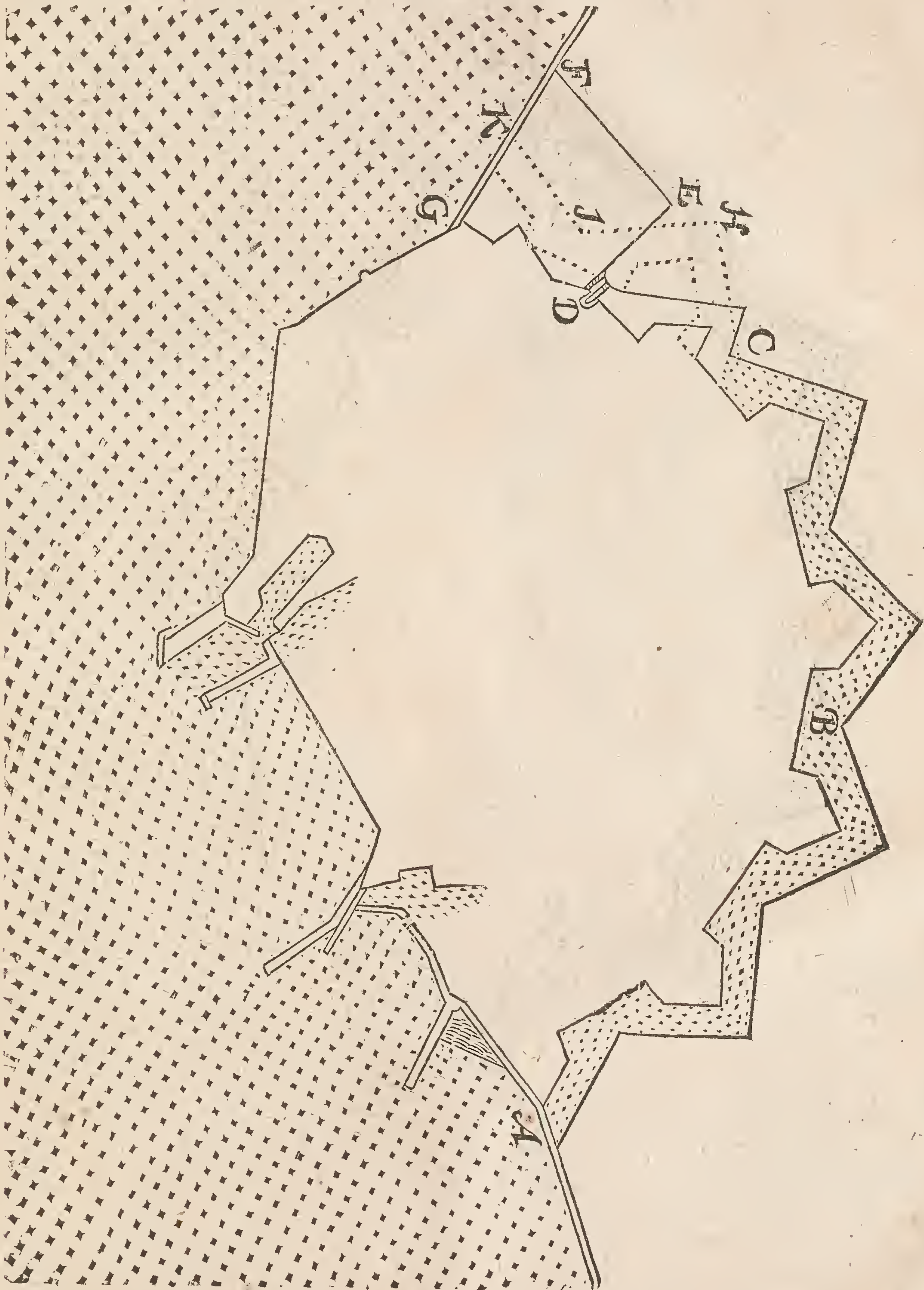
Or comme le susdit Gouverneur (homme de grand jugement, & fort experimenté en matiere de Guerre) croyoit fermement que de cela suivroit bonne fortification d'icelles deux places foibles, ensemble de la Ville entiere, & aussi au grand avancement du traffic, & cela avec despens, qui accomparez à la grandeur de la chose, seroyent fort petits, il se retira vers le Roy, pour le persuader aux despens, mais en fin il ne peut obtenir sa proposition: Plusieurs toutesfois prenans cognoissance de la chose par ce qui a esté dit, elle pourroit bien avec le temps avoir meilleur succés, j'en ay aussi voulu faire ceste admonition.

2 Exem-

2 Exemple de Flissingues.

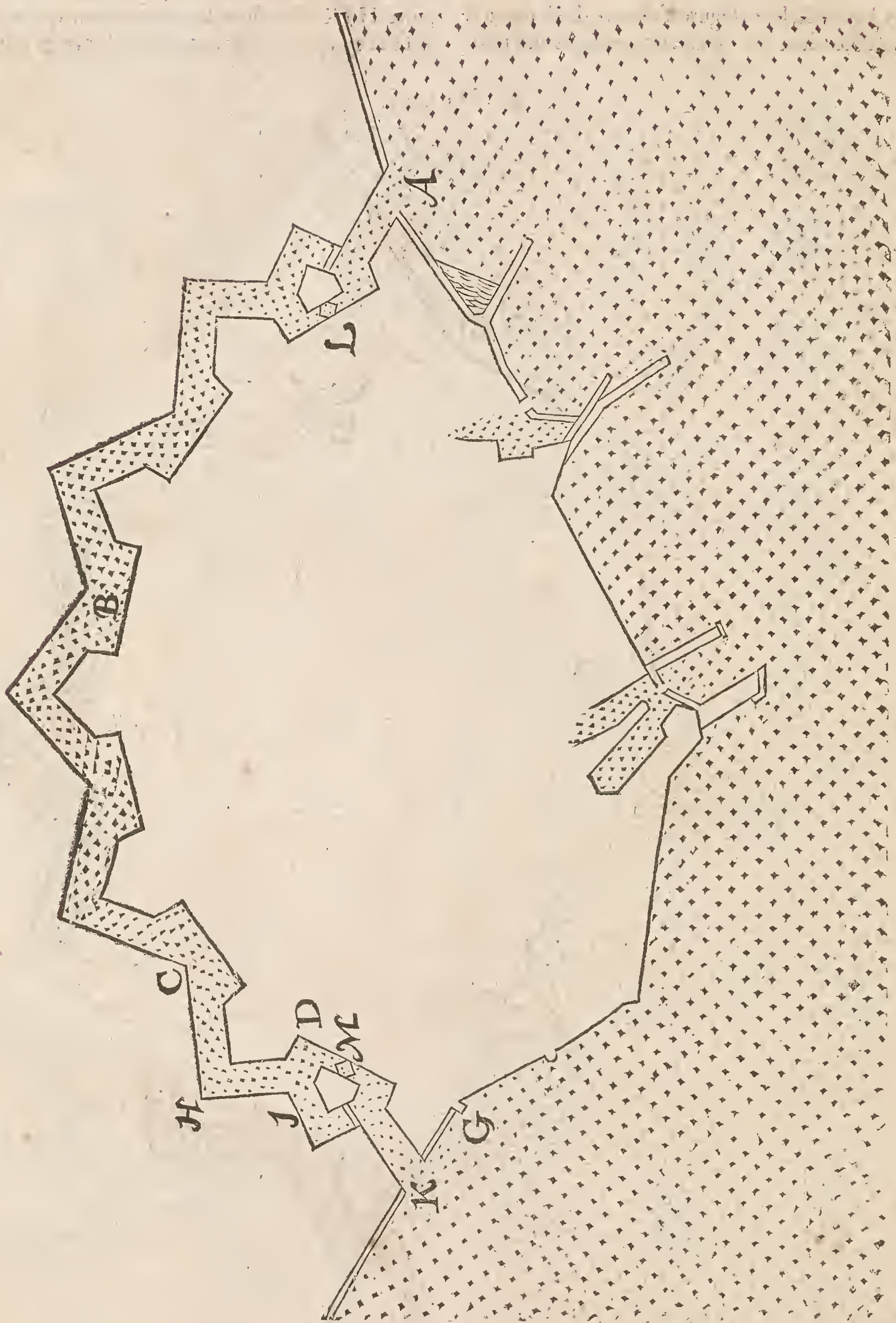
PAr les lignes de la 3 Figure suivante de A outre B à C, s'entendent les nouveaux ouvrages des remparts & Fossez qui sont faits à Flissingues : Les lignes de C outre D E F G signifient les vieux ouvrages qui ne sont point refaits, dont le parc D E F G est le receptacle de l'eau du Moulin, les lignes poinctées de C outre H I K signifient le changement qu'on pretend de faire cy-apres, pour accomplir l'ouvrage regulier.

3 Figure.



Mais si la chose venoit si avant, & qu'on voulut bastir des Escluses à portes d'esguille, on pourroit oster les trois Dodanes pres A, G, D, de la 3 Figure, & mettre deux Escluses à L & M, comme en la 4 Figure suivante, rompant le receptacle D E L G, & moudre selon la maniere declarée au 4 Exemple du 3 Chapitre : Et si on ne vouloit laisser les Navires dedans le fossé, mais les ordonner de venir en la Ville, cela se pourroit faire avec une entrée par le rempart, ou par les autres vieux Havres. On pourroit traicter icy plus amplement des particularitez qui sont à considerer en ceste matiere, oyant l'advis & instruction de ceux à qui la chose touche ; Mais ceste regle commune n'estant entendue ni concedée, ne prise resolution de refaire les vieux remparts, il pourroit estre que ce que j'en ferois seroit peine perdue, pourtant il suffira d'en avoir fait ceste narration.

4 Figure.



3 Exemple
DE DEVENTER.

Deventer est presentement de telle forme que ceste 5 Figure demonstre.

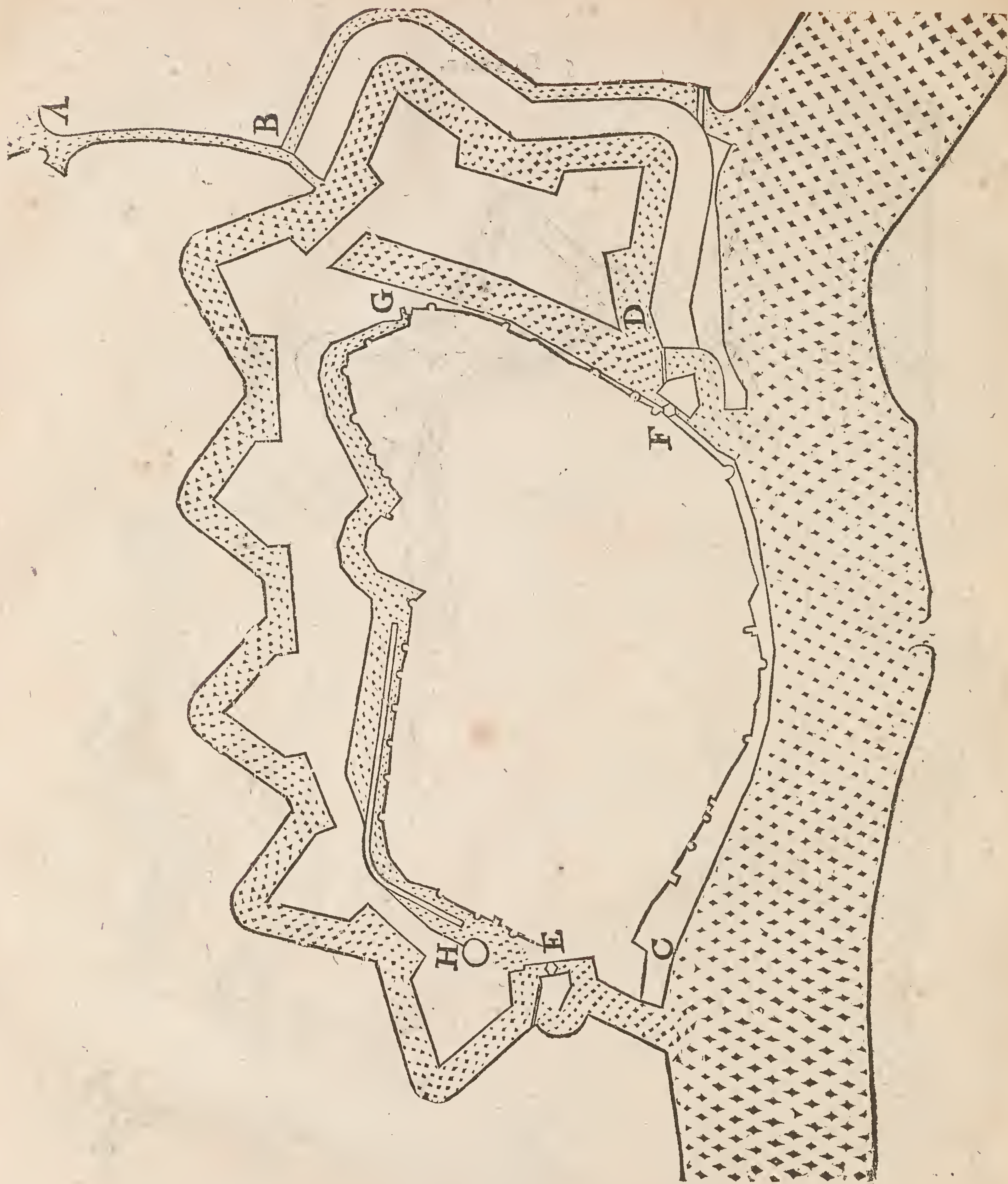
Et combien que l'Issel qui y court à l'encontre n'a flux ne reflux, toutefois l'approfondissement s'y peut faire de grande vehemence, avec la petite Riviere A B nommé Schibbeke, laquelle donne souventefois grande abondance d'eau, pour y faire grande profondeur de Fossez & Havres, sans deux bouts sabloneux, comme en la 5 Figure, mais au lieu deux Havres profonds, & cela selon la commune regle du 7 Exemple du 3 Chapitre, à sçavoir qu'ostant les deux Doda-

5 Figure.



Dodanes C D de la 5 Figure, on mettroit comme à la ſuivante 6 Figure deux Eſcluſes à portes d'eſguille au lieu de E F, ou ailleurs ſi on le croyoit plus utile : Et pour ſauver les Navires contre le cours de la glace, on les pourroit cacher & mettre dedans la Ville au vieil foſſé, lequel avec l'approfondiſſement ordinaire ſe pourroit auſſi faire plus profond, ſi on perçoit le bout pres G.

6 Figure.



Notez.

Ma premiere intention estoit de descrire plus d'Exemples en la fortification de ces Villes qui consistent en effect, mais voyant qu'il y faudroit plus de temps que je n'y peux employer, & qu'outre cela tel amendement ne peut souvent succeder, pour les pretentions & oppositions des Pays & Villes circonvoisines; de sorte qu'on pourroit perdre beaucoup de peine, j'ay resolu de changer tel dessein, & au lieu de cecy, dire quelque chose en general, comme s'ensuit:

Les Villes situées au bord des grandes eaux avec flux & reflux, comme en ces Pays, Ysendicque, l'Escluse, Ter-Tolen, Ter-Vere, Ziericzee, Willemstadt, Geertruyden Bergue, Rotterdam, Dordrecht, Enchuysen, Amsterdam, & semblables, se peuvent fortifier par Escluses selon la maniere du 2, 3, 4 & 5 Exemple du 3 Chapitre: Comme aussi les Villes pres des grandes eaux sans flux & reflux, ayant des petites Rivieres, comme Aernhem, Zutphen, Deventer, & semblables.

Les Villes situées pres des grandes eaux avec flux & reflux, mais aussi loing de là, qu'il se peut mettre un siege entre deux. comme Bergues op den Zoom, Middelbourg, la Briele, Schiedam, & semblables, se peuvent fortifier par Escluses selon la maniere du 6 Exemple du 3 Chapitre: Comme aussi telles Villes pres des grandes eaux sans flux & reflux, moyennant qu'il y ait une petite Riviere, comme Dousbourg, & semblables.

Les Villes situées au bord des grandes Rivieres sans flux & reflux, & sans petite Riviere, comme Worckum, Heusden, Bommel, Kampen, Emmeric, Reez, & semblables, se peuvent fortifier avec des Escluses selon la maniere du 8 Exemple du 3 Chapitre.

Les Villes loing des grandes eaux, mais ayans des petites Rivieres innavigables: Comme Breevoort, Moers, la Haye, & semblables, se peuvent fortifier par des

des Esclufes felon la maniere du 9 Exemple du 3 Chapitre: Comme auffi les Villes loing des grandes eaux, avec de petites Rivieres navigables qui font entierement eftouppées par des Esclufes, comme Breda, & femblables.

Les Villes qui ont peu de flux & reflux, mais des petites Rivieres, comme Harderwijc & femblables, ces deux enfemble, à fçavoir la petite Riviere avec le petit flux & reflux, peuvent faire l'approfondiffement plus fort avec plus grande difference de l'eau haute & baffe, que celle qui vient feulement de la marée.

Combien que le fond du haut foffé d'Aernhem, foit environ 14 pieds plus haut que le bas fond hors de fes Dodanes ; fi eft-ce que je tiens pour chofe poffible (moyennant qu'il n'y ait point au fond de rochers ou de matiere trop dure) de le pouvoir approfondir par des Esclufes, auffi profond que fans Dodanes on pourroit naviguer avec des batteaux alentour de la Ville: Car combien que le Rhin n'y ait point de flux & reflux, toutesfois pour la commodité de la petite Riviere nommée la Beque, par laquelle on peut amaffer l'eau fort haute, j'eftime que cela fe pourroit effectuer. Les raifons qui me le font croire plus franchement, eft l'experience advenue à Lingue, devant laquelle Ville du temps que SON EXCELLENCE la gagna, il y avoit aux bords des foffez des hautes montagnes, qui commandoyent à la Ville : Mais par la bonne conduite des eaux hautes de fa petite Riviere nommée Aa, les montagnes font anichilées bien jufques à mille pieds du foffé, & cela à fort peu de defpens : Et que cecy n'eft point un fonge, fe peut croire d'autant plus fermement, parce que les Bourgeois fortoyent fouvent pour voir les montagnes qui tomboyent, eftans cavées au deffous par le cours de ladite petite Riviere. Il eft bien vray que c'eftoyent des montagnes entierement fablonneufes, efquelles la diffipation eft plus facile qu'en matiere ferme ; mais on peut tirer fon profit de cecy, pour s'en fervir felon que les circonftances le permettent. Par ce qui eft dit icy d'Aernhem, le femblable fe peut entendre des autres Villes qui ont telle difpofition.

Il y a pieçà long temps, que ceux de Leyde commencerent à faire une Efclufe pres de Catwijc, pour naviguer par icelle de Leyde à la Mer, & pour vuider auffi les eaux ; mais les troubles furvenans, le deffein demeura imparfait, tellement que l'œuvre commencé a obtenu le nom de Mallegat, qui eft autant à dire que trou follement conceu. Mais pour declarer mon opinion d'un tel deffein, je dis ainfi : Si on faifoit à ce lieu trois Efclufes d'efguilles l'une dans l'autre, larges cahcune de 50 pieds, faifant enfemble une ouverture de 150 pieds, & hors des Dunes deux teftes longues felon qu'il appartiendroit, j'eftime qu'il deviendroit un des plus fameux Havres dont on parle maintenant, qui ne feroit auffi fubject à tel changement de bancs accroiffants à l'embouchure, comme les Havres caufes par des Rivieres, dont je traiteray plus particulierement cy-deffous: Mais fi on mettoit pres de la Ville d'autres Efclufes d'efguilles felon que requerroit un tel deffein, on pourroit faire qu'il n'y auroit point aucun meflange de l'eau marine avec la fraiche de la Ville, laquelle auffi en temps que le vent demeure longuement en un endroit, feroit journellement rafraifchie mieux que maintenant.

Je diray encore un mot de certaines proprietez, qui en matiere d'Efclufes font à remarquer : Quelques uns n'eftiment point profitable de tirer entierement en haut à un coup la porte d'une Efclufe ; parce (difent-ils) que l'approfondiffement eft alors incontinent fini, mais qu'il vaut mieux qu'on la hauffe par intervalles, pour moderer le cours, & faire que l'approfondiffement dure plus long temps: Mais quant à moy, la maniere de ceux qui font defgorger l'eau tout à coup, auffi toft qu'il eft poffible, me femble meilleure. Et pour en donner raifon, je dis par exemple ainfi : Comme une balle de Canon de 48 ℔, roullant en une gouttiere mife de bihay, & courant de là en un monceau de pots de terre, y fera plus de brefche en peu de temps, que 48 ℔ de petites balles de moufquet, roullant l'une apres l'autre en icelle goutiere pendant un plus long temps : Ainfi dis-je qu'une grande eaue fouftenue, tombant tout enfemble par une grande ouverture en un fond fablonneux, y fait plus de brefche ou approfondiffement en peu de temps, que l'eau tombant lentement par une petite ouverture fur le mefme fond durant un plus long temps : Ce que femblant affez confifter en raifon, je n'en diray d'avantage, mais je pafferay à une autre queftion.

On a veu fouvent qu'il s'eft fait plus de degorgement d'eau ou fechement de terre avec une Efclufe plus eftroite, qu'il n'avoit efté fait auparavant avec une plus large ; ou que plufieurs Efclufes l'une joignant l'autre, faifoyent auparavant moindre fervice que peu d'Efclufes qu'on y faifoit apres : Comme entre autres au lieu des cinq Efclufes pres de Schiedam on y avoit fait une grande Efclufe, mais beaucoup moindre que les cinq enfemble ; rendant toutefois beaucoup meilleur fervice que n'avoyent fait les cinq premieres, dont quelques uns pourroyent conclurre avec des raifons d'apparence, que les plus larges Efclufes, aufquelles nous buttons fi fort, ne font point toufiours la plus grande profondeur. Pour refpondre à cecy, il faut fçavoir qu'en l'ordonnance d'icelles cinq Efclufes, & des femblables efquelles fe rencontre tel accident, on a commis une faute, de laquelle il fe faut garder en l'ordonnance des Efclufes d'efguille : Mais à fin de donner à cognoiftre cette faute à ceux aufquels elle eft incognue, il eft notoire que fi l'ouverture d'une Efclufe, ou toutes les ouvertures de plufieurs Efclufes enfemble, eftoit auffi large que la commune largeur du Canal fur lequel l'Efclufe, où les Efclufes font bafties, qu'alors c'eft chofe naturelle, que tel fable ou fange s'affemble en l'Efclufe, comme il y a des deux coftez du Canal le long de la terre devant & derriere l'Efclufe, à caufe que le cours n'eft pas plus fort dans l'Efclufe, que dehors le Canal : Mais le fable eftant ainfi effemblé dedans & devant les portes de l'Efclufe, elles demeurent fermes fans fe pouvoir ouvrir ny fermer, & par confequent fans rendre fervice aux terres : Il eft bien vray que la regle eft certaine, à fçavoir que par les plus grandes ouvertures des Efclufes fe fait la plus grande profondeur, mais cela s'entend à condition que les portes n'ayent tel empefchement: Pourtant il faut en ordonnant les Efclufes d'efguilles, foigner que l'ouverture foit toufiours autant plus eftroicte que la largeur du Canal ou du receptacle, que tel eftouppement n'en provienne.

J'adjoufteray à ce qui eft dit encore cecy : A fçavoir, que les Havres faits par Efclufes d'efguilles avec eau marine fans qu'il y entre aucune Riviere, acquerrent moindre accroiffement de bancs que les Havres faits par Rivieres, à caufe que là advient feulement accroiffance du fable, qui vient aucunefois fous l'eau avec les grandes tempeftes, & qui apres en eft rejetté avec le cours des Efclufes : Mais l'accroiffement devant l'embouchure des Rivieres, eft outre cela autant plus grand que caufent les hautes eaux qui apportent telle quantité de fable, des montagnes & hautes terres, que les bancs

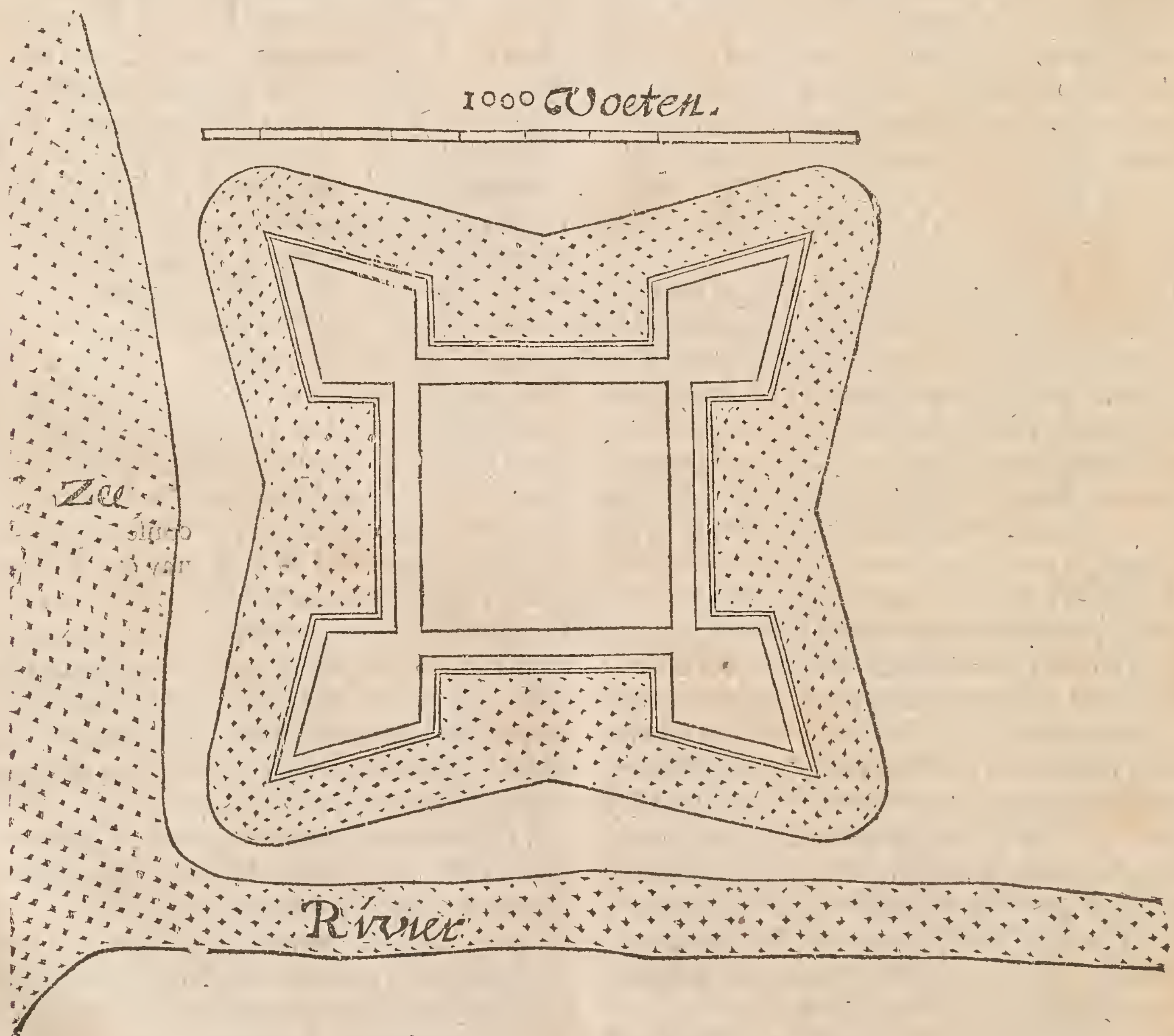
en

en acquierent si grand changement, qu'on cerche souventefois la plus grande profondeur pour remettre les tonneaux : Voire cet accroissement est tel, que les grandes Isles qu'on voit accroistre à l'embouchure des Rivieres en viennent, comme devant l'Escau les Isles de Zeelande, & devant la Meuses les Isles d'Hollande, comme Briele, Vooren, Goeree, Beyerlandt, & plusieurs autres qui au temps de *Ptolomée* n'y estoyent pas, & depuis sont fort changées, comme il se peut voir par ses Cartes & celles du temps present : de sorte que plusieurs Villes qui estoyent alors Maritimes, sont depuis devenuës champestres : On voit aussi que devant les Havres, comme de Marseille, Genes, Napels, & semblables, par lesquels il ne court point de Rivieres en Mer, un tel accroissement ne vient point comme és autres. Tellement que les Havres des Villes situées au bord de la Mer loing de Rivieres, & approfondis par Esclulses, ne sont point subjects à telle difficulté comme la premiere sorte de Villes situées aux bords des Rivieres. Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer, que les Villes situées au bord des grandes Rivieres navigables, ont joignant la navigation externe en Mer, encore la navigation interne dedans le Pays, & que les Villes sans Rivieres n'ont point tel advantage : On peut respondre, qui ayant depuis icelles Villes jusques à la grande Riviere, des Fossez avec des Esclulses d'esguille és Diguées, les Navires peuvent par iceux Fossez entrer dans les Rivieres, & naviguer dedans le Pays comme si les Villes estoyent situées aux bords des Rivieres, & si tels Fossez n'y sont pas, on les y peut (quand la commodité le permet) fouïr de nouveau.

Or ayant mis premierement en ce 4 Chapitre des Exemples comment certaines Villes consistentes en effect, se peuvent fortifier par Esclulses, & puis apres ayant encore discouru en general de ceste matiere, je mettray fin à ce Traité.

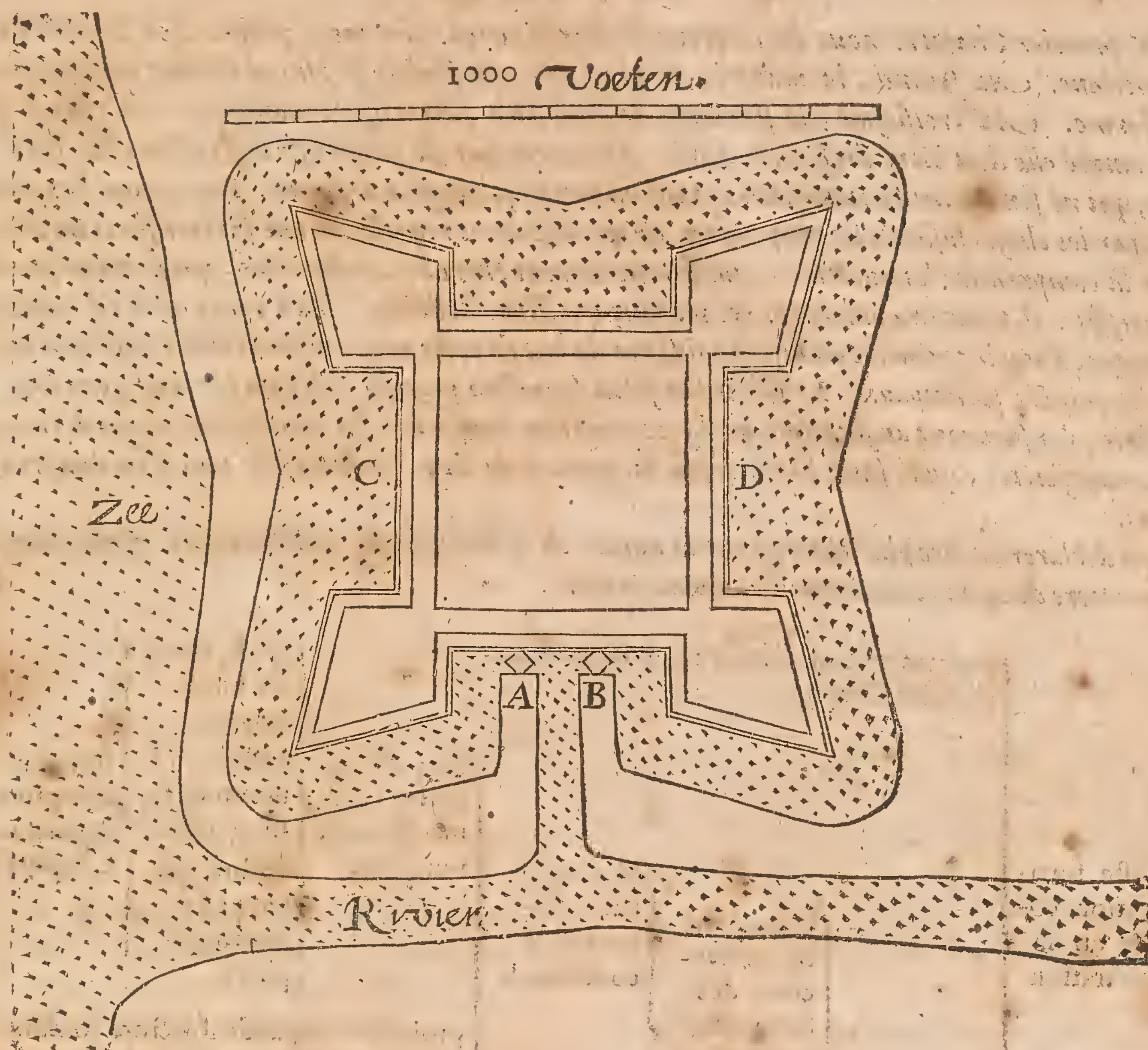
APPENDICE.

IL est advenu lors qu'on imprimoit la fin de ce Traité, qu'on fit le plan d'un grand Fort quarré, comme en ceste premiere Figure suivante, lequel on a envie de bastir en quelque lieu, ayant un costé le long d'une Riviere, l'autre le long de la Mer, & à l'entour un fossé, estant icy marqué aussi pres de la Riviere, & de la Mer, qu'il n'y demeure point de place pour loger un Camp : Laquelle maniere on estime meilleure, que de faire battre les ondes contre les boulevarts, pour les raisons amplement declarées cy-devant. Telles places sont entre autres Gorckum, Aernhem, Thiel, le Fort sur la Vooren, S. André, Lillo, Liefkens Hoec, & plusieurs autres en Flandres. Le susdit plan m'a esté monstré pour en dire mon advis, lequel j'ay voulu joindre au precedent comme s'ensuit : Premierement il est bien vray, qu'à telle maniere de fossé il ne faut point de Dodanes pour soustenir l'eau du fossé : Mais d'autre part pas un Navire ne peut entrer au fossé, pour y estre asseuré contre l'Ennemy, ce qui toutefois est fort necessaire en temps de siege, pour estre garanti contre les canonnades & le feu.



Il est bien vray qu'on peut prevenir ces difficultez avec des Esclulses d'esguille, selon la maniere descrite au 3 Chapitre; Mais parce que cest Exemple semble requerir plus ample declaration, je mets à ceste fin le plan suivant dudit Fort, là où A signifie l'une des Esclulses d'esguille, B l'autre, mises entre deux boulevarts devant une mesme courtine, faisant l'approfondissement par le Havre C, l'unefois avec A, B demeurant close,

l'autre fois avec B, A demeurant close, selon la maniere declarée plus amplement au 3 Chapitre. On doit aussi sçavoir que la contrescarpe aura son chemin couvert, avec son fossé devant, pour couvrir les Navires, selon sa maniere descrite à la fin du 5 Exemple du 3 Chapitre.



La difference entre cest Exemple, & les Exemples du 3 Chapitre, est qu'il y a icy deux Escluses d'esguille ordonnées entre deux boulevarts devant une mesme courtine, là où chacune des autres est devant une courtine particuliere, dont la raison est telle : Si chaque Escluse d'esguille gisant icy pres de A & B, estoit mise devant le milieu d'une courtine, comme au lieu de C & D, comme elles sont mises aux Exemples du 3 Chapitre, il est notoire qu'on ne pourroit tenir qu'une moitié de l'eau du fossé pour approfondir, là où autrement on a l'entier fossé. Secondement, les deux Escluses d'esguille A, B, l'une aupres de l'autre, sont mieux deffendues avec leurs boulevarts tous deux vers la Riviere, là où on n'attend point de siege, & sans avoir mestier de Ravelin, qu'une Escluse pres de D, par où on peut estre assiegé du costé de la terre, & qui requerroit bien un Ravelin pour sa defense : De sorte que pour ceste raison, les Escluses d'esguille és petits Forts avec peu de boulevarts, veulent estre mises l'une aupres de l'autre, devant une mesme courtine, pourveu que l'eau de la Mer ou de la Riviere ne frappe point contre la Forteresse ; auquel cas les Escluses d'esguille veulent estre mises selon l'autre maniere.

La cause pourquoy je ne mettoye cest Exemple avec ceux du 3 Chapitre, estoit qu'il me sembloit alors assez manifeste, & que chacun le pourroit facilement considerer par soy-mesme, sans en faire plus ample declaration : Mais venant au faict, & tirant le plan d'un fort, lequel on veut faire en effect, ceste plus ample explication me sembloit convenable : De sorte qu'à cause de cela je l'ay appliquée en cest Appendice, en intention de faire le mesme des autres semblables qui doresnavant se pourroyent rencontrer.

Fin de la Fortification par Escluses.

ARGUMENT.

AV premier Chapitre nous declarerons les significations des mots propres à ce Traicté en 21 definitions. Au second, la maniere de projecter une forteresse Hexangulaire accomplie en petite forme. Au troisiesme, la structure de semblable forteresse Hexangulaire en grande forme, à sçavoir comme elle doit estre dressée en effect. Au quatriesme, le project & la structure des forteresses accomplies, qui ne sont point Hexangulaires tant en petite qu'en grande forme. Puis quand l'apprentif aura entendu par les choses susdites les proprietez, & circonstances requises en une forteresse accomplie, & pouvant par là comprendre les questions, qui se rencontrent entre les Architectes, qui sçavent bien la façon des forteresses : il trouvera puis apres ces mesmes questions deduites. Mais par ce qu'il est expedient pour en bien juger, d'avoir premierement cognoissance du but de ceste matiere, nous en declarerons au cinquiesme tous les poincts principaux. Le susdit but selon lequel en jugeant il se faut souvent gouverner, estant ainsi descrit, s'ensuivront au sixiesme quelques questions des forteresses accomplies : & au dernier des forteresses imparfaictes, qu'il faut bastir selon la qualité du lieu. Par ainsi le tout sera comprins en sept Chapitres.

Et pour declarer encore plus apertement la nature de la Methode de ceste matiere, nous comprendrons toute la matiere de ce livre en une table comme s'ensuit :

Ceste fortification cōsiste en la declaration des
- propres mots, declarés en 21 definitions du premier Chapitre.
- choses comprenant
  - la maniere de la structure des forteresses accomplies lesquelles sont, ou
    - Hexangulaires, esquelles se considere le
      - project en petite forme, lequel se rencontre
        - sur le fond dit Ichnographie,
        - esleve qui se nomme Orthographie,
        - ombré qui s'appelle Scenographie,
        - tous trois compris au deuxiesme Chapitre.
      - project de la grande structure comme elle doit estre bastie en effect, descrit au troisiesme Chapitre.
    - d'autres angles que de six, dont le project tant en petite qu'en grande forme est declaré au quatriesme Chapitre.
  - les raisons de la meilleure maniere de structure, consistant en
    - la declaration du but d'icelle matiere, la cognoissance de laquelle estant utile à l'intelligence des arguments & au jugement d'iceux, nous en descrirons trois poincts principaux compris au cinquiesme Chapitre.
    - Arguments sur les
      - forteresses accomplies compris en 17 questions du sixiesme Chapitre.
      - forteresses imparfaictes compris en 12 questions du dernier Chapitre.

CHAPITRE I.

Contenant les definitions des mots propres à ce traicté.

COmbien que nostre intention soit de descrire la fortification, si est ce que par cela nous n'entendons point un commun recit des forteresses du temps passé : mais seulement de celles, qui pour le present, sont estimées les plus propres selon les moyens, dont on a besoin contre un vaillant ennemy, pour le vaincre. Mais veu qu'il faut avoir la cognoissance des mots propres à ceste matiere, à fin de pouvoir entendre ce qu'ils signifient, nous definirons premierement ceux qui nous semblent avoir besoin d'explication pour ceux qui n'y sont point versez, & cela par trois communes manieres de projects : assavoir Ichnographie, Orthographie & Scenographie, qui seront representées au deuxiesme Chapitre suivant par huict diverses figures, dont la premiere est de l'Ichnographie ; mais veu qu'aucunes parties y sont marquées fort petites & peu visibles ; és figures 2. 3. 4. & 5 elles sont representées plus grandes : La 6. & 7. sont de l'Orthographie : La 8. de la Scenographie.

DEFINITION I.

B*Oulevarts sont testes qui sortent des forteresses.*

Comme en la premiere figure les six boulevarts B, C, D, E, F, G, où en la 8 figure les deux A, B. Quant à l'etymoligie du nom, elle est des Allemans, qui l'appellent *Bolvverck*, nom composé de *Bol* & *vverck*, qui signifient *Boulle* & *ouvrage* : comme pour dire ouvrage pour le fait des boulles, à sçavoir pour leur resister, estans tirées là dessus par l'ennemy. Les Italiens usans

usans de ce mot Allemand, disent en langue corrompuë *Balvardo*, aucuns *Belovardo*, autres *Balluvardo*: lequel Jacomo Castriotto definissant au 1. liv. chap. 9. Le fait deriver de *Bellum* & *garda*; autant à dire que *guarde contre la guerre*. Mais si la vraye etymologie Allemande luy eust esté cognuë, j'estime qu'il ne l'eust point defini de telle sorte.

DEFINITION II.

R*Emparts, sont les terrains entre deux Boulevarts.*

Comme K H en la premiere figure C Q R I en la 6. C en la 8.

DEFINITION III.

C*Aies, sont les bords exterieurs du fossé.*

Comme en la premiere figure *b d c*: en la 6. *b* L P: en la 8. D.

DEFINITION IV.

G*Rand fossé, est ce qui est contenu entre les Boulevarts & Remparts d'un costé, & le Caies de l'autre.*

DEFINITION V.

C*Ontre-fossé, est celuy qui gist aux fossez secs environ le milieu du grand fossé.*

Comme en la premiere figure *k h i*: en la 6 Y: en la 8 E.

DEFINITION VI.

T*Errepleins, sont les chemins dessus les remparts.*

Comme en la premiere figure entre les deux lignes *o*, *p*; en la 6 S K signifient le Terreplein du rempart inferieur. Mais *q r* en la premiere figure, Q *i* en la 6, & F en la 8, le Terreplein du rempart superieur.

DEFINITION VII.

P*Arapet, est la levée derriere laquelle on est deffendu jusques à la poictrine.*

Comme en la premiere figure *n o*, *p q*; en la 6 *k* T, & *i* R Parapets du haut, & bas rempart, lesquels se nomment aussi vulgairement Courtines, par ce que l'on s'y cache comme derriere une courtine.

DEFINITION VIII.

P*Ente de parapet, c'est son costé superieur panchant vers le dehors.*

Comme R *c*, & T *d* en la 6 figure: G & H en la 8.

DEFINITION IX.

E*scarpe, est le costé oblique qui se fait devant les remparts, & murailles, pour les garder de cheoir.*

Comme en la 6 figure *c*, S, I, V, L, *b*.

DEFINITION X.

C*Hemin couvert, est ce qui gist sur la Caie, & dans lequel on peut aller couvert derriere un parapet.*

Comme en la premiere figure *b d e f*: en la 6 L P: en la 8 D.

DEFINITION XI.

N*Ettoyer, est tirer les boulets d'artillerie au long d'un mur, rempart, chemin, ou semblable.*

DEFINITION XII.

F*Lancs, sont les costez des boulevarts.*

Comme en la premiere figure les flancs LPH, & QK.

DEFINITION XIII.

O*Reillon, est la partie du boulevart, qui couvre le flanc.*

Comme en la 1 figure P *l m* M: en la 8 I, K, L, M.

DEFINITION XIV.

S*Uperieure, moyenne, & inferieure place, sont les trois divers lieux aux flanc là où l'artillerie prend sa reculée.*

Comme en la 3 figure, l'aire où sont les lettres N, O, P, Q, R, B, H, G, inferieure.

DEFINITION XV.

C*Anonnieres, sont les ouvertures, qui se font aux parapets des trois places, & ailleurs, pour mettre en icelles l'artillerie.*

Comme en la 3 figure, les canonnieres de la place superieure N, O, P, Q, R: de la moyenne C, E: & de l'inferieure I, K.

DEFINITION XVI.

M*Erlon, est la partie du parapet, qui demeure entre deux canonnieres.*

Comme en la 2 & 3 figure, toutes les parties des parapets entre les susdites canonnieres.

DEFINITION XVII.

C*Avalliers, sont certaines hauteurs aux forteresses en forme de montagnes.*

Comme en la 1 figure, les Cavalliers sur les boulevarts B, C, D, E, F, G: en la 7 A: en la 8 A, B: pour descouvrir par iceux la campaigne, & mieux molester l'ennemy de loing.

DEFINITION XVIII.

P*Lattes formes, sont Cavalliers, ou boulevarts qui sont plats pardevant.*

Comme quand on met dessus, ou derriere la Courtine quelque hauteur, qui est par devant toute platte, sans poincte; comme sont les boulevarts, cela s'appelle Platte-forme. Semblablement quand on met quelque teste platte par devant sortant de la grande courtine (ce qui vient souvent à poinctés courtines avec angles interieurs: à fin de pouvoir nettoyer iceluy costé plat, comme il sera plus emplement declaré en son lieu) telle teste, ou boulevart s'appelle aussi Platte-forme. De sorte que Platte-forme est comme genre ayant deux especes, qui sont Cavallier plat, & Boulevart plat.

DEFINITION XIX.

C*Ontre-mine, est l'allée voûtée au fond du rempart, à l'entour de la Forteresse.*

Comme en la 6 figure *f g h*: & s'appelle Contremine, parce qu'on resiste par là aux mines des ennemis.

DEFINITION XX.

S*Orties ou Fausses portes sont celles, par lesquelles on sort secretement hors de la forteresse, desquelles l'issuë se met communement pour le present au costé interieur de l'Oreillon.*

Comme en la 5 figure, la sortie D E F G, dont la porte de l'issuë gist hors le merlon de la place inferieure: comme en la 3 figure entre K & L.

DEFINITION XXI.

L*Es desfences, qui se font d'un costé & d'autre de la parfaicte forteresse, pour s'asseurer encore mieux; s'appellent Casemattes.*

Le mot Casematte me semble Espagnol composé de *Case* & *matta*: comme qui diroit *casa por donde se matta*: qui signifie maison, ou bastiment par lequel on tuë.

Aucuns on par cy-devant aussi nommé Casemattes la moyenne, & inferieure place des flancs : mais l'usage a obtenu entre les derniers Autheurs qu'elles soyent appellées plus proprement moyenne, & inferieure, ou seconde & troisiesme place ; à cause (peut estre) qu'on ne les bastit plus couvertes & voûtées comme maisons, selon la maniere ancienne, dont il sera parlé plus amplement en son lieu.

Outre les explications precedentes touchant les huict figures suivantes, nous mettrons en brief par escrit les significations de leurs parties, pour plus grande evidence.

Chapitre II.

Contenant l'exemple du pourtraict d'une forteresse Hexangulaire, en petite forme.

VEu que l'on doit sçavoir l'ordre des forteresses avant que venir à l'œuvre de bastir, à fin de ne s'abuser en ce qui ne sçauroit puis apres estre changé sans de tresgrands frais qui en despendent, on a de coustume de pourtraire premierement diverses figures selon la situation du lieu & de toutes les circonstances ; à fin que les personnes qui en ont à discourir se puissent facilement entendre l'un l'autre par tels pourtraicts, & finalement en mieux conclure. Ces projects se font en deux manieres : Premierement, plats sur le papier, puis apres solides d'argille, cire, bois, ou d'autre matiere commode : finalement on vient au bastiment mesme. Or pour suivre icy cet ordre naturel, nous avons proposé premierement de faire le pourtraict d'une forteresse accomplie Hexangulaire equilaterale inscriptible au cercle sans avoir egard aux empeschemens, avantages ou desavantages de hauteurs, profondeurs, mers, ou marescages : mais comme sur un champ egal & commode pour y bastir tout ce qui est requis à une forteresse parfaicte selon la maniere du temps present ; à sçavoir avec doubles courtines, l'une haute l'autre basse, avec fossez secs chaque flanc ayant trois places. Et par ce que la pourtraicture en plat se rencontre (comme dit est) en trois manieres, l'une sur le fond dite Ichnographie ; l'autre debout nommée Orthographie, desquelles chacune requiert ses propres mesures, nous mettrons pour en traicter plus distinctement, toutes les mesures de l'Ichnographie en une particuliere description. Puis apres les mesures de l'Orthographie en une autre. Au dernier suivra la pourtraicture Schenographique.

Il faut aussi sçavoir qu'en la description nous n'userons point de methode par Dichothomie du tout en ses parties, ains mettrons devant ce qui precede commodement en l'effectuel pourtraict.

Mais avant que traicter de ces mesures nous voulons dire encore un mot au Lecteur expert. C'est qu'au cas qu'il trouve quelque mesure ou ordonnances lesquelles ne soyent pas bonnes à son advis, nous n'avons pas deliberé de luy en rendre compte en ce lieu, mais à fin que nostre doctrine ne soit obscurcie par argumens, nous n'en traicterons qu'aux Chapitres suivans 6 & 7.

Mesures de l'Ichnographie.

PRemierement chaque costé de l hexagone, sur lequel se figurent les boulevarts sera long de 1000 pieds, par lesquels nous entendons pieds de Delf ; de la comparaison desquels, avec autres mesures, nous parlerons en la premiere question du sixiesme Chapitre.

Secondement, de chaque angle de l'hexangle, jusques au costé exterieur du merlon il y aura 180 pieds.

3. La largeur des flancs sur le costé exterieur du merlon de la moyenne place avec l'espaisseur de l'oreillon, font ensemble 140 pieds.

4. La largeur du flanc mesurée sur le costé exterieur du merlon de la moyenne place de 30 pieds.

5. L'espaisseur du merlon de 20 pieds.

6. Quand on prolonge de 120 pieds la ligne signifiant la largeur du flanc, avec son oreillon (laquelle nous avons dite cy-dessus devoir estre de 140 pieds) alors se tirera le raid qui doit venir à l'opposite par la poincte exterieure d'icelle ligne de sorte que le grand fossé sera large en ce lieu de 120 pieds.

7. Le chemin couvert sera large au coing à l'opposite du milieu de la grande courtine de 20 pieds.

8. Le contre-fossé se mettra nettoyable par la canonniere inferieure, & sera large sur le coing à l'opposite du milieu de la grande courtine de 20 pieds : & puis par tout de mesme largeur.

9. La longueur de l'oreillon, de 100 pieds.

10. L'espaisseur du merlon de la courtine basse tant du boulevart comme de la grande, de 20 pieds.

11. La largeur de son terre-plain, ou allée de 20 pieds.

12. L'espaisseur de l'escarpe du haut rempart, de 10 pieds, adjousté encore au mesme l'espaisseur du parapet 20 pieds, qui font ensemble 30 pieds. Ce parapet superieur se produira, & on en fera une guirlande superieure du boulevart ; comme on avoit fait la guirlande inferieure du parapet inferieur : tirant les courtines des boulevarts hors du coing interieur de la place superieure ; laissant pour longueur de la place moyenne, 30 pieds.

13. La largeur du terre-plain de 50 pieds.

14. L'espaisseur de l'escarpe interieure du haut rempart, 20 pieds.

15. La largeur de la ruë entre les maisons, & le rempart, de 30 pieds.

16. L'espaisseur de l'escarpe du cavallier de 10 pieds : ausquels adjoustez l'espaisseur de son parapet de 20 pieds, font ensemble 30 pieds. Et seront les costez du devant du cavallier tirez du coing interieur de la place superieure : Et le contenu entre le parapet de la place superieure, & le cavallier, sera pour largeur de la place superieure de 30 pieds.

17. Il y aura un chemin au coing, où se conjoignent deux chemins couverts, par lequel peuvent aller & venir, tant les chevaux & bestail, que les hommes, pour venir du fossé au chemin couvert : mais en montant sans degrez en tout 40 pieds : le mesme chemin sera long de 240 pieds, large par dessus de 20 pieds : & sera tiré hors du costé exterieur du flanc. Si il se fait de bois, on le peut plus facilement desfaire ou rompre quand on veut.

18. On mettra semblables chemins en chaque coing, où se conjoignent deux parapets, qui ont des chemins couverts : pour par iceux monter du chemin couvert dessus son parapet ; lesquels chemins seront longs de 40 pieds, larges de 20 : & seront, comme les precedents, sans degrez, & tirez du costé exterieur des flancs. On entend aussi, que l'on bastira de semblables chemins dedans la forteresse en chaque coing où se rassemblent deux remparts, par lesquels on pourra monter de la ruë au terre-plain, pour par iceux amener la grosse artillerie, & autres choses necessaires.

19. Il y aura une petite voûte en chaque partie du haut rempart gisant sur l'oreillon, pour pouvoir venir par là, de l'allée du bas rempart, qui est entre deux boulevarts, outre la moyenne place, en l'allée du bas rempart

part des boulevarts : pour ainsi pouvoir aller tout à l'entour de la forteresse sans empeschement. La mesme voûte doit estre si basse, qu'elle soit assez couverte du parapet, qui est devant, à sçavoir de la hauteur de 6 pieds, & autant de large.

20. Les deux canonnieres de la moyenne place seront larges au lieu où elles sont les plus estroictes, de 2 pieds; & seront aussi mises en sorte qu'on puisse voir par icelles, jusques au coing du parapet du chemin couvert, qui est apposé au milieu de la grande courtine.

21. La longueur de la place inferieure qui est l'ouverture entre le merlon de la place inferieure, & le merlon de la moyenne place, de 30 pieds.

22. L'espaisseur du merlon de la place inferieure de 20 pieds.

23. Les trois canonnieres de la place inferieure seront au lieu le plus estroict, larges comme les autres de 2 pieds, & tendans vers le chemin couvert, jusques à ce qu'on puisse par icelles nettoyer la contrescarpe.

24. Au parapet de la place superieure on mettra cinq canonnieres, desquelles les trois interieures, seront accommodées en sorte qu'elles puissent nettoyer le parapet du chemin couvert: mais les deux exterieures en telle sorte, qu'elles puissent nettoyer un costé de la basse courtine, & tirer vers le costé exterieur, aussi loing, que l'oreillon le permet.

25. Dedans les remparts & cavalliers gisans derriere lesdites canonnieres des trois places, on fera des voûtes larges de 12 pieds, longues de 20 : qui viendront à la hauteur d'iceux, & d'autant qu'elles se rencontreront aussi peu en la suivante pourtraicture Orthographique, qu'en cette Ichnographique, nous mettrons icy seulement, comme par memoire, qu'elles seront de 7 pieds; à sçavoir si basse, qu'elles soyent couvertes des merlons: On entend aussi que derriere chaque canonniere, elles se peuvent bastir en divers lieux de la courtine basse, tellement qu'aux flancs il y aura une telle voûte: aussi seront mises en leur lieu propre & commode les montées pour venir de la place superieure à la moyenne & de la moyenne à l'inferieure.

26. Les portes seront larges de 10 pieds, au milieu de la grande courtine la voûte tendant tout droit à travers du rempart.

27. Il y aura au bout de la porte, dans la forteresse, un petit rempart de l'espaisseur de 40 pieds, ayant par dedans son parapet, & canonnieres : Et il y aura de costé une autre porte de mesme largeur que la precedente à sçavoir de 10 pieds, & le reste selon la necessité des circonstances. Nous entendons aussi, qu'il y aura un pont de bois traversant le fossé, depuis la porte, tout droit jusques au coing du chemin couvert, qui est à l'opposite, & sera tellement fait, que quand il sera besoing on le pourra facilement rompre, ou demolir.

28. Les sorties seront dans les boulevarts, voûtées & larges de 8 pieds, ayans leur entrée de dedans és angles, où se rassemblent deux remparts : Et à fin que les chevaux y puissent commodement passer, elles pancheront egalement sans degrez 40 pieds en profondeur, à sçavoir jusques à la porte de l'issuë, qui sera en chaque costé interieur des oreillons, au bout du merlon de la place inferieure, & seront lesdites voûtes hautes de 8 pieds.

29. Pour venir dedans la forteresse en la place inferieure, & à fin d'y pouvoir amener de la grosse artillerie, & autres choses necessaires, l'on ira par la susdite sortie, jusques à ce qu'on vienne environ les voûtes qui sont au bout de la place inferieure, & despuis là il y aura un chemin voûté particulier, tendãt vers la susdite voûte.

30. Pour venir aussi à telle fin (comme dessus) de dedans la forteresse à la place moyenne, & à l'allée de la courtine basse, qui sont 10 pieds plus haut que le commun terroir, l'on fera depuis la porte interieure de la sortie, un autre chemin voûté, large & haut de 8 pieds; montant en tout 10 pieds, & sortant à la voûte interieure qui est au bout de la moyenne place. Le devant de l'entrée de la contre-mine sera commodement au lieu où elle se rencontre avec la sortie.

Pourtraicture Ichnographique, selon les precedentes mesures.

OR pour faire un pourtraict selon les mesures susdites, & pour avoir premierement l'hexangle; je pren avec le compas sur l'eschelle 1000 pieds pour un costé, & parce qu'il est egal au demy-diametre de son cercle circonscriptible, par la 15 proposition du quatriesme livre d'Euclide, j'en tire sur le centre A un cercle occulte B C D E F G, lequel je parti avec la mesme distance du compas en six parties egales és poincts B, C, D, E, F, G, & tire des lignes de poinct à autre : ce qui me donne l'hexangle requis.

2. Je mets le compas sur 180 pieds, pour la longueur, despuis chaque angle de l'hexangle, jusques au costé exterieur du merlon de la moyenne place, & marque ladite distance despuis B jusques à H d'un costé : & despuis B jusques à I, d'autre costé : puis de C à K, & de G à L : & ainsi des autres.

3. Pour avoir la largeur du flanc avec l'espaisseur de son oreillon, je tire H M longue de 140 pieds en angle droit sur B C. Et de mesme sorte, je tire I N en angle droit sur B G, & K O en angle droit sur C B; faisant le mesme des autres lieux semblables.

4. Je tire H P 30 pieds, pour la largeur du flanc, sur le costé exterieur du merlon de la moyenne place : signant aussi 30 pieds de K à L : & ainsi de toutes autres semblables lignes.

5. Je signe H R de 20 pieds en la ligne C B, pour l'espaisseur du mesme merlon, & tire R S parallele à H P, faisant de mesme à tous les autres lieux semblables. Puis je mets le poinct T au milieu de H R, & semblable poinct pres de K en V, & pres de L en X. Puis je tire despuis A par le poinct Ç une ligne infinie : pareillement des lignes infinies par tous les autres poincts semblables. Puis du poinct T, je tire une autre ligne par le poinct O touchant l'infinie A C en Y. Semblablement la ligne despuis le poinct V par le poinct M touchant l'infinie A B en Z, puis la ligne Z X : Et si en l'œuvre on n'a point failli, la ligne Z X passera par le poinct N. Le mesme se fera aussi à tous autres lieux semblables.

6. Pour avoir la largeur du grand fossé, je tire la ligne H M plus avant jusques à *a*, si bien que M*a* fait 120 pieds : Je tire puis apres une ligne du poinct Q par le poinct *a*, jusques à ce qu'elle touche l'infinie A B au poinct *b*. Apres je prens la longueur B*b* & la marque de Ç à *c* à sçavoir en l'infinie A C : & tire la ligne P *c*, coupant Q*b* en *d*. Ce qui estant ainsi, les deux lignes *c d* & *d b* signifient les rayës d'iceluy costé de la forteresse & selon la mesme maniere on tirera toutes les autres rayës & le fossé sera large despuis M jusques à *a* de 20 pieds, selon le requis.

7. Pour figurer le chemin couvert, je tire une ligne infinie de A par *d* & par tous les autres endroits semblables. Puis je signe despuis *d* jusques *e* la longueur de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert, là où il est le plus estroict; & tire la ligne de Q par *e*, jusques à ce qu'elle touche l'infinie A B en *f* : Puis je prens avec le compas

compas la longueur *bf*, & la marque despuis *c* jusque à *g*; à sçavoir en l'infinie A C, & tire la ligne *ge*, de sorte que les deux lignes *ge*, & *ef*, signifient le parapet du chemin couvert d'iceluy costé de la forteresse : & ce qui est compris entre iceluy parapet, & les extremités du raid *ed*, *db*, signifie le chemin couvert lequel sera de mesme figure aux autres lieux à l'entour de la forteresse.

8. Pour avoir le contre-fossé, je marque le poinct *h* au milieu de *Ma*; par lequel je tire V*i* (ou pour dire encore plus proprement, ladite ligne sera tirée vers P, despuis un poinct qui est distant de V vers O d'un pied, à sçavoir au milieu du plus estroict de la canonniere, lequel est declaré au precedent huictiesme article) coupant A*e* en *k*, & touchant A F en *i*. Puis des deux costez de ceste ligne *ki*, je tire deux paralleles finissantes en A*e*, & A*f*: tellement que despuis la ligne *ki*, jusques à chaque ligne qui est tirée joignant icelle, on trouve l'espace de 10 pieds, lesquels estans comptés aussi en la ligne A*e*, ou M*a*, font ensemble, pour la largeur du contre-fossé au coing, qui est à l'opposite du milieu de la grande courtine 20 pieds, comme il a esté mis cy-devant aux mesures. Or comme ceste partie de contre-fossé est designée icy, ainsi s'achevera tout le reste, qui est à l'entour de la forteresse.

9. Pour avoir la longueur de l'oreillon de 100 pieds, je marque despuis le poinct P en la ligne P*e* 100 pieds, comme P*l*. Puis je tire la ligne *lm* parallele à P M, à sçavoir le poinct *m* en la ligne M V; & le trapese *m*M P*l*; est le parapet requis.

10. Il faut que l'espaisseur du parapet de la courtine basse soit de 20 pieds, laquelle je marque despuis *n* jusques à *o*, & tire par *o* une parallele à *n*. Je marque aussi une semblable espaisseur pour les parapets inferieurs des boulevarts.

11. Je marque despuis *o* jusques à *p*, 20 pieds, pour la largeur de l'allée du rempart inferieur: & tire par *p* une parallele à *e*.

12. Je marque despuis *p* jusques à *q* 30 pieds, pour l'espaisseur de l'escarpe, & parapet du haut rempart, & tire par *q* une parallele à *p*. Puis je conduis ce parapet superieur d'une telle façon, qu'il en sort une guirlande du parapet superieur; comme du parapet inferieur se faisoit la guirlande inferieure, en tirant lesdictes faces des boulevarts de l'angle interieur de la place superieur joignante, laissant pour la longueur de la moyenne place 30 pieds.

13. Je marque despuis *q* jusques à *r* 50 pieds pour largeur du haut terre-plein: & tire par *r* une parallele à *q*.

14. Je marque despuis *r*, jusques à *s*, 20 pieds, pour espaisseur de l'escarpe inferieure du haut rempart : & tire par *s* une parallele à *r*.

15. Je marque despuis *s* jusques à *t* 30 pieds, pour largeur de la ruë entre les maisons, & le rempart: & tire par *t* une parallele à *s*.

16. Je pren pour escarpe, & parapet du cavallier tout ensemble 30 pieds; & marque sur telle espaisseur la guirlande du cavallier F, & tire les costez anterieurs d'iceluy de l'angle interieur de la place superieure, laissant entre le parapet de la place superieure & le cavallier 30 pieds, pour largeur de ladite place superieure : puis je fay les choses susdites à toutes les autres places semblables.

17. Pour avoir le chemin, par lequel on vient du fond du fossé, sur le chemin couvert, je marque le poinct *u* d'une telle façon, que *cu* face 20 pieds. Je tire puis apres la ligne P*u*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *ux* de 240 pieds. Ainsi j'ay le chemin requis *uxc*.

18. Pour avoir le chemin par lequel on va du chemin couvert, jusques au dessus de son parapet, je marque le poinct *y* en sorte que *fy* fait 20 pieds. Je tire puis apres la ligne Q*y*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *fz* de 40 pieds. Ainsi j'ay le chemin desiré *yzf*.

19. Il faut qu'il y ait une petite voûte en chaque partie, gisant sur l'oreillon comme au lieu de V, ayant son issuë à un costé de la moyenne place : d'autre costé en l'allée de la courtine basse, à sçavoir haut & large de 6 pieds, à telle fin qu'il a esté dit au precedent dixneufiesme article des mesures.

20. Il nous faut avoir deux canonnieres de la moyenne place : mais veu que le contenu de la premiere forme en seroit trop petit; & que le tout viendroit trop invisible, nous mettons en la deuxiesme figure un flanc tout seul, & plus grand, où par A B est signifié la ligne T P de la premiere figure; à sçavoir la largeur du flanc de 30 pieds : le costé A C signifié T R, espaisseur du merlon de 20 pieds : par le costé C D s'entend une partie d'icelle grande courtine R K : & le costé B E denote P*l* costé interieur de l'oreillon : le costé C F est pour R S costé interieur du merlon, laquelle C F est touchée au poinct G par la produicte E B. Or pour faire cy-dessus selon le requis, je donne à G H, & à C I chacun 2 pieds, pour largeur des canonnieres, où elles sont le plus estroictes; apres je tire H K en telle façon que au long d'icelle, on puisse voir une partie de la courtine A D. Puis I L tout droit vers la poincte du parapet du chemin couvert, qui (si la figure estoit parfaicte) seroit vis à vis du milieu de la grande courtine. Ce qui estant ainsi, l'on peut voir, selon le contenu du 20 article des mesures, par ces deux canonnieres ladite poincte du parapet du chemin couvert : car G E costé interieur y regarde tout droit, & *il* est tirée vers iceluy.

21. Il nous faut marquer la longueur de la place inferieure entre le merlon de ladite place inferieure, & le merlon de la moyenne. A ceste fin nous prennons pour plus grande evidence une autre figure à part, à sçavoir la troisiesme, où A signifie le merlon de la deuxiesme figure, duquel le costé anterieur, avec son escarpe, est B: & C D signifie la courtine, H F le costé interieur de l'oreillon. En ladite figure je tire la ligne G H, parallele à B, en sorte qu'il y ait entre les deux lignes 30 pieds, pour l'ouverture requise de la place inferieure.

22. Je tire dans ladite troisiesme figure la ligne I K parallele à G H, de sorte qu'il y aye entre deux 20 pieds pour l'espaisseur du merlon y comprenant 3 pieds pour l'escarpe. Or à fin de figurer icy les canonnieres, selon le requis; à sçavoir en telle façon que l'escarpe des remparts, & la contrescarpe n'empeschent point de nettoyer, je tire premierement les escarpes des susdites K L, I M tellement qu'il y ait entre deux 6 pieds, pour l'espaisseur de l'escarpe, sur la hauteur de l'artillerie.

23. Je marque en la mesme troisiesme figure les deux canonnieres pres K & I, comme selon le 20 article elles ont esté marquées en la moyenne place. Puis encore une au milieu, comme il appert plus amplement par la figure.

24. Il y a encore à mettre cinq canonnieres de la place superieure, lesquelles nous denotons en la troisiesme figure par N, O, P, Q, R. Les trois interieures N, O, P, doivent estre constituées en telle façon, que les costez exterieurs tendent vers la poincte du parapet du chemin couvert, à fin que par icelles on puisse

nettoyer

nettoyer le parapet, aussi de telle sorte que P puisse nettoyer la basse courtine du boulevart. Mais les deux canonnieres exterieures Q R gisent en tel estat qu'elles peuvent nettoyer d'un costé la basse courtine C D, & les costez exterieurs de ces deux canonnieres sont tirez vers le coing de l'oreillon pres S, pour pouvoir tirer par là autant de costé, que l'oreillon le permet. Ce qui estant ainsi Q peut aussi nettoyer la basse courtine du boulevart.

25. Pour avoir les voûtes dans les remparts derriere les canonnieres, je tire premierement en la susdite deuxiesme figure la ligne M N, signifiant l'escarpe du rempart derriere les canonnieres de la moyenne place: tellement que le contenu entre les deux lignes C F & M N estant large de 30 pieds signifie le pavé descouvert de la place moyenne. Puis je marque dans le rempart les deux voutes requises O P, chacune large de 12 pieds longue de 20. Et s'entend que semblables voûtes seront aussi mises derriere les canonnieres des places superieures, aussi derriere les canonnieres, qui se peuvent mettre en divers lieux de la basse courtine, à fin que s'il estoit besoing, l'artillerie y puisse prendre sa reculée.

Quant à la montée, pour venir couvertement & commodement de la place superieure à la moyenne, elle sera bastie pres T V en la troisiesme figure: & est bon de sçavoir, que ledit T V signifie un trou haut de 20 pieds, large de 10. Mais pour declarer la qualité d'icelle plus apertement, je marque X Y, signifiant l'allée voûtée, qui tend de la place moyenne au travers du rempart, jusques à la basse courtine dont nous avons parlé au dixneufiesme article. Or quand on descend ceste montée T V jusques en l'allée X Y, on pourra tourner à main gauche vers l'huis X pour venir à la place moyenne, & à la main droite pour venir en l'allée de la basse courtine.

La raison pourquoy le trou T V est seulement de 20 pieds de haut, & que le reste de la montée vient sous terre, c'est à fin que l'artillerie d'enhaut au lieu de S, y puisse prendre sa reculée. J'enten que ceste montée soit separée de la place moyenne avec un mur, qui est signifié par les deux lignes entre lesquelles est l'huis X, & ledit mur vient plus haut que le pavé de la place superieure (comme aussi sont les petites murailles dont le trou de la montée est entourné) quatre pieds servant de parapet. Puis pour avoir l'autre montée par laquelle on vient de la place moyenne à l'inferieure, elle prendra son commencement en haut à un costé de l'allée X Y, & tendra de là sous S jusques à ce qu'elle sorte en la voûte, qui est derriere la canonniere exterieure de la place inferieure: de sorte que, si l'on veut prendre toute la largeur de l'allée, comme pour un degré, l'on peut venir de la place superieure à l'inferieure par une continuë & droite montée.

26. Il nous faut avoir les portes; mais pour voir en plus grande forme plus clairement la pourtraicture, nous en mettrons la suivante quatriesme figure, là où A B C D signifié l'espaisseur du rempart; en icelles je signe E F de 10 pieds, pour largeur de la porte, & despuis E F jusques à G H il y a une voûte tendant tout droit sous les remparts.

27. Je marque au bout de la porte un petit rempart, comme I, large de 40 pieds (qui avec les autres costez) doit avoir par dedans un parapet avec ses canonnieres large de 2 pieds: La susdite largeur de 40 pieds, est à fin qu'une piece d'artillerie gisant vis à vis du milieu de la porte y puisse prendre sa recullée. Puis il y aura encore une porte au lieu de K, large comme l'autre de 10 pieds.

Devant ce petit rempart sera encore une profondeur en maniere de fossé, large de 10 pieds, comme demonstre le lieu punctüé; la mesme profondeur sera tout à l'entour garnië d'apuis de bois, à fin que ni hommes, chevaux, ni chariots ne tombent dedans: il y aura encore par dessus ceste profondeur un pont levis devant la porte K au lieu de L. La place quarrée M sert à ceste fin: Quant il y a des chariots venans par la porte K pour sortir, qui voyans qu'il y en a d'autres entrans sous la voûte E F G H pourront alors reculler à la mesme place M pour laisser passer ceux qui doivent entrer.

28. Il faut marquer les sortiës. A ceste fin nous ferons la suivante cinquiesme figure, là où A B C signifie un boulevart, & D le coing, où se rencontrent deux remparts. En ce coing j'enten qu'il y ait un huis, despuis lequel il y ait une allée voûtée large & haute de 8 pieds, descendant egalement vers E, de là vers F, & ainsi jusques à G, sortant au costé inferieur de l'oreillon, devant le merlon de la place inferieure sur le fond du fossé, qui gist 40 pieds plus bas, que le commun terroir, sur lequel est mis l'huis D. De sorte que ladite allée doit descendre en tout 40 pieds. Puis comme elle tourne d'un costé de E vers F à G, ainsi se tourne de l'autre costé despuis E vers H à I.

29. Pour signer le chemin par lequel on peut commodement venir vers la place inferieure, laquelle est de 30 pieds plus basse que le commun terroir; l'on y ira de D à E en la cinquiesme figure, de là à K, & despuis K sera mise une autre voûte, pour venir de derriere en la voûte, qui est au bout de la place inferieure.

30. Reste l'allée, par laquelle on peut venir de dedans la forteresse vers la place moyenne, de là sur l'allée de la basse courtine à l'entour de la forteresse. A ceste fin, nous prennons la cinquiesme figure, là où despuis l'huis inferieur est mise encore une autre allée voûtée, tendant vers L, haute & large, comme les autres, de 8 pieds: mais montant en tout 10 pieds (car d'autant gist l'allée de la courtine basse, où la place moyenne plus haute que le commun terroir) & sortant à la voûte inferieure, qui est au bout de la place moyenne. Quant à l'entrée de la contre-mine, elle sera au lieu où la mesme contre-mine, & la sortie se rencontrent, pres de l'huis exterieur de la sortié entre G & F.

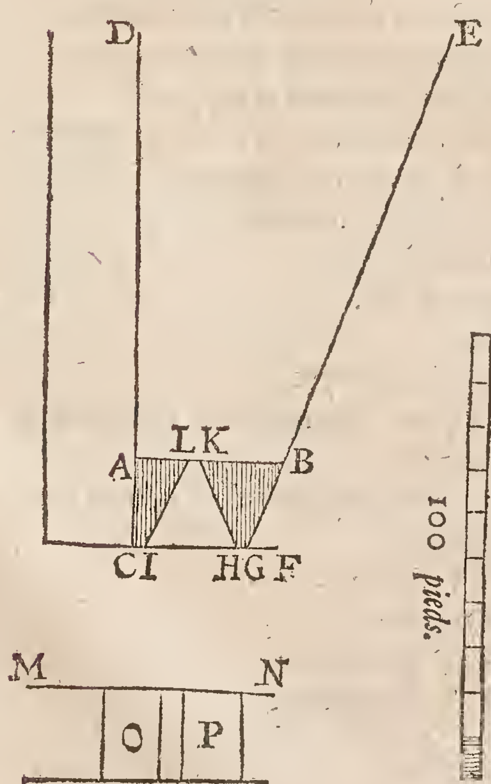
Parties de la premiere Figure, estant l'Ichnographie d'une forteresse entiere.

t f Ruë entre les maisons & le rempart.
f r Escarpe interieure du haut rempart.
r q Terre-plein du haut rempart.
q p Parapet, avec l'escarpe du haut rempart.
p o Terre-plein du bas rempart.
o n Parapet du bas rempart.
M a Grand fossé.
k h i Contre-fossé.
b d c Cajes.
b d e f Chemin couvert.
c u x Allée pour monter hors du fossé sur le chemin couvert.
f y z Allée pour monter du chemin-couvert sur son parapet.
l P S R T H Flanc.
P *l m* M Oreillon.
P *l m* M Z N Boulevart.
B C D E F G Cavalliers.

1 Figure.

1000 pieds.

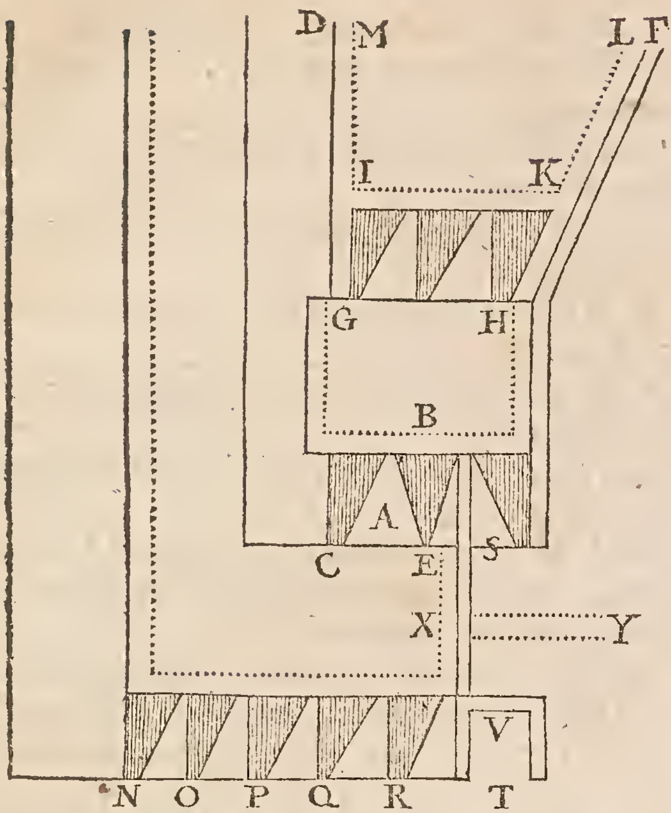
2 Figure.



Parties de la deuxiesme Figure estant l'Ichnographie d'un flanc avec sa place.

G E Costé interieur de l'oreillon.
C D Partie de la basse courtine.
A C I L Canonniere interieure.
K H G B Canonniere exterieure.
L I K H Merlon.
M C F N Moyenne place du flanc.
O P Voûtes derriere la moyenne place.

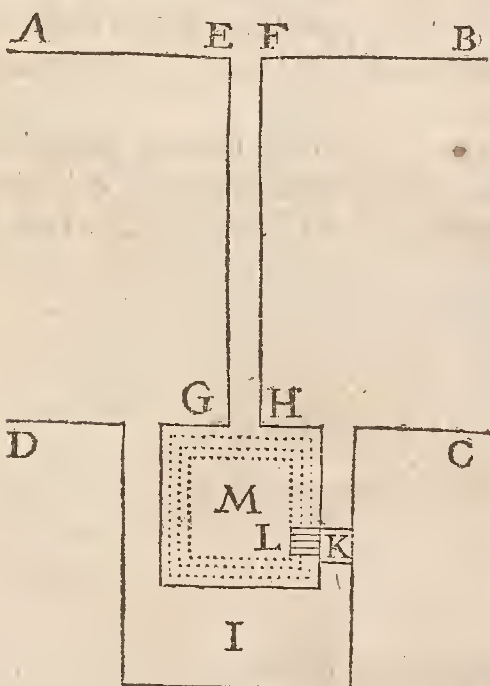
3 Figure.



Parties de la troisiesme Figure estant l'Ichnographie d'un flanc avec ses trois places.

H F Costé interieur de l'oreillon.
K L Son escarpe.
C D Partie de la basse courtine.
M I Son escarpe.
G B H La place inferieure,
entre G H, sont ses trois canonnieres.
C E X Place moyenne.
C E Ses deux canonnieres.
Le lieu sur lequel sont N O P Q R signifie la place superieure.
N O P Q R Ses cinq canonnieres.
S Une canonniere sur la mesme hauteur des autres N O P Q R.
X Y L'allée voûtée depuis la place moyenne vers l'allée de la basse courtine.
T V Le trou dessus la montée, pour venir de la place superieure vers la moyenne.

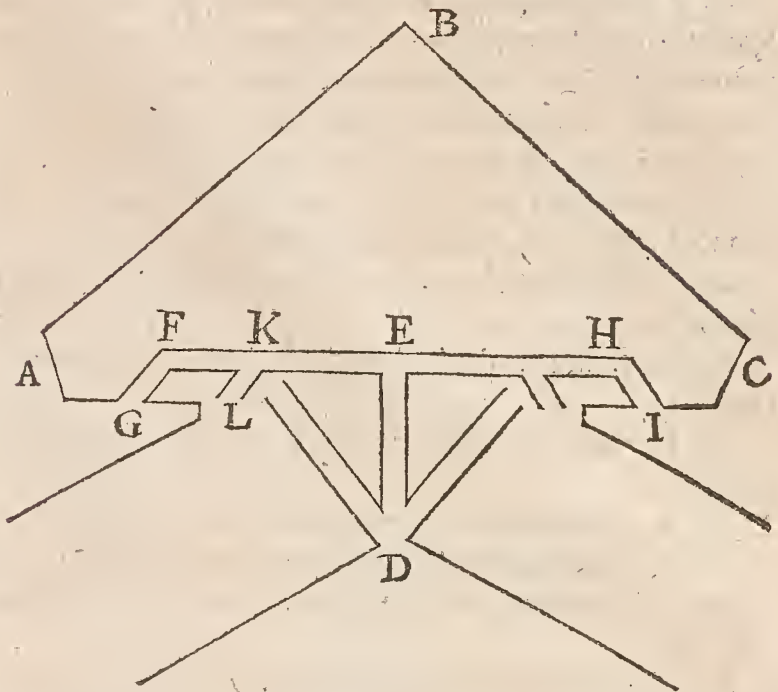
4 Figure.



Parties de la quatriesme Figure estant l'Ichnographie d'une porte.

A B C D Espaisseur des remparts.
E F Largeur de la porte.
E F G H Voûte sous les remparts.
I Petit rempart derriere la porte.
M Place entre le petit rempart I & la voûte.
K Deuxiesme porte.
L Pons levis.

5 Figure.



Parties de la cinquiesme Figure, estant l'Ichnographie d'un boulevart avec ses allées voûtées interieures.

D Huis au coing où se rencontrent deux remparts.
D E F G Sortie d'un costé.
D E H I Sortie de l'autre costé.
G I Huis des sorties aux costez interieurs des oreillons.
D E K L Allée vers la place inferieure.
D L Allée vers la place moyenne.

Veu que la precedente Ichnographie monstre seulement la forme de la forteresse selon sa longueur & largeur, & que la contemplation de sa situation en hauteur, ou profondeur, est fort necessaire à la parfaicte cognoissance, nous viendrons maintenant à l'Orthographie : mais pour declarer le sens d'icelle un peu plus amplement ; je suppose qu'une forteresse corporelle soit coupée par un plan infini par le milieu, entre deux boulevarts (telle est la maniere de faire des Mathematiciens qui coupent ainsi Cieux & Terre, pour trouver ce qu'il y a dans la coupure) où à fin d'en parler selon le vulgaire, posons qu'il y ait un modele corporel de bois coupé ou scié en deux par le milieu entre deux boulevarts : ce qui estant ainsi, la figure qui se voit en la coupure, est celle que nous proposons de pourtraire.

Mesures de l'Orthographie, procedant d'une coupure, par le milieu, de la grande courtine.

Premierement, il nous faut marquer sur le commun terroir la largeur de la ruë, entre les maisons & le rempart, de 30 pieds.

2. L'espaisseur de l'escarpe interieure du rempart de 20 pieds.

3. La largeur du terre-plein du haut rempart de 50 pieds.

4. L'espaisseur du parapet du rempart de 20 pieds.

5. L'espaisseur de l'escarpe, qui est devant 10 pieds.

6. La largeur de l'allée de la basse courtine de 20 pieds.

 7. L'espaiss-

7. L'espaisseur du parapet qui est devant de 20 pieds.

8. L'espaisseur de l'escarpe de la basse courtine de 8 pieds.

9. La largeur du grand fossé mesuré sur le bord de 140 pieds : mais qu'elle doive faire autant suivant le proposé, on le demonstre mathematiquement.

10. L'espaisseur de la contrescarpe de 8 pieds.

11. La largeur du contre-fossé de 20 pieds, & faut sçavoir, que le costé interieur du mesme contre-fossé viendra 88 $\frac{24}{71}$ pieds de l'escarpe de la courtine. Comment ceste longueur se trouve arithmetiquement, suivant le proposé, sera annoté au troisiesme Chapitre.

12. La largeur du chemin couvert de 20 pieds.

13. La hauteur du haut terre-plein de 40 pieds.

14. La hauteur du parapet, qui est devant de 47 pieds.

15. La hauteur de l'allée de la basse courtine de 10 pieds.

16. La hauteur des parapets, qui sont devant de 17 pieds.

17. La profondeur du grand fossé de 40 pieds.

18. La profondeur du contre-fossé de 15 pieds.

19. La hauteur du parapet du chemin couvert de 7 pieds.

20. L'on fera la penté du parapet du haut rempart, aussi du parapet du bas rempart, en telle façon qu'on puisse voir au long d'icelle les deux tiers de la contrescarpe.

21. La pente du parapet du chemin couvert se tirera selon le cours du rayon, venant du parapet de la basse courtine, par le sommet du parapet du chemin couvert, jusques au commun terroir, laquelle longueur contée despuis le parapet, jusques au commun terroir, fait 126 pieds, dont l'operation Arithmetique sera declarée au troisiesme Chapitre.

22. La courtine sera sous le bas rempart de 8 pieds de l'extremité de l'escarpe, & sera large de 5 pieds, haute de 6 & par dessus une voûte.

23. Il y aura derriere chaque parapet un banc haut de 3 pieds, & large de 3; à fin que quand on est dessus on puisse regarder en la campagne : mais en estant descendu, qu'on ne soit alors veu de ceux qui sont en la campagne.

Pourtraict Orthographique, selon les precedentes mesures.

PRemierement, je tire en la suivante 6 figure le commun terroir (que l'on nomme autrement ligne horisontale) AB & marque en icelle AC de 30 pieds, pour largeur de la ruë entre les maisons & le rempart.

2. CD de 20 pieds, pour l'espaisseur de l'escarpe interieure du rempart.

3. DE de 50 pieds, pour largeur du haut terre-plein.

4. EF de 20 pieds, pour l'espaisseur du parapet du haut rempart.

5. FG de 10 pieds, qui sont l'espaisseur de l'escarpe, qui est devant.

6. GH de 20 pieds, qui sont la largeur de l'allée de la basse courtine.

7. HI de 20 pieds, qui sont l'espaisseur du parapet, qui est devant.

8. IK de 8 pieds, qui sont l'espaisseur de l'escarpe de la basse courtine.

9. IL 140 pieds, qui sont la largeur du grand fossé mesuré sur le bord.

10 ML de 8 pieds, qui sont l'espaisseur de la contrescarpe : mais tellement que NK face 88 $\frac{24}{71}$ pieds, selon le contenu du precedent 11 article.

11. NO de 20 pieds, pour la largeur du contre-fossé.

12. LP de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert.

13. DQ de 40 pieds, pour la hauteur du haut terre-plein.

14. ER de 47 pieds, pour la hauteur du parapet, qui est devant.

15. G*ij* de 10 pieds, pour la hauteur de l'allée de la basse courtine.

16. HT de 17 pieds, pour la hauteur du parapet.

17. KV de 40 pieds, pour la profondeur du grãd fossé.

18. XY de 15 pieds, pour la profondeur du contre-fossé.

19. PZ de 7 pieds, pour la hauteur du parapet du chemin couvert.

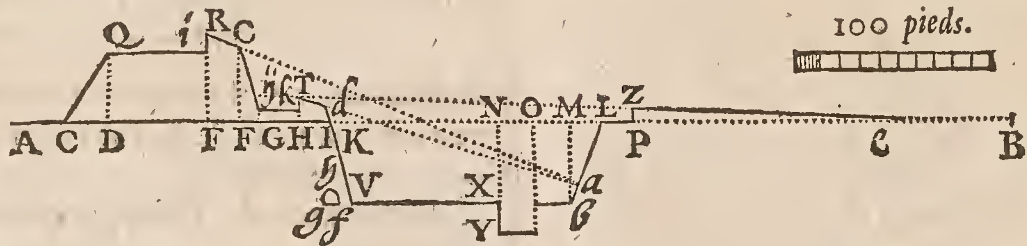
20. Je marque le poinct *a* en la contrescarpe L*b* tellement que *a*L soyent deux tiers de L*b* : & tire sur le poinct *a* deux lignes R*a*, T*a*; & sur la ligne R*a* je tire le costé superieur du parapet du haut rempart; comme R*c* jusques à F*c*, qui està angle droit sur AB : Semblablement sur la ligne T*a* le costé superieur du parapet, comme T*d*.

21. Je tire la ligne de T, parapet de la basse courtine par Z, jusques à ce qu'elle vienne à toucher le commun terroir en *e*: & P*e* devienne long de 126 pieds, pour la levée de la pente.

22. Pour signer la contre-mine, je pren de V à *f* 8 pieds, & de *f* à *g* 5 pieds: & tire là dessus l'arc *h* jusques à la hauteur de 6 pieds; & j'ay la contte-mine requise *ghf*.

23. Je marque derriere les trois parapets R, T, Z, les bancs *ik*, chacun haut de 3 pieds, & large aussi de 3, à telle fin qu'il a esté dit au precedent vingt-troisiesme article.

6 FIGURE.



Parties de la sixiesme Figure estant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu de la grande courtine.

AC Largeur de la ruë entre les maisons & le rempart.
CD Q Escarpe interieure du rempart.
Q*i* Largeur du haut terre-plein.
i Son banc.
*i*R Parapet, qui est devant.
R*c* Pente du parapet.
ij c Escarpe du haut rempart.
ij k Largeur de l'allée de la basse courtine.
k Son banc.
*k*T Son parapet qui est devant.
T*d* Pente du parapet.

IV Escar-

I V Escarpe de la basse courtine.
g h f Contre-mine.
I L Largeur du grand fossé.
X Y Contre-fossé.
b L Contrescarpe.
L P Largeur du chemin couvert.
P Z Parapet avec son banc.
Z e Sa pente.
e B Commun terroir, ou horizon.

Nous avons jusques icy descrit l'Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu de la grande courtine : mais veu que le cavallier ne se presente en icelle, nous mettrons encore la 7 figure pour voir representée une forme precedente de la coupure par le milieu du boulevart, passant aussi par le milieu du cavallier, là où les chemins & les fossez sont beaucoup plus larges, comme l'on voit aussi dans la premiere figure.

Le pavé de ce cavallier doit gesir 40 pieds par dessus le terre-plein du haut rempart.

Les parapets là dessus 7 pieds plus hauts.

Les parapets seront, comme dit est cy-dessus, de l'espaisseur de 20 pieds.

Les escarpes de 10 pieds.

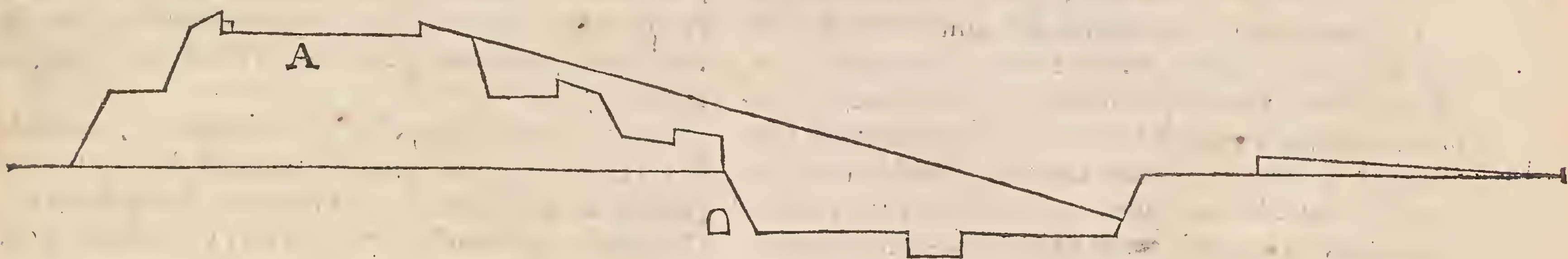
La pente du parapet du cavallier, sera faite en sorte qu'on puisse voir les deux tierces parties de la contrescarpe.

Nous entendons aussi, que le susdit parapet s'abaissera tout à l'entour du cavallier, tant vers les maisons de la forteresse, que vers le fossé ; à fin qu'on n'y soit pas à descouvert par derriere aux ennemis, desquels on pourroit estre veu & tiré.

Il faut aussi entendre qu'on ira en haut vers le pavé par une montée bastie dedans le cavallier, de laquelle l'huis sera en l'escarpe, ayant son issuë au terre-plein.

Selon toutes ces choses nous pourrions reciter au long la maniere d'en tirer le pourtraict orthographique de poinct en poinct : mais veu que cela mesme est assez notoire par les precedents, nous le passerons outre ; pour la briefveté, en mettant seulement la 7 figure, comme s'ensuit.

7 Figure.



Parties de la septiesme Figure, estant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu d'un boulevart.

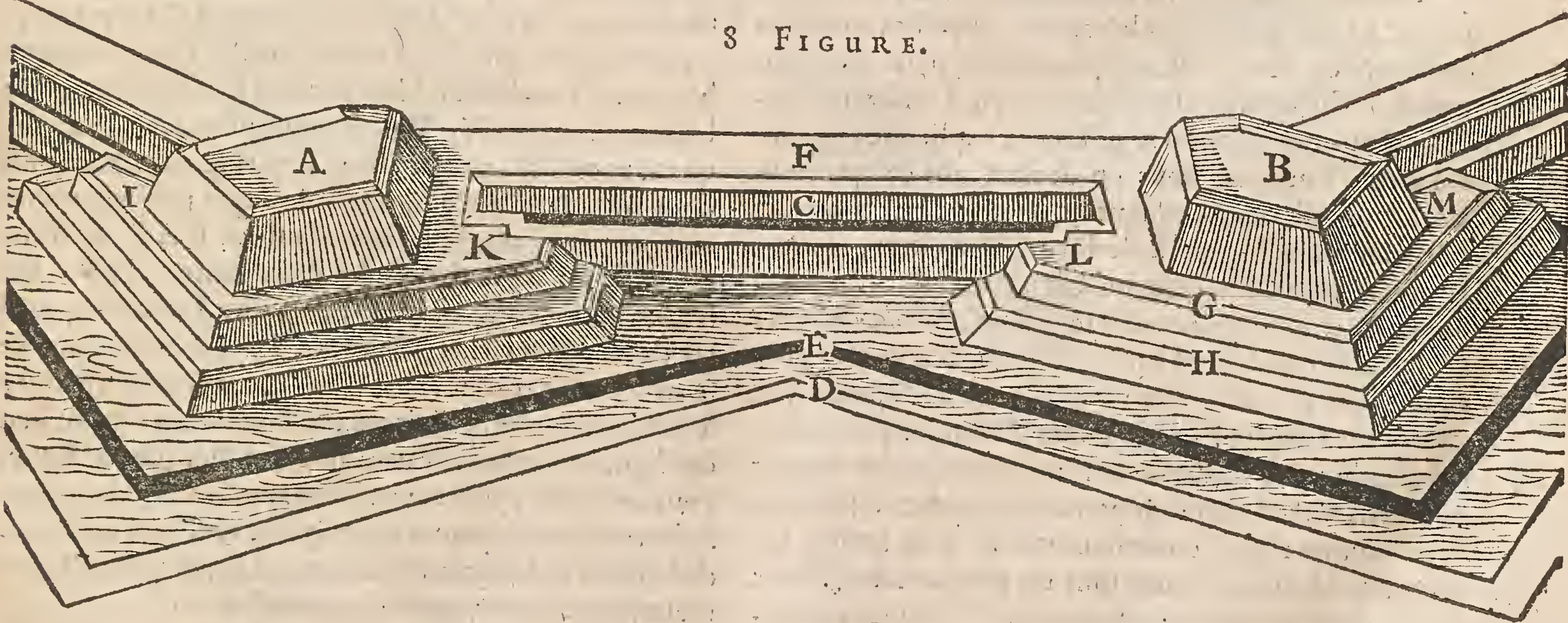
A Le cavallier.

Les autres parties sont assez notoires par la declaration de la 6 figure.

Pourtraict Scenographique, descrit selon les mesures precedentes.

Veu que nous avons cy-devant assez apertement declaré le sens de l'Ichnographie, & de l'Orthographie de la forteresse proposée ; J'estime que ceste figure Scenographique ou ombragée s'expliquera assez clairement soy mesme : & combien que de six boulevarts on n'y en a mis que deux ; toutesfois, veu que par la disposition d'iceux tous les autres sont facilement entendus, nous les avons obmis pour briefveté, & pour voir en de plus grands boulevarts plus de particularitez. Je souheteroye à ceste fin encore icy la Scenographie d'un demy-boulevart avec son flanc, trois places, & tout ce qui vient en icelles : mais je craindroye que le travail me fist esvanouïr le desir de le faire.

8 Figure.



Parties de la huictiesme Figure, estant Scenographie de deux boulevarts selon les precedentes mesures.

F Haut rempart.
C Courtine superieure.
G Pente de la courtine superieure.
H Pente de la basse courtine.
E Contre-fossé.
D Chemin couvert.
I, K, L, M, Oreillons.
A, B, Cavalliers.

Apres avoir ainsi descrit les trois communes especes des pourtraictures en plat, il sera utile, pour ceux qui desirent une parfaite cognoissance des proprietez & ordonnances des forteresses, d'avoir encore outre cela des modelles corporels de quelque matiere propre, comme bois, cire ou argille : car comme il sert beaucoup en la Cosmographie d'avoir avec les pourtraictures plattes, encore diverses spheres corporelles : comme de la Terre, du Firmament, des Planetes & semblables: ainsi sont icy fort utiles les figures corporelles des forteresses, pour entendre encore plus parfaictement toutes les circonstances y appartenantes ; & pour comprendre, non pas seulement ce que disent les autres, mais à fin de pouvoir juger qu'elles opinions entre les discordantes sont les meilleures. A ceste fin j'estime profitable d'avoir un modelle sur sa propre mesure de deux boulevarts, comme est la Scenographie de la 8 figure en plat: & outre cela il est bon d'avoir encore deux autres modelles de bois, l'un d'une forteresse accomplie, avec ses boulevarts : l'autre seulement d'un demy-boulevart, sans fossez : la raison est telle : quand ces trois modeles de bois seront tous d'egale grandeur, on verra en celuy de la forteresse entiere (qui sert pour contempler l'entier comme les ruës, Eglise, maisons, avec le reste) peu de perfection des parties dont l'Iehnographie est faite en la 3 figure, comme de canonnieres, merlons, voûtes, montées, huis, & choses semblables contenuës au flanc ; lesquelles choses y viendroyent trop petites & invisibles : mais un demy-boulevart estant aussi grand comme l'autre forteresse entiere, l'on y pourra avoir ces choses assez grandes & selon leur mesure. Le modele de deux boulevarts, qui deviennent plus grands, que deux boulevarts du modele entier, est commode, pour recercher avec un fillet tendu tous les flancquements, ou nettoyemens, venans tant des flancs, que des parapets, des remparts, & des cavalliers, vers tous les lieux nettoyables.

CHAPITRE III.

De l'Ichnographie des forteresses en effect, & du bastiment qu'il faut dresser suivant icelle.

COmbien que l'Ichnographie, & bastiment sur la campagne ait grande convenance avec l'Ichnographie & Orthographie sur le papier, lesquelles semblent avoir esté cy-devant assez copieusement descrites, toutesfois ceste operation effectuelle est si differente d'icelle theorique, qu'elle requiert des explications particulieres. Pourtant nous en declarerons ce qui nous semble necessaire, proposant qu'il y ait à bastir en plaine campagne une forteresse de forme & mesures, comme la precedente du deuxiesme Chapitre. A ceste fin la premiere chose qui se presente à faire, cest de designer l'hexagone equilateral inscriptible au cercle, ayant de chaque costé 1000 pieds : laquelle forme se pourtraict communement par l'ayde d'une Astrolabe, ou autre semblable petit instrument : mais pour avoir le tout plus parfait avec moins de peine, je prendroye (suivant la commune regle, contenant que les plus grands instrumens Mathematiques sont les plus certains) deux cordes d'egale longueur, chacune de 1000 pieds, mettant l'une d'icelles avec une laisse au baston qui est au lieu de A (en la precedente premiere figure) comme centre de la forteresse à faire, & menant l'autre bout vers B, en sorte que la corde soit mediocrement tenduë; je mettroye là un baston de bout, signifiant un des six angles requis. Or pour avoir un autre angle, je prens en la main gauche le bout de ladite corde, signifiant le demy-diametre du cercle circonscriptible; & en la main droite un bout de la corde qui signifie le costé de l'Hexagone, faisant tenir ferme l'autre bout par une personne, & m'en vay ainsi avec ces deux cordes vers C, jusques à ce qu'elles soyent tenduës ; & au lieu ou s'assemblent leurs extremitez j'y plante le baston C, pour le deuxiesme angle. Et pour avoir le troisiesme, je m'en vay vers D, & comme l'Arpenteur se fait communement suyvre par quelqu'un avec le bout de la chaisne ; ainsi je me fay suivre par l'autre personne, jusques à ce qu'elle soit avec le bout de la corde au lieu de C : estant là, je tire les deux cordes tellement qu'elles soyent tenduës comme devant: & là oùs'assemblent les deux bouts qui sont en D j'y mets un baston, signifiant le troisiesme angle : je fay aussi le mesme pour avoir le quatriesme angle E avec les autres. Or les six angles estant ainsi marqués & trouvant par la veuë que les trois bastons E, A, B, sont en un mesme rayon, & que le semblable se trouve de F A C, & de G A D, je tend au long du terroir une corde, despuis le baston B jusques au baston C : & au long du mesme, je fay creuser une petite graveure large & profonde environ de demy pied: le semblable estant aussi fait des autres cinq costez, j'ay sur le terroir une figure hexangulaire marquée de rayës, comme l'hexangle B C D E F G est tiré de lignes sur le papier.

Secondement, je mesure dans l'entiere B C depuis B vers C 180 pieds, pour la longueur despuis l'angle jusques au costé anterieur du merlon; & à la fin de ces 180 pieds, qui sont au lieu de H, j'y mets une crois d'Arpenteur.

Tiercement, pour avoir la largeur du flanc, avec son oreillon, ensemble 140 pieds, je tourne ladite croix, jusques à ce qu'on voye par les deux dioptres ou visieres les deux bastons B C. Puis je fay mettre un baston M 140 pieds loing de H, en sorte que je puisse voir le baston M par les autres deux dioptres.

Quartement, pour avoir la largeur du flanc, je mesure 30 pieds en la gouttiere despuis H jusques à M, & au bout, qui est P, je mets un baston; y faisant fouïr une raye despuis H jusques à P, par le moyen d'une corde tenduë comme devant.

Quintement, pour avoir l'espaisseur des merlons, je mesure dans la raye despuis H jusques à B 20 pieds, je suppose que la fin d'iceux vient en R. Puis je mets un baston en T milieu de H R, & mets semblablement un baston au lieu de V. Puis je viens pres de Z, y appliquant encore un autre baston, lequel je mets & remets d'un costé & d'autre, jusques à ce que je le voye d'un costé en ligne droite les trois bastons B A E, & d'autre costé en ligne droite les deux bastons M V. Ce baston Z y estant ainsi fiché, signifie l'extreme poincte de l'angle d'iceluy boulevart. Et de mesme maniere se trouveront tous les autres angles, avec les rayes qui y seront necessaires. Mais encore faut il noter qu'au lieu des lignes occultes on ne doit point marquer de rayes, pour ce qu'elles pourroyent puis apres causer de la confusion; car on les peut trouver par la veuë, par le moyen de la croix d'Arpenteur ; comme il appert assez clairement par ce qui en a esté dit cy-dessus.

Il faut encore sçavoir que qnand on pourtraict ainsi en grande forme, il est necessaire de sçavoir la longueur d'aucunes lignes, lesquelles par faute d'autres œuvres imparfaictes, ne se peuvent commodement tirer ; comme par exemple : posons le cas qu'avec la terre, qui vient du grand fossé, l'on vueille faire la longue pente du

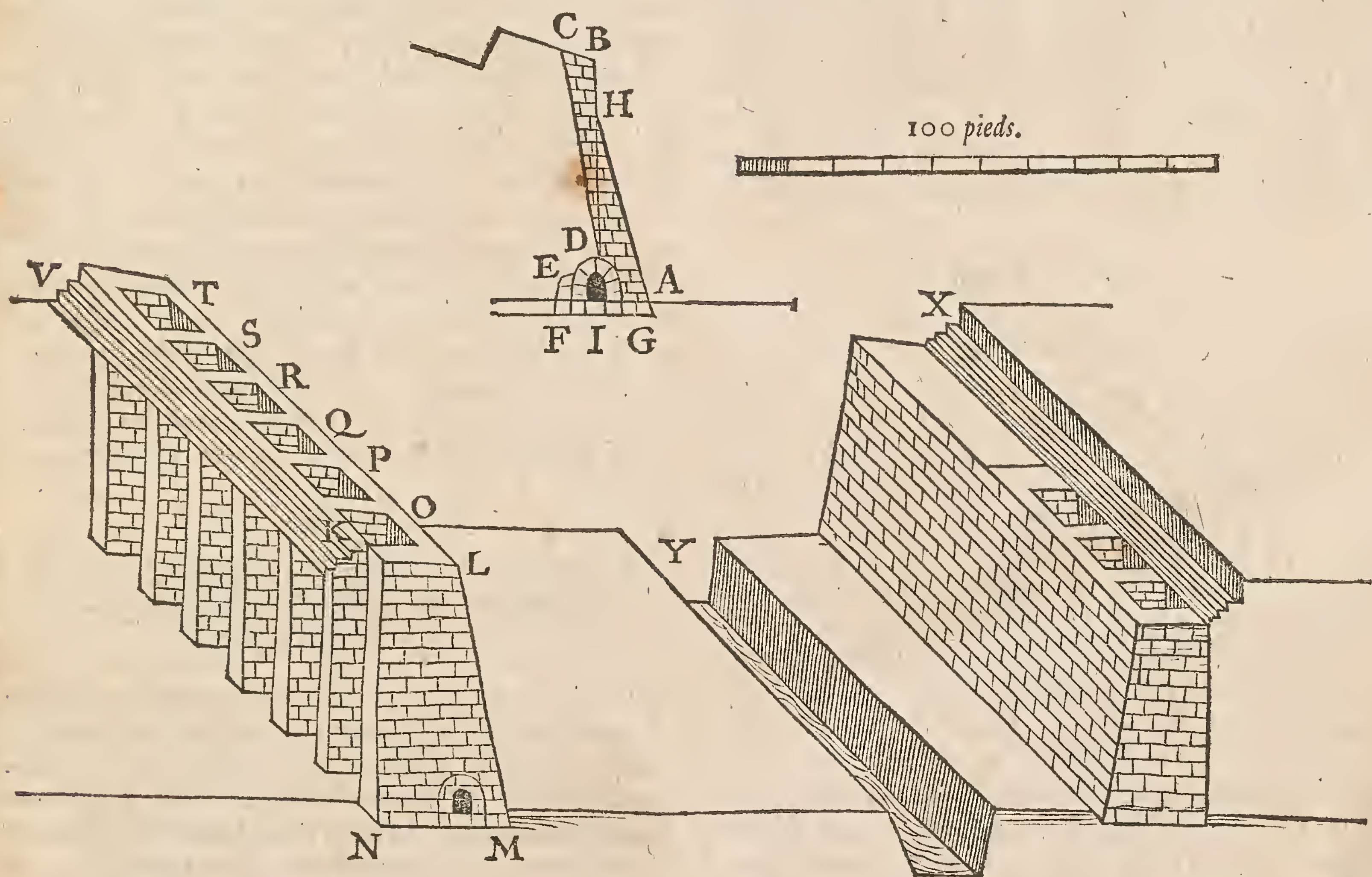
du parapet du chemin couvert, & que les parapets de la basse courtine (de la hauteur desquels la longueur desirée se trouveroit par la veuë) ne sont pas encore faits : posons aussi qu'on les vueille avoir plus asseurement par operation d'Arithmetique, que par petites figures qu'on pourtraict à telle fin sur du papier : c'est à dire, qu'on vueille sçavoir par pieds la longueur de la ligne P *e* en la precedente 6 figure. Pour ce faire je pose en mon imagination que la ligne droite du poinct P y soit tirée jusques à l'inferieur du parapet T, à sçavoir 7 pieds sous T; qui est 10 pieds par dessus H : pourtant je dis qu'icelle ligne par dessus H de 10 pieds, donne H P 180 pieds (comme il se peut conter aux mesures Orthographiques) combien P Z 7 pieds? (car veu que le parapet Z P, est egal au parapet sous T; le triangle compris entre P H, & le poinct interieur du parapet sous T, est semblable au triangle *e* P Z) vient P *e* 126 pieds. Et comme ceste ligne P *e*, est icy trouvée de 126 pieds; ainsi se peuvent trouver les longueurs de toutes les autres lignes : Comme la ligne N K (dont il est parlé au second Chapitre en l'onziesme article des mesures de l'Orthographie) fait $88\frac{27}{71}$ pieds : ainsi la ligne I L 140 pieds : mais veu qu'il est necessaire en telle operation d'avoir la cognoissance de l'Arithmetique, & de la Geometrie, les regles desquelles nous n'avons point proposé d'enseigner icy, à cause qu'elles doivent estre cerchées en leurs propres lieux, chacune en son art, nous n'en ferons plus de mention.

De la Massonnerie.

OR le pourpris de la forteresse estant ainsi tracé avec des rayons au lieu de lignes, il reste encore à parler de la massonnerie, en laquelle vient premierement à considerer, qu'il y faut un fond dur & ferme, pour supporter les boulevarts & remparts sans enfoncer, ou renverser; comme il advient aucunefois : à ceste fin on pilotera aux lieux, ou la debilité du fond le requerra.

La maniere de la massonnerie des escarpes, parapets & contre-mines, qui doivent venir sur ledit fond à l'entour de la forteresse, sera declarée par la figure suivante, en ceste sorte. Ce qui est compris entre A B C D E F G signifie la muraille anterieure de la forteresse avec sa contre-mine voûtee, dont les mesures sont telles : A G fait 2 pieds, outre que la massonnerie se met plus profonde que le fond du fossé A : puis B C est l'espaisseur du mur, faisant 4 pieds. La perpendiculaire B H à angle droit sur l'horizon, signifiant le costé anterieur du parapet, est produite jusques au fond du fossé, au lieu de I; de sorte que I A est l'espaisseur de l'escarpe venant devant le rempart de 8 pieds : ceste ligne H I coupe l'arc de la voûte au poinct D, duquel se tire la ligne D C. La largeur de la contre-mine est de 5 pieds; la hauteur de 6 : l'espaisseur du mur vers E, sur lequel repose l'arc & le costé, est de 5 pieds.

Ceste muraille doit encore avoir ses contre forts, à fin que la terre du rempart s'attache à la muraille. Or



pour declarer cecy pleinement nous mettons la suivante 2 figure, là où K L M N signifient la longueur, largeur, & hauteur d'un contre-fort : & de mesme se bastissent au mur de 10 en 10 pieds, comme les contre-forts O P Q R S T. Et faut noter qu'ils sont plus espois au bout vers le rempart, qu'au costé ou ils touchent le mur, à sçavoir vers le rempart de 3 pieds, & au mur seulement de 2 : pour faire ainsi mieux attacher la terre qui vient entredeux à la muraille. Puis, pour renforcement de la contrescarpe, on bastist aussi (comme il est demonstré clairement en la presente figure) des contre-forts tels qu'il y a pour la fermeté du rempart. La dessus se represente encore la disposition des bancs V X derriere chaque parapet, hauts de 3 pieds, & par dessus larges aussi de 3 pieds, dont il est fait mention au deuxiesme Chapitre, & au 23 article de la pourtraicture Orthographique.

Touchant le haut rempart, avec son parapet & les cavalliers dessus les boulevarts, ils seront sans murailles tout entierement de terre, semée de quelque herbe propre : M. Aurelio de Pastino conseille de prendre à ceste fin l'herbe appellée des Latines *Medica*, dont la proprieté selon Columella, Pline, Mathiole & autres est telle, qu'elle s'enracine tres-profondement en la terre, ce qui n'est pas seulement bon, pour entretenir longuement

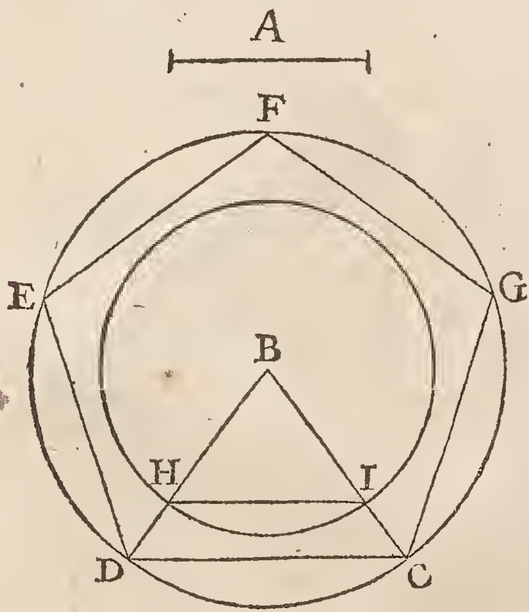
ment le rempart ſans ſe ruïner, mais un tel entrelacement donne auſſi force contre le canon de l'ennemy. Secondement, elle ſert de bonne paſture pour les beſtes, ce qui en temps de ſiege vient fort à propos. Tiercement, elle defend les remparts en temps de pluye contre le degout de l'eau, & durant la ſechereſſe empeſche que les vens n'emportent la pouſſiere.

Chapitre IV.

Comment on figurera les fortereſſes de pluſieurs angles autres que de ſix, tant en grande forme qu'en petite.

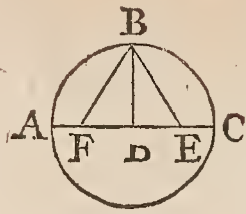
NOus avons deſcrit aux precedents ſecond & troiſieſme Chapitre, la maniere de la pourtraicture, tant en petite forme qu'en grande, d'une fortereſſe hexangulaire equilaterale inſcriptible au cercle, dont le demy-diametre eſt touſiours egal au coſté, ſans y avoir dit comment l'on feroit aux fortereſſes, que l'on requiert avec plus, ou moins de coſtez: La raiſon eſtoit, que nous avions, pour plus grande evidence, deſtiné à ceſte fin ce Chapitre particulier, à fin de ne m'arreſter là ennuyeuſement és choſes, qui n'eſtoyent point requiſes en iceux Chapitres.

A fin de venir au faict; poſons qu'il nous faille pourtraire en petite forme ſur le papier une fortereſſe pentangulaire equilaterale inſcriptible au cercle; & que chaque coſté du pentagone, ſur lequel la fortereſſe ſera ſignée doive eſtre egal à la ligne A, l'on demande de qu'elle longueur doit eſtre le demy-diametre? Je prens ſur le compas quelque demy-diametre B C, qui eſt plus long que celuy que je requiers; & deſcris par iceluy un cercle, lequel je diviſe, en taſtant, en cinq parties egales C D E F G, & tire la dedans le pentagone CDEFG:



pareillement la ligne B D. Puis je pren avec le compas la longueur de la ligne A, & l'applique entre les deux lignes B C, B D, tellement qu'elle ſoit parallele avec C D, comme la ligne HI. Ce qui eſtant fait, B H eſt le demy-diametre deſiré, à ſçavoir du cercle, dont H I ſera le coſté de ſon pentagone. Or par cet exemple du pentagone, eſt aſſez notoire la regle commune de tous les polygones.

Nous avons dit cy-devant, qu'on partira le cercle en cinq parties egales en taſtant; mais ſi quelqu'un au lieu de telle operation mechanique aymoit mieux l'operation Mathematique, ſelon le contenu de la 11 propoſition du quatrieſme livre d'Euclide, il pourra ſuivre ceſte maniere: Je tire dans le cercle A B C par le centre D le diametre A C, partiſſant D C au milieu en E: puis je note la longueur E B, deſpuis E juſques à F, qui eſtant



ainſi, la longueur F B eſt egale au coſté du pentagone deſiré. Et F D (pour celuy qui le demande) au coſté du decagone. Mais veu qu'en la practique on cerche la plus grande facilité, & que la maniere theorique d'Euclide ſert plus pour demonſtrer mathematiquement la compoſition, & les proprietez des corps reguliers, auſſi des proportions qu'il y a entre les lignes de telles formes ſervant à la conſtruction des tables de Sinus, & ſemblables; la ſuſdite maniere en taſtant m'a ſemblé en ce lieu plus commode: principalement au regard des polygones dont la conſtruction Mathematique eſt incognuë, comme de l'Heptagone & autres.

Nous avons parlé juſques icy de la vulgaire pourtraicture en petite forme. Mais veu que l'Ichnographie du troiſieſme Chapitre eſt auſſi declarée en grande forme à ſçavoir en campagne par un hexagone, là où les deux cordes pour le coſté & demy-diametre ſont egales; l'on pourroit icy demander comment on fera pour former d'autres polygones, dont telles deux cordes ſont inegales: car la precedente maniere de ceux-cy ſeroit à telle fin impropre ſur la campagne. Poſons dõc que l'on deſire un pentagone ayant chaque coſté de 1000 pieds, on demande, de qu'elle longueur devra eſtre l'autre corde, ſignifiant le demy-diametre? L'on verra en une table de Sinus qu'elle raiſon a le demy-diametre à une corde tirée ſous un arc contenant la cinquieſme partie du cercle, qui eſt un arc de 72 degrez, & ſe trouve comme de 10000000 à 11755704: car le demy-arc 36 deg. a ſa demy corde 5877852, leſquels eſtant doublés font le nombre, comme deſſus, pourtant je dis 11755704, donne 10000000, combien 1000 pieds? fait pour la longueur requiſe de l'autre corde 805 pieds $7\frac{9529272}{11755704}$ pouces, il faut ſçavoir qu'il y a 12 pouces au pied.

Mais s'il falloit ſigner un heptagone, l'on trouve la raiſon du demy-diametre au coſté:

Du meſme heptagone de	10000000 à 8677674.
De l'octogone de	10000000 à 7653668.
De l'enneagone de	10000000 à 6840402.
Du decagone de	10000000 à 6180340.

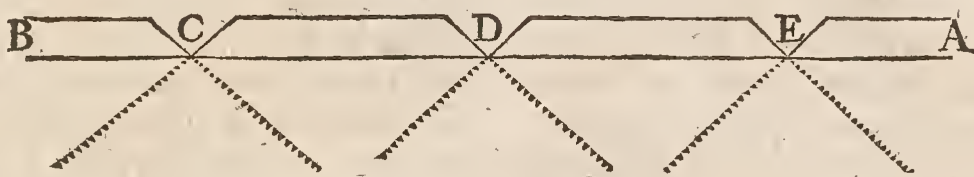
Chapitre V.

Contenant le but ou poinct principal dont la conſideration eſt requiſe en l'ordonnance des fortereſſes du temps preſent.

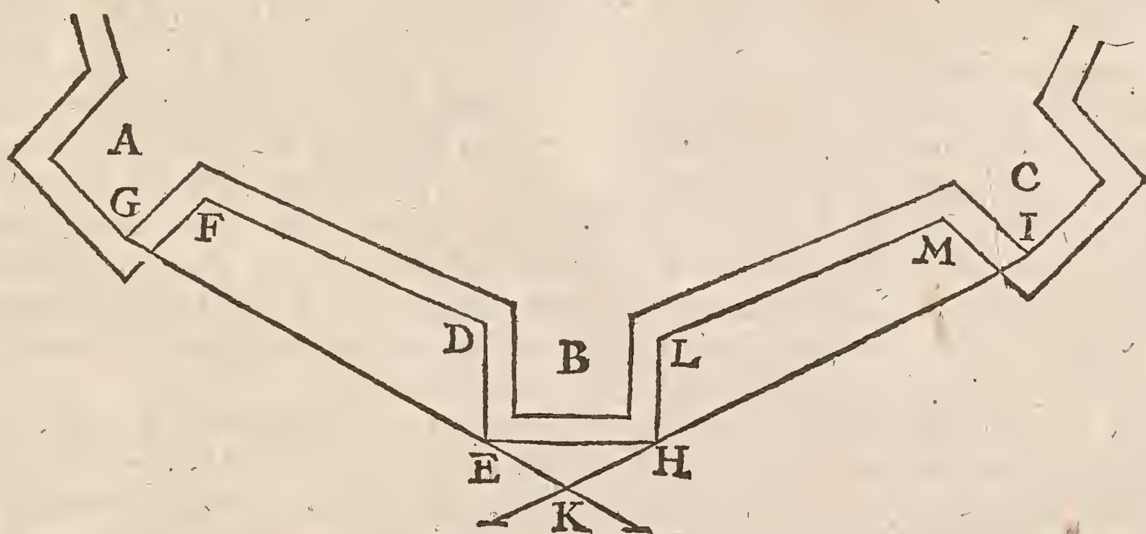
VEu que noſtre intention eſt de recueillir au ſuivant ſixieſme Chapitre quelques queſtions touchant les fortereſſes accomplies: & au ſeptieſme Chapitre quelques queſtions des fortereſſes imparfaictes, ſelon l'exigence de la ſituation du lieu, il m'a ſemble utile de deſcrire premierement le but ou les poincts principaux & neceſſaires à l'ordonnance deſdites fortereſſes; à fin de pouvoir plus ſeurement juger par la cognoiſſance d'iceux, de ces queſtions. Je dis donc que comme les hommes ſont de diverſes opinions quant à la forme de leurs accouſtremens: car une façon eſt eſtimée en un pays qui ne l'eſt pas en l'autre; voire en une meſme province deſplaiſt maintenant, ce qui auparavant y eſtoit fort agreable. Et ce qui touche encore la choſe de plus pres, c'eſt, qu'une meſme perſonne tenoit hiër un accouſtrement pour commode, qui luy ſemble aujourd'huy mal ſeant. Il eſt de meſme des humeurs differentes touchant l'ordonnance des fortereſſes: pourtant comme quelqu'un ſe romperoit la teſte en vain, s'il vouloit par raiſon

raison persuader les hommes à porter tous ensemble une mesme façon d'accoustrement, selon son instruction, veu mesmement que luy mesme ne sçait pas combien de temps luy durera son opinion : Tout ainsi travaillent en vain ceux qui és ordonnances des forteresses, veulent qu'un chacun face à leur fantasie. Toutesfois, comme l'opinion des hommes en la forme des accoustremens, n'est pas en tous poincts si diverse, qu'ils n'ayent quelque chose de commun : comme par exemple, veu qu'il ne nous est pas expedient en nos besoignes, d'avoir les orteils separez, nous les mettons bien tous ensemble dans un chausson : mais de mettre les deux jambes dans une chausse, personne ne l'aprouve, & n'y a homme qui desire tel accoustrement : car veu qu'il faut se servir des jambes separées pour aller d'un lieu en un autre, la raison requiert de donner à chaque jambe sa propre chausse. Puis d'ordonner un accoustrement qui couvriroit la veuë, de sorte qu'on ne pourroit voir où l'on iroit, ni ce qu'on feroit, personne ne le fait, ni le desire. Il en est de mesme pour la composition des forteresses : car les opinions des Architectes ne sont pas tellement differentes, qu'ils n'ayent par un instinct naturel quelque but commun, tel, que celuy qui y contrediroit seroit estimé faire contre le sens commun.

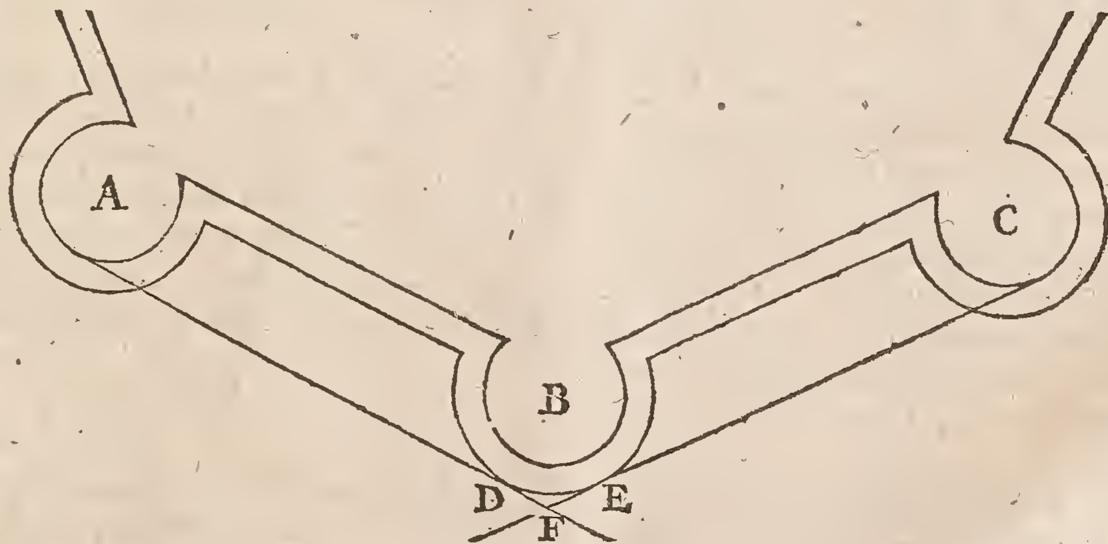
Or pour venir à la declaration du but, servant comme de touche à laquelle on peut examiner diverses inventions, ou opinions, qui de jour en jour se rencontrent ; il faut premierement sçavoir, qu'on souloit jadis, avant l'invention de la poudre à canon, faire pour la defence des forteresses, des murailles droites ayans des trous, pour tirer par iceux avec des fleches, & autres tels instrumens, qui alors estoyent en usage : comme cy-dessous le mur A B avec les trous C D E.



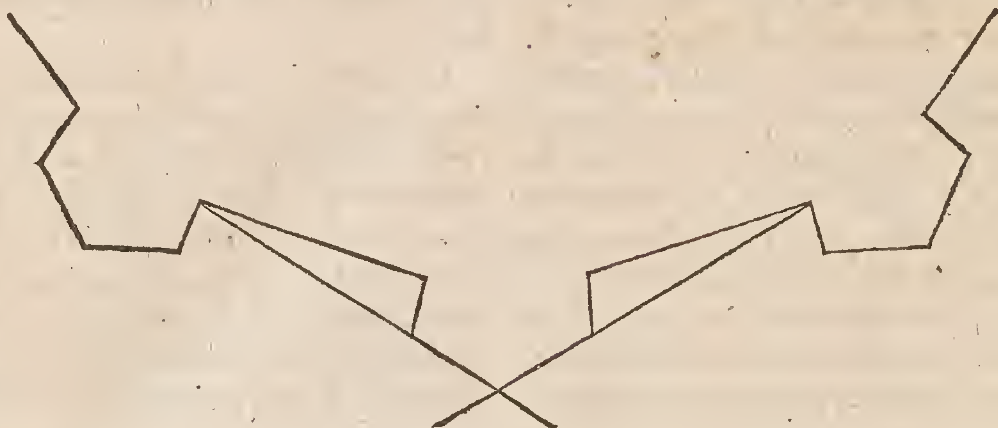
Mais pource que les assiegez ne pouvoyent ainsi resister à leur ennemy qu'en front, & que la dessus les ennemis se couvroyent par devant de leurs targes, & qu'estans tout pres du mur entre deux trous, ils estoyent en seureté contre iceux trous ; & contre l'artillerie, on bastit puis apres des testes, ou tours quarrées sortans desdites murailles droites, autant esloignées l'une de l'autre, que leur artillerie pouvoit porter : comme cy-dessous les trois tours A B C, à fin d'endommager par les costez D E, F G, l'ennemy assaillant le mur F D entre deux tours, & tirer sur luy, non seulement de devant, mais aussi des deux costez là où il n'avoit point de targe ; à fin de bien defendre par ce moyen le mur F D, & plus seurement repousser lassaut.



Mais l'ennemy cerchant d'autre costé son advantage, laissoit le mur entre deux tours, & assailloit seulement les costez exterieurs, comme E H : car l'artillerie venant (au pis aller) des angles enterieurs G & I des tours qui sont à costé, tout ce qui estoit dans le triangle E H K, estoit asseuré contre les deux tours A & C. Eux considerans ceste faute firent puis apres des tours rondes, au lieu des quarrées, comme cy-dessous A B C, à fin de pouvoir ainsi mieux voir d'une tour la partie anterieure de l'autre, & mieux s'entrayder : car l'artillerie venant des deux tours A & C, pouvoit beaucoup mieux attaindre l'ennemy assaillant la partie anterieure de la tour B, qu'avec les precedentes tours quarrées : & combien que cela ne se peust parfaictement, toutesfois le triangle D E F est beaucoup plus petit, que celuy de E H K.



Mais puis apres le gros canon venant à estre en usage, par la grande vehemence duquel on ne blessoit ou tuoit pas seulement un homme à la fois, comme d'une fleche, ou d'une fonde; mais on emportoit plusieurs hommes, eschelles, & instrumens; on apperçeut, que ni testes, ni tours rondes ou quarrées n'estoyent les formes commodes, pour s'en servir à son plus grand avantage contre les canons: mais qu'icelles testes doivent estre posées en telle sorte qu'on puisse tirer de chaque angle des deux testes de costé, au long de la face de celuy du milieu, & que l'on puisse aussi tirer au long des murailles entre deux testes, comme cy-dessous.



Or cecy estant puis apres mis en œuvre, & trouvé fort bon en effect (car l'on pouvoit defendre la forteresse tout à l'entour avec des traicts venans de costé au long des murs, & des testes, par lesquelles on peut tuër beaucoup d'ennemis, sans toutesfois rompre ses propres bastimens) on y a plus soigneusement pris garde, si bien que la chose parvint quasi à la perfection d'une science particuliere; comme estant fondée en la perspective, & ayant grande communauté avec les mathematiques. L'on donna (ce que requierent communement les sciences nouvelles) aux choses inventées des noms nouveaux, & entre autres, tirer au long des murs, & des costez anterieurs des testes, ils nommerent cela nettoyer, comme nous avons dit en la 11 definition. Ils trouverent puis apres, que nettoyer n'estoit seulement pas utile au long du costé interieur du fossé, mais aussi à plusieurs autres endroits; comme de pouvoir commodement nettoyer la contrescarpe: le dessus du parapet du chemin couvert, & mesme iceluy chemin couvert. Puis apres il fut quelque temps en usage de mettre le contre-fossé environ le milieu du grand fossé à tastons: mais quand on eut prins de plus pres garde à l'utilité de nettoyer, on a finalement situé ledit contre-fossé en sorte qu'il puisse estre nettoyé tout du long: Et afin de ne nettoyer pas seulement le long des courtines, rayes, & parapets des chemins couverts, mais aussi du commun terroir: On ordonne des doubles remparts; l'inferieur, ou basse courtine, pour nettoyer ledit commun terroir: Et le haut rempart (parce que les autres courtines sont trop basses) sert à fin que la forteresse soit mieux gardée: aussi pour plus aisement descouvrir l'ennemy derriere ses forts. De ces doubles remparts, procedoit encore une maniere de doubles boulevarts, desquels les places superieures, aussi bien que les inferieures, nettoyent leurs boulevarts vis à vis, & à costé les grandes courtines, avec tous les autres costez exterieurs nettoyables: puis on fit aux forteresses ayans les fossez secs, encore une place au flanc, à sçavoir l'inferieure, à fin de nettoyer le fond dudit fossé, ensemble la contrescarpe, basse courtine, & tous lieux nettoyables se presentans à la veuë. En somme NETTOYER, NETTOYER dije, est le but & poinct principal de l'ordonnance des forteresses du temps present, & celuy qui veut oster ou mespriser ce nettoyement, il veut faire un accoustrement, auquel on fourre deux jambes dans une chausse, ou qui couvre la veuë: je veux dire qu'il parle contre le sens commun.

Secondement, l'on peut adjouster encore à cecy, pour regle commune, que les bouleuarts les plus obtus, ou moins aigus (moyenant qu'ils soyent nettoyables) sont tenus pour les meilleurs: car veu que les boulets tirez entrent dans la terre vingt pieds & plus, s'ensuit que les acutangles peuvent estre de costé facilement renversez voire qu'on y peut tirer tout à travers: mais quant aux boulevarts qui sont assez obtus on n'y peut faire breche de costé.

Tiercement, que les forteresses equilaterales inscriptibles au cercle, que l'on nomme autrement polygones reguliers, sont les plus commodes figures: car ils comprennent en moins de rempart plus de terrain, ce qui n'est pas seulement de moindre frais pour bastir, mais outre cela il n'y faut pas tant d'artillerie, ni de gens pour la defendre. Qui plus est, ses boulevarts ont de meilleurs angles: car celles des costez inegaux, ont bien quelques angles plus obtus, ou moins aigus, mais ils en ont au contraire d'autres moins obtus ou plus aigus; ce qui n'est pas profitable, veu que l'ennemy expert laisse les endroits plus forts, & attaque les plus foibles. Cet avantage de faire plus comprendre aux remparts, ne s'observera seulement pas és polygones regulieres, mais aussi en toutes formes autant que les situations le permettront.

Ayant doncques ainsi descrit ces trois communs & principaux poincts; à sçavoir Nettoyer, Boulevarts obtus, & de faire comprendre plus aux remparts, servans en matiere de forteresses, comme de but, auquel il faut tousiours prendre garde, nous viendrons aux deux derniers Chapitres des questions, esquelles le souvenir de ces choses aura souvent son usage, à fin de pouvoir plus seurement juger des opinions contraires les unes aux autres.

CHAPITRE VI.

Questions sur une forteresse accomplie, comme est la precedente.

J'Ay dit au commencement du deuxiesme Chapitre la raison, pourquoy nous ne voulions mesler les questions, qui se rencontrent au fait des forteresses, avec les pourtraictures du mesme Chapitre: aussi que ce 6 Chapitre, ensemble le suivant septiesme sont destinéz à la particuliere declaration d'icelles: Or suivant ceste resolution nous procederons comme s'ensuit.

I. QUESTION,

Des Mesures.

LEs opinions des Architectes sont fort differentes, quant aux mesures des forteresses: quelques uns veulent

lent (comme dit *Girolamo Maggi*) que la longueur de la grande courtine, entre deux boulevarts soit de 600 à 700 *bracci*: D'autres de 300 à 400: *Tartaglia* de 250 à 300 pas: *Capitan Frate da Modena* 140 *cannes*: *Cataneo* prend pour diverses forteresses diverses longueurs, comme 192, 232, 240, 244, 256, 510 *bracci*: Les forteresses de 149, 152 *bracci* (comme dit *Maggi*, mais en l'impression que j'en ay, je la trouve d'environ autant de pas) *Secretario Fiorentino* 200 *bracci*: *Girolamo Maggi* de 250 à 300 *bracci*: *Carlo Theti* de 80 à 100 *cannes*: *M. Aurelio de Pasino* aux pourtraictures de ses deux forteresses, environ de 80 & 90 toises. *Daniel Specle*, en diverses figures 500, 600, aussi 650 pieds. Cecy est dit de la grande courtine, & pourrions assembler encore icy semblables differences des autres parties des forteresses: mais nous le laissons pour ne perdre point de temps.

Il y a plusieurs causes de telles diversitez. Premierement, c'est que le nom des mesures, nous abuse quelque fois, lesquelles combien qu'elles ayent souvent un mesme nom, sont toutesfois en une ville beaucoup plus longues, qu'en une autre: pourtant quand la raison des mesures de diverses Villes, n'est assez expressement definie, nous n'avons nulle seureté de leurs simples noms.

Or pour en faire quelque declaration, nous assemblerons quelques mesures vulgaires és impressions Italiennes, Françoises & Allemandes, lesquelles un chacun, à qui il plaira, pourra conferer les unes aux autres, & à nostre mesure de Delf.

Le pied de Delf, sur lequel les precedentes pourtraictures sont signées, contient 12 poulces, & les 12 pieds font une verge: mais nous n'avons point expliqué cy-devant les longueurs par verges; pource qu'il nous semble plus commode de le faire par pieds. Le $\frac{1}{4}$ d'un desdits pieds, est de cette longueur:

Les quatre mesures suivantes sont tirées de Carlo Theti.

La *canna* contient 10 paumes, la moitié d'une paume est de ceste longueur.

La *canna* contient quatre *bracci*, la $\frac{1}{8}$ d'un *braccio* est de ceste longueur:

La *canna* contient 8 paumes, le $\frac{1}{4}$ d'une paume est de ceste longueur:

Le *passo* contient 6 pieds, le $\frac{1}{4}$ d'un pied est de ceste longueur:

Les trois mesures suivantes sont tirées de Girolano Cataneo.

Le pas contient cinq pieds de Venise, le $\frac{1}{4}$ d'un pied est de cette longueur:

Ceste longueur est le $\frac{1}{4}$ d'un *braccio Bresciano*:

Ceste longueur est le $\frac{1}{4}$ d'un pied antique:

Les quatre mesures suivantes sont tirées de Jacomo Castriotto.

La *canna* contient 10 paumes Romaines antiques, le $\frac{1}{4}$ d'une telle paume est de ceste longueur:

La toise de France contient 6 pieds, le $\frac{1}{4}$ d'un d'iceux pieds est de ceste longueur:

La *canna* contient 10 pieds *d'Vrbin*, ou de la *Marque* le $\frac{1}{4}$ d'un pied est de ceste longueur:

La *canna* contient quatre *bracci Toscani*, le $\frac{1}{8}$ d'un *braccio* est de ceste longueur:

Les deux pas de Venise, comme dit *Castriotto*, font une *canna*.

Les cinq mesures suivantes sont tirées de Daniel Speckel:

Le $\frac{1}{4}$ d'un pied
de Strasbourg.
de Bavieres.
de Nurremberg.
de Vienne.
de Paris & Inspruck.

Aux figures de *Sebastiano Serlius* Antique Latin lib. 3. translaté d'Italien en Latin par *Ioannes Carolus Saracenus*, il y a aussi diverses mesures de *Brachia*, *Palmi*, *Pedes Antiqui*, *Pedes recentiores*, qui sont fort differentes tant entre elles, comme entre les precedentes. Jusques icy nous avons rapporté assez de mesures de diverses longueurs.

Secondement, il y a souvent de la difference entre les mesures d'un bastiment & d'un autre; par ce qu'il faut, que les Architectes s'accommodent à la qualite du lieu, laquelle les empesche de pouvoir suivre la regle commune.

Tiercement, pource qu'une piece d'Artillerie tire plus loing qu'une autre, voire qu'une mesme piece fait plus de force avec une sorte de poudre, qu'avec une autre, ce n'est point de merveille si les hommes en jugent differemment chacun selon son experience.

Quartement, il y en a qui font leur compte de tirer avec de la grosse artillerie, qu'ils appellent reale, par laquelle ils entendent pieces, dont les boulets pesent depuis 8 livres en montant: Les autres avec non reale, qui est depuis 8 livres en descendant, laquelle ne porte point si loing.

Quintement, l'opinion d'aucuns est, que dessus la grande courtine doivent estre quelques bastimens, comme cavalliers plates formes, ou flancs, pour l'ayde desquels ils ordonnent la grande courtine entre deux boulevarts, plus longue, que ne font ceux qui n'ordonnent point de tels bastimens.

Sextement, aucuns veulent, comme *Iacome Castriotte*, & autres que la grande courtine soit si longue, & les boulevarts si loing l'un de l'autre, qu'ils ne soyent endommagez de la grosse artillerie de leurs flancs qui sont vis à vis : Laquelle regle est rejectée par d'autres, les raisons & demonstrations desquels seront declarées en la suivante huictiesme question de ce Chapitre, contre ceux qui à telle fin font des courtines obliques.

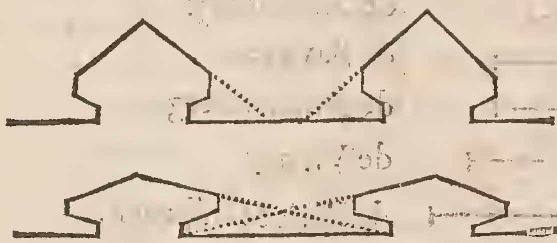
Finalement, j'adjouste encores, que l'on ne veut estre reputé avoir sa science d'un autre ; principalement de ceux qui sont encore en vie (des tres-passez comme *Vitruve*, *Archimede*, & autres il n'y a point de danger) estimant que par là leur estime seroit amoindrie. C'est pourquoy les hommes sont communement enclins à se mettre en different entre eux , & consequemment toutes choses ont leur cours naturel.

Quant aux mesures mises cy-devant au deuxiesme Chapitre, j'en ay suivi, (apres la consideration des arguments de plusieurs Autheurs, & des circonstances) ce qui me sembloit alors le plus conforme à la raison : S'il y a quelque chose plus longue ou plus courte ; plus espoisse ou plus menue, qu'il ne plaist au Lecteur, il le pourra changer , ou accommoder à son opinion, & ce que je pourray cognoistre devoir estre corrigé, je le suivray en cela aussi volontieres, comme j'ay fait les autres: Ce que requiert aussi la raison , pource que nostre but principal ne doit point tendre à soustenir ce que nous avons une fois dit, mais à faire les meilleures forteresses qu'il nous est possible.

II. QUESTION.

Des boulevarts obtus & aigus.

COmbien que l'on tienne pour regle generale, qu'on peut plus facilement tirer à travers des angles aigus des boulevarts, & les demolir, que non pas des obtus; toutesfois il y en a qui sont d'opinion, qu'on n'en doit point faire d'obtus, encore qu'on le peust commodement faire, & que pour l'eviter, on doit tirer les courtines du boulevart depuis le milieu , ou quelque autre poinct de la grande courtine, comme en la suivante premiere figure non pas des flancs, selon la commune maniere de la deuxiesme figure, lesquelles sont descrites sur une courtine droite.



Mais pour demonstrer, que les Architectes des forteresses fameuses taschent, à bonne raison, de se servir des angles obtus, nous debattrons ceste matiere par articles distincts.

I. ARTICLE.

Si la breche se fait plus large és boulevarts aigus, ou és obtus.

PRemierement, il y en a qui proposent, qu'en la poincte d'un boulevart qui à l'angle aigu, estant rasée, il s'y fait une breche plus estroite, qu'en l'obtus: ce qui est bien vray, quand on presuppose, que la poincte de l'un est rasée aussi longue que celle de l'autre : mais mettons la comparaison à lequité ; à sçavoir qu'il y ait autant de coups tirez sur une poincte que sur l'autre; & puis examinons la chose. Car posez le cas , que le boulet entrast seulement 20 pieds en terre (aucuns tesmoignent de beaucoup d'avantage) l'on pourra tirer au travers de la poincte du rectangle sur sa longueur (comme sçait le Geometre) de $\sqrt{200}$, qui est plus de 14 pieds : Que ne feroit-on doncques à travers les angles fort aigus ? mais ceux qui sont assez obtus, ne se peuvent ruiner par coups de canon venans de costé.

Quant à ce qu'on dit, que quand l'ennemy plante son artillerie devant le milieu d'un boulevart obtus, qu'il peut alors d'une seule place faire breche aux deux costez des boulevarts : Je respons que quand l'ennemy aura planté son artillerie devant le milieu de la grande courtine, joignant laquelle sont des boulevarts aigus, il pourra faire breche és quatres costez des deux boulevarts: car veu que, comme dit est, les boulets y passent tout au travers, chacun sera endommagé de deux costez, avec grande extension de la matiere : mais au boulevart obtus, sur lequel on tire de devant pour rompre deux courtines ensemble , les boulets y entrent, & demeurent dedans, avec beaucoup moindre dommage.

II. ARTICLE.

De la defence des courtines des boulevarts de dessus la grande courtine.

QUand la face, ou courtine du boulevart aigu est tirée du milieu, ou de quelque autre poinct de la grande courtine, on pourra, disent ils, d'une partie de la mesme grande courtine, defendre la face du boulevart. A cecy on respond que de la grande courtine, on ne pourroit pas bien defendre la face du boulevart; parce qu'une bonne partie d'icelle demeure couverte à cause de l'espaisseur de la grande courtine : car (à fin d'expliquer cecy par contemplation perspective) si l'on produit à l'infini par imagination le plan de la pente du parapet de la grande courtine, tout ce qui de l'oreillon, & de la courtine du boulevart, gist sous ledit plan, demeure caché pour celuy qui voit au long de ladite pente du parapet : mais cela n'avient point quand on voit du flanc qui est vis à vis, ou de la courtine de l'oreillon. Car de là ne se decouvre pas seulement la face toute entiere, jusques au fond de l'autre boulevart, mais encore une grande partie du fond du fossé. Secondement, on ne peut commodement faire des canonnieres au parapet de la grande courtine : pour nettoyer la partie de la face du boulevart qui se pourroit presenter à la veuë, par ce que le traict devroit passer trop de biais par la largeur du parapet. Pourtant, veu qu'il ne vient aucun flanquement ou netroyement qui vaille de la grande courtine, & que du flanc mesme le boulet ne pourra alors parfaitement nettoyer, la face n'auroit point de nettoyement accompli.

Quant à ce qu'aucuns veulent qu'on face la grande courtine joignant le flanc avec un giron, dont le costé anterieur du parapet se tourne vers la courtine du boulevart opposite, à fin de pouvoir ainsi mieux defendre la mesme face du boulevart par des canonnieres, qui n'auront point le susdit empeschement de l'espaisseur du parapet, comme nous avons dit de la grande courtine: & à fin de descouvrir de ce lieu là une partie de la campagne ; à cecy on respond. Premierement, que telles canonnieres estans peu couvertes de l'oreillon, sont exposées & fort descouvertes à la veuë de l'ennemy , & qu'il

qu'il vaut mieux defendre la face du boulevart obtus, avec des canonnieres qui soyent suffisamment dans le flanc. Secondement, touchant le moyen de descouvrir la campagne, il y a d'autres lieux de la grande courtine, comme aussi des faces des boulevarts, qui sont plus pres de l'ennemy pour luy tirer à laise des coups de canons. Tiercement, que la grande courtine, au lieu de ce giron ne peut estre parfaitement nettoyée. Quartement, que de ces canonnieres ne se peut nettoyer la grande courtine, comme du flanc : en somme que cet œuvre est defectueux, dont il ne procede point d'avantage.

III. Article.

Du nettoyement des boulevarts aigus avec des arquebuses à main.

QUant à ce qu'on face l'angle d'un boulevart si aigu, qu'on tire de dessus la grande courtine de plus parfaits coups nettoyans les faces avec mousquets, ou semblables petites arquebuses à main, cela n'est pas de grande estime pour une invention impropre; car celuy qui prendra bien garde à la qualité du nettoyement, & considerera comment sur une petite largeur, est ordonnée une si grande multitude de grosse artillerie, venant des cavalliers, des places hautes & basses des courtines, des oreillons hauts & bas, & ce tout, comme dit est, sur une si petite largeur, il confessera que tout cela n'est pas necessaire : mais que c'est contre la raison de vouloir encore nettoyer la face du boulevart avec de petites arquebuses, qui ne peuvent rompre les eschelles, ni les parapets des ennemis, ni l'endommager dessus la breche avec des pieces de pierre, ou brique, qui rejaillissent. Il est bien vray que les arquebuses à main sont fort commodes & necessaires en temps d'assaut pour tirer, à ceux qui viennent à la veuë : mais d'en vouloir user comme de coups principaux nettoyans les courtines des boulevarts, dont une grande partie ne s'offre à la veuë pour les raisons du second article, à quoy aussi l'autre grosse artillerie est destinée plus proprement, & par un tel abus faire le nettoyement defectueux, qui se fait par la grosse artillerie, & d'ordonner les boulevarts d'angles foibles, & d'eviter les forts obtus angles, cela ne semble point estre fondé sur aucune raison.

IV. Article.

Du demolissement des remparts, que l'ennemy peut renverser dans le fossé contre la face des boulevarts.

AUcuns estiment, que si l'ennemy se retranche devant la face d'un boulevart, pour s'asseurer contre les flancs, qu'on ne sçauroit en tel cas si bien endommager ses retranchemens à coups de canon nettoyans les boulevarts obtus parfaitement, comme par ceux qui ne nettoyent pas les boulevarts aigus : mais la chose, estant bien considerée va tout autrement : Car le coup nettoyant parfaitement & jettant la matiere en arriere espard au long & au large les pieces rejaillissantes, & les boulets traversans molestent l'ennemy, & tel rempart peut estre explané jusques à la face : mais le coup venant de biais, & entrant dans le boulevart jette les ruines contre le boulevart, de sorte que la matiere ne se peut si bien espardre qu'autrement, & le boulet traversant n'apporte tant de dommage à l'ennemy : parce qu'il demeure dans la face, ou bien y fait un bond incertain. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement; notez qu'on tient pour regle generale, que les remparts se peuvent plus facilement endommager par coups horisontaux, que par ceux qui viennent de haut en bas: pourtant la face du boulevart estant prise pour l'horison, & le parapet de l'ennemy pour rempart, alors le coup nettoyant parfaitement, servira comme de coup horisontal ; mais celuy qui vient de biais, n'est pas si bon, non plus que celuy qui viendroit de haut en bas.

V. Article.

De la defence de la face d'un boulevart par l'autre.

ILs disent encore, que quand les angles des boulevarts ne sont pas obtus, alors les deux faces des deux boulevarts se peuvent mieux voir l'une l'autre; pourtant si l'oreilon & son flanc estoit rasé, l'on pourroit de la face de l'un mieux voir & defendre la face de l'autre boulevart. A cecy on respond, que telle imagination de voir n'est pas fondé sur ce à quoy on doit principalement prendre garde à sçavoir sur le nettoyer : car peut estre qu'une telle largeur de la face d'un boulevart obtus y est dommageable. De sorte que les boulevarts aigus, outre qu'il requierent plus de matiere & frais que les autres, causent en plusieurs manieres grand prejudice.

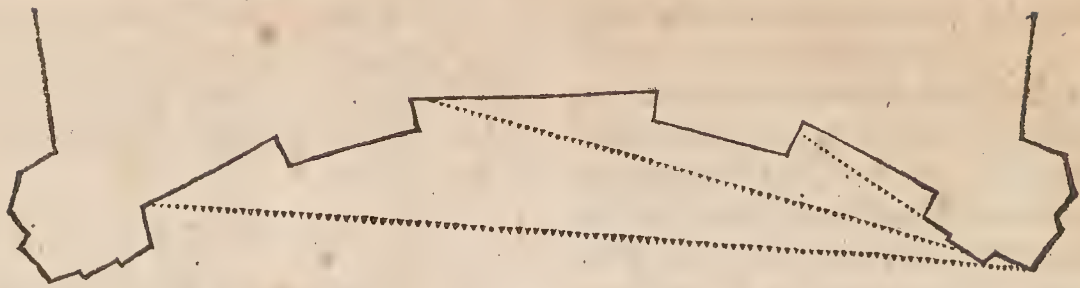
L'on y pourroit encore adjouster cecy. Veu que vous mesmes estimez la grande courtine pour mieux gardée, laquelle toutesfois peut estre nettoyée du flanc à coups de canon qui volent tout au long d'icelle luy estant quasi parallele ; pourquoy semblable maniere de nettoyer au long des faces des boulevarts seroit elle mauvaise ? ou si vostre nettoyement imparfait des boulevarts est le meilleur, pourquoy n'appliquez-vous une pareille meilleure maniere sur la grande courtine, faisant les cols des boulevarts si longs, ou y adjoustant quelque autre telle chose, qu'on y puisse gagner semblable advantage ? Mais comme il vous est cognu, que ce seroit au dommage de la grande courtine, ainsi est il notoire que cela seroit aussi prejudiciable aux faces des boulevarts.

Les argumens precedens sont plus fermes encore par l'experience des forteresses fameuses basties en divers lieux : comme entre autres en celle de Malte l'une des principales du monde, qui est de grande consequence, & laquelle on peut estimer l'une des plus remarquables, qu'on a commencé à edifier, l'an 1566, par meure deliberation des principaux Architectes de toute la Chrestienté & exercez au fait de la guerre, lesquels cerchans soigneusement tous advantages ont (comme il se peut voir aux figures, qui en ont esté imprimées & divulgées) tiré des flancs les courtines des boulevarts nettoyables, à fin d'acquerir ainsi les angles des boulevarts les plus obtus qu'il estoit possible, avec les autres advantages qui en peuvent proceder. Nous concluons doncques avec les plus experts, que les plus obtus boulevarts qu'on peut former, selon les regles perspectives, ont la meilleure forme de bastiment qu'on ait ordonné jusques à ceste heure selon l'exigence des forteresses accomplies du temps present.

III. Question.

Des boulevarts ronds, ou polygones, tendans à la rondeur.

AUcuns ont pris plaisir aux boulevarts ronds : d'autres à deux courtines se rencontrans en façon d'arc: d'autres à plusieurs angles, dont les costez estoyent nettoyez de divers flancs bastis dans la grande courtine, comme demonstre la figure suivante :



Or veu que la precedente figure des boulevarts, estant de plusieurs angles approche de la rondeur, & que la forme ronde disent ils est la plus forte, parce que la matiere canonnée s'amasse plus vers le centre, & s'endurcit, il faut que telle maniere de boulevarts soit plus forte que de deux faces droites. On respond à cecy, qu'en un tel commun jugement il y a faute de distinction: car combien que le Masson choisisse aux voûtes la figure ronde, ou multangulaire, à fin de faire des arcs serrans mieux: Le Charpentier au contraire tasche de joindre ou fortifier son ouvrage par corbeaux, c'est, pour parler plus clairement; il evite le polygone, & tend vers le triangle, lequel encore qu'au contraire il soit la plus simple entre toutes les figures rectilignes, toutesfois il est ferme, mais non pas le quadrangle, le pentagone encore moins, & consequemment tant plus de costez aura le polygone du Charpentier, d'autant plus approche elle de la rondeur, & d'autant plus sera elle foible. Pourtant, de dire par regle commune, que les figures de plus de costez tandans à la rondeur, sont les plus fortes, & l'affirmer simplement par l'hautorité de quelqu'un: il semble, veu qu'on donne des exemples de contraires effects, que l'opinion de telles personnes d'autorité n'a pas esté bien entenduë, ou autrement qu'on donne plus de credit à l'autorité, qu'a la raison. Il faut doncques, avant que donner son jugement considerer la qualité de l'ouvrage, puis conclure selon le requis d'icelle. Car les bastimens qui sont creux, en dedans ou caves recevans pressement par le dehors requierent la rondeur, comme voûtes de caves, ponts, eglises & semblables, là où larc mesme portant avec soy sa pesanteur pressant la rondeur, en cela est le plus grand advantage: pource que les pierres de l'arc estans plus estroictes par dedans que par dehors, tel pressement cause leur plus ferme closture. Semblablement un puits, contre lequel la terre presse de tous costez, la figure ronde y est la plus commode: mais si, par exemple, on mettoit le tuyau du puits dessus la terre, & qu'on le remplit de terre, en sorte que le pressement de dedans poussast vers l'exterieur; il est notoire qu'on n'en auroit point d'advantage; car comme les pierres par le pressement de dehors vers l'interieur (pource qu'elles sont plus larges au costé exterieur) sont forcées à faire plus ferme closture; ainsi elles sont au contraire (estans plus estroictes par dedans) plus faciles à se desjoindre par le pressement de l'interieur vers l'exterieur: partant, si en l'usage des boulevarts il estoit besoin d'un pressement qui resistast à tous les costez de la partie exterieure qui pousseroit à l'encontre, la figure multangulaire ou ronde seroit à telle fin la plus forte. Mais on n'y peut attendre un tel pressement. Quant aux boulets qui s'y tirent à l'encontre par dehors, cela n'est point pressement, à sçavoir portant la qualité pour laquelle on doive faire des ouvrages ronds: car comme quelqu'un fait aussi facilement un trou avec une barre de fer dans le mur d'un boulevart rond ou multangulaire, comme dans celuy d'un boulevart de peu d'angles, ainsi fait le boulet autant de breche sur l'un que sur l'autre. Pourtant il ne faut pas tascher, pour telle fantasie, de faire des boulevarts ronds, ou multangulaires, veu que cela repugne aux articles du but, sur lesquels les forteresses du temps present sont fondées, notement au nettoyer, & plus grande comprehension de place: Contre le nettoyer, parce qu'aux boulevarts ronds, ou multangulaires il faut beaucoup d'artillerie, pour faire ce qu'autrement on peut faire avec peu: Contre le moyen d'avoir plus grande comprehension, parce que la grande courtine ayant une flechisseure interne, & estant pource plus longue & de plus grands frais, perd toutesfois autant de place, qu'il en pourroit estre compris entre la courtine oblique, & la ligne droite. Gardons nous bien doncques de nous estudier à la recerche des boulevarts multangulaires, comme s'il estoit possible de clore une forteresse avec des boulevarts nettoyables estans par devant tous plats sans angle (desquels il sera parlé en son lieu, à sçavoir en la 2 question du septiesme Chapitre) les devant faire ainsi par election. Finalement j'adjouste cecy, que le vice & incommodité des vieux boulevarts ronds nous à par cy-devant apris d'inventer des boulevarts nettoyables, comme il à esté dit au precedent cinquiesme Chapitre. Nous finirons icy concluans que les boulevarts, avec leurs courtines entieres & droites sont la meilleure forme, dont on ait usé jusques à maintenant, selon la maniere des forteresses de ce temps.

IV. Question.

Des Ravelins ou Moineaux.

On a en plusieurs endroits; durant ces guerres, aux Pays-bas, & en France, fait des boulevarts (qu'on appelle Ravellins ou Moineaux) hors de la grande courtine, & separez d'icelle, comme des Isles, esquels on entre par un pont de bois. L'advantage qu'on en espere c'est qu'encore que l'ennemy aye gagné un tel boulevart, il n'a pas pour cela la ville, veu qu'il y a encore une profondeur entre le boulevart, & la courtine.

Les dommages d'autre costé sont tels. Premierement, que les assieges durant lassaut, ne se peuvent si bien assister l'un l'autre pour y amener toutes choses necessaires & entendre les parolles qu'ils disent & crient. Outre que quand l'ennemy tient le chemin couvert pour soy, il peut facilement demolir ce pont de bois à coups de canon, de sorte qu'ils sont entierement separez les uns des autres: il est vray qu'aux fossez secs, on peut venir de la ville au boulevart par un chemin voûte sous terre: mais on ne remedie pas pourtant aux autres inconveniens: car n'ayans toutes choses necessaires, on s'ayde l'un l'autre à la haste, qui n'est pas une petite incommodité: de sorte que tels boulevarts se peuvent plus facilement gagner que d'autres: & combien que l'ennemy n'aye pourtant point la ville alors, ce-pendant il est maistre du fossé, ou le peut facilement devenir. La matiere de cela mesme luy peut servir pour remplir le lieu entre le boulevart, & la courtine. En somme apres qu'on a veu, que le plus grand advantage ne consiste point en tels boulevarts separez, on les refait en plusieurs lieux comme les boulevarts ordinaires attachez à la courtine. Suivant laquelle invention nous ne

ne les avons voulu ordonner comme par election aux forteresses accomplies: mais là où il se faut accommoder, selon la situation du lieu, la chose pourroit requerir autre consideration.

V. QVESTION.

Des Oreillons ronds ou angulaires.

CEux qui desirent des oreillons ronds, estiment la figure ronde la plus forte, & que les parties rejaillissantes des oreillons angulaires, endommagent plus les assiegez, & emplissent d'avantage le fossé.

Quant à la fermeté, qui seroit plus en la figure ronde qu'en l'autre, la consideration en peut estre en deux sortes; à sçavoir des coups qui y viennent dessus directement pour raser tout à fait le bastiment, ou du canonner seulement de costé pour rompre les angles. Quant au premier, nous avons prouvé, en la precedente troisiesme question, le contraire, & demonstré qu'à cause d'une telle imagination, il se faut davantage abstenir d'ordonner des ouvrages ronds qui seroyent defectueux. Touchant l'autre consideration, il faut confesser, que les angles se rompent plus facilement, que les costez exterieurs des figures rondes: mais si on presuppose, que l'oreillon rond consiste potentiellement dans l'angulaire, & que par dessus sa rondeur il est encore espaissi garni & renforcé d'iceux coings, la chose requerera un autre jugement.

Quant à ce qu'aucun pourroit dire cy dessus, qu'on peut aussi bien imaginer un oreillon angulaire dans le rond, duquel les angles soyent espaissis de rondeur, comme un rond dans l'angulaire, duquel la rondeur est espaissie avec des angles: On respond la dessus, que si on le presuppose d'egale largeur, comme en tel cas la raison le semble requerir, le premier demeure & l'autre doit faire place.

Touchant les pieces rejaillissantes, suivant lesquelles on ne peut encore recognoistre la difference des pieces des oreillons angulaires d'avec celles des Ronds: On respond que supposant le cas que telle difference fust appercevable les assiegez sont munis de parapets. Notez aussi qu'aucuns ordonnent les costez des canonnieres avec des degrez, au lieu de costez unis, sans craindre tel rejallissement. Pource que telle petite difference, avec la petite differenee de l'emplissement du fossé qui pourroit suivre de l'un plus que de l'autre n'est de nulle estime en comparaison des advantages procedans des oreillons angulaires: comme d'avoir leur forme parfaite selon le requis du nettroyement; qu'ils couvrent mieux les flancs; qu'au long d'iceux on nettoye plus parfaitement. A quoy on peut encore adjouster que pour avoir jadis evité telle rondeur, on est parvenu à l'artificiele structure des forteresses nettoyables du temps present; comme nous l'avons declaré plus amplement au precedent cinquiesme Chapitre. Or apres avoir compté & pesé ces advantages contre les dommages, les oreillons angulaires m'ont esté plus agreables que les autres.

VI. QVESTION.

Si le costé interieur de l'oreillon doit estre mené parallel à la grande courtine, ou non.

AUcuns veulent que le costé interieur de l'oreillon, comme la ligne P *l* en la premiere figure du deuxiesme Chapitre, soit tirée parallele à la grande courtine H K; estimans que le flanc seroit ainsi plus couvert, & mieux gardé, que si on le mettoit au costé de devant plus ouvert. D'autres au contraire veulent tirer ledit costé de biais, selon le cours de l'extreme qu'on se propose de vouloir tirer devers la contrescarpe; l'opinion desquels me plaist le mieux, pour ces raisons: Il est certain, ou au moins on le peut supposer, que par la canonniere exterieure on ne veut pas seulement nettoyer la grande courtine, mais aussi, la necessité le requerant, tirer plus de costé peu ou beaucoup vers le boulevart opposite, ou vers la contrescarpe: pourtant, quand on tire ainsi, & qu'alors le costé interieur de l'oreillon designé par L est parallel à la grande courtine, il faut qu'entre la ligne descrite du boulet volant, & l'angle de l'oreillon P, soit une place vuide ou creuse si grande, que telle declination le requiert: Or si ce lieu vuide estoit empli le flanc seroit-il pourtant plus descouvert l'extremité de l'oreillon, demeurant sur sa mesme place? Non point du tout, mais l'oreillon en sera d'autant plus espais, & plus fort & son angle *b* d'autant plus obtus, & meilleur que ne seroit iceluy sans remplissement: Ou, pour plus grande evidence, disons ainsi: Quand le costé interieur P L decline ainsi de la grande courtine, si lon rompoit alors du mesme costé tant de matiere, qu'il fust parallel à ladite grande courtine le flanc en seroit-il pourtant mieux asseuré? Sans doute non, mais l'oreillon en seroit d'autant plus attenué & affoibli, & l'angle d'autant plus aigu à cause de la matiere qui en seroit ostée. Nous concluons donc, que le costé interieur de l'oreillon se designe avec plus grand avantage selon la declination, que l'on se propose de vouloir tirer de costé, que parallel à la grande courtine.

VII. QVESTION.

Touchant les places du flanc, & ce qui est en icelles.

IL y a quelque temps que l'on couvroit par des voûtes, la place inferieure & moyenne de l'angle flancqué, à fin de donner ainsi plus de lieu à la place superieure sur les voûtes de la moyenne. De ces voûtes s'ensuivent, comme à monstré puis apres l'experience, quelques inconveniens, à sçavoir que ce pendant que l'ennemy les canonnoit on ne pouvoit estre asseuré la dessus, à cause des pieces rejaillissantes, en apres les voûtes se fendoyent, & rompoyent par la force de leur propre artillerie, tellement qu'on n'y estoit asseuré ni dessus, ni dessous. Tiercement ces places se remplissoyent si fort de la fumée de l'artillerie, qu'on ne voyoit pas ce qu'on y avoit à faire, & on ne pouvoit demeurer dedans sans grande anxieté, qui causoit la perte de l'ouyë & de la veuë: & combien qu'on fist à ceste fin des souspiraux, pour faire exhaller la fumée, encore n'estoit-ce pas assez, pour obvier à tel accident: on n'a point despuis ce temps là basti ces places droitement l'une sur l'autre, mais la moyenne un peu plus reculée que la basse, & la superieure un peu plus reculée que la moyenne; de sorte que les places sont ouvertes par enhaut: & on fait seulement des voûtes dans le rempart, qui y est derriere, comme nous avons dit au 25 article de l'Ichnographie du second Chapitre, à fin d'estre sous icelles à couvert de la pluye, neige, & chaleur du Soleil, aussi pour mettre la dessous en lieu sec l'artillerie, boulets, & semblables choses necessaires.

Quant à la montée pour venir de la place moyenne à la superieure, qu'aucuns ordonnent du tout ouverte, & decouverte sans aucune closture, cela ne semble point sans quelque peril, car l'ennemy estant venu par force, ou par finesse en ceste place moyenne, il peut aller de là par dessus le haut rempart, & entrer dans la forteresse, sans qu'il y ait aucun bastiment qui l'empesche: Pourtant nous avons, au susdit project Ichnographi-

graphique, separé par un mur ceste montée, en sorte que la moyenne place puisse estre separée par un huis, de la superieure.

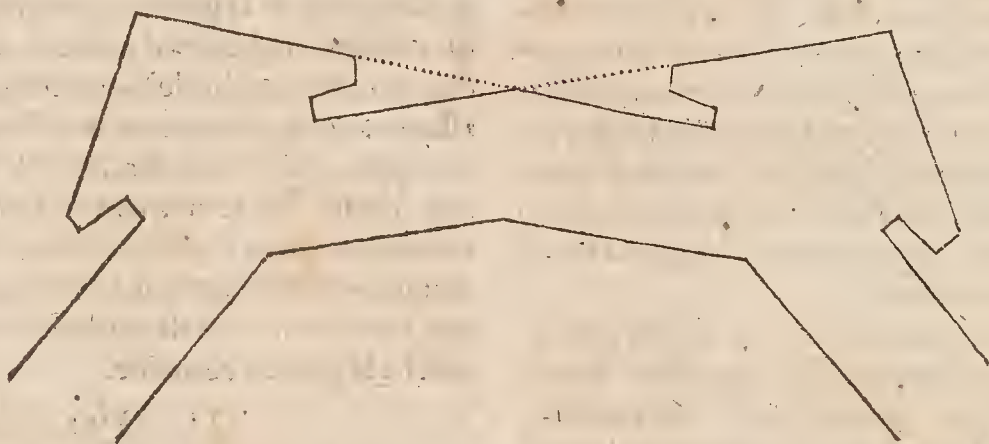
Touchant les canonnieres des trois places, on les a jadis basties en telle façon, que le plus estroict d'icelles vient au bout exterieur du parapet, & de là vers le costé interieur s'eslargissent de plus en plus Or par telle maniere les assiegez estoyent bien mieux gardez contre le glissement des boulets de l'ennemy, que maintenant avec des canonnieres, qui sont au contraire plus larges par dehors & plus estroictes par dedans: Mais, au contraire les coings des merlons devenoyent ainsi fort attenuez & foibles, & estoyent facilement rompus de canonnades, & les trous fort agrandis. Secondement, les merlons se fendoyent, & rompoyent par la violence de la poudre allumée qui devoit passer par un lieu fort estroict. Pour remedier à cest inconvenient, on ordonna puis apres le plus estroict de la canonniere au milieu du parapet : mais tout l'advantage estant puis apres bien comparé avec le desadvantage, on estime maintenant le plus expedient de mettre le plus estroict sur le costé interieur, en telle maniere, qu'il est fait en l'Ichnographie de la deuxiesme & troisiesme figure du second Chapitre.

VIII. Question.

Des courtines droites, & obliques.

I. Exemple.

Aucuns ont estimé, que si on vouloit defendre du flanc la grande courtine toute droite, qu'en canonnant, l'un des flancs endommageroit l'autre, ensemble son artillerie, & boulevart. Pour à quoy obvier ils ont donné à la grande courtine, au milieu un pli exterieur, en façon, que chaque moitié corresponde en ligne droite à la courtine d'un boulevart comme en la figure cy-dessous là où chaque moitie couvre un flanc en sorte qu'on ne peut voir de l'un à l'autre.



On respond à cecy, que chaque demi-courtine en telle maniere ne se peut nettoyer que d'un costé, ce qui autrement se peut faire de deux costez ; pource que l'ennemy ayant demoli un flanc, sa demi-courtine demeure sans defence.

Secondement, c'est une incommodité en toute grande courtine, qui ne peut estre nettoyée que d'un costé seulement, qu'il y demeure un lieu indeffensable : pour descrire ce lieu, prenons par imagination deux plans infinis, tendans, l'un au long de la pente du parapet de la grãde courtine, l'autre au long de la pente du parapet du flanc, ou de l'oreillon : car le lieu qui est compris entre ces deux plans, devant le flanc ou oreillon ne peut en aucune maniere venir à la veuë de celuy, qui regarde au long desdites pentes des parapets, & par consequent, tout ce qui est audit lieu entre les plans, demeure caché: de sorte que l'ennemy pourroit fouïr, & rompre de ses mains à son plaisir tant sous le flanc que dans la grande courtine, sans pouvoir estre empesché des assiegez.

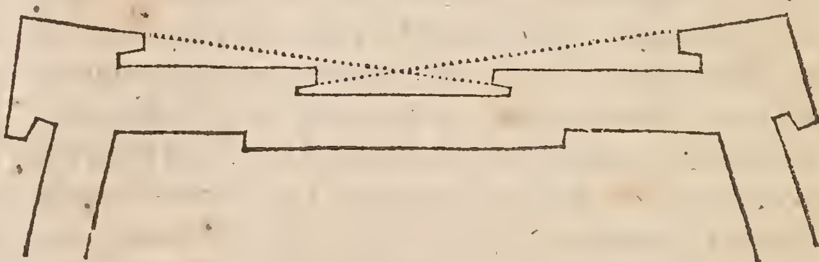
Tiercement, si l'ennemy assaut la grande courtine avec des eschelles sans breche, en tel cas on tire des flancs des pierres, chaisnes, & choses semblables, qui font grand murtre d'ennemis sans endommager les boulevarts.

Quartement, si lassaut se fait par breche, l'on tire franchement de la grosse artillerie aux pieces de la ruine, pour endommager l'ennemy avec les pieces rejaillissantes, & cela sans rompre les boulevarts: car le boulet venant sur la matiere de la breche, ou il y demeure dedans, ou y perd sa force ou prend un saut incertain.

Quintement, les assauts se font rarement & ne durent pas si long temps, que les boulevarts cependant puissent souffrir si grand dommage que le profit ne soit plus grand, lequel procede de la continuelle crainte que l'ennemy à de donner l'assaut entre deux flancs.

II. Exemple.

Aucuns ont party la grande courtine entre deux boulevarts en trois : la partie moyenne mise en dedans, à laquelle sont appliquez deux flancs desquels on nettoye non seulement ceste partie moyenne, mais aussi la courtine des boulevarts, comme cy-dessous; estimans, que par ainsi la courtine est plus forte & mieux deffenduë.

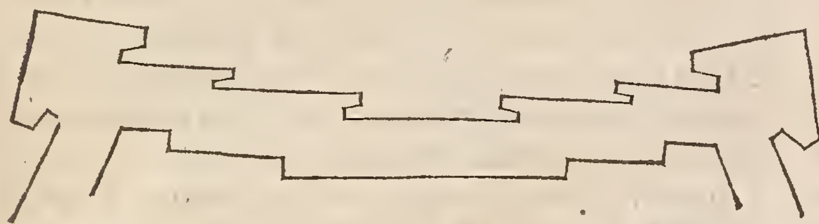


On respond à cela, qu'il faut de deux choses l'une, ou que les deux boulevarts soyent si esloignez l'un de l'autre, que l'artillerie de chacun ne puisse nettoyer toute la courtine, ou si pres qu'elle la puisse defendre. Que s'ils sont si esloignez, chaque tierce partie de courtine, qui est joignant chaque boulevart, sera seulement defenduë d'un flanc, à sçavoir de celuy auquel elle est adjointe : car l'autre flanc est trop loing, & elle ne peut estre nettoyée du flanc de la moyenne partie : de sorte que l'ennemy ayant coupé un flanc des boulevarts, la tierce partie de la courtine qui luy est adjoincte, demeure sans defence. Ou autrement un flanc de la partie moyenne estant demoli, une face du boulevart demeure sans nettoyement par ce que l'autre boulevart est trop loing. Que si les deux boulevarts sont assez prés l'un de l'autre pour nettoyer toute la courtine, entre deux, & aussi pour pouvoir nettoyer du flanc de l'un la face de l'autre, les deux flancx de la partie moyenne n'y sont point necessaires, car si l'artillerie peut defendre

dre l'extremité de la courtine du boulevart ; à plus forte raison pourra elle defendre la moyenne tierce partie de la grande courtine, qui luy est plus proche. Ce qu'estant bien cõsideré, telles courtines apres de grands frais sont plus foibles que les droites: car l'artillerie peut faire plus grande breche sur les coins des oreillons des cortines divisées, que sur celles qui sont toutes droites: Secondement, elles sont de moindte comprehension de place : Tiercement, les angles anterieurs des boulevarts en deviennent plus aigus, ou moins obtus, ce qu'on doit eviter selon la regle commune.

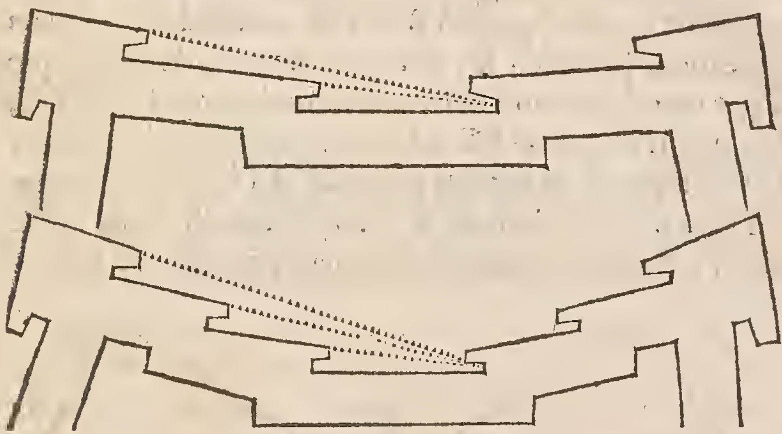
III. Exemple.

D'autres n'ont pas seulement party la grande courtine en trois parties, comme dessus, mais en cinq comme cy-dessous : Laquelle maniere doit pour les raisons susdites estre estimée pire, que celle du second exemple, comme estant de defence moins propre, de moindre comprehension, & de boulevarts plus aigus, ou moins obtus, & le tour avec des despens plus grands & inutiles.



IV. Exemple.

Comme on s'est puis apres apperçeu de la fante du susdit second, & troisiesme exemple ; à sçavoir que de chaque flanc on ne pouvoit voir ni nettoyer les autres parties de la courtine on les a ordonnées autrement plus nettoyables, comme cy-dessous.



Sur quoy je dis que ceste correction cause un plus grand defaut ; à sçavoir que les angles des boulevarts deviennent ainsi encore plus aigus : & qu'avec plusieurs remparts de grands frais l'on comprend encore moins de place. Nous concluons donc qu'une grande courtine entiere & droite entre deux boulevarts, est la plus commode maniere dont l'on ait usé jusques à maintenant és forteresses accomplies.

IX. Qvestion.

De l'espaisseur de la basse courtine, & de la largeur de son allée.

Le nettoyement requis en toutes forteresses est de deux sortes; l'un au long des plans qui sont debout, comme des escarpes & contrescarpes du costé interieur & exterieur du fossé, auquel est proprement destinée l'artillerie des flancs: L'autre au long des plans horisontaux, comme de la campagne, & des pentes du parapet du chemin couvert, dont le plus parfait nettoyement est celuy qui se fait de la courtine basse, à fin de tuer ainsi plus d'ennemis, & pouvoir plus facilement rompre ses remparts que par coups venans d'enhaut, parce que la matiere des remparts s'espard ainsi plus au long & au large, & que le boulet en les traversant, peut faire plus de dommage. Pourtant les forteresses, qui ne peuvent parfaitement nettoyer les plans horisontaux sont privées d'une bonne partie de la perfection: Telles sont celles, lesquelles, au lieu de la basse courtine, ont un parapet de muraille d'un pied & demy, ou de deux pieds d'espaisseur, avec leurs canonnieres, par lesquelles on tire les mousquets & autres arquebuses à main, puis une allée large seulement de cinq ou six pieds. La raison de leur defectuosité est telle : Premierement, qu'on ne peut sur telles courtines se servir de grosse artillerie, pour nettoyer la campagne ; parce que l'allée est trop estroicte & est trop tost remplie de la matiere qui tombe de la breche du haut rempart. Secondement, que tel parapet de pierre ne peut resister contre la grosse artillerie de l'ennemy, & que les pieces rejaillissantes font un grand dommage aux assiegez, leur empeschant de s'y pouvoir defendre. Pour eviter tel inconvenient, & jouïr des susdites advantages, nous avons suivi aux pourtraictures des forteresses accomplies, l'intention de ceux qui ordonnent le parapet de la basse courtine aussi espais que le parapet de la haute, avec une allée de 20 pieds, avec des voûtes dans le haut rempart, és lieux convenables, à fin que l'artillerie y prenne sa recullée. Et si, outre les choses susdites, l'on considere encore que les places inferieures des flancs requierent, par regle commune, la plus grosse artillerie, il s'ensuit, que l'on se doit servir d'artillerie sur la basse courtine : non seulement aussi grosse que sur la haute, mais mesme plus grosse, & consequemment la raison requiert, que le bastiment de ladite basse courtine soit accommodé à tel effect.

Aucuns cognoissans assez bien la grande utilité de ce nettoyement horisontal, ordonnent certains manieres de flancs à la poincte du parapet du chemin couvert, qui est à l'opposite du milieu de la grande courtine, pour de là molester l'ennemy de flanc, & de front, & rompre ses remparts sur la pente & sur le terroir : Mais la basse courtine estant ordonnée comme elle doit estre, elle y est beaucoup plus commode : car quand l'ennemy est sur la pente du parapet du chemin couvert à l'opposite d'un boulevart, on est non seulement plus pres de luy en estant dessus la basse courtine dudit boulevart, que d'un tel flanc : mais qui plus est on luy demolit ses remparts, les assiegez estans en plus grande seureté, & commodité : Aussi, quand il faut delaisser ces flancs exterieurs, cela apporte grand dommage aux assiegez.

Quand au cordon qui se fait communement, pour ornement de la basse courtine dessus son escarpe, ceux qui disent qu'ils n'en voudroyent, ne me desplaisent pas.

X. Qvestion.

S'il est utile de marquer les deux costez du chemin couvert, comme aussi la contrescarpe, avec son parapet, en sorte que des flancs ils soyent nettoyez parfaitement.

Quand le cay est tiré de la moyenne place, aucuns sont d'advis, qu'on ne sçauroit de la place inferieure nettoyer le cay, qui est le bord de la contrescarpe, à cause de sa pente en biais, estimans, que pour la nettoyer parfaitement, il la faudroit designer par traicts s'eslargissans : Or encore que cela causeroit un bastiment desordonné, à sçavoir des contrescarpes plus espaisses d'un costé que d'autre, ils n'y veulent point

avoir

avoir d'egard. A cecy je respons, que celuy qui par contemplation perspective considere la qualité du 22 article de l'Ichnographie, entendra assez que les canonnieres de la place inferieure, sont constituées de telle sorte, qu'elles nettoyent parfaitement ladite contrescarpe: estant toutesfois par tout degale espaisseur; en outre que les deux canonnieres deviennent plus esloignées l'une de l'autre, que les canonnieres de la moyenne place; en sorte que l'on y peut mettre encore une troisiesme canonniere entre deux, à cause que le parapet de la place inferieure s'aggrandit, par l'inclinaison de l'oreillon.

Veu doncques que de cecy il n'y a point de danger, & qu'il faut que l'ennemy aye le parapet du chemin couvert avec la contrescarpe, avant que venir aux boulevarts, ou à la grande courtine, il est utile à fin de luy pouvoir là faire beaucoup d'empeschement, de faire ledit parapet, & contrescarpe, en telle sorte qu'on en aye le plus grand advantage qui se puisse, estans parfaitement nettoyables des flancs; comme on voit en la premiere figure du deuxiesme Chapitre: car les remparts, & travaux, que l'ennemy y peut faire & bastir, peuvent ainsi plus commodement estre ruïnez, que par coups venans dudit parapet, & contrescarpe; comme on peut assez clairement voir par le parfait nettoyement des courtines des boulevarts, dont nous avons plus amplement parlé en la deuxiesme question, & principalement au quatriesme article d'icelle. Secondement, autant de fois que l'ennemy s'avance de venir au fossé, soit pour donner assaut, soit pour y cercher autrement son advantage, il n'y peut entrer, ni en sortir, que par le chemin couvert: Pourtant quand son parapet & contrescarpe, ne sont point designez selon le requis du nettoyer, il y a defaut de ce qui autrement seroit de grand advantage, & qui le voudroit faire ainsi, il feroit contre le commun sentiment; comme nous avons dit au cinquiesme Chapitre.

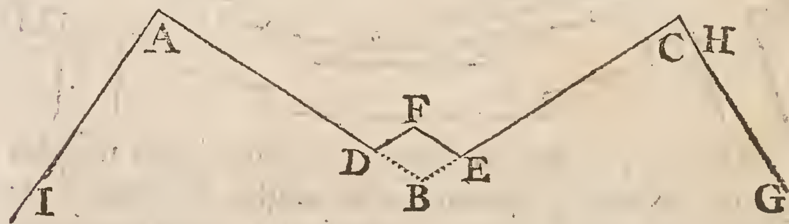
Quant à ce que par ceste maniere le chemin couvert devient plus large aux angles comme C, qu'aupres les poinctes comme *d*, cela vient à poinct avec les susdits advantages, pour y mettre les chemins, par lesquels on vient sur la pente: car ainsi peut on encore tenir assez de largeur sur le chemin couvert.

Touchant la largeur du fossé, laquelle vient par ceste maniere plus estroicte devant le milieu de la grande courtine, que quand on la tire parallele aux faces du boulevart, ou plus large devant les oreillons, que devant l'angle du boulevart. On respond que comme ainsi soit, que le milieu de la grande courtine, laquelle se nettoye de deux costez, est le plus fort & invincible lieu, & que sur cela le fossé y devient plus large que devant les oreillons, lesquels puis qu'ils se nettoyent seulement d'un costé, sont plus foibles, il n'est point necessaire d'y faire le fossé encore plus large, & d'ordonner pourtant des contrescarpes, & parapets du chemin couvert, qui ne puissent estre parfaitement nettoyez.

Quant à ce que le fossé, par ceste maniere, devient plus large devant les poinctes des boulevarts, cela requiert aussi que j'en die la raison; veu que la forteresse est en ces poinctes plus debile pour plusieurs causes: Premierement, parce que chaque costé d'iceluy est nettoyé seulement d'un flanc: Secondement, les faces sont là plus esloignées des flancs; parquoy les remparts de l'ennemy y peuvent estre moins endommagez des flancs: Tiercement, les faces des boulevarts peuvent estre plus facilement endommagées & recevoir breche és poinctes des boulevarts par les canonnieres de costé, que d'autres endroits. Quartement, l'ennemy pour les raisons susdites, peut en icelles poinctes plus facilement emplir le fossé, sans recevoir beaucoup d'empeschement des assiegez: Pourtant si on le designe plus estroict, au lieu, ou il requiert plus grande largeur, & plus large, ou il doit estre plus estroit, c'est donner advantage à l'ennemy, qui recerche en plusieurs manieres, le desavantage des assiegez.

Aucuns de ceux qui ne tirent pas les contrescarpes & parapets du chemin couvert, pour estre parfaitement nettoyez, cognoissans bien en qu'elle necessité ils sont quand l'ennemy s'y rempare, ordonnent sur le costé exterieur du fossé devant la poincte de la contrescarpe, qui est à l'opposite du milieu de la grande courtine, divers parapets avec leurs canonnieres, à fin de pouvoir de là nettoyer des deux costez lesdites contrescarpes, & parapets du chemin couvert: mais veu que cela se peut faire plus commodement des flancs jouïssant encore de tous les autres advantages mentionnez c'y dessus, il n'est point de besoing de mettre hors de la forteresse des nouveaux, & particuliers bastimens, lesquels outre les susdits desadvantages de la vicieuse largeur des fossez, & chemins couverts, on ne peut defendre ni tenir qu'avec plus de peine, despens, incommodité, & incertitude, & quand finalement il les faut abandonner, cela vient au grand advantage de l'ennemy.

Aucuns mettent au parapet du chemin couvert, à l'opposite du milieu de la grande courtine, un giron avec ses canonnieres, pour de là, disent ils, pouvoir nettoyer la pente des deux costez: Ce qui ne semble pas mal à propos, encores qu'on puisse d'un parapet nettoyer en flanc la pente de l'autre sans giron. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement, soit A B C le parapet du chemin couvert, dont B est la poincte à l'opposite du milieu de la grande courtine. Or posez le cas, qu'on ne tire les lignes A B & C B toutes droites, mais seulement jusques à D, & E de là vers F, de façon que le parapet du chemin couvert soit maintenant ADFEC, son giron estant D F E, à fin de pouvoir, du parapet D F, nettoyer de costé la pente de A D, & du parapet E F de costé la pente de E C: posons aussi, qu'a icelle fin, il y ait des canonnieres aux parapets D F & E F.

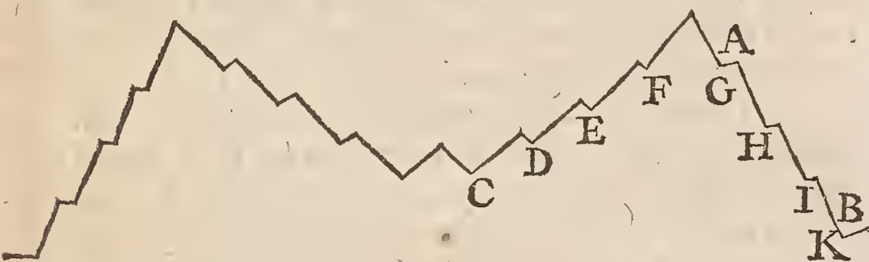


On dit la dessus que quand ledit parapet est sans giron, ayant seulement deux lignes droites A B, B C, qu'alors les assiegez tirent aussi bien de derriere le parapet B E au long de la pente de B A, qu'ils pourroyent faire autrement, de la pente D F. Semblablement ils peuvent aussi bien tirer de B D, au long de la pente de B C, qu'ils feroyent de E F; de sorte que le giron n'apporte en cecy nul advantage. Mais si on vouloit poser le cas qu'il n'y eust point de gens de defence sur le chemin couvert C G, tellement que l'ennemy s'advançast pour venir par dessus le parapet au lieu de H, en tel cas le giron DFE donneroit de l'advantage; car les assiegez estans devant le parapet D F, pour nettoyer la pente de D A, ils seroyent couverts par deriere du coing E devant l'ennemy qui est audit lieu de H. Mais les assiegez, qui à telle fin sont devant le parapet BE, seroyent descouverts à l'ennemy au lieu de H, & tirez à dos, ou de costé. Sur cecy on peut repliquer, que si l'on veut poser

poser que l'ennemy soit si hardi que de venir au lieu de H dessus le parapet, sans craindre l'artillerie qui peut venir des boulevarts & courtines, il faut pour la mesme raison aussi poser, qu'il aura la hardiesse de venir à l'un des girons, auquel il appercevra son plus grand advantage : car l'entrée en est aussi facile, & d'autre part on peut facilement descendre au bas du parapet qui est de 4 ou $4\frac{1}{2}$ pieds de haut : comme par exemple l'ennemy occupant le giron DFE se servira des deux coings D & E pour oreilles, à fin de tirer de là avec plus d'advantage sur les assiegez qui seroyent sur les chemins couverts E C & D A. Quant à ce que quelqu'un pourroit objecter, que les assiegez qui sont dans la forteresse ne permettroyent pas à l'ennemy de demeurer au giron, on respond à cela, que cela ainsi supposé, il faut aussi quant & quant supposer qu'on ne permettra pas non plus à l'ennemy de se tenir sur ledit parapet. Ce qu'estant consideré, ledit giron seroit de cette façon aussi bien au dommage qu'à l'advantage de la forteresse.

Quant à ce qu'aucuns fortifient iceluy giron par maniere de flancs, pour de là avec de grosse artillerie rompre les remparts de l'ennemy sur la pente, cela ne semble point utile à telle fin, mais au contraire dommageable; veu que cela se peut faire plus commodement de la basse courtine, comme dit est plus clairement sur la fin de la precedente 9 question.

Il y en a d'autres, qui au devant du parapet ne font pas seulement un giron, comme dessus, mais divisent chaque parapet en forme de cremaillere, avec quatre nez, comme cy-dessous:

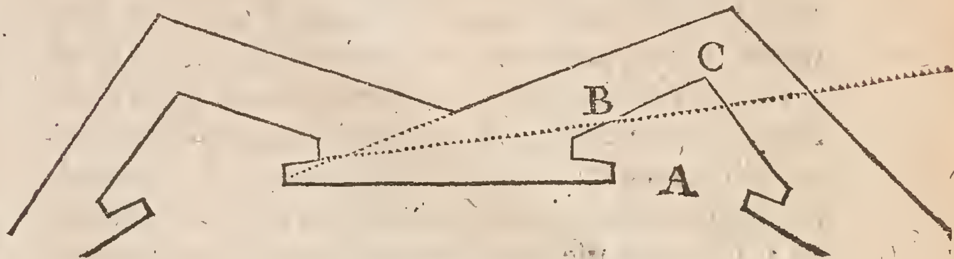


Les raisons pour l'advantage, & desadvantage en sont assez cognuës en celles que nous avons mentionnées du giron cy-dessus : car ou l'on presuppose, que l'ennemy aura la hardiesse de venir sur le parapet A B, pour de là molester ceux du chemin couvert C D E F, ou qu'il ne l'osera entreprendre : s'il le fait, il osera quant & quant, pour avoir encore plus d'advantage, venir du parapet sur le chemin couvert, & se servir des nez G H I K, avec aussi grand advantage, que les assieges se pourroyent servir des nez C D E F. Mais s'il n'ose apparoistre sur le parapet A B, il n'est point besoin de bastir contre luy les nez C D E F, pour en estre couvert. Il est aussi bon de sçavoir, que ces cremailleres, pour estre nettoyables des flancs, requierent plus grande ouverture des oreillons; parquoy les canonnieres deviennent plus decouvertes, de sorte qu'elles pourroyent estre canonnées de la campagne. Pour conclusion, apres avoir compté tout le profit contre le dommage, la maniere de ceux qui designent le chemin couvert tout droit, sans giron, ou cremailleres, veu qu'il est nettoyable des flancs, comme au project de la precedente Ichnographie du second Chapitre, est meilleure qu'aucune autre.

XI. Question.

S'il se faut servir de la canonniere exterieure de la moyenne place sur le chemin couvert, ou non.

Si l'oreillon s'ouvre tant (comme veulent aucuns) que par la canonniere exterieure de la moyenne place, on puisse nettoyer le parapet du chemin couvert, comme en la premiere figure du deuxiesme Chapitre, l'ennemy pourra aussi du mesme chemin couvert (s'il s'en rend maistre) emboucher ou rompre ladite canonniere. Mais si l'oreillon est formé par devant si estroit, que ladite canonniere exterieure demeure couverte du boulevart opposé A, de sorte qu'elle ne puisse estre veuë d'aucun endroit du chemin couvert, comme cydessous, l'ennemy ne peut rompre telle canonniere. De sorte qu'il est bon de considerer lequel seroit le plus utile, ou de mieux couvrir le flanc sans se pouvoir servir du canon exterieur sur le chemin couvert, ou de mettre le flanc plus ouvert & qu'icelle piece d'artillerie y puisse tirer.



Pour le premier, on pourroit dire, veu que l'artillerie est ordonnée au flanc, aussi bien pour rompre les remparts, & autres instrumens de l'ennemy sur le chemin couvert, que dans le fossé, la raison requiert, que l'on y employe toute l'artillerie laquelle y peut faire commodement service. Cy-dessus a esté dit que quand la canonniere exterieure est couverte de l'oreillon, & du boulevart opposite, elle ne peut estre endommagée de dehors : C'est pourquoy, encore que tout le reste du flanc fust demoli, l'on tient tousiours cette canonniere exterieure asseurée contre l'assaut, que l'ennemy pourroit faire. Contre cecy on dit, que comme l'oreillon empesche l'ennemy de pouvoir rompre la canonniere exterieure, ainsi empesche-il aussi les assiegez de s'en pouvoir servir sur la partie du boulevart B C : de sorte que la canonniere interieure estant rasée, il pourra librement assaillir ladite partie B C, sans recevoir empeschement d'icelle canonniere exterieure ainsi gardée : pourtant qu'el advantage est-ce de pouvoir tenir une canonniere entiere par laquelle on ne puisse endommager l'ennemy ? Aquoy on peut encore adjouster cecy, que si l'on eust peu nettoyer le chemin couvert aussi bien de la canonniere exterieure, que de l'interieure, & qu'une piece eust peu ayder l'autre, peut estre que l'ennemy n'eust sceu fortifier, ne tenir pour soy ledit chemin couvert, ni par consequent avoir le moyen de venir à l'assaut. Pour conclusion, ayant bien pesé l'advantage contre le desadvantage, considerant aussi que l'ennemy n'ayant pas le chemin couvert, il ne peut faire notable dommage aux flancs, parce qu'il en est trop loin ; Que la dessus la canonniere R de la place superieure en la troisiesme figure du second Chapitre, & la canonniere, qui en la mesme figure peut estre mise au lieu de S, sont deux canonnieres ainsi couvertes, la susdite maniere de l'Ichnographie, qui est en la premiere figure nous a semblé la meilleure, là où le parapet du chemin couvert, & la contrescarpe, recoivent leurs traicts du costé exterieur du flanc P, & la canonniere exterieure ordonnée selon tel dessein; sans qu'il faille pour cela que ladite canonniere exterieure puisse de costé descouvrir plus avant la campagne, comme veulent aucuns, qui à cette fin ouvrent le flanc encore plus large : car l'artillerie des courtines & cavalliers sert plus proprement à tel effect.

XII. Ques-

XII. Qvestion.

Si le parfait nettoyement de la face d'un boulevart, se fait mieux de la canonniere interieure de la moyenne place, que de la canonniere interieure de la place superieure.

Si l'on tire la face basse d'un boulevart, comme veulent aucuns, de la canonniere de la moyenne place, l'on ne pourra voir ni nettoyer icelle face par la canonniere interieure de la place superieure. A cecy on peut repliquer, que si on designe la mesme face par un traict venant de la canonniere interieure de la place superieure, que tel nettoyement venant de haut en bas, ne peut si parfaitement passer au long de toute la face, que s'il venoit de la moyenne place, qui est de la mesme hauteur. Secondement, qu'on ne pourra nettoyer alors si parfaitement cette face de la moyenne place, de sorte qu'elle n'aura point de nettoyement parfait. Tiercement, si l'on tire icelle face d'enhaut cela causera des boulevarts plus aigus, ou moins obtus, ce qu'il faut eviter selon la regle commune. Quartement, icelle face du boulevart (encore qu'elle soit designée cõme cy-devant au 2 Chapitre) se peut nettoyer par deux canonnieres de la haute place, comme P *l* en la 3 figure du deuxiesme Chapitre. Ces advantages, & desadvantages estans conferez, il m'a semblé plus convenable d'ordonner, que le parfait nettoyement de la basse face des boulevarts soit fait de la canonniere interieure de la moyenne place : Ce qu'aussi la qualité naturelle de la forme semble requerir, si l'on considere, que la haute & basse face sont quasi comme deux forteresses l'une par dessus l'autre, dont chacune peut parfaitement nettoyer sa propre face du boulevart par sa propre canonniere interieure.

XIII. Qvestion.

Des Cavalliers.

Combien que de dessus les cavalliers on ne puisse bien nettoyer la campagne, par ce que le coup vient d'en haut, toutesfois leur usage est estimé fort necessaire, parce, qu'avec le nettoyement des autres places, l'on a encore de l'artillerie plus haute pour decouvrir l'ennemy derriere ses remparts : de sorte qu'il est contraint de les faire plus hauts, avec plus de travail, & perte de temps, en quoy les Architectes s'accordent assez bien les uns avec les autres : mais quant au plus propre lieu du cavallier, ils en sont en dispute. Car les cavalliers, sur le milieu de la grande courtine, estans canonnez, les pieces tombantes emplissent grandement les fossez: Mais si pour obvier à cecy on les mettoit plus en arriere, on ne peut de là, disent ils, voir ni defendre les faces des boulevarts. Cecy a esté corrigé ailleurs en tirant les faces des boulevarts jusques aux cavalliers, en sorte qu'ils puissent estre rasés d'iceux, ce qui seroit bon pour ce regard : Mais mauvais puis apres pource que les faces des boulevarts ne pourroyent estre nettoyées des flancs. Et outre cela les angles flancqués du boulevart seroyent plus aigus, ou moins obtus. Plusieurs les ont jusques à present mis autre-part, comme par dessus la gorge ou angle du polygone : aucuns sur chaque angle du polygone; autres au devant de l'angle du polygone, toutesfois separez du boulevart. Mais si on considere chaque situation bien particulierement, on y trouvera de la faute sur tout. Il m'a semblé que la methode de ceux qui les mettent sur les boulevarts est la meilleure, selon la maniere declarée au deuxiesme Chapitre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser, que la place du cavallier y seroit trop petite : Je respons à cela, que l'experience en donne un cognoissance certaine; assavoir, que le terre-plein d'enhaut où est le cavallier entre ses parapets se trouve de 80 pieds de large, & on le pourroit bien faire de beaucoup moins. Le calcul peut estre fait par les costez de l'hexagone, sur lequel la forteresse est figurée, comme les deux parties des deux costez B C, B G, qui sont comprises entre le poinct B, & le parapet du cavallier qui se trouvent en longueur chacun de 40 pieds, les costez exterieurs du terre-plein estans encore plus longs, & qui plus est, les parapets & escarpes aussi espaisses qu'elles doivent estre, comme aussi les places inferieures, & les allées aussi larges qu'il est necessaire.

Mais pource que plusieurs sont opiniatres à vouloir qu'il y ait une grande place entre les cavalliers & la guirlande du boulevart, il nous en faut parler plus amplement. L'experience nous apprend (comme il est aisé à cognoistre) que la place entre la courtine du boulevart inferieur, & le rempart de la courtine du haut boulevart qui est derriere luy, ne doit pas estre pris aussi large qu'on pourroit bien, mais seulement un chemin autant large, qu'il est necessaire pour la reculée de l'artillerie, & recevoir les ruines d'une breche. Ce qui est fondé sur la raison, car une si grande place serviroit à l'ennemy, qui arrivant dessus, en tireroit son advantage, car elle luy fourniroit de la matiere pour se fortifier, & commodité, pour avec plus grandes troupes assaillir & advancer fort & ferme. Car si vous pensés faire une grande place sur le boulevart à fin de la pouvoir garder avec beaucoup de gens, vous faites une chose bonne à l'ennemy, qui avec multitude d'assaillans vous y attaquera; ce qui est inutile, remarquant qu'on n'y peut courir devant eux par le haut rempart. Mesme l'ennemy sçachant, qu'il n'auroit commodité d'y demeurer, la necessité l'induit à tascher de faire breche en la haute courtine avant que donner l'assaut. C'est pourquoy les Architectes par une regle generale, & pour bonne raison font l'allée de la courtine basse si estoicte, comme nous avons dit; de peur d'y donner de l'advantage à l'ennemy : & au contraire à fin que des flancs & cavalliers prochains de l'allée estroicte de la courtine, on puisse nettoyer d'un bout à l'autre. Cecy estant justement requis pour l'allée de derriere, & la basse courtine: remarquez aussi que la guirlande du boulevart où il y a derriere un cavallier & la basse courtine, ont la veuë de la face du cavallier, c'est pourquoy l'allée qui est derriere ladite guirlande, requiert en suite ceste forme & façon; à fin que l'ennemy soit contraint de faire aussi breche au cavallier, avant que pouvoir donner l'assaut, & que pour prendre un advantage, il luy faille eviter un desadvantage comme il est dit cy-dessus.

Pour mieux eclaircir ce qui est dit, prenez qu'il y ait un boulevart seulement (comme on trouve en plusieurs endroits) avec une courtine, en sorte qu'il n'y ait autre courtine qui luy puisse respondre soit haute, soit basse pour y estre commodement. Pour plus grande seureté de ce boulevart on y veut encore faire une hauteur par dessus : on demande qu'elle largeur assez commode on y laissera, entre ceste hauteur, & le parapet du boulevart? On pourroit justement respondre en ceste sorte, que la face de ceste hauteur se considere comme la haute & la face du boulevart comme la basse, & qu'ainsi on designera la haute face, telle que l'experience nous apprend qu'il est convenable és autres faces basses & hautes; assavoir avec une allée nettoyable entre deux, autant large qu'elle suffise à la reculée du canon, & pour les ruines d'une breche. Quant à ce que quel-

quelqu'un pourroit icy dire, que ceste hauteur n'est point mise par devant sur la grande courtine, & que par consequent elle ne peut estre courtine superieure, mais un cavallier, & qu'à cause de cela il voudroit pour ceste raison bailler à ceste hauteur une autre forme, ne voyant pas qu'il se trompe aux noms, ne prenant pas garde à la chose.

Mais à fin que je ferme la bouche à tous controlleurs par un argument qui les presse de deux costez, & qui monstre qu'ils se contredisent eux mesmes. Posons derechef qu'il y ait un boulevart comme auparavant, ayant seulement une courtine, laquelle il faut fortifier avec une hauteur de terre pour avoir plus d'avantage. Vous mettrés ceste hauteur, ou loing du parapet de la courtine du boulevart, ou bien fort pres tellement qu'elle remplisse presque le rerre-plein du boulevart. Si vous la mettés loing vous l'appellerés cavallier; si vous la mettés prés vous l'appellerés haute courtine. Or est il que de ces deux façons il ny en a qu'une qui puisse estre la meilleure : Laquelle est ce donc à vostre advis? si vous me dites sur cecy que c'est la premiere, assavoir la hauteur qui est loing de la courtine du boulevart; Pourquoy est-ce doncques que vous n'ordonnés point selon ce choix tous les boulevarts remarquant le plus grand advantage par tout où il peut estre recerché? Pourquoy conseillés vous ailleurs tout le contraire pour en faire une chose incómode, assavoir un boulevart avec des hautes courtines ce qui selon vostre dire n'est pas si bon? Mais si vous respondiés icy que l'autre methode est la meilleure, assavoir la hauteur située pres la courtine du boulevart; Pourquoy donc dites vous ailleurs le contraire que la hauteur loing de la courtine est meilleure? Nous avons jusques icy parlé touchant les places entre les cavalliers & les parapets.

Quant à ce que quelqu'un pourroit encore dire que la matiere qui tombe lors qu'on tire contre les cavalliers, empescheroit qu'on ne se peust servir de la place superieure du flanc. A cecy je dis que la place superieure ne peut recevoir non plus de dommage des ruines du cavallier que la moyenne place des ruines du haut rempart, car il y a telle espace entre les merlons de la place superieure & l'escarpe du cavallier, qu'il y a entre l'autre merlon & le rempart qui est derriere. N'y ayant donc nul danger de ce costé, nous ferons mention de la commodité qui provient des cavalliers : Premierement, ils peuvent estans situés en ce lieu là, raser de deux costez les grandes courtines haute & basse. Secondement, ils peuvent eux mesmes estre rasés des flancs tout joignans. Tiercement, quand l'ennemy veust tirer à ceux qui sont dessus le chemin couvert, on le decouvre bien mieux derriere ses tranchées, qu'on ne feroit en estant sur quelque autre place. Quartement, ils n'amoindrissent point la le contenu de la forteresse, comme ils font derriere les remparts. Quintement, on ne les construit pas là à si grand frais, que derriere les remparts, à cause que (par maniere de dire) ils sont bien a demy faits avant qu'estre commencés, pour ce que le boulevart leur apporte desja sa propre hauteur. Sextement, alors que les boulevarts, les faces desquels ne sont nettoyées que d'un costé, sont plus foibles que la grande courtine, adonc pour pouvoir nettoyer de costé & d'autte, le plus expedient est de fortifier les places foibles avec des cavalliers. Septiemement, ils sont là plus commodes, à fin qu'au besoing on en puisse faire des retranchemens (les Italiens les appellent *retirati*, & les Flamans *vertreck-vvallen*) car l'ennemy ayant ruïné la guirlande, ou la face du boulevart, on n'a que faire, pour se fortifier, de mettre une demi-lune où autre forme aussi grande que la breche, comme on fait és boulevarts sur lesquels il n'y a point de cavalliers, mais seulement deux petits remparts à travers la largeur du chemin entre le cavallier & les deux bouts de la breche, avec un fossé profond par devant, pour donner de la peine à l'ennemy, & de cet endroit là jettant du cavallier en bas, du feu, des fagots ardans, de la poix bouillante, & telles choses, il ne s'en pourra garantir à cause que le chemin est fort estroit. Finalement, si avec tous ces advantages vous venés encor à songer qu'une partie des tours de la vieille fortification s'advançoit hors des murailles, & que maintenant les cavalliers leur ressemblent en cela, il semble que la raison naturelle requiert qu'ils doivent tenir cette situation, de maniere qu'une partie advance hors de la grande courtine.

XIV. QVESTION.

Touchant les portes.

QUelques uns veulent que les portes soyent defenduës par leurs propres boulevarts & autres ouvrages fortifiés: ce que d'autres n'approuvent pas, car ils disent, que si les forteresses, qui meritent le nom de forteresses, se prennent de force par les portes, ces ouvrages ne sont que des despens inutiles, qui gastent parfois la forme naturelle d'une forreresse, dont pour autre consideration on reçoit quelque fois du dommage. Et pourtant ils veulent qu'elles soient mises simplement au milieu de la grande courtine ou autrepart en ladite courtine pres du flanc, tellement qu'elles soyent assés couvertes par l'oreillon : Et au devant on y bastira un pont tortu advançant à l'entour de l'oreillon jusques au chemin couvert. Nous avons au deuxiesme Chapitre suivi le premier advis, où la porte est mise au milieu de la grande courtine, & ainsi la voûte de la porte est fort bien ordonnée sous le rempart, comme le pont à travers du fossé. Il y à deux raisons pour lesquelles on tient que c'est là la place qui leur est la plus propre, l'une est prise de la forteresse, l'autre du nettoyement, sur lesquelles choses, comme principales en ceste matiere il faut attentivement prendre garde. La forteresse consiste en cecy : remarqués qu'au bout de la voûte il y a un fort rempart avec ses parapets & canonnieres au mesme endroit, ainsi il y a là dequoy tenir bon, encor que la premiere porte E F en la quatriesme figure du deuxiesme Chapitre fust ouverte, & que le pont demeurast en estat pour y courir librement à travers (sans parler de la coustume tenuë quant on voit l'ennemy s'apprester pour donner sur une porte, on leve le pont levis & on romp l'autre, on ferme les portes, lesquelles par dedans on remplit de terre, & telles autres choses) l'ennemy pourtant sçachant comment on est bien apresté dedans, n'oseroit prendre la hardiesse d'y entrer, car la deuxiesme porte de la place K ne peut estre endommagée par l'artillerie. Il luy faudroit donc demeurer là à la veuë d'un fort rempart & devant son parapet & ses canonnieres, en plus grand danger que lors qu'il estoit devant le rempart exterieur pouvant là estre tiré jusques au bout du pont. On peut avoir pareil advantage de ce nettoyement à l'encontre des attaques subites de l'ennemy voulant surprendre la place à l'improviste.

Plusieurs estiment que les portes qui advancent hors des murailles avec des colomnes & tels autres ornemens (que je ne trouve pas mal à ptopos) ne sont pas bien ordonnées, disans qu'une forteresse qui est bien forte à asses d'ornement en sa force, car tels ouvrages

advancez empeſchement qu'on ne puiſſe parfaitement nettoyer les courtines & peuvent ſervir d'oreillons à l'ennemy pour aſſaillir.

XV. QUESTION.

Touchant les contreforts.

QUant on fait les contreforts moins eſpais vers la muraille que vers le coſté du rempart, comme nous les avons marqués au troiſieſme Chapitre, alors la muraille & le rempart de terre peuvent durer enſemble bien mieux qu'autrement : Mais au lieu de cela il adviendra un plus grand inconvenient, dira quelqu'autre, ſi dehors on tire à travers la muraille, car le trou qui ſe fait entre deux contreforts, eſt plus large vers le foſſé, que vers le rempart, en ſorte que la terre d'entre deux eſt plus preſte à tomber, que ſi au contraire ceſte place eſtoit plus eſtroite vers le foſſé, & plus large vers le rempart, c'eſt à dire, avec des contreforts plus eſpais vers la muraille, que vers le rempart. Mais ſi on les fait de ceſte façon, ils ne peuvent eſtre de telle durée, car ſi la muraille vouloit pancher d'un coſté, ou le rempart de l'autre, alors la terre qui eſt entre deux ne les tient pas ſi fort enſemble. Quelques uns les font auſſi eſpez derriere que devant. Quelques autres pour prevenir ces incommodités, le font moins eſpés au milieu, où une moitié de la terre qui eſt entre deux contreforts joint la muraille & le rempart enſemble, & l'autre moitié devient plus eſtroite vers le foſſé, afin que la terre s'y tienne mieux unie ſi la muraille venoit à eſtre rompuë. Il y en a encore d'autres qui ne font point eſtat de faire une muraille au rempart & qu'on n'a fait cela pour autre commodité que pour l'opinion qu'on a que les pierres peuvent mieux reſiſter contre le canon que ne fait la terre, veu qu'au contraire la bonne terre fait meilleure reſiſtance que les pierres : mais que ſeulement il eſt muré pour eſtre tenu plus long temps en eſtat à fin qu'il ne tombe. Pour ce regard donc il n'eſt pas beſoin que nous prenions le ſoin de fortifier la terre deſtituée de murailles avec des contreforts plus larges vers le foſſé : Mais au contraire il les faut plus eſtroits & ſuivant ce deſein nous l'avons ainſi repreſenté au ſuſdit troiſieſme Chapitre. Ceux auſquels l'experience ou une raiſon plus ſubtile aura appris une meilleure methode, la pourront mettre en practique.

XVI. QUESTION.

Touchant les ſorties ou fauſſes-portes.

POurce qu'au temps paſſé il n'y avoit point de chemin couvert ſur les cayes les fauſſes-portes pouvoyent peu ſervir, de ſorte qu'une ou deux ſuffiſoyent en une grande fortereſſe. Mais comme on eſt venu à ſe ſervir de chemins couverts, on en a mis deux à chaque boulevart des fortereſſes qui ont un chemin couvert. Quelques uns ont fait la ſortie ou la porte de ladite ſortie au deſſous du flanc & pour y aller faiſoyent des degrés par dedans le boulevart. Il y en a d'autres qui ne font point de degrez, mais aiment mieux (ſur tout és fortereſſes qui ont les foſſez ſecs) un chemin qui devale ſans degrez pour y faire entrer de la cavallerie : Et ceux cy n'ont pas auſſi mis la porte au deſſous du boulevart, mais juſtement par dehors au coſté interieur de l'oreillon, comme il eſt declaré au deuxieſme Chapitre 22 article de l'Ichnographie, & auſſi en la cinquieſme figure.

XVII. QUESTION.

Touchant les Caſemattes.

PLuſieurs veulent que dans le foſſé entre deux boulevarts il y ait un petit mur & peu eſpais ayant pluſieurs canonnieres qui tirent en tous endroits. Contre cela, voicy ce qu'on dit : Premierement, que ce mur empeſcheroit l'eſcarpe du rempart inferieur de pouvoir eſtre nettoyée par les flancs qui luy ſont à coſté : Puis apres que delà on ne pourra avec l'artillerie empeſcher l'ennemy de ſe fortifier dans le foſſé : Tiercement, que les pieces qui tomberoyent de la courtine, accableroyent ceux qui ſont derriere ce mur. Autres deſirent qu'on face une caſematte au bout de l'oreillon, comme devant le coſté *l m* en la premiere figure du deuxieſme Chapitre : Mais à cauſe qu'il eſt trop petit & foible pour y mettre du canon à fin de s'en ſervir pluſieurs rejettent ce conſeil. D'autres (dont l'opinion m'agrée d'avantage) veulent avoir les caſemattes aux coings des cayes vis à vis de l'angle flancqué comme au lieu *b*, diſans que celles la ſont mieux defenduës & qu'on pourroit avec moins de peine de ce lieu là endommager long temps l'ennemy, car s'il advançoit au foſſé, on le moleſteroit par derriere & par devant.

Ils ſont auſſi d'advis qu'on ne face pas ces caſemattes ſi fortes, ni fort grandes à fin que s'il les falloit abandonner on les puiſſe mieux abattre ſans qu'elles rempliſſent beaucoup le foſſé, & auſſi à fin que les pieces rejalliſſantes puiſſent plus endommager l'ennemy. Il veulent auſſi que depuis ces angles juſques à l'angle flancqué du boulevart qui eſt vis à vis, & delà juſques dans la fortereſſe, on face des voûtes en terre deſſous le foſſé, pour aller & venir à couvert au long d'icelles depuis la fortereſſe juſques auſdites caſemattes.

Toutesfois d'autant que ces caſemattes ne ſemblent point eſtre parties de la fortereſſe, mais pourroyent ſeulement eſtre faites en temps de guerre en telle place & en telle forme que la neceſſité requiert, pourtant nous ne les avons point deſcrites en la pourtraicture du deuxieſme Chapitre, eſtimans que ceſtoit aſſez d'en faire icy mention.

CHAPITRE VII.

Traitant quelques queſtions des fortereſſes imparfaictes, à ſçavoir celles qu'on ordonne ſelon l'aſſiette du lieu & autres circonſtances.

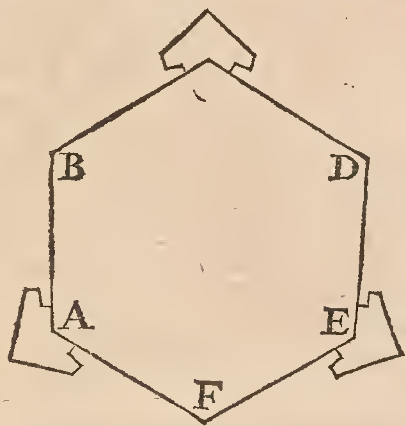
NOus avons deſcrit cy-deſſus la maniere de baſtir une fortereſſe parfaite de tout poinct, ſelon la maniere d'aujourd'huy : avec un Chapitre des principales queſtions qui peuvent eſtre propoſées touchant les fortereſſes parfaites. Mais pource qu'il arrive ſouvent que l'aſſiette du lieu & autres circonſtances ne permettent pas de faire tout ce qu'on voudroit bien, & que l'on eſt contraint de s'accommoder autrement. Nous recueillerons en ce Chapitre quelques queſtions là deſſus.

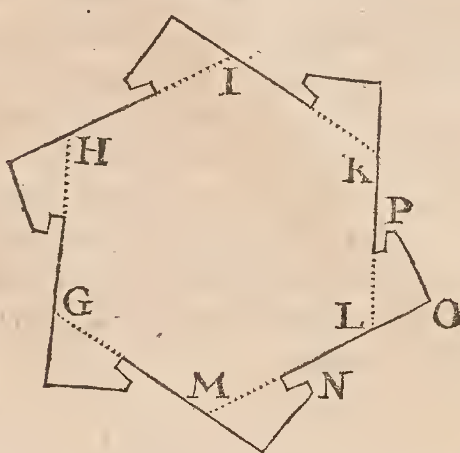
I. QUESTION,

Touchant les Demy-boulevarts.

POſons qu'on ait à baſtir une figure equilaterale hexangulaire inſcriptible au cercle, de laquelle on veut pour certaine cauſe nettoyer la grande courtine ſeulement d'un coſté. On demande lequel des deux eſt le meilleur, ou de faire trois boulevarts entiers, comme en l'hexangulaire A B C D E F, ou bien ſix demy-boulevarts, comme en l'hexangulaire G H I K L M ? (or je les

les nomme demy-boulevarts, pource que N O estant considerée comme une entiere grande courtine droite, il ne reste que O P pour la moitié d'un boulevart entier) les demy-boulevarts me plaisent plus pour plusieurs raisons. La premiere, pource que leurs angles flancqués peuvent estre rendus plus obtus ou moins aigus que non pas aux entiers : Ou si on les fait egalement aiguz alors le demy-boulevart pourra estre nettoyé de bien plus pres par la grande courtine. Secondement, la courtine du demy-boulevart peut ainsi bien mieux estre nestoyée pour ce qu'il n'est pas necessaire de tirer si fort de travers par dessus le parapet de la grande courtine : Car de tirer si fort de travers n'est pas si bon pour se deffendre & le lieu est assez mal propre pour y faire des canonnieres. Tiercement, on peut avoir plus d'espace sur les gorges des demy-boulevarts pour y mettre des cavalliers, ou hauteurs. On peut adjouster à cecy que les demy-boulevarts conviennent mieux aux figures dont les angles sont impairs que ne font les boulevarts entiers; à sçavoir quant selon la maniere susdite on ne veut nettoyer chaque grande courtine que d'un costé. Comme pour exemple, trois boulevarts entiers en un pentagone sont trop : pource que contre l'intention il y a une courtine pouvant estre rasée de deux costés. Mais deux sont trop peu, car une grande courtine y demeureroit sans pouvoir estre nettoyée.





N o t e z.

Toutes les forteresses dont la grande courtine ne peut estre nettoyée que d'un costé soit du flanc d'un demy ou entier boulevart n'est pas bien defenduë. En partie d'autant que ni la courtine des merlons n'y la courtine du boulevart ne peut estre bien defenduë de dessus la grande courtine à cause de la pente de leur parapet, comme plus amplement est declaré au sixiesme Chapitre, deuxiesme question, deuxiesme article. D'autre part pource que la grãde courtine mesme à un espace qui ne peut estre defendu comme nous avons monstré au sixiesme Chapitre, huictiesme question, au deuxiesme article du premier exemple.

II. Qvestion.

Pour fortifier les remparts avec des angles obliques ou internes.

I. Exemple.

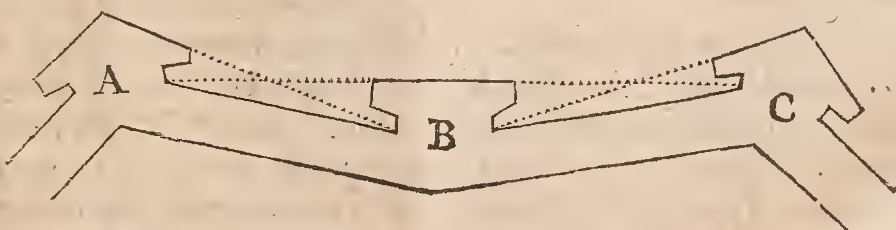
Soit un rempart A B C avec un coing interieur au milieu de la place B, comme s'ensuit :



Je presuppose qu'il se faille accommoder a cet angle recourbé pour y mettre un boulevart en la meilleure façon qu'il est possible de l'y faire. Je dis que tels coins interieurs ont une incommodité pour y pouvoir mettre des boulevarts plus forts (comme icy est le boulevart B) qu'aucune autre forme equilaterale inscriptible au cercle & aussi plus fort qu'en un rempart tout droit; le boulevart B est meilleur qu'un des deux A C, & cecy pour deux raisons : La premiere tout le costé par devant du boulevart B est veu & defendu de chaque boulevart d'un costé & d'autre A & C, ce qui ne peut estre au regard de A & C. Car leurs faces ne peuvent estre rasées que d'un costé. Secondement, pour ce que le boulevart B n'a point d'angle poinctu en dehors comme un autre, on ne luy peut endommager ni rompre son angle n'estant pas poinctu en dehors.

II. Exemple.

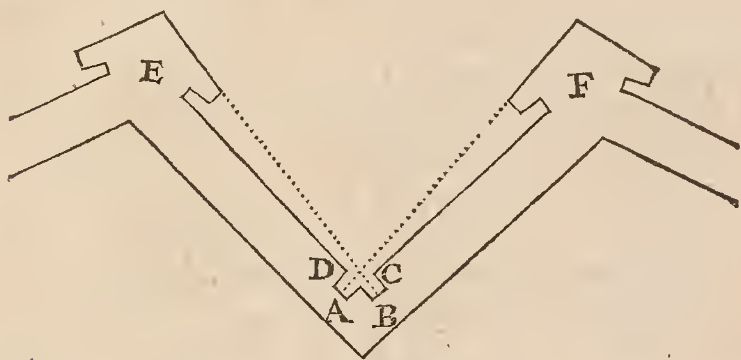
Et pour declarer plus parfaictement le commun naturel du flancquement. Remarqués que quant le coing est mis en telle forme que le devant du boulevart peut estre tout entier tiré en droite ligne, comme ceste deuxiesme platte forme represente (tel est à Malte le boulevart de *S. Barbara*, suivant les figures qu'on en trouve imprimées) telle forme est la plus forte qu'on puisse donner à un boulevart, car la face de devant peut estre rasée tout entiere parfaictement de deux costés. Pourtant si quelqu'un venoit à penser que le boulevart du milieu n'a pas la forme requise d'un boulevart, pour ce qu'il n'a pas par devant un angle avancé en dehors, il semble qu'il s'arreste plus à la mode qu'à la raison qui doit faire la mode.



Mais encor que nous ayons dit que ceste forme est la plus forte de toutes celles qu'on pourroit donner à un boulevart : Il ne faut pas pourtant que vous imaginiez qu'il soit loisible d'en faire toutes les fois que vous voudrés és places, où vous designerés à vostre volonté des remparts. Car pour une de ces formés là, il faudroit que les autres boulevarts fussent plus foibles estans necessairement plus aigus ou moins obtus, ce qui ne donneroit aucun advantage ; d'autant qu'un ennemy rusé laisse les places les plus fortes, & attaque les plus foibles. Puis apres c'est que l'on comprend ainsi moins de place avec plus de rempart.

III. Exemple.

Les angles internes des remparts estans assez aigus ou peu obtus peuvēt estre aussi fortifiés sans boulevarts, à sçavoir avec des angles flancquans en tenaille bastis outre le parapet dans le rempart comme cy-dessous, se voyent deux angles flancquans A, B, nettoyans la grande courtine l'un de l'autre, & les faces des boulevarts. Les Italiens appellent ceste maniere de fortifier *à forbici*, & les François *en tenaille*, les Flamans *tange-vvijs*, pour ce que cela à la façon d'une tenaille.



Ces angles interieurs flancquans sont quelque fois voûtés : Mais remarqués en bien les defauts, suivant les angles flancquans voûtés dont est fait mention en la septiesme question du sixiesme Chapitre, dont ceux cy ne peuvent estre garantis.

Les angles interieurs fort obtus des remparts, ne sont pas si commodes que les autres pour fortifier avec des angles flancquans en tenaille : pource que les angles comme C & D, advançans en place d'oreillon demeurent trop aigus & foibles. Pourtant on pourroit pour le plus expedient y faire un boulevart, selon la maniere du premier ou deuxiesme exemple.

Combien que ceste façon de fortifier soit belle en apparence, & qu'elle puisse servir quant la necessité nous y contraint, ce neantmoins il ne faut pas à son plaisir l'ordonner, comme veulent aucuns, és places où l'on en a la liberté. Car si d'aventure il y avoit une courtine droite depuis le boulevart E, jusques au boulevart F, elle seroit cause qu'il y auroit des angles plus obtus à ces boulevarts. Secondement, cela cousteroit moins que ces deux icy. Tiercement, elle comprendroit plus d'espace.

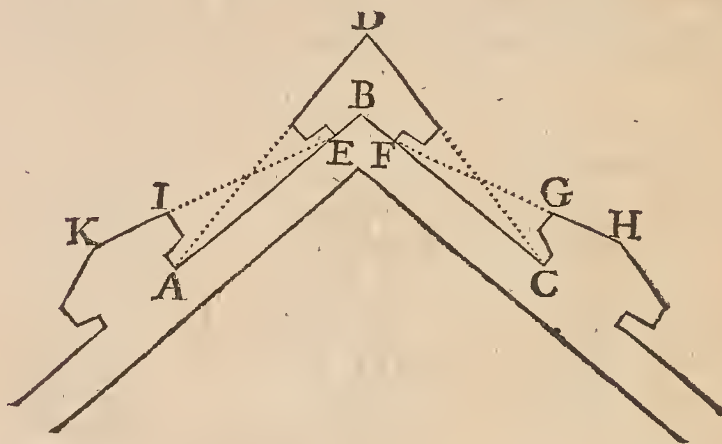
III. Qvestion.

De la fortification des remparts ayans des angles exterieurs.

I. Exemple.

Quant il se faut accommoder aux angles exterieurs, il y peut avoir des considerations diverses, selon la commodité qu'ils ont, estans ou aigus ou obtus avec quelques autres circonstances. Si d'aventure un angle comme A B C, estoit si obtus ou si peu aigu que l'on y puisse mettre un boulevart convenable au devant, duquel l'angle flanqué comme D demeurast assez obtus ou peu aigu, & si outre cela la longueur des courtines A E, C F, peussent permettre un tel boulevart, il vaudroit mieux alors y en faire un que de n'y en point faire du tout, & ce pour trois notables raisons.

Premierement, c'est que par ce moyen les courtines, qui sont entre deux boulevarts, comme A E, C F, peuvent estre nettoyées de deux costez, au lieu que sans le boulevart B D, l'une & l'autre ne peut estre nettoyée que d'un costé.

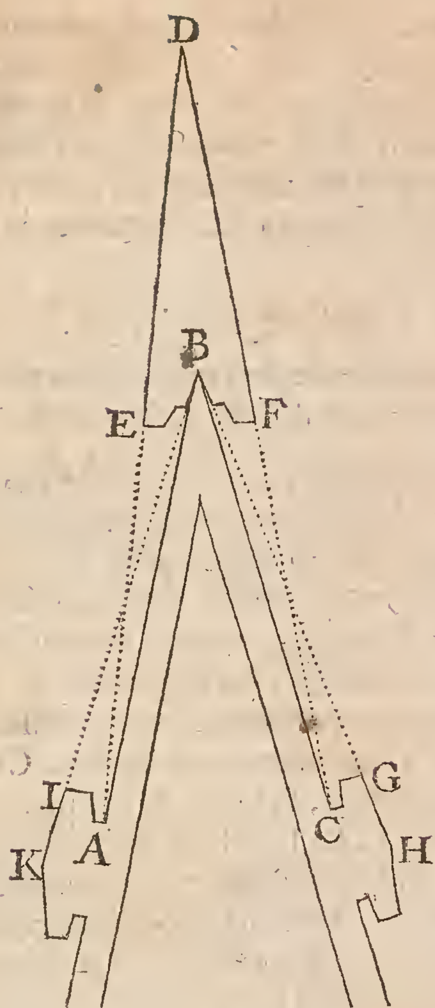


Secondement, les deux faces G H, I K des deux boulevarts, peuvent estre nettoyées de leurs flancs, au lieu qu'autrement elles devroyent estre nettoyées de quelque place de la courtine entre A E, & entre C F. Or ce nettoyement n'est pas si bon, si bien qu'à cause de la pente de la grande courtine, on ne peut voir une partie de la face du boulevart, n'y mettre commodement des canonnieres de travers dans la grande courtine, comme il est declaré plus amplement au sixiesme Chapitre, deuxiesme question, deuxiesme article, & aussi au sixiesme Chapitre, huictiesme question, deuxiesme article du deuxiesme exemple.

Tiercement, quand les faces G H, I K du boulevart sont nettoyées du milieu, ou de quelque autre poinct des grandes courtines A E, C F, il faudroit tirer les faces desdits boulevarts vers ce milieu, ou autre poinct, & ainsi les angles H & K des boulevarts deviendroyent plus aigus, ou moins obtus, & consequemment plus foibles.

II. Exemple.

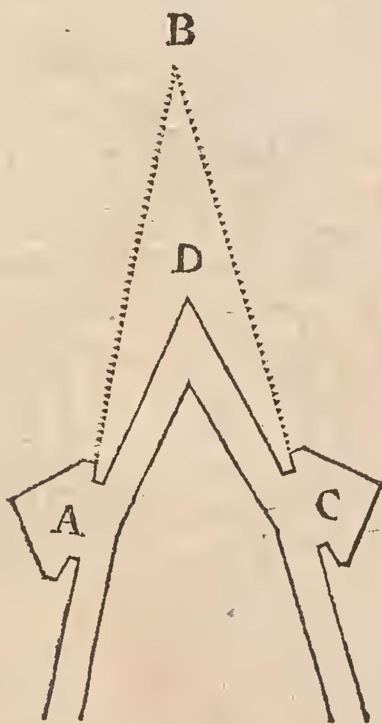
Posons maintenant que l'angle exterieur A B C soit beaucoup plus aigu que le precedent, sur lequel il faut tracer un boulevart, duquel les flancs & oreillons ayent leur largeur & espaisseur requise, alors l'angle flancqué D se fait trop aigu, non seulement pource qu'avec le temps on le pourroit abbatre avec le canon : mais aussi à cause qu'il est si estroict qu'on le perceroit de chaque coup de canon, à cause de l'obliquité des escarpes ayans leur hauteur convenable. Il peut aussi arriver que les deux faces E D & F D (si on baille aux flancs & aux oreillons leur conuenable largeur & espaisseur) se rencontreront paralleles l'une à l'autre ou que tant plus elles seront prolongées, tant plus elles selargiront, & en tel cas il est impossible de faire un boulevart convenable sur l'angle B. De sorte que si l'on ne veut changer ni le rempart ni l'angle A B C, il seroit meilleur de laisser sans boulevart l'angle B, lequel est moins aigu que l'angle D, que de faire un boulevart si defectueux tirant les faces G H, I K, des deux autres boulevarts nettoyables de quelque poinct entre A B & entre C B. Car encor que les courtines entre C F & A E, soyent autrement nettoyées des deux costez ; si est ce que l'on feroit



seroit (outre le defaut qu'à le boulevart estant si fort aigu) deux faces, à sçavoir F D, E D, si extremement esloignées, que l'artillerie ne sçauroit advantageusement porter depuis C jusques au bout D.

III. Exemple.

Mais si d'aventure l'angle B peut estre racourci, alors il y a plusieurs methodes pour mieux faire. Premierement, l'angle qui auparavant estoit B, estant transporté au lieu D, cõme cy-dessous, alors l'angle ADC est bien

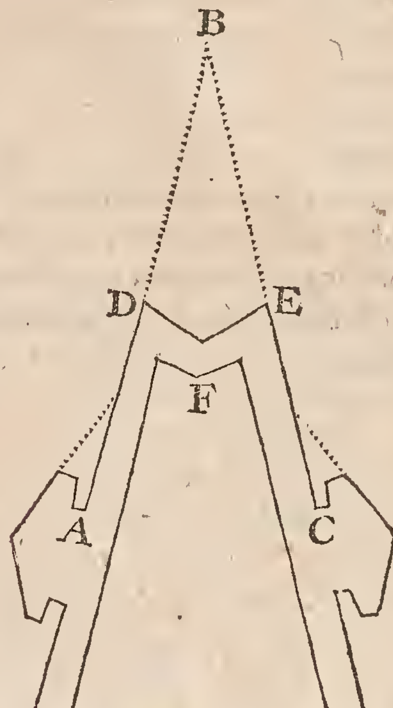


meilleur que l'angle A B C pour demeurer sans boulevart. Ou si d'aventure l'angle B estoit assés obtus, on y pourroit mettre un boulevart, comme au premier exemple, si la place le permet, c'est à dire si les grandes courtines n'en estoyent pas trop courtes, & que les trois boulevarts ne fussent point trop pres l'un de l'autre, ce qui seroit cause sans doute non seulemẽt qu'on despendroit beaucoup pour la defence de peu de remparts, mais aussi que les boulevarts ne seroyent pas bons ayans l'angle trop aigu.

Si l'on desire que les trois susdits boulevarts, comme A, C, & celuy qu'on voudroit avoir en D, soyent d'egale force (comme il est raisonable de faire, si ce n'est que les circonstances donnent plus d'avantage à l'un qu'aux autres) il faudroit approcher le poinct D si pres de A C, que leurs angles flancqués fussent egaux. Car si quelqu'un des boulevarts estoit plus obtus, il faudroit que l'un des autres fut plus aigu, ce qui seroit incommode. Outre cela trois boulevarts d'angles egaux ont plus de contenu, si on regarde la proportion de la grandeur de leur superficie à la longueur des remparts.

IV. Exemple.

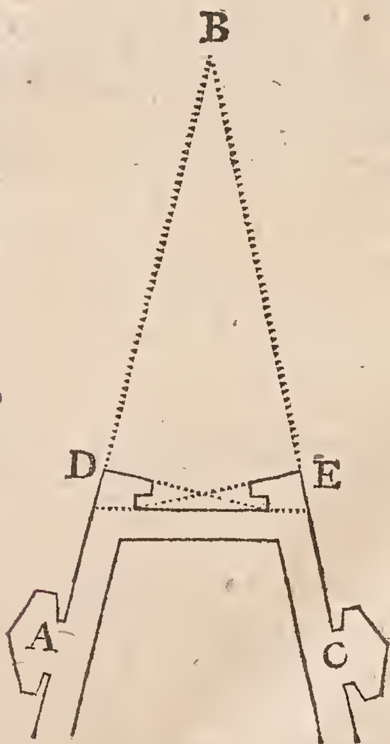
On peut encor changer convenablement l'angle aigu A B C, en deux angles egaux plus obtus, ou moins aigus, comme cy-dessous, les deux angles D E, faisans un



angle interieur F, lequel peut estre fortifié avec un angle flancquant en tenaille. Selon la maniere du deuxiesme exemple de la deuxiesme question. Puis on peut laisser les angles D, E, sans boulevarts, soit entiers soit demy-boulevarts, si la commodité de la longueur des courtines & autres circonstances le permettent.

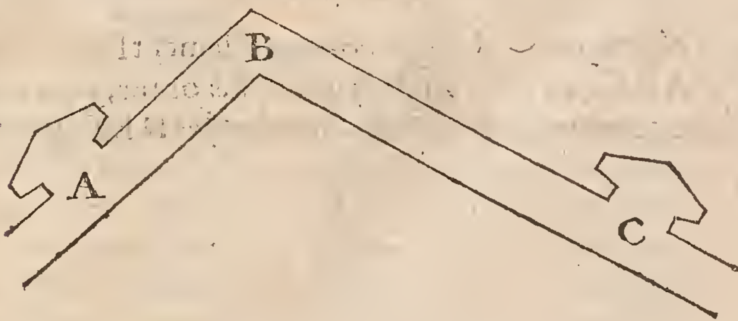
V. Exemple.

On peut encor autrement racourcir l'angle A B C avec une ligne droite DE, laquelle face deux angles obtus, à sçavoir A D E & C E D; pour y mettre deux boulevarts entiers si la commodité du lieu le permet, & non pas deux demy-boulevarts comme cy-dessous:

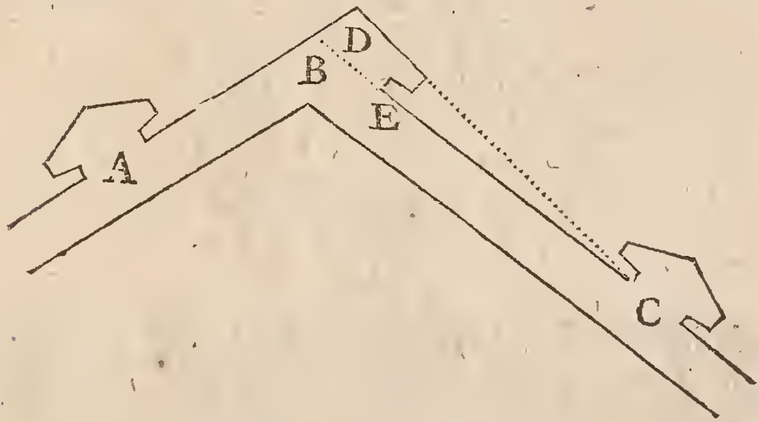


VI. Exemple.

POsons qu'il y ait un rempart avec un angle exterieur ABC, & deux boulevarts A C: Mais tellement que le boulevart A, soit bien pres de B, & le boulevart C, esloigné du mesme boulevart B, à cause dequoy on desire faire un boulevart à B, de telle sorte que la courtine B C racourcie puisse estre nettoyée d'une part & d'autre. Mais ce boulevart estant là mis, la courtine A B qui maintenant n'estoit pas asse longue, sera encor plus courte.

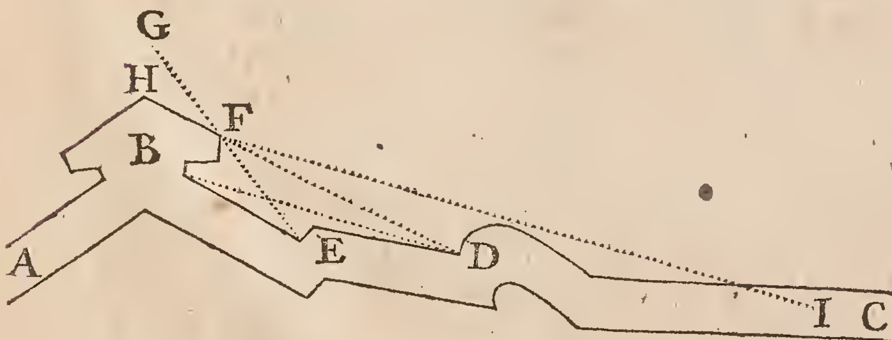


Pour donc remedier à ces deux incommodités, on pourra plus commodement mettre un demy-boulevart à l'angle B, cõme cy-dessous: car par ce moyen on alonge la courtine A B de B D, & la courtine B C est racourcie de B E.



VII. Exemple.

SI d'aventure il falloit mettre un boulevart en quelque endroit au devant d'un vieux rempart ou d'une porte, comme il arrive en plusieurs lieux, alors on doit prendre garde aux prochaines poinctes ou angles du rempart, s'il y en a, & tirer les faces du boulevart vers lesdits angles, ou poinctes, d'où lesdites faces pourront estre aisement nettoyées, en sorte neantmoins que l'angle flancqué soit assés obtus. Prenés par exemple qu'il y ait un rempart A B C auquel il faut avoir un boulevart en la place B, lequel rempart à deux poinctes D, E. Posés maintenant que la poincte E soit si proche de B, que si de là on tiroit la courtine du boulevart, il faudroit qu'elle vint de F jusqu'à G, ce qui feroit un boulevart avec un angle trop aigu. Posés encor que I en soit si esloigné que le canon n'y puisse pas bien porter:

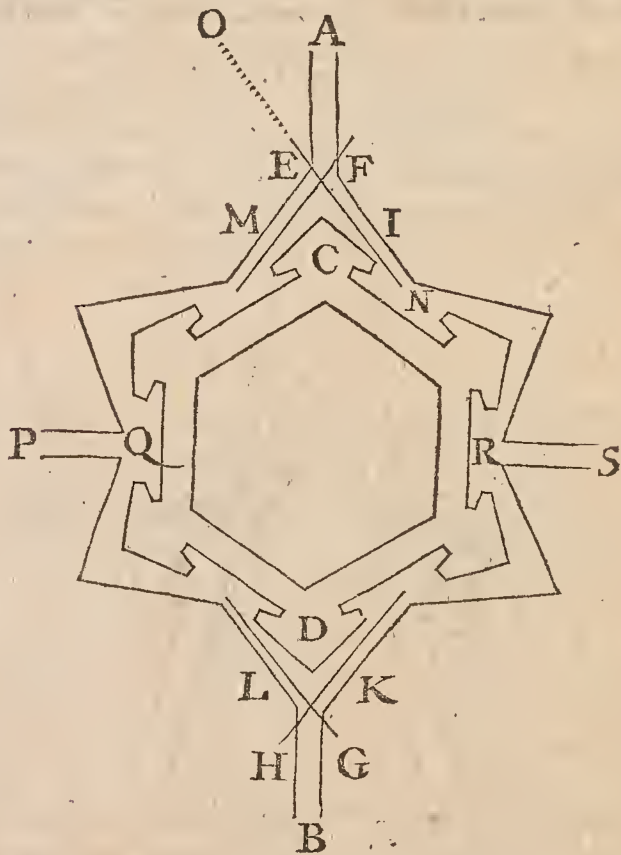


Mais la poincte D est (comme je pose) en une distance convenable de B, & sa ligne D H fait un bon angle assez obtus au boulevart, s'il est ainsi, la face F H du boulevart est meilleure estant tirée & nettoyée de la poincte D, que d'aucune autre place. Car puis que le poinct I est trop loing, le parapet ne pourroit assez bien defendre en travers, comme il est plus amplement declaré au sixiesme Chapitre deuxiesme question deuxiesme article: mais en la poincte D vous pouvés, si vous voulés, faire un flanc convenable, avec des canonnieres par lesquelles on peut bien nettoyer la face F H du boulevart.

IV. Qvestion.

Touchant les rivieres, ou canaux propres pour l'entrée & sortie des fossés d'une forteresse.

IL arrive en plusieurs lieux, que d'un costé de la forteresse il se rencontre une riviere ou canal avec les fossés, sortant par un autre costé. Icy la question est touchant l'entrée & la sortie. Quelques unes sont vis à vis les angles flancqués, comme cy-dessous les canaux A, B, vis à vis des angles des boulevarts C, D. Mais les chemins couverts (à sçavoir des forteresses qui en ont) sont par ainsi à descouvert & en danger. Car quelqu'un estant és places de E, F, G, ou de H, peut voir les chemins couverts I, K, L, M, d'un bout à l'autre. C'est pourquoy l'ennemy de telles places comme E, F, G, H, tire en droite ligne tout au long d'iceux, comme O N, & y ayant fait des forts les assiegés n'en peuvent tirer aucun service. Mesmes estant un contre un il y a plus de seureté & d'advantage en la place E, ou en la ligne E O, que dans le chemin couvert I. Car en E, ou en la ligne E O, on a la campagne pour se retirer au long & au large: mais au chemin estroict I, on peut estre nettoyé depuis un bout du chemin jusques à l'autre sans qu'on se puisse retirer ou gauchir d'un ou d'autre costé. Pour remedier à ce defaut, il faut ordonner une plus commode entrée & sortie du canal vis à vis le milieu de la grande courtine, comme les canaux des places P Q, & R S.



Considerés, que si d'aventure l'eau qui entre, avoit sa source d'un pays haut en sorte que la pluye & la neige la fit deborder, amenant quant & soy quantité de bouë, sable, & tels amas, & qu'ensuite de cela, la quantité de l'eau coulast aupres des fossés, & devint si basse, que son cours se fist trop lent, & presque point remarquable, pour ne pouvoir retenir une juste profondeur, au contraire se remplissant tousiours: En tel cas il seroit bon de faire un petit conduit d'eau traversant le fossé par le milieu

milieu de la forteresse, pour detourner les ordures qui rempliroient le fossé. Mais si la riviere estoit si grosse & forte, qu'elle emportast avec soy ses ordures, & qu'ainsi elle laissast durer la profondeur du fossé, il ne seroit pas besoing de faire un tel conduit d'eau.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser que le lieu de ceste cinquiesme question, conviendroit aussi bien au precedent sixiesme Chapitre, és questions des forteresses accomplies, qu'en ce septiesme Chapitre, és questions des forteresses imparfaites. Il faut qu'il sache là dessus qu'en ces precedentes forteresses accomplies nous entendions des forteresses qui ont les fossés secs pour donner des exemples de flancs de trois lieux, qui nettoyent le fond du fossé. C'est pourquoy il nous à semblé que cest exemple conviendroit mieux icy.

V. Question.

Touchant les hauteurs qui peuvent incommoder, & doivent estre hors la forteresse.

Si hors de la place, qu'on desire fortifier, il y a quelque hauteur qui puisse incommoder, laquelle pour quelque autre incommodité on ne vueille pas enclorre dans la forteresse; alors quelques uns estiment qu'il seroit expedient de faire un boulevart vis à vis de ceste hauteur incômode. Il y en a d'autres qui veulent qu'au devant d'icelle on accommode le milieu de la grande courtine, disans que cela vaut mieux qu'un boulevart: La raison est qu'elle est defenduë avec deux flancs, au lieu que chaque face du boulevart est defenduë seulement d'un costé, ce qui n'est pas sans raison: Mais si d'aventure il y avoit un cavallier eslevé sur le boulevart selon la façon declarée cy-dessus au deuxiesme Chapitre, à fin de commander avec iceluy sur la hauteur incommode, il semble de prime abord que cela seroit advantageux.

Jusques icy nous avons discouru touchant les demy-boulevarts, la fortification des remparts avec desangles internes & externes, les sorties & entrées des rivieres par des canaux, & des hauteurs incommodes qui doivent demeurer hors d'une forteresse. Pour ce qui touche le reste, à sçavoir quand on ne peut suivre les regles generales des forteresses accomplies, pour d'autres empeschemens, nous en toucherons un mot: C'est qu'il faut approcher des parfaites le plus qu'on pourra disposant le nettoyement autant à l'advantage de la forteresse & la couvrant si bien au desadvantage des ennemis, que les circonstances le permettront. Mais puis que cecy est dit trop generalement on desireroit encor une maniere & declaration adressant plus particulierement comment on doit faire. Là dessus on dit que la forme des lieux esquels on peut faire des forteresses accomplies est simple: mais que les diverses formes des autres sont (par maniere de dire) infinies, cest pourquoy qui commenceroit à l'entreprendre seroit capable de commencer un ouvrage infini. Il me plairoit fort qu'on assemblat tous les pourtraicts mis en lumiere par diverses personnes de forteresses semblables diverses & notables, qui se trouvent en effect en diverses places, avec une declaration en Flaman des choses qui selon le temps present est bien ou mal: mais je craindroy qu'il ne fallust finalement que les imprimeurs vendissent leurs papiers aux Apothicaires pour en envelopper leurs epiceries: ne sçachant combien long temps nos Flamans aymeront mieux dire, à la façon des papegais, *contrescarpe, flancquer, sapper*, que comme les gens d'esprit & qui ont du sçavoir dire *cabeschoeysel, strijcken, graven*, &c.

Laissant ces choses à part; nous mettrons au lieu de tels exemples particuliers, quelques questions generales touchant les advantages ou desadvantages qui sont en diverses situations des places où l'on veut avoir des forteresses, comme des plattes campagnes, pays de montagnes, pays secs & humides, & tels autres, sans toutefois conclure qu'elle assiette est la meilleure: car le pour & le contre des deux costez est si douteux que l'on ne sçait qu'en juger. Le profit que l'on peut recevoir de ces questions irresoluës, est, que quiconque voudra discourir touchant les assietes des forteresses, ou en donner des raisons, ou desirera ordonner en quelque lieu une forteresse, trouve icy en bref un recueil des advantages & desadvantages qui luy peuvent survenir, comme aussi ce qui pourroit estre expedient en l'architecture, & cela sur les diverses opinions des Autheurs, qui pour le present sont estimés y estre tres-bien versés desquels j'ay recueillis briefvement ces questions.

Nous commencerons donc par les forteresses sur pays plat & uni: Mais puis qu'il y en a de deux sortes, aucunes sur des hauteurs lesquelles ont leur egalité quelque fois de quelque vallée insensible (je parle d'egalité fort justement horizontale) d'autres qui reçoivent leur egalité au bas des rivieres, ceste derniere sorte doit estre icy principalement descrite, cest pourquoy je declareray premierement la façon de leur debordement, à fin que par ceste cognoissance les desseins des Architectes, & semblables choses appartenantes aux terres qui pourroient servir à cecy soyent plus aisées à cognoistre.

Il faut sçavoir que l'eau de pluye & encor l'eau de neige fonduë tombe en grande abondance des lieux hauts és lieux bas, d'où finalement elle se degorge dans les rivieres, y apportant quant & soy de la terre, de l'argille, de la bouë & telle matiere qu'on voit descendre avec l'eau des montagnes & pays hauts. Et pource que ceste eau espaisse des rivieres s'eleve fort pour la grande abondance qui y devale, elle coule à travers la basse campagne d'alentour. Cest pourquoy le fleuve venant à s'elargir, il perd la force de son cours qu'il avoit estant estroict, & pourtant devenant fort coye, la matiere d'argille & de bouë occupe le fond, dont puis apres l'eau ne coulant que tout doucement, la terre se hausse de plus en plus. Cest accroissement arrive en deux sortes de places, l'un icy és prairies qui sont des deux costés des rivieres, l'autre aux emboucheures des rivieres lors qu'elles trouvent un lieu large & aboutissent en la mer: car aussi l'eau des rivieres perdans là la rapidité de leur cours, laissent au fonds la matiere espaisse. Cest ainsi que la Hollande est accruë (comme on peut juger des autres semblables pays) à l'emboucheure du Rhin par la matiere qu'il à apporté d'en-haut. Ayant tellement nettoyé avec le temps la terre en haute Allemagne par la pluye & les neiges, que finalement en plusieurs endroits il n'y est resté que dures pierres des rochers tous secs, côme les Alpes d'où ceste matiere est devalée: Et la Hollande avec quelques prairies joignant le Rhin ont reçeu ces accroissemens & en reçoivent encor d'an en an. Et comme le Rhin est grand, venant d'un pays grand & lointain, à aussi de grands accroissemens, ainsi voit on les petites rivieres, mesmes les fonteines desquelles l'eau estroicte au commencement n'a qu'un pied de largeur, ont leur petit accroissement, grand selon la situation du pays, leurs ordures s'en vont à val avec la pluye & l'eau de neige. De ces petites fonteines, nous avons dequoy apprendre en ceste affaire. Car comme avec des boules figurées que nous tournons & renversons comme nous voulons, on par-

parvient aisement à la cognoissance de l'idée de la grande boule de l'univers : Ainsi par des petites fonteines (desquels nous detournons & faisons aller leur cours comme il nous plaist, & nous servent comme de quelque instrument à laver & nettoyer, faisant un peu plus loing des petits bancs de sable, allieurs assemblant la bouë, & choses semblables) nous venons aisement à la cognoissance de la nature & proprieté des grands fleuves.

Mais pour parler plus amplement de la Hollande, sçachez qu'au temps passé le Rhin passoit par Leide aupres du Chasteau Breton en la mer, alors le grand acroissement de Hollande estoit à l'emboucheure du Rhin en ceste place, tellement que ceste maison estoit quelques lieuës esloignée de l'Ocean. Mais puis apres par une grande tempeste à l'endroit du Rhin (comme cela arrive en beaucoup d'autres lieux) vint un banc de sable qui le boucha si bien, qu'il a esté contraint de prendre sa course vers Utrecht dans le Lecque, ayant trouvé passage aupres de la Brile & Goederede : tel a esté de ce temps-là jusqu'a maintenant le grand acroissement de Hollande en cest endroit, si abondant, qu'en certains endroits le pays est fort eslevé tant avec des digues que sans digues esquels il y a encor des hommes qui se souviennent y avoir passé avec des grands bateaux. Et ce pays acreu, joignant le Chateau Breton, n'ayant plus la nourriture accoustumée de la matiere qui devalloit, par le lavement continuel de l'Ocean, s'est escoulé tellement que le fondement de ceste maison est maintenant par delà les dunes & montagnes de sable dans la mer. Et comme il y a encor un semblable accroissement à l'emboucheure d'une partie du Rhin aupres de la Brile se dechargeant dans la mer, aussi y a il un pareil accroissement à l'emboucheure de l'autre corne du Rhin, qu'on appelle Issel, qui se va rendre dans la mer Australe aupres de la ville de Campe. Tellement que la mer Australe avec le temps sera un jour un pays, comme elle estoit anciennement, par lequel le Rhin passera comme il fait maintenant par le pays d'Over-Issel. Et quant la mer Australe sera remplie, alors son accroissement (pourveu que comme nous avons dit la riviere ne se destourne point ou que par une grande tempeste il n'arrive une nouvelle breche des montagnes de sable) prendra sa sortie du Texel & Flielant : Car encor que l'Ocean semble gagner ceste place, cela pourtant n'arrivera point tant que l'emboucheure du Rhin apportera là son accroissement. Et si quelqu'un ne peut advouër cecy, cest pource qu'il en ignore la cause ; car si long temps qu'il y aura de la matiere venante du pays haut, lequel se diminuë, il faut qu'un autre s'accroisse. Voila l'origine du mouvement terrestre, dont Aristote a fait mention, lequel, comme les autres Elemensr a une succession continuelle devenant terre ce qui paravant n'estoit que mer (comme en font foy les coquilles de Mer qui se trouvent en terre fort loing de la mer) & devenant mer, ce qui estoit auparavant une terre. Quant à ce qui est de quelques rivieres ou fonteines, lesquelles entre leur source & la mer courent par les rochers & fonds graveleux, & n'ameinent avec eux aucun accroissement à leurs emboucheures, quant elles se rendent en la mer, mais que tout au contraire il y fait tres profond comme entre les rochers de Norwege & semblables places. On en peut donner une bonne raison & aisée à comprendre : Car quand toute la matiere des pays hauts, qui fait maintenant accroissement sera une fois toute emportée par le courant des pluyes & des neiges, & que les alpes se trouveront dans la mer, comme sont maintenant les rochers de Norwege, alors on verra que la mesme chose y arrivera. Nous pourrions bien encor icy rapporter comment & pourquoy en diverses places il ne s'assemble que du sable, en d'autres des cailloux & des pierres, en quelques endroites de la bouë molle, en d'autres de l'argille dure, avec telles autres circonstances : Mais considerant que j'en ay assez dit pource qui peut concerner les forteresses, nous n'en parlerons plus.

Ayant donc ainsi declaré la façon de l'accroissement des pays bas, leurs proprietés generales en peuvent estre coguuës par les causes : & s'ils n'avoyent pas des digues, ils seroyent submergés, par les plus grands fleuves, ainsi qu'il advient communement au Primtemps (en quelques endroits de l'Europe aux pays qui ne sont pas plus Meridionaux que l'Egypte) car si d'aventure le contraire arrive, à sçavoir que les hautes rivieres n'entrainassent pas la terre pas dessous, il faudroit dire que ces hautes rivieres la auroyent fait des accroissemens aussi hauts, ou plus hauts qu'elles sont elles mesmes, ce qui ne peut estre absolument en ce seul regard. Je dis en ce seul regard, d'autant que pour declarer les exceptions il faudroit un plus grand discours que nous n'avons deliberé d'escrire icy. Secondement, puis que cela est notoire, pourquoy est ce que telles terres sont si uniës voire paralleles à la superfice de l'eau. Tiercement, pourquoy est ce qu'elles sont grasses. Quartement, pourquoy est ce qu'elles sont ordinairement aupres de quelque riviere : Je dis ordinairement, en partie pource que les rivieres quelques fois si debordent, en partie à cause qu'en plusieurs places il vient beaucoup d'accroissement qui ne dure seulement que jusques à ce que l'eau de pluye, ou de neige, soit ecoulée. Ce qu'estant entendu nous viendrons à l'application.

VI. Question.

Touchant les advantages & desadvantages des forteresses sur un pays plat ayant accroissement.

Advantages.

Premierement, on y a abondance de bonne terre grasse pour en faire de bons remparts & des cavalliers.

2. On peut mener aisement par la riviere à peu de frais tout ce qui est necessaire pour bastir la forteresse, comme aussi tout ce dont les citoyens ont affaire.

3. C'est un terroir fertile lequel estant labouré donne abondance de vivres pour les habitans de la forteresse.

4. Quand la riviere monte plus haut que les terres, on peut noyer tout le pays ouvrant des escluses ou rompant les digues pour perdre l'armée de l'ennemy.

5. Il n'est pas si suiet à estre miné, en partie pour ce que la terre est aquatique : en partie pour ce qu'on peut voir de loing ceux qui minent.

6. On y peut faire la forteresse de telle forme qu'il plaira, & plus accomplie qu'es autres places.

7. L'ennemy a de la peine de s'y cacher & couvrir pouvant estre incommodé de loing.

Les desadvantages.

Premierement, les 2, 3, & 4 articles peuvent estre aussi au desadvantage de la forteresse. Pour le premier, si la terre est bonne pour faire de bons remparts, boulevarts & cavalliers, elle est aussi bonne à l'ennemy pour faire de bons forts, parapets & hauteurs.

2. Si

2. Si on peut aisement amener par la riviere toutes choses necessaires pour bastir la forteresse, & tout ce qui est de besoing aux habitans, aussi pourra l'ennemy aisement amener avec peu de despens tout ce qu'il faut à son armée.

3. Les vivres viennent aussi fort bien à poinct à l'ennemy pour entretenir son armée.

4. Quant à ce que les assiegés peuvent noyer le pays pour leur advantage, aussi peut l'ennemy se faire maistre de la digue, & noyer le pays au desadvantage des assiegés quand il luy plaira, les reduisant par ce moyen à l'extremité avec peu de gens, & avec la plus grande partie de son armée songer à quelque autre execution.

5. Une telle forteresse (si ce n'est que l'eau empesche) peut estre assaillie de tous costez.

6. Elle couste beaucoup pour ce qu'il faut qu'elle ait de grands cavalliers sur les boulevarts & grands fossés, où il n'y a pas tant d'advantage que sur une montagne.

7. Le fondement est si mol qu'il peut bien arriver qu'un boulevart ou rempart enfonce qui ne pourroit pas estre redressé en peu de temps & à peu de frais.

VII. Question.

Touchant les advantages & desadvantages des forteresses sur les montagnes.

Advantages.

Premierement, elles sont asseurées à l'encontre des profondeurs & vallées inegales, contre la cavallerie, les tranchées, & grosse artillerie.

2. S'il y a assez de terre la forteresse peut estre achevée plustost & à moins de despens qu'au pays plat, car elle ne requiert pas de si grands fossés, boulevarts, ni cavalliers, au lieu desquels elle mesme peut servir.

3. Il faut que l'ennemy s'en esloigne fort, d'où vient que le secours des uns ne peut si bien à temps aider les autres.

Desadvantages.

1. Les profondeurs inegales d'alentour & les vallées, comprises au premier article, peuvent aussi tourner à l'advantage de l'ennemy, pour y venir à couvert par les lieux bas & la surprendre inopinement par assaut.

2. Toutes les necessités pour bastir soit pour soustenir le siege n'y peuvent estre transportées qu'avec grand peine & despens.

3. Les hauteurs ont d'ordinaire faute d'eau.

4. Elles sont suietes à estre minées.

5. Elles reçoivent du dommage de la pluye, pourtant la terre ordinairement n'est pas la si bonne qu'en un pays plat, qui reçoit accroissement, & aussi pour ce que l'eau de pluye demolit grandement.

6. Les Architectes n'y peuvent pas choisir telle forme qu'il leur plaist; mais Il faut qu'ils s'accommodent à l'assiete du lieu, prenant plus de place qu'il n'ont de besoing, on moins qu'il seroit necessaire.

VIII. Question.

Touchant les advantages & desadvantages des forteresses environnées de la mer.

Advantages.

Premierement, quant elles sont esloignées de 1500 pieds de terre, elles sont garanties du canon.

2. Elles sont asseurées contre les tranchées.

3. Elles sont seures contre les assauts, car on ne peut empescher qu'elles ne reçoivent bien tost du secours.

4. Elles ne requierent point de boulevarts de grands fraiz.

5. Elles n'ont pas besoing de beaucoup de provisions de bouche, de guerre, ni de gens veu qu'on y en peut aisement porter.

6. Elles ne peuvent pas estre beaucoup incommodées du canon ou navires, car elles sont foibles & inconstantes à cause de l'agitation de la mer, mais plustost les navires peuvent estre endommagées.

7. On y peut tenir des navires pour la garde de la forteresse & mesmes pour molester l'ennemy.

8. On en peut faire une ville marchande, & y entretenir aussi des gens de mestiers & de trafique.

Desadvantages.

Premierement, elles n'ont pas les bornes si commodes que sur terre ferme, à cause qu'on n'en peut pas tousiours sortir librement.

2. La cavallerie y peut estre peu profitable & on auroit de la peine à l'y faire passer.

IX. Question.

Touchant les advantages & desadvantages des forteresses situées au bord de la mer.

Advantages.

Premierement, elles sont participantes des advantages de celles qui sont en mer principalement du 5, 6, 7, & 8 article, comme aussi de celles qui sont tout à fait sur terre.

2. L'ennemy doit avoir deux armées pour l'assieger, l'une sur terre l'autre sur mer.

3. Elles ont l'usage libre des bornes du costé de la mer & de la terre, car au besoing elles peuvent reçevoir par terre autant de cavallerie & d'infanterie qu'il luy en faut aussi bien que par les navires de guerre.

Desadvantages.

Elles sont en danger de pouvoir estre assiegées, non seulement par l'ennemy voisin, mais aussi d'un autre qui de pays loingtain y aborderoit, pouvant recevoir secours de divers quartiers du monde & pourroit aussi mettre à terre son armée.

X. Question.

Touchant les advantages & desadvantages des forteresses dans les marais loing de terre.

Advantages.

Premierement, on y est fort, car on n'y peut aborder par aucun costé.

2. Elles ne requierent point de boulevarts de grande consequence ni de remparts ni de cavalliers.

Desadvantages.

Premierement, elles coustent beaucoup à bastir pour ce que la terre doit estre apportée de loing, & que les fondemens sont fort mauvais.

2. Elles ont un aïr puant (principalement aux pays chauds) qui cause des maladies aux habitans.

3. Ils sont aisés à assieger avec peu de gens, car l'ennemy peut faire un fort à l'endroit où passent les assiegés pour venir en terre. Pourtant comme elles semblent estre plus fortes d'assiette, autant sont elles plus dommageables à elles mesmes.

4. La vaillance des bons soldats qui sont pour la garder ou pour repousser l'ennemy ne peut pas s'y faire paroistre.

XI. QVESTION.

Touchant les advantages & desadvantages des fossés secs.

Advantages.

PRemierement, une desroute de gens tant de guerre que de paisans avec leurs bestes & meubles se peuvent sauver dans les fossés secs en temps de necessité.

2. Si l'ennemy y jette du bois pour le remplir, on y peut mettre le feu, mais si cest de la terre, des pierres & matiere incombustible qu'il y jette, il y a moyen d'en retirer une grande partie par le moyen des chemins couverts.

3. S'il y a assez de monde dans la forteresse, on peut aller à son plaisir dans le fossé pour le garder, & aussi surprendre l'ennemy par les fausses-portes: principalement quand il y a un chemin couvert.

4. En ces places seches l'air y est fort sain.

Desadvantages.

Premierement, si l'ennemy devient maistre des cayes, il empeschera les assiegés de tenir leurs bestes dans le fossé & en recevra beaucoup d'autres commodités.

2. On ne pourra pas alors si aisement empescher l'ennemi d'emplir le fossé, d'y miner & y faire des travaux avec lesquels il se defendra à l'encontre des surprises des assiegez.

3. Il pourra avec l'ayde de ses petits forts venir fort pres pour sapper le pied du boulevart, ou courtine pour l'abbattre par le moyen qu'il trouvera à propos, & cela sans recevoir aucun dommage du flanq.

XII. QVESTION.

Touchant les advantages & desadvantages des fosses remplis d'eau.

Advantages.

PRemierement, ils sont mieux asseurez contre les mines.

2. Encor que l'ennemy ait gagné les cayes, ce n'est pas à dire pourtant qu'il puisse enter au fossé.

3. Si l'ennemy en veut espuiser l'eau, il y employeroit beaucoup de temps & de travail.

4. Il ne peut pas approcher la muraille avec l'ayde des petits forts ni la sapper dans le fossé.

5. Si l'eau coule, & s'il y jette de la matiere pour estre emportée, elle ne s'arreste pas ou il desire.

6. S'il y jette d'une matiere qui enfonce, cela emporte beaucoup de temps & de peine avant qu'il emplisse le fossé.

Desadvantages.

Premierement, l'ennemy y peut faire un pont sur des batteaux.

2. Les assiegés ne peuvent pas si commodement y faire des chemins couverts.

3. L'eau se gele si fort és pays froids, que les hommes y peuvent passer dessus & plusieurs choses pesantes.

4. L'eau y engendre un mauvais aïr aux pays chauds.

Dans les precedentes 11 & 12 questions, nous avons declaré les advantages & desadvantages des fossés secs, & humides, & combien qu'il y ait des gens de differente opinion touchant cecy, l'un estimant que cecy est bon, l'autre que cela est meilleur, s'y est ce toutefois qu'ils conviennent en cecy, qu'il est tres bon de tenir les fossés pour y garder le bestial, les pouvant emplir d'eau lors qu'on veut, & derechef les seicher.

FIN.

